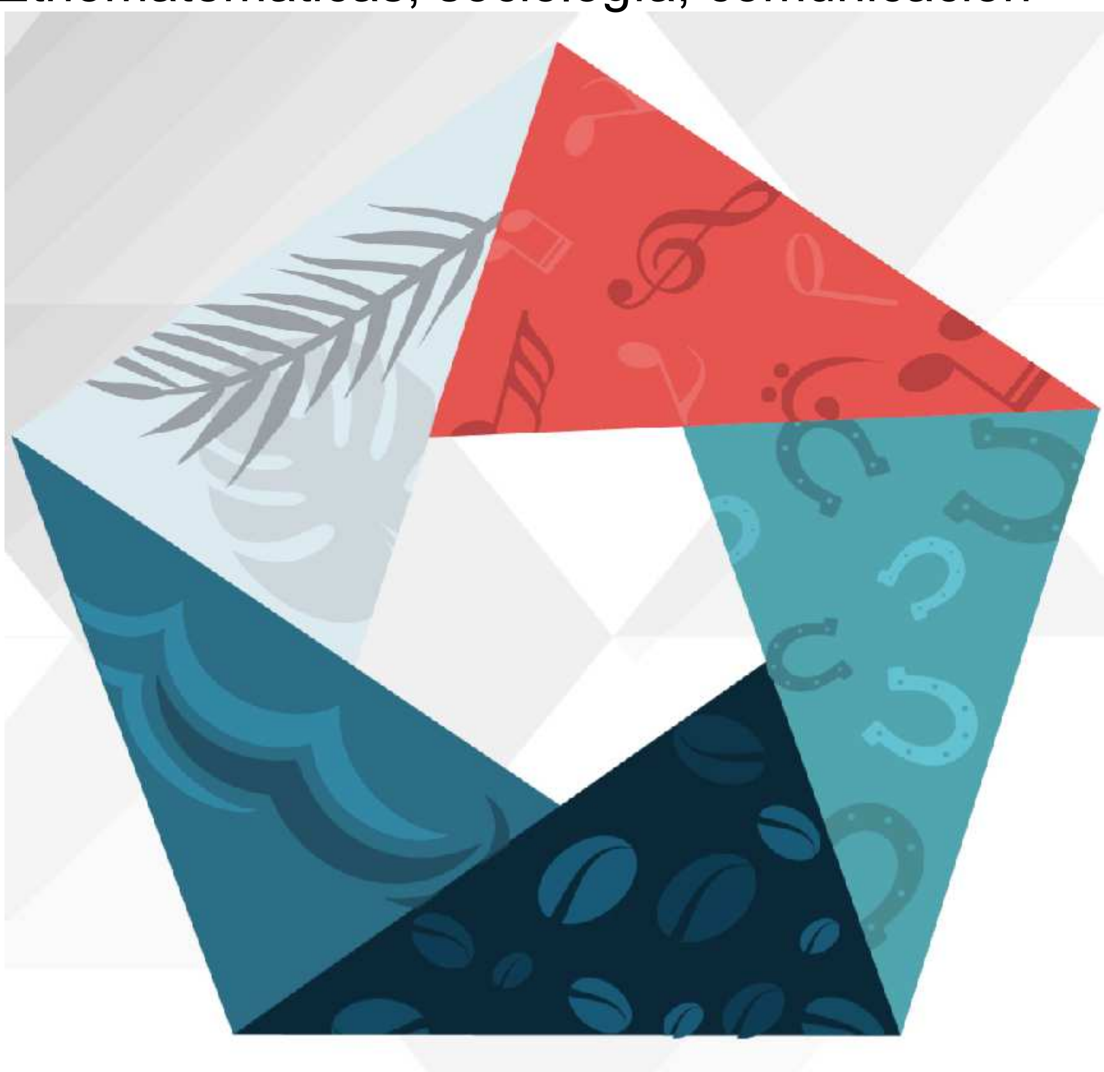
Educación Matemática en las Américas 2019

Volumen 8: Perspectivas socioculturales: Etnomatemáticas, sociología, comunicación



CIAEM
IACME
desde - since 1961

Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM)
Paseo de la Reforma 383., 7° Piso,
Colonia Cuauhtémoc, Delegación Cuauhtémoc,
México D.F. CP 06500, MÉXICO
www.ciaem-iacme.org

Educación Matemática en las Américas 2019
Volumen 1: Formación inicial de profesores
Editado por Yuri Morales-López y Ángel Ruiz
Colaboradora: Sarah González

ISBN: 978-9945-09-413-8

El *Comité Interamericano de Educación Matemática* (CIAEM) es una organización fundada en 1961 asociada a la *International Commission on Mathematical Instruction*. Busca potenciar la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en las Américas.

Cada autor es responsable del contenido del documento que declara de su autoría o coautoría y libera al CIAEM y editores de este libro de toda responsabilidad por contenido que pueda lesionar el derecho de terceros. Cada autor ha declarado que su trabajo no fue previamente publicado en otro medio; y que todos los datos y referencias a materiales publicados fueron debidamente identificados con su respectivo crédito e incluidos en las referencias bibliográficas.

Se respetaron los metadatos (nombres, apellidos, títulos, entre otros) que los autores proporcionaron cuando postularon su trabajo en la plataforma del evento.

Para citar este libro:

Comité Interamericano de Educación Matemática (2020). *Educación Matemática en las Américas 2019.* Editores: Yuri Morales-López y Ángel Ruíz. República Dominicana: Autor.

ISBN: 978-9945-09-413-8
9 789945 094138

EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN LAS AMÉRICAS 2019

Presentación

Para el Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM) es un placer y un honor ofrecer a la comunidad educativa este Volumen de *Educación Matemática en las Américas 2019*, en donde se pueden encontrar muy importantes insumos para comprender el momento histórico que atraviesa la Educación Matemática desde la perspectiva de las Américas.

La *XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática* se realizó entre el 5 y 10 de mayo del 2019 en Medellín, Colombia. La Universidad de Medellín y la Universidad de Antioquia fueron las organizaciones académicas anfitrionas del evento. Las sesiones fueron realizadas en el campus de la Universidad de Medellín. Participaron 700 personas provenientes de 25 países de cuatro continentes: Europa, Asia, África y las Américas. Participaron centenares de docentes en servicio de la ciudad de Medellín y del Departamento de Antioquia.

Alrededor de 400 trabajos fueron presentados: conferencias plenarias y paralelas, mesas plenarias, minicursos, sesiones temáticas, comunicaciones cortas, talleres y posters. Unas 50 personalidades del mayor nivel en la comunidad internacional de Educación Matemática expusieron sobre sus investigaciones. Entre ellas Jill Adler (Suráfrica), Ferdinando Arzarello (Italia), Salvador Llinares (España), Yoshinori Shimizu (Japón), Michael Shaughnessy (EUA), Luis Rico (España), Fidel Oteiza (Chile), Carlos Vasco (Colombia), Carlos Sánchez (Cuba), Luis Carlos Arboleda (Colombia), Edwin Chaves (Costa Rica), Nelly León (Venezuela), Vilma Mesa (EUA). Aunque físicamente no pudo estar presente envió su contribución en forma de video Ubiratan D'Ambrosio (Brasil). Los trabajos dentro de la plataforma del congreso se pueden consultar en https://ciaem-redumate.org/conferencia/index.php/xvciaem/xv/schedConf/presentations

La revisión científica de todos los trabajos fue responsabilidad de un Comité Asesor Internacional, un Comité Internacional del Programa y el Comité Ejecutivo del CIAEM. Se contó con la coordinación central de Directores de tema y la Dirección de la plataforma científica realizada por el académico Yuri Morales con el apoyo de la profesora Johanna Mena (ambos de Costa Rica) y con la participación voluntaria de muchísimos revisores científicos de muchos países.

Este volumen incluye trabajos que fueron efectivamente presentados en ese congreso.

Expreso mi agradecimiento a todos los miembros de los comités científicos, directores de tema, revisores científicos, y directores de la plataforma científica. También deseo agradecer por su apoyo en el registro de este libro a Sarah González y a la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra en República Dominicana. Agradezco mucho a todos los autores que decidieron compartir su trabajo en las instancias que abrimos

mediante la XV CIAEM. También a Yuri Morales quien técnica y formalmente generó este volumen para su registro.

En las diversas dimensiones del congreso, de cuya realización este libro es producto, quiero aprovechar esta ocasión para reconocer la valiosa contribución de las Universidades de Medellín y de Antioquia y al Comité Organizador Local de la XV CIAEM, y, además, agradecer al equipo humano del *Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica* que ha sido durante muchos años un sostén crucial en la organización de todos los eventos del CIAEM y de la *Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe*; y en particular de este libro que hoy sacamos a la luz pública.

Este volumen es una parte del libro de *Memorias* completo (son 15 volúmenes que se pueden ver/descargar). Se ha respetado aquí la paginación del libro completo. Y las referencias *deben hacerse con base en el libro y su paginación*. No es necesario indicar el volumen específico donde se cita pues esta es una versión funcional al servicio de una mejor visualización o descarga de este valioso material.

Invitamos a los lectores de este libro a promoverlo en sus diversas actividades de docencia, investigación, extensión y divulgación en todos sus países.

Con afecto

Ángel Ruiz
Presidente
Comité Interamericano de Educación Matemática
Presentación del 17 de julio de 2024
Costa Rica

Índice

Basado en la información suministrada durante la postulación de cada trabajo

3. Perspectivas socioculturales: Etnomatemáticas, sociología, comunicación

XV CIAEM
Medellín - Colombia
5 - 10 mayo/maio/may 2019
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference on Mathematics Education
Universidad de Medellín
Universidad de Antioquia

The Role of Ethnomathematics and Social Justice in Mathematics Education

Milton **Rosa**
Universidade Federal de Ouro Preto
Brasil
milton.rosa@ufop.edu.br

Daniel Clark **Orey**
Universidade Federal de Ouro Preto
Brasil
oreydc@gmail.com

Abstract

One of the challenges faced by educational systems around the world is related to the growing number of students from linguistic and culturally diverse backgrounds. Both cultural and linguistic diversity draw increased attention by many teachers and researchers as areas identified as having connections to failed educational systems. There is a growing sense of urgency to resolve this inability to effectively educate all students. In the context of social justice, it is necessary to examine the embeddedness of mathematics in cultures, while drawing from ethnomathematical approaches that take on linguistic and cultural forms of knowledge production in the mathematics curricula. This pedagogical approach intends to promote social justice and the overall quality of students' educational experience.

Keywords: ethnomathematics, mathematics education, pedagogical action, social justice.

In the 21st century, a greater and more sensitive understanding of mathematical ideas, previous knowledge, and practices from members of diverse cultural groups has become increasingly available through the growth of the fields of ethnology, culture, history, multiculturalism, anthropology, linguistics, and ethnomathematics. One of the characteristics of ethnomathematics is to help to develop the concept of what mathematics really is through it is connection with culture (D'Ambrosio, 2007).

An ethnomathematics program offers a broad view of mathematics, which embraces ideas, processes, methods, previous knowledge, and practices related to different cultural environments, which lead to increased evidence of cognitive processes, learning capabilities, and attitudes that may direct a learning process occurring in mathematics classrooms.

The reflection on the social and political dimensions of mathematics offers an important perspective for a dynamic and globalized society, and which recognizes that all cultures and all people develop unique methods and explanations that allow them to understand, act, and transform their own reality (Rosa & Orey, 2007).

Ethnomathematics research emphasizes education for social justice, wherein it is necessary to empower students by teaching them about real-world issues and instills in them a desire to seek out and work towards this goal. In this regard, individuals who do not believe in their own cultural roots can easily assimilate dominant cultural values without critically reflecting on the values of the new culture (Rosa, 2010).

In this context, an ethnomathematics program can assist both school leaders and teachers to understand and accept the cultural roots of their students by valuing the mathematical ideas, practices, and previous knowledge as well as recognizing the applications of academic mathematics.

This program supports the learning of mathematics of academic mathematics because individuals from minority groups need to have equal access and be knowledgeable about academic and standardized mathematics (Rosa & Orey, 2007). It is crucial to ensure that the learning of mathematics that is contextualized and grounded in the needs and expectations of the students and the community that utilizes it, means teaching mathematics for social justice and in a non-colonial manner.

Teaching mathematics for social justice through an ethnomathematical perspective reminds school leaders and teachers that information may be meaningless unless it is embedded in appropriate contextual understanding. In other words, social justice relies on the relevant political and cultural aspects of mathematics in order to guide its instruction because teaching for social justice encourages the exploration, interpretation, and reconsideration about what is understood about mathematics (D'Ambrosio, 2007).

It is thought that the processes of mathematics are not easily amendable to teaching for social justice considerations. However, there is one exception found in the field of ethnomathematics, as it explores different methods of organizing mathematical ideas, practices, previous knowledge, and problem solving that individuals face daily in often non-academic contexts.

In this regard, one aspect of ethnomathematics explores how different cultures organize and classify mathematical knowledge. Thus, Rosa and Orey (2007) argue that this is because individuals from minority groups have the right to equal access and become knowledgeable about the mathematics of the dominators/colonizers.

The pedagogical action of the Program Ethnomathematics demonstrates that mathematics is contextualized and grounded in the needs and expectations of the community that utilizes it. Along this line, the goal of ethnomathematics is to contribute both to the understanding of culture and to the understanding of mathematics, but mainly to the relationship between the two.

Educating students mathematically consists of much more than just teaching them some mathematical concepts or algorithms.

Given the current political climate in many places, this is often complex, and difficult to accomplish. The problems and issues are much more challenging when it requires a fundamental awareness of the values that underlie mathematics and recognition of the complexity of educating students about these values. It is not enough just to teach students *mathematics,* it is necessary to educate them about the mathematics they encounter, and to educate them through and with mathematics (Bishop, 1991).

An important change in mathematics instruction and curriculum needs to take place in order to accommodate the demographic change in the school population. School leaders and teachers need to be instructed in gearing education more toward students of different languages and cultures.

Despite dire political conditions in many places, concerns about equity in relation to mathematics education have moved to the forefront in many countries in the world, most notably the *STEM Education*[1]. Related to this a goal for both school leaders and teachers is to accomplish this mathematical equity by incorporating an ethnomathematics perspective into the mathematics curriculum and instruction.

Ethnomathematics draws from the cultural experiences and practices of individual students, their communities, and the society at large in using them as vehicles to not only make mathematics learning more meaningful, but more importantly, to provide students with the insights of mathematical knowledge as embedded in their social and cultural environment.

One important implication of this approach is to emphasize connections between mathematics and often local culture in the mathematics curriculum. In so doing, it is paramount that school leaders consider students' linguistic and cultural backgrounds in designing and selecting school activities.

With the increased growth of a diverse student population, the school curricula need to reflect on the intrinsic and cultural learning of all students. This means that school leaders and teachers must be prepared to address students' linguistic and cultural backgrounds in the mathematics classroom.

According to D'Ambrosio and Rosa (2008), this inclusion improves students' academic achievement, helps move classrooms towards an equitable learning environment, helps students have positive beliefs about mathematics, integrates mathematics with other disciplines, and to promote mathematical understanding.

When students feel that the mathematics in the classroom does not relate to them or their experiences, backgrounds, and culture, they feel disconnected from the material. Student backgrounds and contexts provide a rich means for them who usually do not fully participate in the mathematics class, to make connections to the mathematical content (D'Ambrosio, 2007).

[1]Through STEM (Science, Technology, Engeneering, and Mathematics) Education students are taught through constructivist methods that aimed to build content understanding and application of general knowledge. It enables students to become conscious citizens because they must be able to apply their knowledge in meaningful ways, which allow them to address issues that better the lives of the members of societies (Rosa & Orey, 2017).

Ethnomathematics is a usable tool in the mathematics classroom, which helps students to make connections and develop deeper mathematical understanding and help them to learn about mathematical practices of other peoples as well as develop a deeper understanding of their own mathematical practices. In this regard, as students learn about other peoples, they can also learn about the mathematics and sciences used by them (Rosa & Orey, 2007).

One of the most important implications of social justice for mathematics education is that ethnomathematics is a tool to motivate disenfranchised students to pursue study of mathematics (D'Ambrosio, 2007). Educators must provide students with relevant mathematical experiences by integrating into the curriculum mathematical topics from their own cultures (Rosa & Orey, 2007).

Ethnomathematics facilitates the achievement of two objectives in mathematics teaching: a) it can establish a multicultural context for mathematics knowledge and skills and b) and it can help students in making connections among other disciplines (D'Ambrosio & Rosa, 2008). In this regard, students can learn to maximize possibilities for improving their attitude towards mathematics as the same time that they are improving their mathematics skills.

School leaders must be supported not only in terms of equity, but also in terms of mathematical viability. By placing the onus of mathematics education, at all levels, teachers and students recognize how mathematics is vital to maintaining and developing the technological underpinnings of a globalized society.

Overall, there is hope that school leaders, teachers, and students begin to recognize that mathematics is ubiquitous even if it is not visible and it has meaning beyond its numbers or the academic context that most experience it in.

Given the almost universal standardized requirements in mathematics content, certain mathematical concepts and skills must be covered, but often even these can be treated from the point of view of mathematics from the structures of languages and cultures. Looking at mathematics from diverse perspectives does more than teach students about mathematics because it also teaches school leaders, teachers, and students about mathematics in ways they would never see in traditional mathematics curriculum (Rosa, 2010).

In this context, Rosa and Orey (2007) argue that school leaders and teachers need to be challenged as professionals in order to perceive connections between language, mathematics, and culture and provoke deeper thought and critical thinking skills for all their students.

According to Giroux and McLaren (1994), *border pedagogy* creates borderlands in which diverse cultural resources allow the fashioning of new identities within existing configurations of power. It also works to *decolonize*[2] and revitalize teaching and learning to promote social justice for all students. Particularly, it engages students in multiple references that constitute different cultural codes, experiences, and languages in order to help them construct their own knowledge through sociocultural negotiation.

[2]Educational systems most certainly play a role in perpetuating colonialism. Thus, there is a need for the deconolization of the school curricula (Wane, 2013). Decolonization is the meaningful and active resistance to the forces of colonialism that perpetuate the subjugation and/or exploitation of our minds, bodies, and lands. "Decolonization is engaged for the ultimate purpose of overturning the colonial structure and realizing Indigenous liberation" (Waziyatawin & Yellow Bird, 2012, p. 3).

Border pedagogies teach students to develop the skills of thinking critically and debating power, meaning, and identity by encouraging tolerance, ethical sophistication, and openness to alternative forms of thinking (Giroux & McLaren, 1994). It is necessary for educators to be committed to equity in order to enhance all students' achievement and advancement in mathematics (Gutiérrez, 2007).

For minority students to reach their full potential, instruction should be provided in ways that promote the acquisition of increasingly complex mathematical knowledge and language skills in a democratic climate that fosters social justice, collaboration and positive interactions among students, school leaders and teachers.

Such classrooms are inclusive in their emphasis on high standards, expectations, and outcomes for all students. Important features of such settings include high expectations, and exposure to academically rich curricula, materials, resources, and approaches that are culturally and linguistically relevant to the minority students' needs in order to enhance mathematical learning and achievement (D'Ambrosio 1999). Consequently, knowing the cultural and linguistic background of our students is essential for providing successful learning opportunities and social justice for all.

Currently, the challenges for an increased accountability for both educators and learners demand different teaching strategies that enable educators to serve the community and their students more effectively for the development of social justice orientation. Therefore, mathematics educators need to be supported to develop educational opportunties linked to culturally relevant pedagogy and engage in reflection about their own teaching-learning practices.

In order to teach for social justice, it is necessary to recognize how reflections on and/or pondering about issues, perceptions, beliefs, and problems can lead teachers to enhance their own teaching practices (Airasian & Gullickson, 1997). Since reflection constitutes a valued strategy for enhancing pedagogical practices, it is necessary for educators to be given space to create opportunities and reflect upon their own pedagogical practices and to critique them and modify them (Rosa, 2010).

In this regard, "reflection is a central process of constructing knowledge and developing professionally" (Airasian & Gullickson, 1997, p. 219). In addition, an understanding of both culture and language and connections to mathematics is an important source of knowledge for teachers to reflect upon in order to transform their own practices.

Ethnomathematics emphasizes education for social justice, wherein it is necessary to empower individuals by teaching them about real-world issues and instill in them the desire to seek out and work towards this goal. Mathematics for social justice must be equal for students from different cultural backgrounds. An important change in instruction needs to take place in order to accommodate ongoing social and cultural changes.

In this regard, if educators are encouraged to facilitate successful learning opportunities for all students, they must know and acknowledge the community and prior experiences and perceptions about the world. This also includes respecting and getting to know student linguistic backgrounds and cultural values, which are essential for pursuing social justice for all learners (D'Ambrosio, 2001).

In conclusion, teachers who come to appreciate and understand diverse linguistic and cultural differences, strive for intentional variety in instruction, curricula, and assessments that lead to an improvement in the learning of mathematics. Teachers play a key role in encouraging and supporting pedagogical practices for their students.

It is our hope that this theoretical paper adds to the existing body of the literature in relation to the development of teaching for social justice in order to provide a useful perspective for decision-makers in the teaching mathematics to students from culturally and linguistically diverse backgrounds. It is recommended that educators discuss this issue not only in terms of mathematical viability, but also in terms of equity.

References and bibliographies

Airasian, P. W., & Guillickson, A. (1997). Teacher self-evaluation. In J. H. Stronge (Ed.), *Evaluating teaching*: A guide to current thinking and best practice (pp. 215-247). Thousand Oaks, CA: Corwin Press.

D'Ambrosio, U. (1999). Literacy, matheracy, and technoracy: a trivium for today. *Mathematical Thinking and Learning*, *1*(2), 131-153.

D'Ambrosio, U. (2001). What is ethnomathematics and how can it help children in schools? *Teaching Children Mathematics*, 7(6), 308-310.

D'Ambrosio, U. (2007). Peace, social justice and ethnomathematics. *The Montana Mathematics Enthusiast Monograph 1*, 25-34.

D'Ambrosio, U., & Rosa, M. (2008). A dialogue with Ubiratan D'Ambrosio: a Brazilian conversation about ethnomathematics. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 1(2), 88-110.

Giroux, H., & McLaren, P. (1994). *Between borders*: pedagogy and politics in cultural studies. New York, NY: Routledge.

Gutiérrez, R. (2007). Context matters: equity, success, and the future of mathematics education. In T. Lamberg, & L. R. Wiest (Eds.), *Proceedings of the 29th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1-18). Reno, NV: University of Nevada.

Rosa, M. (2010). *A mixed-method study to understand the perceptions of high school leaders about English language learners (ELLs):* the case of mathematics. College of Education. Doctorate Dissertation in Education. Sacramento, CA: California State University, Sacramento - CSUS.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2007). Cultural assertions and challenges towards pedagogical action of an ethnomathematics program. *For the Learning of Mathematics*, *27*(1), 10-16.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2017). STEM education in the Brazilian context: an ethnomathematical perspective. In: Robin Jorgensen, & Kevin Larkin (Org.), *STEM education in the Junior secondary*: the state of play (pp. 221-247). Cham, Switzerland: Springer.

Wane, N. (2013). (Re)claiming my indigenous knowledge: challenges, resistance, and opportunities. *Decolonization: Indigeneity, Education & Society*, *2*(1), 93-107.

Waziyatawin, A. W. & Yellow Bird, M. (2012). Introduction: decolonizing our minds and actions. In Waziyatawin, A. W. & Yellow Bird, M. (Eds.), *For indigenous mind only*: a decolonization handbook (pp. 1-14). Santa Fe, NM: School for Advanced Research Press.

XV CIAEM
Medellín - Colombia
5 - 10 mayo/maio/may 2019
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference on Mathematics Education
Universidad de Medellín
Universidad de Antioquia

A Cultural Approach to Mathematical Modelling: An Ethnomathematical Perspective

Daniel Clark **Orey**
Universidade Federal de Ouro Preto
Brasil
oreydc@gmail.com

Milton **Rosa**
Universidade Federal de Ouro Preto
Brasil
milton.rosa@ufop.edu.br

Abstract

A major problem with mathematics education in contemporary society is its overwhelming bias towards a Western orientation in its topics and research paradigm. A search for new approaches and methodologies is necessary to record historical forms of mathematical ideas that occur in different cultural contexts, and to take advantage of the emerging globalization of business, science, religion, art, music and other aspects of culture. There is a need to apply a fundamentally different philosophy, modelling techniques, and an ethnomathematical perspective to mathematics curriculum. In this article, the authors propose to demonstrate how ethnomodelling is a methodology for teaching and learning of mathematics that challenges the prevailing way of thinking.

Keywords: cultural groups, ethnomathematics, ethnomodelling, modelling.

Initial Considerations

Throughout history, people have explored other cultures and shared knowledge often hidden within their traditions, practices, and customs. This exchange of cultural capital[1] has enriched and equalized all cultures. The Greek foundations of European civilization are themselves

[1]Cultural Capital is the knowledge, experiences, and connections that individuals have had through the course of their lives, which enables them to succeed more than individuals from a less experienced background. It also acts as a social relation within a system of exchange that includes the accumulated cultural knowledge that confers power and status to the individuals who possess it.

founded upon the Egyptian civilization (Powell & Frankenstein, 1997). One consequence of this is a widespread consensus towards the supremacy of Western scientific and logical systems at the exclusion of all other traditions.

In mathematics, as in other academic disciplines, the literature, methods of problem solving, and teaching materials are all based on the traditions of written sciences, and with very few exceptions, by Western academics. Most examples used in the teaching of mathematics are derived from European-based cultures. These same problem-solving methods mainly rely on the European view on mathematics. It goes without saying that culture and society considerably affect the way individuals understand concepts of any mathematical ideas and practices. It means that, this interaction may leave out a significant amount of knowledge in its cultural forms (D'Ambrosio, 1990).

Observing this, D'Ambrosio stated that the "culture of a group results from the fraction of reality that is reachable by the group" (D'Ambrosio, 2006, p. 5). However, the multiplicity of cultures, each one with a system of shared knowledge and a compatible set of behavior and values facilitates cultural dynamics by enabling an expanding familiarity with the rich diversity of humanity. This creates an important need for a field of research that studies the phenomena and applications of modelling in diverse cultural settings.

This kind of cultural perspective can be used in problem solving methods, numerous conceptual categories, structures and models that we use to represent and manipulate data translates as forms of cultural mathematical practices specifically the modelling processes referred to as *ethnomodelling* (Bassanezi, 2002, D'Ambrosio, 1993; D'Ambrosio, 2002; Rosa & Orey, 2006). It also recognizes how the foundations of ethnomodelling differs from the traditional modelling methodologies

Ethnomathematics and Modelling

Historically, models that arise from reality have been the first paths that have provided numerous abstractions of mathematical concepts. Ethnomathematics uses the manipulations of models taken from reality. Modelling as a strategy of mathematical education incorporates the codifications provided by others in place of a formal language of academic mathematics. According to this context, mathematical modelling is a methodology that is closer to an ethnomathematics program (Bassanezi, 2002; D'Ambrosio, 1993; Rosa & Orey, 2003) and it is defined as the intersection between cultural anthropology and institutional mathematics, and utilizes mathematical modelling to interpret, analyze, explain, and solve real world problems (D'Ambrosio, 1993; Rosa, 2000; Rosa & Orey, 2003).

Investigations in modelling have been found to be useful in the translation of ethnomathematical contexts by numerous scholars in Latin America (Bassanezi, 2002; Biembengut, 2000; D'Ambrosio, 1993; Ferreira, 2004; Orey & Rosa, 2007; Rios, 2000; Rosa & Orey, 2003). In order to document and study diverse mathematical practices and ideas found in many traditions, modelling has become an important tool used to describe and solve problems arising from cultural, economic, political, social, environmental contexts and brings with it numerous advantages to the learning of mathematics (Barbosa, 1997; Bassanezi, 2002; Bernardo & Morris, 1994; Biembengut & Hein, 2000; Cross & Moscardini, 1985; Hodgson & Harpster, 1997; Orey, 2000; Rosa, 2000; Rosa & Orey, 2003).

At the same time, outside of the community of ethnomathematics researchers, it is known that many scientists search for mathematical models that translate their deepening understanding of both real-world situations and diverse cultural contexts. This enables them to take social, economic, political, and environmental positions in relationship to the objects of the study (Bassanezi, 2002; D'Ambrosio, 1993; D'Ambrosio, 2002; Rosa & Orey, 2006). Ethnomodelling is a process of elaboration of problems and questions that have grown from a real situation (system). It forms an image, or sense of, an idealized version of *mathema*[2]. This perspective essentially forms a critical analysis for the generation and production of knowledge (creativity), and forms the intellectual process for its production, including the social mechanisms for the institutionalization of knowledge (academics), and its transmission (education). D'Ambrosio (2000) affirmed that "this process is modelling" (p. 142).

In this perspective, by analyzing their role in reality as a whole, this holistic context allows those engaged in the process of modelling to study systems of reality in which there is an equal effort made to create an understand of the components of the system as well as their interrelationships (Bassanezi, 2002, D'Ambrosio, 1993). By having started with a social or reality-based context, the use of modelling as a tool begins with the knowledge of the student by developing their capacity to assess the process of elaborating a mathematical model in its different applications and contexts (D'Ambrosio, 2000). This uses the reality and interests of the students, versus the traditional model of instruction, which makes use of external values and curriculum without context or meaning.

For example, Bassanezi (2002) has characterized this process as "ethno/modelling" (p. 208) and defines ethnomathematics as "the mathematics practiced and elaborated by different cultural groups and involves the mathematical practices that are present in diverse situations in the daily lives of members of these diverse groups" (p. 208). This interpretation is based on D'Ambrosio's (1990) trinomial: *Reality – Individual – Action* (Figure 1).

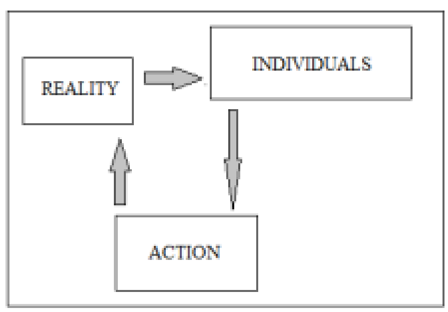


Figure 1: D'Ambrosio's trinomial

For example, D'Ambrosio (2006) affirmed that the "discourse above was about one individual. But there are many other individuals in varied contexts going through a similar

[2]According to D'Ambrosio (1990), mathema may be considered as the actions taken by people from distinct cultural groups to explain and understand the world around them. In other words, they have to manage and cope with their own reality in order to survive and transcend. Throughout the history of mankind, *technés (or tics)* of *mathema* have been developed in very different and diversified cultural environments, that is, in the diverse *ethnos.* Thus, in order to satisfy the drives towards survival and transcendence, human beings have developed and continue to develop, in every new experience and in diverse cultural environments, their own ethnomathematics.

process. For living individuals, the cycle is the same: ... → reality → individual → action → reality → individual → action → ...” (p. 5).

In this context, D’Ambrosio (2006) also states that the “individual agents permanently receive information and process it and perform an action. But although immersed in the same global reality, the mechanisms used to receive information of individual agents are different” (p. 5). In other words, it is crucial to highlight how individuals capture and process information in diverse ways and, consequently, their different actions. Thus, students learn to construct their own connections between both traditional and non-traditional learning settings, it becomes necessary to translate and/or interpret ethnomathematical knowledge into systemized mathematics.

Ethnomodelling

The etymology of the prefix *ethno* traces back to the Greek word *ethnos* relating to a *people*, a *nation* or a *cultural* group in the broadest sense. In the context of ethnomodelling, *ethno* does not refer to any specific race or people only, but also to interesting differences between cultural groups. These differences may include those based on racial oppression or nationality, but are mainly based on language, history, religion, customs, institutions, and on the subjective self-identification of a people. In so doing, *ethno* represents particularity and modelling universality and the combination of the specific and the universal leads to a mathematical activity that takes place within a culture.

The patron goddess of practical knowledge in ancient Greece was *Techné*, whose name forms the base for the words *technique* and *technology*. As well the Greek word for art is *techné* and the Greek word *tikein*, which means to create, is also derived from *techné*. Thus, *techné* is a form of practical knowledge that results in productive action. These mythic modes of knowledge are considered as practical knowledge that results in productive action.

This etymology reveals a deep connection between technology and the practices of living and creating. It represents relationships between humanity and the creation of all forms of technology, and how this might serve as a guide to scientists and educators to develop a moral and cultural standard for the teaching and learning mathematics. This is one of the most important purposes of ethnomodelling. Ethnomodelling binds contemporary views in ethnomathematics. It is an attempt at decolonizing previous ethnomathematics and related research by encouraging the voice of those once studies from the outside. It recognizes the need for a culturally-based view on modelling concepts and processes.

Studying the unique cultural differences in mathematics encourages the development of new perspectives on the scientific questioning methods. Research of culturally bound modelling ideas may address the problem of mathematics education in non-Western societies by bringing the local cultural aspects into mathematical teaching and learning processes (Eglash, 1999). This perspective is needed in mathematics education.

Therefore, ethnomodelling involves ways in which individuals or groups explain and draw on traditional or curricular mathematical ideas in the course of their problem-solving experiences. In so doing, it is important to not to idealize or label them as *correct* or *appropriate* ways of thinking, but rather to highlight the relationship between cultural groups and the deeply embedded mathematics in their daily activities (Rosa & Orey, 2010).

In this context, Rosa and Orey (2013) state that ethnomodelling is a "practical application of ethnomathematics which adds the cultural perspective and voice of the individual to modelling concepts" (p. 78). This cultural perspective broadens views of modeling because it recognizes it as a potential pedagogical bridge for students in their learning of mathematics (Bassanezi, 2002; D'Ambrosio, 2002). Hence, ethnomodelling brings an "inclusion of a diversity of ideas brought by students from other cultural groups can give confidence and dignity to students, while allowing them to see a variety of perspectives and provide a base for learning academic-Western mathematics" (Rosa & Orey, 2013, p. 78).

Ethnomodelling is a tool that responds to its surroundings and is culturally dependent (Bassanezi, 2002; D'Ambrosio, 2002; Rosa & Orey, 2006; Rosa & Orey, 2007). The goal of recognizing ethnomodelling is not to give mathematical ideas and practices of other cultures a Western stamp of approval, but to recognize that they are, and always have been just as valid in the development of mathematics and sciences.

Ethnomodelling studies the ideas of culturally different groups, whether technically advanced. It is necessary to understand how mathematical concepts are born, conceptualized, and adapted into the practices of a society (D'Ambrosio, 1993; Eglash, 1997; Huntington, 1993, Rosa & Orey, 2007). Ethnomodelling does not follow the linear modelling approach that is prevalent in modernity.

Previously, Bassanezi (2002) stated that the ethno/modelling process starts with the social context, reality, and interests of students and not by enforcing a set of external values and decontextualized activities without meaning for the students. This process is defined as the mathematics practiced and elaborated by different cultural groups, which involves the mathematical practices present in diverse situations in the daily lives of diverse group members.

For example, the introduction of the term *mathematization* by D'Ambrosio (1990) set the stage for emerging scholarship in ethnomodelling. This context allowed Rosa and Orey (2006) to state that "mathematization is a process in which individuals from different cultural groups come up with different mathematical tools that help them organize, analyze, comprehend, understand, and solve specific problems located in the context of their real-life situation" (Rosa & Orey 2013, p. 118).

This approach shows that people of different cultures have different views of relations between the nature of spirit and humankind, the individual and the group, the citizen and the state, as well as differing views on the relative importance of rights and responsibilities, liberty and authority, and equality and hierarchy. In addition to these categories, culture is expanded to include also how differing professional groups and age classes function (D'Ambrosio, 1985) as well as social classes and gender.

Culture is defined as the ideations[3], symbols, behaviors, values, knowledge and beliefs that are shared by a community (Banks & Banks, 1993). The essence of a culture is not its

[3]Ideation means to come up with a bright idea that may make a difference to society. A more innovative idea makes a bigger difference in society. Ideation involves both divergent thinking, starting with the known and moving outwards, and convergent thinking, starting with the known and moving inwards. In so doing, ideation is the process of generating innovative ideas and transforming them into valuable outcomes for the well-being of the members of all cultural groups.

artifacts, tools or other tangible cultural elements, but the way the members of the group interpret, use, and perceive them. An artifact may be used in different cultures in very different ways and for very different purposes. Mathematical ideas and practices are good examples of this fact.

Different cultures contribute to the development of mathematical concepts, ideas, and practices, and enrich them in the traditional fields of mathematics. As D'Ambrosio (1997) recognized, the ethnosciences, in this case ethnomathematics; means going back to basics which includes the goals of equity and dignity. Traditional Eurocentric conceptions of science have been imposed globally as the pattern of rational human behavior. Under the control of Western powers, the results of this globalization are far from being acceptable (D'Ambrosio, 1997). The study of ethnomodelling encourages the ethics of respect, solidarity and co-operation across cultures.

Final Considerations

This article outlines ongoing research related to cultural perspectives in mathematical modelling. Contemporary academic mathematics is predominantly Eurocentric and colonial in its spread across the globe. This Eurocentrism facilitates an ongoing divide that has hindered the mathematics coming from non-Western traditions. The motivation towards a cultural approach presents us with an assumption that makes use of cultural perspectives through ethnomathematics and uses mathematical modelling to bring local issues into global discussion, primarily using the voices and perspectives of those who do the math in the context under study.

The authors have suggested a mathematics education that is an active, participatory social product including a dialectic relationship between mathematics and society and is chiefly non-colonial in its approach. Moreover, when presented as a modern or westernized mathematics primarily dominated by the preferences of the West (European-North American), and or done by outsiders imposing their often-unintended bias, it is here that this Eurocentrism poses problems in mathematics education for non-Western cultures.

Ethnomodelling stands for mathematical ideas and practices, which have at its root culture. The immerging study of ethnomodelling is defined as the study of mathematical phenomena within a culture. Ethnomodelling differs from the traditional definition of modelling in that whereas the traditional view considers the foundations of mathematics education as constant and applicable everywhere. The study of ethnomodelling takes the position that mathematics education is a social construction and thus culturally bound, and seriously listens to the voice of those doing the mathematics.

In order to keep up with modern Western developmental models, other cultures have been forced to adapt or perish. Relying primarily on constructivist theories, the authors argue that universal theories of mathematics take different forms in different cultures, and that Western views on the abstract ideas of modelling are culturally bound. Ethnomodelling is considered a powerful tool used in the translation of a problem-situation of mathematical ideas and practices within a culture. These new-found ethnomathematical lenses lead to new findings in the development of an inclusive model of mathematics.

In an increasingly globalized world, educators must find ways in which we can consider accounting the cultural and philosophical background of a society. Ethnomodelling is just one way to do this. Different cultures have different perceptions of time and space, logic, problem solving methods, society, and values and translating this to our westernized paradigm of thinking is often difficult. Learning to listen to, and then come to a mutual understanding and appreciation of these differences enriches the curriculum and increases understanding between peoples.

The adoption of an ethnomodelling perspective in a mathematics curriculum recognizes the importance of and gives voice to local cultures in the development of mathematics. This pedagogical aspect produces student-researchers who are active participants in their own mathematics education as they learn that they themselves can contribute to the development of mathematics.

References and bibliographies

Banks, J. A. (1993). Multicultural education: characteristics and goals. In: Banks, J. A., & Banks, C. A. M. (Eds.). *Multicultural education*: issues and perspectives (pp: 3-28). Boston, MA: Allyn & Bacon.

Barbosa, J. C. (1997). O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? [What do teachers think on mathematical modelling?]. *Zetetiké*, *7*(11), 67-85.

Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática* [Teaching and learning with mathematical modelling]. São Paulo, Brasil: Editora Contexto.

Bernardo, M. A., & Morris, J. D. (1994). Transfer effects of a high school computer-programming course on mathematical modelling, procedural. *Journal of Research on Computing in Education*, *26*(4), 523-537.

Biembengut, M. S. (2000). Modelagem & etnomatemática: Pontos (in)comuns [Modelling & ethnomathematics: (Un)common points]. In. Domite, M. C. (Ed.). *Anais do Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática – CBEm-1* (pp. 132-141). São Paulo, Brasil: FE-USP.

Biembengut, M. S., & Hein, Nelson (2000). *Modelagem matemática no ensino* [Teaching mathematical modelling]. São Paulo, Brasil: Editora Contexto.

Cross, M., & Moscardini, A. O. (1985). *Learning the art of mathematical modelling*. West Sussex, England: Ellis Horwood Limited.

D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, *5*(1), 44-48.

D'Ambrosio, U. (1990). *Etnomatemática* [Ethnomathematics]. São Paulo, Brasil: Editora Ática.

D'Ambrosio, U (1993*). Etnomatemática*: um programa [Ethomathematics: a program]. *A Educação Matemática em Revista*, *1*(1), 5-11.

D'Ambrosio, U. (1997). Foreword. In: Powell, A. B., & Frankenstein, M. (Eds.). Ethnomathematics: *challenging Eurocentrism in mathematics education* (pp. xv-xxi). New York, NY: State University of New York Press.

D'Ambrosio, U. (1998). Introduction: ethnomathematics and its first international congress. *ZDM*, 31(2), 50-53.

D'Ambrosio, U. (2000). Etnomatemática e modelagem [Ethnomathematics and modelling]. In. Domite, M. C. (Ed.). *Anais do Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática – CBEm-1* (pp. 142). São Paulo: FE-USP.

D'Ambrosio, U. (2002). Prefácio [Forward]. In Bassanezi, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática* (pp. 8-9) [Teaching and learning with mathematical modelling]. São Paulo, Brasil: Editora Contexto.

D'Ambrosio, U. (2006). The program ethnomathematics: A theoretical basis of the dynamics of intracultural encounters. *The Journal of Mathematics and Culture*, *1*(1), 1-7.

Eglash, R. (1997). When math worlds collide: Intention and invention in ethnomathematics. *Science, Technology & Human Values*, *22*(1), 79-97.

Eglash, R. (1999). *African fractals*: modern computing and indigenous design. New Brunswick, NJ: Rutgers University Press.

Ferreira, E. S. (2004). Os índios Waimiri-Atroari e a etnomatemática [The indigenous people Waimiri-Atroari and ethnomathematics]. In Knijnik, G.; Wanderer, F., Oliveira. C. J. (Eds.). *Etnomatemática*: currículo e formação de professores (pp. 70-88) [Ethnomathematics: curriculum and teacher's education]. Santa Cruz do Sul, RS: EDUNISC.

Hodgson, T., & Harpster, D. (1997). Looking back in mathematical modelling: classroom observations and instructional strategies. *School Science & Mathematics*, *97*(5), 260-267.

Huntington, S. P. (1993). The clash of civilizations? *Foreign Affairs*, *72*(3), 22-49.

Orey, D. C. (2000). The ethnomathematics of the Sioux tipi and cone. In Selin, H. (Ed.). *Mathematics across culture*: the history of non-western mathematics (pp. 239-252). Dordrecht, The Netherlands: Kulwer Academic Publishers.

Orey, D. C., & Rosa, M. (2007). POP: a study of the ethnomathematics of globalization using the sacred Mayan mat pattern. In Atweb, B.; Barton, A. C.; Borba, M. C.; Gough, N.; Keitel, C.; Vistro-Yu, C.; Vithal, R. (Eds.). *Internacionalisation and globalisation in mathematics and science education* (pp. 227-235). Dordrecht, Netherlands: Springer.

Powell, A. B. & Frankenstein, M. (1997). Introduction. In Powell, A. B., & Frankenstein, M. (Eds.). *Ethnomathematics*: challenging Eurocentrism in mathematics education (pp. 1-4). New York, NY: State University of New York Press.

Rios, D. P. (2000). Primero etnogeometría para seguir con etnomatemática [First ethnogeometry to follow with ethnomathematics]. In. Domite, M. C. (Ed.). *Anais do Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática – CBEm-1* (pp. 367-375). São Paulo, Brasil: FE-USP.

Rosa, M. (2000). *From reality to mathematical modelling*: a proposal for using ethnomathematical knowledge. Master thesis, California State University, Sacramento. Publication No. R7880 2000. Sacramento, CA: CSUS.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2003). Vinho e queijo: etnomatemática e modelagem! [Wine and cheese: Ethnomathematics and modelling!]. *BOLEMA*, *16*(20), 1-16.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2006). Abordagens atuais do programa etnomatemática: delinenando-se um caminho para a ação pedagógica [Current approaches in the ethnomathematics as a program: delineating a path toward pedagogical action]. *BOLEMA*, *19*(26), 19-48, 2006.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2007). Cultural assertions and challenges towards pedagogical action of an ethnomathematics *program. For the Learning of Mathematics*, *27*(1), 10-16.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2010). Ethnomodeling: An ethnomathematical holistic tool. *Academic Exchange Quarterly*, *14*(3), 191-195.

Rosa, M., & Clark, D. (2013). Ethnomodelling as a methodology for ethnomathematics. In G. A. Stillman, K. Gabriele, W. Blum, & J. P. Brown (Eds.). *Teaching mathematical modelling*: connecting to research and practice (pp. 77-88). Dordrecht, The Netherlands: Springer.

XV CIAEM
Medellín - Colombia
5 - 10 mayo/maio/may 2019
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference on Mathematics Education
Universidad de Medellín
Universidad de Antioquia

A Cultural Approach to Mathematical Modelling: An Ethnomathematical Perspective

Daniel Clark **Orey**
Universidade Federal de Ouro Preto
Brasil
oreydc@gmail.com

Milton **Rosa**
Universidade Federal de Ouro Preto
Brasil
milton.rosa@ufop.edu.br

Abstract

A major problem with mathematics education in contemporary society is its overwhelming bias towards a Western orientation in its topics and research paradigm. A search for new approaches and methodologies is necessary to record historical forms of mathematical ideas that occur in different cultural contexts, and to take advantage of the emerging globalization of business, science, religion, art, music and other aspects of culture. There is a need to apply a fundamentally different philosophy, modelling techniques, and an ethnomathematical perspective to mathematics curriculum. In this article, the authors propose to demonstrate how ethnomodelling is a methodology for teaching and learning of mathematics that challenges the prevailing way of thinking.

Keywords: cultural groups, ethnomathematics, ethnomodelling, modelling.

Initial Considerations

Throughout history, people have explored other cultures and shared knowledge often hidden within their traditions, practices, and customs. This exchange of cultural capital[1] has enriched and equalized all cultures. The Greek foundations of European civilization are themselves

[1]Cultural Capital is the knowledge, experiences, and connections that individuals have had through the course of their lives, which enables them to succeed more than individuals from a less experienced background. It also acts as a social relation within a system of exchange that includes the accumulated cultural knowledge that confers power and status to the individuals who possess it.

founded upon the Egyptian civilization (Powell & Frankenstein, 1997). One consequence of this is a widespread consensus towards the supremacy of Western scientific and logical systems at the exclusion of all other traditions.

In mathematics, as in other academic disciplines, the literature, methods of problem solving, and teaching materials are all based on the traditions of written sciences, and with very few exceptions, by Western academics. Most examples used in the teaching of mathematics are derived from European-based cultures. These same problem-solving methods mainly rely on the European view on mathematics. It goes without saying that culture and society considerably affect the way individuals understand concepts of any mathematical ideas and practices. It means that, this interaction may leave out a significant amount of knowledge in its cultural forms (D'Ambrosio, 1990).

Observing this, D'Ambrosio stated that the "culture of a group results from the fraction of reality that is reachable by the group" (D'Ambrosio, 2006, p. 5). However, the multiplicity of cultures, each one with a system of shared knowledge and a compatible set of behavior and values facilitates cultural dynamics by enabling an expanding familiarity with the rich diversity of humanity. This creates an important need for a field of research that studies the phenomena and applications of modelling in diverse cultural settings.

This kind of cultural perspective can be used in problem solving methods, numerous conceptual categories, structures and models that we use to represent and manipulate data translates as forms of cultural mathematical practices specifically the modelling processes referred to as *ethnomodelling* (Bassanezi, 2002, D'Ambrosio, 1993; D'Ambrosio, 2002; Rosa & Orey, 2006). It also recognizes how the foundations of ethnomodelling differs from the traditional modelling methodologies

Ethnomathematics and Modelling

Historically, models that arise from reality have been the first paths that have provided numerous abstractions of mathematical concepts. Ethnomathematics uses the manipulations of models taken from reality. Modelling as a strategy of mathematical education incorporates the codifications provided by others in place of a formal language of academic mathematics. According to this context, mathematical modelling is a methodology that is closer to an ethnomathematics program (Bassanezi, 2002; D'Ambrosio, 1993; Rosa & Orey, 2003) and it is defined as the intersection between cultural anthropology and institutional mathematics, and utilizes mathematical modelling to interpret, analyze, explain, and solve real world problems (D'Ambrosio, 1993; Rosa, 2000; Rosa & Orey, 2003).

Investigations in modelling have been found to be useful in the translation of ethnomathematical contexts by numerous scholars in Latin America (Bassanezi, 2002; Biembengut, 2000; D'Ambrosio, 1993; Ferreira, 2004; Orey & Rosa, 2007; Rios, 2000; Rosa & Orey, 2003). In order to document and study diverse mathematical practices and ideas found in many traditions, modelling has become an important tool used to describe and solve problems arising from cultural, economic, political, social, environmental contexts and brings with it numerous advantages to the learning of mathematics (Barbosa, 1997; Bassanezi, 2002; Bernardo & Morris, 1994; Biembengut & Hein, 2000; Cross & Moscardini, 1985; Hodgson & Harpster, 1997; Orey, 2000; Rosa, 2000; Rosa & Orey, 2003).

At the same time, outside of the community of ethnomathematics researchers, it is known that many scientists search for mathematical models that translate their deepening understanding of both real-world situations and diverse cultural contexts. This enables them to take social, economic, political, and environmental positions in relationship to the objects of the study (Bassanezi, 2002; D'Ambrosio, 1993; D'Ambrosio, 2002; Rosa & Orey, 2006). Ethnomodelling is a process of elaboration of problems and questions that have grown from a real situation (system). It forms an image, or sense of, an idealized version of *mathema*[2]. This perspective essentially forms a critical analysis for the generation and production of knowledge (creativity), and forms the intellectual process for its production, including the social mechanisms for the institutionalization of knowledge (academics), and its transmission (education). D'Ambrosio (2000) affirmed that "this process is modelling" (p. 142).

In this perspective, by analyzing their role in reality as a whole, this holistic context allows those engaged in the process of modelling to study systems of reality in which there is an equal effort made to create an understand of the components of the system as well as their interrelationships (Bassanezi, 2002, D'Ambrosio, 1993). By having started with a social or reality-based context, the use of modelling as a tool begins with the knowledge of the student by developing their capacity to assess the process of elaborating a mathematical model in its different applications and contexts (D'Ambrosio, 2000). This uses the reality and interests of the students, versus the traditional model of instruction, which makes use of external values and curriculum without context or meaning.

For example, Bassanezi (2002) has characterized this process as "ethno/modelling" (p. 208) and defines ethnomathematics as "the mathematics practiced and elaborated by different cultural groups and involves the mathematical practices that are present in diverse situations in the daily lives of members of these diverse groups" (p. 208). This interpretation is based on D'Ambrosio's (1990) trinomial: *Reality – Individual – Action* (Figure 1).

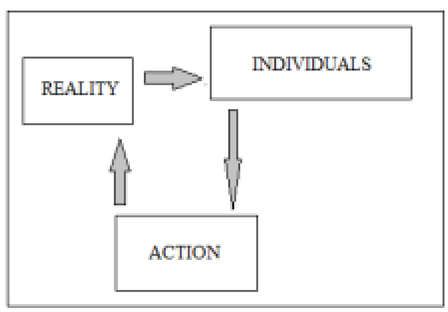


Figure 1: D'Ambrosio's trinomial

For example, D'Ambrosio (2006) affirmed that the "discourse above was about one individual. But there are many other individuals in varied contexts going through a similar

[2]According to D'Ambrosio (1990), mathema may be considered as the actions taken by people from distinct cultural groups to explain and understand the world around them. In other words, they have to manage and cope with their own reality in order to survive and transcend. Throughout the history of mankind, *technés (or tics)* of *mathema* have been developed in very different and diversified cultural environments, that is, in the diverse *ethnos.* Thus, in order to satisfy the drives towards survival and transcendence, human beings have developed and continue to develop, in every new experience and in diverse cultural environments, their own ethnomathematics.

process. For living individuals, the cycle is the same: ... → reality → individual → action → reality → individual → action → ...” (p. 5).

In this context, D’Ambrosio (2006) also states that the “individual agents permanently receive information and process it and perform an action. But although immersed in the same global reality, the mechanisms used to receive information of individual agents are different” (p. 5). In other words, it is crucial to highlight how individuals capture and process information in diverse ways and, consequently, their different actions. Thus, students learn to construct their own connections between both traditional and non-traditional learning settings, it becomes necessary to translate and/or interpret ethnomathematical knowledge into systemized mathematics.

Ethnomodelling

The etymology of the prefix *ethno* traces back to the Greek word *ethnos* relating to a *people*, a *nation* or a *cultural* group in the broadest sense. In the context of ethnomodelling, *ethno* does not refer to any specific race or people only, but also to interesting differences between cultural groups. These differences may include those based on racial oppression or nationality, but are mainly based on language, history, religion, customs, institutions, and on the subjective self-identification of a people. In so doing, *ethno* represents particularity and modelling universality and the combination of the specific and the universal leads to a mathematical activity that takes place within a culture.

The patron goddess of practical knowledge in ancient Greece was *Techné*, whose name forms the base for the words *technique* and *technology*. As well the Greek word for art is *techné* and the Greek word *tikein*, which means to create, is also derived from *techné*. Thus, *techné* is a form of practical knowledge that results in productive action. These mythic modes of knowledge are considered as practical knowledge that results in productive action.

This etymology reveals a deep connection between technology and the practices of living and creating. It represents relationships between humanity and the creation of all forms of technology, and how this might serve as a guide to scientists and educators to develop a moral and cultural standard for the teaching and learning mathematics. This is one of the most important purposes of ethnomodelling. Ethnomodelling binds contemporary views in ethnomathematics. It is an attempt at decolonizing previous ethnomathematics and related research by encouraging the voice of those once studies from the outside. It recognizes the need for a culturally-based view on modelling concepts and processes.

Studying the unique cultural differences in mathematics encourages the development of new perspectives on the scientific questioning methods. Research of culturally bound modelling ideas may address the problem of mathematics education in non-Western societies by bringing the local cultural aspects into mathematical teaching and learning processes (Eglash, 1999). This perspective is needed in mathematics education.

Therefore, ethnomodelling involves ways in which individuals or groups explain and draw on traditional or curricular mathematical ideas in the course of their problem-solving experiences. In so doing, it is important to not to idealize or label them as *correct* or *appropriate* ways of thinking, but rather to highlight the relationship between cultural groups and the deeply embedded mathematics in their daily activities (Rosa & Orey, 2010).

In this context, Rosa and Orey (2013) state that ethnomodelling is a “practical application of ethnomathematics which adds the cultural perspective and voice of the individual to modelling concepts” (p. 78). This cultural perspective broadens views of modeling because it recognizes it as a potential pedagogical bridge for students in their learning of mathematics (Bassanezi, 2002; D’Ambrosio, 2002). Hence, ethnomodelling brings an “inclusion of a diversity of ideas brought by students from other cultural groups can give confidence and dignity to students, while allowing them to see a variety of perspectives and provide a base for learning academic-Western mathematics” (Rosa & Orey, 2013, p. 78).

Ethnomodelling is a tool that responds to its surroundings and is culturally dependent (Bassanezi, 2002; D’Ambrosio, 2002; Rosa & Orey, 2006; Rosa & Orey, 2007). The goal of recognizing ethnomodelling is not to give mathematical ideas and practices of other cultures a Western stamp of approval, but to recognize that they are, and always have been just as valid in the development of mathematics and sciences.

Ethnomodelling studies the ideas of culturally different groups, whether technically advanced. It is necessary to understand how mathematical concepts are born, conceptualized, and adapted into the practices of a society (D’Ambrosio, 1993; Eglash, 1997; Huntington, 1993, Rosa & Orey, 2007). Ethnomodelling does not follow the linear modelling approach that is prevalent in modernity.

Previously, Bassanezi (2002) stated that the ethno/modelling process starts with the social context, reality, and interests of students and not by enforcing a set of external values and decontextualized activities without meaning for the students. This process is defined as the mathematics practiced and elaborated by different cultural groups, which involves the mathematical practices present in diverse situations in the daily lives of diverse group members.

For example, the introduction of the term *mathematization* by D’Ambrosio (1990) set the stage for emerging scholarship in ethnomodelling. This context allowed Rosa and Orey (2006) to state that “mathematization is a process in which individuals from different cultural groups come up with different mathematical tools that help them organize, analyze, comprehend, understand, and solve specific problems located in the context of their real-life situation” (Rosa & Orey 2013, p. 118).

This approach shows that people of different cultures have different views of relations between the nature of spirit and humankind, the individual and the group, the citizen and the state, as well as differing views on the relative importance of rights and responsibilities, liberty and authority, and equality and hierarchy. In addition to these categories, culture is expanded to include also how differing professional groups and age classes function (D’Ambrosio, 1985) as well as social classes and gender.

Culture is defined as the ideations[3], symbols, behaviors, values, knowledge and beliefs that are shared by a community (Banks & Banks, 1993). The essence of a culture is not its

[3]Ideation means to come up with a bright idea that may make a difference to society. A more innovative idea makes a bigger difference in society. Ideation involves both divergent thinking, starting with the known and moving outwards, and convergent thinking, starting with the known and moving inwards. In so doing, ideation is the process of generating innovative ideas and transforming them into valuable outcomes for the well-being of the members of all cultural groups.

artifacts, tools or other tangible cultural elements, but the way the members of the group interpret, use, and perceive them. An artifact may be used in different cultures in very different ways and for very different purposes. Mathematical ideas and practices are good examples of this fact.

Different cultures contribute to the development of mathematical concepts, ideas, and practices, and enrich them in the traditional fields of mathematics. As D'Ambrosio (1997) recognized, the ethnosciences, in this case ethnomathematics; means going back to basics which includes the goals of equity and dignity. Traditional Eurocentric conceptions of science have been imposed globally as the pattern of rational human behavior. Under the control of Western powers, the results of this globalization are far from being acceptable (D'Ambrosio, 1997). The study of ethnomodelling encourages the ethics of respect, solidarity and co-operation across cultures.

Final Considerations

This article outlines ongoing research related to cultural perspectives in mathematical modelling. Contemporary academic mathematics is predominantly Eurocentric and colonial in its spread across the globe. This Eurocentrism facilitates an ongoing divide that has hindered the mathematics coming from non-Western traditions. The motivation towards a cultural approach presents us with an assumption that makes use of cultural perspectives through ethnomathematics and uses mathematical modelling to bring local issues into global discussion, primarily using the voices and perspectives of those who do the math in the context under study.

The authors have suggested a mathematics education that is an active, participatory social product including a dialectic relationship between mathematics and society and is chiefly non-colonial in its approach. Moreover, when presented as a modern or westernized mathematics primarily dominated by the preferences of the West (European-North American), and or done by outsiders imposing their often-unintended bias, it is here that this Eurocentrism poses problems in mathematics education for non-Western cultures.

Ethnomodelling stands for mathematical ideas and practices, which have at its root culture. The immerging study of ethnomodelling is defined as the study of mathematical phenomena within a culture. Ethnomodelling differs from the traditional definition of modelling in that whereas the traditional view considers the foundations of mathematics education as constant and applicable everywhere. The study of ethnomodelling takes the position that mathematics education is a social construction and thus culturally bound, and seriously listens to the voice of those doing the mathematics.

In order to keep up with modern Western developmental models, other cultures have been forced to adapt or perish. Relying primarily on constructivist theories, the authors argue that universal theories of mathematics take different forms in different cultures, and that Western views on the abstract ideas of modelling are culturally bound. Ethnomodelling is considered a powerful tool used in the translation of a problem-situation of mathematical ideas and practices within a culture. These new-found ethnomathematical lenses lead to new findings in the development of an inclusive model of mathematics.

In an increasingly globalized world, educators must find ways in which we can consider accounting the cultural and philosophical background of a society. Ethnomodelling is just one way to do this. Different cultures have different perceptions of time and space, logic, problem solving methods, society, and values and translating this to our westernized paradigm of thinking is often difficult. Learning to listen to, and then come to a mutual understanding and appreciation of these differences enriches the curriculum and increases understanding between peoples.

The adoption of an ethnomodelling perspective in a mathematics curriculum recognizes the importance of and gives voice to local cultures in the development of mathematics. This pedagogical aspect produces student-researchers who are active participants in their own mathematics education as they learn that they themselves can contribute to the development of mathematics.

References and bibliographies

Banks, J. A. (1993). Multicultural education: characteristics and goals. In: Banks, J. A., & Banks, C. A. M. (Eds.). *Multicultural education*: issues and perspectives (pp: 3-28). Boston, MA: Allyn & Bacon.

Barbosa, J. C. (1997). O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? [What do teachers think on mathematical modelling?]. *Zetetiké*, *7*(11), 67-85.

Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática* [Teaching and learning with mathematical modelling]. São Paulo, Brasil: Editora Contexto.

Bernardo, M. A., & Morris, J. D. (1994). Transfer effects of a high school computer-programming course on mathematical modelling, procedural. *Journal of Research on Computing in Education*, *26*(4), 523-537.

Biembengut, M. S. (2000). Modelagem & etnomatemática: Pontos (in)comuns [Modelling & ethnomathematics: (Un)common points]. In. Domite, M. C. (Ed.). *Anais do Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática – CBEm-1* (pp. 132-141). São Paulo, Brasil: FE-USP.

Biembengut, M. S., & Hein, Nelson (2000). *Modelagem matemática no ensino* [Teaching mathematical modelling]. São Paulo, Brasil: Editora Contexto.

Cross, M., & Moscardini, A. O. (1985). *Learning the art of mathematical modelling*. West Sussex, England: Ellis Horwood Limited.

D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, *5*(1), 44-48.

D'Ambrosio, U. (1990). *Etnomatemática* [Ethnomathematics]. São Paulo, Brasil: Editora Ática.

D'Ambrosio, U (1993*). Etnomatemática*: um programa [Ethomathematics: a program]. *A Educação Matemática em Revista*, *1*(1), 5-11.

D'Ambrosio, U. (1997). Foreword. In: Powell, A. B., & Frankenstein, M. (Eds.). Ethnomathematics: *challenging Eurocentrism in mathematics education* (pp. xv-xxi). New York, NY: State University of New York Press.

D'Ambrosio, U. (1998). Introduction: ethnomathematics and its first international congress. *ZDM*, 31(2), 50-53.

D'Ambrosio, U. (2000). Etnomatemática e modelagem [Ethnomathematics and modelling]. In. Domite, M. C. (Ed.). *Anais do Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática – CBEm-1* (pp. 142). São Paulo: FE-USP.

D'Ambrosio, U. (2002). Prefácio [Forward]. In Bassanezi, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática* (pp. 8-9) [Teaching and learning with mathematical modelling]. São Paulo, Brasil: Editora Contexto.

D'Ambrosio, U. (2006). The program ethnomathematics: A theoretical basis of the dynamics of intracultural encounters. *The Journal of Mathematics and Culture*, *1*(1), 1-7.

Eglash, R. (1997). When math worlds collide: Intention and invention in ethnomathematics. *Science, Technology & Human Values*, *22*(1), 79-97.

Eglash, R. (1999). *African fractals*: modern computing and indigenous design. New Brunswick, NJ: Rutgers University Press.

Ferreira, E. S. (2004). Os índios Waimiri-Atroari e a etnomatemática [The indigenous people Waimiri-Atroari and ethnomathematics]. In Knijnik, G.; Wanderer, F., Oliveira. C. J. (Eds.). *Etnomatemática*: currículo e formação de professores (pp. 70-88) [Ethnomathematics: curriculum and teacher's education]. Santa Cruz do Sul, RS: EDUNISC.

Hodgson, T., & Harpster, D. (1997). Looking back in mathematical modelling: classroom observations and instructional strategies. *School Science & Mathematics*, *97*(5), 260-267.

Huntington, S. P. (1993). The clash of civilizations? *Foreign Affairs*, *72*(3), 22-49.

Orey, D. C. (2000). The ethnomathematics of the Sioux tipi and cone. In Selin, H. (Ed.). *Mathematics across culture*: the history of non-western mathematics (pp. 239-252). Dordrecht, The Netherlands: Kulwer Academic Publishers.

Orey, D. C., & Rosa, M. (2007). POP: a study of the ethnomathematics of globalization using the sacred Mayan mat pattern. In Atweb, B.; Barton, A. C.; Borba, M. C.; Gough, N.; Keitel, C.; Vistro-Yu, C.; Vithal, R. (Eds.). *Internacionalisation and globalisation in mathematics and science education* (pp. 227-235). Dordrecht, Netherlands: Springer.

Powell, A. B. & Frankenstein, M. (1997). Introduction. In Powell, A. B., & Frankenstein, M. (Eds.). *Ethnomathematics*: challenging Eurocentrism in mathematics education (pp. 1-4). New York, NY: State University of New York Press.

Rios, D. P. (2000). Primero etnogeometría para seguir con etnomatemática [First ethnogeometry to follow with ethnomathematics]. In. Domite, M. C. (Ed.). *Anais do Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática – CBEm-1* (pp. 367-375). São Paulo, Brasil: FE-USP.

Rosa, M. (2000). *From reality to mathematical modelling*: a proposal for using ethnomathematical knowledge. Master thesis, California State University, Sacramento. Publication No. R7880 2000. Sacramento, CA: CSUS.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2003). Vinho e queijo: etnomatemática e modelagem! [Wine and cheese: Ethnomathematics and modelling!]. *BOLEMA*, *16*(20), 1-16.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2006). Abordagens atuais do programa etnomatemática: delinenando-se um caminho para a ação pedagógica [Current approaches in the ethnomathematics as a program: delineating a path toward pedagogical action]. *BOLEMA*, *19*(26), 19-48, 2006.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2007). Cultural assertions and challenges towards pedagogical action of an ethnomathematics *program. For the Learning of Mathematics*, *27*(1), 10-16.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2010). Ethnomodeling: An ethnomathematical holistic tool. *Academic Exchange Quarterly*, *14*(3), 191-195.

Rosa, M., & Clark, D. (2013). Ethnomodelling as a methodology for ethnomathematics. In G. A. Stillman, K. Gabriele, W. Blum, & J. P. Brown (Eds.). *Teaching mathematical modelling*: connecting to research and practice (pp. 77-88). Dordrecht, The Netherlands: Springer.

XV CIAEM
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference on Mathematics Education
Medellín - Colombia
5 - 10 mayo/maio/may 2019
Universidad de Medellín
Universidad de Antioquia

O Aluno cego e os registros de representações matemáticas

Elisabete Marcon **Mello**
Universidade Federal do ABC - UFABC
Brasil
elisabete.marcon@ufabc.edu.br

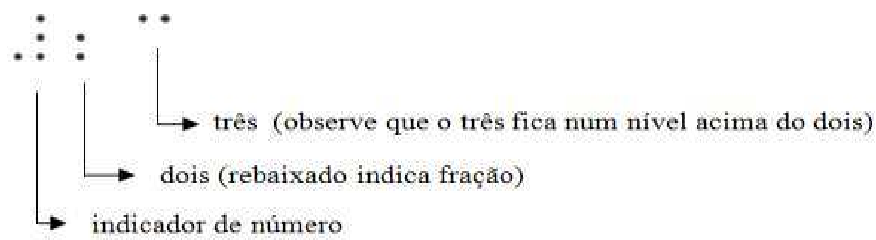
A educação inclusiva requer mudanças na prática do professor, e essa prática é fundamental quando se trabalha com alunos com deficiência visual. Duval (1999) afirma que o uso dos sistemas de representação semiótica para o pensamento matemático é essencial porque, ao contrário dos outros campos do conhecimento, não há nenhuma outra maneira de se ter acesso aos objetos matemáticos a não ser por meio de algumas representações semióticas. Um indivíduo cego acessa as representações semióticas por meio do tato e não da visão. Quando temos acesso à representação semiótica pela visão, temos uma imagem de referência que guiará a criação de nossa imagem mental. Quando o acesso é pelo tato, e o indivíduo é cego, não se tem essa imagem de referência. Nos livros infantis escritos em Braille, podemos observar ilustrações em relevo, às vezes com texturas, que não são reconhecidas pelo cego, pois elas são criadas a partir de uma imagem visual que não é conhecida por ele. Isso acontece também com as representações, em relevo, de sólidos geométricos em perspectiva nos livros de matemática em braile, pois o cego faz o reconhecimento pelo tato, ele observa os contornos da figura, e os contornos de uma figura desenhada no papel não correspondem aos contornos do objeto conhecido por ele.

Duval (1995) nos fala da importância das representações para o conhecimento, mas, para o cego as representações têm uma importância ainda maior, pois, sem elas ele não teria acesso a grande parte do mundo que o rodeia e no qual ele está inserido. Por exemplo, criamos a representação de um leão pela imagem que vemos ao olhar para um leão, uma pessoa cega precisará de um modelo de um leão, pra que possa criar uma representação de um leão. Portanto, em muitas situações, entre a representação mental criada por ele e o objeto real haverá um intermediário que é a representação criada por outra pessoa. Da qualidade dessa representação intermediária dependerá a qualidade da representação mental que ele criará.

Na matemática, o uso das representações por alunos cegos requer um cuidado especial. O aluno cego usa um sistema de escrita próprio, diferente do utilizado pelos alunos que enxergam, e isso deve ser considerado em uma sala de aula inclusiva em que haja alunos cegos.

Tomemos por exemplo o ensino das frações. A representação de uma fração requer muita atenção ao ser transcrita para o Sistema Braille. Na escrita a tinta, a representação de uma fração é $\frac{a}{b}$, onde o “a” é o numerador e o “b” é o denominador. É comum os professores dizerem: “o número de cima é o numerador e o de baixo é o denominador”. Mas a representação em Braille não é assim. No Braille há várias formas de representar uma fração, na maioria delas os números estão no mesmo nível, e na representação em que os números estão em níveis diferentes, o número que fica rebaixado é o numerador e o que fica acima é o denominador. Portanto essa fala do professor pode causar um problema para o aluno cego, dificultando sua aprendizagem.

Observe como a fração $\frac{2}{3}$ é escrita em Braille:



Assim como com as frações precisamos ter o cuidado de identificar claramente qual é o numerador e qual o denominador, nas equações exponenciais precisamos deixar claro qual é a base e qual é o expoente da potência. Por exemplo, na equação $5^{x+3} = 25$, quando ditamos "cinco elevado a x mais três igual a vinte e cinco", o aluno cego pode escrever a equação $5^{x} + 3 = 25$, que é bem diferente da equação inicial. Para evitar esse problema, quando há alunos cegos na sala de aula, podemos escrever o expoente entre parênteses $5^{(x+3)}= 25$ e nos certificar que quem está ditando cite a existência dos parênteses, ou ainda, pedir para o aluno cego ler o que escreveu discriminando quem é a base e quem é o expoente da equação, pois, se houver erros o professor poderá identificá-los e corrigi-los. A comunicação entre professor e aluno cego é primordial para seu aprendizado.

Quando o assunto é logaritmo, podemos constatar outro problema. Quando escrevemos "$\mathbf{\log_3 9}$" lemos: "logaritmo de 9 na base 3". Em Braille o aluno escreve a palavra log, depois a base e depois o logaritmando, portanto se ditarmos dessa forma: "log de 9 na base 3", o aluno vai ouvir numa ordem e terá que escrever em outra: "log 3 9". Assim a chance do aluno escrever "log 9 3" (logaritmo de três na base nove) será grande, gerando um erro. O ideal é que o professor dite: "log na base 3 de 9

Ressaltamos que, mesmo sem entender o Braille, é importante que o professor conheça as características da escrita em Braille, para poder contornar esses problemas de comunicação e evitar problemas de aprendizagem, pois abordamos alguns exemplos, mas isso pode se repetir com vários outros conteúdos matemáticos.

Referencias e bibliografia

DUVAL R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.

DUVAL R. (1999). Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. *Basic issues for Learning*, 3-25.

MELLO, Elisabete M. (2015). *A visualização de objetos geométricos por alunos cegos*: um estudo sob a ótica de Duval. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

O diálogo com estudantes dv's como instrumento formativo para um ensino de matemática inclusivo

Fábio Alexandre **Borges**
Universidade Estadual do Paraná
Brasil
fabioborges.mga@hotmail.com
Tiago **Pereira**
Universidade Estadual do Paraná
Brasil
tiago025pereira@hotmail.com

Resumo

Discutimos aqui alguns aspectos apresentados por estudantes deficientes visuais (dv's) quanto às suas respectivas escolarizações inclusivas, enfocando a disciplina de Matemática. Foram entrevistados quatro sujeitos, atuais acadêmicos no Ensino Superior, por meio de entrevistas semiestruturadas, gravadas em áudio e transcritas na íntegra. Na análise, empregamos os pressupostos da Análise de conteúdo e, para expormos nossos resultados, utilizamos categorias elencadas por meio das convergências existentes nas falas dos entrevistados. As categorias identificadas foram: a diferenciação docente de conteúdos e atividades escolares entre estudantes dv's e videntes; o desconhecimento docente das necessidades educativas do aluno dv; negligências/omissões docentes no ensino de estudantes dv's inclusos quanto aos seus aprendizados; tentativas isoladas de apoio docente como reflexo da falta de um trabalho coletivo escolar mais amplo.

Palavras-chave: Deficiência Visual. Matemática inclusiva. Narrativas de estudantes.

Educação Inclusiva: alguns pressupostos

No decorrer da história, muitos foram os debates e lutas na busca de uma educação escolar que fosse realmente para todos. Esse "todos" modificou-se em decorrência do contexto social e histórico das diferentes épocas, passando a considerar negros, pobres, moradores do campo, indígenas, pessoas com deficiências etc., conforme cada momento histórico, sempre dependendo de um tensionamento causado, em muitos casos, pelos próprios indivíduos e/ou pessoas com algum vínculo, como os familiares.

Após embates travados historicamente, em contraposição à característica antidemocrática que marcou o ambiente escolar brasileiro, surge em meio a diversas críticas um modelo escolar que compartilha de ideais que almejam uma sociedade cada vez mais igualitária e menos excludente, o modelo educacional inclusivo. A década de 90 foi o período em que se instauraram as principais discussões, em nível mundial, a respeito desse novo modelo de atendimento escolar. Esse é oriundo de radicais mudanças na maneira de organizar a educação especial e tem sua base situada na Declaração Universal dos Direitos Humanos. A inclusão evolui de um modelo educacional, postulado anteriormente, o modelo de integração. Nesse, já é transferida da escola especial para o ensino regular a responsabilidade em educar alunos com deficiências, entretanto, não havia um movimento no sentido de adequar os espaços escolares para esses novos alunos. Já em um modelo inclusivo, busca-se atender, além dos sujeitos com alguma deficiência, todos aqueles discentes que apresentam atrasos ou problemas de aprendizagem durante sua escolarização, alunos com altas habilidades, aprendizes com transtornos globais de desenvolvimento etc. Trata-se de uma mudança de paradigma no ambiente escolar se pensarmos que devemos retirar o foco do sujeito, o "deficiente", e passá-lo para o ambiente que o receberá.

Atender a esse número maior de alunos é um desafio para o qual poucas escolas assumem-se aptas, visto que, fornecer um atendimento satisfatório nesses casos, implica na disposição de profissionais preparados para atender esses alunos, conhecimento de materiais de apoio, infraestrutura adequada e demais condições que favoreçam uma participação ativa desses sujeitos em todas as atividades realizadas, para que assim possam ser realmente inclusos no ambiente escolar e não apenas inseridos.

Ainda que já tenhamos legislações que garantam a inclusão de sujeitos de grupos minoritários, a realidade mostra ainda professores inseguros em como abordar determinados conteúdos com alunos dv's, desinstrumentalizados de metodologias e materiais para utilizar em sala e alguns até mesmo negligentes às necessidades específicas desses alunos, que consideram a falta da visão um empecilho instransponível para o desenvolvimento matemático. Essa situação agrava-se ainda mais se levado em consideração o fato pontuado por Borges e Nogueira (2018, p. 40), que afirmam que "a educação brasileira tem impelido os professores que já estão atuando a buscar por conhecimentos sobre como agir pedagogicamente com estudantes cegos, surdos, cadeirantes, com altas habilidades, transtornos globais etc.".

Sabemos que há diversos documentos em favor de uma educação de qualidade para todos, mas esperar que apenas esses documentos resultem em ações efetivas de inclusão é de certa forma ingênuo. Um passo importante para assegurar o direito desses partícipes é dialogar com outros dv's que já vivenciaram situações semelhantes e sabem de suas reais necessidades em se tratando do seu processo de escolarização. Eles podem auxiliar-nos em relação às adaptações necessárias e/ou suficientes ao seu aprendizado, potencializando práticas de ensino e ajudando a garantir cada vez mais uma inclusão educacional adequada, ou seja, que focalize as questões do ensino e da aprendizagem, e não apenas o respeito à legislação.

Uma das possibilidades de se contribuir com o processo de inclusão de alunos dv's e conhecer elementos necessários no processo formativo desses sujeitos é por meio de investigações que partam das experiências de outros dv's que já passaram por essa escolarização inicial como alunos inclusos. Eles podem relatar-nos quais foram suas principais dificuldades, quais caminhos apontam para superá-las, que meios são capazes de potencializar os processos de ensino e aprendizagem e pelo que ansiavam enquanto alunos inclusos em redes regulares de ensino, dentre outras ponderações que considerem importantes.

O diálogo deve ser ampliado como ferramenta metodológica na organização da escola, especialmente a inclusiva, envolvendo os mais diversos atores, incluindo os estudantes. Buscamos, assim, fortalecer as ideias defendidas por Marcone (2018) em prol da abertura de espaços para que as pessoas com deficiência adentrem e participem da construção de uma educação que os receba – mas nunca fale em nome deles – uma educação que aprenda a ouvir e a viver a complexidade das diferenças.

Quando nos propomos a discutir o ensino de matemática para alunos dv's, por meio do relato dos próprios sujeitos a quem se destinam as adaptações, estamos refletindo não somente o ensino de matemática para dv's, mas para todos os alunos, visto que, tanto discentes dv's como videntes comungam de obstáculos que são recorrentes à matemática e que não se manifestam apenas em um grupo. Desse modo, investigar maneiras de propor práticas inclusivas que abarquem as necessidades individuais do discente dv, mas que, ao mesmo tempo, estendam-se também para todos os alunos, torna-se necessário, afinal, acreditamos que incluir esse aluno é sinônimo de disponibilizar a participação no debate acerca dos mesmos conhecimentos. Além disso, entendemos que essa atitude desenvolva em todos os alunos o respeito e a solidariedade em relação aos seus colegas com maiores dificuldades.

Ainda no que diz respeito ao ensino de Matemática, entendemos que a Educação Matemática Inclusiva favorece um movimento de tensão nos projetos formativos ao exigir reflexões acerca de vários aspectos, dentre eles: Que materiais didáticos são mais adequados para a maioria dos sujeitos? Que matemática(s) precisa(m) ser veiculada(s) atualmente? Quem são nossos estudantes? Qual o papel da linguagem no ensino de Matemática? Que tipos de representações matemáticas são mais adequadas para os diferentes sujeitos? Em que medida nossas avaliações de aprendizagem estão em acordo com os pressupostos inclusivos?

Procedimentos metodológicos

Apresentamos aqui uma pesquisa realizada com quatro sujeitos dv's, escolarizados em ambientes inclusivos, buscando discutir alguns dos aspectos levantados por esses estudantes acerca de suas escolarizações e os processos ensino e aprendizagem, especialmente na disciplina de Matemática. Os quatro alunos entrevistados frequentaram todo seu Ensino Fundamental e Ensino Médio na condição de discentes inclusos em redes regulares de ensino. USA é do gênero feminino, tinha 24 anos, cursava Letras Português-Inglês e é cega. USB é do gênero masculino, tinha 22 anos, cursava Ciências da Computação e é cego. USC é do gênero masculino, tinha 20 anos, também cursava Ciências da Computação e apresentava baixa visão, com perda degenerativa. USD é do gênero feminino, tinha 39 anos, cursava Letras Português e é cega.

Para a coleta dos dados, elaboramos um roteiro de entrevista semiestruturado constituído por oito (08) questões. Essas indagações versavam a respeito das concepções dos sujeitos, seu processo de escolarização, questões relacionadas à inclusão, dificuldades no aprendizado, especialmente com a disciplina de matemática etc. As entrevistas foram gravadas em áudio e transcritas na íntegra. Após a coleta de dados, utilizamos da Análise de Conteúdo de Moraes (1999) para o tratamento dos dados. Após as leituras das entrevistas, realizamos o processo de unitarização (Moraes, 1999), que implica dividir as transcrições em unidades de significado, que são fragmentos das falas dos entrevistados, dos quais se pretende perceber sentidos menores, implícitos no discurso dos sujeitos.

Feito o estabelecimento das unidades de significado, iniciamos a determinação das categorias, definidas por Moraes (1999) como o momento de comparações constantes entre as unidades de significado, possibilitando o agrupamento das unidades que apresentam teor semelhante. Na sequência, trazemos a análise de apenas 3 (três) das 4 (quatro) categorias, considerando o espaço limitado para o presente texto.

Análise das categorias

a) A diferenciação docente de conteúdos e atividades escolares entre estudantes dv's e videntes

Nas narrativas por nós observadas, notamos uma diferenciação de conteúdos feita de modo prejudicial à escolarização do dv, isto é, trabalham-se conteúdos e atividades diferentes entre esses grupos de alunos, de modo que as abordadas com esses estudantes são de nível inadequado às séries escolares em que estão matriculados, o que não ocorre com os aprendizes videntes das mesmas turmas.

De nossas análises e leituras, destacamos dois principais obstáculos que levam à diferenciação de conteúdos e tarefas escolares entre dv's e videntes: as barreiras atitudinais e as barreiras pedagógicas . As barreiras atitudinais referem-se aos pré-conceitos que os docentes apresentam sobre a deficiência visual e o discente dv, muitas vezes já limitando o que o aluno pode ou não aprender, antes mesmo de ter um contato com o aprendiz. Essa barreira está fortemente presente no discurso do sujeito A, que, durante seu processo de escolarização, vivenciou conteúdos que foram passados aos demais e a ela não. "USA.21 - eles só davam continha de menos e de mais." e "USA.32 - geometria os outros tiveram e eu não tive". Também com os sujeitos B e C notamos situações semelhantes: "USB.17 - já tive caso de professores [...] que não aceitavam [...] que eu permanecesse em laboratório" e "USC. 37 - exercícios do tipo, esboce o gráfico [...], a adaptação que eles faziam era de eu não fazer essa questão".

É comum a nós, seres humanos, diante da presença de uma determinada deficiência, enfocarmos mais as impossibilidades em detrimento das possibilidades, entretanto, as impossibilidades não se apresentam como material de reflexão acerca do que nós podemos fazer para melhorar a qualidade de ensino desses estudantes, sendo que apenas as possibilidades nos delinearão caminhos possíveis. Focalizando especificamente a deficiência visual, Costa, Neves e Barone (2006) apontam que a incompreensão do impacto dessa patologia acerca do educando faz com que a escola desconsidere seu próprio referencial perceptual no ato da educação (Costa, Neves & Barone, 2006, p.151).

Existem outros diversos fatores que também contribuem para a manutenção desse quadro de diferenciação de conteúdos, como o despreparo docente, a falta de comunicação entre educador especial e professor da sala comum, a carência de materiais manipuláveis disponíveis nas escolas, o desconhecimento de tecnologias assistivas por parte dos docentes etc. E a esses fatores, denominamos barreiras pedagógicas. O despreparo dos professores é um aspecto recorrente na fala dos entrevistados e a manutenção desse quadro se deve em parte à formação docente que não contemplou discussões que abarcassem essa temática. Nas palavras do sujeito B: "USB.73 - os professores não estão preparados", "USB.90 - Não recebi apoio da questão tecnológica de ninguém". Mello (2013) destaca a necessidade urgente de se discutir o que deve ser abordado nos cursos de formação de professores, para que os novos profissionais, ao se depararem com alunos dv's em suas turmas, saibam como agir e não se guiem apenas pela intuição, criando situações de tentativa e erro que podem prejudicar os alunos.

Ainda focalizando possíveis fatores que levam à diferenciação de conteúdos, temos a falta de comunicação entre o professor da sala de aula regular e o educador especial como um possível empecilho. Carlos, Vilaronga e Tonon (2012) relatam acerca da dificuldade de se trabalhar em equipe, o que exige mudanças na cultura da escola e o entendimento de que os alunos, principalmente os que têm necessidades educacionais especiais, não são "meus" ou "seus", mas alunos da escola; assim, as adaptações devem ser pensadas em conjunto. Em consonância com os autores, acreditamos que o trabalho colaborativo entre professor do ensino regular e educador especial tende a potencializar os processos de ensino e aprendizagem, visto que, partindo do pressuposto que um possui formação específica para a Matemática e outro para as necessidades especiais do aluno, o contato entre ambos pode fornecer adaptações curriculares pertinentes ao ensino e facilitar também o processo de avaliação da aprendizagem.

b) O desconhecimento docente das necessidades educativas do aluno dv

Apresentaremos aqui três pontos de desconhecimento que são relatados pelos entrevistados. O primeiro ponto abarca o desconhecimento de que escolhas por atividades com apelo visual tendem a potencializar as dificuldades de exploração e compreensão de determinados conceitos por alunos dv's. Tarefas estritamente visuais, que trabalham principalmente com a linguagem figural e a interpretação de desenhos e esquemas, são bastante difíceis para os discentes cegos, como aponta o sujeito B: "USB.81 – [...] só que ai o professor vai lá e quer fazer o mesmo desenho que ele fez para todo mundo ali, cara eu não aprendi a interpretar desenho". Ressalta-se aqui que não há, do ponto de vista cognitivo, diferenças entre o estudante dv e o vidente. O que existe é uma diferença no meio pelo qual o estudante irá apreender as informações.

As implicações da docência demandam uma figura polivalente frente à tarefa de atuar nos processos de ensino e aprendizagem nas salas de aula, buscando práticas que tornem menos explícitas as deficiências do aluno com necessidades educacionais específicas e propiciem situações de aprendizado, não "deficientizando" esse sujeito. Em outras palavras, se há um aluno dv em uma sala de aula inclusiva, a adoção somente de atividades com exploração visual tende a explicitar as dificuldades desse discente e aumentar a distância entre a possibilidade de aprendizado desse em relação aos demais sujeitos que apreendem pelo visual.

Um recurso necessário para driblar as dificuldades advindas da ausência da visão são os materiais manipuláveis, sendo que o desconhecimento desses materiais e de sua necessidade no ensino de matemática para dv's caracterizam o segundo ponto identificado. Sujeitos cegos congênitos, por exemplo, dependem de materiais manipuláveis para a exploração e a visualização, visto que esses não possuem memória visual, por isso a formação da imagem mental se dá principalmente pelo sistema háptico (Miranda & Baraldi, 2018, p. 97).

Gostaríamos de destacar a importância dos materiais manipuláveis na escolarização de todos os estudantes, independentemente da acuidade visual que possuam. Em geral, esses materiais possibilitam o tocar, sentir, manipular, testar e movimentar, que tendem a ajudar na compreensão de conceitos, ideias e propriedades, amenizando o enfoque no caráter de abstração matemática. Sarmento (2010) pontua algumas das vantagens para a aprendizagem que os materiais manipuláveis propiciam, tais como: motivação à investigação, que é atribuída ao aspecto lúdico; desenvolvimento da percepção dos alunos por meio das interações realizadas com colegas e com professor; contribuição com a descoberta e redescoberta das relações matemáticas subjacentes em cada material etc.

Os sujeitos entrevistados corroboram a importância que tiveram esses materiais em sua escolarização e fazem apontamentos indicando a necessidade do uso mais frequente desses:

"USB.43 - algumas partes da matemática, é praticamente impossível navegar sem algum tipo de adaptação, eu puxaria a geometria por exemplo", "USC. 45 - nas disciplinas de geometria, por mais que o professor descrevesse [...], ficava muito a cargo da minha própria abstração" e "USD. 31 - os laboratórios não tinham nada [...] em alto relevo para a gente poder perceber".

O terceiro ponto engloba dois fatores interligados: o desconhecimento docente das diferenças entre a escrita braile e a escrita a tinta e o despreparo dos professores para fornecer aos alunos dv's meios de registrar as simbologias e cálculos matemáticos. As diferenças entre a escrita a tinta e a escrita braile são retratadas pelo sujeito D como um possível meio que influía na dificuldade de relação dela com os demais alunos: "USD. 17 - o jeito do pessoal escrever a tinta [...] é outro". Essas diferenças na escrita são estudadas por Mello (2013) e, segunda ela, refletem na criação de obstáculos didáticos alimentados por docentes que compartilham de diversos jargões válidos na escrita a tinta, mas que, quando transpostos para o braile, tornam-se errôneos . Acreditamos que o diálogo entre professor e aluno é uma possibilidade de amenizar os problemas causados pelas diferenças entre as escritas. Tendo em vista que a ampla maioria dos professores de matemática do ensino regular não tem o domínio do braile, é necessário que o discente seja sempre estimulado a falar sobre sua resolução e resposta para que o professor consiga acompanhar as ideias do aluno em sala, favorecendo também a participação desse nas atividades escolares e o estimulando no desenvolvimento de sua autonomia.

O despreparo dos professores para fornecer aos alunos dv's meios de registrar as simbologias e cálculos matemáticos é outro desconhecimento elencado nessa categoria. Acontecem casos de alunos que estão inclusos em redes regulares de ensino, mas que não realizam nenhum registro durante as aulas, apenas encontram-se ali inseridos. Miranda e Baraldi (2018) retratam o caso de um aluno cego, matriculado na oitava série do Ensino Fundamental em 2016, que não realizava quaisquer tipos de registros durantes as aulas de matemática, atuando apenas como espectador.

Desconhecimentos semelhantes são retratados pelos sujeitos B e C. Ambos vivenciaram situações em que seus professores não conheciam meios de realizar os registros matemáticos, apelando para o recurso Equation Editor do Software Microsoft Word que apresenta diversas limitações, tais como uma gama limitada de registros, incompatibilidade com sistemas de leitura de voz etc. Ao iniciarem o Ensino Superior, cursando Ciências da Computação, foram apresentados ao programa de diagramação LaTex que, segundo eles, é um meio eficiente e ágil para se registrar textos matemáticos e que permite uma interação com o Dosvox na leitura dos registros. Nas palavras do sujeito C: "USC. 69 - bom, se eu soubesse da existência do LaTeX no meu Ensino Médio teria sido muito mais fácil. Há que se ponderar que, por se tratarem de estudantes de cursos superiores em tecnologias, a facilidade com o uso do LaTeX é maior do que com relação a estudantes da Educação Básica.

c) Tentativas isoladas de apoio docente como reflexo da falta de um trabalho coletivo escolar mais amplo

Esta última categoria reúne situações que versam acerca de condutas diferenciadas e positivas, por parte dos professores, em prol do aprendizado dos alunos dv's. Essas ações reúnem flexibilizações nas formas de ensinar e avaliar os alunos, conhecimentos de tecnologias assistivas para auxiliar os discentes e, especialmente, o ato de se mostrar disposto a dialogar com o estudante, conhecendo a melhor maneira que cada um aprende. Atitudes assim, ainda não são a norma, mas a exceção, partindo de professores que destinam um olhar cuidadoso para as diversidades dos alunos e tornando-os figuras de referência positiva para os entrevistados.

Destacamos uma fala do sujeito B sobre uma professora do Ensino Superior, que acolheu a sugestão dada por ele e permitiu à sua turma utilizar em uma avaliação um algoritmo computacional para o cálculo de matrizes, mostrando-se preocupada com a compreensão do conceito e não apenas com a resolução, a qual implica em um processo repetitivo e especialmente difícil para o sujeito cego. Nas palavras do sujeito: "USB.55: seria muito mais fácil se tivesse um programa para calcular (multiplicação entre matrizes) [...], ela respondeu: "se você fizer eu deixo você usar". Além dessa situação, reconhecemos as atitudes da professora de biologia da entrevista do Sujeito A, que dedica-se ao aprendizado de sua aluna, destinando tempo extra para auxiliá-la em contraturno: "USA.15 – ela tirava horas que ela estava sozinha, para tirar eu da sala para conversar, ver no que eu tinha dúvida, então ela foi a que mais me ajudou sabe", "USA.41 - eu ia lá (laboratório de biologia) e a professora dava os objetos na minha mão".

Quando enfocamos as falas do sujeito C, retoma-se a questão do programa de diagramação LaTeX. Segundo ele, o conhecimento docente dessa tecnologia propiciou uma forma mais eficaz dele realizar os registros matemáticos, se comparado ao Equation Editor do Microsoft Word: "USC.76 – ele (professor de cálculo I) foi me ajudando, passou uns documentos de exemplo, aí eu fui pesquisando, tanto que a minha primeira prova [...], eu já fiz no LaTeX". Vemos a importância de se conhecer tais tecnologias, mas, mais importante que isso, mostrar-se disposto a buscá-las frente às necessidades dos alunos, compondo aos poucos um conjunto de recursos pluralísticos, teorias pedagógicas e técnicas didáticas, pois, assim, o professor tem a oportunidade de oferecer a metodologia mais adequada ao aluno.

Fabrício, Souza e Gomes (2007), ao discutirem um possível perfil do professor inclusivo, destacam a figura de um "eterno aprendiz" que busca se informar sobre as diversas áreas de atividades humanas, possibilitando maiores chances de articulação entre essas áreas e, concomitantemente, uma constante revisão interna do próprio conhecimento. Desse modo, teremos professores sempre mais dispostos a ouvir, entender e desenvolver as informações trazidas pelo aluno, ainda que sejam desconhecidas pelo docente. Tal perfil faz com que o professor saia de uma postura tradicional, marcada por elementos de autoritarismo em que o aluno é expectador das aulas, passando para um novo perfil que se ajusta melhor às diversidades humanas. Nesse perfil, destacamos alguns fazeres docentes que, acreditamos, enriquecem ainda mais as práticas do professor inclusivo, que são: cuidadoso olhar para as avaliações dos alunos; compartilhar com seus pares suas experiências, estando disposto à troca e construção de novas práticas; mostrar-se humilde e consciente de que há muito ainda que se aprender; despir-se de algumas crenças, valores, concepções e pré-conceitos que imperam em suas práticas e os tornam "cegos" mediante o real aluno presente em sala; saber lidar com frustrações para casos em que expectativas pessoais não são atendidas etc.

À guisa de conclusão

As categorias por nós levantadas em geral versam a respeito da incompreensão pelos docentes tanto da deficiência visual quanto do estudante dv, influenciando nos posicionamentos assumidos pelos professores em sala de aula. Sendo assim, trazemos um enfoque pautado no professor, que, como dito, possui um papel fundamental como agente no processo de inclusão escolar. Gostaríamos de pontuar que, apesar de nossas discussões em muitos momentos terem problematizado acerca do despreparo desse profissional, enfatizando sua responsabilidade social, a ele não deve ser atribuída a culpa pelo insucesso escolar. A comunidade escolar e as universidades devem discutir mais o assunto e promover mais ações de formação e conscientização dos profissionais e alunos com vistas às atitudes mais inclusivas.

A descaracterização do sujeito real presente em sala, tomada por estereótipos e representações sociais que estruturam uma imagem concebida a deficientes visuais, é um dos empecilhos que mais nos chamam atenção nessa categorização. Acreditamos que essas convenções sociais (im)postas devem ser desconstruídas, visto que essas trazem consigo uma herança discriminatória que muitas vezes não dá chance para reflexão e informação, pois, foram arquitetadas e reforçadas em pilares históricos, religiosos e, principalmente, supersticiosos.

A inclusão não deve ser encarada como uma mera inserção do aluno em uma sala de aula regular ou tampouco buscando técnicas e práticas para ele alcançar um padrão estabelecido. A Inclusão escolar, a nosso ver, busca o respeito às características e singularidades desse aprendiz, considerando-as nas tarefas realizadas no meio em que o aluno está incluso, assim como se espera dos sujeitos ditos "normais". Concluímos ressaltando nossa crença em trabalhos que investigam as experiências de ex-alunos dv's, ex-alunos surdos, ex-alunos com transtornos globais de desenvolvimento, enfim, todos aqueles que se propõem a dar voz a esses sujeitos e a discutir com eles – e não por eles - as adaptações a serem pensadas, indicando possíveis caminhos rumo à inclusão de todos os alunos em uma educação de qualidade.

Referências

BORGES, F. A.; NOGUEIRA, C. M. I. (2018). Saberes docentes e o ensino de matemática para surdos: desencadeando discussões. In: Rosa, F. M. C.; BARALDI, I. M. *Educação Matemática Inclusiva*: estudos e percepções. Campinas, SP: Mercado das letras, cap. 2, p.37-62.

CARLOS, D. L.; TONON, S.; VILARONGA, C. A. R. (2012). Adaptações para o aluno com NEE: colaboração entre especialista e professores da sala comum In: Congresso Brasileiro de Educação Especial, V., 2012, Universidade Federal de São Carlos. *Anais eletrônicos...* São Carlos: UFSCar. p. 2233-2245.

COSTA, L. G.; NEVES, M. C. D.; BARONE, D. A. C. (2006). O ensino de física para deficientes visuais a partir de uma perspectiva fenomenológica. *Revista Ciência & Educação*, v. 12, n. 2, p. 143-153.

FABRÍCIO, N. M. C.; SOUZA, V. C. B.; GOMES, E. E. A. S. (2007). Perfil do professor inclusivo. *Revista Psicopedagogia*. v. 24, n. 74, p.117-125.

MARCONE, R. (2018). Desconstruindo narrativas normalizadoras. In: Rosa, F. M. C.; BARALDI, I. M. *Educação Matemática Inclusiva*: estudos e percepções. Campinas, SP: Mercado das letras, p.17-36.

MELLO, E.M. (2013). O professor, alunos cegos e a linguagem matemática. *Revista Paranaense de Educação Matemática*. Campo Mourão, v.2, n.2, p.132-143.

MIRANDA, E. T. J.; BARALDI, I. M. (2018). Desafios na inclusão escolar do aluno com deficiência visual nas aulas de matemática. In: Rosa, F. M. C.; BARALDI, I. M. *Educação Matemática Inclusiva*: estudos e percepções. Campinas, SP: Mercado das letras, cap. 4, p.81-98.

MORAES, R. (1999). Análise de conteúdo. *Revista Educação*, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32.

SARMENTO, A. K. C. (2010). *A Utilização dos Materiais Manipulativos nas aulas de Matemática*. Universidade Federal do Piauí. Disponível em: <http://www.ufpi.br//subsiteFiles/ppged/arquivos/files/IV.encontro.2010/GT_02_18_2010.pdf>. Acesso em 27/09/2018.

WhatsApp no ensino-aprendizagem de matemática[1]

Ademir **Basso**
CEPACS - PR
Brasil
ademir_basso@yahoo.com.br
Maria José **Cáceres** Garcia
USAL - ES
Espanha
majoca@usal.es
María Mercedes **Rodríguez** Sánchez
USAL - ES
Espanha
meros@usal.es

Resumo

Este relato mostra uma experiência com turmas de 2º e 3º anos do Ensino Médio do CEPACS, Colégio localizado na Região Sudoeste do Paraná, Brasil, onde foi utilizado uma rede colaborativa, mais precisamente, o aplicativo *WhatsApp* como ferramenta de ensino-aprendizagem de matemática. O objetivo foi utilizar este recurso para que os estudantes colaborassem entre si nos temas de casa, bem como para estudarem para as avaliações contando com a ajuda do professor quando necessário. Dessa forma, foram criados grupos no *WhatsApp* exclusivos para a disciplina de matemática e sempre que os estudantes necessitavam estavam buscando ajuda, enviando fotos de atividades e perguntando quais "direções" seguir. Os resultados foram bastante promissores, já que os estudantes procuravam sempre tirar as dúvidas com o professor e colaboravam com seus colegas, além de mostrarem melhor compreensão dos conhecimentos/conteúdos e melhorarem seus resultados nas avaliações.

Palavras chave: ensino, aprendizagem, matemática, tecnologias, *WhatsApp*.

Ensino-aprendizagem de matemática

O ensino de matemática, já há algum tempo, vem sofrendo críticas na forma que é levado a

[1]Colaborou com este trabalho o Dr. José María Chamoso Sánchez do Departamento de Didática da Matemática e das Ciências Experimentais da Faculdade de Educação da Universidad de Salamanca - Espanha. jchamoso@usal.es.

cabo em sala de aula. Acusam a matemática de ser a disciplina mais difícil de ser aprendida, a que não oferece relação com a realidade além de ser avaliada de maneira quase exclusiva pela forma tradicional, os testes escritos e sem consulta.

No entanto, há muito se busca novas maneiras de ensinar matemática para que a mesma faça sentido para o estudante, que ele aprenda os conceitos, os conhecimentos matemáticos e saiba aplicá-los em seu cotidiano próximo ou mesmo a longo prazo. Que a matemática faça sentido para o estudante em qualquer grau de ensino.

Muitos estudos têm sido realizados nessa direção, tanto que atualmente estão disponíveis ao professor, as Tendências em Educação Matemática, como exemplo tem-se a criação de Polya (1995) que sugere alguns passos que o indivíduo deve seguir para garantir uma resolução exitosa de problemas; D'Ambrosio (2004), que sugere que todos os grupos sociais possuem sua matemática própria e que ela pode ser utilizada para melhorar o ensino desta importante ciência.

Não obstante, tem-se a Modelagem Matemática que une realidade com matemática, que modela problemas reais, cotidianos, matematicamente, encontrando a solução através de seus passos. Outra possibilidade é a História da Matemática, que mostra entre outras possibilidades, o contexto onde os conhecimentos matemáticos foram descobertos/criados/utilizados. Também a proposta de trabalhar em sala de aula com tarefas matemáticas autênticas (Cáceres, Chamoso & Cárdenas, 2015; Chamoso & Cáceres, 2018).

Tem-se ainda, a Comunicação em Matemática, a qual prevê que os estudantes podem aprender esta ciência, escrevendo, lendo, debatendo e ouvindo sobre matemática. Esta tendência pode ir unida à Literatura em Matemática, que traz vasto acervo de obras magníficas como é o caso de Tahan (2008) onde o protagonista resolve uma infinidade de problemas aparentemente irresolvíveis de forma fácil.

Pode-se recorrer ainda aos Jogos, utilizados em inúmeras ciências e que na matemática tem um papel de despertar o interesse pelos conhecimentos de uma forma prazerosa. Outra tendência é a Investigação em Matemática, onde o estudante é convidado a agir como um matemático, pois vai propor questões, vai formular conjecturas, vai fazer matemática (Chamoso, Durán, García, Martín & Rodríguez, 2004).

E, como não poderia deixar de ser, as Tecnologias não podem ficar de fora desta discussão. A justificativa é simples: o cotidiano está repleto dela, não há ramo ou evento que não a utilize em grande escala. Na matemática ela é importantíssima, pois desde uma simples calculadora até o mais avançado computador, auxilia e agiliza os procedimentos para se chegar ao resultado esperado.

Mas, de nada adianta utilizar algumas ou mesmo todas as Tendências em Educação Matemática para ensinar se a avaliação nesta disciplina continuar a ser realizada da maneira tradicional, classificatória e excludente. A avaliação nesta disciplina deverá deixar de ser realizada da forma somativa, com uso exclusivo do teste sem consulta ao final de um período ou conteúdo. Ela deve, ao contrário, ser realizada formativamente e processualmente, utilizar-se de inúmeros instrumentos e colaborar com o processo de ensino-aprendizagem de matemática. A avaliação nesta disciplina deve ocorrer integrada ao processo de ensino de maneira tão sutil que o estudante não diferencie os momentos em que está aprendendo e quando está sendo avaliado. Portanto, há um certo consenso que essa disciplina/ciência sempre foi a que mais sofreu críticas ao longo do tempo por oferecer um ensino quase sempre tradicional, com avaliações estanques e finais de linha (Pinger, Rakoczy, Besser & Klieme, 2018). Neste contexto, nesta experiência buscou-se trabalhar com uma rede social colaborativa para favorecer o ensino-aprendizagem em matemática no Ensino Médio.

Redes sociais no ensino de matemática

Quanto à tecnologia, a sociedade atual, em todos os campos e eventos, tem experimentado um avançado sistema tecnológico que contribui, acelera e torna mais fácil a vida de todos. No entanto, na educação apesar da oferta crescente, há uma certa resistência em se utilizar as novas tecnologias. As discussões que querem mudar os rumos da educação têm defendido inúmeras mudanças. Uma delas é a questão de que em sala de aula tem que se utilizar a tecnologia.

A tecnologia nova ou moderna é uma ferramenta básica para o ensino e a aprendizagem efetiva de matemática, ela ajuda no recolhimento, gravação e análise dos dados, aumenta a capacidade de fazer cálculos, oferece ferramentas preciosas e dinâmicas que desenham, fazem gráficos e calculam. Utilizar tecnologias no ensino se justifica pois os estudantes que estão em sala de aula atualmente, são, em sua maioria da chamada Geração Z, segundo Siqueira (2012) são os nascidos a partir de 2001. Eles chegaram junto ao advento da internet e do boom tecnológico, são a geração atual, eles se comunicam com rapidez, estão conectados com o mundo, têm acesso a informações em tempo real, utilizando cotidianamente as redes sociais para praticamente toda ação realizada (Toledo, Albuquerque & Magalhães, 2012; Basso, 2015).

Neste contexto, as redes sociais permitem compartilhar informações de diversos tipos, texto, imagem, gravações de áudio e vídeo, etc. As possibilidades para o ensino de matemática são inúmeras. Há exemplos tais como os trabalhos que utilizaram aplicações Android para o ensino de estatística mediante trabalho colaborativo (González, Coelho, Cáceres, Chamoso Sánchez & Codes, 2017; González, Coelho, Cáceres, Chamoso Sánchez & Martín, 2017).

É possível utilizar a rede social *WhatsApp* para o ensino e aprendizagem de matemática. Ele é um aplicativo para as pessoas trocarem mensagens instantâneas em seus smartphones, o mesmo foi criado em 2009. Desde seu "nascimento" muitos recursos foram incorporados nele para melhorar a comunicação e o compartilhamento de imagens, vídeos e uma infinidade de arquivos. É praticamente impensável que alguém pensa em estar em conexão com o mundo sem fazer uso do *WhatsApp*.

Com tantos recursos de baixo custo, o *WhatsApp* se torna uma ferramenta *Mobile Learning*, ou *M-Learning*, que significa ou que une aprendizagem e mobilidade. Todos os recursos disponíveis nele permitem uma aprendizagem colaborativa bastante efetiva (Oliveira, Anjos, Oliveira, Sousa & Leite, 2014). Com este aplicativo, o ensino-aprendizagem em matemática pode ser mais efetivo, pois o contato estudante-estudante e estudante-professor ultrapassa as fronteiras da sala de aula.

A experiência com *WhatsApp* em matemática

Como é comum na prática de ensino-aprendizagem nesta disciplina com este professor, a cada trimestre letivo busca-se novas possibilidades, novos instrumentos para colaborar com o processo. Nesse sentido, no início do ano letivo de 2018, fez-se um contrato didático com os estudantes, baseado em Brousseau (1996), que afirma que um contrato didático deve descrever um conjunto de comportamentos específicos que os atores do processo de ensino – professor e estudante – esperam um do outro, mediados pelo saber, onde ficou estabelecido que as turmas iriam criar um grupo *WhatsApp* exclusivo na disciplina para trocarem informações, dúvidas, ou seja, que este grupo facilitasse o processo de ensino-aprendizagem de matemática.

Dessa forma, as turmas de 2º e 3º ano do Colégio Estadual Presidente Arthur da Costa e Silva – EFM criaram seus grupos e, sempre que tinham necessidade e interesse, estavam utilizando para sanarem dúvidas entre eles e com o professor. Em muitas oportunidades resolvendo atividades de casa ou estudando para as avaliações buscavam ajuda com os colegas que escreviam ou enviavam fotos das estratégias utilizadas por eles para resolver tal atividade.

O objetivo de trabalhar com uma rede colaborativa em matemática, mais precisamente com *WhatsApp*, foi aproveitar a facilidade, soltura e interesse que os estudantes possuem com esse aplicativo, eles o utilizam praticamente a todo momento. Dessa forma, unindo uma ferramenta de uso cotidiano do estudante com os objetivos educacionais de ensinar matemática, buscou-se aprimorar o ensino-aprendizagem nesta disciplina.

Neste contexto, desde que o grupo foi criado, iniciou-se sua utilização. Ao finalizar as aulas, sempre que o tempo não permitia disponibilizar atividades para estudar em casa, o professor utilizava o grupo para enviar tais atividades. Mesmo em sala, quando o professor estava corrigindo alguma atividade ou passando atividades para resolverem em casa e o tempo se esgotasse, um estudante, de maneira geral o líder da sala, fotografava e enviava ao grupo. Dessa maneira, o uso do *WhatsApp*, foi incorporado naturalmente no trabalho diário.

Alguns resultados da experiência

Aqui mostra-se alguns resultados, alguns momentos onde os estudantes e professor fizeram uso do *WhatsApp* para dirimir dúvidas a respeito das atividades, dos conhecimentos em matemática. Um exemplo de uma estudante do 2º A com uma dúvida na resolução de área da região triangular conteúdo de aplicação de matrizes. Durante a resolução escreveu e mandou a foto da resolução para o professor.

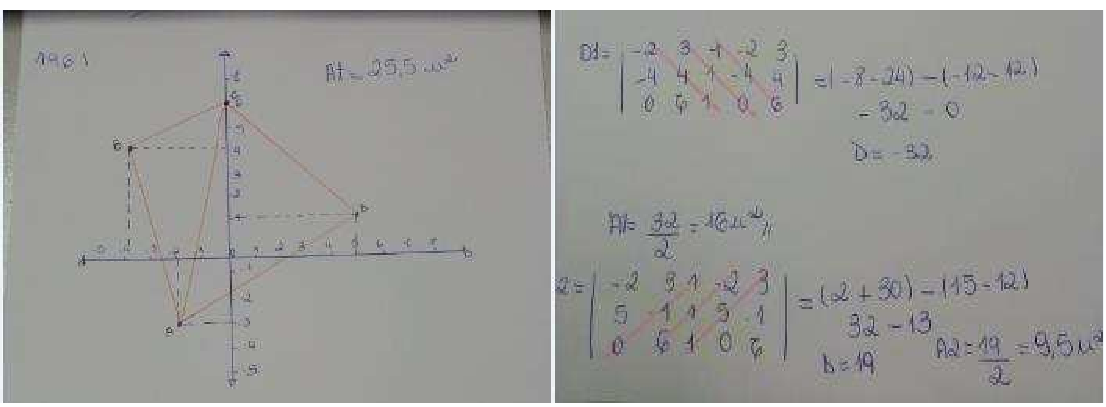


Figura 1. Atividade do estudante. 2018.

De posse dessas informações o professor identificou o erro e alertou a estudante que resolveu novamente. Aqui o *WhatsApp* proporcionando uma aula à distância com atendimento individual, no momento em que o estudante está resolvendo a atividade sem nenhuma interferência e com o apoio do professor.

Nas figuras a seguir se mostra uma sequência onde a atividade foi escrita na lousa nos últimos instantes de aula, por isso não ficou claro, esta atividade era um tema de casa/avaliação. Um estudante estava com dúvidas sobre a localização das coordenadas no gráfico cartesiano e perguntou se os pontos estavam sobre os eixos ou próximos. A sequência mostra a lousa com o rascunho feito pelo professor enviado pelo estudante, a segunda mostra o professor enviando um rascunho desde casa e por último um estudante resolvendo e perguntando se estava correto.

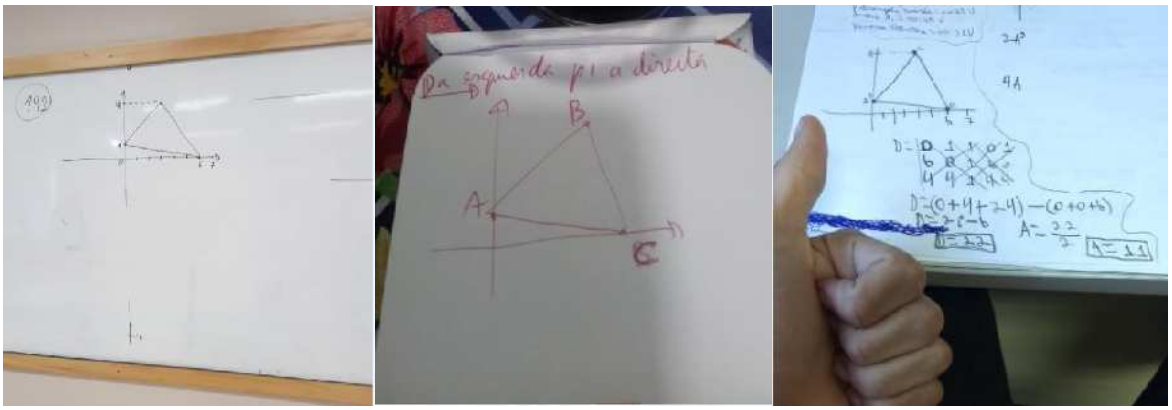


Figura 2. Sequência lousa-professor-estudante via *WhatsApp*. 2018.

A atividade da sequência, se constituía em um tema de casa/avaliação no 3º ano. Como ocorre com frequência, alguns estudantes faltaram, com isso, o líder/representante dos estudantes encarrega-se de enviar uma foto do tema do dia.

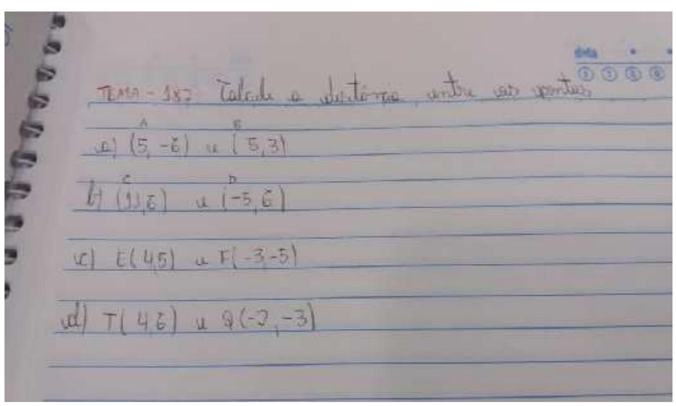


Figura 3. Tema de casa postado por estudante. 2018.

Dessa forma, mesmo os estudantes que não participaram da aula, podem realizar a atividade, tirar dúvidas e por fim aprender matemática. Dessa forma, o *WhatsApp*, está sendo utilizado para o ensino, para a aprendizagem e, em certa medida, para a avaliação de matemática.

Outro estudante de 3º ano estava realizando a atividade de casa e estava com dúvidas a respeito da resolução e do gráfico. Usou o *WhatsApp* para perguntar se estava no caminho certo:

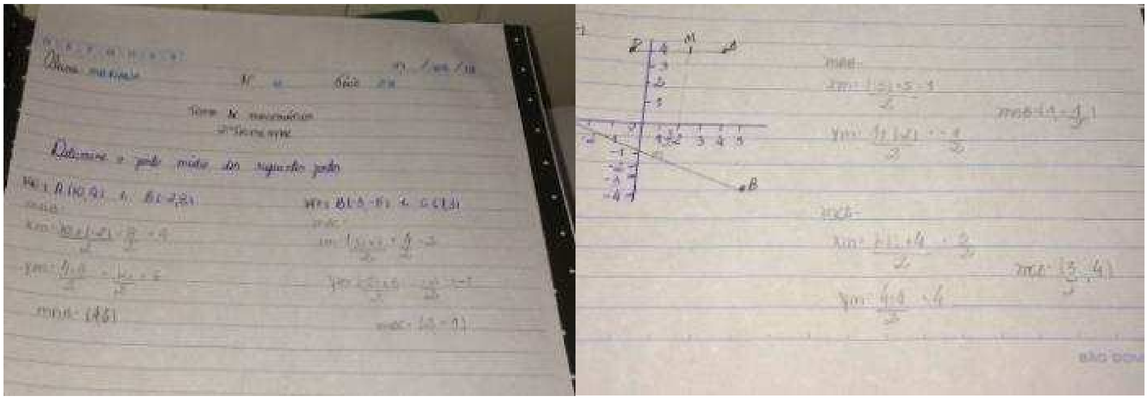


Figura 4. Dúvida de estudante no tema de casa. 2018.

Dessa forma, o professor explicou ao estudante os pontos errôneos e os corretos e o estudante pôde então completar a tarefa com êxito.

Em outro momento, o professor não conseguiu realizar a revisão antes de uma avaliação no 3º ano, por isso utilizou o grupo *WhatsApp* para enviar algumas atividades onde os estudantes estariam estudando para a avaliação. Ao todo, neste momento, o professor postou cinco atividades no grupo, o que, segundo os estudantes, colaborou muito para estudarem para a avaliação. Três destas atividades se mostram na sequência:

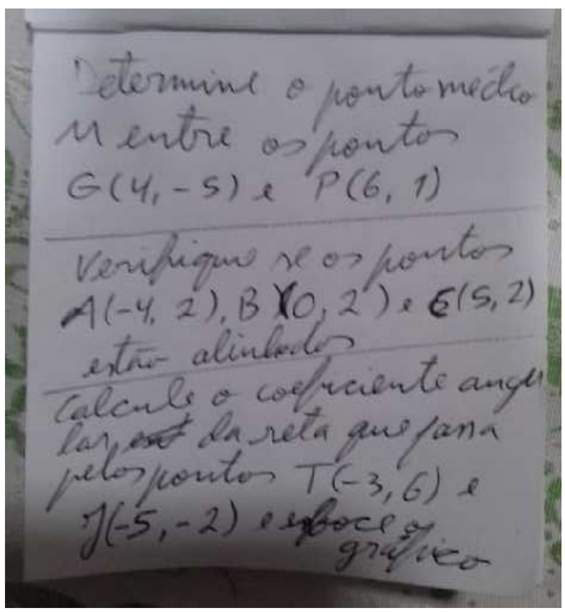


Figura 5. Atividade revisão postada pelo professor. 2018.

O uso dessa rede colaborativa foi intenso durante todo o ano letivo, no entanto, mais utilizado na resolução de atividades de casa e quando às vésperas de avaliação, momento onde o estudante procura dedicar-se um pouco mais com a preocupação de obter êxito na avaliação que se aproxima.

Considerações finais

Está claro que o homem não é o mesmo de seu ancestral e tampouco vive como vivia ele, os estudantes de hoje não são os mesmos que foram seus avós, seus pais e até mesmo seus professores. O estudante de hoje utiliza a mais alta tecnologia para se divertir, para se comunicar e para obter informações rápidas e em tempo real, dessa forma, a escola deve aproveitar essa oportunidade para avançar no uso da tecnologia e das redes colaborativas.

Neste contexto, esta rede colaborativa foi utilizada com grande sucesso pelos estudantes durante todo o ano letivo. Inicialmente estavam um pouco tímidos quanto a usar a mesma para fins educacionais, mas aos poucos, foram tomando soltura e perguntando, respondendo, enviando fotos de atividades, de como estavam resolvendo e buscando informações pertinentes para chegar aos resultados das atividades propostas como temas de casa, como conteúdo das avaliações ou mesmo dúvidas corriqueiras dos conhecimentos/conteúdos estudados.

Como os temas de casa, em alguns momentos, foram considerados como avaliações, foi intenso o uso do *WhatsApp* na busca por uma melhor resolução das atividades, mas não somente neste momento, mesmo quando não eram considerados como avaliação, os estudantes compreenderam que resolver as atividades com êxito os faria aprender matemática e que certamente iriam alcançar êxito nas avaliações.

Neste contexto, este trabalho mostrou que o uso da ferramenta *WhatsApp* favoreceu o ensino e a aprendizagem de matemática pois os estudantes entenderam e aproveitaram esta oportunidade para trocar informações e colaborar com seus colegas, sanar dúvidas com o professor e pedir ajuda quando necessitavam. As mediações e colaborações efetuadas de maneira geral eram comentadas nas aulas como forma de iniciar os conteúdos ou quando um procedimento coincidia com aquela efetuada via rede colaborativa no dia anterior.

Neste sentido possivelmente a utilização do *WhatsApp* é mais favorável na disciplina de matemática do que em qualquer outra já que historicamente essa ciência foi considerada a mais difícil de ser apreendida, aquela que mais reprovou e classificou estudantes ao longo do tempo. Nessa rede colaborativa, os estudantes aprendiam além da sala de aula e em grupos o que é fundamental para um bom aprendizado matemático.

Como limitações é conveniente citar que a experiência foi realizada com grupos de 2º e 3º anos do Ensino Médio em um colégio apenas, ou seja, em um contexto concreto, mas se espera, no futuro, desenvolver de maneira mais ampla e com outros níveis educativos e também levar a proposta para outras disciplinas mesmo considerando que na disciplina de matemática parece mais adequado. Ainda, a ideia vindoura é experimentar outras redes sociais para corroborar com o aprendizado matemático.

As implicações que essa experiência traz é que ao descobrir que uma rede social tal como o *WhatsApp*, utilizada amplamente pelos jovens, favorece o aprendizado matemático, seria importante levar em consideração como uma ferramenta de trabalho para implementar em todas as aulas e ainda buscar e utilizar outras formas de trabalho e fugir do ensino tradicional.

Referências e bibliografia

Basso, A. (2015). *As tecnologias no ensino-aprendizagem*: uma discussão em aberto. Pato Branco: Imprepel.

Brousseau, G. (1996). Os diferentes papéis do professor. In C. Parra & I. Saiz. *Didática da Matemática*: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas.

Cáceres, M. J., Chamoso, J. M., & Cárdenas, J. A. (2015). Situaciones problemáticas auténticas propuestas por estudiantes para maestro. In C. Fernández, M. Molina & N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 201- 210). Alicante: SEIEM.

Chamoso, J., Durán, J., García, J., Martín, J., & Rodríguez, M. (2004). Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, *47*, 47-58.

Chamoso, J. M., & Cáceres, M. J. (2018): Propuesta de tareas matemáticas en contextos reales de estudiantes para maestro. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, *17,* 83-94.

D'Ambrosio, U. (2004). *Educação Matemática:* Da teoria à prática. 11. ed. Campinas-SP: Papirus.

González, M. T., Coello, Y. M., Cáceres, M. J., Chamoso, J. M., & Codes, M. (2017): Collaborative work with Android Applications: research and practice. 18th Biennial ISATT Conference 2017. Salamanca.

González, M. T., Coello, Y. M., Cáceres, M. J., Chamoso, J. M., & Martín, E. (2017): El uso de aplicaciones Android para la enseñanza de la estadística. CIBEM. Madrid.

Oliveira, E. D. S., Anjos, E. G., Oliveira, F. S., Sousa, H. M., & Leite, J. E. R. (2014). Estratégias de uso do WhatsApp como um ambiente virtual de aprendizagem em um Curso de Formação de Professores e Tutores. In: *Simpósio Internacional de Educação a Distância*. São Carlos: Universidade Federal de São Carlos.

Pinger, P., Rakoczy, K., Besser, M., & Klieme, E. (2018). Implementation of formative assessment–effects of quality of programme delivery on students' mathematics achievement and interest. Assessment in Education: Principles, Policy & Practice, 25(2), 160-182.

Polya, G. (1995). *A Arte de Resolver Problemas*. Rio de Janeiro: Interciência.

Siqueira, R. N. (2012). *Métodos de ensino adequados para o ensino da geração Z, uma visão dos discentes*. Artigo (Especialização) - Universidade Federal de Mato Grosso, Mato Grosso.

Tahan, M. (2008). *O homem que calculava*. 73. ed. Rio de Janeiro: Record.

Toledo, P. B. F., Albuquerque, R. A. F., & Magalhães, À. R. de. (2012). O comportamento da geração z e a influência nas atitudes dos professores. In: IX *Simpósio de excelência em gestão e tecnologia*. Disponível em: https://www.aedb.br/seget/arquivos/artigos12/38516548.pdf. Acesso em: 04 agosto.

O ensino de geometria para alunos surdos inclusos

Walber Christiano Lima da **Costa**
UNIFESSPA / UFPA
Brasil
walber@unifesspa.edu.br

Fábio Alexandre **Borges**
UNESPAR
Brasil
fabioborges.mga@hotmail.com

Marisa Rosâni Abreu da **Silveira**
Universidade Federal do Pará (UFPA)
Brasil
marisabreu@ufpa.br

Resumo

O ensino de geometria por muitas vezes recebe uma desvalorização nas escolas, haja vista que, com o advento das legislações educacionais, foi feita a leitura de que a geometria perdeu o caráter utilitário. Assim, muitas vezes há escolas que deixam de ensinar os conteúdos geométricos para os alunos, o que tende a ser um prejuízo para a educação desses discentes. Assim, o presente artigo tem como objetivo apresentar algumas considerações acerca do ensino de geometria para alunos surdos. Para este estudo bibliográfico, embasamo-nos em alguns autores da educação de surdos, geometria e ensino de geometria para surdos. Analisamos as literaturas e buscamos topicalizar o texto a partir dos eixos: Ensino de Geometria, Educação de Surdos e Ensino de Geometria para surdos. Como resultados, percebemos que os conteúdos geométricos trazem grandes contribuições para o aprendizado dos surdos e que a omissão desse ensino pode trazer prejuízos no desenvolvimento desses alunos.

Palavras chave: Ensino de Geometria. Inclusão educacional. Estudantes surdos.

Introdução

Observamos que falar do ensino de matemática no Brasil é um constante desafio, haja vista muitas problemáticas e dúvidas que perpassam por esse ensino. Por exemplo, sabemos que a disciplina de Matemática, juntamente com a Língua Portuguesa, são as que juntas apresentam a maior carga horária de ensino nas escolas. Porém, ao mesmo tempo em que a matemática apresenta uma grande carga horária, apresenta diversas críticas. Muitas dessas críticas são de que a Matemática é uma linguagem de difícil compreensão por parte dos alunos e, muitas vezes, pelos professores também.

Diversos autores se debruçam em responder questões de como minimizar essas dificuldades. Silveira (2014) apresenta que, devido à linguagem matemática intencionar ser monossêmica, essa apresenta uma especificidade de necessitar ser traduzida por uma linguagem natural, que, por sua vez, é polissêmica. No momento da tradução, pode ser que os alunos não estejam alcançando as traduções adequadas e, consequentemente, isso esteja gerando problemas em suas aprendizagens. Assim, para a autora, percebemos que uma dificuldade para a aprendizagem da matemática sejam os problemas de linguagem.

Em meio aos conteúdos matemáticos, temos a geometria, que é uma área específica dentro do ensino de matemática, que muitas vezes é desprezada e até mesmo omitida dos ensinos em sala de aula para ouvintes. Já para estudantes surdos, que vivenciam e dependem de experiências visuais, Kritzer e Pagliaro (2013) apresentam que esses estudantes demonstram maiores facilidades ao serem avaliados nos assuntos de geometria, devido às particularidades da visualidade do que em relação aos assuntos algébricos, que requerem maior abstração dos discentes.

Sobre o ensino de surdos, sabemos que este público necessita que em sala de aula possa ser proporcionado o uso da Língua Brasileira de Sinais (Libras) para que o mesmo possa ter acesso e sucesso no processo de inclusão. Sabemos que só o uso da Libras não é suficiente, porém, é um grande passo, haja vista que o sentido comunicativo já ajudará que o mesmo tenha motivação e acesso aos conteúdos em sala de aula de forma justa e igualitária em relação aos colegas ouvintes.

Acerca do processo de inclusão, Fernandes e Healy (2007, p. 01) afirmam que "este paradigma tem levado a busca de uma necessária transformação da escola e das alternativas pedagógicas com o objetivo de promover uma educação para todos nas escolas regulares". Assim, entendemos de fato que não é só a Libras que é sinal de inclusão, mas sabemos que a presença da língua representa para o surdo algo fundamental.

Diante dessas informações, o presente artigo tem como objetivo apresentar algumas considerações sobre o ensino de geometria para alunos surdos. Para este estudo bibliográfico e qualitativo, embasamo-nos em alguns autores da educação de surdos, como Lacerda e Lodi (2014), alguns autores da geometria, como Silva e Valente (2014) e ensino de geometria pra surdos, como Borges e Nogueira (2013).

O ensino de geometria no Brasil: "Um pequeno recorte de três lados"

O presente tópico traz um recorte acerca do ensino de geometria no Brasil, trazendo à luz as três perspectivas de visualização sobre o ensino de geometria: sua importância, seu objetivo e seus principais resultados.

Valente e Silva (2014, p. 31) destacam como surge a geometria escolar:

> A forma prática dessa geometria deverá ser demonstrada no âmbito escolar: a atividade com o desenho das formas geométricas. Não mais o campo, o terreno, como lugar de ação dos alunos é prova do caráter prático. Assim, nesses tempos iniciais, logo ficam à mostra as transformações de significado da geometria prática. Nasce, desse modo, uma geometria escolar.

Assim, a partir dos autores, entendemos que a geometria escolar surge a partir da observação do caráter prático enquanto conteúdo escolar e não mais enquanto observações ligadas à agrimensura, medição de terrenos como era no início o uso da geometria. Consideramos essa mudança de perspectiva um grande avanço para conquistarmos a importância da geometria para o processo educacional.

Pinto e Valente (2014), por sua vez, apresentam que o Movimento da Matemática Moderna (MMM), por ser um movimento internacional, apresentou transformações de forma geral do Ensino de Matemática, como, por exemplo, buscou "aproximar o ensino realizado na Educação Básica àquele desenvolvido na universidade que, na altura, corresponde à linguagem e à estrutura empregada pelos matemáticos na época" (p. 66).

Vemos a partir dos autores que essas transformações visaram também o ensino de geometria. Assim, os autores destacam que o MMM trouxe as ideias de que as "figuras geométricas e suas propriedades representam o saber geométrico que as crianças devem aprender na escola hoje" (p. 82).

A partir do MMM, vemos transformações significativas no ensino de matemática. Atualmente, o ensino da disciplina, segundo Smole, Diniz e Cândido (2003, p. 9):

> Deve encorajar a exploração de uma grande variedade de ideias matemáticas não apenas numéricas, mas também aquelas relativas à Geometria, às medidas e às noções de estatística, de modo que as crianças desenvolvam e conservem com prazer uma curiosidade acerca da Matemática, adquirindo diferentes formas de perceber a realidade.

Assim, vemos os autores trazendo os principais objetivos da geometria, que não é só o fato do aluno dominar os conteúdos geométricos, mas também contribuir de forma significativa no aprendizado dos demais conteúdos, como os algébricos.

Acerca disso, nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (Brasil, 1997, p. 39) temos apontado que a geometria

> [...] é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa.

Com isso, a partir do exposto, acreditamos que o ensino de geometria seja fundamental para que o aluno possa dominar as demais áreas do conhecimento matemático, pois, a partir dos exercícios, os alunos tendem a fazer diferenciações, semelhanças, enfim, verificar diversos aspectos que a visualização de objetos geométricos proporciona.

Educação de surdos no Brasil e os desafios com a veiculação da Libras

O presente tópico apresenta uma breve discussão sobre a educação de surdos no Brasil, fazendo um destaque à Libras e aos desafios que essa língua enfrenta para ser implementada de fato nas salas de aula do país.

Sobre a educação de surdos, inicialmente destacamos que as legislações brasileiras já trazem um imperativo para que os surdos possam ter condições favoráveis às suas aprendizagens. Leis como a Lei nº 10436/2002 (Lei que oficializa a Libras como forma de comunicação e expressão das comunidades surdas brasileiras), Decreto 5626/2005 (Decreto que regulamenta a Lei nº 10436/2002 e orienta diversos aspectos sobre surdez e a Libras) e a Lei Nº 13.146, de 6 de julho de 2015 (Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência - Chamada também de Estatuto da Pessoa com Deficiência) já mostram a importância que a Libras tem para a pessoa surda.

Lacerda e Lodi (2014, p. 15) dissertam que, para que haja inclusão, é importante respeitar as especificidades linguísticas do surdo:

> Quando se opta pela inserção do aluno na escola regular, esta precisa ser feita com cuidados que visem garantir sua possibilidade de acesso aos conhecimentos que estão sendo trabalhados, além do respeito por sua condição linguística e, portanto, de seu modo peculiar de ser no mundo.

Porém, sabemos que esta realidade é difícil em um país de dimensões continentais como o nosso. É possível afirmarmos que, por exemplo, no Sul brasileiro, as escolas estejam adaptadas às necessidades dos surdos, com o uso da Libras na sala de aula, materiais pedagógicos adequados, docentes preparados desde a formação inicial para as realidades inclusivas. Porém, observando o Norte do País, vemos que tais particularidades ainda estão distantes (Costa, 2017).

A Libras é uma Língua que se apresenta na modalidade visuoespacial. E como toda língua, tem suas características linguísticas, parâmetros etc. Isso, acreditamos, que muitas vezes não passa pela cabeça das pessoas, haja vista que sabemos de muitos docentes que fazem cursos rápidos e já acham que alcançaram a fluência da Língua. Talvez seja este o maior desafio da Libras ser implementada de forma geral no país: as pessoas compreenderem que esta é uma língua e que necessita ter uma dedicação para suas aprendizagens.

Quadros e Karnopp (2004, p. 26-27) apresentam algumas características da Libras:

> A produtividade ou criatividade de um sistema de comunicação é a propriedade que possibilita a construção e interpretação de novos enunciados. Todos os sistemas linguísticos possibilitam a seus usuários construir e compreender um número infinito de enunciados que jamais ouviram ou viram antes. O que é impressionante na produtividade das línguas naturais, na medida em que é manifestada na estrutura gramatical, é a extrema complexidade e heterogeneidade dos princípios que as mantém e constituem. Chomsky coloca que esta complexidade e heterogeneidade, entretanto, é regida por regras dentro dos limites estabelecidos pelas regras da gramática, que são em parte universais e em parte específicos de determinadas línguas, os falantes nativos de uma língua tem a liberdade de agir criativamente, construindo um número infinito de enunciados. O conceito de criatividade regida por regras é muito próximo do de produtividade e teve grande importância para o desenvolvimento do gerativismo.

Assim, Quadros e Karnopp (2004) resumem a importância da Libras para o surdo. Corrobora com esse pensamento Gesser (2009), que especifica que tudo pode ser expresso a partir dessa Língua, pois ela é completa assim como qualquer língua oral.

O ensino de geometria para alunos surdos inclusos: algumas considerações

O presente tópico apresenta algumas considerações sobre o ensino de geometria para alunos surdos. A geometria, enquanto conteúdo da matemática, que apresenta possibilidades de serem trabalhadas a visualidade, e o surdo por ser um sujeito que apresenta a Libras que é uma língua visual. Essas características citadas acreditamos serem aproximações que podem favorecer o ensino e a aprendizagem dos surdos.

Inicialmente, destacamos que, para Borges e Nogueira (2013, p. 44), “como as representações simbólicas do mundo dependem dos canais sensoriais, a experiência visual está presente em todos os tipos de representações e produções dos surdos”. Tal assertiva, acreditamos, vem aproximar o ensino e a aprendizagem da geometria e os alunos surdos, pois essa área da matemática é repleta de representações visuais que tendem a favorecer a aprendizagem a partir dos aspectos visuais.

Nogueira e Zanqueta (2013, p. 39) destacam que “a escola não deve se limitar apenas a traduzir, para a língua de sinais, metodologias, estratégias e procedimentos da escola comum, mas deve continuar a preocupar-se em organizar atividades que proporcionem o salto qualitativo no pensamento dos surdos”. Assim, vemos que é fundamental ainda a preocupação institucional em todos os aspectos que corroborem para a inclusão efetiva dos alunos surdos. Como já exposto, sabemos das dificuldades de se implementar as políticas inclusivas de fato no país, porém, devemos refletir que a importância e execução depende de cada um de nós.

Ainda Borges e Nogueira (2013, p. 44) apontam sobre a importância do profissional tradutor-intérprete na sala de aula de matemática:

> O fato de que a Matemática possui linguagem própria, com termos que não estão consolidados em sinais específicos na Libras como logaritmos, matrizes, funções, particularmente porque a Libras ainda é uma língua em construção aliada ao conhecimento matemático superficial da maioria dos Intérpretes de Língua de Sinais, dificulta sobremaneira o ensino de Matemática para surdos.

O profissional tradutor-intérprete de Libras é considerado um ator importante quando se trata do processo de inclusão dos alunos surdos, pois sabemos que muitas vezes o professor desconhece a Libras, e esse profissional acaba por ajudar o processo comunicacional. Entretanto, sabemos que são poucos os intérpretes que dominam a linguagem matemática, ou seja, poucos que apresentam a competência referencial para atuação em sala de aula. Assim, vemos que muitas vezes apenas a presença do intérprete não é a garantia de sucesso do aluno, haja vista que o processo de desenvolvimento do aluno depende ainda de muitos fatores.

Caldeira e Moita (2013, p. 3) destacam que:

> Estudar Geometria deve ser um ato que transcenda as memorizações, uma vez que esse ramo da Matemática poderá apoiar vários entendimentos e nos levar a compreender os fenômenos do cotidiano. Atividades desenvolvidas em Ensino de Geometria, comprovadamente, já indicaram o quanto é importante a visualização de materiais, porquanto despertam grandes motivações e facilitam a passagem do concreto para as abstrações mentais.

Assim, entendemos que os conhecimentos geométricos abrem portas para que os alunos surdos possam compreender outros assuntos matemáticos considerados mais abstratos, como, por exemplo, a álgebra.

Corrobora com este pensamento Caldeira (2014, p. 58) ao afirmar que

> Assim, é inegável que a Geometria é um estudo importante para o estudante em todos os níveis de ensino, pois permite uma melhor leitura do ambiente físico em que vive. Podemos encontrar traços geométricos por toda parte, paralelismo, congruências, semelhanças, proporcionalidade, aferição de medidas, como, por exemplo, comprimento, área e capacidade como o volume, os elementos constantes na simetria, por meio de formas geométricas que alcançamos em nosso campo visual, portanto um campo fértil para o estudo.

Acreditamos que os alunos surdos tendem a ter maiores facilidades em relação aos assuntos geométricos, pois, além dos aspectos que os aproximam enquanto sujeitos visuais e conteúdos predominantemente visual, que também a geometria é facilmente vista nas relações cotidianas dos alunos. Tal aspecto remete ao exposto em Costa (2015) em que um aluno surdo, ao observar um cone, associou o mesmo ao chapéu de aniversário, ou seja, acreditamos que ele visualizou a partir de algo que ele vivenciou para fazer a relação cone-chapéu.

Tal aspecto, a dependência da visualidade do surdo para explorar objetos, não garante o melhor aprendizado. Todavia, entendemos que se apresenta como um grande potencial para que, a partir dessa visualidade experimentada no cotidiano, o professor possa promover a inclusão a partir de atividades adequadas, que sejam as mesmas para todos.

Entretanto, devemos ter cuidado com os exemplos dados em sala de aula, pois, muitas vezes, as contextualizações podem trazer confusões aos alunos, mas é importante fazer conexões diversas para que o aluno possa ter sucesso na aprendizagem. De acordo com Gottschalk (2004, p. 16-17),

> Para introduzir o conceito de triângulo recorremos a diversas formas triangulares como meios de apresentação, as quais passam a servir como regras para a utilização da palavra triângulo. Uma vez formado o conceito, este prescinde da existência de formas triangulares para que tenha significado e possa ser aplicado. Nesse sentido, a definição da palavra triângulo – “um polígono fechado de três lados” também pode ser vista como uma regra de utilização desta palavra. Dizer que “triângulo é um polígono que tem três lados” não é uma descrição de triângulo – essa proposição define o que é um triângulo. Estabelece-se uma conexão interna entre conceitos.

Assim, podemos entender que no uso de exemplos geométricos em sala de aula, é importante observarmos as aproximações que possam ocorrer de forma a facilitar o entendimento dos alunos, ou seja, favorecer o que o filósofo Wittgenstein (1979) destaca que são os jogos de linguagem. Vemos com isso que o entendimento geométrico passa pelo entendimento de conceitos geométricos iniciais para, a partir daí, aprofundar os conhecimentos mais sofisticados.

Considerações finais

O presente artigo teve como objetivo apresentar algumas considerações sobre o ensino de geometria para alunos surdos. A partir das literaturas estudadas, vemos que os conteúdos geométricos trazem grandes contribuições para o aprendizado dos surdos e que a omissão desse ensino pode trazer prejuízos principalmente no desenvolvimento desses alunos.

Sabemos que muitas vezes diversas situações ocorrem que prejudicam os processos de ensino e aprendizagem do aluno surdo, porém, se observarmos o compromisso com a inclusão, ou seja, compromisso efetivo com a aprendizagem do aluno surdo, vemos que cada um deve fazer sua parte para proporcionar uma educação mais justa e com igualdade social para esse público.

Entendemos que sobre geometria e surdez ainda há muitas especificidades que não conseguimos explorar neste texto, haja vista que este apresenta apenas um recorte acerca desta temática. Porém, pretendemos posteriormente aprofundar um pouco mais a partir das áreas específicas geométricas.

Referências y bibliografia

Borges, F. A.; Nogueira, C. M. I. (2013). Um panorama da inclusão de estudantes surdos nas aulas de matemática. In: Nogueira, C. M. I. (Org.). *Surdez, inclusão e matemática* (pp. 44-70). Curitiba, PR: CRV.

Brasil (1997). *Parâmetros curriculares nacionais*: matemática. Brasília, DF: MEC/SEF.

Brasil (2002). *Lei n°. 10.436, de 24 de abril de 2002*. Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais - Libras, e dá outras providências. Brasília.

Brasil (2005). *Decreto n°. 5.626, de 22 de dezembro de 2005*. Regulamenta a Lei n°. 10.436, de 24 de abril de 2002 que dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais - Libras, e o Art. 18 da Lei n°. 10.098, de 19 de dezembro de 2000. Brasília.

Brasil (2015). *Lei n°. 13.146, de 06 de julho de 2015*. Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). Brasília.

Caldeira, V. L. A. (2014). *Ensino de geometria para alunos surdos*: um estudo com apoio digital ao analógico e o ciclo da experiência Kellyana. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia.

Caldeira, V. L. A., Moita, F. M. G. S. (2013). Geometria para surdos: uma análise apoiada no ciclo da experiência kellyana. Educação Matemática: retrospectivas e perspectivas. *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática*. Curitiba-PR: XI ENEM.

Costa, W. C. L. (2015). *Tradução da linguagem matemática para a Libras*: jogos de linguagem envolvendo o aluno surdo. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas). Universidade Federal do Pará.

Fernandes, S., & Healy, L. (2007). Ensaio sobre inclusão na Educação Matemática. *Revista de Educação Matemática Unión*, 59-76.

Gesser, A. (2009). *Libras? Que língua é essa?*: crenças e preconceitos em torno da língua de sinais e da realidade surda. São Paulo, SP: Parábola Editorial.

Gottschalk, C. M. C. (2004). A natureza do conhecimento matemático sob a perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, *14*(2), 305-334. Série 3.

Kritzer, K. L., & Pagliaro, C. M. (2013). Matemática: um desafio internacional para estudantes surdos. *Cadernos Cedes, 33*(91), 431-439.

Lacerda, C. B. F., & Lodi, A. C. B. (2014). A inclusão escolar bilíngue de alunos surdos: princípios, breve histórico e perspectivas. In: A. C. Balieiro Lodi, & C. B. F. Lacerda (Ors.). *Uma escola, duas línguas*: letramento em língua portuguesa e língua de sinais nas etapas iniciais de escolarização. 4. Ed. Porto Alegre, RS: Mediação.

Nogueira, C. M. I., & Zanquetta, M. E. M. T. (2013). Surdez, bilinguismo e o ensino tradicional da Matemática. In: Nogueira, C. M. I. (Org.). *Surdez, inclusão e matemática* (pp. 23-41), 1. ed. Curitiba: CRV.

Pinto, N. B. & Valente, W. R. (2014). Quando a geometria tornou-se moderna: tempos de MMM. In: Silva, M. C. L., & Valente, W. R. (Orgs.). *A geometria nos primeiros anos escolares*: história e perspectivas atuais. Campinas, SP: Papirus.

Quadros, R. M., & Karnopp, L. B. (2004). *Língua de sinais brasileira*: estudos linguísticos. Porto Alegre, RS: ArtMed Editora.

Silveira, M. R. A. (2014). Tradução de textos matemáticos para a linguagem natural em situações de ensino e aprendizagem. *Educação Matemática Pesq*uisa, *16*(1)1, 47-73.

Smole, K. S.; Diniz, & M. I.; Cândido, P. (2003). *Figuras e formas: matemática de 0 a 6.* Porto Alegre, RS: Artmed.

Valente, W. R., & Silva, M. C. L. (2014). Primórdios do ensino de geometria nos anos iniciais. In: Silva, M. C. L., Valente, W. R. (Orgs.). *A geometria nos primeiros anos escolares*: história e perspectivas atuais. Campinas, SP: Papirus.

Uma abordagem de trabalho colaborativo em Educação Matemática Inclusiva no contexto da Economia Solidária

Renata Cristina Geromel **Meneghetti**
Instituto de Ciências Matemática e de Computação, Universidade de São Paulo
Brasil
rcmg@icmc.usp.br

Edinei de **Oliveira Filho**
Instituto de Ciências Matemática e de Computação, Universidade de São Paulo
Brasil
edinei.filho@usp.br

Resumo

Este trabalho aborda atividades pedagógicas de Educação Matemática desenvolvidas no contexto de um Empreendimento Econômico Solidário (EES) que tem por finalidade a inserção de indivíduos com transtorno mental no mercado de trabalho. O objetivo desta investigação foi planejar e executar ações pedagógicas com base nos princípios da Etnomatemática e no trabalho colaborativo de Vygotsky, visando sanar dificuldades matemáticas advindas das demandas de trabalho deste empreendimento. A pesquisa seguiu uma abordagem predominantemente qualitativa pautada na metodologia de pesquisa-ação, a qual busca promover a transformação social do grupo pesquisado pela solução de problemas inerentes as suas atividades. Como resultado observou-se que considerar a Etnomatemática deste EES favoreceu a compreensão e a valorização de práticas matemáticas e que o trabalho colaborativo desenvolvido auxiliou as discussões sobre procedimentos e conceitos matemáticos, fortalecendo, principalmente o princípio da cooperação, que é um dos pilares da Economia Solidária.

Palavras chave: Etnomatemática, Economia Solidária, Inclusão Social, Trabalho Colaborativo, Cooperação.

Introdução

Neste trabalho, abordaremos algumas intervenções pedagógicas de Educação Matemática no contexto da Economia Solidária, realizadas junto a um Empreendimento Econômico

Solidário (EES) de produção de artesanato a partir do papel reciclado tais como: agendas, bloquinhos de anotação, cadernos, crachás, pastas, etc. Além disso, este EES e que tem por finalidade a inclusão no trabalho de pessoas com transtorno mental que são assistidos por Centro de Atenção Psicossocial (CAPS), serviços de saúde comunitário que realizam atendimento a pessoas com este tipo de transtorno (Brasil, 2018). O EES acima referido é constituído levando em conta aspectos da Economia Solidária, uma economia alternativa para aqueles que foram excluídos socialmente pelo Capitalismo.

A pergunta norteadora deste trabalho é: como a Educação Matemática pode ser abordada no contexto da Educação Especial de Adultos e da Economia Solidária visando sanar as necessidades de trabalho dos membros desses empreendimentos e contribuir com os princípios deste tipo de economia?

O objetivo desta investigação foi propor uma abordagem de Educação Matemática com base nos princípios da Etnomatemática (D'Ambrosio, 1996, 2001) e do trabalho colaborativo de Vygotsky (1991). Além disso, visou-se também a inclusão social dos membros deste empreendimento, caminhando na busca da emancipação dos seus processos produtivos favorecendo, não só a inserção de pessoas com necessidades especiais que foram excluídas pelo mercado de trabalho e ensino nos moldes tradicionais, mas também uma forma de geração de renda para essas pessoas. Desta forma, entende-se que eles poderão sentir-se autoconfiantes de suas possibilidades e eficazes na sociedade novamente.

Pressupostos teóricos

A competição, que é uma das características da economia capititalista (predominante no Brasil), favorece aqueles que possuem melhores condições, pois terão mais recursos e funciona como uma forma de reprodução da sociedade, colaborando na manutenção das desigualdades sociais. Em contrapartida a Economia Solidária tem a proposta de cooperação, para que pessoas excluídas pelo Capitalismo possam ter condições dignas, buscando a igualdade entre os participantes (Singer & Souza, 2000). Ainda segundo esses autores a Economia Solidária é pautada em quatro princípios: cooperação, autogestão, viabilidade econômica e solidariedade (Singer & Souza, 2000).

Esta pesquisa visou, por meio da Etnomatemática, colaborar com tais princípios, para isso foram utilizados pressupostos da Etnomatemática, considerando o contexto cultural das pessoas desse EES. Segundo D'Ambrosio (1996), a Etnomatemática visa reconhecer as diferentes culturas que constituem um país, dessa forma, colaborando com a busca pela cidadania e valorização de todas as culturas, principalmente daquelas excluídas pelo sistema Capitalista. Intervenções anteriores realizadas neste contexto foram abordadas em Meneghetti e Gargarella (2016).

Dessa forma, de acordo com D'Ambrosio (2001), pode-se compreender a Etnomatemática como as maneiras e técnicas de entender a realidade dentro de um contexto cultural próprio, isto é, as práticas e conhecimentos matemáticos relacionados a uma cultura ou que estejam presentes em suas atividades. Meneghetti (2013) salienta que é possível uma aproximação da Educação Matemática com a Economia Solidária por meio da Etnomatemática, pois esta visa entender a realidade dentro de um contexto cultural próprio, isto é, compreender os saberes matemáticos utilizados nas tarefas cotidianas de um EES.

A partir desse entendimento constata-se uma dificuldade desse grupo, consistindo de pessoas que possuem baixa escolaridade e necessidades educacionais especiais advindas de algum transtorno mental. Com isso, a matemática pode se tornar um empecilho no desenvolvimento das atividades de produção e comercialização do empreendimento.

A obra de Vygotsky traz grandes contribuições para o ensino de pessoas com necessidades educacionais especiais. De acordo com Costa (2006), para Vygotsky a deficiência não é um limitador para o desenvolvimento da inteligência, o que limita são as relações sociais mal estabelecidas entre a sociedade e o sujeito com necessidades educacionais especiais. O indivíduo constitui-se por meio das relações sociais, culturais e da interação com o outro.

Assim, o desenvolvimento de indivíduos com necessidade educacional especial carece de forma significativa da interação com sujeitos com uma bagagem cultural maior, entendemos que isso pode ser feito através de um trabalho que considere a Zona de Desenvolvimento Proximal, a qual de acordo com Vygotsky (1991) é caracterizada pela distância entre o nível real de desenvolvimento (determinado pela capacidade do indivíduo de resolver tarefas independentemente) e o nível de desenvolvimento potencial (determinado pela capacidade de resolver problemas com ajuda de um colega mais competente ou experiente nesta tarefa).

Segundo Damiani (2008), a teoria de trabalho colaborativo é advinda das teorias educativas de Vygotsky, trabalhos conjuntos em grupos oferecem vantagens ao aprendizado não encontradas em trabalhos individuais, pois considera-se que a formação do sujeito e do seu pensamento são provenientes da interação social com outros sujeitos. Assim, a interação entre educando/educando e educando/educador pode ser efetuada por meio de um trabalho educacional colaborativo, desenvolvidas através de algumas práticas como: corrigir, discutir e contrapor ideias, tornando todos mediadores na busca pelo conhecimento.

Portanto, com base em pressupostos de uma Educação Inclusiva e Colaborativa e dos princípios da Etnomatemática e da Economia Solidária, propusemos oficinas de Educação Matemática de modo que todos os membros deste EES tivessem a mesma importância, e trabalhassem de forma conjunta, auxiliando uns aos outros.

Metodologia

Nesta pesquisa seguimos uma abordagem predominantemente qualitativa (Bogdan & Biklen, 2004), pautada na metodologia de pesquisa-ação (Thiollent, 1986). Esta última objetiva uma maior interação entre pesquisador e sujeito e busca promover a transformação social do grupo pesquisado e a solução de problemas intrínsecos às atividades desse grupo.

As intervenções focalizadas neste trabalho se deram inerentes ao desenvolvimento de um projeto de iniciação científica sob a orientação da primeira autora deste artigo e com a participação do segundo. Num primeiro momento, foi feito a coleta de dados por meio da convivência com realidade dos sujeitos da pesquisa (membros de um EES de produção de artesanato anteriormente apresentado) e do seu cotidiano de trabalho.

Essa convivência se deu por meio de observação participante, conversas informais e da realização de entrevistas semiestruturadas que foram registradas em diários de campo do pesquisador. Considerando elementos da Etnomatemática deste grupo (levantados na fase de coleta de dados) foram realizadas intervenções pedagógicas em formas de oficinas de Educação Matemática junto a este EES a fim de desenvolver conhecimentos matemáticos pertinentes ao trabalho realizado por seus membros. Essas oficinas foram registradas em um diário de campo do pesquisador.

No diagnóstico inicial observou-se que embora operações numéricas tivessem sido trabalhadas em intervenções anteriores, o grupo ainda tinha dificuldade em relação ao processo de cálculo do troco nas vendas dos produtos. Portanto, demos prioridade a essa dificuldade nas oficinas focadas neste trabalho. Tal assunto foi trabalhado em oficinas semanais de uma hora e meia de duração durante dois meses. O EES focalizado neste trabalho possui em torno de 20 membros, no entanto, há bastante rotatividade no cotidiano de trabalho e em geral somente 8 deles frequentam com assiduidade.

Todos os membros do EES foram convidados a participar. Porém, apenas três deles concordaram: Diego, Felipe e Mário (nomes fictícios) que têm idade entre 30 e 50 anos. Os primeiros possuem um quadro clínico bastante estável, o que possibilita que realizem as atividades do grupo sem maiores dificuldades, já o terceiro tem um quadro de trauma advindo de um assalto em uma loja na qual trabalhava como caixa.

Diego e Felipe já trabalhavam com as vendas nas feiras, fazendo cálculos de valor de venda e de troco o que auxiliou diretamente nas intervenções pedagógicas propostas. Mário estava em um processo para começar a participar das vendas do EES, porém já tinha um conhecimento sobre trabalho com compra e vendas, especialmente com cálculos de troco que adquiriu quando trabalhou como caixa. Os outros membros trabalhavam na produção do artesanato ou na reciclagem do papel, dessa forma, se parassem suas atividades, comprometeriam o trabalho do EES.

Desenvolvimento das Oficinas de Educação Matemática

Para que fosse desenvolvido um trabalho colaborativo em relação ao processo de cálculo do troco nas vendas dos produtos, foi proposta uma simulação de venda dos produtos onde os membros do EES seriam os vendedores e o pesquisador seria o comprador dos produtos.

Compreendemos que o recurso de simulação de uma situação real favorece o uso da imaginação (atuação do sujeito sobre uma situação imaginária), fator que de acordo com Vygotsky (2006), ajuda na atribuição de significado à situação apresentada. Para auxiliar a simulação, foram utilizadas notas de dinheiro fictícias (de brinquedo), a fim de que os trabalhadores tivessem uma maior familiaridade com o sistema monetário brasileiro.

O procedimento utilizado nas oficinas encontra-se exemplificado abaixo:

Pesquisador: Quanto custa os produtos vendidos pelo EES?

Diego: A agenda custa R$ 40,00, o caderno custa R$ 20,00 e o bloquinho custa R$ 5,00.

Pesquisador: Gostaria de comprar duas agendas, três cadernos e quatro bloquinhos.

Os três participantes da oficina deveriam, com auxílio uns dos outros, fazer o cálculo da venda. De forma dialogada buscamos a compreensão de como os membros do EES faziam esse cálculo na feira e foi possível perceber que eles sabiam que era necessária uma soma para encontrar o valor de venda. Ademais, também observou-se que os três participantes sabiam fazer a soma, visto que a mesma havia sido trabalhada em intervenções pedagógicas anteriores.

Em alguns momentos um ou outro errava o cálculo, o que tornava importante que as ideias fossem contrapostas e que se discutisse o porquê daquele resultado. Buscou-se sempre que eles tentassem ajudar-se um ao outro e pudessem chegar a um consenso, conseguindo explicar como havia sido feito o cálculo e porque achavam que era aquele o resultado e que tentassem ajudar um ao outro. Esse procedimento poderia ser utilizado na feira de maneira a contribuir que a prática de venda fosse sempre desenvolvida sem erros e coletivamente.

Posteriormente, após chegar-se a um consenso quanto ao valor de venda, foi feita a simulação:

Diego: O valor total de compra é R$ 160,00.

Pesquisador: Se eu pagar com quatro notas de R$50,00. Qual o valor do troco?

Os membros do EES deveriam inicialmente discutir qual foi o valor total dado para pagar a compra e então calcular o troco. A identificação do valor dado para pagamento foi algo simples, pois tratava-se de uma soma, que havia sido trabalhada na parte inicial da simulação. No entanto, o troco gerava algumas complicações, já que envolvia o conceito de subtração. Eles até compreendiam o procedimento a ser realizado, o qual chamavam de "conta de menos", porém tinham dificuldade em fazê-lo. Foi constatado que na feira eles utilizavam a calculadora, mas nem sempre sabiam se o cálculo havia sido feito de forma correta.

Com isso, essa etapa da comercialização era uma dificuldade importante a ser resolvida pelo grupo. Assim, para finalizar a simulação foi abordado como realizar o procedimento de subtração, a partir de se abordar a troca no sistema posicional na realização desta operação. Além disso, foi trabalhado e proposto o uso da calculadora como uma prática a ser utilizada na feira com o intuito de os membros pudessem verificar o resultado a que chegaram para a devolução do troco, que foi a seguinte:

Pesquisador: Como o troco é calculado a partir da seguinte operação: Troco = Valor Dado pelo Cliente - Valor total da Venda. O que podemos fazer para conferir se o troco foi calculado corretamente? Após discussão coletiva chegou-se à relação: Troco + Valor total da Venda = Valor Dado pelo Cliente

Felipe fazia o cálculo mental de forma rápida, enquanto Diego realizava-os utilizando a calculadora para verificar.

Felipe: O valor da venda dá 80 reais de agenda, 60 de caderno e 20 de bloquinho, então dá, 180.

Diego: Não, olha! Dá 160. Mário: Isso, 160.

Diego mostrava os cálculos para os demais, Felipe tentava compreender, senão, perguntava ao pesquisador. Mário apenas concordava com os outros.

Felipe: Então, se deu quatro notas de 50, pagou 200 reais né? Então o troco é 40?

Diego: Isso Olha! 200 - 160 = 40. E se fizer o valor do troco, 40, mais o valor da venda, 160, dá 200, que é o valor pago.

Desta forma, a cada simulação, os membros do EES deveriam calcular tal relação a fim de verificar se o troco estava correto. Essa relação poderia ser utilizada para contribuir com os membros do EES, já que eles poderiam verificar coletivamente se o valor calculado estava correto. Assim, em situações similares eles poderiam fazer o cálculo do valor da venda e do valor do troco, enquanto outros poderiam atuar na verificação, estimulando a contribuição de todos nesse processo.

A possibilidade de conferir os resultados a que chegavam mostrou-se importante para a autonomia dos membros deste EES, uma vez que passaram a ter maior segurança na realização do cálculo e conseguiriam efetuá-los sem ajuda de terceiros. Ademais, o trabalho realizado coletivamente favoreceu também a cooperação na execução das tarefas.

Considerações Finais

As oficinas foram desenvolvidas considerando os princípios da Etnomatemática, já que os problemas trabalhados tiveram como base dificuldades advindas do trabalho deste EES, ou seja, problemas próprios do contexto do grupo pesquisado. Isso auxiliou na aprendizagem dessas pessoas, que veem aplicação da matemática na resolução de um problema que pode ser útil em seus cotidianos. Ademais, foram compreendidos e respeitados os procedimentos matemáticos que o grupo utilizava, sem apresentar métodos matemáticos muito distantes desses, a fim de valorizar as práticas matemáticas próprias do grupo.

Além disso, nessas oficinas, com base na teoria de Vygotsky (1991), deu-se ênfase ao trabalho colaborativo. Tal abordagem foi benéfica, pois auxiliou no que diz respeito às discussões sobre os procedimentos e conceitos matemáticos, a participação de todos favoreceu o desenvolvendo um de maior comunicação e relacionamento entre os membros deste EES, contribuindo tanto de ensino e aprendizagem dessas pessoas quanto no fortalecimento do princípio da cooperação, que é um dos pilares da Economia Solidária.

Portanto, acreditamos que a atuação pedagógica de Educação Matemática desenvolvida auxiliou os membros deste EES na superação de algumas dificuldades e aquisição de maior segurança quanto ao uso da matemática em suas atividades de trabalho. Entendemos que, ao transformarmos a relação dessas pessoas com a matemática caminhamos na direção de contribuir com suas emancipações no trabalho.

Agradecimentos: à Pró-reitoria de Graduação da USP (Programa Ensinar com Pesquisa e Programa Unificado de Bolsas para Graduação); ao MEC/ PROEXT (2015)[1] e à FAPESP que concedeu auxílio num projeto anterior que deu inicio a atuação de Educação Matemática no contexto da Economia Solidária[2].

Referências e bibliografia

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto: Porto Editora.

[1]PROEXT 2015/MEC/USP: Ações pedagógicas em Educação Matemática para membros de Empreendimentos de Economia Solidária da cidade de São Carlos/SP; (Coordenação); projeto aprovado.

[2]Houve a participação da pesquisadora (primeira autora deste artigo) no projeto "Proposição de diretrizes para políticas públicas em Economia Solidária como condição para desenvolvimento de território urbano: caso Jardins Gonzaga e Monte Carlo – São Carlos – SP". Apoio: FAPESP (na linha de Políticas Públicas – Processo: 07/55393-6, no período de 2009 a 2011).

Brasil (2006). Ministério do Trabalho e Emprego. Secretaria Nacional de Economia Solidária. *Atlas de Economia Solidária no Brasil*. Brasília: MTE/SNES.

Costa, D. A. F. (2006). Superando limites: a contribuição de Vygotsky para a educação especial. *Revista Psicopedagogia*, *23*(72), 232-240.

Damiani, M. F. (2008). Entendendo o trabalho colaborativo em educação e revelando seus benefícios. *Educar em revista*, 31, 213-230.

D'Ambrosio, U. (1996) Educação Matemática: *Da Teoria à Prática. Campinas*: Papirus.

D'Ambrosio, U. (2001). *Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade*. Minas Gerais: Autêntica.

Meneghetti, R. C G. (2013). Educação matemática e economia solidária: uma aproximação por meio da etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *6*(1), 40-66.

Meneghetti, R. C. G., & Gargarella, B. C. (2016) Etnomatemática e economia solidária na educação especial de adultos. *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática*– Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. (p. 1-12). São Paulo – SP: SBEM.

Ministério da saúde. *Centro de Atenção Psicossocial (CAPS).* Recuperado de: http://portalms.saude.gov.br/saude-para-voce/saude-mental/acoes-e-programas-saude-mental/centro-de-atencao-psicossocial-caps.

Singer, P., & Souza, A. R. A. (2000). *Economia Solidária do Brasil – A autogestão como resposta ao desemprego*. São Paulo: Contexto.

Thiolletn, M. (1986). *Metodologia da pesquisa-ação*. São Paulo: Cortez: Autores Associados.

Vygotsky L. S. (2006). *La imaginacion y el arte en la infância* (7ª ed.).. Madrid: Akal.

Vygotsky, L. S. (1991). *A formação social da mente*. (4ª ed.). (Trad. J. Cipolla Neto., L. S. M. Barreto & S. C. Afeche, Trad.). São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Ltda.

XV CIAEM
Medellín - Colombia
5 - 10 mayo/maio/may 2019
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference on Mathematics Education
Universidad de Medellín
Universidad de Antioquia

El signo cultural como protagonista de la planificación: implementando etnomatemáticas regionales en la escuela

María Elena **Gavarrete Villaverde**
Escuela de Matemática, Universidad Nacional
Costa Rica
maria.gavarrette.villaverde@una.ac.cr

Jesennia Chavarría **Vásquez**
Escuela de Matemática, Universidad Nacional
Costa Rica
jessenia.chavarria.vasquez@una.ac.cr

Margot Martínez **Rodríguez**
Escuela de Matemática, Universidad Nacional
Costa Rica
margot.martinez.rodriguez@una.ac.cr

Marcela García **Borbón**
División de Educología, Universidad Nacional
Costa Rica
marcela.garcia.borbon@una.ac.cr

Resumen

El objetivo de esta comunicación, es mostrar una propuesta desarrollada en Costa Rica para enriquecer la planificación docente desde la visión sociocultural de las matemáticas, utilizando como vehículo los signos culturales regionales. Esta propuesta surge como resultado de las producciones didácticas obtenidas por parte de docentes de primaria que participaron en un curso de Enculturación Matemática y Etnomatemática, impartido en varias zonas del país, en el cual dichos docentes fungieron un doble rol, de investigadores de etnomatemáticas regionales y de docentes reflexivos de su práctica profesional para enriquecer su planificación didáctica desde la visión sociocultural. El principal hallazgo, es, por lo tanto, una estructura de planificación didáctica, a partir de las etnomatemáticas de signos culturales regionales, que los docentes puedan utilizar para el desarrollo de conocimientos y habilidades matemáticas en la escuela.

Palabras clave: etnomatemática, signo cultural, planificación didáctica, formación docente

Introducción

El propósito de esta comunicación es describir una propuesta que ha sido desarrollada con la finalidad de enriquecer la planificación docente desde la visión sociocultural de las matemáticas, utilizando como medio el estudio etnomatemático de signos culturales regionales. Esta propuesta surge a partir del curso de formación continua para docentes de primaria titulado "Etnomatemáticas y Enculturación Matemática", que se enmarca en el proyecto Formación de docentes en la visión sociocultural de las matemáticas, el cual surge en el 2015 como un esfuerzo conjunto de la Escuela de Matemática (EM) y la División de Educología (DE) de la Universidad Nacional (UNA), ante los desafíos nacionales e internacionales de atender la diversidad sociocultural, como una forma de propiciar la equidad y la justicia social

El propósito del curso radica en *promover la apropiación y comprensión del conocimiento desde una visión sociocultural de las matemáticas*, y está dirigido a docentes de primaria en ejercicio, que provengan de zonas rurales, urbano marginales y zonas indígenas o costeras. En las actividades desarrolladas, se propuso la etnomatemática en procura de promover la reflexión de los docentes sobre elementos de su entorno sociocultural para integrarlos en el desarrollo de su actividad profesional: dando lugar a la construcción de producciones didácticas a partir de la investigación etnomatemática de contextos locales. Cabe destacar que los docentes ya contaban con la experiencia y formación en competencias de planificación didáctica, por lo que el aporte de este trabajo es fortalecer dichas competencias, considerando los elementos del entorno sensibles a incorporarse en el aula, y que puedan abordarse en las clases de matemática.

Gavarrete, Albanese, Martínez, García y Chavarría (2018), plantean que el diseño del curso de enculturación de docentes a partir de etnomatemática se da en función de estimular:

- la sensibilización sobre la dimensión histórica y filosófica de la matemática,
- la sensibilización sobre la visión social y cultural de las matemáticas,
- la formación de los docentes como enculturadores matemáticos, es decir como sujetos que se apropian de su identidad regional desde la investigación de las matemáticas de su entorno,
- el fortalecimiento de la creatividad docente a partir de actividades que inducen a la creación de recursos didácticos contextualizados con el entorno del docente (p.364)

Las actividades desarrolladas en el curso contemplan un proceso de formación y sensibilización sobre la teoría desarrollada por Alan Bishop, respecto a la visión sociocultural de las Matemáticas y la Enculturación Matemática como un proceso de formación profesional; así como también, proponer la figura del docente como investigador de su contexto y de su propia práctica pedagógica, en la cual se promueve el desarrollo de una planificación curricular a partir de un signo cultural.

El docente como investigador de su contexto, elige un signo cultural de su comunidad o entorno, y a partir de él, considera las seis actividades matemáticas universales de Bishop (1988, 1999): contar, medir, localizar, diseñar, jugar, explicar; así como otras específicas en Costa Rica (clasificar, estimar y relacionar); vinculadas a dicho signo. Una vez seleccionado el signo cultural y las actividades matemáticas, el docente planifica y en algunos casos implementa en su aula estrategias pedagógicas dirigidas a partir del signo cultural seleccionado.

La Planificación Didáctica desde el Enfoque Intercultural

El interés por orientar la formación docente desde la visión del Programa de Etnomatemática (D'Ambrosio, 2008) radica en potenciar estas competencias que permitan "descongelar matemáticas" (Gerdes, 1985) insertadas en objetos culturales, y promover la creatividad docente necesaria para desarrollar el currículo de matemáticas en conexión con el entorno sociocultural. Sin embargo, para presentar a las matemáticas como una ciencia al alcance de todos, se requiere un discurso que muestre la concordancia entre la matemática y su conexión con otras disciplinas (Oliveras, 1996).

Las propuestas de mediación en el aula plantean el protagonismo del estudio de un “signo cultural”, entendido éste como un rasgo característico de una cultura, con el cual se puede construir una secuencia de actividades para introducir un concepto matemático escolar (Gavarrete y Albanese , 2015) cuyo potencial didáctico -matemático se pueda aprovechar en las aulas escolares (Oliveras, 1996). Desde esta perspectiva, se promueve una pedagogía culturalmente relevante (Rosa, D’Ambrosio, Orey, Shirley, Alangui y Gavarrete, 2016) y la sensibilización docente hacia la matemática como un fenómeno cultural que es compartido socialmente (Bishop, 1999).

Blanco (2008a) plantea que la visión pedagógica que se asume desde la Etnomatemática, debe regirse sobre una práctica y dentro de las necesidades ambientales, sociales y culturales, así como también dar espacio para la imaginación y para la creatividad, donde el docente tiene en cuenta el contexto en el que sus alumnos viven. Asimismo, Blanco (2008b) plantea que la etnoeducación requiere de etnoeducadores que promuevan en sus alumnos una visión crítica del presente y que les faciliten los instrumentos intelectuales, explícitos, analíticos y materiales para su desarrollo en una sociedad multicultural.

El proceso de *enculturación* de los docentes, abarca los aspectos teóricos y metodológicos, que se traducen en abordar el estudio del conocimiento matemático en el contexto regional del docente, quien se implica en un proceso de investigación de las etnomatemáticas de su propio entorno y quien reflexiona acerca de su propia práctica, con el fin de favorecer un aprendizaje significativo con pertinencia cultural.

Gavarrete y Albanese (2015) recalcan que lo que se pretende es que los docentes desarrollen competencias o habilidades para analizar los problemas de su aula y darle soluciones abiertas y coherentes con la realidad temporal y del entorno; para ello, la metodología de trabajo que ha sido implementada en estas experiencias formativas está centrada en el estudio de las matemáticas implícitas en un *signo cultura*l.

Gavarrete, M.E.; Albanese, V.; Martínez, M.; García, M. y Chavarría, J. (2018) establecen que en el proceso investigativo del signo cultural se reflexiona sobre la universalidad del conocimiento matemático y sus aplicaciones didácticas, ya que se ha buscado una formación didáctico-matemática para promover competencias que les permita a los docentes observar elementos, cotidianos y ancestrales, de la cultura desde una perspectiva matemática; además, establecer relaciones entre objetos culturales, materiales o simbólicos, y conceptos o propiedades; diseñar actividades basadas en situaciones culturales, que puedan abordarse en las aulas de matemáticas caracterizadas por su diversidad cultural; y, llevar a cabo el desarrollo del currículo de matemáticas con un enfoque intercultural, tanto en sus fines como en sus recursos.

Desde esta perspectiva se materializa el proceso de planificación considerando la posibilidad de hacer explícitas las matemáticas que están implícitas en el entorno del docente y del estudiante. Para ello, se entiende por planificación “el proceso de toma de decisiones que permite imaginar y crear ambientes y experiencias de enseñanza y de aprendizaje antes de que ocurran” (Martínez, 2007, p.232). Esto incluye decidir acerca de la intencionalidad educativa, las estrategias metodológicas, los métodos y técnicas de evaluación, los medios o recursos a utilizar, el ambiente o infraestructura, considerando el contexto sociocultural, las características del estudiantado, el rol que cada participante del proceso educativo ejerce, entre otros factores. La planificación didáctica se concentra en cuatro interrogantes alrededor de las cuales debe reflexionar el docente para la organización del proceso de enseñanza y de aprendizaje: *¿para qué enseñar?*, *¿qué enseñar?*, *¿a quiénes enseñar?*, *¿cómo?* y *¿cuándo enseñar*?

El *para qué* enseñar responde a la intencionalidad que tiene en el proceso, es decir, las habilidades que se desean alcanzar, haciendo énfasis en los resultados. El *qué* enseñar refiere al contenido, para el cual el docente debe considerar su criterio pensando en que éste sea asequible al estudiantado. La tercera pregunta, a *quiénes enseñar,* apunta al estudiantado con quien se va a desarrollar el proceso de enseñanza y de aprendizaje; sus características, intereses, capacidades, entre otros factores. *Cuando* y *cómo* enseñar, implican la organización en tiempo, es decir, trimestres, ciclos, número de lecciones en las cuales se va a desarrollar el contenido y el cumplimiento de objetivos; y, la metodología, que responde a las estrategias de enseñanza y de aprendizaje y los recursos o materiales a utilizar en el aula para propiciar aprendizajes significativos. Dentro de la planificación también está la evaluación como un proceso permanente y continuo que nos permite conocer el avance en los aprendizajes del estudiantado a partir de técnicas e instrumentos.

Planificación Curricular a partir de un Signo Cultural

La planificación curricular que se propone, a partir de un signo cultural, es coherente con la propuesta de los programas del Ministerio de Educación Pública (MEP) aprobada en el 2012 para la enseñanza de la matemática, que busca romper paradigmas y mitos que han acompañado a esta disciplina en los diferentes niveles del sistema educativo costarricense, a través de una estrategia que promueve una visión de la matemática como algo más cercano a la realidad inmediata. En lo que refiere a la contextualización, se propone que el estudiante tenga un papel activo en su proceso de aprendizaje, que sea capaz de construir su propio conocimiento a través de la identificación, uso y diseño de modelos matemáticos relacionados con su realidad educativa. Aquí, se entiende como modelo a "un conjunto de elementos matemáticos conectados que representan una realidad específica (explican, describen, permiten hacer predicciones)" (MEP, 2012, p. 31).

Según la posición del MEP (2012) "al colocar los objetos matemáticos en contextos socioculturales se permite visualizar la participación de heurísticas, dudas, errores, concepciones equivocadas e incluso la existencia de retrocesos cognoscitivos en algunos campos" (p. 39). Con más frecuencia de la debida, la matemática que predomina en las aulas es una matemática eurocéntrica y que no alude a la multiculturalidad del mundo contemporáneo. Los estudiantes se enfrentan al reto de aprender en ambientes que subvaloran o ignoran su propia cultura, con lo cual, se justifica la relevancia de incorporar el signo cultural para enaltecer el sentido de identidad de las regiones, a través de la planificación didáctica, motivando a los estudiantes de culturas diversas a sentirse orgullosos de las contribuciones del conocimiento local al desarrollo del conocimiento global (Rosa et al, 2016).

El signo cultural, desde el marco de esta propuesta de planificación didáctica para la educación matemática en primaria, constituye un elemento transversal en la planificación didáctica como protagonista en el *qué enseñar* y *para qué enseñar*, *a quienes enseñar*, *cuándo* y *cómo enseñar*.

La planificación didáctica desde la perspectiva sociocultural: algunos resultados

Los elementos que se proponen para la planificación didáctica desde la perspectiva sociocultural de las matemáticas consideran: la descripción del signo cultural, las Actividades Matemáticas Universales asociadas al signo cultural, aspectos curriculares (área de conocimiento, nivel educativo, conocimientos matemáticos, habilidades específicas e indicadores de logro), secuencia y actividades didácticas y evaluación.

En cuanto al *signo cultural*, concebido como eje transversal de la planificación, refiere a aspectos históricos, anecdóticos, contextuales, económicos, sociales, entre otros. En la experiencia de implementación, los signos culturales fueron determinados por cada uno de los docentes participantes al curso y se circunscriben al contexto de una determinada Región Educativa, sin que esto impida su réplica o estudio en otras regiones del país. Cada signo cultural es el resultado de un proceso de investigación, enculturación y empoderamiento docente, que evidencia la identidad de una región, de un grupo social o de una práctica cultural.

La descripción del signo cultural, pretende responder preguntas como las siguientes: ¿cómo se desarrolla dicha actividad?, ¿dónde se realiza?, ¿quiénes la efectúan?, ¿en qué contextos se lleva a cabo?, entre otras. La pesca artesanal, por ejemplo, fue uno de los signos culturales analizados, y a pesar de surgir en una determinada región del país constituye un signo presente en diversas zonas de Costa Rica. De esta práctica, dependen económicamente miles de familias, y puede analizarse desde la acción de pescar, ligado al tipo de red que se utiliza, el tipo de pez que se obtiene, hasta su comercialización.

Por su parte, las *Actividades Matemáticas Universales* (AMU) fueron consideradas en la planificación didáctica, pues permiten describir la funcionalidad y el potencial del signo cultural para el desarrollo de conocimientos o habilidades matemáticas. Cabe destacar que no todos los signos culturales se asocian explícitamente a las seis actividades matemáticas universales. Por ejemplo, en el signo cultural del Desfile de Boyeros, actividad de festejo presente en ciertas zonas de Costa Rica, fueron identificadas las AMU vinculadas con contar, medir, localizar y diseñar; esto, por cuanto se puede contar la cantidad de boyeros, se mide la distancia que guarda cada carreta y boyeros en el desfile, se localiza el recorrido oportuno para efectuar dicho desfile y existen múltiples diseños en cada carreta dentro del desfile.

En cuanto a los *aspectos curriculares* considerados para la planificación didáctica se establecieron: área de conocimiento, nivel educativo, conocimientos matemáticos, habilidades específicas e indicadores de logro. En la Figura 1 se muestra cómo dichos elementos consideran los aspectos fundamentales para la organización curricular.

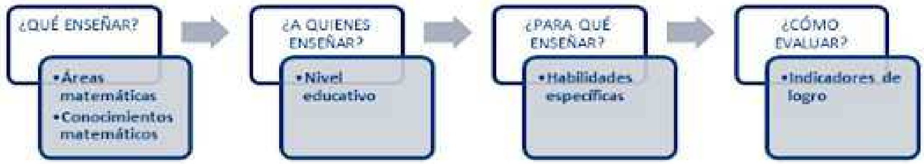


Figura 1. Elementos curriculares considerados para la planificación

El programa de estudio de matemática para la educación primaria y secundaria en Costa Rica, establece cinco áreas matemáticas: Números, Medidas, Geometría, Relaciones y Álgebra y Estadística (MEP, 2012). Al respecto, Ruíz (2013) menciona que: "El currículo se diseñó con una integración vertical del primer grado escolar al último. La fundamentación teórica (filosófica y curricular) es la misma para todo el currículo, las áreas matemáticas son las mismas" (p.25). La planificación didáctica propuesta guarda coherencia con lo establecido en el programa de estudio del MEP, de manera que alude a las cinco áreas matemáticas establecidas en dicho programa.

El nivel educativo, por otra parte, es el grado escolar en el cual se pretenden desarrollar determinados conocimientos matemáticos y habilidades específicas. Los conocimientos y las habilidades específicas son contempladas de forma textual del programa de estudio. Esta propuesta favorece las conexiones e interrelaciones horizontales y verticales entre el área y el nivel educativo, tal y como se ejemplifica en la Figura 2.

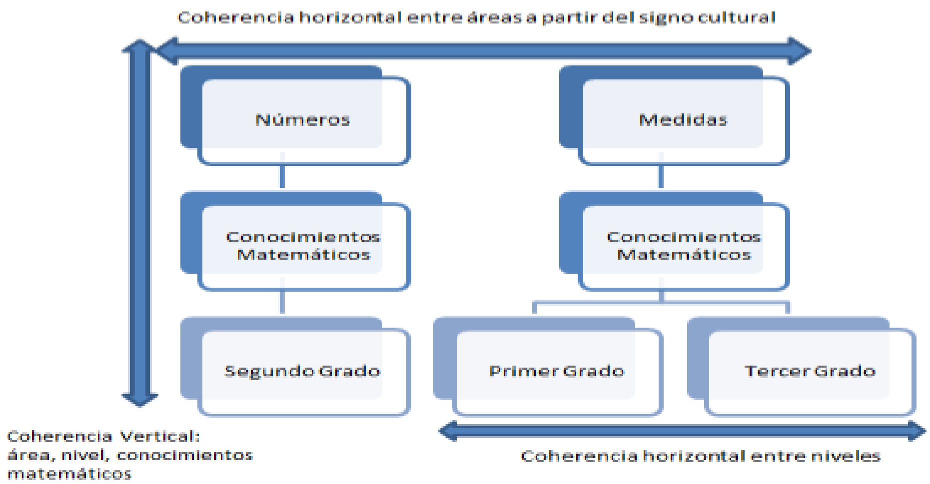


Figura 2. Coherencias verticales y horizontales de las Unidades Didácticas.

Los indicadores de logro, por otra parte, constituyen criterios de evaluación, pero, además, representan la conexión, entre los conocimientos y habilidades matemáticas propuestos y el signo cultural. La Figura 3 muestra un ejemplo de esta conexión, con respecto al signo cultural del Desfile de Boyeros.

Figura 3. Conexiones entre indicadores de logro, conocimientos matemáticos y habilidades específicas

Los conocimientos matemáticos es un apartado considerado en la planificación didáctica que incluye aquellas definiciones, representaciones, propiedades, entre otros, relativos al contenido o contenidos matemáticos que se abordan.

Los elementos curriculares descritos hasta el momento son materializados en el diseño de la *secuencia y las actividades didácticas* que se sugieren al docente, donde el signo cultural es el protagonista del proceso de mediación. Por ejemplo, si el signo cultural es un determinado baile folclórico, una propuesta de mediación va a estar orientada a que los niños realicen el baile mientras se estudian elementos matemáticos geométricos.

La secuencia didáctica y actividades, están construidas en función de los indicadores y por esta razón responden a diversos niveles educativos, tal y cómo se evidenció previamente. De esta forma, cada docente en la planificación de su mediación pedagógica en el aula debe considerar si algunas actividades son pertinentes o no, para su grupo o grupos de niños; es decir, las actividades constituyen una propuesta que debe ser adaptada por los docentes de primaria, en función del nivel de los estudiantes, de los recursos disponibles y de las condiciones de cada institución educativa.

Finalmente, esta planificación didáctica contempla una *guía de evaluación para el docente*, donde se sugiere una rúbrica que pretende servir de base en la verificación de avance o logro de los indicadores propuestos. Esta rúbrica propone una escala cualitativa del nivel de rendimiento del estudiante, que representa un grado de apreciación por parte del docente en función del nivel de logro en las actividades.

Reflexiones Finales

Durante el tiempo en que se implementó el curso, se comprobó que muchos docentes cuentan con provechosa experiencia en el uso del recurso de la contextualización en su planeamiento docente. Fue muy satisfactorio, para las autoras-facilitadoras del curso, escuchar las intervenciones de algunos participantes, cuando explicaban - con mucho entusiasmo - que ya habían usado elementos de su contexto e incluso de su cultura, como base para el diseño de actividades de aula, así como los ventajosos resultados de esta práctica. Con sus comentarios, validaron la importancia de usar elementos propios de su entorno y herencia cultural como una forma de lograr un aprendizaje significativo, si bien admitieron que no conocían los conceptos de "etnomatemática" o "enculturación" propiamente, ni estar familiarizados con la visión sociocultural de las matemáticas. Por ejemplo, algunas docentes mencionaron proyectos basados en el salto de la cuerda o la elaboración de caballitos de palo en el abordaje de las matemáticas en contexto.

Como bien explican Albanese y Gavarrete (2015), la inclusión de las etnomatemáticas en la formación de maestros ha mostrado ser efectiva en la promoción de la equidad en la educación matemática. La reflexión profesional que ese proceso promueve resulta en la valorización del conocimiento ancestral dentro de un proceso de educación multicultural. Las reflexiones de los maestros sobre su rol como educadores en entornos específicos les ha conferido la posibilidad de enaltecer su profesión como agentes difusores de su cultura, además de considerar la elaboración de microproyectos curriculares basados en etnomatemáticas una práctica pedagógica que promueve procesos de enculturación (p.313).

Esta propuesta didáctica, por tanto, potencia el desarrollo de una educación que permita combatir la exclusión social vinculada a un currículo monocultural y etnocéntrico, así como promueve un equilibrio entre los conocimientos locales y globales para favorecer el trabajo en la escuela.

Referencias y bibliografía

Bishop, A. (1988). Aspectos sociales y culturales de la Educación Matemática. *Enseñanza de las Ciencias, 6 (2)*, 121-125.

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural.* Barcelona: Paidós.

Blanco, H (2008a). Entrevista al profesor Ubiratán D'Ambrosio. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *1*(1), 21-25.

Blanco, H. (2008b). La integración de la etnomatemática en la etnoeducación. En *Encuentro Colombiano de Matemática Educativa.* Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/874/1/11Conferencias.pdf.

D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad.* México: Limusa.

Gavarrete, M. E. y Albanese, V. (2015). Etnomatemáticas de signos culturales y su incidencia en la formación de maestros. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 8*(2), 299-315.

Gavarrete, M.E.; Albanese, V.; Martínez, M.; García, M. y Chavarría, J. (2018). Enculturación Matemática y Etnomatemática: fundamentos teóricos, metodológicos y empíricos de un proyecto de formación docente en Costa Rica, En Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (Eds.), *Libro de Actas del VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, Madrid, 2017* (pp. 360-368). ISBN 978-84-945722-3-4

Gerdes, P. (1985). Conditions and strategies for emancipatory mathematics education in undeveloped countries. *For the Learning of Mathematics, 5*(1), 15-20.

Martínez, N. (2007). La planificación de un curso: una breve guía para profesores. *Revista Docencia Universitaria, 8*(1), 231 - 239

Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de estudio de matemáticas*. San José, Costa Rica: Autor.

Rosa, M.; D'Ambrosio, U.; Orey, D. Shirley, L; Alangui, W. Palhares, P. y Gavarrete, M.E. (2016). *Current and Future Perspectives of Ethnomathematics as a Program*. Springer International Publishing: India.

Ruiz, A. (2013). La reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. Perspectiva de la praxis. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, (10), 1-111.

Oliveras, M.L. (1996). *Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.

Teatro no Ensino da Matemática: o lúdico como estratégia para humanizar a Matemática

Cláudia **Concordido**
Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Centro Universitário IBMEC-RJ
Brasil
concordido@ime.uerj.br

Jeanne **Barros**
Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Projeto Fundão, Universidade Federal do Rio de Janeiro
Brasil
jeanne@ime.uerj.br

Maurício **Mendes**
Colégio Militar do Rio de Janeiro
Brasil
mauricio.mendes@uol.com.br

Daniele **Motta**
Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Brasil
daniele_motta@hotmail.com

Resumo

O artigo versa sobre a utilização do teatro como uma forma lúdica para atrair alunos do Ensino Básico a se envolverem na Matemática. São apresentadas aqui três experiências desenvolvidas no Colégio Militar do Rio de Janeiro (CMRJ), como atividades extra, para turmas de nono ano do Ensino Fundamental, com o uso do teatro na motivação para estudar Matemática. Três temas da História da Matemática foram escolhidos, em três anos consecutivos, para o qual o discente se vê obrigado a desenvolver pesquisas, escrever e representar peças teatrais. No final desse percurso, há um envolvimento que faz o alunado ver com outro olhar as ciências exatas, desenvolvendo a criticidade, aumentando a sensibilidade e o senso de solidariedade, passando a encarar a Matemática como uma ciência temporal, humana e sujeita a interferências políticas e sociais. Verificamos que a utilização do teatro no ensino da

Matemática une alunos afeitos tanto às ciências humanas como às ciências exatas, solidificando as relações entre os membros da comunidade escolar.

Palavras chave: teatro no ensino de Matemática, História da Matemática, ludicidade.

Introdução

Muitos alunos veem a Matemática somente como uma ciência exata, dissociada do contexto histórico-social. Nesta parcela existem aqueles que têm, por afinidade, uma performance mais destacada nas disciplinas de cunhos social e humano, muitas vezes, criando uma espécie de bloqueio ao aprendizado da Matemática e de outras ciências exatas.

O uso de jogos teatrais atrai o interesse daqueles mais simpáticos às ciências sociais e humanas e, também, permite àqueles que gostam da Matemática a visão de que essa disciplina é construída no tempo e está sujeita a interferências políticas e sociais. A História da Matemática é o fio condutor-motivador para a aprendizagem da disciplina, uma vez que, ao pesquisar fatos históricos de determinado tema, os alunos podem despertar um interesse pela Matemática, tornando-a mais concreta. Além disso, há a oportunidade de se treinar a abstração (representar quem não se é, é abstrato) e de se discutir diversos temas morais, que dizem respeito à sensibilidade, abrindo uma possibilidade de desenvolver a criticidade.

Em 2014, fazendo uso do teatro, foi desenvolvida, como atividade extra curricular, a escrita-montagem-encenação de uma peça teatral com um tema de História da Matemática, no ensino básico do Colégio Militar do Rio de Janeiro (CMRJ). Essa experiência foi tema de dissertação de mestrado profissional no IME/UERJ (Mendes, 2014), culminando na fundação do Clube de História da Matemática no CMRJ.

O Clube teve continuidade nos anos 2016 e 2017 quando passou a fazer parte de um projeto de Extensão da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, em parceria com o CMRJ. Por meio desse projeto, buscou-se iniciar os licenciandos em Matemática em atividades lúdicas como metodologia para o ensino dessa disciplina na sua futura prática docente. Houve nos dois anos de projeto a participação de uma aluna bolsista do curso de Licenciatura em Matemática. Estabeleceu-se, então, uma conexão entre o ensino superior e a escola básica, promovendo com isso a aquisição de novos conhecimentos por parte do futuro professor.

Este trabalho discorre sobre a importância das atividades teatrais nas classes de nono ano do Ensino Fundamental, cujos temas desenvolvidos pelos alunos nesses três anos foram o imbróglio entre Cardano e Tartaglia (Roque, 2012), a história do número zero (Roque, 2012; Kaplan, 2001) e a história de Pitágoras e sua filosofia (Roque, 2012).

Referencial Teórico

Entender a Matemática como uma ciência exata, porém contextualizada na história, é fundamental quando existe o objetivo de desenvolver a criticidade dos alunos e efetivamente prepará-los para atuar na sociedade de forma mais ampla, ainda que sua vida profissional esteja mais voltada para ciências exatas.

É importante o aluno perceber que a Matemática aprendida tanto no passado, como no presente, não está dissociada das outras diversas manifestações culturais, científicas, políticas e sociais e, assim, contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico.

A necessidade de atrair o interesse dos alunos para o ensino da Matemática não é nova. Desde séries iniciais são desenvolvidas pesquisas envolvendo jogos, brincadeiras que estimulam ou atraem as crianças para a Matemática. No entanto, no segundo segmento do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, a Matemática fica afastada do contexto social. Isso acaba por afastar alunos dessa ciência, que independentemente dos conteúdos nela desenvolvidos, agrega também competências e habilidades importantes para o ser social, tais como: raciocínio lógico, capacidade de concentração, poder de síntese. Isso sem considerar conteúdos comuns a todos da sociedade (porcentagem, juros, operações básicas, perímetro, área, etc).

A oportunidade de o aluno representar, assumindo personagens da História da Matemática, atrai os desafetos das ciências exatas para perto e espera-se que isso se torne uma motivação extra ao aprendizado. Além da História da Matemática, fatos do cotidiano podem ser explorados e representados pelos alunos, ou ainda histórias como as contadas por Malba Tahan (2013) podem ser utilizadas.

Assim, trabalhar com teatro para ensinar ludicamente a Matemática, além de incentivar a busca de novos conhecimentos, também tem a função de formar criticamente o discente, apoiando-se na história e nas manifestações artísticas. E, para tal, faz-se necessário superar concepções que consideram tais manifestações como simples lazer ou algo supérfluo.

Merece destaque que a busca por uma forma lúdica de ensinar deve ser um motivador ao aprendizado, e não substituir aquilo que está posto.

Zuin (1999, p. 279-280) destaca que:

> Os grupos [de alunos] têm demonstrado grande interesse pelo desenvolvimento dos temas. Existe grande participação e envolvimento da turma. A criatividade é o ponto alto das apresentações: escrevendo mini-peças, apresentando teatros de fantoches, produzindo vídeos e materiais alternativos para o ensino de Matemática, os futuros professores se mostram capazes de inovar a prática pedagógica.

Se tais ações são positivas para alunos da graduação, quiçá para alunos do ensino básico. Qualquer oportunidade de se expressar além das formas tradicionais costuma ser incentivadora dentro do processo ensino-aprendizagem. A partir da possibilidade de se expressar ludicamente, o discente pesquisa, discute, busca se aprimorar em temas que tradicionalmente não teria interesse.

Fazendo isso, além de se apropriar de conhecimentos oriundos do capital cultural da humanidade, não raramente esse aluno desenvolve a criatividade e a imaginação. Goldschmidt (2004, p. 69) destaca que "nos processos de ensino aprendizagem pouca ênfase é dada à imaginação, que comumente é confundida com simples fantasia, resultando daí um certo desconhecimento para com suas virtualidades educativas através do fazer artístico".

Formas lúdicas de ensinar, além de serem incentivadoras para apropriação do conteúdo, cumprem o papel de despertar a imaginação e o interesse do educando. E é com práticas imaginativas que habilidades e competências necessárias a artistas em diversas modalidades, e até mesmo profissionais requisitados pelo mercado de trabalho se desenvolvem.

Davis (1993) proferiu palestra onde aponta a Matemática como uma ciência humana, elencando diversos aspectos humanísticos da Matemática. Traçando paralelos, principalmente, com a literatura, o autor argumenta que, assim como ela, a Matemática tem metáforas, ambiguidades, paradoxos. Faz ainda paralelos com a Filosofia, Antropologia e Teologia. E também destaca que a Matemática tem uma história e não é atemporal, da mesma forma que qualquer ramo do conhecimento.

A Matemática interfere na vida das pessoas das mais diversas formas no dia a dia, desde problemas relativos a finanças a problemas envolvendo pesos e medidas. Ainda hoje se pode dizer que influencia a Filosofia, visto que as bases que norteiam o pensamento filosófico ainda sofrem influência do tempo que Filosofia e Matemática se misturavam. E qual disciplina humana não tem a filosofia como escudeira?

Assim, segundo Davis (2013), se pode afirmar que se a Matemática apresenta características humanísticas, então esperamos que ela promova valores humanistas, que incitem a consciência da responsabilidade humana integral. Enfim, o autor defende a necessidade da Matemática, como ciência humana, despertar valores humanísticos. E a arte, em suas diversas manifestações, é uma excelente ferramenta para desempenhar esse despertar.

Conteúdos de qualquer disciplina podem ser ensinados através de encenações teatrais de uma forma mais concreta, oferecendo diversas possibilidades de discussão sobre temas que objetivam a formação moral do indivíduo, de uma forma que tende a ser mais prazerosa.

O teatro atrai público e pode ser aproveitado para apresentar conteúdos e desenvolver no indivíduo competências e habilidades ligadas a valores morais, éticos, estéticos e que despertem a sensibilidade, o afeto, a desinibição, a comunicação (nas suas diversas formas: corporal, gestual, visual, auditiva). E, claro, obriga o artista a pesquisar sobre aquilo que deseja manifestar.

Conteúdos densos e abstratos se tornam mais leves e ganham concretude quando podem ser representados. E, na própria peça teatral, todos os envolvidos, autores, figurinistas, músicos, atores precisam também abstrair, viver uma realidade que na maioria das vezes não é a sua. Poligicchio (2011, p. 23) diz que:

> [...] ao estudar um fato histórico antigo, o aluno precisa abstrair, ou seja, imaginar uma realidade que não condiz com o contexto atual. Quando falamos em moléculas, átomos, reações químicas, cargas eletromagnéticas, por exemplo, há uma necessidade extrema de abstração, visualização e imaginação das teorias que, muitas vezes, não se materializam diante de nós. As ciências exatas trabalham com modelos que exigem alto grau de abstração para compreendê-los. Tais como as teorias em torno das viagens espaciais. Falar em curvatura do espaço, em buraco de minhoca, ou física quântica, exige alto grau de imaginação. No âmbito teatral, a imaginação é o elemento chave do ator. A boa representação consiste em que o ator imagine o tempo todo em que estiver em cena, que é o que não é, que está onde não está, que sente o que não sente e com bastante convicção.

Tão importante como desenvolver a criticidade e a ludicidade é desenvolver a criatividade artística. Esses elementos se retroalimentam para formar o que socialmente deve (ou deveria) ser o papel dos sistemas de ensino: a formação do cidadão pleno para atuar em diversas frentes, como trabalho, solidariedade, política, família. Um cidadão que possa contribuir para a sociedade e usufruir o que esta sociedade lhe oferece.

Metodologia

Nos três anos nos quais os trabalhos foram desenvolvidos, o estudo de caso foi utilizado metodologicamente, com acréscimo da observação participante, na medida em que um dos autores do presente artigo é professor da instituição. Portanto sua participação é considerada necessária, assim como as ações, indiretamente, acabam também sendo acompanhadas e avaliadas no processo investigativo desta pesquisa.

A pesquisa é, portanto, qualitativa e trabalha com diretrizes em substituição às hipóteses da pesquisa convencional. Porém essa não existência de hipóteses não faz a pesquisa perder o processo hipotético: as comprovações das afirmativas acontecem, sempre que necessário, respaldadas em teoria bibliográfica.

Dessa forma, nesta pesquisa, que é de cunho social, a observação de aspectos qualitativos tem prioridade: envolvimento dos alunos na proposta, socialização do grupo, interesse nos fatos históricos discutidos, capacidade de superação aos empecilhos da prática, os valores éticos envolvidos, a crítica. Enfim, os fenômenos qualitativos vivenciados, observados e resgatados.

Foram escolhidos, em cada ano acima citado, os seguintes temas:

- 2014: o imbróglio entre Cardano e Tartaglia a respeito da publicação, pelo primeiro, em sua obra *Ars Magna*, das descobertas feitas pelo outro de uma fórmula para resolver equações polinomiais do 3º grau (livre escolha entre 3 temas);
- 2016: a história do número zero percorrendo as principais civilizações que contribuíram para o surgimento desse número (tema proposto pelo projeto de Extensão);
- 2017: a história de Pitágoras e sua filosofia, quando foi possível aos alunos ver que este matemático fez bem mais que o conhecido teorema (livre escolha entre 3 temas).

A partir de pesquisa bibliográfica a respeito dos temas elencados nas três edições, são marcados encontros, semanais de uma hora, na própria sala de aula, inicialmente, para discussão das pesquisas realizadas. Começam os ensaios do teatro. Em todas as edições o grupo se divide e alguns cuidam do figurino, outros do cenário (Figura 1(a)), outros do som. Durante os ensaios a alegria é evidente. Todos brincam, descontraem, sem perder os objetivos. Vale ressaltar que, em 2016, foram realizados exercícios sobre o tema, durante o desenvolvimento da pesquisa bibliográfica.

(a) (b)

Figura 1. (a) Preparativos de cenário; (b) Apresentação da peça de 2014.

O teatro, com todo o amadorismo como é feito na presente pesquisa, seduz muitos indivíduos. Em todas as etapas do processo (formação do grupo, distribuição das tarefas, pesquisa bibliográfica, discussão dos fatos pesquisados, escrever a história, preparar e adequar falas e roupas e se colocar diante de um público) até a apresentação final (Figura 1(b)) e, mesmo depois disso, proporciona empreender diversos aspectos cognitivos, afetivos e psicomotores.

Resultados e Discussões

No decorrer das etapas do processo de criação, ensaio e apresentação da peça, nos três anos, foi visto de forma clara que os jogos teatrais são importante estratégia pedagógica para motivar os alunos da escola básica para estudo da Matemática. Até porque os roteiros criados procuravam traçar um paralelo entre o fato histórico e alguma situação atual ou cotidiana dos alunos (por exemplo, a briga entre deputados no Congresso Nacional em contraponto ao imbróglio entre Cardano e Tartaglia, na peça de 2014).

A partir do fato histórico elencado, criou-se no aluno a expectativa do conhecimento matemático envolvido. O passo a passo da pesquisa proporciona aos envolvidos o prazer da busca do conhecimento e da criatividade. A percepção de que os personagens da história, muitas vezes citados como gênios, são pessoas comuns, sujeitos a falhas de conhecimento ou mesmo de caráter, leva os envolvidos, seja o grupo de atores, ou a plateia, a refletir a respeito e aguça a criticidade.

Por outro lado, vencer a timidez, improvisar, colaborar com o companheiro que esquece sua fala, enfim, fazer algo de forma ativa e participativa contribui na formação afetiva.

A preocupação com a apresentação em público (Figura 2 (b)) foi evidente em todas as etapas da atividade. Eles se veem envolvidos no próprio gerenciamento de tempo e recursos. E todo o processo é desenvolvido em grupo, fator apontado como primordial na formação escolar visando à preparação para a vida social e profissional. Além disso, observou-se que os alunos sempre buscavam dar certo humor à história (Figura 2 (a)) até para tornar o tema mais interessante para plateia e, também, para a encenação ser mais lúdica e próxima de suas realidades, conforme mencionado acima.

(a) (b)

Figura 2. (a) Cartaz da peça de 2016; (b) Apresentação da peça (2016).

No terceiro ano de atividade do Clube, 2017, houve a maior quantidade de alunos no projeto (34 alunos voluntários). Foram apresentados pelos professores três possíveis temas: os números irracionais, a história do número π e Pitágoras, tendo sido esse último o tema escolhido pelos alunos (Figura 3 (a)).

(a) (b)

Figura 3. (a) Cartaz da peça (2017); (b) Página do Clube.

Foi criada ainda uma página no Facebook (Coliseu da Matemática) para que os alunos e os professores envolvidos troquem informações, compartilhem os textos que encontraram, publiquem vídeos, etc (Figura 3(b)). Lá encontram-se textos sobre a escrita de roteiros teatrais, artigos sobre os pitagóricos e sua filosofia, vídeos sobre números e notas musicais, dentre outros.

Conclusões

As atividades teatrais são utilizadas há muito tempo como estratégia pedagógica nos processos de ensino e aprendizagem e se mostram eficazes quando se inseridas em turmas de jovens, e o presente trabalho confirma essa afirmação. De fato, a experiencia de teatro associado à História da Matemática torna possível ao aluno obter sucesso cognitivamente e desenvolver-se crítica e políticamente, permitindo-lhe se manifestar artisticamente. Isso por si só estimula a participação e aguça a curiosidade.

Constatou-se que a atividade teatral faz os alunos trabalharem de forma multidisciplinar, o que atualmente tem sido explorado pelo Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e por outros vestibulares. A partir de um tema da História da Matemática (História e Matemática), pesquisam (habilidade importante para todas as disciplinas, sem exceção) e redigem um texto (Português) no qual se obrigam a conhecer os personagens, seus costumes, sua época, sua localização (Geografia). Como os temas envolvem personagens que são matemáticos (2014 e 2017), numa época em que é comum os indivíduos se envolverem em diversas áreas do conhecimento, os alunos têm, também, contato com a história das ciências em geral. Aspectos filosóficos e sociológicos aparecem naturalmente na história real e são discutidas durante as encenações, com a preocupação dos discentes.

Esse tipo de trabalho aproveita o envolvimento dos alunos no que concerne a apresentações teatrais para atrair o interesse tanto daqueles mais simpáticos às ciências sociais e humanas como também daqueles mais ligados às ciências exatas, formando um só grupo. A partir dos fatos vivenciados, ambos potencializam seu interesse pela Matemática, tornando-a mais concreta, ainda que os fatos tratem de assuntos abstratos.

O ator (no caso o aluno) vivencia uma realidade que não é a sua, o que o obriga a abstrair, habilidade importante, também, para todas as disciplinas. De acordo com Reverbel (1997, p. 25): O ensino do teatro é fundamental, pois através dos jogos de imitação e criação, a criança é estimulada a descobrir gradualmente a si próprio ao outro e ao mundo que lhe rodeia.

Durante a nossa experiência foi defendido muito fortemente o argumento da importância da escola no desenvolvimento da criticidade dos discentes. E a criticidade é proeminente em todas as etapas da atividade aqui estudada: para escolher o tema, pois o assunto deve ser relevante e atrativo; na busca por informações a respeito do tema, já que as fontes devem ser confiáveis; na escritura do texto, havendo preocupação com o vocabulário e com a história em si; nos ensaios quando cobram uns dos outros seriedade e se comprometem a ajudar os companheiros nas disciplinas que têm pendências; no dia da apresentação, com o comprometimento para tudo dar certo.

A escola é a instituição em que a sociedade deposita as expectativas de formação educacional do indivíduo e onde, espera-se, este vai formar grande parte do seu caráter, além de evoluir cognitivamente e ter plenitude no exercício de cidadania.

Há diversos temas interessantes que poderiam ser escolhidos pelos alunos e que podem ser explorados na mesma linha, como, por exemplo, "mulheres na Matemática", "o número π", "a história de George Pólya" ou de "Johannes Kepler". O leque de opções é grande e depende das motivações da instituição, do docente ou dos próprios alunos.

Os autores agradecem à FAPERJ pelo apoio financeiro.

Referências e bibliografia

Davis, P. J. (1990). The Humanistic Aspects of Mathematics and Their Importance. *Humanistic Mathematical Network Journal, 5,* 1-2 . Recuperado em 20 de outubro, 2018, de https://scholarship.claremont.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1062&context=hmnj

Goldshmidt, L. (2004). *Sonhar, pensar e criar:* a educação como experiência estética. Rio de Janeiro: Wak.

Kaplan, R. (2001). *O nada que existe – uma história natural do zero*. Rio de Janeiro: Rocco.

Mendes, M. (2014). *Desenvolvimento do Clube de História da Matemática: um diálogo das Ciências Humanas com a Matemática*. Dissertação de Mestrado, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Poligicchio, A. G. (2011). *Teatro*: *materialização da narrativa matemática*. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

Reverbel, O. (1997). *Um caminho do teatro na escola*. (2a ed.) São Paulo: Scipione.

Roque, T. (2012). *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar.

Tahan, M. (2013). *O homem que calculava*. (83a ed.) Rio de Janeiro: Record.

Zuin, E. S. L. (1999, novembro). Aprendendo Matemática Através da História. *Anais do Seminário Nacional de História da Matemática,* Vitória, ES, Brasil, 3.

La competencia democrática en la clase de matemáticas: ¿Cuánto se tarda en desaparecer el alcohol del cuerpo?

Edna Paola **Fresneda** Patiño
Colegio Técnico Menorah IED
Colombia
epfresnedap@gmail.com
Sergio Andrés **Sarmiento** Pulido
Institución Educativa Departamental Ricardo Hinestrosa Daza
Colombia
sersarmiento@gmail.com
Julio Hernando **Romero** Rey
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Colombia
juliohernandorr@yahoo.com

Resumen

Durante el proceso de investigación realizado en el marco de la Maestría en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, nace una preocupación por el desarrollo de la competencia democrática en los estudiantes, desde la clase de matemáticas. El propósito se enfocó en caracterizar tal competencia desde el montaje de un escenario educativo de aprendizaje (García, Valero & Camelo, 2013) que surge del estudio de una situación social relacionada con el cuidado de sí, en el uso de la moto. Se centra la atención, en el estudio del tiempo que tarda en desaparecer el alcohol del cuerpo considerando su incidencia en la conducción y por tanto en los accidentes de tránsito. La propuesta se sustenta teóricamente en el enfoque de la educación matemática crítica (Skovsmose & Valero, 2012; Valero, Andrade y Montecino, 2015), y en el enfoque metodológico de la investigación crítica (Skovsmose y Borba, 2004, Skovsmose, 2015).

Palabras clave: Educación matemática crítica, competencia democrática, alfabetización matemática, conocimiento reflexivo, escenarios educativos de aprendizaje.

Contextualización de la investigación

Durante la realización de sus estudios de maestría, Sergio y Paola, se dieron a la tarea de consolidar una propuesta que no solo trascendiera el paradigma del ejercicio, con su consecuente cultura de clase, sino que permitiera el desarrollo de la competencia democrática con miras a la consolidación de espacios propicios para la constitución de sujetos críticos capaces de identificar su realidad, comprenderla y reaccionar frente a ella (Skovsmose, 1999). Exploraron, cómo desde la clase de matemáticas era posible abordar el desarrollo de la competencia democrática al trabajar con estudiantes del curso 803 de la Institución Educativa Departamental Ricardo Hinestrosa Daza del municipio de La Vega, en Cundinamarca. Asesorados por el profesor Julio y luego de una exploración inicial encontraron que en la clase habitual de matemáticas no había condiciones propicias para el desarrollo de la competencia democrática, al reconocer que ésta requería espacios de discusión entre los estudiantes y entre éstos y el profesor acerca de una situación social que los convocara teniendo en cuenta que de acuerdo a lo propuesto por Skovsmose (1999) el contenido de la competencia democrática depende de los problemas y/o las preocupaciones de la sociedad en cuestión. Esto generó la necesidad de propiciar un ambiente de clase diferente, por lo que decidieron trabajar en el montaje de un escenario educativo de aprendizaje (García, Valero y Camelo, 2013) a partir de la identificación de una situación socialmente relevante que convocara los intereses e intenciones de la mayoría de los estudiantes. Luego de mucho escudriñar y reflexionar sobre las vivencias habituales de la comunidad se estableció el uso de la moto, muy usual en este lugar, como un asunto social presente en sus antecedentes y porvenires (Skovsmose, 1999). De este modo, Paola, Sergio y Julio plantearon la situación en relación con el cuidado de sí en el uso de la moto, como el asunto que posibilitaría el desarrollo de su investigación. Aquí, se muestra el proceso realizado por un grupo de estudiantes que estudió algunos elementos relacionados con el estado de embriaguez y la manera en que esto afecta la conducción.

Competencia democrática, alfabetización matemática y conocimiento reflexivo

Con este panorama a la vista y con el propósito de caracterizar el desarrollo de la competencia democrática con los estudiantes del curso 803, Sergio y Paola se situaron desde un enfoque sociopolítico de la educación matemática, la Educación Matemática Crítica — EMC —, en el cual se parte de reconocer que las matemáticas son un elemento importante en el desarrollo de la competencia democrática, puesto que éstas son un objeto de crítica. En este sentido, el camino que los investigadores usaron para abordar el objetivo de la investigación se basa en reconocer que la competencia democrática se ejerce gracias a la alfabetización matemática (Skovsmose, 1997). Entendida como una composición de diferentes competencias: matemática, tecnológica y reflexiva, que como constructo radical le permita a las personas participar en la comprensión y transformación de la sociedad, es decir, tiene un poder crítico (Skovsmose, 1997). Existe entonces una relación entre la educación matemática y la educación para la democracia al situar la atención en la idea de "la alfabetización matemática se puede relacionar con nociones como empoderamiento, autonomía y aprendizaje para la democracia" (Jablonka, 2003, citado por Skovsmose 2012, p. 65). Esto requiere reconocer además que el conocimiento reflexivo tiene que desarrollarse para ofrecer una alfabetización matemática con un poder radicalizado" (Skovsmose 1997, p. 208). Así, el conocimiento reflexivo es la competencia para ser capaces de tomar una posición justificada ante diversas situaciones del contexto y poder reaccionar como ciudadanos críticos en la sociedad actual, aquí es necesario que se reconozcan las matemáticas como una herramienta que empodera la toma de decisiones. De esta relación, es posible concluir que al dar cuenta del conocimiento reflexivo, se estarían planteando elementos para el desarrollo de la alfabetización matemática, lo que necesariamente estaría involucrando el aprendizaje para la democracia, es decir, la competencia democrática. En consecuencia, al evidenciar indicios de la alfabetización matemática y del conocimiento reflexivo, es posible caracterizar el desarrollo de la competencia democrática en la clase de matemáticas.

Escenarios educativos de aprendizaje

El desarrollo de esta investigación implicó un proceso de cambio en la cultura de clase de los estudiantes del curso 803, así que, desde las bases teóricas de la EMC, Sergio y Paola encontraron en los ambientes educativos de aprendizaje (García, Valero y Camelo, 2013) una alternativa que se relacionaba con los propósitos de su investigación, un nicho que podría privilegiar la caracterización del desarrollo de la competencia democrática. Los escenarios educativos de aprendizaje implican vincular la intencionalidad del aprendizaje de los estudiantes relacionados con fenómenos, rutinas, situaciones y asuntos sociales y culturales a partir de las cuales se constituyen equipos de trabajo que exploran, investigan, explican y usan las matemáticas para modelar, analizar y justificar tales fenómenos y además tomar una postura crítica. De este modo, los escenarios educativos de aprendizaje se sustentan en la democracia, lo que quiere decir que la microsociedad del salón de clase debe encarnar aspectos democráticos, en los que los sujetos realmente participan, se empoderan y toman decisiones (Salazar y otros, 2010). En este proceso de indagación se invita a los estudiantes a formular preguntas y a buscar explicaciones proponiendo retos de exploración y permitiendo que sean ellos quienes tomen el mando en su proceso de aprendizaje, por eso es indispensable generar una invitación motivadora para los estudiantes, que pueda detonar el proceso de indagación esperado (Skovsmose, 2012).

Con este panorama a la vista, el estudio de la situación social relacionada con el cuidado de sí en el uso de la moto posibilitó el montaje del escenario de aprendizaje al explorar los antecedentes, porvenires y perspectivas de futuro de los estudiantes buscado movilizar los intereses e intenciones de la mayoría de ellos. El reconocimiento de esta situación surgió, primero, de la cultura propia de los estudiantes del curso 803 enmarcada en su diario vivir en un municipio de clima cálido en el que el uso de la moto es muy frecuente, no sólo como medio de transporte. Segundo, al ser este un municipio turístico y cercano a la ciudad de Bogotá la visita de caravanas de motociclistas es frecuente por lo que se pueden observar motos de distintos cilindrajes que llaman la atención de propios y visitantes. Y tercero, existe una creciente cultura de competencias ilegales en las que se han visto involucrados jóvenes y adultos del municipio. Estos hechos, sumados al deseo de los jóvenes por usar ese medio de transporte han ocasionado desafortunados accidentes de tránsito en los que se han visto involucrados algunos estudiantes, incluso con la pérdida de su vida.

Enfoque metodológico de la investigación crítica

Para desarrollar su investigación Sergio y Paola adoptaron el enfoque metodológico que es orientado por la *Investigación Crítica* (Skovsmose y Borba, 2004), entendida desde un enfoque dinámico que está en constante revisión y que se relaciona con las preocupaciones de la educación matemática crítica. Desde este enfoque, se pretende investigar, como lo menciona Skovsmose (2015) *"lo que no es, pero podría ser"*, es decir, la investigación de las posibilidades; buscando cambios tanto en la realidad observada como en la metodología usada. Aquí, se reconocen tres situaciones: actual, imaginada y dispuesta (Skovsmose y Borba, 2004), reconociendo la cooperación y la negociación como elementos fundamentales en el desarrollo de la investigación. La situación actual se refiere a la situación que hay en un aula y en una escuela, caracterizada por evidenciar "rasgos problemáticos" que constituyen la pregunta de una investigación crítica. La situación imaginada hace referencia a la posibilidad de pensar la situación actual de manera diferente, con base a las expectativas de los participantes sobre lo que "podría ser" para dar respuesta a la pregunta de investigación. Y la situación dispuesta, se entiende como una alternativa a las dos situaciones anteriores en tanto que media entre ellas y es producto de la cooperación y negociación entre los participantes. En este proceso se hace uso de instrumentos de recolección de información como: notas de campo, videograbaciones, grabaciones de audio, transcripción de episodios y producciones de los estudiantes. Se define un episodio como un recorte espacio temporal de la información recolectada, constituido como fragmentos en los que es posible observar declaraciones de los estudiantes que evidencian el uso del conocimiento reflexivo y que tienen elementos de carácter matemático en relación al cuidado de sí en el uso de la moto. El episodio que aquí se pone en discusión hace referencia al tiempo que tarda en desaparecer el alcohol del cuerpo.

Análisis de resultados

Aquí se presenta el proceso de investigación realizado por el grupo conformado por Yuleidy, Estefanía y Jesica quienes reconocen el alto grado de irresponsabilidad de algunos conductores que no son conscientes del peligro de conducir mientras tienen presencia de alcohol en su cuerpo, o que al saberlo, le restan importancia al hecho de arriesgar su vida. Por esta razón, centraron su interés en esta problemática y encontraron en su investigación inicial una información importante con respecto al ritmo en que se elimina el alcohol del cuerpo, que se puede evidenciar en la Transcripción 1.

Sergio*: Eso que tú me mostrabas ahorita del tiempo de reacción en condiciones normales que es entre 0,5 y 1 segundo, mira si de pronto ahí también está, si la persona está en estado de embriaguez, ¿cuál es el tiempo de reacción?*
Yuleidy: *Pues es que acá había algo.*
Sergio: *Para hacer una comparación.*
Yuleidy: *El alcohol se elimina a ritmo de 0,2 gramos por hora, más despacio mientras dormimos, o sea porque si usted está en actividad suda y bota el alcohol más rápido.*
Estefanía: *O sea, podríamos mirar cuánto tiempo se demora en desintoxicar el cuerpo.*
Sergio: *Eso yo no lo sabía.*
Jesica*: Dice: los efectos que produce el alcohol son el aumento en el tiempo de reacción, la disminución de la atención, de la capacidad de conducir, aumento en la fatiga y la somnolencia, la reducción del campo visual (“efecto túnel”) y la incorrecta apreciación de distancias y velocidades.*
Yuleidy: *O sea, puede pensar que va lento, pero va rápido y por eso es que pasan accidentes.*
Estefanía: *También se podrá castigar con penas de prisión por conducir en estado de embriaguez.*
Sergio*: Ahorita decían que el alcohol se demora “no sé qué tanto” en desaparecer del cuerpo.*
Yuleidy: *0,2 gramos por hora.*
Sergio: *Tengan presente ese dato, podríamos mirar, cuando uno se toma, por ejemplo, cinco cervezas, ¿cuánto alcohol le llega al cuerpo?*
Yuleidy: *Depende del alcohol que uno tome.*
Sergio: *Y entonces cuánto tiempo se demora, eso puede ser una cosa que ustedes pueden tratar de responder.*
Jesica: *Pero entonces toca ver cuánto alcohol uno se está tomando, toca entonces poner la referencia de alguna marca de cerveza.*

Transcripción 1. Implicaciones de conducir en estado de embriaguez.

En este fragmento se pusieron en discusión elementos relacionados con el tiempo de reacción de un conductor en condiciones normales —sin alteraciones en su cuerpo por consumo de alcohol u otras sustancias—, el ritmo en que se elimina el alcohol del cuerpo y los efectos que este produce para las aptitudes del conductor. Las declaraciones de las estudiantes salieron de la repetición de, por ejemplo, frases como “si va a tomar no maneje” o “se estrelló porque estaba borracho”, que son expresiones que provienen de la cotidianidad y la experiencia de otros a los que les han sucedido incidentes. A cambio, se plantearon otros argumentos que daban validez a la importancia de estudiar el estado de embriaguez para reconocer sus implicaciones en la conducción, como lo mencionó claramente Jesica desde su consulta. De ahí que fuera fundamental no conducir bajo los efectos del alcohol, lo que le daba fuerza a la reflexión que podía generarse desde este asunto en relación con el cuidado de sí. A partir del trabajo colectivo y de consulta, en este grupo parecía notarse un ambiente propicio para el desarrollo de la competencia democrática, puesto que se evidenciaba un gran potencial en relación con la alfabetización matemática y el conocimiento reflexivo, manifestado en el interés de las estudiantes por el tema de investigación a partir de esos elementos preliminares que habían encontrado desde la consulta. Por eso, con la orientación y acompañamiento de Sergio, se propusieron indagar cuál sería el tiempo estimado en que el alcohol desaparece del cuerpo de un conductor para una cantidad específica de cervezas consumidas, hecho que resultaría interesante para la reflexión que se puede establecer desde la clase de matemáticas.

Luego de algunos días de trabajo, al grupo llegó un nuevo integrante —Jaider—, que solicitó cambiarse de grupo porque los compañeros con los que estaba trabajando no aportaban a su proceso de investigación. Al empaparse del tema de investigación de sus compañeras y de acuerdo a una información preliminar que sugería que el alcohol desaparece a ritmo de 0,2 g/h, se propusieron indagar cuánto tiempo se tardaría en desaparecer del cuerpo el alcohol que había en una cerveza Poker[1], concluyendo que ésta contiene 13,18 g de alcohol. Este trabajo no fue sencillo, pues con ayuda de algunas pesas de precisión del laboratorio de física calcularon el peso real del líquido; posteriormente debieron hacer una conversión de centímetros cúbicos a gramos, lo que resultó complejo, incluso para el profesor. Por esta razón, recurrieron a la ayuda del profesor de física, quien les dio algunas orientaciones para hacer una aproximación a esta conversión. Con esta información, buscaban determinar el tiempo que se tarda en desaparecer ese alcohol del cuerpo, que corresponde a una sola cerveza. Frente al proceso de indagación realizado por el grupo, se presentó la conversación entre Jaider y Sergio que se muestra en la Transcripción 2, mientras Yuleidy, Jessica y Estefanía solo participan como oyentes.

> ***Jaider:*** *Profe ya arreglé eso, no son tres días con 224 minutos sino 2 días con 17 horas, porque como no da 62, acá la embarramos.*
> ***Sergio:*** *Dos días son 48 horas.*
> ***Jaider:*** *Y para que llegue a 65 se le suman 17 horas.*
> ***Sergio:*** *¿Y la tabla al fin la organizaron?*
> ***Jaider:*** *Pues acá yo empecé a tomar el tiro y me di cuenta que solamente era multiplicar el 24 por el 0,2. Da: en un día, se elimina 4,8 g de alcohol.*
> ***Sergio:*** *Tres horas, cuatro horas.*
> ***Jaider:*** *Tampoco daría porque…*
> ***Sergio:*** *¿Seguro que en 24 horas es 4,8g? ¿Cuántos gramos es que tiene la botella?*
> ***Jaider:*** *13,18 g*
> ***Sergio:*** *A mentiras, si*
> ***Jaider:*** *Pero no daría*
> ***Sergio:*** *4,8g ¿o sea en 2 días 9,6g?*
> ***Jaider:*** *Si, dos días con 17 horas. Entonces 9,6g más el 3,4g que elimina en las 17 horas*
> ***Sergio:*** *Ahí está, ¿no? ¿Y usted qué es lo que dice?, ¿qué multiplicando qué por qué?*
> ***Jaider:*** *¿qué?, señor*

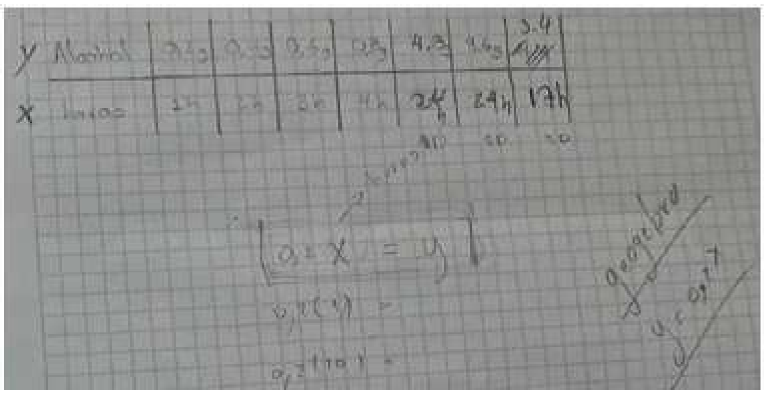
[1] Marca de cerveza colombiana que se consume usualmente y que tiene un volumen de alcohol diferente a otras marcas de cerveza.

> **Sergio:** *Usted dijo que se había dado cuenta que multiplicando algo…*
> **Jaider:** *Ah, pues ese era fácil porque es 24 horas que es un día, por el 0,2g que es lo que se demora por hora, da 4,8g, que es el mismo resultado de arriba, y es más fácil así que ponerse hora por hora.*
> **Sergio:** *Ah, ya le entiendo. ¿Usted dice multiplicar qué?*
> **Jaider:** *24 horas por el 0,2g que se elimina cada hora. Para pues ahí saber en las 24 horas cuántos gramos se elimina.*

Transcripción 2. Tiempo que tarda el alcohol en desaparecer del cuerpo

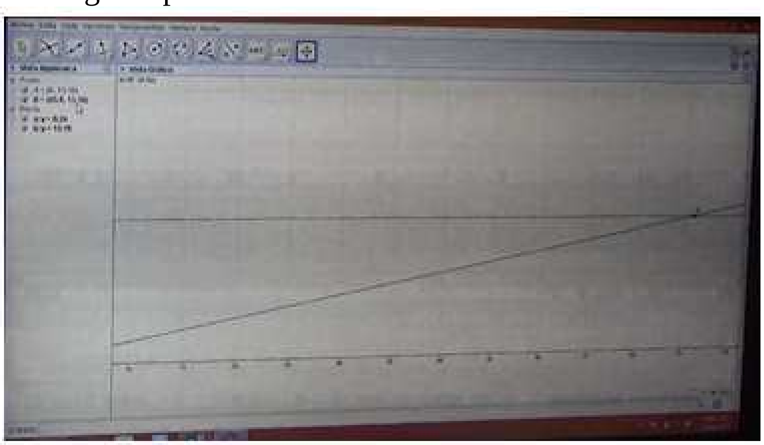
El trabajo de indagación realizado por el grupo y que se relata brevemente en la conversación de Jaider con el profesor se apoya con el uso de diferentes tipos de registro: tabulación de datos, identificación de variables, generalización usando una expresión matemática y elaboración de la gráfica para validar sus datos usando el software Geogrebra. Estos elementos evidencian la actividad matemática que surge en el grupo en busca de aproximarse a una respuesta a la pregunta ¿cuánto tiempo se tarda en desaparecer el alcohol del cuerpo? Vale aclarar que los estudiantes tomaron un caso puntual para avanzar en su trabajo de investigación.

Figura 1. Proceso de tabulación y generalización



Fuente: Fotografía tomada al trabajo realizado por los estudiantes del curso 803.

Figura 2. Gráfica en Geogebra para validar los datos obtenidos



Fuente: Fotografía tomada al trabajo realizado por los estudiantes del curso 803.

Durante el desarrollo de este proceso de interacción comunicativa solo uno de los integrantes del grupo tomó la vocería para mostrar los avances que habían logrado, pese a que en el trabajo realizado todos participaron de manera activa. Esto puede deberse a que, en este momento del trabajo, el asunto que estaban investigando los llevó a tratar procedimientos matemáticos un poco más complejos, y algunos no se sentían tan hábiles. Esto deja ver rasgos del desarrollo de la competencia democrática en la medida en que, siendo conscientes de sus debilidades, tomaron decisiones que no entorpecieran el trabajo grupal y que, de esta manera, se pudiera avanzar en el proceso de investigación de acuerdo con sus características y habilidades.

A partir de lo observado en el proceso de investigación de este grupo podemos notar cómo la alfabetización matemática tomó lugar en sus avances frente a la investigación que se habían propuesto desde el principio, y que tal alfabetización se relacionó con los procesos de conversión de unidades, tabulación de datos, generalización de procesos, uso de gráficas y comprobación de los datos obtenidos, que se observan en las Figuras 1 y 2. Aquí se observó la riqueza de las matemáticas en los diversos asuntos relacionados con el cuidado de sí, en la medida en que permitieron dotar de sentido las decisiones, que se tomaban con un nivel de conciencia y responsabilidad mayor. Por supuesto estos elementos de carácter matemático permearon las declaraciones de los estudiantes de este grupo en relación con su postura frente al cuidado de sí en relación con el asunto del estado de embriaguez. En la voz de Jaider se percibe el conocer reflexivo que ha logrado desde el proceso de estudio cuando dice *[...] sabiendo los datos que obtuvimos con nuestra investigación y lo que estudiamos, una persona que tenga ese conocimiento ya va a pensar distinto a otras que no. Por decir algo, alguien que sepa que el cuerpo se demora tres días en eliminar una cerveza se va a prevenir en no manejar cuando ya esté tomado, pero para eso necesita estar informado sobre esas cosas, y así va a saber por qué no debe tomar cuando está manejando, o que si va a tomar tenga claro por qué no debe manejar. Por ejemplo, nosotros encontramos que el tiempo de reacción se ve perjudicado por la embriaguez, porque cuando se está en este estado se reacciona mucho más tarde, la reacción es más lenta. Entonces, si se fusiona el exceso de velocidad con el estado de embriaguez obviamente se produce un accidente, porque se va rápido y se va con menos reflejos.*

Escuchar estas declaraciones resulta satisfactorio para Sergio y Paola al identificar en la oralidad de los estudiantes esa conciencia crítica que desde hace tiempo anhelaban, y más aún verla reflejada de esta manera en el conocimiento reflexivo (Skovsmose, 1997) que habían desarrollado. Tal conocer les ha permitido tomar una postura en relación con la situación social del contexto que trasciende los pensamientos individuales y trata de comunicar y exteriorizar esos aprendizajes a otros, con el ánimo de generar una conciencia colectiva. Por supuesto, los estudiantes mismos reconocieron que no todas las personas lograban esa conciencia en relación con la importancia del cuidado de sí, porque aún no habían asumido y experimentado el proceso de estudio que ellos realizaron y con el cual notaron cómo las matemáticas tomaban relevancia en la constitución de argumentos que daban justificación a esos nuevos pensamientos. Los estudiantes discutieron sobre los riesgos que se corrían al usar una moto, y aunque sabían que no había garantía de que al ser cuidadosos se evitarían los accidentes, tenían claros diversos aspectos que se debían considerar para minimizar tales riesgos, por ejemplo, en relación al estado de embriaguez.

Conclusiones y reflexiones finales

De acuerdo a la investigación realizada Sergio y Paola notaron que el desarrollo de la competencia democrática en la clase de matemáticas es un proceso que va evolucionando y se va complejizando en la medida en que los estudiantes se insertan en el proceso de indagación de algún asunto particular de la situación social que convoca sus intereses e intenciones. En este proceso que tiene lugar en el montaje de un escenario de aprendizaje, la alfabetización matemática y el conocimiento reflexivo permiten caracterizar la competencia democrática en la medida en que los estudiantes usan las matemáticas como una herramienta que empodera la toma de decisiones y sus posturas críticas en relación a situaciones propias de su contexto. Sin lugar a dudas, el estudio de una situación en la que se consideran los porvenires e intenciones de los estudiantes hace que ellos se sientan más involucrados en su proceso de aprendizaje ya que pueden reconocer en el contexto de sus vivencias la manera en que las matemáticas se hacen visibles y permiten la reflexión en relación al cuidado de sí. Este nuevo ambiente de clase, posibilitado desde el montaje del escenario de aprendizaje generó grandes cambios en la cultura de clase ya que se evidenció que el poder en la clase no está en manos del profesor únicamente, sino que los estudiantes pueden ser líderes de sus propios procesos generando distintas formas de comunicación, es decir, se genera un cambio en sus roles. Además, se reconoce que las matemáticas se convierten en una herramienta que empodera la toma de decisiones frente a situaciones sociales del contexto propiciando aprendizajes para la vida, los cuales buscan generar cambios en la visión que van construyendo los estudiantes de su vida fuera de la escuela.

Referencias y bibliografía

García, G.; Valero, P. y Camelo, F. (2013). Escenarios y ambientes educativos de aprendizaje de las matemáticas. Constitución de subjetividades en educación matemática elemental. En G. García, P. Valero, C. Salazar, G. Mancera, F. Camelo, J. Romero. (Eds.). *Procesos de Inclusión/Exclusión. Subjetividades en Educación Matemática* (pp. 43-76). Bogotá: Fondo Editorial Universidad Pedagógica Nacional.

Salazar, C.; González, M.; García, G.; Franco, M. y Heredia, D. (2010). *Profesores en búsqueda del sentido: una experiencia de trabajo por escenarios de aprendizaje*. Comunicación presentada en el IX Encuentro Nacional de Educación Matemática y Estadística. Duitama, Colombia.

Skovsmose, (1997). Competencia democrática y conocimiento reflexivo en matemáticas. *Revista EMA, 2*(3), 191-216.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Uniandes.

Skovsmose, O. (2012). Escenarios de investigación. En P. Valero y O. Skovsmose. (Eds.). *Educación matemática crítica*. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (pp. 109-130). Bogotá: Uniandes.

Skovsmose, O. (2015). Pesquisando o que não é, mas poderia ser. En C. Lopes y U. D´Ambrosio. (Eds.). *Vertentes da Suversão na Producção Científica em Educação* Matemática (pp. 63-90). Campinas SP: Mercado das Letras.

Skovsmose, O. y Borba, M. (2004). Research methodology and critical mathematics education. En P. Valero y R. Zevenbergen. (Eds.). *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education* (pp. 207-226). United States: Springer.

Skovsmose, O. y Valero, P. (2012). Rompimiento de la neutralidad política: El compromiso crítico de la educación matemática con la democracia. En P. Valero y O. Skovsmose (Eds.). *Educación matemática crítica*. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (pp. 1-23). Bogotá: Uniandes.

Valero, P., Andrade, M. y Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 18*(3), 287-300.

Videojuegos: un asunto de la educación matemática

Sindy Alejandra **Vasco** Alvarez
Facultad de Educación, Universidad de Antioquia
Colombia
sindy.vasal@gmail.com
Valeria **Lebrun** Llano
Facultad de Educación, Universidad de Antioquia
Colombia
valebrun961107@gmail.com

En el poster se presentarán los avances en la investigación que se desarrolla con estudiantes de grado 5°, cuyo propósito es caracterizar los procesos de razonamiento emergentes a partir del uso de la gamificación con el videojuego Hearthstone. La investigación se apoya en los planteamientos de Lee y Hammer (2011) respecto a la gamificación, como un medio para atender problemas en las situaciones que atañen la actualidad de los estudiantes, más que un proceso dirigido a la motivación y al simple encaje de elementos de juego. Aunque el trabajo comprende tres categorías de análisis enmarcadas en los procesos de razonamiento, producto de una serie de intervenciones durante la investigación, en este poster solo se expondrán los hallazgos relacionados con el proceso de generalización en los estudiantes, referente a una de las tareas propuestas en una intervención.

La investigación se desarrolló en una institución educativa de carácter público del municipio de Sabaneta, en la cual se encontró que el proceso de ejercitación tiene la mayor importancia entre las tareas propuestas por el maestro y el libro de texto. Se evidencia así, que se relega a un segundo plano el desarrollo de competencias de razonamiento, para dar primacía a un currículo estructurado y categorizado por contenidos. La problemática antes descrita posibilitó detectar en los estudiantes algunas dificultades a la hora de razonar y plantear estrategias.

La presente propuesta se fundamenta en la teoría sociocultural y retoma de esta la idea de instrumentos y mediación instrumental, como herramientas que son producto de una construcción social y cultural. Se reconoce que la tecnología digital es un instrumento que ha cobrado especial importancia en las dinámicas de los estudiantes, como es el caso de los videojuegos. Al respecto Rückriem (2010), reconoce la tecnología como un medio potencial de transformación, igual que la naturaleza del libro impreso, que fue el encargado de formar una cultura global de los últimos siglos.

Se encontró que los videojuegos cuentan con una importante acogida entre los estudiantes. Por tanto, se adoptó la gamificación como respuesta a la necesidad de vincular las prácticas sociales de los estudiantes al contexto escolar y a la posibilidad de movilizar procesos de razonamiento, de tal forma que el contexto sea alterado para contemplar las características propias de los juegos.

El videojuego Hearthstone, compone en la investigación un espacio gamificado para caracterizar los procesos de razonamiento. Para fundamentar dichos procesos, se retomaron los aportes realizados por Pólya (1954) con relación al razonamiento plausible, debido a que resulta ser un proceso más cercano a los estudiantes, en cuanto no implica formalismos y admite la discusión, la controversia y la provisionalidad. Es este tipo de razonamiento el que permite relacionar el desarrollo de las matemáticas con la posibilidad de suponer, hipotetizar, construir ideas generales a partir de la observación, plantear analogías y realizar lo que este autor define como especializaciones. Para la propuesta se consideraron entonces, dos asuntos de especial importancia. En primer lugar, los aportes de Pólya (1954) y el proceso de generalización descrito por Cañadas y Figueiras (2009), el cual comprende la organización de casos particulares, la identificación de un patrón y la generalización. En segundo lugar, la tarea que consistía en determinar la cantidad de movimientos posibles en una partida del videojuego.

Los análisis preliminares, referentes al proceso de generalización, permitieron concluir que los estudiantes que participaron en la investigación, presentaron diferentes formas de organizar los datos, lo cual influyó de forma directa en la identificación del patrón que se generaba entre la cantidad de cartas de los jugadores. En este sentido, la formulación de la conjetura que hacen los estudiantes con relación al patrón puede variar, ya que las expresiones y representaciones que construyen los estudiantes para dar cuenta de la generalización dependen de la abstracción que realicen del patrón. Se destaca además que, aunque los estudiantes no lograron establecer una expresión algebraica para dar solución a la tarea, lograron realizar una generalización de la situación y expresarla, ya sea en un lenguaje aritmético o verbal, para determinar la forma de calcular la cantidad de movimientos posibles en una partida del videojuego Hearthstone.

El proceso de gamificación les permitió a los estudiantes vincular los elementos del juego con el desarrollo de la generalización en una situación de combinatoria. La cercanía a las mecánicas del videojuego movilizó nuevas alternativas para analizar sus partidas en el juego y ser mejores competidores en Hearthstone. Lo anterior implicó que el aprendizaje y las construcciones realizadas en torno a los objetos matemáticos correspondientes, tuvieran un sentido para los estudiantes y no resultaran ser elementos aislados de sus prácticas cotidianas.

Referencias y bibliografía

Cañadas, M., y Figueiras, L. (2009). Razonamiento en la transición de las estrategias manipulativas a la generalización. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 161-172). Santander: SEIEM.

Lee, J., y Hammer, J. (2011). Gamification in education: what, how, why bother? What: definitions and uses. *Academic Exchange Quarterly*, 15(2), 1-5.

Pólya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning*: induction and analogy in mathematics.Volume1. New Jersey: Princeton University Press. https://doi.org/10.1037/13969-012.

Rückriem, G. (2010). La tecnología digital y la mediación: un desafío a la teoría de la actividad. *Revista Electrónica Sinéctica*, *34*, 1-22.

Proceso de enseñanza de las Matemáticas dentro del resguardo Indígena San Lorenzo de Caldono: Obstáculos - retos

Daniela Andrea Mostacilla
Universidad del valle
Colombia
daniela.mostacilla@correounivalle.edu.co

Resumen

El presente trabajo contiene de manera general una descripción de la problemática de la enseñanza de las matemáticas, dentro de un resguardo indígena. Se espera generar una propuesta de intervención de carácter educativo en el proceso de enseñanza de las Matemáticas dentro del resguardo indígena San Lorenzo de Caldono; para ello se partirá del redescubrimiento del conocimiento propio del resguardo (educación propia en Manuel Q Lame), posteriormente, se caracterizará el pensamiento matemático propio. Este redescubrimiento del saber y posterior caracterización aportaran al fortalecimiento de la identidad cultural de la comunidad. Se espera que a través de la Etnomatemática se puedan delinear los hilos conductores, que permitan realizar la inclusión positiva del conocimiento externo dentro del PEC, en este caso, dentro del área de Matemáticas, brindándole así a los comuneros una educación incluyente que les permitirá no solo reafianzar sus valores culturales, si no, también, facilitar el dialogo con entornos externos.

Palabras clave: proyecto educativo comunitario, Etnomatemática, educación indígena, educación bilingüe, educación propia, Manuel Quintín Lame.

Introducción

El resguardo indígena San Lorenzo de Caldono, al igual que muchas otras comunidades, se ve sumergido en dos entornos. El entorno propio brinda posibilidades de continuar con lo que culturalmente se defina vivir bien, mientras que el entorno externo muestra al individuo otras formas de vida, otras formas de conocimiento y nuevos artefactos. Este choque cultural es el que mueve la investigación entorno a como se puede generar un dialogo entre el escenario de la educación propia y el escenario de la educación convencional; dialogo que con seguridad debe partir del reconocimiento del conocimiento propio, en ese sentido, se debe partir de los saberes propios como ejemplo de la practicidad y aplicabilidad de ciertos conocimientos Matemáticos, hasta llegar a formas más elaboradas y universales de conocimientos. Desde esta investigación se propone desarrollar una propuesta educativa que enmarque no solo lo académico, sino, también en lo sociocultural- político.

Desarrollo del Problema

El proceso de reconocimiento de la diversidad sociocultural dentro de los diferentes escenarios en Colombia ha tenido como resultado una serie de normativas, proyectos e iniciativas, que tienen como eje fundamental la inclusión. En el caso del escenario educativo, el ministerio de educación nacional (MEN) determina:

- El decreto 1142 de 1978, reconoce que las comunidades indígenas tienen diferentes formas de apreciar la vida y que las necesidades académicas están ligadas a los diferentes proyectos de vida y a sus estructuras políticas.

- *"Proyecto Educativo Comunitario- PEC: Es la concepción integral de vida y gestión de saberes propios de los pueblos indígenas, comunidades afrocolombianas, raizales y rom (comunidad Gitana), que les permite recrear diferentes manifestaciones culturales y opciones de vida mediante la reafirmación de una identidad orientada a definir un perfil de sociedad autónoma, creativa, recreativa, reflexiva y comunitaria cimentada en sus raíces e historia de origen en permanente interacción con el mundo global. En este escenario multicultural y plurilingüe, la planificación, gestión y administración de Proyectos Educativos Comunitarios - PEC, se constituye en la fuente y fuerza motora de la reelaboración e implementación de los planes globales de vida acordes a su cultura, lengua, pensamiento, usos y costumbres".* Posteriormente se da inicio al programa de educación bilingüe intercultural PEBI, mediante el cual se espera fortalecer y recuperar la lengua materna mediante procesos de formación educativos pertinente a las realidades de la comunidad indígena.

Dentro del proceso de construcción del proyecto educativo comunitario, se visualizan tres escenarios educativos que envuelven a la comunidad; El escenario de la educación propia, como el espacio de reivindicación de los saberes ancestrales (Pilar cultural), el escenario de la educación bilingüe intercultural, en el que se da el fortalecimiento de la lengua materna (reconocimiento y autonomía de los procesos educativos en comunidades indígenas) y el escenario de la educación oficial. Diferentes tensiones se generan alrededor de estos tres escenarios, la comunicación se hace cada vez menos acertada.

El resguardo indígena San Lorenzo de Caldono, mediante la construcción comunitaria y reflexiva del proyecto Educativo Comunitario, proyecta soluciones a las necesidades de carácter social, cultural, político y económico; presentando su propuesta educativa, donde espera poder lidiar de manera positiva con las tensiones que generan los tres escenarios anteriormente mencionados. Su propuesta educativa está en constante renovación y busca una integración adecuada y equilibrada de contenidos académicos, además, de validar en la educación un instrumento de protección cultural y una herramienta de comunicación entre los diferentes saberes. El proceso de consolidación del proyecto educativo comunitario del resguardo finaliza con la creación de una institución madre, en la cual se concentran alrededor de 5 colegios y 20 escuelas. Aproximadamente 25 establecimientos educativos; establecimientos educativos con una comunidad educativa no homogénea.

La comunidad educativa de este resguardo se caracteriza por tener estudiantes y docentes provenientes de diferentes entornos culturales (indígenas, campesinos, mestizos, citadinos); dentro de las aulas de clase se percibe esta multiculturalidad. “Las aulas de las escuelas han incrementado su diversidad étnica y cultural “ (Skovsmose, 2008) , esto lleva a concluir que se necesitan propuestas educativas interculturales además de replantearse la formación de docentes. Los docentes deben de formarse dentro de esta multiculturalidad que caracteriza las aulas de clase, “ser un profesional consciente y respetuoso de la diversidad cultural de nuestro país” (Alvarez, 2008).

El proceso educativo de las diferentes áreas del PEC apunta a la apropiación y adecuación de los diferentes conocimientos tanto propios como externos, en el caso del área de Matemáticas y producción se visualiza un gran esfuerzo por realizar la inclusión del conocimiento externo de manera equilibrada. En respuesta al hecho de que, cuando se lleva a cabo un análisis extenso, se concluye, que en general, prima el conocimiento externo, que lo propio se limita únicamente al lenguaje y que el equilibrio buscado no se concreta; de otro lado se observa que el personal docente no cuenta con la formación básica en matemáticas, sumado a ello, son personas ajenas al entorno cultural. La realización de las clases se da en un entorno des culturalizado, las temáticas de trabajo y los conceptos movilizados son netamente de la educación matemática convencional. Se desechan los factores socio-culturales del individuo y se les termina incluyendo en un proceso educativo que discrimina sus valores culturales propios y los desplaza; generando situaciones críticas de carácter social, cultural y educativo.

Hoy en día “es comúnmente aceptado que una comunidad desarrolla prácticas y reglas matemáticas con su propia lógica para entender, lidiar y manejar la naturaleza. Es decir, la relación del hombre con la naturaleza es la que impulsa el desarrollo matemático, y es el hombre mismo, quien en esa relación construye las nociones matemáticas que le van a ser de utilidad a él y a su sociedad” (White, 1982). Pero, todo este proceso de transmisión, conservación y adaptación del conocimiento propio de una comunidad se ve debilitado dentro de un proceso educativo de las matemáticas que, en general, podríamos denominar Proceso educativo monocultural, el cual, además, de desplazar la lógica propia, fractura la relación individuo- naturaleza(entorno). Desde la educación matemática se ha procurado generar estrategias que contrarresten estas situaciones, siendo críticos ante las posturas absolutistas del conocimiento matemático que debe ser enseñado.

Es relevante aclarar que no se trata de ignorar los grandes avances del mundo y sus desarrollos tecnológicos, sino que, se espera lograr un acoplamiento adecuado de lo particular a lo general, permitiendo una comunicación acertada y fundamentada en el respeto a la diferencia entre lo local y lo global, en este caso la matemática que soporta la modernidad y lo convencional y la matemática propia nacida en una lógica particular; además, de propiciar un lenguaje de comunicación asertivo, “lo que podemos hacer para nuestros niños es ofrecerles los instrumentos explícitos, analíticos y materiales para que ellos puedan vivir con capacidad crítica, dentro de una sociedad multicultural e impregnada de tecnología” (D´Ambrosio, 2014). En este sentido se es necesario una propuesta de intervención dentro de la comunidad del resguardo indígena San Lorenzo de Caldono, que permita lidiar con las tensiones entre lo propio y lo externo, reivindicando lo propio como estrategia de fortalecimiento cultural, garantizando la permanencia del conocimiento propio en diferentes espacios y tiempos.

De otro lado, se debe ser consciente que el intercambio cultural hace parte del diario vivir, desde aspectos educativos, culturales y económicos; por ello, es necesario la inclusión del conocimiento externo que le permita a los individuos tener maneras alternas de comunicación, entendiendo a las matemáticas como formas de lenguaje (Wittgenstein, Suarez, & Moulines, 2004); permitiendo el éxito y el buen adecua miento del individuo en entornos externos.

Referencias y Bibliografía

Alvarez, H. B. (2008). La educación matemática desde un punto de vista sociocultural y la formación de licenciados en matemáticas y etnoeducadores con énfasis en matemáticas. *Asocolme*, 4-6 .

D'Ambrosio, U. (2014). *Etnomatematicas*: entre las tradiciones y la modernidad. Madrid: Ediciones Diaz de Santos S.A .

INFIKUK (2001). Lineamientos generales: proyecto educativo comunitario. Cauca, Colombia: Caldano.

Skovsmose, H. A. (2008). Antes de dividir, se tiene que sumar” ‘entre-vistar’ porvenires de estudiantes indígenas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemàtica, I*(2), 111-136. Obtenido de https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274020253005.

White, L. (1982). *La ciencia de la cultura*: un estudio sobre el hombre y la civilización. Barcelona: Paidos.

Wittgenstein, L., Suarez, A. G., & Moulines, U. (2004). *Investigaciones Filosoficas* 3º Ed. Barcelona: Critica.

La contextualización activa y artificial en el currículo matemático costarricense

Gilberto **Chavarría** Arroyo
Universidad Nacional de Costa Rica
Costa Rica
gilberto.chavarria.arroyo@una.cr

Veronica **Albanese**
Universidad de Granada
España
vealbanese@ugr.es

Resumen

Esta comunicación analiza la contextualización de los problemas propuestos en el Programa de Estudio de Matemática de Costa Rica. Se enmarca dentro de la Etnomatemática y responde a la importancia que revelan diversas investigaciones sobre contextualizar problemas matemáticos en situaciones cercanas a los estudiantes. En particular se trabaja la contextualización activa y artificial, detallada en el Programa. Forma parte de una investigación más amplia que profundiza en el estudio de contextos en los que se enmarcan los problemas matemáticos propuestos en el currículo costarricense. Se emplea una metodología cualitativa con un análisis de contenido, mediante la cual se analizaron 111 problemas correspondientes a los niveles de secundaria. Como uno de los resultados más relevantes, el Programa posee una cantidad considerable de problemas con contextualización artificial, contrario con lo planteado en los fundamentos teóricos que lo sustentan. El estudio ofrece ejemplificaciones para la construcción de problemas con contextualización activa.

Palabras clave: contextualización activa, problemas matemáticos, currículo costarricense.

Introducción

En Costa Rica, a partir del 2012 se implementó el Proyecto Reforma Matemática, que modificó los programas de estudio en primaria y secundaria, dando énfasis a la resolución de problemas, asociados al entorno físico, social, cultural de los estudiantes (MEP, 2012).

El programa de cada ciclo está estructurado en tres columnas: conocimientos, habilidades específicas e *indicaciones puntuales.* Estas indicaciones tienen la finalidad de proporcionar al docente ejemplos concretos de tareas o secuencias de tareas para presentar en el aula. Incluyen "sugerencias sobre la realización de los procesos matemáticos, pertinencia o lugar de los mismos, ejemplos, métodos posibles y también sobre las actitudes creencias, así como sobre el uso de tecnologías y de la historia de las Matemáticas" (MEP, 2012, p. 74).

Con respecto a las indicaciones puntuales, la inexistente revisión de las tareas propuestas, motivó a realizar un análisis, con el fin de comprobar si responden precisamente a posibles experiencias de la vida y cultura del estudiante costarricense y si tienen coherencia con el enfoque teórico de la contextualización activa, explicada en los propios fundamentos del currículo.

Es importante aclarar que los ejemplos más inmediatos que tienen los docentes para guiarse en el planeamiento de sus lecciones, son dichas indicaciones puntuales presentes en el texto oficial: estas vienen a ser las herramientas que más utilizan los docentes en sus planeamientos, por tanto, la forma en que en ellas se plantea la contextualización es una evidencia de cómo se deben incorporar los contextos reales en las clases.

El director de esta reforma apunta a que la contextualización de las matemáticas juega un papel especial (Ruiz, 2000), y señala que los contextos reales en la enseñanza de la Matemática tienen un puesto central dentro del nuevo currículo, por lo que se deben propiciar "experiencias cercanas a la vida real y cotidiana" (Ruiz, 2013, p. 53), en concordancia con lo que expone D'Ambrosio (2008) dentro del Programa de la Etnomatemática, al expresar que la contextualización Matemática debe responder a la cultura en que se está inmerso el estudiante. Por tanto, una revisión de los problemas propuestos en el currículo, permitirá evidenciar si hay contextos alusivos al entorno del estudiante costarricense.

Fundamentación Teórica

Contextualización Matemática

Desde finales del siglo pasado, se ha investigado sobre la pertinencia de utilizar problemas contextualizados para la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, por ejemplo, Nuñez y Font (1995) explican que, al trabajar con diversos contextos concretos, es posible que el estudiante note su significatividad y funcionalidad, al tiempo que se facilita el proceso de abstracción y generalización. Por su parte, Sánchez (2014) expone que esta concepción de la Matemática responde a cambios que se fueron gestando en las décadas de los años setenta y ochenta del siglo pasado, donde surgieron diversos estudios que insistieron en la importancia del contexto histórico-cultural en la construcción y entonces en el proceso de enseñanza y aprendizaje del conocimiento matemático.

Para Ramos y Font (2006), existen cuatro motivos para implementar problemas matemáticos contextualizados en el entorno: facilitan el aprendizaje de esta disciplina, desarrollan competencias ciudadanas, así como actitudes generales asociadas a la resolución de problemas y permiten que los educandos aprecien la utilidad de las matemáticas para resolver situaciones de otras áreas y de la vida cotidiana.

Al respecto, Ramos y Font (2006), en un análisis del proyecto Realistic Mathematics Education, explican que en este enfoque "se concibe la actividad matemática como una actividad humana más, por lo cual se considera que saber matemáticas es hacer matemáticas, lo cual comporta, entre otros aspectos, la resolución de problemas de la vida". Este aspecto puede ser considerado como motivacional para el estudiante y permite el desarrollo de competencias aplicables en su entorno.

En el Programa de Etnomatemática, la contextualización está incluida *per se* y considera que en todas las culturas hay manifestaciones de matemáticas que son mezcladas con el arte, religión, música, técnica y ciencia. Como respaldo a esta afirmación, D'Ambrosio (2013), explica que el saber matemático es un saber/hacer contextualizado, que responde tanto a factores naturales como sociales. Para este autor, la propia cotidianeidad está impregnada por el contexto y es de ahí de donde emergen múltiples prácticas matemáticas.

En el ámbito escolar, Monteiro y Mendes (2011) señalan que:

> la organización curricular bajo la perspectiva de la Etnomatemática, entendida a partir de una mirada sobre diferentes prácticas sociales, exigiría comprender y problematizar el espacio escolar como un lugar de circulación de diferentes saberes, venidos de diversas prácticas, escolarizadas y no escolarizadas (p. 41).

Al respecto, Peña (2014) aclara que al estudiante se le debe permitir conectar las matemáticas escolares con las experiencias matemáticas que ellos viven fuera de la escuela, pues de lo contrario, "les negamos también la posibilidad de dar sentido a las matemáticas que aprenden en la escuela" (p. 176). Esta autora afirma que la mayoría de currículos matemáticos no tienen incorporadas las etnomatemáticas, coincidiendo con las conclusiones de la investigación de Viterina (2015), quien analiza el caso particular ecuatoriano.

La contextualización matemática no es un constructo acabado y existen diversas perspectivas sobre lo que esta significa. Al respecto, Ramos y Font (2006) hacen un análisis de lo que se entiende por contexto, diferenciando dos tipos, en cuanto a matemáticas se refiere: por una parte, el contexto "como un ejemplo particular de un objeto matemático" (p. 532) y otro que consiste en enmarcar dicho objeto en el entorno. Es decir, según estos investigadores, el contexto puede ser visto tanto como una entidad meramente matemática, por ejemplo, el contexto de espacios vectoriales, o como la situación del ambiente donde se desarrolla algún contenido en particular. A esa segunda concepción de contexto, le llaman *uso ecológico,* entendiendo que el contenido matemático tendrá un significado o uso distinto, según el lugar, grupo social o temporalidad en que se desarrolle. Para los fines de nuestro estudio, consideramos esta segunda concepción de contexto.

Contextualización Activa y Artificial

Con el Programa de Estudio de Matemáticas (MEP, 2012) se busca, entre otros aspectos, "contribuir a romper el mito de que las Matemáticas son áridas, feas, imposiblemente difíciles y algo de lo que los estudiantes tienen que sentir miedo" (p. 11). Una manera de lograr tal cometido, es mediante la resolución de problemas, de modo que se asigna a los estudiantes un problema, preferiblemente contextualizado, para introducir un conocimiento nuevo.

En este sentido, se enfatiza en la importancia de una contextualización activa, que según Ruiz (2017), debe responder positivamente a la pregunta: ¿es necesario el contexto para realizar la tarea? Al respecto, este autor añade:

> Si la tarea planteada no resuelve los desafíos del contexto o se podría prescindir del mismo para realizarla o sus resultados no aportan algo significativo para el contexto, no se logra lo que se persigue con el eje disciplinar. La clave debe ser la búsqueda de un involucramiento intelectual del estudiante por medio de situaciones que le permitirán desarrollar sus habilidades y capacidades matemáticas (p. 74).

En efecto, el MEP (2012), considera que la contextualización en este programa de estudio busca fortalecer el papel activo del estudiante, de modo que lo comprometa con su aprendizaje, mediante el uso y diseño de modelos matemáticos. Establece, por lo tanto, una diferencia entre lo que tradicionalmente se trabajaba en currículos pasados como contextualización, y lo que ahora se denomina contextualización activa. Para ello da un ejemplo de una tarea, que, a pesar de ser contextualizada, no calza dentro de la contextualización activa. Esta versa: “si Juan tenía 400 colones y gastó 200 en caramelos, ¿cuántos colones le quedan?” A problemas como este, donde se puede prescindir del contexto, se le nombra como problemas de contextualización artificial o de contexto forzado, según lo que se explica en el mismo documento del MEP (2012).

Metodología

Para esta investigación se utiliza una metodología cualitativa, mediante el análisis de contenido. Este método, según lo explica Bardin (2012) es “un conjunto de técnicas de análisis de comunicaciones” (p. 23), que permite obtener indicadores mediante procedimientos sistemáticos. En el caso particular que nos ocupa, el documento analizado es el Programa de Estudios de Matemática del Ministerio de Educación Pública (2012), focalizando en las indicaciones puntuales.

Se codificaron 111 problemas presentes en las indicaciones puntuales del Programa de Estudios de Matemáticas del MEP (2012) del III Ciclo de la Educación General Básica, en las áreas de números, relaciones y álgebra, estadística y probabilidad y geometría. Luego de revisar los principales conceptos y teorías relacionados con la contextualización de las matemáticas y bajo el supuesto de que este tópico es inherente al Programa de la Etnomatemática, se sintetizaron los constructos más relevantes para elaborar una serie de categorías, que dieron origen a indicadores (subcategorías) para el análisis de cada problema. En el caso particular de este reporte, solo se detallará las subcategorías de contextualización activa y artificial y si el contexto es costarricense.

El indicador que permite clasificar si un problema presenta contextualización activa, viene dado por la respuesta al siguiente interrogante: ¿es necesario el contexto que se brinda para resolver el problema? En el caso que la respuesta sea positiva, se dice que el problema presenta *una contextualización activa;* en el escenario contrario, *la contextualización es artificial*. Este es el indicador que se define en el propio programa de estudio (MEP, 2012, p.36. La validación fue realizada por dos expertos investigadores en etnomatemática.

Análisis de los Resultados

En total se analizaron 111 problemas, de los cuales 35 son del área de números, 28 de geometría, 24 de relaciones y álgebra y 24 de estadística y probabilidad.

Para el estudio de la contextualización activa y artificial, se trabajó con 44 problemas: no se consideraron aquellos con contexto histórico donde solo se solicitaba evaluar una fórmula, ni los de contexto matemático. Si el contexto presente no es necesario para resolver el problema, se clasifica como contextualización artificial o forzada. Tal como lo explica Ruiz (2017), uno de los autores del programa de estudio, en un documento posterior al programa de estudio, en relación al eje disciplinar de la contextualización activa: "si la tarea planteada no resuelve los desafíos del contexto o se podría prescindir del mismo para realizarla o sus resultados no aportan algo significativo para el contexto, no se logra lo que se persigue con el eje disciplinar" (p. 74).

En el fundamento teórico del programa, se indica que las contextualizaciones artificiales se presentan al contextualizar un problema que es matemático. Estas "no activan intereses y acciones cognitivas de nivel superior ni procesos matemáticos: no generan un involucramiento estudiantil activo" (MEP, 2012, p. 36). No obstante, de los 44 problemas que pudieron ser clasificados según estas subcategorías, 27 presentan una contextualización activa y 16 una contextualización artificial. Por tanto, poco más del 36% de los problemas tiene un contexto forzado, que no es necesario para dar significado a la situación planteada, ni para brindar solución al mismo.

Un ejemplo de problema que permite una contextualización activa, según la perspectiva del MEP (2012) se presenta en la figura 1.


Aquí aparecen los precios de los combustibles.

recope

Buscar

PRECIOS NACIONALES (*)
LOCAL PRICES (*)
Precios en colones al consumidor en estaciones de servicio
Rigen a partir del 02 de Febrero del 2012

PRODUCTOS PRODUCTS	PRECIO / litro sin imp. Único cost / litre without tax	Imp. único Tax	Margen Promedio de Estaciones de Servicio Local Services stations Average Margin	Precio / litro total Total Cost / litre
Gasolina Super Super Gasoline	351,7460	213,0000	50,5548	615,0000
Gasolina Plus 91 Plus 91 Gasoline	346,3730	203,5000	50,5548	600,0000
Diesel 50 Diesel 50	403,7050	120,2500	50,5548	575,0000

Si en la gasolinera pido que me vendan ₡10 000 en gasolina Plus 91, ¿cuántos litros me dan?

Figura 1. Problema con contextualización activa (MEP, 2012, p. 285).

Con este problema se espera que el estudiante identifique nímeros racionales en diversos contextos. En este caso, se brindan datos del precio de la gasolina, obtenidos de una institución autónoma de Costa Rica (RECOPE). Es bastante común que al ir a una gasolinera se pida ₡5 000, ₡10 000 o ₡20 000 en gasolina. La pantalla indica el precio en colones y la cantidad de litros, que comúnmente dará una cantidad racional no entera. La operación que debe resolver el estudiante (10 000 ÷ 600), generalmente no la haría el conductor o seguramente su interés se quedaría en el número natural aproximado de litros; pero el contexto sí es útil para que el alumno logre alcanzar la habilidad propuesta.

Otro ejemplo de contextualización activa se presenta en la figura 2. Se muestra un problema en el que se brindan ciertas especificaciones para construir una rampa, según la normativa vigente en el país y, con esa información, el estudiante debe determinar la distancia a la que debe empezarse la construcción de dicha rampa. En este caso, se evidencia que el contexto resulta indispensable para que el estudiante dé solución al problema. Además, se trata de un contexto costarricense.

Se quiere construir una rampa para personas con discapacidad en un colegio. Según la ley 7600 de Costa Rica, el ángulo adecuado para hacer estas rampas es de 15°. Si la altura que se quiere alcanzar es de 1,3 m:

a. ¿A qué distancia debe comenzar la rampa?
b. ¿Qué longitud tendría la rampa?

Figura 2. Problema con contextualización activa (MEP, 2012, p. 317).

Un ejemplo de contextualización artificial se muestra en la figura 3, donde se presenta una situación relacionada con la pintura *La Gioconda* de Leonardo Da Vinci. En esa indicación puntual se subraya la conexión que permite el problema entre las ecuaciones lineales, el arte y la historia, al tiempo que "confirma la utilidad de las matemáticas en diversos ámbitos de la vida" (MEP, 2012, p. 336). Sin embargo, tal como puede detallarse en la figura 4, los datos históricos y artísticos no son esenciales para resolver el problema.

Una pintura muy famosa es la Gioconda del artista Leonardo da Vinci. Esta pintura se encuentra en el Museo de Louvre en Paris, Francia. El cuadro tiene forma rectangular y su altura es 24 centímetros más que su ancho. El perímetro del cuadro es de 260 centímetros. Calcule la altura y el ancho del cuadro.

Figura 3. Problema con contextualización artificial (MEP, 2012, p. 336).

La contextualización presentada en el problema anterior es artificial, puesto que es un problema matemático con detalles innecesarios para su solución. Este podría resolverse con una redacción como: determine la altura y ancho de un rectángulo cuya altura es 24 cm más que su ancho.

Por otra parte, en el problema de la figura 4, propuesto para desarrollar la habilidad de encontrar la distancia entre dos puntos en el plano cartesiano aplicando el teorema de Pitágoras, se expone una situación que usualmente no se presenta en la vida cotidiana: se brinda la información de la trayectoria de dos estudiantes, desde el colegio hasta sus hogares, dando como suposición que las carreteras son siempre rectas, lo cual no sucede en Costa Rica. Luego se solicita calcular la distancia que existe entre las casas de los dos estudiantes. Este es un cálculo que dos personas no harían, y más el contexto en cuestión podría ser fuente de dificultad. De hecho, en la realidad, el desplazamiento en un contexto como el de este problema no tiene relevancia, como sí lo podría tener la trayectoria. Conocer la trayectoria permite hacer un cálculo aproximado del cobro de un taxi, o el tiempo que se tardaría para llegar de una casa a otra, pero ya no correspondería a la habilidad que se desea desarrollar. Incluso, el contexto puede confundir al estudiante, o bien, ser irrelevante para resolver un problema de distancia entre puntos.

Adrián y Fabián salen del colegio para su casa. Si Adrián camina 3 km hacia el Este y 2 km hacia el Norte y Fabián camina 1km al Oeste y 5 km al Norte, ¿a qué distancia se encuentra la casa de Adrián de la de Fabián?

Se puede proponer una representación gráfica en un plano coordenado, en donde la casa de Fabián esté en el punto (-1,5) y la casa de Adrián esté en el punto (3,2), siendo el colegio el punto (0,0). Luego, utilizar el Teorema de Pitágoras.

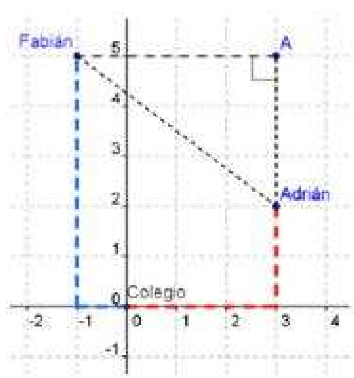


Figura 4. Problema con contextualización artificial (MEP, 2012, p. 316).

En otros casos, la contextualización es artificial porque aunque el ejercicio presenta algún dato descriptivo (relacionado con otras ciencias, datos geográficos, entre otros), este no es trascendental para la solución del problema. La situación podría presentarse como un contexto matemático. Un problema que ejemplifica esta afirmación versa así:

> El monte Everest (la montaña más alta del mundo) es 5 413 metros más alto que el volcán Irazú (uno de los puntos más altos de Costa Rica). Si la suma de sus alturas es 12 283 metros, plantee una ecuación que permita calcular la altura de cada uno de ellos. (MEP, 2012, p. 335)

Este problema debe responder a la habilidad de plantear y resolver problemas en contextos reales, utilizando ecuaciones de primer grado con una incógnita,. Se puede apreciar que realmente el contexto se limita a que hay una cantidad conocida (5 413) y una incógnita, que al sumarlas dan como resultado 12 283. Presentar este problema no difiere a uno de contexto matemático como: la suma de dos números es 12 283 y uno de ellos es 5 413, ¿cuál es el otro número? Por tanto la contextualización es artificial.

Otro ejemplo muy claro donde el contexto es artificial, se presenta en el problema de la figura 5, donde se pregunta por el área total de un terreno cuyas medidas de los lados están dadas por variables. En la vida real se tienen las medidas y no variables. En efecto, la situación es un contexto matemático al que se le agrega el dato de que la figura representa un terreno. Perfectamente podría plantearse: determine el área de la figura adjunta, suponiendo que los lados consecutivos son perpendiculares entre sí.

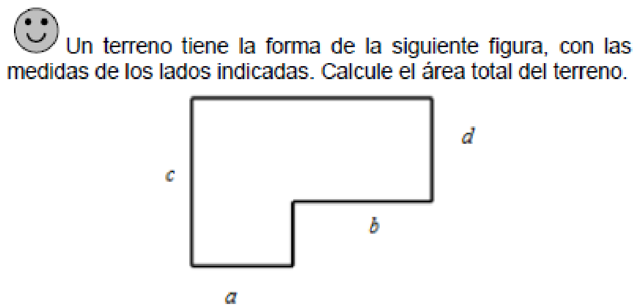


Figura 5. Problema con contextualización artificial (MEP, 2012, p. 334).

En otra indicación puntual aparece el siguiente problema: "Pedro debe a Juan ₡250 000 y le cancela ₡110 000. ¿Cuánto le queda debiendo Pedro a Juan?" (MEP, 2012, p.282). Un problema muy similar a este es utilizado en el propio Programa de Estudios de Matemáticas del MEP (2012) para indicar que no hay una contextualización activa (p. 36) puesto que "estas contextualizaciones son útiles en muchas circunstancias educativas, pero no activan intereses y acciones cognitivas de nivel superior ni procesos matemáticos: no generan un involucramiento estudiantil activo" (p. 36).

Por otra parte, en relación con el contexto costarricense, el Programa de Estudios de Matemáticas del MEP (2012) enfatiza, en su introducción, que el currículo debe responder a la realidad nacional. Al respecto y refiriéndose a Costa Rica, aclara que "la utilización de problemas como generadores de la organización de las lecciones ofrece oportunidades valiosas para conectar con las necesidades de nuestro país" (p. 19). De ahí la importancia de analizar si los problemas presentados para el III Ciclo responden a la realidad costarricense.

De la totalidad de problemas, 27 tienen la información necesaria para ser ubicados dentro o fuera de Costa Rica, lo cual equivale al 24,3% de la totalidad de problemas analizados. De ellos, 17 corresponden a un contexto costarricense, lo cual representa aproximadamente el 63% de los casos. Sin embargo, en la mayoría, son contextos poco relevantes, donde la realidad costarricense no es significativa para resolver el problema.

Estos problemas se caracterizan por proporcionar datos de instituciones costarricenses tales como la Refinadora Costarricense de Petróleo, la Caja Costarricense de Seguro Social y el Consejo Nacional de Producción. También se mencionan actividades recreativas, servicios públicos, datos demográficos, entre otros.

En varios casos, se hace alusión al país, pero sin que esto represente un contexto relevante para la solución del problema. Por ejemplo, en la situación ilustrada en la figura 6 se menciona el nombre de Costa Rica, pero el contexto es artificial. En este mismo caso, para resolver el problema, se debe suponer que las carreteras son totalmente rectas, lo cual no sucede en este país.

Carolina sale de su casa y se dirige al hogar de su mamá que se ubica 2 km al Sur del suyo. Luego de saludarla y conversar con ella, le informan que su hermano Andrés (quien estudia en el extranjero y llevaba más de 5 años de no visitar a su familia) llegó a Costa Rica y que se encuentra en su casa de habitación, a 750 m Norte de la casa de su mamá por lo que ellas se dirigen para darle la bienvenida. Considerando como punto de referencia la casa de Carolina:

a. Determine su ubicación actual en metros.
b. Determine la distancia en metros que hay entre la casa de Carolina y la de su hermano.

Figura 6. Problema que menciona a Costa Rica, con un contexto artificial (MEP, 2012, p. 282).

Por otra parte, de los siete problemas que se ubican en un contexto fuera de Costa Rica, cinco proporcionan datos numéricos sobre temperaturas o altitudes geográficas, con el fin de trabajar con números negativos o ecuaciones.

El yak es un animal que habita en las montañas del Tibet a unos 5000 m sobre el nivel del mar y el cachalote vive 5900 m más abajo. Determine la altura en la que suele vivir este último. Respuesta: 900 m bajo el nivel del mar.

Figura 7. Problema con contexto fuera de Costa Rica. (MEP, 2012, p. 280)

El problema de la figura 7, presenta información de animales que habitan fuera de Costa Rica. Se puede apreciar que el contexto como tal no es necesario para realizar el problema, ya que solo se requiere operar una resta, para lo cual no hay necesidad del dato sobre el lugar donde habitan esos mamíferos.

Conclusiones

Tanto en la revisión de literatura internacional, como en los fundamentos teóricos del Programa de Estudios de Matemática del MEP (2012), se evidencia la importancia de considerar el entorno del estudiante para la confección de problemas matemáticos. Presentar la matemática más cercana a la realidad del alumno, permite no solo motivar al alumno, sino también posibilita potenciar acciones cognitivas de nivel superior.

Tal como lo menciona el MEP (2012), una contextualización activa estimula la acción estudiantil, en el tanto que se le proporcionen problemas sobre la realidad cercana.

De acuerdo con los fundamentos teóricos, el enfoque principal del currículo matemático de Costa Rica, es la resolución de problemas que, al colocarse en contextos reales, “conlleva directamente a la identificación, uso y construcción de modelos matemáticos” (MEP, 2012, p. 13). Al respecto se concluye que, en áreas como números y probabilidad, es donde mayormente hay problemas que promueven en los estudiantes la construcción o uso de modelos matemáticos, ofreciendo una contextualización activa. Para diversas habilidades, especialmente en las áreas de geometría y álgebra-relaciones, se proponen problemas a los que se les agregan algunos datos de la vida cotidiana, pero que no son necesarios para la resolución de los mismos. La resolución generalmente es mecánica y no requiere un razonamiento superior. De esta manera, hay una presencia considerable de situaciones con contextualización artificial.

Los contextos de los problemas deben propiciar el desarrollo de competencias matemáticas, que permitan la construcción de capacidades ciudadanas esenciales para el progreso de la nación (MEP, 2012, p. 18). En este sentido, la Etnomatemática insiste en el entorno local/cercano de las Matemáticas; sin embargo, muy pocas situaciones fueron contextualizaciones activas ubicadas en el entorno costarricense.

Referencias y bibliografía

Bardin, L. (2012). *Análisis de contenido.* Madrid: Akal Ediciones.

D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemáticas, eslabón perdido entre las tradiciones y la formación permanente del profesorado* (Tesis doctoral). Universitat Autònoma de Barcelona.

D'Ambrosio, U. (2013). *Etnomatemáticas*: entre las tradiciones y la modernidad. México, D.F: Ediciones Díaz de Santos.

MEP - Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programas de estudio matemáticas. Educación general básica y ciclo diversificado*. Costa Rica.

Monteiro, A. y Mendes, J. (2011). Prácticas sociales y organización curricular: cuestiones y desafíos. *Revista Educación y Pedagogía*, *23*(59), 37-46.

Núñez, J. M. y Font, V. (1995). Aspectos ideológicos en la contextualización de las matemáticas: Una aproximación histórica, *Revista de Educación*, *306*, 293-314.

Peña, P. (2014). Etnomatemáticas y currículo: una relación necesaria. *Revista Latinoamericana de Etnomatemáticas*, *7*(2), 170-180.

Ramos, A. B. y Font, V. (2006). Contesto e contestualizzazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Una prospettiva ontosemiotica. *La Matematica e la sua didattica*, *20*(4), 535-556.

Ruiz, A. (2000). *El desafío de las Matemáticas*. Heredia, Costa Rica: Editorial Universidad Nacional.

Ruiz, A. (2013). La educación matemática en Costa Rica: antes de la reforma. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 8* (número especial), 10-16.

Ruiz, A. (2017). Los contextos en el currículo de matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 12* (número especial), 72-76.

Sánchez, C. (2014). ¿Cómo contextualizar y dejar pensar la Matemática*? Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, *9*(12), 55 -72.

Viterina, M. (2015). La Etnomatemática en el sistema educativo ecuatoriano. *Revista Publicando*, *2*(1), 24-34.

Problematización indisciplinar de prácticas sociales del trapiche para pensar la Educación [Matemática] Rural

Nancy Milena **Quintero** Serna
Facultad de Educación, Universidad de Antioquia
Colombia
n.quinteroserna@gmail.com

Carolina **Tamayo**
Universidade de Campinas
Brasil
carolina.tamayo36@gmail.com

Resumen

Esta ponencia tiene como propósito presentar una investigación de maestría en su desarrollo inicial, en la cual el objetivo es *analizar la movilización de conocimientos [matemáticos] en las prácticas desarrolladas en el trapiche, a partir de una problematización indisciplinar con estudiantes del grado tercero de la I.E.R. Eva Tulia Quintero de Toro.* Para esto nos basamos en autores como D´Ambrosio (2008, 2014), Tamayo-Osorio (2017a, 2017b), Boix (2003), Walsh (2006, 2007), entre otros autores de la Educación Matemática y la Decolonialidad. Además, nos proponemos desarrollar la investigación en una perspectiva cualitativa, buscando transformar la práctica educativa que se vive junto a los niños y niñas en la I.E.R. Eva Tulia Quintero de Toro.

Palabras clave: Indisciplinaridad, Etnomatemática, Prácticas Sociales, Educación [Matemática], Ruralidad.

Introducción

Esta comunicación pretende dar a conocer una investigación de maestría en su desarrollo inicial en la cual pretendemos responder a la pregunta: ¿*Cómo se movilizan conocimientos [matemáticos] en las prácticas sociales del trapiche a partir de una problematización indisciplinar con estudiantes del grado tercero de la I.E.R. Eva Tulia Quintero de Toro para pensar la Educación [Matemática] Rural*? En coherencia con la pregunta, el objetivo es: *Analizar la movilización de conocimientos [matemáticos] en las prácticas desarrolladas en el* *trapiche a partir de una problematización indisciplinar con estudiantes del grado tercero de la I.E.R. Eva Tulia Quintero de Toro para pensar la Educación [Matemática] Rural*.

Nos proponemos desarrollar la investigación en una perspectiva cualitativa en la perspectiva de Denzin y Lincoln (2012), bajo un enfoque crítico-dialéctico en la perspectiva de Sánchez (1998) centrando mi mirada en las narrativas que emerjan en el desarrollo del trabajo de campo orientada por Jaramillo (2003). Se espera que el análisis que será producido en 2019 se desarrolle a partir de la triangulación de las voces de los niños, de los expertos del *trapiche*[1] y cultivos de caña de azúcar, y de los teóricos que nos acompañan en el camino.

Planteamiento del problema

Este proyecto surgió a partir de diversas experiencias vivenciadas en práctica pedagógica como docente en una escuela rural en la vereda la Piñuela del municipio de Cocorná en el departamento de Antioquia (Colombia) durante el primero y segundo semestre de 2018. Comencé a evidenciar, que los niños presentaban diversas dificultades para resolver cálculos matemáticos y, que fuera del aula de clase ellos lograban desarrollar estos cálculos sin mayor dificultad; además, en diversas discusiones que desarrollamos en el área de ciencias naturales, los niños contaban historias producto de sus vivencias en el *trapiche* al participar con sus padres en la elaboración de productos de la región como la *panela*[2] y los *conejos*[3].

Así, fuera del aula clase cuando los estudiantes requerían realizar procesos aritméticos de cuantificación, medición, ordenación y clasificación lo hacían con facilidad, usando *conocimientos [matemáticos]*[4] movilizados y legitimados en las prácticas en las que participaban. Comencé a percibir, además, que estos *conocimientos [matemáticos]* eran usados con base en los criterios de las prácticas y no con base en la Matemática enseñada en la escuela. Mendes (2015) señala que este tipo de fenómeno escolar muestra que,

> […] el sentido de práctica aritmética aquí no está exclusivamente relacionado con los procedimientos aritméticos que involucran la actividad, es decir, a los cálculos; sino, con el conjunto de estos procedimientos asociados a los criterios establecidos para las elecciones, que tienen un origen sociocultural. (p. 8).

---

[1] Un *trapiche* es un molino utilizado para extraer el jugo de determinados frutos de la tierra, como la caña de azúcar, con el generalmente se fabrica diversos productos y se obtiene azúcar.

[2] Producto derivado de la caña de azúcar el cual se obtiene a partir del siguiente proceso: 1. Se corta la caña. 2. Se pasa por un trapiche para extraer el jugo. 3 este jugo se hierve en un fondo (paila), hasta obtener un espesor determinado, que al enfriarse se convierte en bloques una vez esté completamente dura es porcionada por libras o cuartos, también es distribuido al consumidor final en polvo. Una vez lista es usada como enducolorante natural y como bebida energizante.

[3] Los *Conejos* son productos semiblandos que sale en medio de la elaboración de la panela, antes de terminar su proceso de cocción comúnmente es llamado de *panelita*.

[4] La expresión '*conocimiento [matemático]*' la retomo de Tamayo-Osorio (2012) quien la usa con el propósito es cuestionar la concepción universal y neutral de la Matemática, llamando nuestra atención para (re)conocer otras formas de conocimientos no disciplinares oriundos de diversas prácticas sociales que se desarrollan en tiempos y espacios diversos. Usaremos la palabra 'Matemática', en mayúscula, para referirnos en palabras de Lizcano (2006, p. 20) a "las matemáticas, lo que suele entenderse como matemáticas, pueden pensarse como el desarrollo de una serie de formalismos característicos de la peculiar manera de entender el mundo de cierta tribu europea. Por ser sus primeros practicantes habitantes de ciudades o burgos podríamos llamarles la "tribu burguesa". Y a sus matemáticas "matemáticas burguesas". Estas matemáticas burguesas en las que todos (tal vez sólo casi todos) hemos sido socializados reflejan un modo muy particular de percibir el espacio y el tiempo, de clasificar y ordenar el mundo, de concebir lo que se considera posible y lo que se considera imposible".

Con base en esta comprensión de prácticas aritméticas, percibí que estas siempre varían y cambian de acuerdo con la actividad que se realiza y el lugar donde ocurren, existiendo una articulación entre las acciones de los niños y las acciones locales del contexto. Lo anterior, me permitió ver que en el aula de Matemática no se consideraban los *conocimientos [matemáticos]* que los niños utilizaban en su vida cotidiana. Entonces, comencé a preguntarme por qué los niños no utilizaban correctamente el algoritmo en los ejercicios académicos que involucraban conocimientos de las prácticas aritméticas que se realizan en el aula, pero cuando se encuentran en sus *prácticas sociales*[5] ellos si logran resolver los cálculos.

Me percaté que las experiencias que había observado estaban relacionadas con un problema de fondo que permea la enseñanza en el ámbito escolar rural, que tiene que ver con el hecho de enseñar únicamente la Matemática escolar que están organizada disciplinarmente – que hace parte de un sistema hegemónico globalizado de escolarización – deslegitimando y muchas veces desconociendo los conocimientos [matemáticos] producidos desde y para la ruralidad - que se usan en las prácticas sociales y que no encajan en la forma de organización disciplinar, ya que poseen sus propias formas de ser organizados, validados y legitimados-.

Esa organización jerárquica y disciplinar del conocimiento Matemático que se impone en la ruralidad evidencia currículos escolares centrados en las preguntas "*¿qué enseñar*?" y "*¿cómo enseñar*?" que excluyen la importancia de preguntarnos en la escuela "*¿a quién enseñamos*?", "*¿dónde enseñamos*?" y *"¿para qué enseñamos*?" (Tamayo-Osorio, 2012). Lo anterior, en el caso de la ruralidad, ha contribuido para que otros *conocimientos [matemático]* sean invisibilizados en aula de clase, en palabras de Boix (2003, p 5, *cursivas nuestras*),

> el *alumno rural suele manejar una cultura diferente a la de la escuela, los libros de texto* y, evidentemente, el maestro. *No son aprovechadas sus experiencias, sus vínculos familiares, sus conocimientos de los lenguajes silenciosos y del patrimonio natural que caracterizan la comunidad rural*; nada de ello es importante ni válido desde el discurso pedagógico urbano, al contrario, *deben imponerse precisamente los currículos diseñados para las escuelas urbanas*, de ciudad, uniformarse los valores y romper los sentimientos de pertenencia a un territorio menospreciado desde las grandes urbes. El mensaje es muy claro: *la escuela rural no "existe" y si pretende sobrevivir deberá hacerlo a costa de las propuestas curriculares diseñadas para las escuelas completas*.

Por lo anterior considero pertinente y necesario comenzar a cuestionar esa invisibilización epistémica y la subalternización[6] de los *conocimientos [matemáticos] rurales* en la escuela donde trabajo, para comenzar a pensar una *Educación [Matemática] Rural* a partir de una perspectiva *no disciplinar* y decolonial. En este proceso escuchar las voces de los niños de tercero es fundamental para tejer relaciones entre, las diversas prácticas aritméticas que se

[5] Según Miguel y Miorim (2004, p. 24) prácticas sociales pueden ser entendidas como "[…] toda acción o conjunto intencional y organizado de acciones físico-afectivo-intelectuales, realizadas, en un tiempo y espacio determinados, por un conjunto de individuos, sobre el mundo material y/o humano, y/o institucional, y/o cultural, acciones éstas que, por ser siempre, y en cierta medida, y por un cierto período de tiempo, valorizadas por determinados segmentos sociales, adquieren una cierta estabilidad, y se realizan con cierta regularidad". Esta postura nos permite entender que toda práctica es social y cultural, es situada y productora de conocimientos de forma no disciplinar, lo que abre la puerta para comprender que existen otros conocimientos [Matemáticos] producidos y legitimados por diversas culturas, pero que, no son reconocidos ni legitimados por la escuela.
[6] La subalternización es un ejercicio de clasificación utilizado para invisibilizar o hacer ver como inferiores los conocimientos de otras culturas o comunidades frente a los de tradición eurocéntrica. Concepto trabajado por Mignolo (2005) en los planteamientos del colonialismo.

procesan en los contextos escolares y extraescolares, y así, comprender que los valores socioculturales que permean dichos contextos son determinantes en las formas en que se usan nociones de *cuantificación*, *medición*, *ordenación* y *clasificación*, esto es visto por Mendes (2015) como, *prácticas de numeramiento*.

Es en este sentido, propongo estudiar junto con los niños de tercero las prácticas sociales que son desarrolladas en el *trapiche*, toda vez que, son un elemento constitutivo del territorio en el que se encuentra la Institución Educativa Rural Eva Tulia Quintero, apostando,

> *por una escuela abierta a la comunidad*, por una escuela que ofrece a sus alumnos estrategias y recursos que les ayuden a entender y respetar la cultura local, que valore las fiestas tradicionales, el entorno natural, la propia historia del pueblo, la lengua, los saberes individuales y comunitarios, el oficio de sus habitantes y las relaciones interpersonales y afectivas, y los integra en sus proyectos educativos y curriculares. Es una escuela que parta de la propia realidad y posibilite la creación y conservación de "estructuras de conocimiento locales" como punto de partida para la puesta en marcha de sus objetivos pedagógicos y ponga a disposición de los alumnos los recursos y medios didácticos necesarios para que éstos tomen conciencia de la necesidad vital de su existencia para el desarrollo comunitario. (Boix 2003, p.6),

Marco teórico

Las cosmovisiones, el uso del territorio, las prácticas sociales y hábitos de las comunidades campesinas, nos permiten identificar las estructuras y sistemas sobre los cuales se ha conformado procesos de acumulación de *conocimientos [matemáticos]*, que emergen de manera diferencial; sin embargo, en el sistema escolar se continúa demarcando una,

> […] distancia que separa esas prácticas de las nuestras, es decir, de la *matemática* (así, en singular) y, en función de ello, consideramos que ciertas *matemáticas* están más o menos avanzadas o juzgamos que, en cierto lugar pueden encontrarse 'rastros', 'embriones' o 'intuiciones' de ciertas operaciones o conceptos matemáticos. Las prácticas matemáticas de los otros quedan así legitimadas – o deslegitimadas- según *su mayor o menor parecido con la matemática que hemos aprendido en las instituciones académicas*. (Lizcano, 2002, p.1. *itálicos nuestros*)

Con relación a lo anterior, he venido comprendiendo que, para las comunidades rurales - sean ellas campesinas, indígenas o afrocolombianas - ha sido conflictivo pensar la educación, toda vez que al interior de cada una de ellas existen dificultades para organizar y gestionar una escuela otra, menos disciplinar y más *indisciplinar*[7]. Sin embargo, las comunidades rurales campesinas han venido tejiendo propuestas educativas que procuran recoger las dimensiones de la vida rural, en las que se incorporen los saberes y prácticas sociales de sus contextos, buscando atender las demandas del *Proyecto Educativo Rural*[8] (PER, 2009) propuesto por el Ministerio de Educación Nacional.

En esta perspectiva vale la pena anotar que Institución Educativa Rural Eva Tulia Quintero de Toro cuenta con 15 sedes, de éstas 14 son organizadas bajo el modelo de *Escuela Nueva*[9], y la

[7] En la perspectiva de Miguel, Vilela y Laner de Moura (2012).

[8] Es el principal programa del Ministerio de Educación Nacional encaminado a brindar una atención educativa pertinente a los niños, niñas y jóvenes de las zonas rurales y de difícil acceso.

[9] Modelo educativo, que según el MEN (1990), permite ofrecer primaria completa en escuelas multigrado con uno o dos maestros, integrados de manera sistémica, estrategias curriculares, comunitarias, de capacitación, seguimiento y

sede principal, que es donde realizaremos esta investigación, debido a la cantidad de alumnos, ha asumido la *educación formal*[10], o tradicional. Las 15 sedes de la Institución Educativa Rural Eva Tulia Quintero de Toro han organizado sus currículos con base en el ARTÍCULO 23 de la Ley General de Educación 115 (1994a), además de hacerlo bajo la guía del ARTÍCULO 77 que describe la autonomía escolar:

> […] Dentro de los límites fijados por la presente ley y el proyecto educativo institucional, las instituciones de educación formal gozan de autonomía para organizar las áreas fundamentales de conocimientos definidas para cada nivel, introducir asignaturas optativas dentro de las áreas establecidas en la ley, adaptar algunas áreas a las necesidades y características regionales, adoptar métodos de enseñanza y organizar actividades formativas, culturales y deportivas, dentro de los lineamientos que establezca el Ministerio de Educación Nacional.

Es por esto que en este proyecto me propongo partir de hecho de comprender la ruralidad desde una perspectiva *ruralocéntrica*, la cual es planteada por Boix (2003) y me permite acercarme con otra mirada al contexto donde desempeño mi quehacer docente, dado que esta

> […] estudia la situación, evolución y problemática de las zonas rurales a partir de la propia ruralidad, de los intereses de las personas que trabajan y viven en este medio. Es un planteamiento que pretende conservar la propia identidad, ni más ni menos importante que otro medio, y ni mucho menos subordinado a cualquier otro (p.1).

Por lo anterior este proyecto parte de la concepción de que es necesario comprender el territorio rural en su particularidad, reconociendo sus potenciales y la riquezas históricas y sociales, esto quiere decir, que es necesario *invertir* la mirada y causar *dislocamientos* que nos permitirán pensar de otros modos la *Educación [Matemática] Rural*, al proponer otras formas de conducir la enseñanza basadas en la *problematización no disciplinar* de prácticas sociales y, al cuestionar el hecho de que en la escuela solo se considere la Matemática.

Articulamos a esta perspectiva los planteamientos y posibilidades que la etnomatemática (D´Ambrosio 2014; Mendes 2001) nos posibilita para pensar de otros modos la *Educación [Matemática] Rural* que busquen la visibilización, apropiación y trabajo de otras formas de comprender y habitar el mundo. La Etnomatemática como una apuesta política, social y ética, parte del reconocimiento de la diferencia, al permitirnos pensar que diferentes prácticas sociales producen diferentes *matemáticas*, esto es,

> […] un conjunto de modos, estilos, artes y técnicas (*technés* o ticas) para explicar, aprender, conocer, lidear en/con (*matemá*) los ambientes naturales, sociales, culturales e imaginarios (etnos) de una cultura, o sea. Etnomatemática son las *ticas* de *matemá* en un determinado *etno*. Las etnomatemáticas son, por ende, contextualizadas en distintos ambientes naturales y culturales. (D`Ambrosio 2014 p. 103).

Por tanto, la etnomatemática anuncia y denuncia que es posible pensar otras formas de enseñanza, que consideren la multiplicidad de usos de las matemáticas, como lo explican

---

administración donde se promueve el aprendizaje activo participativo y cooperativo y se fortalece la relación escuela – comunidad.

[10] En Colombia la *educación formal* según el MEN (1994b), se organiza por niveles, ciclos y grados, la educación preescolar, con un año obligatorio, la educación básica que comprende nueve grados que se deben organizar en forma continua y articulada que permita el desarrollo de actividades pedagógicas de formación integral y la educación media (dos grados y culmina con el título de bachiller).

Monteiro y Mendes (2015) “la etnomatemática como discurso es capaz de cuestionar algunas de las estructuras más fuertes en el campo de la Matemática en especial su universalidad y como verdad única y absoluta” (p.5), y en esta misma línea “la etnomatemática no es, ella está siendo, ella es una formación discursiva en movimiento y tomada como un movimiento de contraconducta”. (p. 7-8)

Con todo lo anterior, se hace necesario, según la propuesta de Monteiro y Mendes (2011), la creación de un espacio que no exija suprimir aquello que el estudiante trae de su vivencia, sus formas de pensar, conocimientos que no van ligados ni son legitimados por las prácticas dominantes de educación, en nuestro caso, posibilitar encuentro entre esas diversas prácticas aritméticas que son producidas fuera de la escuela en las prácticas sociales, y aquella que es producida al interior de la escuela.

En ese sentido asumimos la *problematización indisciplinar* en la lectura que hacen Miguel, Vilela y Lanner de Moura (2012) inspirados en los trabajos de Lave (1988, 1996, 2002) quienes plantean que

> […] problematizar, significa discutir, cuestionar y evaluar todos los tipos de relaciones asimétricas de poder que se instaura en cualquier comunidad humana. La movilización escolar de prácticas humanas está en consonancia con la propuesta no disciplinar que constituyen estas prácticas en su complejidad no multifacética en disciplinas. Además, mediante la movilización escolar de prácticas, la intención que subyace es abandonar al mismo tiempo la separación disciplinaria y el "dominio de conocimiento" (p.3)

Esta perspectiva requiere la observación de las diferentes prácticas de las comunidades, para comprender lo que hacen y por qué lo hacen y cuáles *conocimientos [matemáticos]* son allí movilizados, comprendiendo que el conocimiento es vivo, dinámico y que está en constante en cambio. En este sentido, y considerando el problema de investigación, es necesario crear espacios para problematizar diversas formas de practicar las prácticas aritméticas, ya que, en la comparación es posible entender que la forma en la cual la aritmética se utiliza en la escuela se rige con base en una racionalidad específica, mientras que, en las otras prácticas, la elección es hecha por una racionalidad utilitaria como lo esclarece Mendes (2015).

Por lo anterior con este trabajo de investigación pretendo analizar la movilización de conocimientos [matemáticos] en las prácticas desarrolladas en el trapiche a partir de una problematización indisciplinar desarrollada con estudiantes del grado tercero de la Institución Educativa Rural Eva Tulia Quintero de Toro, que coexisten con los contenidos curriculares, lo que permite crear un escenario de movilización de los *conocimientos [matemáticos] rurales,* y la decolonización de las diferentes prácticas educativas al facilitar la oportunidad de crear nuevos fenómenos interculturales.

Metodología

Esta investigación se desarrollará bajo una perspectiva cualitativa en la perspectiva de Denzin y Lincoln (2012) porque permite dar respuesta a las diferentes preguntas a partir de experiencias reales, dándole voz a los participantes, para que estos puedan ser escuchados a partir de sus experiencias.

También seguiré el enfoque crítico-dialéctico trabajado por Sánchez (1998), quien trabaja la “relación sujeto – objeto, historia y realidad y los atraviesa con una discusión de los problemas éticos que son propios de la producción de conocimiento sobre la sociedad y la educación” (p.8), y, además, comprende el ser humano desde su no terminación, sino a partir de su constante transformación y creación de historias que posibilitan el cambio de su entorno. Lo elijo sobre todo porque este enfoque cuestiona la visión estática de la realidad y busca un panorama transformador para esta y, a su vez, comprende los fenómenos a partir de sus prácticas sociales.

Por otro lado, me aproximaré en la investigación narrativa en la perspectiva en la que Jaramillo (2003) que la comprende a partir de estos 7 momentos:

> […] 1. Estar basada en la experiencia compartida entre el investigador y los participantes ubicados en el tiempo y en el espacio. 2. Negociación de entrada y salida de la búsqueda de campo. 3. Debe haber un contar y recontar constante, con base en esa relación colaborativa, en las narrativas compartidas. 4. Debe quedar claro quién es el Investigador y cuál es su papel. 5. Debe superar criterios como validez, confiabilidad y generalización, proponiendo criterios como transparencia, verosimilitud, transferibilidad y globalidad. 6. Los modos de recopilación de datos. 7. La escritura final de la investigación que necesita ser revisada, discutida y aprobada conjuntamente por investigadores y participantes.[11] (p. 247-248).

Así, la narrativa aborda a los seres humanos como organismos contadores de historias y que vivimos vidas relatadas, postulado que me va acompañar en la construcción de los relatos escritos por los niños y, para relatar narrativamente las voces de los expertos del *trapiche.* Lo anterior, con la finalidad de tejer nuevas posibilidades de enseñanza en la escuela que tengan en cuenta sus experiencias, las cuales son adquiridas en las prácticas sociales, ya que “la narrativa es una forma de caracterizar los fenómenos de la experiencia humana” (Connelly y Clandinin, 1995, p. 12). Vale la pena anotar que en este tipo de investigaciones es de vital importancia el permitirse “escuchar primero la historia de los participantes, pero no quiere decir que el investigador permanezca en silencio, es solo escuchar primero a quien ha sido silenciado por tanto tiempo” (Connelly y Clandinin, 1995, p.21).

Los registros y datos de esta investigación serán construidos en el 2019 a partir de: la voz de los niños, a través de un diario que es escrito por los participantes y por el investigador, también se harán entrevistas no estructuradas y se transcribirán para que hagan parte de los registros, a partir de las historias contadas (narradas). Además, se consideraran cuatro visitas de los expertos[12] del *trapiche* a la escuela, cuatro visitas de los niños a los *trapiches* de la región y la construcción de registros autobiográficos de los niños.

Mi voz como maestra investigadora se hará visible con un diario que se llevará a la par con los participantes, fotografías, videos y grabaciones de las visitas a los trapiches y de las actividades desarrolladas con los niños participantes. Se espera sea posible la “construcción de un documento colaborativo una historia construida y creada a partir de las vidas tanto del investigador como de los participantes” (Connelly y Clandinin, 1995, p. 51).

Referencias y bibliografía

Boix, R., & Realidad, H. E. N. (2003). Escuela Rural Y Territorio : Entre La Desruralización Y La Cultura Local. 1–8.

Connelly. D. J. & Clandinin., F. M. C. (1995). *Relatos de Experiencia e Investigación Narrativa*. Laertes S.A. Ed.

[11] Traducción propia.

[12] Se llamará expertos a las personas que practican las prácticas sociales desarrolladas en el trapiche, las cuales serán invitados de manera especial a la institución.

Denzin, N &. Lincoln S.L. (2012). *El campo de la investigación cualitativa*. (Gedisa, Ed.).

D'Ambrosio, U. (2008) Etnomatemática: Eslabón entre las tradiciones y la modernidad. (J. Arrieta & C. García, Trads) México: Limusa (Trabajo original publicado en 2001).

D'Ambrosio, U. (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática Revista Latinoamericana de Etnomatemática, vol. 7, núm. 2, junio-septiembre, 2014, pp. 100-107.

Jaramillo, D. (2003). *(Re)constituição do ideário de futuros professores de Matemática num contexto de investigação sobre a prática pedagógica*. Campinas.

Lizcano, E. (2002) Las matemáticas de la tribu europea: Un estudio de caso. II International Congress on Ethnomathematics, Ouro Preto, Brasil, 5 de agosto. Disponible en: http://www.unavarra.es/puresoc/pdfs/c_salaconfe/0-Lizcano-03-1.pdf

Lizcano, E. (2006). Metaforas que nos piensan. Sobre ciencia, democracia y otras poderosas ficciones. Ed. Cultura Libre. Disponible en: https://www.traficantes.net/sites/default/files/pdfs/Metaforas%20que%20nos%20piensan-TdS.pdf

MEN. (1994a). Ley 115 febrero 8 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación. From www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.

MEN. (1990). DECRETO NUMERO 1490 DE 1990 (julio 9) por el cual se adopta la metodología Escuela Nueva y se dictan otras disposiciones. *Diario Oficial*. Recuperado de: https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-104130.html

MEN. (1994b). DECRETO NUMERO 1860 DE 1994 (agosto 5) Por el cual se reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales. Recuperado de:

https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-172061_archivo_pdf_decreto1860_94.pdf

MEN. (2009). Proyecto Educativo Rural (PER). Recuperado de: https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-82776.html

Mendes. J. (2015). Reflexões sobre numeramento: práticas sociais de leitura e escrita em torno do conhecimento matemático. Memorias 15º CONGRESSO DE LEITURA DO BRASIL. Disponíble en http://alb.com.br/arquivo-morto/edicoes_anteriores/anais15/alfabetica/MendesJackelineRodrigues.htm

Mignolo, W. (2005). A Colonialidade do Saber - Eurocentrismo e Ciências Sociais - Perspectivas Latino-americanas. *A Colonialidade Do Saber: Eurocentrismo e Ciências Sociais. Perspectivas Latino-americanas*, 33–49. Retrieved from http://www.livrariasaraiva.com.br/produto/1392252/a-colonialidade-do-saber-eurocentrismo-e-ciencias-sociais-perspectivas-latino-americanas

Miguel, A. & Miorim, M. (2004). Historia en la Educación Matemática: propuestas y desafios. Campinas: Autêntica.

Miguel, A., Vilela, D. S., & Moura, A. R. L. D. (2012). Problematização indisciplinar de uma prática cultural numa perspectiva wittgensteiniana. En *Revista Reflexão e Ação*, Santa Cruz do Sul, Vol. 20, núm. 2, Julio. Brasil.

Monteiro, A. & Mendes, J. (2011) Prácticas sociales y organización curricular: cuestiones y desafío. En *Revista Educación y Pedagogía*, vol. 23, núm. 59, enero-abril, (pp. 37-46). Colombia.

Monteiro, A & Mendes, J. (2015). Etnomatemática como Movimento de Contraconduta na Mobilização de Saberes em Práticas Culturais. Seminário internacional de pesquisa em educação Matemática. Pirenópolis, Goiás.

Sánchez, S. (1998). *Fundamentos para la investigación educativa, presupuestos epistemologicos que* *orientan al investigador*. Bogotá, Colombia: Editorial Magisterio

Tamayo, C. (2012). *(Re)significación del currículo escolar indígena, relativo al conocimiento [matemático], desde y para las prácticas sociales: el caso de los maestros indígenas Dule de la comunidad de Alto Caimán*. Trabajo de maestría. Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia.

Tamayo-Osorio, C. (2017a). Vení, vamos hamacar el mundo, hasta que te asustes: uma terapia do desejo de escolarização moderna. Tesis de doctorado. Universidade Estadual de Campinas, São Paulo.

Tamayo-Osorio, C. (2017b). A colonialidade do saber: Um olhar desde a Educação Matemática. En *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 10(3), 39-58.

Walsh, C. (2006). Lo pedagógico y lo decolonial entretejiendo caminos. En Walsh, C. (Ed.) Pedagogías decoloniales: prácticas insurgentes de resistir, (re)existir y (re)vivir (pp. 23-68). Quito, Ecuador: Ediciones Abya-Yala

Walsh, C. (2007). Interculturalidad, colonialidad y educación*. *Educación y Pedagogia*, *XIX*, 25–36.

Paz y Educación Matemática

Daniela **Montoya Osorio**
Universidad de Antioquia
Colombia
daniela.montoyao@udea.edu.co

Ángela María **Quiceno**
Universidad de Antioquia
Colombia
angelam.quiceno@udea.edu.co

Carolina **Tamayo**
Universidade de Campinas
Brasil
carolina.tamayo36@gmail.com

Resumen

En esta comunicación presentaremos una investigación de maestría en su desarrollo inicial en la cual pretendemos responder la pregunta: ¿Cuáles relaciones en uso son tejidas entre *matemáticaS y Paz* en la clase de Matemática por los estudiantes del grado quinto del Centro Educativo Autónomo y del grado undécimo del Colegio Parroquial Emaús, al problematizar de forma *indisciplinar prácticas bélicas* y Matemática?. Nuestro principal marco teórico se inspira en el diálogo tensional, entre los modos de hacer y pensar la filosofía del segundo Wittgenstein y Jacques Derrida con base en lo que Miguel (2016) ha denominado perspectiva *terapéutico-deconstrucionista*.

Palabras clave: prácticas bélicas, disciplinarización, Cátedra de la Paz, Indisciplinaridad, juegos del lenguaje.

Cátedra para la Paz, Disciplinarización y matemáticaS

En el año 2015, el Ministerio de Educación Nacional — MEN — institucionalizó *Cátedra de la Paz* como una asignatura obligatoria dentro de los planes de estudio de las instituciones educativas del país, producto de la Ley 1732 del 2014 implementada mediante el decreto 1038 de 2015. *Cátedra de la Paz* es una iniciativa que surge a partir de la preocupación del Estado colombiano para impulsar una construcción de paz desde las instituciones educativas.

El decreto plantea que "*Educación para la Paz* se entiende como la *apropiación de conocimientos y competencias ciudadanas* para la convivencia pacífica, la participación democrática, la construcción de equidad, el respeto por la pluralidad, los Derechos Humanos y Derecho Internacional Humanitario" (Decreto 1038, 2015, p.3. *cursiva nuestra*). De este modo *Cátedra de la Paz*,

> deberá fomentar el proceso de apropiación de conocimientos y competencias relacionados con el territorio, la cultura, el contexto económico y social y la *memoria histórica*, con el propósito de *reconstruir el tejido social, promover la prosperidad general y garantizar la efectividad de los principios, derechos y deberes consagrados en la Constitución*. (Decreto 1038, 2015, p. 3, *cursiva nuestra*).

Así, se espera que las instituciones educativas en Colombia se apropien de la imperiosa necesidad de la construcción de una *paz estable y duradera*, ya que, en las escuelas, confluyen historias y muchas vivencias dolorosas de la guerra y los conflictos propios de la sociedad colombiana. Lo anterior, se relaciona con la idea de combatir la exclusión, segregación y desigualdad desde las instituciones educativas, para generar climas educativos inclusivos y armoniosos a través de la práctica de valores.

Es importante aclarar, que el decreto 1038 surge del momento histórico que vivió Colombia con la firma del *Acuerdo de Paz* con las *Fuerzas Armadas Revolucionarias de Colombia* (FARC), llevado a cabo durante el gobierno de Juan Manuel Santos en Bogotá el 24 de noviembre de 2016. Mediante tal decreto, se implementan a nivel nacional *competencias* y *estándares básicos*[1], para que en las instituciones educativas del país se enseñe *Cátedra de la Paz* como una disciplina escolar. Esta iniciativa, puesta en funcionamiento como una política pública, se relaciona, desde nuestra mirada, con la propuesta de la Naciones Unidas (1998) en la cual se describe que "la cultura de paz consiste en una serie de valores, actitudes y comportamientos que rechazan la violencia y previenen los conflictos, tratando de atacar sus causas para solucionar los problemas mediante el diálogo y la negociación entre las personas" (p.7).

La escuela, entonces, se vincula a los procesos de *Cátedra de la Paz* como porta voz de este tejido de ideas enunciadas, para atender las demandas sociales. La escuela se coloca al servicio de las políticas públicas, como un espacio que debería contribuir para pensar los problemas que se tejen en la sociedad. De hecho, la escuela, a lo largo de la Modernidad, se ha establecido "como una gran maquinaria social y cultural, o sea, como un gran conjunto de "máquinas" que, operando articuladamente entre sí, y desempeñaron un papel crucial para la formación política, cultural y económica de la sociedad occidental" (Veiga-Neto, 2008, p. 39-40). Esto es, en términos de Pineau (1996) citado por Tamayo-Osorio (2017a; p.37):

> *la escuela se convirtió en un innegable símbolo de los tiempos, en una metáfora del progreso, en una de las mayores construcciones de la modernidad*. A partir de entonces, una buena cantidad de hechos sociales fueron explicados como sus triunfos o fracasos: el

[1] "Los *estándares de competencias básicas* son criterios claros y públicos que permiten establecer cuáles son los niveles básicos de calidad de la educación a los que tienen derecho los niños y niñas de todas las regiones de nuestro país, en todas las áreas" (MEN, 2004, p. 7, *cursiva nuestra*).

> desarrollo nacional, el progreso económico, las guerras, la aceptación de los sistemas o prácticas políticas se debieron fundamentalmente a lo que el sistema escolar había hecho con las poblaciones que le habían sido encomendadas.

Como parte del proceso de vincular *Cátedra de la Paz* a la escuela se formalizaron *contenidos* y *estándares básicos* y en ese sentido el MEN produjo tres documentos que orientan a todas las Instituciones Educativas Colombianas: (1) "*Secuencias didácticas de Educación para la paz",* (2) *"Orientaciones generales para la implementación de la cátedra de la paz en los establecimientos educativos de preescolar, básica y media de Colombia" y,* (3)*"Propuesta de Desempeños de Educación para la Paz"*.

En este sentido, cuando *Cátedra de la Paz* pasa a ser organizada sobre la visión tradicional del currículo escolar, desde nuestra perspectiva, se procura responder a las preguntas "*¿qué*?" y "*¿cómo*?" enseñar y no necesariamente "*¿a quién?*" y "*¿dónde?*" enseñamos (Tamayo-Osorio, 2012); y entonces, ocurre inevitablemente, una desconexión de esas prácticas con la propia vida, se disloca la práctica de su contexto de actividad para imponerle otras reglas, otros formatos de funcionamientos que corresponden al ámbito de la escuela para movilizar otros objetivos, en palabras de Miguel (2010),

> […] en el paso de un campo a otro campo de actividad humana, inevitablemente se desconecta de sus condicionamientos originales y pasa a ser formateada según los condicionamientos de la nueva actividad en la cual fue movilizada de forma igualmente idiosincrática y, de ese modo, no podríamos más decir que, a rigor, estaríamos ante la misma práctica. (p.5)[2]

Lo anterior puede ser visto como uno de los efectos de que la escuela se organice de forma disciplinar, Veiga-Neto (1996) plantea que esto ocurre bajo dos ejes fundamentales: *disciplinazación-saber y disciplinazación-cuerpo.* Entonces, a pesar de que se busca que la escuela responda a las demandas sociales y políticas ocurre un cierto distanciamiento que se produce cuando en la escuela las *prácticas sociales*[3] son transformadas en listas de contenidos conceptuales, pues allí, toman otros formatos que no necesariamente reflejan las necesidades y problemas sociales reales. Al mismo tiempo que, como la cara de la misma moneda, se establecen códigos explícitos (o reglas) espacio-temporales de conductas, movimientos.

La clasificación de contenidos que fue realizada al organizar *Cátedra de la Paz* también se ha aplicado a otras prácticas que hoy sustentan nuestros sistemas escolares mediante los currículos; por ejemplo, *prácticas de localización espacial*, que se encuentran clasificadas en temas por grados, por edades, entre, otros. Es decir, la mayoría de nuestros saberes movilizados en las prácticas sociales, que realizamos en la vida cotidiana, han sido sometidos a los formatos y condicionamientos de la escolarización.

Un elemento que llamó nuestra atención, es el hecho de que en el Artículo 3 del decreto 1038 se reglamenta que *Cátedra de la Paz* debe ser discutida en las "disciplinas de ciencias

---

[2] Traducción Propia

[3] Entendemos la práctica social como "toda acción o conjunto intencional y organizado de acciones físico-afectivas-intelectuales realizadas, en un tiempo y espacio determinados, por un conjunto de individuos, sobre el mundo material y/o humano y/o institucional y/o cultural, acciones estas que, por ser, siempre, y en cierta medida, y por un cierto período de tiempo, valorizadas por determinados segmentos sociales, adquieren una cierta estabilidad y se realizan con cierta regularidad" (Miguel & Miorim, 2004, p.165).

sociales, ciencias naturales, ética y valores, como las áreas fundamentales", para realizar las intervenciones en las instituciones educativas del país. Sin embargo, deja entrever una flexibilidad para trabajar *Cátedra de la Paz* en otras áreas del conocimiento. Basadas en este último aspecto, rescatamos la importancia de trabajarla en las clases de Matemática de una forma más amplia, menos disciplinar y, más próxima de las prácticas sociales.

Con base en lo anterior, esta investigación es pertinente, por un lado, porque, posibilitará transgredir los limites disciplinares que permean la clase de Matemática y *Cátedra de la Paz*; y por el otro, como lo resalta Correa (2016), porque existe una imperiosa necesidad en el campo de la Educación Matemática —E.M—, no solo, de comprender las formas en las cuales la Matemática ha *participado de las guerras*, sino, también, de cómo las *matemáticaS*[4] participan en la construcción de Paz.

Es importante señalar que las relaciones entre *matemáticaS*, *Prácticas Bélicas y la Paz* ya ha venido siendo estudiadas en otras investigaciones en el campo de la E.M y la filosofía, en las cuales se han problematizado, indisociablemente. Entre estas investigaciones encontramos autores como D´Ambrosio (2010; 2011), quien fue punto clave para lograr observar que ya existía una preocupación por comprender que la Paz tenía que ser también pensada *desde* y *para* la E.M, y al mismo tiempo que, la E.M pensada *para* la Paz y *desde* la Paz. Con referencia a lo anterior, D´Ambrosio (2011) afirma que,

> […] *Matemáticas y Paz se extrañan*. Estamos llevados a concluir que el hecho de que la humanidad haya construido un cuerpo de conocimientos tan elaborado como la Matemática, es ofuscado por el hecho de que la humanidad *se ha distanciado de tal manera de la Paz*. En la búsqueda de la Paz, no basta con hacer una buena Matemática, pero *se debe hacer una Matemática impregnada de valores éticos*, que es un concepto, para muchos, desprovisto de significado. El desafío es dar el sentido del *concepto de Ética Matemática*. *Para ello es necesaria una reconsideración de la Historia de la Matemática*, buscando entender cuándo, dónde, cómo y por qué, la Matemática y la Ética se distanciaron. (p. 203, *cursiva nuestra*)[5]

En el marco de estas tensiones emerge nuestra pregunta de investigación: ¿Cuáles relaciones en uso son tejidas entre *matemáticaS* y *Paz* en la clase de Matemática por los estudiantes del grado quinto del Centro Educativo Autónomo – CEA- y del grado undécimo del Colegio Parroquial Emaús –CPE-, al problematizar de forma indisciplinar *prácticas bélicas* y Matemática?. Y, por ende, nuestro objetivo de investigación es: Describir las relaciones en uso que son tejidas entre *matemáticaS* y *Paz* en la clase de Matemática por los estudiantes del grado quinto del Centro Educativo Autónomo y del grado undécimo del Colegio Parroquial Emaús, al problematizar de forma indisciplinar *prácticas bélicas* y Matemática.

---

[4] El uso de la "S" mayúscula al final de la palabra '*matemáticaS'*, hace referencia a comprender los conocimientos como producidos, validados y legitimidades dentro de *juegos lenguaje* normativamente orientados en la perspectiva de Miguel (2016); además no apropiándomos de la notación utilizada por el proyecto "matemáticaS" del grupo de investigación "*Educação, Linguagem e Práticas Culturais*" (PHALA) junto al "*Laboratório de Estudos Avançados em Jornalismo*" (LABJOR) de la UNICAMP. Usamos la palabra 'Matemática', con "M" mayúscula, para referirnos al conocimiento en la perspectiva en la que occidente lo comprende, de forma disciplinar.

[5] Traducción propia.

Construyendo Tejidos sobre matemáticaS y Paz

Al pensar en la relación entre *matemáticaS* y *Paz* nos aproximarnos, mediante un proceso de lectura, a términos como: *prácticas bélicas, terapia decontrucionista, juegos del lenguaje, formas de vida, disciplinarización, indisciplinariedad*, entre otros. Nos hemos aproximado a estos conceptos, vinculadas a la perspectiva del giro lingüístico, a partir de autores como Campos (2015); Correa (2015); Condé (2004); Derrida (1989; 1998) Messina (2012); Miguel (2013; 2014; 2016); Tamayo-Osorio (2016; 2017a; 2017b); Vilela (2007); Wittgenstein (1988).

Con estas lecturas buscamos aproximarnos a nuestra pregunta de investigación asociada a las relaciones en uso que pueden ser establecidas entre *matemáticaS* y *Paz*, Miguel (2006), Correa (2015) y Campos (2015) nos dan la posibilidad de problematizar la Matemática como hija de la guerra fría - a partir del enunciado realizado por Paul Ernest (1999) como Correa (2015) anuncia–. Los autores señalan que a raíz de esos vínculos se crea la necesidad de hacer una reforma curricular en el mundo, con el fin de que la Matemática diera respuestas a los sucesos del momento. Se esperaba que la Matemática fuera funcional y práctica para resolver los problemas que se daban en la época de la guerra. En ese contexto, como lo plantea Correa (2015) se consideraba a la Matemática como un lenguaje universal; además,

> [...] antes de que los Estados Unidos entraran en la segunda guerra mundial, en 1939, la American Mathematical Society (AMS) y la Mathematical Association of America (MAA) crearon la Comisión de Preparación para la Guerra que luego se convirtió en una Comisión de Políticas de Guerra, y el Dr. Stone estuvo directamente involucrado en ambas. La Comisión Preparatoria de Guerra tenía tres objetivos: (1) resolver problemas matemáticos que eran esenciales para el contexto militar o de la industria de defensa; (2) preparación de matemáticos para la investigación bélica; (3) direccionamiento de la educación matemática escolar para la solución de problemas matemáticos que fuese útil al contexto bélico (Correa, 2015, p. 21).

Por lo anterior, y considerando las reformas curriculares de la época, las investigaciones en E.M y en Matemática involucraban, no solo, modificaciones a la Matemática; sino también, del campo pedagógico en las que ellas se desarrollaban en el ámbito escolar y universitario. Por tanto, en aquel momento se crearon varias publicaciones sobre la relación entre Matemática y la Guerra. Además, se fueron constituyendo organizaciones en varios eventos internacionales, con el fin de mostrar cómo la Matemática podía responder a las situaciones que se vivían en situación de Guerra, así como, también, pensarla para la construcción de Paz junto a otras áreas de conocimiento disciplinarmente organizadas. Como parte de este proceso de pensar la producción de conocimiento científico para la construcción de la Paz encontramos, por ejemplo, el Manifiesto Russell- Einstein, conferencia Pugwash.

Los procesos de enseñanza de la Matemática fueron vistos como "positividades o efectos performáticos generados por juegos modernistas de lenguaje en diversos campos de actividad humana a lo largo del siglo XX" como lo plantea Correa (2015, p. 20). En esos *juegos del lenguaje* desarrollados durante las guerras mundiales y las creaciones de nuevos currículos escolares institucionalizados, se marcaron pautas sobre la importancia de investigar sobre *matemáticaS* y la *Paz* al mismo tiempo que, desarrollar estudios sobre cómo la Matemática ha contribuido en procesos de Guerra. Por otro lado, se abrió una agenda de trabajo para tensionar la *universalidad* y *neutralidad* de la Matemática entendida disciplinarmente, para pensar en *matemáticaS*, en plural, lo que vemos como una transgresión epistemológica sobre la concepción eurocéntrica del conocimiento.

Consideramos que la mirada de Correa (2015) sobre *prácticas bélicas*, entendidas como *juegos normativos de lenguaje*, nos posibilitará establecer mediante analogías relaciones entre la Paz y las *matemáticaS*. Lo anterior, tiene que ver con la comprensión de que al considerar los modos como las personas practican ordinariamente el lenguaje, Wittgenstein (1988) sugiere que esas prácticas, para que se tornen significativas, no pueden ser desligadas de las acciones corporales de los propios practicantes. De hecho, para él, "palabras también son acciones" (Miguel. 2016, p. 371). Lo que significa que los *juegos del lenguaje* son acciones regladas, normativamente orientadas, esto es, son prácticas sociales, por ejemplo, disciplinarizar puede ser entendida como una práctica con sus propias reglas y maneras de uso, enraizada en la concepción moderna de ciencia, y en el contexto especifico de la escuela se practica esta práctica en función de unos objetivos, sean curriculares o de enseñanza. También, cocinar puede ser entendida como una práctica social con sus propias reglas y formas de ser practicada como Tamayo-Osorio (2017a) lo muestra.

Buscando comenzar a tejer relaciones entre *matemáticaS* y *Paz* nos hemos aproximado en el campo de la filosofía a algunas investigaciones como la de Messina (2012), para comprender cómo los usos de la palabra Paz pueden variar de un *juego de lenguaje* a otro. La autora retomando a Lévinas, plantea que el uso de la palabra Paz puede ser entendido como un "primer lenguaje", un primer encuentro, y muy alejada de la idea de conciliación de un conflicto, pues para Lévinas citado por Messina (2012, p 146) la paz "[...]no hace referencia a ninguna idealidad. Sólo significa en la puesta en cuestión del Mismo por el Otro, de un "yo" que llega a hablar, a significarse por el Otro, en la acogida de una significación que lo desborda". En esta afirmación evidenciamos que la palabra Paz puede ser usada para explicitar el acercamiento que hace el ser (yo) por el otro, como una acogida del ser del prójimo, por encima de su libertad y su voluntad (los términos libertad y voluntad serán explicados por Lévinas más profundamente).

La terapia deconstrucionista como actitud metódica para investigar

La actitud *terapéutica deconstrucionista* según Miguel (2016) está relacionada con esas formas de ver y afrontar las prácticas sociales dentro de unas *formas de vida* específicas, sin pretender *explicar* o *interpretar* de una forma cientificista, mecánica, estructurada, organizada los significados que puedan darse dentro de esas prácticas, así, se plantea que esta actitud

> […]no sigue una secuencia lineal, ni propone ninguna especie de continuidad. Por el contrario, ella *funciona por saltos discontinuos entre diferentes juegos de lenguaje en diferentes formas de vida*. Las pinceladas están conectadas por semejanzas de familia, pero estas similitudes no están en las pinceladas, sino que son propuestas por el historiador terapeuta sobre la base de la problemática investigada (Miguel, 2016, p. 389, *cursiva nuestra*)

De igual forma, la *terapia deconstrucionista* en los términos de Tamayo-Osorio & Cuellar-Lemos (2016) es vista como una actitud para investigar, que posibilita estudiar las prácticas socioculturales o *juegos de lenguaje* practicados en *formas de vida*, tal y como son realizados en sus contextos de actividad humana, con la finalidad de entender los usos del lenguaje en ellos movilizados.

Es importante aclarar que, desde Wittgenstein (1988), la *terapia* no se restringe a un solo método, a un solo problema, sino más bien, a métodos; es decir, existen diferentes terapias, pues como él explica en el libro de las Investigaciones Filosóficas -I.F- "no hay un *único* método en filosofía, si bien hay realmente métodos, como diferentes terapias" (Wittgenstein, 1988, I.F.

§133). Desde nuestro punto de vista, lo anterior, significa que no se puede tan solo tener una mirada universal de un problema, de una situación – por ejemplo, diversas significaciones que pueden ser producidas y usadas en *juegos de lenguaje* sobre la palabra Paz – sino, más bien, mirar los usos del lenguaje de una forma panorámica y analógica.

Entonces, desde la mirada de la *terapia* hay una intensión de comprender y permitir la pluralidad de significados, lo que, desde la filosofía de Jacques Derrida, nos posibilita hablar de la *deconstrucción*; a pesar de que los trabajos de Derrida no hablan propiamente de juegos de lenguaje, se entrevela esa relación de ambos autores (Wittgenstein y Derrida), toda vez que ellos, comprenden que el lenguaje no se da por sí solo, ya que esta permeado por una cultura y por unas prácticas. Correspondiente con esto Miguel (2016) menciona que hay una cierta analogía en los modos de actuar de ambos y en los correlatos, al decir que "[…] ambos ven, respectivamente, las escenificaciones de la escritura o del juego de lenguaje como un compuesto heterogéneo de otras escenificaciones precedentes-característica está a la que Derrida denomina el concepto de iterabilidad" (p. 376)

Al tejer esta relación *terapéutico deconstrucionista*, nos encontramos con el concepto de *deconstrucción* que es retomado desde la filosofía de Jacques Derrida (1989; 1998), como un concepto central en todas sus investigaciones, inclusive al problematizar conceptos como violencia, hospitalidad, justicia y paz, que no significa otra cosa que, pensar los términos anteriores de forma no estructurada desde sus usos por medio de *rastros de significación*, buscando superar el estructuralismo que permea los estudios sobre el lenguaje.

El trabajo de campo será realizado en el semestre 2019-1 con los estudiantes de los grados quinto del CEA y los estudiantes de undécimo del CPE, quienes serán los participantes de esta investigación. Para la producción de registros y datos usaremos herramientas como: observaciones, entrevistas, videos, audios, fotografías, diarios de campo, entre otros.

Las actividades que se llevarán al aula de clase, estarán guías por propósitos claramente definidos, con la intención de buscar responder al objetivo de la investigación y poder describir esas relaciones que se tejen entre los sujetos participantes y la Paz, las *matemáticaS* y la Guerra. Hasta el momento venimos considerando algunas actividades: visitas guiadas y con temáticas

definidas a la Casa de la Memoria en la ciudad de Medellín, cine en el aula de clase sobre temáticas que aborden las problemáticas a estudiar, narraciones e historias de vida, lecturas y análisis de textos de filosofía para niños, estudio minucioso sobre el Manifiesto Russell-Einstein.

Referencias y bibliografía

Campos, V. R. (2015). *Genealogías de la violencia: génesis y economía de la" violencia originaria" en la filosofía de Jacques* Derrida. Tesis Doctoral.

Condé, M. L. L. (2004). As teias da Razão: Wittgenstein e a crise da racionalidade moderna. Argumentum.

Correa, J. F. (2015). *He war*. Tesis doctoral. Universidade Estadual de Campinas, São Paulo.

Correa, J. F. (2016). Educação Matemática: entre guerras quentes e guerras frias. En *Perspectivas da Educação Matemática*, 9(20).

D'Ambrosio, U. (2010). Palestra Magna – Cultura de Paz e Pedagogia da Sobrevivência. Conferencia presentada en el Fórum de la Unesco de 2010 "Cultura de Paz: da reflexão à ação", Brasilia: Unesco.

D'Ambrosio, U. (2011). A busca da paz como responsabilidade dos matemáticos. En *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, (7). Recuperado el 20 de noviembre de 2017 en: https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/6943/6629

Derrida, J. (1989). *Violencia y metafísica. En La Escritura y la Diferencia*. Barcelona, Anthropos.

Derrida, J. (1998). *Adiós a Emmanuel Lévinas*. Palabra de acogida. Editorial Trotta. S.A. Madrid.

Ley 1732 de 2014. Se establece la Cátedra de la Paz en Todas las Instituciones Educativas del País. Diario Oficial de la República de Colombia, Bogotá, Colombia. Naciones Unidas (1998), Asamblea General. Distrital. General. a/res/52/13. D

Messina, A. L. (2012). La paz como primer lenguaje. Paz y política en E. Lévinas. ideas y valores, 61(150), 145-167.

Miguel, A. & Miorim, M. A. (2004). Historia en la Educación Matemática: propuestas y desafíos. Campinas: Autêntica.

Miguel, A. (2010). Percursos Indisciplinares na Atividade de Pesquisa em História (da Educação Matemática): entre jogos discursivos como práticas e práticas como jogos discursivos. En *Revista Bolema*, 23(35a), p. 1-57, Rio Claro

Miguel, A. (2013). Posfácio ao livro "Usos e jogos de linguagem na matemática: diálogo entre Filosofia e Educação Matemática". Em D. Vilela, Usos e jogos de linguagem na matemática: diálogo entre Filosofia e Educação Matemática (pp. 319-348). São Paulo: Editora Livraria da Física.

Miguel, A. (2016). *Um jogo memorialista de linguagem: um teatro de vozes.* Texto da libre docência. Universidade Estadual de Campinas. Campinas: São Paulo.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1994). Ley general de Educación. Bogotá. Ministerio de Educación Nacional. Recuperado el 20 de marzo de 2018 en https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf

MEN. (2004). Competencias ciudadanas: de los estándares al aula. *Revista de Estudios Sociales*, (19).

MEN. (2015). Orientaciones generales para la implementación de la cátedra de la paz en los establecimientos educativos de preescolar, Básica y media de Colombia. Bogotá, Colombia.

MEN. (2015). Decreto 1038 de 2015. Recuperado el 19 de marzo de 2018 en: http://www.alcaldiabogota.gov.co/sisjur/normas/Norma1.jsp?i=61735

Tamayo-Osorio, C. (2012). *Resignificación del currículo escolar indígena, relativo al conocimiento (matemático), desde y para las prácticas sociales: el caso de los maestros indígenas Dule de la comunidad de Alto Caimán*. Disertación de Maestría. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia

Tamayo-Osorio, C. (2017a). *Vení, vamos hamacar el mundo, hasta que te asustes: uma terapia do desejo de escolarização moderna.* Tesis doctoral. Universidade Estadual de Campinas, São Paulo.

Tamayo-Osorio, C. (2017b). A colonialidade do saber: Um olhar desde a Educação Matemática. En *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *10*(3), 39-58.

Tamayo-Osorio, C., Cuellar-Lemos, R. C. (2016). Juegos de lenguaje en movimiento: Una experiencia Indígena. En *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *9*(1), 49-70.

Veiga-Neto, A. (1996). A didática e as experiências de sala de aula: uma visão pós-estruturalista. *Educação & Realidade*, *21*(2), 161-175.

Veiga-Neto, A. (2008). Crise da modernidade e inovações curriculares: da disciplina para o controle. Sísifo. En *Revista de Ciências da Educação*, (7).

Vilela, D. S. (2007). *Matemáticas nos usos e jogos de linguagem: Ampliando concepções na Educação Matemática*. Tesis de doctorado. Universidade Estadual de Campinas, Brasil.

Wittgenstein, L. (1988). *Investigaciones Filosóficas. Philosophische Untersuchungen*. Barcelona: Crítica.

XV CIAEM
Medellín - Colombia
5 - 10 mayo/maio/may 2019
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference on Mathematics Education
Universidad de Medellín
Universidad de Antioquia

Prácticas racistas en la escuela: Un análisis de las prácticas de maestros y maestras de matemáticas

Angela Patricia **Valencia Salas**
Secretaría de educación del Distrito
Colombia
angelapatriciav@gmail.com
apvalencias@educacionbogota.edu.co

Resumen

El siguiente texto presenta los resultados de una investigación que se pregunta por las prácticas racistas de maestros y maestras de matemáticas en el sistema educativo distrital, con relación a niños y niñas afrocolombianos. Tiene como objetivo analizar desde una perspectiva decolonial, cómo se configuran y reproducen prácticas racistas, en los procesos pedagógicos de maestras y maestros de matemáticas en escuelas distritales de Bogotá. Usa la perspectiva decolonial como perspectiva teórica, articulada con aproximaciones genealógicas y arqueológicas del racismo, su materialidad en la escuela, particularmente en las prácticas de maestros y maestras de matemáticas.

A partir de entrevistas a profundad a maestros de diferentes instituciones educativas distritales, trabajo de campo y observación en una IED en particular se explora desde las narrativas de maestros, niños y niñas las formas como se manifiesta el racismo y la discriminación racial en la escuela.

Palabras clave: Raza, Racismo, Matemáticas, Prácticas Pedagógicas, Decolonialidad, Estudios Raciales, Educación matemática.

RAZA, RACISMO: DESDE LO GLOBAL A LO LOCAL

La complejidad del concepto de raza y racismo y la incomodidad que genera en la sociedad su uso, aún más en un escenario como la escuela, hacen que para su comprensión se requiera no sólo de las comprensiones teóricas sobre este concepto, sino de la reconstrucción histórica sobre estas categorías, las condiciones de posibilidad que dieron lugar a la emergencia de dichas categorías, las relaciones entre la raza y el de racismo; cómo, pese a su erradicación legal, su presencia es tan vigente, como lo fué siglos atrás, donde aparatos como la escuela y ciertos agentes contribuyen a su perpetuación a nivel estructural y cotidiano.

Entre los debates que suscita el concepto raza, se encuentran diversas perspectivas. Una de ellas tiene que ver con poner en duda la existencia de ese concepto. En ese sentido, gran parte de la academia en la actualidad, basada en los hallazgos del proyecto de Genoma Humano, señala que este concepto no existe, con el argumento de que sólo existe una raza, la humana. Por otro lado, se encuentra a quienes señalan que, a pesar de reconocer lo aportado por el proyecto anteriormente citado, la raza sí existe, en tanto referida a la noción de racismo.

Este grupo de académicos indica que raza es el resultado de una construcción social y, por tanto, existe en la medida que determina escenarios de exclusión, discriminación, negación de derechos entre unas personas respecto de otras. Al hacer referencia a la raza como una construcción social implica que ella no es algo que sólo suceda en la imaginación de las personas. Implica que es tan real, que se usa para clasificar a los seres humanos como inferiores o superiores y que, quienes son etiquetados como inferiores sufren física y emocionalmente por la discriminación de su ser racializado.

Por ejemplo, en Colombia, en el año 2012, se reconoció por parte de la Comisión Intersectorial para el Avance de la población Afrocolombiana, Palenquera y Raizal, al racismo y la discriminación racial como la principal barrera que impide el desarrollo de los pueblos negros-afrodescendientes en el país. No por ser construido, el racismo deja de ser poderoso y estructurante en prácticas concretas, materiales, reales (Grimson, 2011).

Por otra parte, los Estudios Culturales conciben la raza y el racismo como hechos radicalmente contextuales; es decir, como lo señala Grossberg (2006), en el estudio de la complejidad social, se debe ubicar a la raza y el racismo, primero en una lucha coyuntural y hegemónica particular y, segundo, en un contexto aún más amplio de transformación y lucha globales. También desde la perspectiva de pensadores decoloniales de América Latina, se señala que el concepto raza está articulado al surgimiento de la modernidad y el papel que tuvo en ella la colonización de los territorios americanos, en la medida que ésta determinó las relaciones sociales, económicas y políticas de lo que serían, posteriormente los Estados-nacionales.

Esta última perspectiva sobre las relaciones entre los efectos de la colonia en los modos de constituir sujetos, articuladas con los estudios culturales y los estudios raciales, que efectúan lecturas del racismo de forma situada, contextual, específicamente, los que aportaron a la construcción de las categorías raza y racismo desde contextos locales (de Latinoamérica, Norteamérica e islas del Caribe) con enfoques cercanos, históricos y narrados a partir de los territorios invadidos y saqueados, recuperando las voces de quienes fueron víctimas y hoy son una voz de resistencia al racismo y la discriminación racial, se retomaron en este trabajo.

Para esta investigación se comprende el racismo como un complejo que no existe únicamente en el ámbito de las ideas, pasiones y sentimientos individuales, que dan cuenta de posturas éticas y morales, ni como "consecuencia social" del capitalismo, exclusivamente, o como producto del divisionismo nacional, de la lucha de clases, según el argumento economicista del marxismo, ni como una aberración o sólo por discriminaciones a causa de prejuicios, sino como un sistema/estructura. Para definirlo así, Moore (2011) analiza tres instancias operativas entrelazadas que lo ubican como un sistema: las estructuras políticas, económicas y jurídicas de comando de la sociedad, el imaginario social total que rige el orden simbólico de la sociedad, los códigos de comportamiento que rigen la vida inter-personal de los individuos que componen la sociedad.

Estas instancias operativas son lugares desde donde se mantienen hoy en día y fortalece el racismo en las sociedades. Por ejemplo en Colombia desde las prácticas de colonización y esclavitud, la equiparación de la condición de esclavo con la categoría negativa “negro”, la limpieza de sangre[1], la degeneración de las razas[2] , y el discurso del mestizaje, que fueron articulados de forma perfecta para que hoy se logren reconocer juegos de poder en los discursos oficiales y los locales alrededor de la raza y el racismo, aquellos discursos que hacen presencia en la cotidianidad de maestros y maestras en una institución educativa y, que como conjunto de prácticas estas constituyen los sujetos.

AQUÍ TODOS SON IGUALES: RACISMO EN LA ESCUELA

Los modos en los que opera el racismo requieren de instituciones para que los mismos tengan sentido y ocurra su tránsito; la escuela aporta su cuota en ello, en la medida que contribuye -de múltiples maneras- en la configuración de prácticas racistas. Se sabe que, además de establecerse como uno de los principales lugares para ejercer formas de poder/saber opresivo y de dominación, las instituciones educativas han sido escenarios excluyentes y reproductores de formas de discriminación racial en contra de segmentos definidos de la población.

De hecho, según los discursos marxistas, la escuela se ubicaba como espacio transmisor de la cultura hegemónica, a través de la circulación de conocimientos, saberes, discursos y prácticas, mediante los cuales se perpetuaban privilegios de la élite blanco-mestiza sobre las personas clasificadas como negras e indias.

En el escenario colombiano, la escuela se fue constituyendo históricamente en un lugar donde el conjunto de posiciones con respecto a la diferencia racial se definieron bien sea por cercanía o alejamiento, entre quienes tenían mayor o menor capital cultural, así como las relaciones de orden para identificar quiénes debían estar “arriba” y quienes deberían estar “abajo”, de acuerdo a su capital económico, siendo estos dos factores determinados por las relaciones sociales basadas en la diferencia étnica, producto de la racialización efectuada desde la invasión europea.

la iglesia ocupó un papel preponderante en este camino. Este fue tan importante en la perpetuación de los privilegios de los criollos, que al tiempo que imponía restricciones a los otros, mestizos pobres, indígenas y negros, le fue reasignada la total conducción de la política educativa desde 1870 y, posteriormente, gozaría de privilegios derivados del Concordato para manejar la llamada “educación en territorios nacionales”, justamente donde se localizaban los pueblos indígenas y afrodescendientes. La iglesia, como institución encargada de los mecanismos para dar forma al encauzamiento de las conductas de la gente, basados en la moral cristiana y la evangelización, utilizó a la escuela, parafraseando a Bourdieu (2001), como el lugar estratégico para “fabricar”, “elaborar” personas, formas de pensar y formas de actuar.

La integración de la gente negra a la nación se proyectó en la educación cristiana, a partir de la enseñanza de la doctrina católica y algunos elementos de la lectura y escritura, no para alcanzar los niveles educativos requeridos al resto de la población nacional, sino para poder acceder a la apropiación de la biblia. No es sino hasta 1930 que, en territorios como la costa del Pacífico, donde no había colegios de secundaria y se contaba con menos de quince escuelas primarias, cuando se convierte en Prefectura, aumenta considerablemente la presencia de

[1] En términos de Castro-Gómez (2010), fue la creencia en la superioridad étnica de los blancos criollos sobre los demás grupos poblacionales de la Nueva Granada (p. 15).
[2] Ejemplo de discursos higienistas, que dan cuenta de las imágenes de las personas negras e indígenas y el efecto de su presencia en Colombia.

escuelas: al año 1950 se registraban 145 escuelas entre privadas y públicas (Ayape, 1950 citado por Almario, 2013). De esas 145 escuelas, 25 eran escuelas misionales, hoy llamadas escuelas católicas y las restantes, públicas, todas ellas sin las condiciones mínimas para el trabajo pedagógico.

Esto sin contar los procesos de deslegitimación del conocimiento de las personas afrodescendientes a partir de tecnologías como la evangelización para "civilizar al salvaje", de la invisibilización y el sometimiento de otros conocimientos.

MATEMÁTICAS Y PRÁCTICAS RACISTAS

En Colombia se reconoce que a partir de las reformas borbónicas introducidas en España y sus colonias, se identificó el papel fundamental de la matemática en lo que se asumiría como necesidad para el progreso del país. Se propuso desmontar el modelo privado de educación a cargo de los religiosos donde primaban las visiones teleológicas como las de Santo Tomas y de Aristóteles en el estudio de las ciencias de la naturaleza, para ubicar las propuestas modernizantes de la reforma educativa que, iniciaba la incorporación oficial del saber matemático en la escuela colombiana.

Lo anterior ya que se necesitaba la formación pública y secular de jueces, médicos y científicos, fieles a los propósitos modernizadores del Estado (cuyo fin era el comercio), la cual implicaba, según el imperio español, la sustitución de las "humanidades" (gramática, retórica) por las "ciencias útiles" (matemáticas, física) (Castro-Gómez, 2010), en pro del desarrollo de la colonia en su última etapa.

Pero también el naciente Estado de lo que sería posteriormente Colombia, necesitaba gobernar, es decir, poder desplegar todo un saber articulado a un aparato de gobierno, para poder asegurar su control sobre las colonias. La utilidad de estos nuevos conocimientos radicaba en que podían ser sometidos al modelo de racionalidad económica; es decir, eran útiles a la sociedad, comunicables y podían revertirse en políticas de gobierno, de rápida circulación y con un número mayor de usuarios (Castro-Gómez, 2010) además de ser considerados necesarios para los proyectos gubernamentales del Estado borbónico.

Hoy en día, pese al tiempo transcurrido, no estamos muy alejados de estas concepciones; de hecho, las mismas son reafirmadas cada día con acciones individuales, colectivas y estatales. Todas y cada una de las reformas educativas en Colombia se han dirigido a consolidar un proyecto de nación basado en una visión occidental de desarrollo (fortalecimiento del capital económico, industria, explotación de los recursos, etc.).

En el período de las reformas borbónicas, la "oscuridad" en la que se encontraba la Nueva Granada, se debía a que, *pese a la colonización española*, el reino seguía atribuyéndole a Dios todos los males que aquejaban a sus pobladores. Por tanto, salir de esta "oscuridad", de las "densísimas tinieblas de la ignorancia", como lo señalaba Mutis, dependía de la posibilidad de introducir en la educación (destinada a la elite criolla y españoles) la enseñanza de las ciencias, entre ellas las matemáticas.

Emergieron aquí algunas expresiones del papel de la enseñanza de la disciplina de las matemáticas en la configuración y reproducción de prácticas racistas en el aula, articulando una exploración en la incorporación del conocimiento matemático en la escuela, el lugar jerárquico que empiezan a ocupar las matemáticas en las áreas de conocimiento y el trabajo de campo realizado para la investigación a partir de entrevistas a profundidad a maestros y maestras.

Por ejemplo, Para Mutis era necesario que la catedra de matemáticas no entrara en el cuerpo de asignaturas de la Universidad, "ni de los estudios generales, sino de quien se ha dicho, como mero aliciente de la curiosidad de los jóvenes aplicados" (Hernández de Alba, 1980: tomo V, p. 103 citado por Ortiz, p. 63). El conocimiento matemático era de uso exclusivo de unos cuantos: jóvenes juiciosos y aplicados estudiaban matemáticas. Parece que este tipo de asociaciones hacen presencia hoy, de hecho, es un común denominador necesario para el aprendizaje de las matemáticas señalado por los maestros entrevistados. Con relación a los niños y niñas afrocolombianos, varios maestros señalan que, dado que sus intereses son otros y se sienten mejor para actividades como el baile, no dan la suficiente energía a las matemáticas y por eso no son muy buenos en este campo disciplinar.

Por otro lado, en la Nueva Granada se instaló una concepción de identidad basada en la diferencia étnica frente al otro subalterno, que caracteriza todo el sistema-mundo moderno/colonial. Cabe recordar que esta distinción planteaba, por un lado, la superioridad de unos seres humanos sobre otros y por el otro, la superioridad de unas formas de conocimiento sobre las otras. Toda forma de conocimiento que no hiciera parte de la sociedad española y, en general europea, no era considerada como tal. El conocimiento propio o saberes producidos por los pueblos originarios y, posteriormente, los conocimientos y saberes de las personas de origen africano traídos a América fueron estigmatizados, satanizados y sepultados por la sociedad blanca en Latinoamérica (Valencia, 2016).

La inferiorización de estos conocimientos y su negación, se convirtieron en el habitus de las y los ciudadanos colombianos desde el siglo XVIII hasta la actualidad, tal y como se refleja en la ausencia de información sobre conocimientos propios de las comunidades pertenecientes a grupos étnicos en el currículo escolar de la escuela convencional. Aún hoy se sigue pensando que el conocimiento oficial occidental es el único válido y los conocimientos propios de las comunidades son señalados como atrasados.

Es por ello que, la negación y ausencia en la escuela de conocimientos de los pueblos afrodescendientes e indígenas, denominados aquí como conocimientos otros, que pueden (y deben) entrar en diálogo con el conocimiento occidental, constituye un lugar estructural que favoreció la producción del racismo, como herencia que, en el caso de la enseñanza de la matemática, se manifiesta en el propio ordenamiento y contenido del currículo escolar y, con ello, en su materialización en las prácticas pedagógicas.

Cabe señalar aquí que, el panorama es aún más desalentador cuando quienes pretenden acceder al conocimiento matemático pertenecen a grupos históricamente excluidos, como son los pueblos negros-afrocolombianos y los pueblos indígenas, dado que el "conocimiento matemático", a partir de su diseño curricular, desconoce las particularidades de estos pueblos, sus contextos y ambientes de aprendizaje; y, lo más importante, sus conocimientos propios.

El currículo en matemáticas ha fortalecido su lugar privilegiado frente a otras ciencias y continúa instalando lecturas universales en contextos particulares. Lee de la misma forma a diferentes sujetos con diferencias étnicas y culturales, cuando los considera como sujetos que sólo hacen parte del pasado de la nación o a muchos otros, como seres desprovistos de un lugar en la historia.

ALGUNOS RESULTADOS

La perspectiva metodológica se enfocó en la investigación cualitativa articulada con una aproximación etnográfica en la que se hacen análisis de elementos intersubjetivos con el fin de estudiar las relaciones de constitución de los seres humanos, en este caso como nos constituimos con relación al racismo. Se retoma también algunos elementos del trabajo de campo etnográfico, que permitieron comprender a los niños, niñas, maestros y maestras, conocerse uno mismo y mejorar un poco la propia práctica pedagógica. Se realizaron los análisis conversacionales establecidos con cinco maestros y maestras de matemáticas de diferentes instituciones educativas distritales, a partir de la realización de entrevistas a profundidad, desarrolladas en dos y tres sesiones y las narrativas manifestadas en ellas.

Los análisis conversacionales fueron fundamentales ya que todos aquellos elementos enunciados en las conversaciones sostenidas con maestros y maestras se constituyen en prácticas. Lo que dicen los profesores y profesoras sobre los niños y niñas afrocolombianos, su desempeño en clase de matemáticas, los factores que influyen en su rendimiento escolar, la descripción de sus habilidades, destrezas, entre otros aspectos, son prácticas. En la investigación aquí presentada, se identificó con base en las narrativas de los maestros y maestras, algunos elementos que se destacan respecto de prácticas racistas en la clase de matemáticas, particularmente referidas a su desempeño académico. Esto no quiere decir que, en el ámbito de las relaciones personales entre estudiante y maestro/a no se den dichas discriminaciones, aunque éstas no fueron observadas en esta investigación.

Se decidió, por ende, enfocarse en el desempeño académico de los/las estudiantes porque es este aspecto el que, mediante los sistemas de evaluación, mide y categoriza al estudiantado.

Con relación al desempeño académico de las/los estudiantes afrocolombianos, se encontró que la mayoría de maestras/maestros coincide en que el desempeño académico de estudiantes afrocolombianos no es sobresaliente. Para estos maestros/as, los niños y las niñas afrocolombianos hacen parte de aquellos con desempeño regular (promedio) y, en su mayoría, muy bajo.

Estos son unos pequeños apartes de entrevistas a maestros participante en la investigación que refleja esta concepción: "*no quieren mostrarse (…) como…lo que sí he notado es que, de pronto, en el colegio, en la mañana la mayoría de los niños afro son muy… hmmm… expresivos… ocultos en la parte académica, pero en cuanto a lo que son habilidades hacia el arte y hacia los deportes sí se logran destacar muchísimo" (Entrevista profesora G, junio de 2017)*". *"En cuanto a los niños afrocolombianos, creo que siempre se ha vivido el tema de la estigmatización, pero por parte de ellos mismos, entonces si soy diferente, entonces los demás me ven diferente, pero, posiblemente, no sea así. Entonces, y…de pronto eso ha hecho que muchos... pues ¡no…. exploten todas esas habilidades que tienen! Porque, sencillamente. (…) …prefieren mantenerse ocultos, sí?" (Entrevista profesora Jo, junio de 2017).*

Aunque algunos, acudiendo al ideal de igualdad que se promulga en las instituciones educativas modernas, y el enfoque congnitivista asociado a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, considera que las identidades raciales, étnicas, de los estudiantes, y sus actos de posicionamiento en el salón de clase no son aspectos relevantes para comprender las diferencias en resultados de aprendizaje, medidos en pruebas de conocimientos, respecto de las experiencias escolares de los/las estudiantes y el acceso desigual a una educación matemática de calidad (Valoyes, 2015).

Por ejemplo: *An: Profe y con los niños afro, usted…me imagino… que ha tenido niños afro, ¿Cómo le ha ido con ellos en el tema académico?. Fre: Es que yo esas cosas, las veo como* *que son todos iguales; para mí, a los niños que tienen problemas de retraso en aprendizaje los veo iguales a los demás, y se lo he dicho a mis compañeros y a muchos, que cuando me dicen: - no, es que este niño tiene problemas…- no y entonces ¿los demás también?. (Entrevista profesor F, junio de 2017).*

CONCLUSIONES

Maestros y maestras definen la raza como aquello que se relaciona directamente con las características fenotípicas de las personas, específicamente con su color de piel, y que esta definición, coincide con las configuradas desde el siglo XVII con la intención de clasificar a unas personas como inferiores, respecto de otras, con más poder político y económico. Esto pone en evidencia la manera como la raza está presentes en la actualidad, y el nivel de sedimentación de prácticas discursivas que perviven los maestros y las maestras, en las escuelas distritales de Bogotá. Esta categoría se hace presente en lo que se dice, en lo que se hace, en las cualidades y en las capacidades que se les asignan a unos sujetos con relación a otros.

La perspectiva de los estudios decoloniales brindó un escenario de reformulación de algunos enfoques teóricos, a partir del reconocimiento de las relaciones de dominación particulares establecidas en América Latina desde el momento de la colonización de los pueblos originarios, pasando por la trata trasatlántica, para entender cómo vivimos hoy las relaciones atravesadas por la raza/etnia hasta el día de hoy. Partir del periodo colonial es fundamental, por un lado, para entender y comprender la perpetuación de relaciones de desigualdad entre comunidades y cómo perviven éstas en la escuela, como institución moderna, que mantiene una mirada racionalista del conocimiento; y por otro lado, permite identificar y comprender las racionalidades instaladas en el proyecto de nación moderno, en el que se inscribe la escuela.

Mostró otras formas de materialización del racismo, particularmente en el sistema educativo. No sólo en términos de acceso de las personas afrocolombianas al derecho a la educación y sus condiciones de garantía para el ejercicio de tal derecho, sino que nos remite un tipo de materialidad concreta, enfocada en los modos de construir conocimiento.

REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

Almario, Ó. (2013, Julio). Modelos culturales en conflicto: grupos negros y misioneros agustinos en el pacífico sur colombiano (1896-1954). *Tabula Rasa* (19), p. 193. Recuperado de: http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1794-24892013000200009&lng=es&tlng=es.

Bourdieu, P y Passeron, J. (2001). *La reproducción*. Elementos para una teoría del sistema de enseñanza. Madrid, España: Editorial popular.

Castillo, E y Rojas, A (2005). *Educar a los otros*: Estado, políticas educativas y diferencia cultural en Colombia. Cali, Colombia: Editorial Universidad del Cauca.

Castro-Gómez, S. (2010). *La hybris del punto cero*: ciencia, raza e ilustración en la Nueva Granada. Bogotá, Colombia: Editorial Pontificia Universidad Javeriana.

Foucault, M. (2014). *Seguridad, territorio y población*. Ciudad de México, México: Fondo de Cultura económica.

Grimson, A. (2011). *Los límites de la cultura*. Buenos Aires, Argentina: Siglo XXI editores.

Grossberg, L. (Julio, 2006). Stuart Hall sobre raza y racismo: estudios culturales y la práctica del contextualismo. *Tabula Rasa*, *5*, 45.

Helg, A. (1984). *La educación en Colombia 1918 y 1957*. Una historia social, económica y política. Bogotá, Colombia: Editorial Universidad Pedagógica Nacional.

Jaramillo, J. (1994). El proceso de la educación del virreinato a la época contemporánea. En: *Manual de Historia Colombiana. Tomo III*. Bogotá, Colombia: Procultura, Tercer Mundo Editores.

Moore, C. (2011). *La humanidad contra sí misma*. Para una nueva interpretación epistemológica del racismo y de su papel estructurante en la historia y la contemporaneidad.

Ortiz, R y Álvaro, P. (2003). *Reformas borbónicas*: mutis catedrático, discípulos y corrientes ilustradas, 1750-1816. Bogotá, Colombia: Colegio Mayor de Nuestra Señora del Rosario.

Packer, M. (2013). *La ciencia de la investigación cualitativa*. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.

Quijano, A. (Diciembre, 1999). ¡Que tal raza!. En: *Ecuador Debate. Etnicidades e identificaciones* (48) p. 141.

Restrepo, E. (Agosto, 2007). Imágenes del "negro" y nociones de raza en Colombia a principios del siglo XX. *Revista de Estudios Sociales*, (27), p. 46.

Valencia, A (2016, Octubre). Discursos raciales históricos y su influencia en las prácticas de enseñanza de las Matemáticas escolares asociadas a ellos. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, Recuperado de: https://www.redalyc.org/jatsRepo/2740/274047941002/html/index.html

Valoyes-Chávez, L. (2015, Mayo). "Los negros no son buenos para las matemáticas": Ideologías raciales y prácticas de enseñanza de las matemáticas en Colombia. *Revista en Ciencias Sociales*. Recuperado de: https://www.icesi.edu.co/revistas/index.php/revista_cs/article/view/1909

Las etnomatemáticas de las danzas típicas en Costa Rica: el caso del Punto Guanacasteco desde la visión emic y etic

Steven **Quesada** Segura
Universidad Nacional
Costa Rica
steven_09_11@hotmail.com

Resumen

El presente trabajo consiste en evidenciar las conexiones entre las etnomatemáticas de las danzas folclóricas de Costa Rica, en un caso especifico, para el punto guanacasteco, a la vez, es una forma de desentrañar el conocimiento matemático cultural de la región guanacasteca, pues así se logra reforzar la identidad cultural de este entorno. Estos aspectos son abordados desde la Antropología y la Etnomatemática, desde la visión emic/adentro y etic/afuera, los cuales nos ayudan a caracterizar el Conocimiento Matemático Cultural, desde la perspectiva de la danza folclórica costarricense, además se evidencia un análisis de la coreografía y todas sus implicaciones presentes en la cultura de la danzas desde las perspectivas emic/adentro y etic/afuera, cabe mencionar que el autor posee la visión emic/adentro pues toda su vida se ha dedicado a bailar canciones folclóricas de Costa Rica y estudios sobre enseñanza de las matemáticas la visión etic debido a que no tiene ningún vinculo con la danza folclórica, lo cual aporta mucha riqueza a dicho trabajo.

Palabras clave: educación, matemática, etnomatemáticas, danza, cultura.

Introducción

Este trabajo describe los avances de un proceso de análisis desde la perspectiva etnomatemáticas realizado en Costa Rica, donde la protagonista es la danza folclórica costarricense en un caso específico como lo es el Punto Guanacasteco. Se trata de una investigación que se encuentra en desarrollo y que es aplicada en Costa Rica, específicamente en las danzas tradicionales de la provincia de Guanacaste.

El principal interés es difundir los aspectos relacionados con la herencia del conocimiento cultural y su relación con el conocimiento matemático, pues es de esta forma es cómo se logra reforzar la identidad cultural de estos entornos, debido a que es una temática poco abordada en el país, donde se pretende desentrañar el conocimiento matemático cultural de la región e indagar las potencialidades de una propuesta didáctico-matemática pertinente relacionada con la cultura.

Desde la perspectiva histórica, según CECC (2003) “las danzas guanacastecas, que por tradición oral se han conservado hasta nuestros días, son la más fiel representación de lo que fue la vida social y cultural de Guanacaste” (p. 217).

La danza folclórica sigue siendo un componente cultural, pues ha permitido visualizar la cultura costarricense a nivel mundial e inclusive en la actualidad existe gran cantidad de personas que practican dicha actividad, según CECC (2003) “es durante la primera fase del periodo colonial que empieza a gestarse ese lenguaje musical regional guanacasteco, hoy patrimonio costarricense, dentro de un contexto social y político” (p. 216).

El interés en el que se centra esta propuesta radica en describir los elementos que caracterizan las etnomatemáticas de la danza del Punto Guanacasteco desde la visión emic (desde adentro) y desde la visión etic (desde afuera). La relevancia, atinencia y pertinencia del trabajo se justifican por el esfuerzo de resaltar el conocimiento de todas las personas que intervienen en la actividad y sus conocimientos específicos, tales como el uso de un lenguaje técnico y simbólico, las interacciones y prácticas sociales inmersas en las danzas.

Este trabajo relaciona aspectos de índole antropológico y etnomatemático, para abordar desde la visión emic y etic (Orey y Rosa , 2017), para caracterizar el Conocimiento Matemático Cultural, desde la perspectiva regional de las danzas tradicionales.

La contribución de este trabajo al Programa de Etnomatemática es proponer en la educación costarricense, unas matemáticas contextualizadas más cercanas al estudiante, que potencien la capacidad de resolver problemas desde su realidad, haciendo un dialogo entre la herencia del conocimiento cultural utilizado en las danzas folclóricas y las matemáticas escolares, tomando como ambas posturas validadas en la creación de conceptos matemáticos, pues es de esta forma en cómo se logra reforzar la identidad cultural de estos entornos.

Fundamentos Teóricos y Metodológicos

Este trabajo se fundamentará con el Programa de Investigación en Etnomatemática, pues tiene como objetivo “analizar las raíces socioculturales de conocimiento matemático, revelando una gran preocupación con dimensiones políticas por estudiar Historia y filosofía de las matemáticas en sus implicaciones pedagógicas” (D’Ambrosio, 2000, p. 22), favoreciendo la contextualización de los elementos y símbolos presentes en las danzas folclóricas.

Como lo afirma D'Ambrosio (2018) “la forma en como diferentes grupos culturales se desenvuelven en sus maneras de hacer y conocer los con llevan a comparar, evaluar, clasificar, cuantificar, contar, medir, representar e inferir; lo cual los lleva a sustentar sus ideas matemáticas” (p. 23).

Como lo afirma “el reconocimiento, tardío, de otras formas de pensar, inclusive matemático, impulsa reflexiones más amplias sobre la naturaleza del pensamiento matemático, desde el punto de vista cognitivo, histórico, social y pedagógico. Ese es el objetivo del Programa de Etnomatemáticas” (p. 22). Desde esta perspectiva, se enaltece que en cada pueblo del mundo existen diferentes conocimientos y comportamientos vinculados al origen de su cultura, lo cual facilita comprender la vivencia de distintos pensamientos.

En este trabajo, se entiende el Conocimiento Matemático Cultural en las Danzas Folclóricas como el conjunto aspectos relacionados con la herencia del conocimiento en la construcción de danzas folclóricas, que se ha construido con el fin de representar todos los aspectos que sucedían en las vidas cotidianas de nuestros antepasados, donde implican las etnomatemáticas a través de las prácticas realizadas por los diseños coreográficos, tales como cuenta de tiempos musicales, figuras geométricas, y distribución espacial de los bailarines, los cuales han formado un conjunto de conocimiento compartidos por un grupo cultural, como los menciona Clark y Rosa (2017):

El conocimiento matemático adquirido por los miembros de grupos culturales distintos es el resultado de un sistema cultural de valores que se ha desenvuelto en un contexto cultural específico, este se desenvuelve a lo largo del tiempo conforme estos miembros socializaban en un determinado grupo cultural (p. 31).

En este trabajo se estudia el "saber hacer" de las danzas folclóricas desde dos visiones: "etic" y "emic", que están fundamentadas en los aportes teóricos para el Programa de Etnomatemáticas dados por Orey y Rosa (2017), y relacionados con la teoría antropológica de Harris (1996), los cuales facilitan la caracterización de los comportamientos, acciones, comunicaciones, lenguaje y significados de los "constructos lógico-empíricos basados en la observación de la conducta verbal y no verbal de los actores humanos individuales" (Harris, 1996, p. 340).

A partir de la perspectiva teórica de Orey y Rosa(2017), en este trabajo, se establece la visión etic como una interpretación "desde afuera" de los aspectos de la cultura usando las categorías de lo quien observa, es decir desde la visión de los investigadores; mientras que la visión emic procura entender "desde adentro" una cultura a partir de la base de sus propias referencias cosmogónicas, en este caso particular, se consideran todos los aspectos físicos y simbólicos vinculados con las danzas folclóricas costarricenses.

Con respecto a lo anterior, en la visión emic de este estudio se describen algunos de los fenómenos matemáticos presentes en las danzas, sus interrelaciones y estructuras a través de los ojos de las personas que pertenecen a este grupo cultural en particular y, en la visión etic descripciones y análisis de ideas matemáticas, conceptos y procedimientos de sus prácticas (Orey y Rosa, 2017).

La utilización del abordaje émico o ético depende del estudio a realizar, pues es importante resaltar que existen aspectos importantes con la relación y noción de una cultura, diferencias culturales y también los modos en que estas pueden ser estudiadas (Orey y Rosa, 2017, p. 28), por lo que en la visión emic de este estudio se describen la construcción de una coreografía muy representativa en nuestro país, junto con sus interrelaciones y estructuras a través de los ojos de las personas que pertenecen a este grupo cultural en particular y, en la visión etic descripciones y análisis de ideas matemáticas, conceptos y procedimientos de sus prácticas

La visión emic se va a centrar en el significado de los movimientos y su respectiva evolución historia dentro de la cultura guanacasteca, los cuales poseen un valor agregado porque logran organizar la información propia de este entorno; mientras que desde la visión etic se reivindica el conocimiento local y sus posibles comparaciones entre unidades y categorías con respecto a lo global (Gavarrete 2017).

A partir de la perspectiva teórica de Orey y Rosa (2017), en este trabajo, se establece la visión etic está relacionado con el punto de vista de los investigadores con creencias conocimientos matemáticos y científicos del desenvolvimiento de los miembros de un grupo cultural como una interpretación “desde afuera” de los aspectos de la cultura usando las categorías de lo quien observa; mientras que la visión emic procura entender “desde adentro” esta relacionada con el punto de vista de los miembros de grupos culturales distintos en relación de sus propias costumbres, creencias y también en el desenvolvimiento de conocimientos.

Cabe destacar que el autor del trabajo pertenece a la comunidad de este estudio, lo cual orienta el trabajo hacia el enfoque etnográfico-participativo, desde la perspectiva de Yojcom (2013), y, por lo tanto posee una visión emic/desde adentro pues tiene una relación directa a la práctica de las danzas folclóricas, adicional posee estudios sobre la enseñanza de las matemáticas por lo que tiene una visión etic predominante-desde afuera, se considera como un elemento enriquecedor para la validez interna del trabajo.

Además, desde la perspectiva antropológica, se han respetado los criterios de Marvin Harris (1976) para la etnografía, dado que: las descripciones etic no dependen de los sentidos de los observadores ni las intenciones subjetivas, mientras que las distinciones emic exigen que nos adentramos en el mundo de los actores, para así entender la cultura o el lenguaje como un todo ordenado (p. 493).

Resultados y conclusiones

Con el propósito de integrar y sintetizar los principales resultados del trabajo de campo, se realizó una sistematización de la información recolectada, tomando en consideración los indicadores descriptivos de las danzas folclóricas desde las visiones emic y etic, tal como se muestra en la Tabla 1.

La Tabla 1 muestra la organización de los hallazgos a partir de la identificación y caracterización de acuerdo con las visiones emic y etic. Para cada uno de los elementos culturales elegidos como significativos en las etnomatemáticas del Punto Guanacasteco, se realizó una descripción que se apoyó de una etnografía.

Canción: Punto Guanacasteco

Género: Danza folclórica

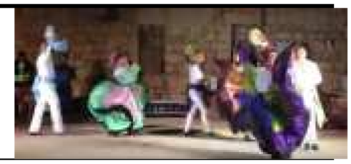
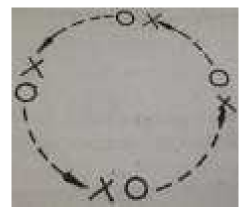
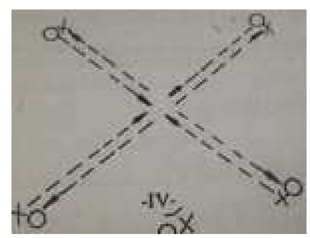
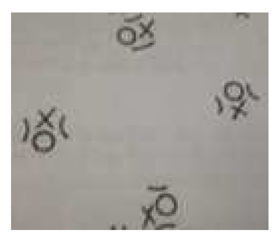
Música y autor: Leandro Cabalceta Briones

Origen: Una celda de la antigua cárcel de Liberia, Guanacaste

Interpretes: cuatro parejas

Pasos: Pas de punto, zapateado y carreritas

Tabla 1. Organización de los hallazgos por indicadores descriptivos de la cultura y tipo de visión

Partes de la coreografía	Tipos de Visión		IMAGEN
	Visión Emic	Visión Etic	
I	Los bailarines entran en una fila india, el hombre detrás de la mujer.	Línea recta	
II	Con el Paso de Punto (los hombres moviendo los pañuelos y la mujer sus enaguas), forman una rueda en el centro del escenario, como se muestra en la imagen	Círculos Ejes de simetría Números pares en el borde de la circunferencia	
III	El paso de carreritas: El hombre frente a la mujer, dos pasos cruzaditos con una vuelta en cuatro tiempo hacia el centro y afuera, la mujer manos en la falda y el hombre agitando los pañuelos, como se muestra en la imagen	Centro del círculo Desplazamiento sobre el radio Simetría Axial: se definen dos diámetros Rectas Oblicuas Ángulos central en la circunferencia	
IV	Manteniendo la figura de rueda la pareja junta espalda con espalda, para realizar un zapateado marcado con la música, el hombre sacude los pañuelos y la mujer la enagua.	Puntos de la circunferencia Números Pares: tipo de marcha y tiempos del patrón rítmico	

V	El hombre vuelve su cuerpo al lado izquierdo, mientras que la mujer al lado derecho, realizando un coqueteo por medio de un beso, pues el hombre esconde a la mujer con su pañuelo	Puntos de la circunferencia Simetría por reflexión en parejas Sincronía en el patrón rítmico	
VI	Una pareja del elenco rompe la figura circular para realizar la salida en forma de una curva como se muestra la imagen	Trayectoria curva	

Como resultado del trabajo de campo etnográfico, la Tabla 1 muestra de manera sintetizada la visión emic de cada parte de la coreografía, que será detallada a continuación:

- Como podemos observar que los bailarines deben de conocer y tener cada posición que deben tomar para que el diseño de la coreografía sea armonioso.
- Los tiempos musicales deben ser contados por los bailarines para que exista una coordinación entre todos.
- En el momento cinco de la coreografía cada pareja de baile tiene que tener claro las simetrías para que cuando simulen el coqueteo puedan simular el detalle amoroso.
- La ubicación de puntos en la circunferencia se debe tener clara para los bailarines en escena pues cada pareja tiene que estar a la misma distancia del centro para que el diseño

De acuerdo con la tabla anterior podemos evidenciar las principales etnomatemáticas presentes en las danzas folclóricas y el aporte al Programa de Etnomatemática, además queda claro las diversas posibilidades que podemos utilizar estos resultados como usos didácticos con el fin de contextualizar en nuestras clases.

Dicho de otro modo, la importancia de este estudio radica en cómo se ha tratado de rescatar el conocimiento matemático que ha sido desarrollado en las danzas folcloricas, por medio de sus sistemas de símbolos y artefactos. Además, destacar la forma en que desenvuelven su lógica interna y la toma de decisiones de cada uno de los miembros de esta cultura.

Referencias y bibliografía

D’Ambrosio, U. Fantinato, M. y Vargas, A. (2018). *Etnomatemática*. Conceptos, dinámicas y desafíos. Jundiaí, Brasil: Paco Editorial

D’Ambrosio, U. (2000). *Las dimensiones políticas y educacionales de la etnomatemática.* Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/43-44/Articulo90.pdf

Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana (2003). *Nuestra música y danzas tradicionales*. Serie culturas populares centroamericanas.

Orey, D. y Rosa, M. (2017). *Etnomodelización el arte de traducir prácticas matemáticas locales*. São Paulo, Brasil: Editorial Librería de la Física

Orey, D. y Rosa M. (2017). *Influencias Etnomatemáticas en las aulas caminando hacia la acción pedagógica*. Curitiba, Brasil: Editorial Appris

Gavarrete, M. (2015). Etnomatemáticas indígenas y formación docente: una experiencia en Costa Rica a través del modelo MOCEMEI. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *8*(1), 1-30

Harris, M. (1976). *El desarrollo de la teoría antropológica*. Historia de las teorías de la cultura. Recuperado de https://antroporecursos.files.wordpress.com/2009/03/harris-m-1968-el-desarrollo-de-la-teoria-antropologica.pdf.

Yojcom, D. (2013). *La epistemología de la matemática maya*. Guatemala: Editorial Maya Wuj.

Evolución de un proceso de análisis etnomatemático del Palo de Mayo utilizado en las danzas folclóricas en Costa Rica

Steven **Quesada** Segura
Universidad Nacional
Costa Rica
steven_09_11@hotmail.com

Este trabajo describe los avances de un proceso de análisis desde la perspectiva etnomatemática realizado en Costa Rica, donde el protagonista es el palo de mayo, es un artefacto utilizado en las danzas folclóricas de la provincia de Limón.

El Palo de Mayo es un tipo de danza caribeña que forma parte de la cultura de diferentes regiones de la costa caribe como Honduras, Nicaragua, Belice Panamá y Puerto Limón en Costa Rica, cuenta la historia que corresponde a una herencia europea en especial inglesa cuando conmemoraban el cumple años de la reina victoria , además era el inicio de la primavera donde la celebraban bailando alrededor de un árbol adornado con cintas de colores, como lo podemos observar en la siguiente imagen.

Figura 1: Palo de Mayo danza afro caribeña Limon
Fuente: https://www.google.com/search

Se parte de la premisa de que en el canasto existe un conocimiento cultural matemático poco reconocido y nunca estudiado, es así como surge la intención de los investigadores por determinar *¿Cuáles son los principales elementos matemáticos que están presentes en el tejido artesanal del palo de mayo utilizado en las danzas folclóricas de Costa Rica?*

En la idiosincrasia de esta investigación **la Etnomatemática** se concibe como una corriente de investigación para la Educación Matemática que permite contextualizar elementos y símbolos, y que "se interesa en estudiar los factores sociales y culturales que afectan la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en contextos escolares y extraescolares en diversos contextos sociales, económicos, políticos y multiculturales" tal como lo afirma Blanco (2008, p. 3), considerando en este caso, los elementos culturales, sociales y matemáticos inmersos en las danzas folclóricas de Costa Rica.

El método de estudio a través de un **análisis etnomatemático del modelo del trenzado**, a partir de las ideas de Albanese (2012), que sirven de guía para realizar una adaptación del modelo MOMET, y organizar un *estudio interpretativo formal* del palo de mayo, considerado como una artesanía de trenzado.

En este caso, el modelo de trabajo se titula *METMOM*, pues primero abarca un *método de análisis etnográfico (MET*) y posteriormente un *modelo de análisis matemático* (MOM), que constituyen en conjunto una propuesta de *Etnomodelización del palo de mayo.*

Para describir el *METMOM*, se consideran dos aspectos: el producto final de la labor artesanal (analizado en su complejidad global), y el proceso que se lleva a cabo para realizarlo.

Para la evolución del proceso descriptivo de categorías etnomatemáticas (MET)

Como se detalló en los fundamentos, el MET constituye un Método de Análisis Etnográfico que considera el trabajo de campo, el cual incluye las categorías consideradas para las observaciones y entrevistas diseñadas, las cuales son explicadas a continuación.

- Delimitación del Contexto Socio-geográfico:
- Funcionalidad y utilidad del canasto:
- Materia prima de confección del canasto
- Duración y costos de la cadena productiva

Para Evolución del proceso de análisis interpretativo geométrico (MOM). Como se detalló en los fundamentos, el MOM constituye un Modelo de Análisis Matemático, el cual consiste en la creación de modelos matemáticos que nos justifiquen la forma del tejido que utilizan para confeccionar un palo de mayo desde la perspectiva geométrica.

Re**ferencias y bibliografía**

Albanese, V y Oliveras, M. (2012). Etnomatemáticas en artesanías de trenzado: un modelo metodológico para investigación. *Bolema*, *26*(44), 1314-1344.

Blanco Álvarez, H. (2008). *La integración de la etnomatemática en la etnoeducación*. En Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/874/1/11Conferencias.pd.

Guber, R. (2001). *La etnografía. Método, campo y reflexividad*. Buenos Aires: Editorial Norma

Rosa, M. y Orey, D. (2010). Etnomodelización como herramienta pedagógica para el programa etnomatemáticas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *3*(2), 14-23.

(Re)significación del currículo de matemáticas a partir del estudio indisciplinar de prácticas sociales

Oscar Guillermo Charry **Gutiérrez**
Universidad de Antioquia
Colombia
oscar.charry@udea.edu.co

Diana Victoria **Jaramillo** Quiceno
Universidad de Antioquia
Colombia
diana.jaramillo@udea.edu.co

Carolina **Tamayo-Osorio**
Universidade de Campinas
Brasil
carolina.Tamayo36@gmail.com

Resumen

Esta ponencia tiene como propósito presentar una investigación doctoral en su primer año de desarrollo, por esta razón sólo haremos referencia en este documento al planteamiento del problema y a algunos elementos del marco teórico. El objetivo de la propuesta doctoral es analizar el proceso de (re)significación del currículo de matemáticas que realizan los maestros de tres instituciones educativas de El Carmen de Atrato (Chocó, Colombia), a partir del estudio indisciplinar de prácticas sociales. Pensamos orientar esta investigación bajo una perspectiva histórico-cultural de la Educación Matemática, y en ella, la Etnomatemática y la interculturalidad. Se planea adoptar una metodología cualitativa con enfoque crítico-dialéctico. El trabajo de campo se piensa realizar en el marco de una investigación colaborativa, en la cual participarán profesores mestizos, indígenas y afrodescendientes que trabajan en algunas instituciones educativas del municipio de El Carmen de Atrato.

Palabras clave: perspectiva histórico-cultural, investigación colaborativa, interculturalidad, etnomatemática, pluriculturalidad.

Contextualización del proyecto

Esta investigación surge en el marco del proyecto "Jóvenes Excelentes y Líderes del Nuevo Chocó (JEL)"[1]. Ese proyecto tiene como objetivo "mejorar la calidad de la

[1] Proyecto que hace parte del Convenio especial de cooperación No. 019 de 2015 entre la Universidad Tecnológica del Chocó y la Gobernación del Chocó para el mejoramiento de la educación básica y media, ejecutado con Fondos de Desarrollo y Compensación Regional del Sistema General de Regalías.

educación básica y media del Chocó, proporcionando herramientas que incrementen la competitividad de los estudiantes y fortalezcan sus aptitudes para su formación profesional de una manera exitosa", –según el *Plan Estratégico de Mejoramiento de la Calidad Educativa en el Departamento del Chocó* (2017, p. 8)–. Según ese *Plan Estratégico*, el proyecto "JEL" emergió en un esfuerzo por revertir los bajos indicadores de calidad educativa[2], que ubican al Chocó en los últimos lugares en desempeño académico del país a partir de los resultados de las Pruebas SABER[3] 11 de los años 2014 – 2015 (ICFES, 2016).

Además de los bajos resultados en las pruebas SABER durante ese período, el Chocó presentaba unas condiciones socioeconómicas que reflejaban una realidad de abandono por parte del Estado y de necesidades básicas insatisfechas (Correa y Ríos, 2015). En relación con este aspecto, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE, 2016) denunció serias disparidades que presenta Colombia en cuanto a aprendizaje y acceso a la educación, las cuales se agudizan en departamentos como el Chocó, donde la mayoría de sus pobladores se ubican en zona rural.

Para hacer frente a esta situación de desigualdad en términos educativos, el proyecto "JEL" presentó en el año 2016 algunas alternativas para intentar reducir la brecha con respecto a los otros departamentos del país. Una de esas alternativas fue el componente denominado "Maestros Líderes en el Aula (MLA)"[4], el cual tenía como propósito:

> Contribuir a los procesos de enseñanza y aprendizaje en las instituciones educativas del departamento del Chocó con el fin de motivar a la población docente y estudiantil para generar procesos de trabajo en equipo, investigación, liderazgo y emprendimiento que fortalezcan el sistema educativo y se alcancen estándares de excelencia. (CEIBA, 2016, p. 2)

Es justamente en el marco de ese componente que se planteó el presente proyecto de investigación de tesis doctoral.

Planteamiento del Problema

Iniciaremos exponiendo algunas tensiones que se presentan en una posible organización curricular. Autoras como Monteiro (2005), Jaramillo (2011), Tamayo-Osorio (2012), Suárez y Tamayo-Osorio (2018), entre otros, vienen identificando algunas tensiones con relación al currículo escolar. Estas autoras denuncian que los maestros deben atender a dos frentes; por un lado, al reconocimiento de la diversidad y el interculturalismo; y, por el otro, a los procesos homogeneizadores que se ejercen a través de currículos nacionales y pruebas estandarizadas nacionales e internacionales.

Derivado de esas tensiones, según autoras como Monteiro (2005) y Jaramillo (2011) se presentan dos escenarios, entre otros posibles. El primero de ellos tiene que ver con la tendencia a superponer, en el interior de las escuelas, los saberes escolares por encima de los saberes

---

[2] Esta información es suministrada por el mismo proyecto "Jóvenes Excelentes y Líderes del Nuevo Chocó" en el documento "Plan Estratégico de Mejoramiento de la Calidad Educativa del Departamento del Chocó.

[3] "El Examen de Estado de la Educación Media, ICFES-SABER 11°, que aplica el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) es un instrumento estandarizado para la evaluación externa (…)" (MEN, 2010, p. 1).

[4] El proyecto Jóvenes Excelentes y Líderes del Nuevo Chocó presenta seis componentes articulados para enfrentar algunos de los factores que influyen en la calidad educativa del departamento. Uno de ellos, es el programa "Maestros Líderes en el Aula".

cotidianos. Esta situación se presenta ya que las estructuras curriculares legitiman la mayoría de las veces únicamente los conocimientos escolares, e impiden la inclusión de los conocimientos cotidianos que se construyen fuera de la escuela (Monteiro, 2005; Jaramillo, 2011; Tamayo-Osorio, 2012). El segundo escenario, está relacionado con las evaluaciones estandarizadas, las cuales terminan convirtiéndose en mecanismos de control y de poder sobre los estudiantes y las instituciones (Jaramillo, 2011; Suárez y Tamayo-Osorio, 2018). En estas evaluaciones parece que se legitimaran únicamente los conocimientos escolares e invisibilizaran los conocimientos cotidianos, como lo denuncian también otros autores como Suarez y Tamayo-Osorio (2018), Blanco-Álvarez, Higuita y Oliveras (2014).

Esta situación nos lleva a pensar que los esfuerzos del Estado en proponer distintas políticas tanto constitucionales como educativas ─las cuales mencionaré más adelante, específicamente en el contexto colombiano─ para el respeto de la diversidad y el fomento de la interculturalidad, no garantizan la inclusión de los conocimientos de los grupos étnicos en el currículo de matemáticas, tal como lo expresan Peña-Rincón y Blanco-Álvarez (2015). Parafraseando a Monteiro (2005), esto podría ser considerado como una forma de exclusión social, ya que al invisibilizar otras formas de conocimiento se termina por desconocer o deslegitimar las prácticas sociales que dan sustento a dichos saberes. Con relación a la exclusión social, D'Ambrosio (2008) denuncia algunas de sus implicaciones, particularmente en los pueblos marginados:

> La exclusión social violenta la dignidad del individuo, que en muchos casos surge a partir de las barreras discriminatorias establecidas por la sociedad dominante, aun, y principalmente, en el sistema escolar. Pero también ocurre cuando se juzga la vestimenta tradicional de los pueblos marginados, se alimentan las fantasías que consideran a los mitos y religiones como un asunto folclórico y se criminalizan las prácticas médicas de dichos grupos. Incluso ocurre por hacer de sus prácticas tradicionales y de su matemática simple curiosidad. (p. 9)

Una posibilidad para hacer frente a la exclusión de los conocimientos cotidianos del currículo escolar, es la que presentan autores como Jaramillo (2011), Blanco-Álvarez, Higuita y Oliveras (2014), Tamayo-Osorio (2012), Monteiro y Mendes (2011), entre otros, al invitar a investigadores y profesores a pensar las prácticas sociales como punto central del currículo, de tal manera que se pueda facilitar un diálogo entre los diferentes grupos culturales, posibilitando la superación de las asimetrías existentes. Esas prácticas sociales las entendemos en el sentido de Miguel y Miorin (2004) como:

> Un conjunto de actividades o acciones físico-afectivas-intelectuales que se caracterizan [estas últimas] por ser: (1) conscientemente orientadas por ciertas finalidades; (2) configuradas en un tiempo y espacio determinado; (3) realizadas sobre el mundo material y/o cultural por grupos sociales, cuyos miembros establecen relaciones interpersonales entre sí que se caracterizan por ser relaciones institucionales de trabajo organizado; (4) productoras de conocimientos (…) (p. 165)

Según esos mismos autores, en el interior de las prácticas sociales se constituyen, se ejercen y se configuran relaciones de poder, que dan lugar a la producción y legitimación de conocimientos. Esto quiero decir que existen diferentes formas de ver y entender el mundo, dependiendo de cada grupo cultural. Esa concepción de prácticas sociales, en el campo de la Educación Matemática, nos invitaría a pensar que "no existe la matemática, *sino que* existen matemáticas, que son producidas y significadas dentro de diferentes prácticas *culturales*[5]" (Monteiro y Mendes, 2011, p. 40). Hasta aquí, hemos venido presentando dos tendencias asociadas con el currículo escolar. La primera, que consiste en privilegiar el conocimiento escolar sobre el cotidiano y, la segunda, que tiene que ver con la evaluación estandarizada como un mecanismo de control y de poder.

Ambas tendencias contribuyen a la invisibilización de los conocimientos cotidianos de las comunidades indígenas y afrodescendientes que habitan en el municipio de El Carmen de Atrato. A continuación, explicaremos cómo se vislumbra el problema de investigación que se viene avizorando hasta el momento, en este municipio.

El discurso neoliberal de la pluriculturalidad: el caso del municipio de El Carmen de Atrato (Chocó)

Desde el año 2016, uno de los autores de esta comunicación se ha venido desempeñando como "Maestro Líder en el Aula" del área de matemáticas en las Instituciones Educativas Marco Fidel Suarez y Corazón de María, ubicadas en el municipio de El Carmen de Atrato (Chocó). Desde ese año ha podido observar algunos aspectos singulares de ese municipio que mencionaremos a continuación. En primer lugar, el municipio de El Carmen de Atrato tiene una composición triétnica[6], en donde la mayoría de su población es mestiza proveniente de los antioqueños, les siguen las comunidades indígenas pertenecientes a los grupos Embera Katíos y Embera Chamí y, por último, las comunidades negras que representan la menor parte de la población y que provienen del interior del Chocó. Se puede decir, que además de esta visibilización estadística de los grupos étnicos, también existe el reconocimiento de la diversidad cultural en este municipio a partir de distintas políticas educativas y constitucionales propuestas por el Estado desde la década del 90.

Con relación a este aspecto, en Colombia se destaca la amplia normatividad desarrollada para los grupos étnicos, partiendo del reconocimiento y protección a la diversidad étnica y cultural de nuestra nación en la Constitución Política de 1991, y de la política educativa denominada Etnoeducación[7] propuesta en la "Ley General de Educación de 1994". Por su parte, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) ha publicado algunos documentos que también promueven el reconocimiento de los grupos étnicos y la interculturalidad; destacamos la "Cátedra de Estudios Afrocolombianos", documento publicado en el año 2001.

Por lo anterior, podríamos pensar que en nuestro país ha existido un avance hacia el respeto y la conservación de los conocimientos de los pueblos indígenas y afrodescendientes. Sin embargo, autores como Rojas y Castillo (2009) sostienen que mientras la "Etnoeducación" siga

[5] Desde la mirada de Miguel (2010) ─que es una de las que adoptamos en esta investigación─ una práctica social es siempre cultural y una práctica cultural es siempre social. Por lo tanto, cada vez que hagamos referencia en este documento a las prácticas sociales o a las prácticas culturales estamos hablando de lo mismo.

[6] Información tomada del sitio oficial del municipio de El Carmen de Atrato en Chocó, Colombia. Disponible en: http://elcarmendeatrato-choco.gov.co/presentacion.shtml.

[7] La Etnoeducación ─según el artículo 55 de la Ley General de Educación de 1994─ es definida como "la educación para grupos étnicos que integran la nacionalidad y que poseen una cultura, una lengua, unas tradiciones y unos fueros propios y autóctonos, ligada al ambiente, al proceso productivo, al proceso social y cultural, respetando sus creencias y tradiciones".

siendo entendida como una educación para grupos étnicos[8], continuará representando para el Estado colombiano una simple estrategia política para hacer sentir incluidas a las comunidades indígenas y afrodescendientes. Por su parte, Walsh (2010) cuestiona la "Cátedra de Estudios Afrodescendientes" al decir que "su incorporación ─aún muy limitada a nivel nacional─ se da como materia 'étnica' y no como base para pensar 'con' los conocimientos, las historias, memorias y actualidades de la Colombia de descendencia africana" (p. 10).

En ese sentido, la interculturalidad iría mucho más allá de la inclusión de los saberes indígenas y afrodescendientes como si fueran un complemento de los saberes universales, tal como lo promueve la política de "Etnoeducación" y la "Cátedra de Estudios Afrocolombianos". Desde la mirada de autores como Rojas y Castillo (2009), Walsh (2010) y Tubino (2016) ─, esta forma de promover la interculturalidad termina propiciando un diálogo descontextualizado que invisibiliza las asimetrías sociales, las precarias condiciones socioeconómicas de los pueblos indígenas y afrodescendientes, y no cuestiona, desde nuestro punto de vista, la autoridad que se le ha otorgado a la matemática disciplinar (escolar) para determinar qué es conocimiento y quiénes lo producen.

En otras palabras, podemos decir que estas políticas educativas y constitucionales responden a un interculturalismo funcional para el sistema dominante. Esta perspectiva de interculturalidad ─que se denomina funcional─ se centra en el reconocimiento de la diversidad a través de un diálogo que no cuestiona las causas de las asimetrías sociales y de poder, como lo denuncia Walsh (2010). Consideramos que esto muestra una contradicción por parte del Estado, pues a través de esas políticas busca promover la inclusión de los conocimientos de los grupos étnicos en los currículos, pero, al mismo tiempo, mantiene una estructura disciplinar tanto en el modelo educativo como en la evaluación que, como ya dijimos, es estandarizada.

En suma, se podría decir que la interculturalidad, como se vislumbra en el municipio de El Carmen de Atrato, estaría enmarcada en un discurso pluriculturalista, cuestionado por Walsh (2005) en los siguientes términos:

> La pluriculturalidad es el referente más utilizado en América Latina, reflejo de una convivencia histórica entre pueblos indígenas y pueblos afros con blancos-mestizos. Se basa en el reconocimiento de la diversidad existente, pero desde una óptica céntrica de la cultura dominante y nacional. Desde esta perspectiva, las culturas indígenas y negras enriquecen al país, sin implicar o proponer un repensamiento de éste o de sus instituciones o estructuras. De esta manera, la pluriculturalidad funciona como un proceso de una vía, donde es más fácil aplicar el modelo predominante en la mayoría de las reformas educativas, sumando la diversidad cultural a lo establecido. (p. 45)

Esta forma de interpretar la interculturalidad, según Walsh (2005), continuaría perpetuando las asimetrías sociales, económicas y de poder entre las diferentes culturas. Por esta razón, nos soñamos en el municipio de El Carmen de Atrato trasgredir el discurso de la pluriculturalidad, el cual se encuentra al servicio del Estado ─como lo mencionamos anteriormente─ para pasar al discurso de la interculturalidad crítica (Walsh, 2010) como apuesta política y epistemológica que parta de las poblaciones indígenas y afrodescendientes. En ese sentido, nos planteamos la

[8] En el campo de las políticas educativas, cuando se habla de "educación para grupos étnicos", se hace referencia a "un programa de acción estatal que regula la educación de las poblaciones indígenas y negras" (Rojas y Castillo, 2009, p. 15). Aunque, según estos mismos autores, las poblaciones gitanas (Rom) han empezado a ser incluidas.

siguiente pregunta de investigación, la cual pone como punto central del currículo el estudio de las prácticas sociales, pero desde una perspectiva indisciplinar[9]: ¿cómo los maestros de tres instituciones educativas de El Carmen de Atrato (Chocó) (re)significan el currículo de matemáticas a partir del estudio indisciplinar de prácticas sociales?

En coherencia con esa pregunta, el objetivo de la investigación es analizar el proceso de (re)significación del currículo de matemáticas que realizan profesores de tres instituciones educativas de El Carmen de Atrato (Chocó), a partir del estudio indisciplinar de prácticas sociales. De esta manera buscamos que los conocimientos matemáticos se pongan al servicio de prácticas socioculturales, invirtiendo la mirada tradicional, que tiende a poner las prácticas sociales al servicio de la matemática escolar, como lo denunciara Lizcano (2002).

La (re)significación del currículo a partir de la problematización indisciplinar de prácticas sociales: abriendo caminos hacia la interculturalidad crítica

Autores como Jaramillo (2011), Tamayo-Osorio (2012), Peña-Rincón, Tamayo-Osorio y Parra (2015), Monteiro y Mendes (2011), entre otros, coinciden en proponer la Etnomatemática como una posibilidad para (re)significar los currículos escolares desde una perspectiva histórico-cultural de la Educación Matemática. De esta manera, consideramos ─basados en esos autores y en Walsh (2010) ─ que se haría posible la interculturalidad crítica, pero como una apuesta político-epistemológica que se construya "de y desde la gente que ha sufrido un histórico sometimiento y subalternización" (Walsh, 2010, p. 12).

Por otro lado, la interculturalidad crítica como lo denuncia Walsh (2010), no parte de la diferencia o de la diversidad, sino del problema estructural-colonia-racial. Esto quiere decir, en términos de Walsh (2010, p. 4), que se parte es del "reconocimiento de que la diferencia se construye dentro de una estructura y matriz colonial de poder, racionalizado y jerarquizado", en donde por lo regular los pueblos indígenas y afrodescendientes aparecen en los escalones más bajos. Podemos decir, apoyados en Walsh (2005), que esta forma de interculturalidad no existe, más bien, es una construcción social que va mucho más allá del respeto y el reconocimiento de la diversidad; es por esta razón que Walsh (2005) sugiere el término 'interculturalizar'.

Lo anterior significa, que nos soñamos la construcción de la interculturalidad crítica en el municipio de El Carmen de Atrato, propiciando la transformación de las relaciones, estructuras, instituciones, y conocimientos, para construir modos 'otros' de poder, saber y ser. Para esto, consideramos importante que los maestros hagan una (re)significación del currículo buscando su descolonización, y de esta manera se pueda dar paso a pensamientos 'otros', producto de un posicionamiento crítico de los miembros de las diferentes etnias de este municipio. Un primer paso para contribuir a la construcción de la interculturalidad crítica ─a partir de la descolonización del currículo en poblaciones consideradas por el Estado como pluriculturales─ es poner en cuestión la colonialidad del saber a través de la denuncia de las relaciones de poder que permean los procesos de validación y legitimación del conocimiento. Lo anterior, es el

[9] Según Miguel (2010), este término es utilizado por el lingüista brasileiro Luis Paulo da Moita Lopes, con el cual quiere significar "un procedimiento metodológico que voluntariamente transgrede las fronteras de los campos culturales disciplinares establecidos a fin de reconocer como igualmente legítimos, desde un punto de vista del análisis cultural, actividades humanas y prácticas socioculturales que ellos realizan y que, por alguna razón, no alcanzaron el estatuto disciplinar" (p. 4).

objetivo de la Etnomatemática en su dimensión política según autores como D'Ambrosio (2008) y Lizcano (2002).

En ese sentido, la Etnomatemática aparece como una posibilidad para la producción, la legitimación y la validación de conocimientos cotidianos que circulan en prácticas sociales de las comunidades. El pensar en una posible (re)significación curricular desde esta perspectiva, nos lleva a situarnos en la siguiente pregunta planteada por Monteiro y Mendes (2011, p. 41): "¿Cuáles son las voces y las culturas silenciadas en la escuela, y de qué modo pueden ser valorizadas?". Por su parte, Jaramillo (2011) y Tamayo-Osorio (2012), basados en Silva (1998) proponen centrar las discusiones sobre el currículo ─desde una perspectiva crítica─ en la pregunta: ¿A quién enseño? De esta manera, el foco del debate curricular se sería el reconocimiento de los sujetos desde el lugar que ocupan en el mundo y las distintas prácticas sociales en las que están inmersos. Con relación a este aspecto, Silva (1998) nos dice que:

> Un currículo crítico no puede dejar de lado las actuales preocupaciones y vivencias centradas en los niños y jóvenes. Descolonizar el currículo es también tornarlo relevante para la vida social de esta época turbulenta. Evaluar en qué medida el currículo está implicado con estas cuestiones puede ser una forma de reconocer su carácter crítico y descolonizador. (p. 8)

Un currículo que podría situarse como "un todo significativo, un instrumento privilegiado de construcción de identidades, y subjetividades" (Moreira, 1997; citado por Monteiro y Mendes, 2011, p. 40), que responde a preguntas como: ¿A quién enseño? ¿Por qué? y ¿Para qué? Esto quiere decir que el currículo puede entenderse como un instrumento significativo, según estas autoras, usado por las diferentes sociedades para la conservación, la transformación y la (re)significación de sus conocimientos ancestrales, promoviendo un diálogo contextualizado entre culturas que posibilite comprender la realidad existente, y la circulación de conocimientos 'otros' provenientes de distintas prácticas sociales.

Finalmente, podemos decir que la (re)significación curricular desde la perspectiva de la etnomatemática, a partir del estudio indisciplinar de prácticas sociales, implica discutir dos aspectos que consideramos fundamentales. El primero de ellos, es "comprender y problematizar el espacio escolar como un lugar de circulación de diferentes saberes, venidos de diversas prácticas, escolarizadas y no escolarizadas" (Monteiro y Mendes, 2011, p. 41). El segundo, tiene que ver con la disciplinarización, cuestionada por Miguel (2010), la cual es una práctica del modelo educativo actual. Pensando en la (re)significación curricular a partir del estudio indisciplinar de las prácticas, encontramos como primer obstáculo los procesos de disciplinarización que son el común denominador de la mayoría de las instituciones educativas del país.

En esa perspectiva, autores como Miguel (2010), Tamayo-Osorio (2012), Tamayo-Osorio y Cuellar (2016), entre otros, proponen el estudio indisciplinar de prácticas sociales, de tal manera que se pueda poner en debate la forma como ha sido organizado históricamente el currículo a través de la práctica de disciplinarización. Pues, al realizar una problematización indisciplinar de prácticas sociales no estaríamos interesados en preparar a los estudiantes para el mercado laboral a través de currículos disciplinares, sino que más bien, nos proponemos poner en cuestión las asimetrías de poder que se han instaurado en las tres instituciones educativas del municipio de El Carmen de Atrato. De esta forma, se promovería la construcción de la interculturalidad crítica como proyecto ético, político y epistemológico.

Referencias y bibliografía

Blanco-Álvarez, H., Higuita, C., & Oliveras, M. L. (2014). Una mirada a la Etnomatemática y la Educación Matemática en Colombia: caminos recorridos. En *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, 7(2), 245─269.

Correa, G. A., & Ríos, A. M. (2015). *Caracterización Socioeconómica del Departamento del Chocó. Análisis de Información Primaria y Secundaria.* Recuperado el 11 de abril del 2018 en http://www.perschoco.com/Componentes_WEB/Políticas_WEB/Socioeconómico_PERS%20Chocó%20Documento%20Preliminar_Junio2016.pdf

D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática: Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa.

Fundación CEIBA. (2016). *Términos de referencia Componente: Maestros Líderes en el Aula.* Bogotá: CEIBA. Recuperado de https://www.ceiba.org.co/site/images/PDF/Choco/TerminosRefMaestrosChocoConv10v1.pdf

Instituto Colombiano de Fomento de la Educación Superior. (2016). *Reporte de resultados de las pruebas SABER 11 por aplicación entidades territoriales.* Bogotá: ICFES. URL disponible en*: http://www.icfesinteractivo.gov.co/resultadosSaber/resultadosSaber11/rep_resultados.htm.*

Jaramillo, D. (2011). La educación matemática en una perspectiva sociocultural: tensiones, utopías, futuros posibles. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), p. 13─36. Universidad de Antioquia.

Jóvenes Excelentes y Líderes del Nuevo Chocó, Locomotora de Pensamiento (2017). *Compendio para la calidad de la educación en el departamento del Chocó.* Quibdó: JEL. Recuperado el 9 de abril del 2018 en https://www.utch.edu.co/portal/images/Plan-de-Mejoramiento-de-la-calidad-listo.pdf

Lizcano, F. E. (2002). Las matemáticas de la tribu europea: un estudio de caso. In II Congresso Internacional de Etnomatemática, Ouro Preto (MG), Brasil.

Miguel, A. (2010). Percursos Indisciplinares na Atividade de Pesquisa em História (da Educação Matemática): entre jogos discursivos como práticas e práticas como jogos discursivos. *Boletim de Educação Matemática*, 23(35).

Miguel, A., y Miorim, M. Â. (2004). *História na educação matemática: propostas e desafios*. Belo Horizonte, Autêntica.

Ministerio de Educación Nacional. (2001). *Cátedra Estudios Afrodescolombinos.* Bogotá: MEN. Recuperado el 9 de febrero de 2018 en https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_recurso_2.pdf

Monteiro, A. (2005). Currículo de matemática: reflexões numa perspectiva Etnomatemática. 7° Encuentro de Educación Matemática, Asocolme, Tunja.

Monteiro, A., & Mendes, J. (2011). Prácticas sociales y organización curricular: cuestiones y desafíos. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 37─46.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2016). *La educación en Colombia: revisión de políticas nacionales de educación.* Paris: OCDE.

Peña-Rincón, P., & Blanco-Álvarez, H. (2015). Reflexiones sobre cultura, currículo y etnomatemáticas. In K. de la Garza & R. Cortina (Eds.), Educación, pueblos indígenas e interculturalidad en América Latina (pp. 213–246). Quito: Ediciones Abya-Yala

Peña-Rincón, P., Tamayo-Osorio, C., & Parra, A. (2015). Una visión latinoamericana de la etnomatemática: tensiones y desafíos. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 18(2), 137─150.

Rojas, A., & Castillo, E. (2009). Multiculturalismo y políticas educativas ¿Interculturalizar la educación? *Revista Educación y pedagogía*, 19(48), 11─24.

Silva, da T. T. (1998). Descolonizar el currículo: estrategias para una pedagogía crítica. GENTILI, P.(comp.) Cultura, política y currículo. Ensayos sobre la crisis de la escuela pública. Buenos Aires: Losada, 63-80.

Suárez, A. M. W., & Tamayo-Osorio, C. (2018). Evaluaciones estandarizadas, modelos de aculturación y transgresión en las comunidades indígenas colombianas. *Zetetike*, 1(1), 21─40.

Tamayo Osorio, C. (2012). *Resignificación del currículo escolar indígena, relativo al conocimiento (matemático), desde y para las prácticas sociales: el caso de los maestros indígenas Dule de la comunidad de Alto Caimán* (Tesis de Maestría). Universidad de Antioquia, Medellín.

Tamayo-Osorio, C., & Cuellar-Lemos, R. N. (2016). Juegos de lenguaje en movimiento: Una experiencia Indígena. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(1), 49─70

Tubino, F. (2016). Los sentidos del interculturalismo latinoamericano y la utopía dialógica. *Cuyo*, 33(1), 69─77.

Walsh, C. (2005). Interculturalidad, conocimientos y decolonialidad/Inter-culturality, knowledge and decolonialism. *Signo y pensamiento*, 24(46), 39.

Walsh, C. (2010). Interculturalidad crítica y educación intercultural. En *Jorge Viaña, Luis Tapia y Catherine Walsh, Construyendo interculturalidad crítica. La Paz: Convenio Andrés Bello*, 75─96.

XV CIAEM
Medellín - Colombia
5 - 10 mayo/maio/may 2019
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference on Mathematics Education
Universidad de Medellín
Universidad de Antioquia

Metáforas en el discurso matemático de algunos profesores en la región del Eje Cafetero

Oscar **Fernández** Sánchez
Departamento de Matemáticas, Universidad Tecnológica de Pereira
Colombia
oscarf@utp.edu.co

Monica **Angulo** Cruz
Departamento de Matemáticas, Universidad Tecnológica de Pereira
Colombia
monac@utp.edu.co

Resumen

Se asume que el discurso matemático escolar, tanto de estudiantes como de los profesores, está sustentado por metáforas, las cuales reflejan el imaginario social de una comunidad de discurso. Se trasciende de la concepción estética de la metáfora como mero elemento de adorno y se tiene en cuenta su concepción cognitiva en la medida que, como fenómeno mental, le permite al hombre categorizar la experiencia. Las metáforas implicadas en el discurso matemático en la enseñanza de algunos conceptos es un hallazgo del proyecto de investigación “Imaginarios Matemáticos en el Eje Cafetero 2016-2017. Fase uno”, mediante el cual, con un enfoque de investigación cualitativo se pretendía hacer una descripción de las tendencias en las expresiones metafóricas presentes en el discurso no profesional que usan los docentes de matemáticas en esta región.

Palabras clave: Discurso matemático escolar, metáforas, imaginario social, conceptos matemáticos, enseñanza.

Introducción

Según Lizcano (2006), una vía de acceso al imaginario social son las metáforas presentes en el discurso. Aquí, el interés se plantea en torno al imaginario social, término al cual Castoriadis, (citado en Erreguerena, 2002, p. 40) considera como “la concepción de figuras/formas/imágenes de aquello que los sujetos llamamos “realidad”, sentido común o racionalidad en una sociedad. Esta “realidad” es construida, interpretada, leída por cada sujeto en un momento histórico social determinado". Según esta afirmación, el docente, como sujeto social, con su discurso metafórico recrea la realidad, tanto la de él como la de sus estudiantes mediante las metáforas que utiliza en las explicaciones para sus estudiantes.

Adicionalmente, Castoriadis (1997, p. 9), considera que "las significaciones imaginarias sociales crean un mundo propio para la sociedad considerada, son en realidad ese mundo: conforman la psique de los individuos". Esas significaciones imaginarias sociales que menciona este autor, es aquello a lo que Godino, Batanero y Font (2008), llaman significados institucionales. Y estas significaciones imaginarias sociales crean una representación del saber matemático, a través de las metáforas que habitan el discurso de los profesores en el aula.

Según Lizcano (2006), aunque tradicionalmente se ha buscado expresiones del imaginario social en las narraciones míticas y en leyendas de los grupos sociales; también es posible encontrarlos en formas discursivas formales como es el lenguaje de las matemáticas. Un lenguaje que no es ajeno al imaginario colectivo, puesto que ese lenguaje como creación humana, y al cual se accede como expresa el mismo Lizcano (2006), a través de las metáforas presentes en ese lenguaje.

Respecto a la metáfora, abundan las fuentes bibliográficas. Es posible verificar la abundancia de trabajos sobre el tema (Aristóteles, 2006, 2007; Black, 1955; Cicerón, 2013; De Bustos, s.f.; Dormolen, 1991; Lakoff y Johnson, 1995; Lakoff y Núñez, 2000; Lizcano, 2006; Nietzsche, 2006; Perelman, 1997; Serna, 2007). Aquí, se asume las consideraciones que sobre la metáfora hace De Bustos (s.f.) y Perelman (1997), debido a que su enfoque se ajusta al objetivo planteado en esta investigación.

Según De Bustos (s.f., p. 5) la metáfora es un fenómeno que ocurre en la mente con el cual es posible asimilar y categorizar la experiencia y mediante el cual es posible la constitución de conceptos abstractos. Esta es una forma de concebir la metáfora muy acorde con lo que el docente de matemáticas busca conseguir en el aula cuando se ve en la necesidad de utilizar lenguaje metafórico.

Por otro lado, Perelman (citado en Fernández, 2010, p. 179), considera la estructura proporcional de la analogía A es a B como C es a D, a través de la cual se deriva la metáfora "A es D" o "C es B" o "A es C". Esta estructura metafórica lo ilustra con el ejemplo: "la vejez es a la vida lo que la noche es al día", se derivan las metáforas: "la vejez del día", "la noche de la vida" o "la vejez es una noche".

González (2014), muestra que hay presencia de metáforas en el discurso de los docentes de matemáticas, y que estas, a pesar que en ocasiones sirven para ayudar al estudiante a entender elementos abstractos de la matemática, podrían también obstaculizar el aprendizaje. Los resultados de la investigación de González (2014), es un antecedente importante que induce la pregunta ¿qué metáforas sustentan el imaginario colectivo, desde el cual se estructura el discurso de los docentes de matemáticas en el Eje Cafetero?

En el presente trabajo se ilustran metáforas halladas en los discursos de aula cuando se enseñan los temas número, raíz cuadrada, número imaginario y número complejo, encontradas como resultado del análisis de datos obtenidos a través de instrumentos de investigación cualitativa en el desarrollo del proyecto de investigación Imaginarios Matemáticos en el Eje Cafetero 2016-2017. Fase uno. El problema de investigación planteado es, indagar sobre las metáforas presentes en el discurso de aula de los docentes de matemáticas en la región del Eje

Cafetero, que es la región en Colombia comprendida por los departamentos de Risaralda, Caldas, Quindio y el norte del departamento del Valle del Cauca.

Esta investigación pretende aportar a la discusión presente en la Teoría del Aprendizaje de la Matemática desde un Enfoque Comunicacional propuesto en Sfard (2009), sobre todo en el papel que tiene la presencia de metáforas y su influencia en la modificación suscitada en la forma de pensar de los estudiantes, una vez entran en diálogo dentro del aula con el profesor de matemáticas.

Según esta autora “los objetos matemáticos surgen a través de las negociaciones entre la metáfora y el rigor” (p. 109), las metáforas que siempre están presentes en el discurso de aula como se pudo evidenciar a través de esta investigación, aunque sea de manera no consciente, inclusive en la génesis de los objetos matemáticos que constituyen el lenguaje formal de la Matemática.

Método

Debido a la naturaleza focal de las expresiones metafóricas en el discurso, como unidades de análisis, el enfoque de investigación cualitativo se ajusta a este tipo de datos. Además, los instrumentos usados para la recolección de los datos: Audio grabaciones de clases de siete profesores compañeros de los estudiantes de la maestría en Enseñanza de la Matemática participantes en el proyecto y de 30 profesores en ejercicio que trabajan en educación secundaria (bachillerato) en la región. Para la categorización y subcategorización de los datos, se utilizó la codificación abierta, axial y selectiva sugerida por Strauss y Corbin (2002).

Análisis

Como herramientas de análisis cualitativo se usaron mapas conceptuales, matrices de correlación y diagramas como el “modelo relacional” generado como resultado de investigación en Angulo (2011) con las categorías iniciales: metáforas estructurales, metáforas orientacionales y metáforas ontológicas sugeridas por Lakoff y Johnson (1995), todo este análisis asistido con el software Atlas.ti, V7, un software usado como auxiliar en el análisis de datos cualitativos sugerido por Hernández, Fernández y Baptista (2006); sin embargo, con el uso del software para los primeros datos se evidenció la necesidad de hacerlo de manera más pausada a través de matrices de análisis, debido a la naturaleza de los datos, puesto que lo que se buscan son frases metafóricas que en el lenguaje de la matemáticas son sutiles y tienen una carga histórica fuerte.

Para la sistematización de la información, se han realizado las transcripciones de los datos. En ese proceso se ha visto la necesidad de dar forma a las transcripciones y de diseñar formatos para ubicar las unidades de análisis, que en este caso son párrafos y diálogos de docentes y estudiantes que involucren frases metafóricas. Una vez organizada la información en estos formatos, se procede a refinarla en la medida que requiere ser interpretada siguiendo las teorías que sobre la metáfora se encuentra en (Aristóteles, 2006 y 2007; Dormolen, 1991; Lakoff y Johnson, 1995; Lakoff y Núñez, 2000; Lizcano, 2006 y Perelman, 1997). Las metáforas obtenidas y su tipología (ver Tabla 1) se generan según Lakoff y Johnson (1995). Estas metáforas, como fenómenos mentales estructuran, según De Bustos (s.f., p. 5), el discurso que los profesores usan para explicar conceptos abstractos como los señalados antes.

Resultados

La muestra de los profesores es homogénea, sugerida en Hernandez *et al.* (2006, p. 567), en tanto se escogieron según el criterio: profesores que enseñen matemáticas en el nivel de educación secundaria de colegios públicos y privados de la región del Eje Cafetero. Y además la muestra es en cadena, también sugerida en Hernandez *et al.* (2006, p. 567), en tanto cada cohorte que ingresa a la Maestría en Enseñanza de la Matemática agrega profesores participantes a la muestra.

Con este criterio se obtuvieron los datos de la siguiente manera: Audio grabaciones y sus transcripciones de clases de siete profesores, quienes trabajan en los colegios: Rafaél Reyes de Pereira (colegio privado y mixto, con modalidad académica y modalidad militar), Santa Sofía de Dosquebradas (colegio público y mixto), Jaime Salazar Robledo de Pereira (Mega-colegio público y mixto) y Hogar Nazaret de Dosquebradas (colegio privado y femenino).

También audios y videos de clases tanto simuladas como de aula en colegio, de 30 profesores de la región que se encontraban en el programa Maestría en Enseñanza de la Matemática durante el periodo de la fase uno del proyecto. Y de cuatro trabajos de investigación de profesores en ejercicio que realizan estudios en la Maestría en Enseñanza de la Matemática pertenecientes al grupo de investigación GIPEMAC.

Por ejemplo, en la tabla 1 se enuncian algunas de las frases metafóricas identificadas que componen dicho corpus, como una pequeña muestra, debido a la limitante en el número de páginas que impone el CIAEM XV.

Tabla 1: Algunas expresiones metafóricas en el discurso de aula sobre número, raíz cuadrada, número imaginario y número complejo en la Región del Eje Cafetero

Categoría	Tipo	Metáforas	Frases metafóricas
Número	Estructural	*El 1 es como una guayaba o una manzana, no puede ser las dos*	¿Sí usted quiere una guayaba manzana, y en la tienda sólo hay guayabas y manzanas, la puede comprar? Así el número 1 no es primo ni compuesto
	Ontológica	*Los factores primos de un número son como los ladrillos de una pared*	Los factores primos los llamamos ladrillos, El albañil pega los ladrillos y se forma la pared, que es única
	Estructural	*El máximo común divisor de dos números es como la mayor longitud de dos listones de madera*	¿Cuál es la mayor longitud qué puede obtener de cada listón?
Raíz cuadrada	Estructural-ontológica	*La raíz cuadrada es la medida del lado de un cuadrado.*	**Profesor**: "…Porque nueve por nueve, es ochenta y uno, ¿cierto?, este nueve correspondería con la medida de un lado de un cuadrado" **Profesor**: "…en esas mismas figuras que les entregue, pueden representar, digamos la raíz cuadrada de treinta y seis ¿cierto?, ¿qué es cuánto?" **Estudiantes**: "seis".
	Ontológica	*La raíz cuadrada de una cantidad r como una cantidad t que multiplicada por si misma produce a r.*	**Profesor**: "¿qué significa tener raíces cuadradas?, o sea ¿cómo saco una raíz cuadrada?" **Estudiante**: "Tomando un número, y lo

			eleva a la dos, elevando al cuadrado" **Profesor**: "Un número elevado al cuadrado". **Estudiante**: "Un número que multiplicado por sí mismo, de ese número"
Número imaginario	Estructural	*Un número imaginario es una raíz imposible.*	**Profesor**: ¿será qué el cuadrado de un número real me puede dar uno negativo? **Estudiantes**: No **Profesor**: … la condición de equis al cuadrado es que el mismo número se multiplique dos veces igual, con signo y todo ¿es posible? **Estudiante**: Que de negativo, no **Profesor**: No es posible cierto (…) porque no existe un número real cuyo cuadrado sea menos uno **Profesor**: Imposible, ¿cierto? Exactamente, representando la letra i, se consideró como un número ficticio o imaginario, (…) su cuadrado es -1
	Estructural	*El nuevo número i es la unidad del conjunto de los números imaginarios.*	Se dice que 7i es siete veces la unidad en el conjunto de los números imaginarios. $\frac{i}{unidad\ en\ Im} = \frac{1}{\mathbb{R}}$
	Estructural-orientacional	*La unidad imaginaria es la unidad real rotada 90°*	Implica que "no está en el eje real" sino en un eje de números imaginarios porque al hacer la rotación "se sale" del eje de los números reales. $\frac{i}{eje\ imaginario} = \frac{1}{eje\ real}$
	Ontológica	*El número complejo es el color morado producido por la mezcla entre el color azul y rojo*	En el color morado obtenido; del azul, asociado a la parte real y rojo, a la parte imaginaria.
	Ontológica	*El número complejo es el cuadrado que se forma por la unión de dos triángulos*	Un triángulo de color azul, para representar la parte real, y otro de color rojo para representar la parte imaginaria.
	Estructural	*El número complejo es la suma de dos números diferentes*	Los dos números, una parte real simbolizada por la letra a, y de una parte imaginaria llamada b, la cual va acompañada de la letra i para identificarla como imaginaria, esto se simboliza como a + bi.

Número complejo	Ontológica	*El número complejo es un vector*	Se expresa que en el plano complejo se manipula gráficamente como un vector.
	Estructural	*El número complejo es un punto en un plano*	La idea se expresa por la asociación metafórica $a + bi = (a, b)$.
	Ontológica	*El número complejo es un número que tiene un cuadrado negativo*	Con estos “números complejos” ya es posible resolver cualquier ecuación, estos nuevos “números” al salirse de las fronteras de la recta de los números reales, arrasan con las imposibilidades que hasta su momento imponían las raíces de cantidades negativas.
	Estructural	*El número complejo es una raíz de un número negativo*	Surge cuando el profesor escribe en el tablero $\sqrt{-9}$, y pregunta por la posibilidad de encontrar, entre los números conocidos, un número *r* para el cual $r * r = -9$, a lo cual responden los estudiantes que no es posible. El profesor ratifica que no se encuentra entre el conjunto de los números reales un número que sea la raíz cuadrada de -9, o que multiplicado por sí mismo de -9.
	Ontológica	*El número complejo es un símbolo z*	Se utiliza la metáfora z = *a* + *b i*, para expresar que se considera a *a* + *b i* como si fuera un numeral z.
	Estructural	*El número complejo es una solución de un radical con un número negativo*	cada vez que tengan un radical con un número negativo, primero hasta hoy ustedes sabían que si ese radical era negativo no tenía solución, se cancelaba. Pero ya saben que a partir de hoy si le puede dar solución, podemos echarle mano a los complejos
	Estructural	*El número imaginario surge de raíces cuadradas de números negativos*	Necesito hallar la raíz cuadrada de menos 18, ¿Cómo la puedo sacar?, vamos a cambiar el menos 18 y a darle la vuelta. Raíz de menos 18 es lo mismo que decir la raíz de 18 por menos 1, ahí ya los separé ya los tengo, y esto es lo mismo que decir la raíz cuadrada de 18 por la raíz cuadrada de menos 1

Conclusiones

Entre las conclusiones de la fase uno, están: En general los profesores de nivel secundario, usan lenguaje metafórico para explicar temas de matemáticas de manera inconsciente, pues cuando se les aplica una prueba donde se les interroga sobre lo que querían dar a entender con las frases metafóricas que usó en clase, aducen no estar conscientes de haber usado dicha frase.

Otra conclusión es que la categoría que más se presenta es la metáfora de tipo ontológico, la cual se manifiesta en la medida que está presente la metáfora "los conceptos matemáticos son objetos que se pueden manipular".

Por otro lado, y como tema de esta comunicación, se muestra el caso de las categorías número, raíz cuadrada, número imaginario y número complejo, y un corpus de frases metafóricas relacionadas con estas categorías.

Referencias y bibliografía

Aristóteles. (2006). *Poética*. Traducción de Alicia Villar Lecumberri. Madrid, España: Alianza Editorial, S. A.

Aristóteles. (2007). *Retórica*. Traducción de Alberto Bernabé. Madrid, España: Alianza Editorial, S. A.

Angulo, M. (2011). *Rutinas ciudadanas: Escenarios urbanos hechos de urbanismos ciudadanos desde la familia, las parejas, los jóvenes* (Tesis de maestría). Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia.

Black, M. (1955). Metaphor. En *Philosophical Perspectives on Metaphor de Mark Johnson* (1985). Minnesota: Universidad de Minessota. 63 – 82. Recuperado de https://books.google.com.co/books?hl=es&lr=&id=Y6TzgsS035kC&oi=fnd&pg=PR9&dq=philosophical+perspectives+on+metaphor+by+mark+johnson&ots=_12vPw-pJx&sig=xIzj8oBsvhqLrKniIjgByDgK_Vc#v=onepage&q=philosophical%20perspectives%20on%20metaphor%20by%20mark%20johnson&f=false

Castoriadis, C. (1997). *El imaginario social instituyente*. Trad. Luciana Volco. En Revista Zona Erógena No. 35. Recuperado de http://www.ubiobio.cl/miweb/webfile/media/267/Castoriadis%20Cornelius%20%20El%20Imaginario%20Social%20Instituyente.pdf

Cicerón. (2013). *El orador*. Madrid, España: Alianza.

De Bustos, E. (Sf.). *La metáfora. Ensayos transdisciplinares*. Recuperado de https://www.academia.edu/

Dormolen, J. (1991). Metaphors Mediating the Teaching and Understanding of Mathematics. En *Mathematical Knowledge: It's growth trough teaching* de Alan Bishop, Stieg Mellin-Olsen y Joop Van Dormolen, 89 - 106. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Erreguerena, M. (2002). *Cornelius Castoriadis: sus conceptos*. En Revista ANUARIO • UAM-X • MÉXICO • PP. 39-47. Recuperado de http://148.206.107.15/biblioteca_digital/capitulos/32-1112kfr.pdf

Fernández, O. (2010). Pensamiento matemático de los mayas. Una creación metafórica. En Entre Ciencia e Ingeniería, Vol 4. No. 8, 174 – 188.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2008). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf

González, R. (2014). *Posibles implicaciones del discurso metafórico docente en el abordaje del concepto de divisibilidad con estudiantes de séptimo grado de la institución educativa Santa Teresita del municipio de La Victoria (Valle del Cauca)* (Tesis de maestria). Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la Investigación*. México, D.F., Mexico: McGraw-Hill/Interamericana.

Lakoff, G. y Núñez, R. (2000). *Where mathematics comes from: how the embodied mind brings mathematics into being*. New York, United States: Basic Books.

Lakoff, G. y Johnson, M. (1995). *Metáforas de la vida cotidiana*. Segunda edición. Madrid, España: Cátedra. Recuperado de https://linguisticaunlp.files.wordpress.com/2012/11/lakoff-y-johnson.pdf

Lizcano, E. (2006). *Metáforas que nos Piensan. Sobre Ciencia, Democracia y otras Poderosas Ficciones*. Ediciones Bajo Cero, bajo licencia de Creative Commons.

Nietzsche. F. (2006). *Sobre Verdad y Mentira en Sentido Extramoral*. Traducción Jorge Castillo. Bogotá, Colombia.

Perelman, Ch. (1997). *El Imperio Retórico, Retórica y Argumentación*. Traducción de Adolfo León Gómez. Bogotá, Colombia: Norma.

Serna, J. (2007). *Ontologías alternativas. Aperturas de mundo desde el giro lingüístico*. Rubí, Barcelona, España: Anthropos. Pereira, Colombia: Universidad Tecnológica de Pereira.

Sfard, A. (2009). *Aprendizaje de las matemáticas escolares desde um enfoque comunicacional*. Cali, Colombia: Editorial Universidad del Valle.

Strauss, A. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoria fundamentada*. Trad. Eva Zimmerman. Medellín, Colombia: Universidad de Antioquia. Recuperado de https://diversidadlocal.files.wordpress.com/2012/09/bases-investigacion-cualitativa.pdf

A tendência das pesquisas envolvendo estudantes com autismo

Elton de Andrade **Viana**
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Brasil
eltondeandradeviana@gmail.com

Ana Lúcia **Manrique**
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Brasil
analuciamanrique@gmail.com

Resumo

Considerando as diferentes pesquisas desenvolvidas sobre o ensino de matemática na perspectiva inclusiva, e com o objetivo de verificar como as pesquisas da Educação Matemática envolvendo estudantes com autismo estão se articulando com a teoria e com a prática docente, realizamos um trabalho que tem como questão norteadora: qual é a tendência observada nos artigos científicos sobre o ensino e a aprendizagem de matemática para pessoas com autismo no que se refere ao elo entre a teoria e a prática? Utilizando como referencial teórico o fluxo denominado *bidirecional information flow* e referencial metodológico a pesquisa por amostragem com estrutura fechada, foram investigados artigos disponibilizados no repositório brasileiro CAPES Periódicos, resultando na observação de que a tendência atual é concentrar as pesquisas diretamente no beneficiar da prática docente, com pouca ressignificação das teorias comumente assumidas na educação matemática.

Palavras-chave: educação especial, pesquisa, prática, tea, teoria.

Introdução

O tema da diversidade na educação matemática, assim como as especificidades da alteridade humana, como é o autismo, tem intensificado reflexões importantes no que se refere ao desenvolvimento de estudos que potencializem uma prática inclusiva de estudantes com autismo no contexto educacional e com diferentes perspectivas na Educação Matemática.

Diante das pesquisas que estão se desenvolvendo em diferentes países no que se refere ao ensino de matemática na perspectiva inclusiva, observamos que tais pesquisas estão se concentrando em diferentes aspectos do contexto educacional, como os aspectos teóricos e práticos. Com esta observação, justificamos o trabalho aqui apresentado, o qual se inicia com uma revisão de literatura sobre como a teoria e a prática estão sendo compreendidas na Educação Matemática e como o autismo é definido internacionalmente no contexto educacional.

Em seguida apresentamos a trajetória de pesquisa que assumimos para a constituição de um estudo investigativo sobre as atuais tendências no que se refere ao ensino de matemática para estudantes com autismo.

Revisão de literatura

Em relatório produzido no *12th International Congress on Mathematical Education*, uma das considerações foi a de que se pode atribuir à teoria diferentes papéis e funções: (1) teoria como fonte de modelos a serem aplicados à prática de ensino e aprendizagem, (2) teoria construída para compreender um fenômeno específico e (3) teoria como uma informação instrucional a ser codesenvolvida com desenho a fim de alcançar um objetivo específico (Bikner-Ahsbahs e Clarke, 2015).

No que se refere a atribuição à teoria do papel de ser um modelo aplicável na prática, observamos neste trabalho ser de grande importância um entendimento, mesmo que introdutório, sobre a complexidade em que se constitui o elo entre a teoria e a prática. Tal elo no que se refere a Educação Matemática, não se efetiva de maneira linear e simples, mas sim em uma rede complexa em que o conhecimento teórico dialoga constantemente com a prática presente nos ambientes de ensino e de aprendizagem, como a sala de aula, as escolas e as comunidades educacionais.

Esse diálogo permite o aprofundamento ou até mesmo a ressignificação da teoria, pois a constituição do ambiente de ensino e de aprendizagem é particular temporalmente, socialmente e culturalmente. Assim como afirma Boaler (2000), há uma necessidade de refletirmos como as práticas culturalmente constituídas nas escolas codeterminam o conhecimento na comunidade.

A prática desenvolvida nos diferentes ambientes implica na construção do conhecimento, o que nos convida a ter um novo olhar sobre as teorias assumidas até então na nossa área científica. Assim como sugere Radford (2008), uma teoria pode ser entendida como uma maneira dinâmica de produzir entendimento e formas de ação, o que nos conduz a uma reflexão sobre como esta contribui para a prática docente, tanto no nível epistemológico como também praxeológico, na atual conjuntura educacional que o professor de matemática se encontra.

Tal reflexão pode ser desenvolvida diante do recém ingresso de estudantes apresentando diferentes condições biológicas e comportamentais sob a égide da inclusão escolar. Dentre esses estudantes, destacamos os que têm autismo, um transtorno que se manifesta principalmente na interação e na comunicação nos diferentes grupos sociais.

O autismo é terminologicamente conhecido como Transtorno do Espectro Autista (TEA), atual terminologia divulgada pela *American Psychiatric Association* (APA), a qual o define como um dos Transtornos de Neurodesenvolvimento que se manifestam na humanidade, se caracterizando por causar dificuldades na comunicação social recíproca e na interação social.

Trajetória metodológica adotada

Com o objetivo de verificar como as pesquisas da Educação Matemática e áreas afins, envolvendo estudantes com TEA, estão se articulando com a teoria e com a prática docente, realizamos o estudo aqui apresentado se fundamentando na seguinte questão norteadora durante a nossa investigação: qual é a tendência mais observada nos artigos científicos sobre o ensino e a aprendizagem de matemática para pessoas com autismo no que se refere ao elo entre a teoria e a prática?

Como referencial metodológico, buscamos uma resposta a questão norteadora utilizando Pires (2008). Desenvolvendo um estudo com uma natureza qualitativa e caracterizado como uma pesquisa que tem uma estrutura convencional ou fechada na sua constituição, estabelecemos o repositório científico brasileiro CAPES Periódicos como o universo de onde obtivemos as unidades empíricas consideradas neste trabalho como objeto de análise (Figura 1).

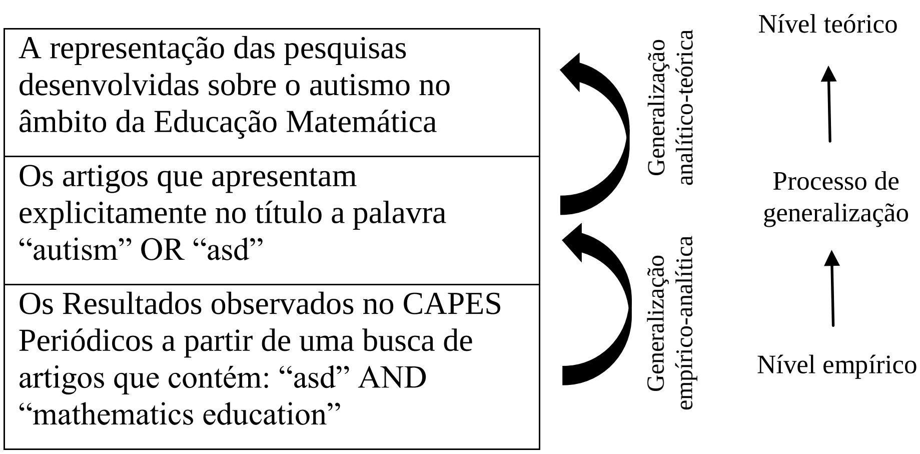


Figura 1. Estrutura da pesquisa para a constituição do objeto de análise.

Segundo Pires (2008), essa estrutura de pesquisa se distingue operacionalmente em três patamares, o da amostra, o do universo de análise e o universo geral. Neste trabalho, o patamar da amostra é compreendido por uma busca realizada no repositório CAPES Periódicos. Para esta busca, consideramos inicialmente que a língua inglesa tem se tornado importante na produção acadêmica, com ora a totalidade do texto acadêmico escrito em inglês, e ora parte do texto, como por exemplo o resumo. Assim, utilizamos as palavras *asd* (*Autism Spectrum Disorder*) e *mathematics education* nesta busca, onde identificamos um total de 77 artigos como amostra e que tinham tais palavras no corpo textual.

Partindo da amostra, foi constituído o universo de análise, que ainda no nível empírico, é entendido como o que melhor possibilita responder à questão norteadora deste trabalho. Para isso, foram identificados dentre os 77 artigos, os que explicitavam no título a palavra *autism* ou *asd*, ainda considerando a importância da língua inglesa na produção acadêmica. Neste patamar, foram identificados 16 artigos que além de apresentarem tais palavras no corpo textual, também as apresentavam no título.

Como último patamar na estruturação do nosso trabalho, o do universo geral, é necessário destacarmos aqui, assim como o faz Pires (2008), que esta etapa da pesquisa, apesar de ser a mais pertinente permitindo a obtenção de um conhecimento teórico sobre o universo do fenômeno ao qual tal conhecimento se aplica, no nosso caso, o fenômeno da relação entre teoria e prática no ensino de matemática para estudantes com autismo, nossa proposta neste patamar foi introduzir um conhecimento heurístico não exaustivo em si mesmo, mas que introduza um melhor entendimento sobre como a Educação Matemática tem se desenvolvido internacionalmente diante da nossa questão de pesquisa.

É neste último patamar, que consideramos como fundamental a leitura minuciosa do resumo de cada um dos artigos. Para a seleção dos artigos, os critérios adotados na leitura dos resumos foram: (1) o resumo explicita uma questão norteadora que se articula com o tema ‘O ensino de matemática para estudantes com autismo’, (2) o resumo explicita uma metodologia e referencial teórico que já sejam conhecidos por nós – os investigadores autores do presente artigo -, (3) o resumo explicita quais foram os resultados alcançados na pesquisa que apresenta. Após considerarmos os três critérios já anunciados, identificamos 7 artigos (Quadro 1), os quais vieram a compor o objeto de análise na nossa investigação.

Quadro 1

Artigos identificados como objeto de análise

Código	**Título**	**Referência**
A1	Virtual and concrete manipulatives: a comparison of approaches for solving mathematics problems for students with autism spectrum disorder	Bouck et al (2013)
A2	Science, technology, engineering, and mathematics (STEM) participation among college students with an autism spectrum disorder	Wey et al (2013)
A3	Design approach of mathematics learning activities in a digital environment for children with autism spectrum disorders	Santos et al (2017)
A4	Video-based intervention in teaching fraction problem-solving to students with autism spectrum disorder	Yakubova et al (2015)
A5	Distinctive role of symbolic number sense in mediating the mathematical abilities of children with autism	Hiniker et al (2016)
A6	The effects of solve it! On the mathematical word problem solving ability of adolescents with autism spectrum disorders	Whitby (2012)
A7	Learning with technology: video modeling with concrete-representational-abstract sequencing for students with autism spectrum disorder	Yakubova et al (2016)

Fonte: arquivos pessoais dos autores. 2018.

Resultados

Apesar de se observar nesta investigação que a partir da Pesquisa, se pode alcançar contribuições tanto para a Teoria como para a Prática no que se refere ao desenvolvimento da Educação Matemática como área científica, Lesh (2002) também argumenta que os sistemas complexos em que se constituem os problemas da Pesquisa exigem, para um melhor aprofundamento, um fluxo de informações que não se dá diretamente da Pesquisa para a Prática, mas sim um fluxo que se define nos três âmbitos da tríade, se direcionando da Pesquisa para a Teoria, e em seguida da Teoria para a Prática.

A Pesquisa, por sua vez, é um elemento importante nesta tríade, partindo de um conjunto de estudos que são realizados no universo acadêmico institucionalizado na sociedade moderna.

Tais estudos contribuem simultaneamente tanto para o desenvolvimento de uma teoria como também para o aprimorar da prática docente. Essa dupla contribuição a partir da Pesquisa é o que Lesh (2002) denomina como *bidirecional information flow*, que no trabalho aqui apresentado, é o que assumimos como referencial teórico para o desenvolvimento do nosso estudo e obtenção dos resultados apresentados a seguir.

Considerando o *bidirecional information flow* proposto por Lesh (2002), a análise do nosso objeto de investigação foi feita por meio de quatro etapas: (1) leitura integral de cada um dos sete artigos, (2) seleção de trechos textuais que explicitam uma relação da pesquisa com a prática ou com a teoria, (3) identificação de quais são as tendências das pesquisas apresentadas nos sete artigos utilizando como referencial o *bidirecional information flow*, (4) criação de um diagrama que represente as tendências identificadas na etapa anterior.

Diante do objeto de análise, observamos na leitura dos artigos que a teoria e a prática estavam sendo observadas de diferentes formas, aparentando ora uma maior concentração na prática docente e ora na consolidação de uma teoria. Assim, se apoiando em Lesh (2002), que afirma ser o elo entre a teoria e a prática parte de uma tríade composta pela Teoria, pela Prática e pela Pesquisa, começamos a analisar os artigos no que se refere a esses três elementos da tríade.

A seguir, apresentamos duas tendências que foram identificadas nesta análise e o diagrama criado na última etapa do nosso processo de investigação.

Tendência 1: pesquisa - prática

O artigo A_1 explora, por meio de uma pesquisa investigativa envolvendo três estudantes com TEA, o êxito na resolução de problemas matemáticos do campo aditivo utilizando recursos concretos e virtuais. Na leitura deste artigo, é interessante a forma como os autores direcionam explicitamente a pesquisa diretamente para a prática, quando afirmam que "This study holds implications for practice as it suggests both virtual and concrete manipulatives can successfully support students with ASD with Regards to academic mathematical content" (Bouck et al, 2013, p. 191).

Já o artigo A_3, por meio de uma descrição de atividades de geometria propostas em um ambiente digital de aprendizagem denominado LEMA e dirigido aos estudantes com TEA, enfatiza claramente o seu desejo com a pesquisa no que se refere ao alcance direto para a prática quando as autoras citam:

> We hope that LEMA may prove to be a learning tool ensuring access and equity to the process of teaching and learning and a powerful tool to support teachers and educators, fostering new opportunities and educational strategies for the improvement of math skills in children with ASD. (Santos et al, 2017, p. 1320).

Outro artigo que identificamos neste grupo foi o A_4. Por meio de um estudo experimental constituído por diferentes momentos, foi realizada uma pesquisa sobre a efetividade da intervenção pedagógica utilizando o vídeo como recurso, no que se refere ao desempenho de estudantes com TEA na resolução de problemas envolvendo frações. Foi possível observar com uma leitura mais pontual do artigo, principalmente nas considerações finais, que o estudo se concentra na dimensão da prática, mas os autores entendem ser uma real necessidade a proposição de outros estudos para que posteriormente se efetive uma pesquisa que alcance diretamente a prática, quando afirmam:

> Findings from this study contribute to emerging trends supporting video-based interventions to teacch students with ASD and expand to teaching mathematics skills. Whether video-based interventions can be considered to be evidence-based practices in academic areas, particularly, in mathematics is yet to be seen. More research in this area is needed to address the academic needs of students with ASD in efforts to improve the likely trajectory of student outcomes. Findings from this study are promising, that with the right instruction and academic supports, students with ASD can successfully learn and maintain complex mathematics problem-solving skills and improve academic outcomes. (Yakubova et al, 2015, p. 2873).

Também identificamos na dimensão da prática, o artigo denominado como A_6. Trata-se de um estudo experimental de resolução de problemas envolvendo estudantes como TEA, sendo que os autores declaram nas últimas considerações do artigo que “Problem Solving Routine may be an effective intervention for students with ASD.” (Whitby, 2012, p. 86), o que validou a nossa observação de que a pesquisa está direcionada diretamente à prática. O artigo A_6 não apresenta uma preocupação em ressignificar a perspectiva de Resolução de Problemas diante das particularidades de um estudante com autismo, mas visa alcançar diretamente a prática desta perspectiva como ela é no contexto de aprendizagem.

Ainda nesta tendência, encontramos como diretamente direcionado a prática o artigo que identificamos como A_7. Com um estudo sobre a eficácia de uma intervenção utilizando o vídeo como recurso e uma sequência instrucional Concreto-Representação-Abstração, os autores citam claramente a importância da pesquisa diretamente para a prática quando já no resumo esclarecem que são discutidas no corpo textual do artigo “Implications for practice [...]” (Yakubova et al, 2016, p. 2349) e também na conclusão indicam que “The findings of this study contribute to research and practice on determining evidence-based practices in teaching students with ASD” (p. 2360).

Tendência 2: pesquisa – teoria – prática

Nesta tendência, identificamos o artigo A_2, uma pesquisa realizada a partir de um conjunto de dados que expressam a transição de estudantes com TEA entre as diferentes etapas do sistema educacional dos Estados Unidos e sobre a participação desses estudantes nas ciências, tecnologia, engenharia e matemática. Nas suas considerações finais, o artigo motiva para que estudos na área do autismo sejam realizados, pois se percebe uma lacuna entre as pesquisas realizadas na academia e a prática educacional com este público em específico.

No entanto, junto a esta motivação, observamos que os autores entendem a pesquisa apresentada no artigo como um estudo que “[...] also support previous research [...]” (Wei et al, 2013, p. 1545). Identificamos em A_2 uma pesquisa que se desenvolve inicialmente no solo da teoria, o que fazendo uma leitura mais cuidadosa do artigo, observamos que a teoria destacada é *the systemizing-empathizing theory* postulada por Baron-Cohen (2009). No entanto, o artigo também descreve sua contribuição para corroborar pesquisas anteriores e já publicadas em outros momentos, isto é, para o desenvolvimento da teoria, conforme indica Lesh (2002) no *bidirecional information flow.*

Na investigação que aqui apresentamos, o artigo identificado como A_5 foi o segundo artigo identificado nesta tendência, já que contribui com uma pesquisa sobre como os sistemas simbólicos ajudam estudantes com TEA na aquisição de uma proficiência matemática no que se refere ao senso numérico. Não observamos aqui uma pesquisa diretamente direcionada à prática, mas sim uma pesquisa que, assim como os autores destacam na conclusão, contribui para as diferentes teorias que estão sendo discutidas na academia:

> Our study provides a detailed investigation of number sense and its relation to mathematics ability in children with ASD. We found that non-symbolic number sense was impaired in children with ASD, while symbolic performance was comparable to that of TD [typically developing] children. Surprisingly, the influence of symbolic number sense on math ability was stronger in children with ASD than in TD children, and symbolic numerical acuity and math ability in the ASD group only. These results point to a more critical and distinctive role for symbolic knowledge in the development of mathematical skills in children with ASD. Our findings indicate that symbolic skills are a preserved strength in children with ASD and suggest that leveraging symbolic number knowledge may help them develop mathematical proficiencies. (Hiniker et al, 2016, p. 1279).

Fluxo entre pesquisa, teoria e prática

Fundamentando-se no fluxo existente entre pesquisa, teoria e prática proposto por Lesh (2002), e com a identificação das duas tendências assumidas nos artigos identificados como objeto de análise, definimos um fluxo conforme apresentamos na Figura 2.

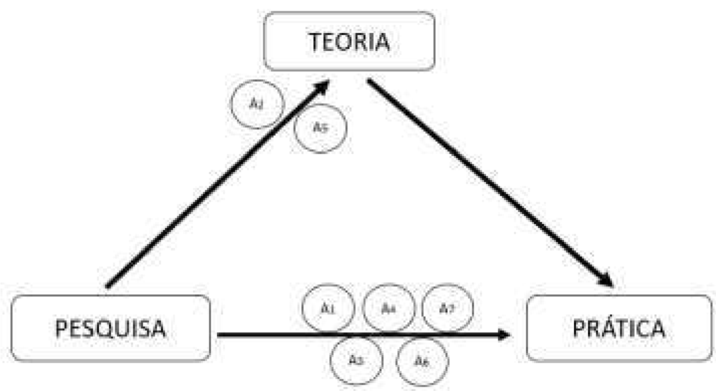


Figura 2. Fluxo entre pesquisa, teoria e prática identificado na investigação.

O fluxo aqui definido permite uma primeira, mas não exaustiva, representação de como as pesquisas estão se encaminhando quando o foco de investigação é o autismo. Tal representação demonstra que a tendência mais observada nas pesquisas é a de beneficiar diretamente a prática docente, com pouca ou até mesmo nenhum olhar mais pontual sobre as teorias tradicionalmente assumidas. Esta representação pode, por hipótese nossa, ser um reflexo da emergência de criação de recursos e estratégias para o lidar pedagógico com os recém-chegados (historicamente) estudantes com autismo no ambiente escolar, o que provoca pesquisas imediatistas no que se refere ao atendimento a esta emergência.

No entanto, uma importante reflexão a ser feita com os resultados deste trabalho, é que os educadores matemáticos também precisam olhar as teorias já constituídas com mais criticidade, aprofundando, ressignificando, verificando e porque também não dizer, suprimindo, diante dos fenômenos observáveis no contexto educacional como consequência de uma sociedade moderna e fundamentada nos direitos humanos e na equidade.

Conclusões

O movimento explicitamente assumido pelos autores em A_2 e A_5 indica a consideração na pesquisa em primeiro se consolidar teoricamente, fazendo uma reflexão sobre a teoria já conhecida. Isso não significa olhar apenas para o seu terreno particular de pesquisa, 'pescando' proposições teóricas tradicionalmente assumidas na Educação Matemática e as anexando por meio de uma 'costura', mas sim olhar como o seu terreno particular de pesquisa está sendo entendido na área da Educação Matemática de forma mais ampla, observando quais são as reflexões necessárias para um aprofundamento ou até mesmo a ressignificação da teoria, para em seguida contribuir para a prática docente.

Assim como é proposto no *bidirecional information flow*, sistemas complexos exigem pesquisas que se consolidem teoricamente, para em seguida beneficiar a prática docente, e a participação de estudantes com TEA no sistema educacional é um sistema complexo que exige esta trajetória de pesquisa, dada as dificuldades em se manter práticas educativas tradicionalmente constituídas nos diferentes países diante do comprometimento apresentado de diferentes formas e em diferentes graus nas pessoas com autismo.

Referências

American Psychiatric Association. (2014). *Referência rápida aos critérios diagnósticos do DSM-5*. Porto Alegre: Artmed.

Bikner-Ahsbahs, A., & Clarke, D. (2015). Theoretical issues in mathematics education: an introduction to the presentations. In S. J. Cho (Ed.). *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education: intellectual and attitudinal challenges* (pp. 579-583). New York: Springer.

Boaler, J. (2000). Introduction: intricacies of knowledge, practice, ang theory. In J. Boaler (Ed.). *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (pp. 1-17). London: Ablex Publishing.

Bouck, E. C., Satsangi, R., Doughty, T. T., & Courtney, W. T. (2013). Virtual and concrete manipulatives: a comparison of approaches for solving mathematics problems for students with autism spectrum disorder. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, *44*, 180-193.

Hiniker, A., Rosenberg-Lee, M., & Menon, V. (2016). Distinctive role of symbolic number sense in mediating the mathematical abilities of children with autism. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, *46*, 1268-1281.

Lesh, R. (2002). Research design in mathematics education: focusing on design experiments. In L. D. English. (Ed.). *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 27-49). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Pires, A. P. (2008). Amostragem e pesquisa qualitativa: ensaio teórico e metodológico. In J. Poupart, J. Deslauriers, L. Groulx, A. Laperrière, R. Mayer, & A. Pires. (Eds.). *A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos*. (pp. 154-210). Petrópolis, RJ: Vozes.

Radford, L. (2008). Connecting theories in mathematics education: challenges and possibilities. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, *40*(2), 317-327.

Santos, M. I., Breda, A., & Almeida, A. M. (2017). Design approach of mathematics learning activities in a digital environment for children with autism spectrum disorders. *Education Tech Research Dev*, *65*, 1305-1323.

Wei, X., Yu, J. W., Shattuck, P., McCracken, M., & Blackorby, J. (2013). Science, technology, engineering, and mathematics (STEM) participation among college students with an autism spectrum disorder. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, *43*, 1539-1546.

Whitby, P. J. S. (2012). The effects of solve it! On the mathematical word problem solving ability of adolescents with autism spectrum disorders. *Focus on Autism and Other Developmental Disabilities*, 28 (2), 78-88.

Yakubova, G., Hughes, E. M., & Hornberger, E. (2015). Video-based intervention in teaching fraction problem-solving to students with autism spectrum disorder. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, *45*, 2865-2875.

Yakubova, G., Hughes, E. M., & Shinaberry, M. (2016). Learning with technology: video modeling with concrete-representational-abstract sequencing for students with autism spectrum disorder. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, *46*, 2349-2362.

XV CIAEM
Medellín - Colombia
5 - 10 mayo/maio/may 2019
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference on Mathematics Education
Universidad de Medellín
Universidad de Antioquia

Resolución de problemas usando el algoritmo de la sustracción en una persona con discapacidad mental leve

Diana Carolina **Galvis** Santamaria
Licenciatura en Matemáticas, Universidad Industrial de Santander
Colombia
dianagalviss@gmail.com

Angie Yulieth **Gómez** Julio
Licenciatura en Matemáticas, Universidad Industrial de Santander
Colombia
Angieyulieth2565@gmail.com

En el presente proyecto se abordan las necesidades educativas especiales que tiene Juan, un hombre de 31 años diagnosticado con déficit cognitivo por epilepsia, quien asiste a ASODISPIE[1]. Juan no presenta ninguna discapacidad física, le apasiona jugar baloncesto, es bastante comunicativo, ha sido escolarizado, sabe leer y escribir muy bien. Inicialmente se propone una prueba diagnóstica a Juan, en la cual él presentó dificultades en la resolución de problemas de sustracción y el manejo del dinero, a partir de la identificación de estas dificultades surge la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo propiciar en una persona con discapacidad mental leve el uso implícito del algoritmo de la sustracción en problemas cotidianos que involucran el uso del dinero?

Para solucionar esta pregunta fue necesaria la búsqueda de algunos antecedentes: Castillo (2014), López (2001), Vargas & Porras (2015) , y Alfaro (2006), investigaciones enfocadas en las dificultades encontradas en la sustracción y estrategias implementadas en la resolución de problemas, tales investigaciones proporcionaron ideas e información que permitieron seleccionar el marco teórico que direccionó esta investigación, en los aspectos conceptuales de este marco se contempló lo siguiente: la teoría de los cuatro pasos de Polya (1957) (comprender el problema, concebir un plan, ejecución del plan y examinar la solución) y el papel del docente en el proceso (Alfaro, 2006),y los tipos de problemas para la sustracción según los lineamientos curriculares (Separación o quitar, Comparación - Diferencia, parte- parte- todo unión, adjunción. Añadir, añadir) (MEN, 1998).

[1] Asociación de discapacitados de Piedecuesta; una institución cuyos educandos son personas con necesidades educativas especiales (NEE).

La metodología de esta investigación consistió en una prueba diagnóstica inicial muy general, que evaluaba el desarrollo del algoritmo de la suma y la resta , está buscaba detectar las principales dificultades de Juan.Seguidamente se realizó una segunda prueba diagnóstica más enfocada en problemas de sustracción ya que este fue el obstáculo conceptual más evidente en Juan. A Partir de estas pruebas se realizaron tres sesiones de acompañamiento, en las que se trabajó el uso del algoritmo de la sustracción en problemas que involucran el dinero.

Las distintas intervenciones, lo evaluado en la prueba diagnóstica final y el método de los cuatro pasos de Polya (1957), permitieron realizar un análisis de resultados, donde se observó que Juan pudo pasar de no comprender un problema, a ser capaz de ejecutar un plan que es el tercer paso de la resolución de problemas de Polya (1957), fortaleció el desarrollo en el algoritmo de la sustracción, en especial cuando es necesario hacer préstamos y comprendió en qué consiste este procedimiento.

Al analizar los resultados obtenidos por Juan, durante todo el proceso, se logró ver que para que se de un progreso en el educando es fundamental el continuo acompañamiento del profesor en las intervenciones, el diseño de actividades propicias a las dificultades conceptuales y necesidades educativas especiales, es también recomendable llevar una relación dinámica y muy comunicativa entre maestro y alumno, donde tal relación permita que se generen cuestionamientos entre el educador y el educando que enriquecen el trabajo que se está desarrollando.

Referencias y bibliografía

Alfaro, C. (2006). *Las ideas de Polya en la resolución de problemas.* Cuadernos de investigación y formación matemática. Universidad Nacional. Recuperado de: https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/6967/6653**.**

Castillo, C. (2014). *Aprendizaje de adición y sustracción de números enteros a través de objetos físicos* (Tesis de posgrado). Universidad Nacional, Colombia. Recuperado de: http://www.bdigital.unal.edu.co/47573/1/94442425%20Cesar.pdf.

López, A. (2001). *Desarrollo de las operaciones de sumar y restar*: comprensión de los problemas verbales (tesis de doctorado). Universidad complutense de Madrid, España. Recuperado de: http://biblioteca.ucm.es/tesis/psi/ucm-t25308.pdf.

Polya, G. *How to solve it*: a new aspect of mathematical method. New Yourk: Princeton University Press.

Vargas, S. & Porras, L. (2015). *Resolución de problemas en adición y sustracción de números naturales mediante la aplicación de componentes lúdicos, en estudiantes del grado sexto, del colegio Comfatolima* (tesis de posgrado). Universidad del Tolima, Ibagué Tolima. Recuperado de: file:///C:/Users/Administrador/Downloads/RESOLUCI%C3%93N%20DE%20PROBLEMAS%20EN%20ADICI%C3%93N%20Y%20SUSTRACCI%C3%93N%20DE%20N%C3%9AMEROS%20NATURALES%20MEDIANTE%20LA%20APLICACI%C3%93N%20DE%20C.pdf

Profesores Aimaras de Educación Intercultural Bilingüe y sus emociones en la clase de matemáticas

María del Carmen **Bonilla**
APINEMA: Asociación Peruana de Investigación en Educación Matemática
Perú
mc_bonilla@hotmail.com

María S. **García** González
Universidad Autónoma de Guerrero
México
mgargonza@gmail.com

Felipe **Huayhua** Pari
Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Perú
fhuayhua@gmail.com

Resumen

En el presente estudio se da a conocer una investigación de tipo cualitativo en la que participaron docentes aimaras en su mayoría de Educación Intercultural Bilingüe (EIB), que trabajan principalmente en Educación Primaria. El objetivo planteado fue caracterizar las emociones experimentadas por los docentes durante la enseñanza de las matemáticas. Los resultados encontrados señalan que las emociones de los profesores, negativas y positivas, están en función de lo que los estudiantes pueden lograr, por ejemplo que comprendan los temas que se les enseñan, que pongan atención y muestren interés por las clases, y que resuelvan problemas, pero también de factores como la lengua y el contexto. De manera particular, los resultados dan a conocer la problemática relacionada al modelo de servicio de EIB, que propugna el reconocimiento y la revalorización de la lengua, los saberes y la cultura aimara.

Palabras clave: conocimiento emocional, educación intercultural bilingüe, aimara, educación matemática, docentes en formación.

Las emociones del profesorado en la clase de Matemáticas

Muchos de nuestros éxitos o fracasos son determinados por las emociones que experimentamos, la clase de matemáticas no escapa a este hecho, tanto el profesor como los estudiantes las sienten, aunque muchas veces no estén conscientes de ellas, y es que es tan normal sentirlas que llegan a formar parte de la vida diaria académica. Es así como el salón de clases como una microcultura norma el comportamiento y sentir de sus actores. La investigación ha evidenciado el estrés, la desmotivación, el abandono de la profesión y el síndrome de Burnout que experimentan los docentes (Schutz & Zembylas, 2009). También se ha evidenciado que una gran proporción de maestros en formación expresa emociones negativas producto de sus experiencias vividas como estudiantes, conocer estas emociones es importante debido a que influyen en la perspectiva del profesor acerca de tener que enseñar matemáticas (Coppola, et al, 2012; Di Martino & Sabena, 2011). De acuerdo con Zembylas (2005), cuando un profesor toma decisiones en el aula de clases entran en juego sus valores, creencias y emociones, éstos actúan y se reflejan en diferentes propósitos, como los métodos y significados de la enseñanza.

Existe un consenso entre los investigadores de que las causas de todas las emociones negativas de los profesores obedecen principalmente a que la mayoría de ellos no son especialistas en matemáticas y han tenido a menudo experiencias negativas con las matemáticas cuando eran estudiantes de primaria o secundaria (Philipp, 2007). La ansiedad matemática es el fenómeno emocional más estudiado en los profesores en formación (Bekdemir, 2010). También ha sido reportada como un fenómeno común entre los profesores en formación de la escuela primaria en muchos países, y se ha evidenciado que puede interferir seriamente en ellos para convertirse en buenos profesores de matemáticas (Hannula, Liljedahl, Kaasila, & Rösken, 2007).

La revisión de antecedentes nos ha permitido conocer que la investigación sobre emociones en la enseñanza de las matemáticas se ha centrado en el nivel primaria, con profesores en formación y algunas veces con profesores en servicio. Por ahora tenemos el interés de profundizar en las emociones experimentadas por profesores en servicio durante la enseñanza de las matemáticas en diferentes contextos, uno de ellos es la cultura y lengua materna originaria, esta investigación particulariza en el aimara, propio de la cultura que ocupa territorios del sur de Perú, Bolivia y norte de Chile.

Pretendemos acercarnos a una explicación de las emociones experimentadas al enseñar matemáticas por profesores de Educación Intercultural Bilingüe (EIB), debido a que ellos enseñan en su propia lengua y en el castellano - lengua de comunicación nacional- como segunda lengua. De esta manera, los profesores buscan comunicar eficientemente los conocimientos matemáticos en diversos contextos de interacción social y cultural, actividad que se encuentra condicionada por la primacía del pensamiento matemático occidental, situación que produce conflictos en los docentes de los pueblos originarios, en tanto esa mirada de las matemáticas no corresponde a su cosmovisión, ni al pensamiento de la comunidad.

Además del problema cognitivo también se presenta un conflicto epistemológico y emocional, pues históricamente este pueblo andino ha sido marginado e invisibilizado, menospreciado en su identidad cultural, produciéndose un epistemicidio de sus saberes ancestrales (De Sousa, 2010), situación que perjudica el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la autoestima y seguridad, tanto de los docentes como de los estudiantes. La pregunta de investigación planteada fue ¿qué emociones experimentan los profesores de EIB durante la enseñanza de las matemáticas?

Los resultados de esta investigación tienen implicaciones para la investigación en el campo del Dominio Afectivo, así como en la misma formación de profesores. En el primero de los casos permite ampliar el conocimiento que se tiene de las emociones de profesores en formación, hasta ahora se sabe que la mayoría de profesores en formación experimentan emociones negativas producto de sus experiencias vividas como estudiantes, y que estas emociones influyen en la perspectiva que se crea el profesor acerca de tener que enseñar matemáticas (Coppola, et al, 2012; Di Martino & Sabena,2011), en el segundo de los casos ayuda a los profesores a desarrollar su conocimiento emocional (García & Pascual, 2017), esto es, ser conscientes de las emociones que experimentan y conocer las situaciones que las desencadenan.

Referentes conceptuales

Concebimos las emociones desde la postura de las teorías de la valoración, que proponen que las personas experimentamos emociones de acuerdo con nuestras evaluaciones de la situación específica que desencadena la emoción. Particularmente nos ceñimos a la Teoría de la Estructura Cognitiva de las Emociones, llamada teoría OCC (Ortony, Clore & Collins, 1996). La elección descansa en dos razones; la primera de ellas es que algunas investigaciones precedentes en Educación Matemática (García-González-Martínez-Sierra, 2016 y Di Martino & Sabena, 2011) han mostrado su potencial para conocer las emociones de estudiantes y profesores de matemáticas, así como para identificar las emociones que las desencadenan. La segunda de las razones es que esta teoría nos indica el tipo de datos a recolectar y una tipología de emociones para analizarlos.

La teoría OCC usa como evidencia de las emociones al lenguaje, siendo este un método para acceder al conocimiento de las emociones de quien las experimenta e ignora por completo la evidencia conductual y fisiológica. Aunque se tiene en cuenta la evidencia lingüística, el análisis de las emociones no es acerca de las palabras que se refieren a emociones, sino de las situaciones que las desencadenan. Este hecho obedece a que en el lenguaje cotidiano existen varias palabras que pueden ser usadas para referirse a diferentes aspectos del mismo tipo de emoción. Por ejemplo, la palabra congoja hace referencia a un miedo moderado mientras que la palabra pánico da evidencia de un nivel intenso de miedo, pero en definitiva las dos se refieren al mismo tipo de emoción, el miedo.

Con base en las consideraciones anteriores, desde la OCC las emociones se definen como "reacciones con valencia ante acontecimientos, agentes u objetos, la naturaleza particular de las cuales viene determinada por la manera como es interpretada la situación desencadenante" (Ortony, Clore & Collins, 1996, p. 33). De esta manera entendemos las emociones como las reacciones de valencia ante situaciones generadas en el aula de matemáticas. Ejemplo de ellas son la satisfacción o el miedo, entre otras. Esta teoría presenta una tipología de 22 emociones, misma que ha sido robustecida por Martínez-Sierra & García González (2014), al incluir las emociones de aburrimiento e interés (Tabla 1), ésta la hemos utilizado para analizar la evidencia recolectada.

Tabla 1: Tipología de emociones desde la OCC.

<table>
<tr><th>Clase</th><th>Grupo</th><th>Tipos (ejemplo de nombre)</th></tr>
<tr><td rowspan="7">Reacciones ante los acontecimientos</td><td rowspan="4">Vicisitudes de los otros</td><td>Contento por un acontecimiento deseable para alguna otra persona (feliz-por)</td></tr>
<tr><td>Contento por un acontecimiento indeseable para alguna otra persona (alegre por el mal ajeno)</td></tr>
<tr><td>Descontento por un acontecimiento deseable para alguna otra persona (resentido-por)</td></tr>
<tr><td>Descontento por un acontecimiento indeseable para alguna otra persona (quejoso-por)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Basadas en previsiones</td><td>Contento por la previsión de un acontecimiento deseable (esperanza)</td></tr>
<tr><td>Contento por la confirmación de la previsión de un acontecimiento deseable (satisfacción)</td></tr>
<tr><td>Contento por la refutación de la previsión de un acontecimiento</td></tr>
</table>

		indeseable (*alivio*) Descontento por la refutación de la previsión de un acontecimiento deseable (*decepción*) Descontento por la previsión de un acontecimiento indeseable (*miedo*) Descontento por la confirmación de la previsión de un acontecimiento Indeseable (*temores confirmados*)
	Bienestar	Contento por un acontecimiento deseable (*júbilo*) Descontento por un acontecimiento indeseable (*congoja*) Disgustado por un estado cognitivo indeseable de distracción (*aburrimiento*) Complacido por un estado cognitivo deseable de atención (*interés*)
Reacciones ante los agentes	Atribución	Aprobación de una acción plausible de uno mismo (*orgullo*) Aprobación de una acción plausible de otro (*aprecio*) Desaprobación de una acción censurable de uno mismo (*autoreproche*) Desaprobación de una acción censurable de otro (*reproche*)
Reacciones ante los objetos	Atracción	Agrado por un objeto atractivo (*agrado*) Desagrado por objeto repulsivo (*desagrado*)
Reacciones ante el acontecimiento y el agente simultáneamente	Bienestar/Atribución	Aprobación de la acción plausible de otra persona y contento por el acontecimiento deseable relacionado (*gratitud*) Desaprobación de la acción censurable de otra persona y descontento por el acontecimiento deseable relacionado (*ira*) Aprobación de la acción plausible de otra persona y contento por el acontecimiento deseable relacionado (*complacencia*) Desaprobación de una acción censurable de uno mismo y descontento por el acontecimiento indeseable relacionado (*remordimiento*)

Fuente: (Martínez-Sierra & García González, 2014).

Metodología

La investigación es de tipo cualitativo, pues pretendemos hacer una caracterización de las emociones que experimentan por las matemáticas los profesores de EIB.

Contexto y Población

Los participantes de esta investigación son un grupo de profesores de EIB, en el marco del Proyecto de Investigación “Normalización de léxicos pedagógicos aimara en el área de Comunicación Integral en el nivel primario de la Educación Intercultural Bilingüe” ejecutado por el Grupo de Investigación Intercultural para la formación docente y la enseñanza de las lenguas de la Escuela Profesional de Lingüística, Facultad de Letras y Ciencias Humanas, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, y dirigido por el tercer autor de esta comunicación.

Como parte del proyecto se realizó del 5 al 7 de septiembre del 2018 en Chucuito, Puno, Perú, el Taller Estandarización y Normalización del léxico pedagógico gramatical aimara-castellano en el área de comunicación, en este escenario se invitó a los asistentes a participar de manera voluntaria con el llenado de un cuestionario cuyo objetivo era conocer las emociones experimentadas durante la enseñanza de las matemáticas. A este llamado acudieron 13 docentes, 7 mujeres y 6 hombres (edades de 29 a 58 años).

De ellos, 10 tienen como formación la docencia en Educación Primaria, 1 de ellos tienen la licenciatura en Educación Secundaria, uno más es Ingeniero Civil y un profesor estudió Física-matemáticas. Del total, 10 laboran en educación primaria y 3 en educación secundaria. 12 de ellos son bilingües y 1 de ellos es monolingüe (castellano), pero todos enseñan matemáticas en aimara y castellano. Los años de experiencia frente a grupo van desde los 4 hasta los 28 años.

Recolección de Datos

Para conocer las emociones de los docentes se usó el cuestionario como herramienta de recolección de datos, éste se compone de un protocolo de preguntas (ver Tabla 2) que ha sido ya validado por el grupo de Dominio Afectivo de la Universidad Autónoma de Guerrero, el cuestionario fue transcrito para su posterior análisis.

Tabla 2: Protocolo del cuestionario.

Peguntas para conocer las emociones de profesores de EIB
¿Qué emociones o sentimientos experimenta en sus clases?, ¿por qué experimenta eso?
¿Cuáles son las principales experiencias positivas que ha tenido como docente de EIB?, ¿porque experimenta eso?
¿Cuáles son las principales experiencias negativas que ha tenido como docente de EIB?, ¿por qué?
¿En qué circunstancias y situaciones ha experimentado felicidad o alegría en sus clases?
¿En qué circunstancias o situaciones ha experimentado tristeza o pesar en sus clases?
A lo largo de su vida académica ¿Qué emociones ha experimentado en las clases de matemáticas?, ¿por qué experimenta todo eso?
Describa una experiencia positiva que haya vivido con las matemáticas. ¿Por qué fueron experiencias positivas?
Describa una experiencia negativa o mala que haya vivido con las matemáticas. ¿Por qué fueron experiencias negativas? Dar ejemplos concretos

Fuente: (García-González y Martínez-Sierra, 2016)

Análisis de datos

Para identificar las emociones y las situaciones que las desencadenaron, se procedió a identificar en las transcripciones las definiciones de los tipos de emociones señaladas por la OCC (Tabla 2). La segunda autora realizó una primera identificación de las emociones, después este análisis fue triangulado con el resto de los autores, con el fin de garantizar saturación teórica. A manera de ejemplo presentamos al lector una codificación de emociones.

La decepción se define como “descontento por la refutación de la previsión de un acontecimiento deseable”, en el siguiente extracto identificamos esta emoción.

M5_43: [Siento] *tristeza* por **la falta de material concreto** para trabajar con los alumnos.

Interpretamos que la profesora M5 (de 43 años), manifiesta un descontento expresado con la palabra “tristeza”, cuando la escuela no la provee de material concreto para trabajar con sus estudiantes, este evento refuta su previsión de que la escuela debe proveer material concreto para trabajar en las clases y la hace decepcionarse.

La codificación de emociones se hizo por profesor, posteriormente se hizo una agrupación por tipo de emoción, y se resaltó en cada una de ellas, las situaciones desencadenantes, como se muestra en la siguiente sección.

Resultados

Como resultado, identificamos 7 tipos de emociones, 3 positivas y 4 negativas (ver Figura 1).

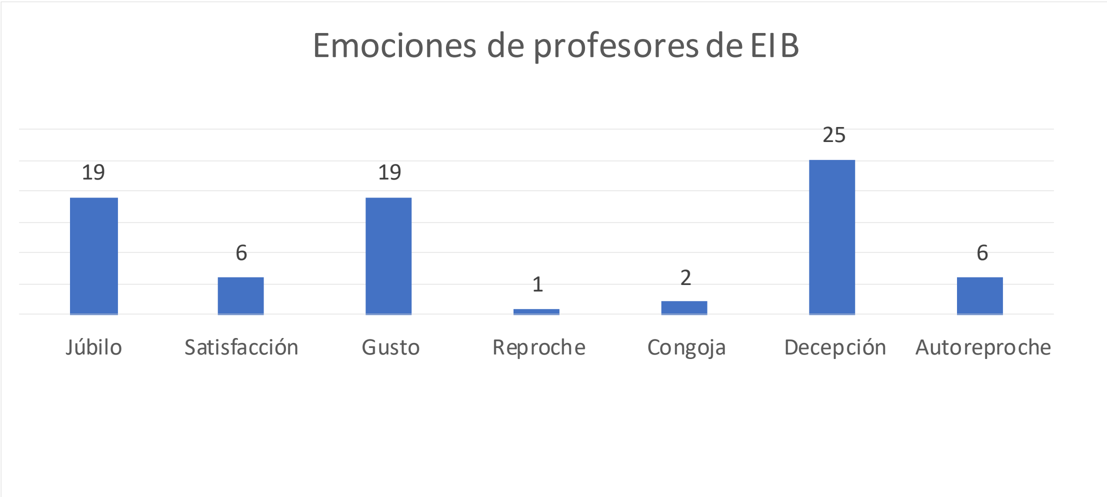


Figura 1. Frecuencia de las emociones experimentadas por los docentes de EIB. *Fuente*: elaboración propia.

La Tabla 3 detalla las situaciones desencadenantes de las emociones identificadas. Todas las situaciones las hemos agrupado en factores principales. A manera de ejemplo y para que el lector comprenda la tabla, diremos que las emociones de júbilo (contento por un acontecimiento deseable, definición OCC) se desencadenan por 4 factores, la lengua, el contexto, los estudiantes y la enseñanza de las matemáticas. Los profesores señalaron que se sienten contentos cuando sus estudiantes logran resolver los problemas planteados en aimara y castellano.

De igual manera se sienten contentos cuando los estudiantes comprenden los temas matemáticos mediante actividades contextualizadas como la venta, el trueque y el juego de canica, en general, cuando utilizan sus saberes ancestrales. Otro factor que les causa satisfacción es cuando se percatan de la motivación y el interés de los estudiantes por aprender matemáticas mediante las vivencias en labores de la comunidad, aunado a lo anterior, hubo profesores que declararon que su satisfacción en el aula es enseñar, debido al gusto que sienten por las matemáticas.

Tabla 3: Emociones y situaciones desencadenantes

Júbilo	*Lengua*: Cuando los estudiantes logran resolver problemas en aimara y en castellano. *El contexto*: La comprensión de los temas matemáticos a partir de prácticas culturales como la venta, el trueque, juegos de canica, y en general, a partir de sus saberes ancestrales. *Estudiantes*: La motivación y el interés por aprender matemáticas a partir de sus vivencias. *Enseñanza de las matemáticas*: Por gusto del profesor.
Reproche	*Estudiante*: Manifiestan vergüenza de comunicarse en aimara.
Satisfacción	*Lengua*: Que se hable aimara. *Alumnos*: Cuando participan en clase de matemáticas de forma creativa. *Planeación*: Cuando se alcanzan los objetivos planteados para la clase.
Congoja	*Alumnos*: Cuando no comprenden los temas. *Profesor*: Falta de capacitación en los nuevos enfoques de la EIB.

Decepción	*Didáctica*: No tener materiales didácticos aimaras. *Estudiantes*: El desinterés por las matemáticas y su rebeldía. *Padres*: Cuando hay rechazo a hablar en lengua aimara. *Colegas*: Cuando hay rechazo a hablar en lengua aimara. *Recursos didácticos*: La falta de recursos tecnológicos, computadoras, internet, material concreto.
Gusto:	*Lengua*: Recuperación de vocablos aimaras en unidades de medida. *Didáctica*: Trabajar en el contexto bajo proyectos. *Aplicación*: Ayudar a productores de la comunidad aimara a resolver problemas matemáticos. *Cultura:* Sentimiento profundo por la identidad de nuestra cultura andina.
Auto reproche:	*Profesor*: No poder ayudar a una alumna quechua que no comprendía las clases por el lenguaje.

Fuente: Elaboración propia.

Conclusiones

Los resultados encontrados, de manera general, coinciden con los reportados en García-González y Martínez-Sierra (2016) las emociones de los profesores, negativas y positivas, están en función de lo que los estudiantes pueden lograr, por ejemplo que comprendan los temas que se les enseñan, que pongan atención y muestren interés por las clases, que resuelvan problemas. De manera particular, los resultados dan a conocer la problemática relacionada al modelo de servicio al que pertenecen los participantes, la EIB, pues manifiestan júbilo cuando los estudiantes aprenden a comunicarse en aimara en la clase de matemáticas.

El problema del uso de la lengua originaria en la escuela tiene que ver con la experiencia negativa de los padres, que muchas veces fueron prohibidos de hablar en su lengua materna y sufrieron discriminación por expresarse en su idioma. Es por ello que hasta hace poco tiempo los padres de familia no deseaban que sus hijos aprendan en aimara, como se evidencia en las afirmaciones de los docentes.

El problema no solo se presenta en la lengua, sino en todas las manifestaciones culturales y saberes ancestrales de los pueblos originarios, conocimientos que fueron invisibilizados e ignorados por la cultura oficial y relegados al plano familiar (De Sousa, 2010; Peña-Rincón, Tamayo-Osorio, & Parra, 2015). Esa situación llevó a que los estudiantes de la educación rural e indígena tuvieran problemas en el aprendizaje de los conocimientos básicos. El ejercicio del derecho a la equidad en la educación y el respeto a la diversidad cultural, propugna el desarrollo de la EIB, al reconocimiento y revalorización de los saberes ancestrales de las poblaciones originarias.

Es por ello que otra de las situaciones desencadenantes que se resaltan es que los profesores en la clase de matemáticas se inclinan por resolver problemas dentro del contexto de la comunidad donde enseñan, utilizando los saberes cotidianos, lo que ocasiona que los aprendizajes se vuelvan cercanos y significativos para los estudiantes, coadyuvando todo ello a un mayor éxito en el logro de los aprendizajes deseados.

Referencias y bibliografía

Bekdemir, M. (2010). The pre-service teachers’ mathematics anxiety related to depth of negative experiences in mathematics classroom while they were students. *Educational Studies in*

Mathematics, *75*(3), 311–328. http://doi.org/10.1007/s10649-010-9260-7

Coppola, C., Di Martino, P., Pacelli, T., & Sabena, C. (2012). Primary teachers' affect: A crucial variable in the teaching of mathematics. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *17*(3–4), 101–118.

De Sousa, B. (2010). *Descolonizar el saber, reinventar el poder*. Montevideo: Trilce.

Di Martino, P., & Sabena, C. (2011). Elementary pre-service teachers' emotions: shadows from the past to the future. In K. Kislenko (Ed.), *Current state of research on mathematical beliefs* XVI (pp. 89-105). Tallinn University.

García-González, M. & Pascual-Martín, M. (2017). De la congoja a la satisfacción: el conocimiento emocional del profesor de matemáticas. *IE Revista de Investigación Educativa de la Rediech*, *8*(15), 133-148.

García-González, M. y Martínez-Sierra, G. (2016). Emociones en profesores de matemáticas: un estudio exploratorio. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 247-252). Málaga: SEIEM.

Hannula, M. S., Liljedahl, P., Kaasila, R., &Rösken, B. (2007). Researching relief of mathematics anxiety among pre-service elementary school teachers. In J.-H. Woo, H.-C. Lew, K.-S. P. Park, & D.-Y. Seo (Eds.), *Proceedings of 31st Annual Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1 (pp. 153–156). Seoul, Korea: PME.

Martínez-Sierra, G. & García González, M.S. (2014). High school students' emotional experiences in mathematics classes. *Research in Mathematics Education*, *16*(3), 234-250, DOI: 10.1080/14794802.2014.895676.

Ortony, A., Clore, G. L., & Collins, A. (1996). *The cognitive structure of emotions*. (J. Martínez y R. Mayoral, traductores). España: Siglo XXI. (Trabajo original publicado en 1988).

Peña-Rincón, P., Tamayo-Osorio, C. & Parra, A. (2015). Una Visión Latinoamericana de la Etnomatemática: Tensiones y desafíos. *RELIME*, *18*(2), 137-150. México.

Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. Lester (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 257–315). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Schutz, P., y Zembylas, M. (2009). Introduction to advances in teacher emotion research: The impact on teachers lives. En P. Schutz, y M. Zembylas (Eds.), *Advances in teacher emotion research: The impact on teachers lives*. New York: Springer.

Zembylas, M. (2005). Beyond teacher cognition and teacher beliefs: the value of the ethnography of emotions in teaching. *International Journal of Qualitative Studies in Education*, *18*(4), 465-487.

La competencia democrática desde ambientes de modelación matemática: reflexiones con estudiantes de grado quinto

Edna Paola **Fresneda** Patiño[1]
Colegio Técnico Menorah IED
Colombia
epfresnedap@gmail.com

Francisco Javier **Camelo** Bustos[2]
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Colombia
fjcamelob@gmail.com

Resumen

Discutimos en este documento el desarrollo y análisis de una práctica pedagógica que incorporara elementos de la perspectiva socio crítica de la modelación matemática para dar cuenta del desarrollo de la competencia democrática —caracterizada por la alfabetización matemática y el conocer reflexivo—. La propuesta se aborda con un grupo de estudiantes de grado quinto de un colegio —femenino— de carácter oficial de la ciudad de Bogotá a partir del estudio de asuntos relacionados con el medio ambiente. Ponemos en discusión cinco etapas que permiten desarrollar y analizar prácticas pedagógicas en ambientes de modelación matemática. Matizamos retos y posibilidades que experimentamos como docentes e investigadores al asumir el enfoque de la Educación Matemática Crítica en nuestro hacer y sentir como educadores matemáticos que le apostamos a la transformación social desde la escuela.

Palabras clave: modelación matemática, competencia democrática, alfabetización matemática, conocer reflexivo, perspectiva socio crítica, educación matemática crítica.

A manera de contextualización

“¿Cuánto demora en descomponerse una amistad?”

Nicolle, 11 años.

Desarrollar un ambiente de modelación matemática con estudiantes de grado quinto del Colegio Técnico Menorah IED, a partir del estudio de una situación que genere interés en las

[1] Magíster en Educación y Docente del Colegio Técnico Menorah IED.
[2] Doctor en Educación y Profesor de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

estudiantes, es uno de los retos que nos propusimos alcanzar, luego de que Paola —una de las autoras de este documento— finalizara sus estudios de maestría. Lo anterior en tanto una de las preguntas abiertas que nos generó su trabajo de grado (Fresneda & Sarmiento, 2018) se relaciona con las posibilidades de crear, reflexionar e investigar prácticas pedagógicas e investigativas en donde sea posible dar cuenta de la competencia democrática —caracterizada por el conocer reflexivo y alfabetización matemática— desde el estudio de una situación social que movilice las intenciones de la mayoría de las estudiantes en la clase de matemáticas.

Bajo el propósito anterior, y dado que Francisco —el otro autor de este documento— ha desarrollado trabajos sobre modelación matemática, decidimos incorporar resultados de investigación de este campo —tanto a nivel nacional (Camelo, 2017; Salazar, Mancera, Camelo, & Perilla, 2017) como internacional (Barbosa, 2004; Kaiser, & Sriraman, 2006; Araújo, 2009)— para crear espacios donde fuera posible que el grupo de estudiantes asumiera posicionamientos críticos que nos permitieran reflexionar sobre la pregunta que nos habíamos planteado.

Con el ánimo de poner en discusión ante la comunidad académica el trabajo que desarrollamos, en este documento presentamos, en un primer aparte, los entendimientos que incorporamos en torno de la modelación matemática. En un segundo momento, mostramos las comprensiones sobre competencia democrática que asumimos. Para, en un tercer apartado, describir y analizar la práctica pedagógica creada con las estudiantes. Finalmente damos cuenta de algunas conclusiones y reflexiones finales, producto del desarrollo de esta práctica pedagógica.

Marco de referencia

Modelación matemática

Partimos por reconocer que cuando nos remitimos a la modelación matemática en la educación matemática, nos estamos refiriendo a un concepto polisémico que adquiere significado para cada investigador de acuerdo a los marcos de referencia que asume y a los intereses que persigue (ver por ejemplo: Kaiser & Sriraman, 2006; Acevedo & Camelo, 2018). Para este trabajo aceptamos con Barbosa (2003) y Araújo (2009) que es posible en ambientes de modelación matemática contribuir al desarrollo de posicionamientos críticos en los estudiantes, por lo que nos alineamos con la perspectiva socio crítica de la modelación matemática.

Desde tal perspectiva se plantea que las prácticas pedagógicas deben iniciarse en discusiones a partir de problemas del día a día con origen en la realidad de los estudiantes, cuyo abordaje sea cuestionado y reflexionado colectivamente (Araújo, 2012). Además, Barbosa (2004) propone que tales problemas pueden ser definidos de tres maneras diferentes, a las que denomina caso 1, 2 y 3.

Para crear un ambiente de modelación desde el caso 1, el profesor asume la definición del problema a estudiar, su simplificación y recolección de datos, mientras el estudiante se limita a reflexionar el problema y encontrar una posible solución. En el caso 2, las responsabilidades del estudiante se amplían a la definición de problemáticas específicas en un marco de referencia que el docente propone, simplificando y recolectando datos para conducir a resultados (ver por ejemplo: Camelo, Perilla, & Mancera, 2016; Vanegas, & Camelo, 2018). En el caso 3, tanto la formulación como la simplificación, recolección de datos y búsqueda de soluciones son responsabilidad de los estudiantes, siendo el maestro un soporte para las gestiones y decisiones que se tomen (ver por ejemplo Camelo, 2017; Mancera, Perilla & Camelo 2017).

Bajo estos presupuestos, Salazar et al. (2017) y Camelo (2017) plantean el seguimiento de cinco etapas que recontextualizan desde Burak (1994) y a través de las que se: *i)* selecciona colectivamente un problema o tema a trabajar otorgando gran importancia al macro y micro contexto; *ii)* desarrolla una investigación exploratoria de esa temática o problema seleccionado; *iii)* levanta datos y delinean trayectorias de acción; *iv)* reinterpretan las situaciones soportadas en consideraciones matemáticas; y *v)* analizan críticamente los desarrollos planteados.

Con estas consideraciones decidimos crear un ambiente de modelación matemática y, a partir de su puesta en marcha, analizar si es posible contribuir al desarrollo de la competencia democrática, entendida como se explica a continuación.

Competencia democrática, conocer reflexivo y alfabetización matemática

Reconocemos con Skovsmose (1999) que la Educación Matemática Crítica —EMC— se preocupa por el desarrollo de una educación matemática que sustente la democracia. Lo que quiere decir que la micro sociedad del salón de clase debe encarnar aspectos democráticos en donde se desarrollen competencias que posibiliten interpretar y actuar en una situación social y política determinada. Aceptamos que la democracia no es una realidad efectiva sino un ideal que se quiere —o al menos se intenta— alcanzar.

En tanto que es un concepto abierto, no tenemos la intención de proporcionar una definición tajante, más bien queremos cuestionar la idea de que la democracia está solamente conectada con organizaciones formales y en expresiones como ”el gobierno es democrático”, “la escuela es democrática” o “el salón de clase es democrático”, pues de esta forma se retrata la creencia de que la democracia es externa a la gente —en el sentido en que reside solamente en organizaciones formales y no en las relaciones cotidianas entre las personas que la constituyen— (Skovsmose y Valero, 2012).

Es necesario enfocar la democracia en la esfera de las interacciones sociales; es decir, en aquella en la que día a día las personas se relacionan unas con otras para producir sus condiciones materiales y culturales de vida. Allí, la democracia representa una “manera de vivir”, una acción política abierta llevada a cabo por las personas en la entremezcla compleja de relaciones y procesos locales, nacionales, regionales y globales” (Held, 1995, p. IX; citado por Skovsmose y Valero, 2012).

Para caracterizar el desarrollo de la competencia democrática reconocemos que ésta se ejerce gracias a la alfabetización matemática (Skovsmose, 1997), y que ésta, a su vez, es necesaria para que se desarrolle el conocer reflexivo (Skovsmose, 1997). Desde la EMC, la competencia democrática requiere de la alfabetización matemática para caracterizar la habilidad de calcular y usar técnicas formales y matemáticas.

Como constructo radical enraizado en un espíritu de crítica y proyecto de posibilidad, le permite a personas participar en la comprensión y transformación de la sociedad, de forma que se convierte en una condición para la emancipación social y cultural (Skovsmose, 1997). Es decir, posibilita usar elementos de carácter matemático para interpretar, analizar y tomar decisiones frente a las problemáticas de la sociedad.

Ahora, entendemos el conocer reflexivo como la competencia necesaria para ser capaces de tomar una posición justificada en una discusión sobre asuntos sociales y políticos, lo que quiere decir que se requiere de esta competencia general para reaccionar como sujetos críticos en la sociedad actual (Skovsmose, 1999). Es necesario buscar esta competencia particular en términos de habilidades y disposiciones —más que como la existencia de un cuerpo de conocimiento explícito o autorizado— y, en consecuencia, entenderla como un proceso, por lo que se usan acepciones como “reflexiones”, “reflexionar” o “conocer reflexivo” a cambio del término “conocimiento reflexivo” en sí mismo.

Además, no puede olvidarse que para alcanzar el conocer reflexivo se requiere de la conjugación de los conocimientos matemático y tecnológico, que surgen en el trabajo que se realiza en el ambiente propuesto en la clase de matemáticas a partir del estudio de una situación social que pueda ser relevante para los estudiantes.

Descripción de la experiencia

El desarrollo del ambiente de modelación matemática que creamos junto al grupo de estudiantes de grado quinto de un colegio oficial de Bogotá, considera las siguientes etapas que recontextualizan Salazar et al. (2017) y Camelo (2017) para el desarrollo de tales ambientes.

i) **Escogencia del problema o tema a trabajar otorgando gran importancia al micro y marco contexto**

Al considerar que uno de los proyectos institucionales del Colegio se enfoca en el cuidado del medio ambiente, en tanto es una problemática social que convoca a su comunidad, decidimos plantear un ambiente guiado por lo que Barbosa (2004) denomina el caso 2. Para ello incorporamos un videoclip en el que un personaje se acerca a un río para dejar caer la basura que lleva en la parte trasera del platón de una camioneta, para posteriormente dirigirse a su vivienda y tomar una ducha; curiosamente, en lugar de agua le cae la basura que había arrojado al río.

Adicionalmente se proyectaron imágenes relacionadas con el tiempo que tardan en biodegradarse residuos que generalmente desechamos sin tener conciencia de su impacto para el medio ambiente. A partir de estas estrategias, que buscaban generar la discusión en las estudiantes frente a esta problemática, resultó interesante notar las reflexiones y comentarios que hacían desde su experiencia. Sin duda, había interés en ellas por este asunto, el cual no era ajeno a sus vivencias, fuera en el colegio o en casa, lo que mostraba un panorama alentador para el trabajo investigativo que se pretendía desarrollar.

Figura 1. Escogiendo un problema a abordar.

ii) Desarrollo de una investigación exploratoria

Con esta contextualización y la discusión en torno de la contaminación, propusimos a las estudiantes definir temáticas que les generaban interés, obteniendo diez opciones de trabajo. Posteriormente ellas elegían aquella sobre la cual deseaban investigar organizándose en pequeños equipos con afinidad de temáticas. Luego de asignar un nombre a su equipo de trabajo, plantearon una pregunta de investigación en relación a su tema de interés, que por supuesto no tuviera una respuesta inmediata y en torno a la cual se realizaría la investigación.

Se definieron estrategias que se debían tener en cuenta para el desarrollo de la investigación desde el cual era necesario indagar en distintas fuentes —internet, libros, periódicos, videos, noticias, imágenes, etc.—, hacer entrevistas a docentes, familiares o amigos que aportarán información nueva. Poner en discusión esa información recolectada para llegar a acuerdos, trabajar en el planteamiento o acercamiento a una posible solución a la problemática planteada y socializar el proceso de investigación para aprender del trabajo realizado por todos los equipos. Con estas pautas, las niñas se distribuyeron algunas funciones y tareas para consultar y seleccionar información que sería discutida y analizada por las integrantes en la siguiente sesión de trabajo.

Figura 2. Investigación exploratoria.

iii) Levantamiento de los datos y delineamiento de trayectorias de acción

Con la información consultada se realiza una discusión para analizar y organizar los datos en busca del delineamiento de reflexiones y reinterpretaciones. Para ello se posibilita el uso de computadores con conexión a internet para socializar e incluso consultar información adicional en relación con el interés de investigación que estaban abordando.

Es interesante notar la curiosidad que evidenciaron las estudiantes en las actividades que ellas mismas planearon para dar cuenta de su trabajo, los cuestionamientos que se generaron y las reflexiones que se van suscitando frente a la situación estudiada, teniendo en cuenta que en sus indagaciones preliminares se reconocen algunos indicios de elementos matemáticos que desde la alfabetización matemática se pueden transformar en argumentos y herramientas que empoderen sus decisiones, reflexiones y posturas en relación a la situación que han definido abordar.

iv) Reinterpretación de la situación soportada en consideraciones matemáticas y desarrollo del problema

Es importante resaltar que al iniciar este proceso de indagación las niñas daban algunas explicaciones a las problemáticas que estudiaron las cuales devenían o de la experiencia o de creencias culturales que son transmitidas sin mayores reflexiones; por lo que, incluso, tales explicaciones aparecieron en algunas ocasiones como mitológicas.

Sin embargo, con el desarrollo del ambiente de modelación, fueron fundamentando sus intervenciones, soportadas en las consultas que hicieron y en las matemáticas, lo que les permitió dar cuenta de, por ejemplo ¿cuántos árboles se necesitan para hacer el papel que una persona consume en una semana?, ¿cuánta basura produce un individuo en un determinado tiempo?, ¿cuánta contaminación produce una persona que ha fallecido?, ¿qué diferencias existen entre un relleno sanitario y un botadero de basura?, entre otras.

En el proceso de aproximación a las respuestas de estos cuestionamientos es posible reconocer indicios de la alfabetización matemática donde elementos de carácter matemático como proporciones, regla de tres, estimaciones de unidades de tiempo y masa, operaciones básicas, datos estadísticos toman lugar en proceso de interpretación de la problemática estudiada. De manera que las reflexiones o argumentos nuevos ya no provienen de la experiencia sino que se sustentan en las matemáticas como herramienta que permite tomar una postura crítica frente a situaciones sociales del contexto que nos convocan a todos.

Figura 3. Consolidación de información

v) Análisis crítico de los desarrollos encontrados

En el proceso de modelación matemática llevado a cabo por las estudiantes en relación a la contaminación y el cuidado del medio ambiente, en el que las preguntas orientadoras fueron formuladas por ellas mismas, resulto ser muy importante para los desarrollos que se buscan en la clase de matemáticas en relación al proyecto educativo institucional en el que es fundamental empoderar a la mujer en la transformación de su contexto inmediato.

A partir de la indagación que realizó cada uno de los equipos y el surgimiento de las matemáticas como parte de la respuesta a los cuestionamientos formulados, en los que la alfabetización matemática toma su lugar para convertirse en herramienta que fundamenta las reflexiones y comentarios de las estudiantes en relación a estas problemáticas sociales que debe ser estudiadas, comprendidas y repensadas por todos en la medida en que seamos conscientes de la manera en que esto nos afecta si no tomamos medidas que permitan preservar la riqueza de nuestro medio ambiente.

Sin duda, la alfabetización matemática y el conocer reflexivo tomaron lugar en el proceso de modelación matemática llevado a cabo por las estudiantes y esto permite caracterizar el desarrollo de la competencia democrática dado que han logrado establecer conocimientos y reflexiones nuevas que les posibilitan tomar una postura propia en relación al cuidado del medio ambiente y la contaminación desde la clase de matemáticas.

Figura 4. Socialización de avances

Conclusiones y reflexiones finales

De acuerdo al proceso que hemos observado durante el desarrollo del ambiente de modelación matemática, reconocemos un cambio en los roles, tanto de las estudiantes como de la docente, puesto que se ha posibilitado el espacio para que sean ellas mismas quienes formulen posibles preguntas de investigación y, a partir de ellas, exploren e indaguen en búsqueda de ideas que aclaren su conocimiento sobre las problemáticas estudiadas. En su rol de investigadoras, el cual han acogido con mucho entusiasmo, se evidencia que sus apreciaciones y/o declaraciones iniciales frente a los asuntos que se ponen en discusión provienen más desde sus creencias y experiencias, lo que requiere la caracterización de la competencia democrática.

Especialmente en las fases iv y v, se observan indicios de la alfabetización matemática en relación a los asuntos de investigación que cada equipo se formuló, reconociendo que en ellos emergen elementos de carácter matemático que les permiten un mejor análisis y comprensión de la información consultada en la que las intervenciones complementan la experiencia. En esta medida las estudiantes generaron un conocer reflexivo en relación al estudio del medio ambiente y las implicaciones de la contaminación, el mal uso de los residuos e incluso de nuestros recursos naturales dando más valor a las estrategias que se implementan en el colegio y en general en la comunidad en relación a las 3R —reducir, reutilizar y reciclar— dotándolas de sentido desde el proceso realizado en el ambiente de modelación desde la clase de matemáticas.

Desde la perspectiva socio crítica partimos por estudiar una situación social del entorno de las estudiantes en la medida en que se relaciona con sus prácticas y vivencias dado que es un proyecto que se trabaja en la institución y que sin duda mueve sus intereses y motivaciones, posibilitando que se desarrolle de manera un tanto más natural y espontánea, más no como una actividad impuesta por la docente en la rutina habitual de la clase. En este sentido, más que buscar el desarrollo de un contenido matemático, nuestra intención es posibilitar un ambiente de clase que permita, desde la clase de matemáticas, estudiar una situación social del contexto, a través de un ambiente de modelación matemática, donde emerjan la alfabetización matemática y el conocer reflexivo que caracterizan la competencia democrática al tomar posturas en relación a la problemática de la contaminación y el cuidado del medio ambiente apoyados por las matemáticas y la experiencia de la investigación.

Agradecimientos

Agradecemos muy especialmente a las estudiantes de grado quinto, jornada tarde —2018—, del Colegio Técnico Menorah IED por su enorme compromiso en el desarrollo de las actividades que dieron origen a esta reflexión y a las directivas de la institución por permitirnos pensar y desarrollar otros ambientes de clase que posibiliten cambios en la forma de concebir los procesos de aprendizaje propendiendo por el empoderamiento de la mujer y el estudio y transformación de las situaciones sociales del entorno.

Referencias y bibliografía

Acevedo, D., & Camelo, F. (2018). *Modelación matemática en el encuentro distrital de educación matemática: una revisión documental*. Presentado en Encuentro Distrital de Educación Matemática EDEM-5: «Reflexiones sobre la labor del profesor de matemáticas y estadística», Bogotá.

Araújo, J. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, 2*(2), 55-68.

Araújo, J. (2012). Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. *Boletim de educação matemática, 26*(43). Recuperado de http://www.redalyc.org/html/2912/291226275005/

Barbosa, J. (2003). *Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica.* En II Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Vol. 2 (pp. 1–13). Santos. Recuperado de http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/material/142008-11-01-15-44-48.pdf

Barbosa, J. (2004). Modelagem matemática: o que é? por qué? cómo? *Veritati, 4*, 73-80.

Burak, D. (1994). Critérios norteadores para a adoção da modelagem matemática no ensino fundamental e secundário. *Revista Zetetiké, 2*(2), 46-60.

Camelo, F., Perilla, W., & Mancera, G. (2016). Prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica con estudiantes de grado undécimo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 9*(2), 67-84.

Camelo, F. (2017). *Contribuciones de ambientes de modelación matemática a la constitución de la subjetividad política* (Doctorado). Universidad Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

Fresneda, E., & Sarmiento, S. (2018). *Desarrollo de la competencia democrática en la clase de matemáticas*. Tesis de maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá.

Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM, 38*(3), 302–310.

Mancera-Ortiz, G., Perilla-Triana, W. Y., & Camelo-Bustos, F. J. (2017). *El conocer reflexivo en un ambiente de modelación matemática*. Presentado en X CNMEM – Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: história, atualidades e projeções., Maringá, Brasil.

Salazar, C., Mancera, G., Camelo, F., & Perilla, W. (2017). *Una propuesta para el desarrollo de prácticas pedagógicas de modelación matemática en la perspectiva socio crítica*. En Encuentro Distrital de Educación Matemática EDEM-4 "Cultura, sociedad y escuela en la educación matemática del Distrito capital". Bogotá: Gaia.

Skovsmose, (1997). Competencia democrática y conocimiento reflexivo en matemáticas. *Revista EMA, 2*(3), 191-216.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Uniandes.

Skovsmose, O. y Valero, P. (2012). *Rompimiento de la neutralidad política*: El compromiso crítico de la educación matemática con la democracia. En P. Valero y O. Skovsmose (Eds.). Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (pp. 1-23). Bogotá: Uniandes.

Vanegas-García, D., & Camelo-Bustos, F. (2018). Contribuciones al desarrollo del pensamiento crítico en prácticas de modelación matemática: alzas en el SITP. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *11*(1), 211-233.

Desarrollo del pensamiento teórico de estudiantes de undécimo grado mediante un proceso de objetivación del concepto de límite de una función en un punto

Claudia Patricia **Quintero** Quintero
Facultad de Educación, Universidad de Antioquia
Colombia
claudia.quintero@udea.edu.co
Diana Victoria **Jaramillo** Quiceno
Universidad de Antioquia
Colombia
diana.jaramillo@udea.edu.co

Resumen

Presentamos resultados de una investigación realizada en el marco de un Doctorado en Educación, en la línea de Educación Matemática. El objetivo de esta investigación fue analizar el desarrollo del *pensamiento teórico* de estudiantes de undécimo grado, en un proceso de objetivación del *límite de una función* de variable real en un punto. El diseño metodológico lo realizamos desde un paradigma cualitativo, bajo un enfoque crítico-dialéctico. Se diseñaron e implementaron *Actividades Orientadoras de Enseñanza* enmarcadas en la *Teoría de la Actividad*. Cada una de las estudiantes protagonistas de la investigación en la dialéctica individuo/colectivo, desarrolló cierto nivel —inacabado— de *pensamiento teórico*. Un nivel que fue determinado, además, por las formas particulares de ser y conocer de cada estudiante y, por consiguiente, por sus formas particulares de tomar conciencia progresiva del objeto existente en la cultura.

Palabras clave: Teoría de la Actividad; límite de una función de variable real, conciencia.

Planteamiento del problema

La organización de los contenidos del currículo escolar bajo la influencia de la estructura formal del Análisis Matemático conlleva, en general, a la propensión del empleo memorístico de algoritmos para el cálculo del *límite*, mas no por la apropiación de su concepto. Este hecho se transforma en una problemática que se hace evidente en las dificultades a las que se enfrentan los maestros para la enseñanza de dicho concepto matemático y, especialmente, en las que se enfrentan los alumnos para su aprendizaje. En ese sentido, concordamos con Blázquez, Ortega, Gatica, y Benegas (2006) cuando plantean que el concepto de *límite* surgió históricamente de las matemáticas y no de la didáctica. Así, consideramos que el proceso de formalización del cálculo, consolidado por necesidades concretas en períodos históricos concretos, ha crecido con el avance de las matemáticas, pero al mismo tiempo ha interpuesto una distancia considerable entre objetos matemáticos –como el *límite de una función*, por ejemplo– y su aprendizaje por parte de los estudiantes del ciclo de enseñanza media, al ser llevado al aula sin adaptaciones curriculares pertinentes para su enseñanza en el contexto escolar.

Así mismo, coincidimos con Cantoral (1995) y Blázquez et al (2006) en que la incorporación del concepto de *límite* al currículo escolar conlleva a una serie de problemas teóricos y prácticos que deben discutirse desde otras apuestas epistemológicas, gnoseológicas, metodológicas y ontológicas a las tradicionales. Consideramos que dichas apuestas deben, además, estar dirigidas hacia una enseñanza que posibilite un aprendizaje con significado y sentido para los estudiantes de forma que, a su vez, fomenten el desarrollo de su *pensamiento* (en el sentido propuesto por Davidov (1988) y Kopnin (1978)).

Davidov (1988) afirma que en la escuela se practica una enseñanza que no propende por el *pensamiento teórico*. En su lugar, la escuela fomenta en los alumnos un *pensamiento empírico*. Es decir, un *pensamiento* que, al igual que el teórico, tiene formas específicas de generalización y abstracción, pero, en la mayoría de los casos, constituye obstáculos para la formación de conceptos. El mismo autor plantea cómo el contenido curricular y los métodos del sistema escolar tradicional en general, orientan la formación de los escolares hacia este tipo de *pensamiento* el cual dificulta la aproximación teórica de los estudiantes al saber.

En el sentido de lo expuesto anteriormente, la pregunta que orientó este proyecto de investigación fue: ¿cómo puede desarrollarse el *pensamiento teórico* de estudiantes de undécimo grado, en un proceso de objetivación del concepto de *límite de una función en un punto*?

Marco Teórico

Como parte del proceso de búsqueda de la respuesta a la pregunta de investigación de la tesis, abordamos un marco teórico que fue el resultado de un tejido entre la Teoría de la Objetivación (Radford, 2006, 2017, entre otros), el desarrollo del *pensamiento teórico* (Vigotsky, 1989, 1991; Kopnin, 1978; Davidov, 1988 y Moura, 2010) y el concepto de *límite de una función* real de variable real (Caraça, 1951; Laurentiev y Nikolski, 1976, entre otros). Este tejido estuvo basado en una fundamentación epistemológica perteneciente al materialismo histórico-dialéctico.

Comprendemos la objetivación, desde Radford (2006, 2017, entre otros) como un proceso social, dinámico, creativo y transformación, donde el aprendizaje surge desde las unidades dialécticas individuo/colectivo, individuo/cultura, cuando el sujeto "*toma conciencia progresiva"* (Radford, 2006, p. 116) de ese algo encontrado y lo dota de sentido.

Según Davidov (1988) contrariamente al *pensamiento empírico*, el *pensamiento teórico* posibilita al sujeto comprender la esencia del objeto estudiado mediante la elaboración de los datos observados dialécticamente. Esto es, hallar las conexiones internas de las propiedades de los objetos analizados, sus contradicciones y singularidades, como parte de un todo integrado. De esta forma, como lo expresa el mismo autor, en el *pensamiento teórico*, el concepto surge como un modo de actividad psíquica del sujeto que le posibilita la reproducción del objeto idealizado, develando su esencia.

El concepto de *infinitésimo* que propusimos a las estudiantes va en vía con los planteamientos de Cauchy y Caraça (1951). Esto es, el *infinitésimo* como una variable que toma valores sucesivos, tan cercanos "a cero cuánto se desee" (Caraça, 1951, p. 219). Como un instrumento de naturaleza dinámica que, por lo tanto, posibilita analizar la infinidad de estados posibles entre dos estados cualquiera de un fenómeno en movimiento. Desde nuestra postura ontológica, es esta la esencia del *infinitésimo* y por ende, fue a la luz de ella que analizamos su aproximación paulatina por las estudiantes protagonistas de la investigación. Las tres estudiantes se aproximaron al concepto de *infinitésimo* —cimiento del concepto de *límite de una función de variable real*— en imbricación con el concepto de vecindad. En esa misma línea, el concepto de *límite de una función en un punto* que pretendimos que las estudiantes visualizaran y apropiaran, paulatinamente fue, esencialmente el planteado por Caraça (1951). Es decir, el concepto de *límite* como un objeto matemático y como un método que posibilita entender la mutabilidad de los fenómenos. Esto es, el *límite de una función* en *un punto,* como un número resultante de la interdependencia del conjunto de las posibilidades de los valores de la *función* en la vecindad del punto de interés. Un resultado que conlleva un método dialéctico para determinar el estado del fenómeno estudiado, en interrelación con sus estados vecinos. Dialéctico, en primer lugar, porque contiene en sí mismo una de las categorías fundamentales de la dialéctica: el movimiento —en este caso, hallar el *límite de una función* mediante aproximaciones sucesivas— En segundo lugar, porque como método dialéctico posibilita explicar el fenómeno por medio de las concatenaciones de sus aspectos constitutivos. Esta concepción ontológica del *límite de una función,* lejos de ser una concepción simplista, se aparta del formalismo matemático contenido en la definición topológica o en la definición métrica de Weierstrass; un formalismo que puede dificultar la comprensión de su esencia en el nivel escolar de las protagonistas del estudio. Dicha concepción ontológica va en dirección a la planteada por Cauchy, la cual es, también, de carácter dinámico, lo que la puede hacer asequible para los estudiantes de nivel medio.

Diseño metodológico

Realizamos el presente estudio desde un paradigma cualitativo, bajo un enfoque crítico-dialéctico. A la luz del enfoque crítico-dialéctico nos basamos, en primer lugar, en el concepto de dialéctica asumido por Kopnin (1978). Para este autor la dialéctica se concibe como un método de conocimiento de la esencia de los fenómenos de la realidad; fenómenos –naturales y sociales – que están en permanente interrelación, movimiento y cambio. En segundo lugar, concebimos la relación sujeto/objeto de conocimiento, según los planteamientos de Sánchez (1998). Esto es, desde supuestos ontológicos y gnoseológicos, una relación que se entiende como unidad y no como relación bipolar.

Producción conjunta de registro y datos

Para esta, partimos de *Actividades Orientadoras de Enseñanza* (Moura, 2010) realizadas por tres estudiantes de undécimo grado de una institución de carácter oficial. Las *Actividades Orientadoras de Enseñanza*, propuestas por Moura (2010) y su equipo de colaboradores, se enmarcan en la *Teoría de la Actividad*. En este sentido, la *actividad* puede interpretarse como un proceso de humanización a través del cual, el sujeto identifica las necesidades que surgen de su relación con el entorno. En la *Actividad Orientadora de Enseñanza* tanto el maestro como el estudiante son sujetos de la *actividad* misma, pero con necesidades y, por ende, motivos diferentes. Mientras el maestro tiene la necesidad de enseñar, el estudiante tiene la necesidad de aprender, hecho que genera objetivos divergentes. La *Actividad Orientadora de Enseñanza* sugiere pensar, planear y desarrollar los encuentros en el aula de clase, de tal manera que se generen interacciones –entre el maestro y el estudiante– que posibiliten (re)significar el saber matemático socialmente construido. En esa línea, diseñamos ocho *Actividades Orientadoras de Enseñanza* como medio para el desarrollo del *pensamiento teórico* en el proceso de objetivación del *límite de una función* de las estudiantes y, a su vez, para la producción conjunta de registros y datos. Las ocho *Actividades Orientadoras de Enseñanza* fueron realizadas desde el mes de julio hasta el mes de octubre de 2017. Cada una de las *Actividades Orientadoras de Enseñanza* implicó dos sesiones mínimas. Además del tiempo requerido para el desarrollo en el interior de los grupos conformados por las estudiantes, cada *Actividad Orientadora de Enseñanza* tuvo un espacio de socialización grupal, acción que consideramos fundamental en el proceso de objetivación.

Análisis de los datos

Realizamos un estudio de casos, bajo las consideraciones de Yin (2010) y una triangulación entre los datos, nuestra mirada como investigadoras y el marco teórico para analizar los datos. En esa línea, analizamos el caso de tres estudiantes protagonistas de la investigación. Así, el objeto de estudio fue la manera en que las estudiantes desarrollaron el *pensamiento teórico* en el proceso de objetivación del concepto de *límite*, en el contexto escolar al que pertenecían. Las unidades de análisis fueron los enunciados (verbales y no verbales) de las estudiantes protagonistas de la investigación, presentes en las acciones realizadas por éstas en el desarrollo de las *Actividades Orientadoras de Enseñanza*.

Resultados

Para responder la pregunta de investigación establecimos dos categorías de análisis emergentes: "El Movimiento: Carácter indefectible de la naturaleza", y, "Límite de una Función real de variable real: Una manera particular de conocer la mutabilidad de los fenómenos". En estas categorías analizamos la manera en la que cada protagonista de la investigación, desde su modo particular de ser/aprender, fue aproximándose de forma paulatina al concepto de *límite de una función en un punto*. Consideramos que el grado de desarrollo del *pensamiento teórico* de las estudiantes protagonistas de la investigación, en su proceso de *objetivación* del *límite de una función*, se produjo en concordancia con el proceso socio-histórico del desarrollo del *pensamiento* del ser humano; esto es, a través de la *actividad —práctica y mental—*. Esta *actividad*, traducida al contexto escolar, corresponde a la *actividad pedagógica*, constituida por la *actividad* de enseñanza en dialéctica con la *actividad* de aprendizaje. En esa dirección, fueron las *Actividades Orientadoras de Enseñanza —enmarcadas en la Teoría de la Actividad—* las que posibilitaron a las estudiantes sumergirse en un proceso de *objetivación* de un objeto del saber matemático escolar.

Conocimiento del objeto a partir de su contemplación directa

En el desarrollo de algunas *Actividades Orientadoras de Enseñanza* las estudiantes establecieron una relación con el objeto de estudio en la que primaron juicios aislados, como resultado de una descripción superficial a partir de la interacción con éste. Tal relación se pudo evidenciar, por ejemplo, en la *Actividad Orientadora de Enseñanza* denominada "Análisis de la posición de un cuerpo en un instante dado". En ella, las estudiantes realizaron asociaciones simples de elementos que observaron en la manifestación del fenómeno (el desplazamiento de un cuerpo en una trayectoria rectilínea). Estas asociaciones se hicieron evidentes en expresiones verbales enunciadas por las estudiantes respecto a una de las acciones contenidas en la *actividad* en mención: "explica el desplazamiento del cuerpo (la burbuja) en la manguera":

> "*La burbuja tiene un movimiento que no es constante, pero es continuo*" (Eliza, "Análisis de la posición de un cuerpo en un instante dado", 21 de julio de 2017).

> *"La burbuja posee un movimiento rectilíneo variante, más o menos rápido"* (Dana, "Análisis de la posición de un cuerpo en un instante dado", 21 de julio de 2017).
> *"Esta tiene un movimiento rectilíneo variable"* (Ana, "Análisis de la posición de un cuerpo en un instante dado", 21 de julio de 2017).

El ejemplo anterior denota una aproximación de las estudiantes al fenómeno a partir de la mera percepción. En otras palabras, el tipo de *pensamiento* que emplearon las tres estudiantes fue un *pensamiento* de carácter *empírico*. Sin embargo, esto no fue un impedimento para que se interesaran por el estudio del objeto, o fenómeno y que, posteriormente, comenzaran a visualizar algunos de sus aspectos teóricos y a transformarlo como parte de una elaboración mental en sus conciencias.

El proceso de Objetivación del límite de una función en un punto

En los dos momentos principales de cada *Actividad Orientadora de Enseñanza* —al interior de los subgrupos conformados por las estudiantes con el fin de resolver las *actividades* propuestas, y en la socialización general de los resultados construidos por cada subgrupo— las estudiantes se aproximaron de forma paulatina al objeto de estudio, por medio de la interacción con sus compañeras de aula y con la maestra, a través de una relación dialógica. Esta relación posibilitó que las estudiantes se posicionaran en el proceso de aproximación a un concepto teórico preexistente en la cultura, constituido en un devenir histórico. Estos dos momentos estuvieron permeados por el trabajo colectivo en el que la voz del otro —maestra o compañera de la *actividad* de estudio— cobró un significado fundamental tanto en el proceso de desarrollo del *pensamiento* de las estudiantes, como en su proceso de objetivación del concepto *límite de una función.* Un ejemplo se encuentra en uno de los momentos de la *Actividad Orientadora de Enseñanza* denominada "¿Límite?" En ella, Ana le explicó a Dana la necesidad del uso del *infinitésimo* como parte de la solución al problema planteado en la *actividad*. Así, cuando Ana expresó el resultado de su reflexión, Dana logró ver lo que antes no había sido visible para ella. Es decir, cuando Dana enunció, *"¡Ah, claro, yo no había entendido! Es que no es el punto exacto, sino en la… vecindad. ¡Ay, claro!"*, su enunciado apareció como resultado de la influencia de la voz de Ana en su razonamiento. Es decir, el proceso de formación de conceptos en Dana —*infinitésimo y* vecindad— se encontraba en la categoría interpsíquica en la cual la colaboración de su compañera de *actividad* se volvió fundamental en la solución del problema y, por consiguiente, en su proceso de aprendizaje.

Las estudiantes se aproximaron al concepto de *infinitésimo* y de *límite* de una función de forma paulatina y, desde sus particularidades, mediante el desarrollo de las *Actividades Orientadoras de Enseñanza*. En el momento de la socialización de la *Actividad Orientadora de Enseñanza* "Análisis de la posición de un cuerpo en un instante dado", por ejemplo, las estudiantes dieron cuenta de su proceso de aproximación paulatina al concepto de *infinitésimo*, mediante enunciados verbales (y gestuales) como:

> *Ah, sí, sí. Si fuera un solo segmento, pues, no cambiaría, estaría ahí quieto…* (Ana, "Análisis de la posición de un cuerpo en un instante dado"-Socialización 28 de julio de 2017).
> *O sea, ¿qué es como una especie de variable, o…algo así?* (Dana, "Análisis de la posición de un cuerpo en un instante dado"-Socialización 28 de julio de 2017)
> *Sí. Es que… vea que según lo que usted dibujó ahí* [señalando la gráfica en la que resalté la variable] *se nota claramente que son todos esos números, pequeñitos que están en la*

> *vecindad del número y, obviamente, están cambiando* (Eliza, "Análisis de la posición de un cuerpo en un instante dado"-Socialización 28 de julio de 2017).

El concepto de *límite de una función* asumido en la investigación fue asequible para las estudiantes protagonistas; hecho identificado en sus procesos de *objetivación*, especialmente en los procesos de Eliza y Ana. Un ejemplo de lo enunciado se evidenció en la *Actividad Orientadora de Enseñanza* denominada, "Límite de una Función", y específicamente en la respuesta de la pregunta N°2 (la cual contenía la representación gráfica de la *función* a estudiar). La pregunta a la que hacemos alusión es, "¿Es posible hallar el valor de $f(0)$? Explica". Las respuestas de las tres estudiantes dieron cuenta del establecimiento de una relación entre el concepto de *función, infinitésimo* y *límite de la función* dada. Aunque en la pregunta problematizadora no era explícita la acción de hallar el *límite de la función* en el origen, las tres estudiantes emplearon dicho concepto —como aproximaciones sucesivas— como instrumento para hallar la solución a la situación. Las estudiantes, en el proceso de su búsqueda de la respuesta a la pregunta que motivó su *actividad mental*, visualizaron el objeto *límite* como un método para solucionar la situación matemática presentada.

Aproximación a un pensamiento teórico

El movimiento es concebido, desde el materialismo dialéctico, como la propiedad fundamental de la materia; la materia no puede ser concebida sin movimiento. En esa línea, una de las formas del movimiento es el mecánico, el cual puede ser estudiado a través del *límite de una función*. Esta forma de movimiento fue identificado por las estudiantes en *Actividades Orientadoras de Enseñanza*, como por ejemplo en la denominada "Determinación de la Posición de un Cuerpo en un Instante Dado". En esta, ante nuestra pregunta sobre sobre el fenómeno físico principal identificado por las estudiantes en el sistema burbuja-manguera, Eliza y Ana respondieron:

> *Es el movimiento…Porque es lo que estamos viendo. La burbujita se desplaza por la manguera (*Ana*, "Determinación de la Posición de un Cuerpo en un Instante Dado,"18 de julio de 2017)*
> *El movimiento de la burbuja…Porque es el cambio que la burbuja hace en su recorrido. En ningún momento, la burbuja para (*Eliza, "Determinación de la Posición de un Cuerpo en un Instante Dado,"18 de julio de 2017).

Ambas estudiantes identificaron el movimiento mecánico como fenómeno principal manifiesto en la *Actividad Orientadora de Enseñanza* en mención, lo que dio cuenta del reflejo del objeto en sus conciencias, como producto de su *actividad mental* en dialéctica con la *actividad práctica*.

En la última *Actividad*, "Límite de una Función en un Punto", en la situación N°5, tanto Eliza como Dana evidenciaron en sus operaciones dificultades para hallar la solución a la situación-problema planteada, debido, principalmente, a la falta de apropiación del establecimiento de relaciones de orden en la recta numérica. Contrariamente, Ana resolvió la situación denotando apropiación del concepto en mención.

Conclusiones

A partir de la triangulación que realizamos durante todo el proceso investigativo, podemos decir, en cuanto al proceso de desarrollo del *pensamiento teórico* de las estudiantes lo enunciado a continuación.

Dana dedujo nexos entre aspectos del *límite de una función*. Sin embargo, algunas de sus operaciones en la última *Actividad Orientadora de Enseñanza*, la cual tuvo un carácter de síntesis, no nos permite afirmar que Dana se haya apropiado de este concepto matemático. Es decir, que haya dotado de sentido el significado de *límite de una función* y lo haya empleado como medio de sus elaboraciones teóricas.

Aunque Eliza presentó dificultades en la solución de algunas situaciones-problema, contenidas en determinadas *Actividades Orientadoras de Enseñanza*, en general ella evidenció un proceso de toma de conciencia progresiva de la esencia del objeto cultural al que se aproximó. Las dificultades que referimos aquí obedecieron, principalmente, a la falta de apropiación de conceptos matemáticos que eran requisitos para la operatividad del *límite de una función.* Dificultades, principalmente, en operaciones algebraicas y en las propiedades de orden en el sistema de los números reales. Éstas se convirtieron, a su vez, en una forma de impedimento para aplicar correctamente el concepto de *límite* en situaciones que exigían su empleo. Sin embargo, durante todo su proceso de *objetivación*, a lo largo de la realización de las *Actividades Orientadoras de Enseñanza*, Eliza denotó algunas características del *pensamiento teórico* como la deducción de conexiones al interior del objeto (fenómeno/esencia, particular/general) y el uso consciente del *límite* como un método. El cálculo del valor resultante de la interdependencia del conjunto de las posibilidades del comportamiento de la *función* en la vecindad del punto de interés, Eliza lo halló mediante aproximaciones sucesivas, más, con la limitante mencionada anteriormente.

Ana interiorizó la esencia del objeto *límite* y la transformó en un concepto que, a su vez, empleó como medio para la solución de situaciones que contienen dicho concepto; Ana se apropió del concepto. De esta manera, ella dio cuenta de una aproximación a un *pensamiento teórico*, lo cual se evidenció, además de lo concluido en el párrafo anterior, *en* las *Actividades Orientadoras de Enseñanza* detalladas en la segunda categoría de análisis de esta tesis.

Desde el materialismo histórico-dialéctico, el desarrollo del *pensamiento* en general —y del *pensamiento teórico* en particular— no puede abordarse en términos absolutistas; admite gradaciones. Gradaciones (no lineales) que en el caso de esta investigación obedecieron, de un lado, al mismo carácter dialéctico del desarrollo de todo fenómeno —natural o social— y, de otro lado a las condiciones singulares de las tres estudiantes protagonistas de la investigación. Así, en sus procesos de toma de conciencia progresiva al objeto cultural, Eliza, Dana y Ana realizaron un movimiento de lo particular (cada aspecto del *límite de una función* contenido en cada situación desencadenadora de aprendizaje) a lo general (el uso del concepto de *límite* como método para resolver situaciones que lo contenían) y viceversa (especialmente Eliza y Ana). Así mismo, realizaron reflexiones que les posibilitaron hallar vínculos al interior del objeto matemático. Sin embargo, no nos es posible afirmar que las estudiantes, especialmente Dana, hayan alcanzado un “nivel superior” (Rubinstein, 1974, p. 444) en su *pensamiento teórico.*

Así entonces, tanto desde la concepción ontológica y epistemológica como desde el marco teórico que asumimos, consideramos que, aunque Dana evidenció reflexiones teóricas durante varias *Actividades Orientadoras de Enseñanza*, pensamos que en su *pensamiento* predominaron características de un nivel empírico. Contrariamente, Ana y Eliza, desde sus particularidades desarrollaron un nivel de *pensamiento teórico* que les posibilitó comprender elementos constitutivos del objeto de estudio, a través del desarrollo de la *actividad* de aprendizaje en que se sumergieron por medio de la realización de las *Actividades Orientadoras* *de Enseñanza*. Un nivel que, probablemente, les posibilite aproximarse conscientemente al lenguaje formal del *límite de una función*, posteriormente, en un contexto que lo demande.

Desde nuestros presupuestos ontológicos, gnoseológicos y epistemológicos, identificamos la importancia de transformar nuestras prácticas de enseñanza de las matemáticas (la de otros maestros y también la nuestra) en otras que generen, a su vez, una transformación del *pensamiento* de nuestros estudiantes. Prácticas, como parte de la organización de nuestra *actividad* de enseñanza, que viabilicen el desarrollo de un *pensamiento* que trascienda de la generalización empírica —producto de establecimiento de relaciones mediante la sola percepción— hasta el desarrollo de un *pensamiento* que posibilite un análisis dialéctico del objeto o fenómeno a ser aprendido; esto es, hacia el desarrollo de un *pensamiento teórico*.

Referencias y bibliografía

Blázquez, S., Ortega, T., Gatica, S., y Benegas, J. (2006). Una conceptualización de límite para el aprendizaje inicial de análisis matemático en la universidad. *Relime*, *9*, (2) pp. 189-209. Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362006000200002

Cantoral R (1995). Hacia una didáctica del Cálculo basada en la Cognición. En: *Antologías-I Publicaciones Centroamericanas*, *7*, 1-24.ISBN:9977-64-769-0 Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/263010052_Hacia_una_didactica_del_calculo_basada_en_la_cognicion

Caraça, B de J. (1951). O Método dos Límites. En: *Conceitos Fundamentais da Matemática* (pp. 213-227). Lisboa: Livraria Sá Da Costa.

Davidov V. (1988). *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico*. Investigación psicológica teórica y experimental. Moscú: Progreso.

Kopnin, P.V. (1978). *A Dialéctica como lógica y teoría do conhecimento*. Río de Janeiro: Civilização Brasileira.

Laurentiev, M. A y Nikolski, S.M (1976). Límites. En A. D. Aleksandrov. (Ed). *La Matemática*: su contenido, métodos y significado (pp. 108-117). Madrid: Alianza Editorial.

Moura, M. O. (2010). *A atividade pedagógica na teoría histórico-cultural*. Brasilia: Liber Livro.

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de objetivación. *Revista latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *Número Especial*, 103-129.

Radford, L. (2017). Aprendizaje desde la perspectiva de la teoría de la objetivación. En: D'Amore, B. y Radford, L. *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos (pp. 115-136). Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Rubinstein, S.L. (1974). *Principios de psicología general*. México, D.F: Grijalbo S.A

Sánchez, S. (1998). *Fundamentos para la investigación educativa*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.

Vigotsky (1989). La génesis de las funciones psíquicas superiores. En *El Proceso de formación de la psicología marxista* (pp. 138-155). Moscú: Rusia. Editorial Progreso.

Vigotsky, L. S. (1991). *A Formação social da mente*. São Paulo, Brasil: Martins Fontes Editora Ltda.

Yin, R.K. (2010). *Estudo de caso*: planejamento e métodos. Bookman: Sao Paulo.

XV CIAEM
Medellín - Colombia
5 - 10 mayo/maio/may 2019
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference on Mathematics Education
Universidad de Medellín
Universidad de Antioquia

Antecedentes, intenciones y porvenires en el Colegio Sierra Morena IED: Un pretexto para desarrollar un ambiente de Modelación Matemática desde la perspectiva socio crítica

Claudia María **Arias**-Arias[1]
Universidad Distrital Francisco José de Caldas y Secretaría de Educación del Distrito
Colombia
cmariasa@correo.udistrital.edu.co

Julieth Marcela **Tamayo**-Cárdenas[2]
Universidad Distrital Francisco José de Caldas y Secretaría de Educación del Distrito
Colombia
jmtamayo@correo.udistrital.edu.co

Francisco Javier **Camelo**-Bustos[3]
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Colombia
fjcamelob@udistrital.edu.co

Resumen

En este artículo hacemos una descripción y contextualización inicial del proyecto de investigación a desarrollar en el marco de la Maestría en Educación con énfasis en educación matemática en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. La intención es mostrar las características que reúnen las situaciones de frontera (Skovsmose, Scandiuzzi, Valero & Alrø, 2011), para posibilitar reflexiones sobre el rol del docente en la identificación de tales situaciones y en la caracterización del contexto como una oportunidad para desarrollar ambientes de Modelación matemática, donde los contenidos matemáticos son mediadores para una mirada reflexiva y crítica del contexto socialmente relevante en que se desenvuelven los estudiantes.

Palabras clave: Educación Matemática Crítica, situaciones socialmente relevantes, situación de frontera y Modelación matemática.

[1] Estudiante de Maestría en Educación y Docente del Colegio Sierra Morena IED.
[2] Estudiante de Maestría en Educación y Docente del Colegio Sierra Morena IED.
[3] Doctor en Educacion y Profesor en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Desde la montaña

En la localidad de Ciudad Bolívar en Bogotá —Colombia— se concentra el 8,7% de la población del Distrito Capital, la cual proviene de diferentes lugares del país (Secretaría de Planeación Distrital, 2015). Allí existe una alta percepción de pobreza, donde los ingresos no superan el valor de la canasta básica familiar[4] y algunas viviendas no cuentan con los servicios públicos elementales —agua y alcantarillado, gas y energía eléctrica—, incluso, menos de un tercio de los hogares posee computador y acceso a internet.

En el año 2015, las autoras de este documento comenzamos la experiencia de ser docentes en el Colegio Sierra Morena IED, ubicado en esta localidad. Allí se acoge a más de 2000 estudiantes distribuidos en tres jornadas —Mañana, Tarde y Fin de Semana— y cuatro sedes educativas localizadas en barrios aledaños —Santo Domingo, Santa Viviana, Potosí y Divino Niño—.

Figura 1. Colegio Sierra Morena IED

La jornada comienza a las 12:15 pm y termina a las 6:15 pm en la sede A del barrio Santa Viviana, construido en la cima de una montaña con climas variados y oleadas de viento que se combinan con un frio pellizcador —ver figura 1—. La ruta de acceso al colegio depende del transporte público en Bogotá. El tiempo de trayecto de la avenida principal —“El cruce”— a la entrada de la institución es incierto, puesto que el transporte es escaso para el sector. Por tanto, coexisten transportes informales de los que hacemos uso frecuentemente —pequeños

[4]Segun el portal web Finanzas Personales, en Colombia la canasta familiar está compuesta por los bienes y servicios básicos que necesita una familia de forma habitual. Para el año 2017, el DANE publicó que un hogar compuesto por 4 personas esta fuera de la escala de la pobreza sí sus ingresos son iguales o mayores a $1´002.480 para que garanticen una canasta básica de bienes alimentarios y no alimentarios, lo que significa que una persona podría sobrevivir al día mínimo con $8.354 (Vale la pena mencionar que el salario mínimo mensual para el año 2018 es de $781.242).

automóviles con 5 pasajeros —sin sumar al conductor— a una tarifa de $1300. Día a día hemos presenciado hurtos, agresiones entre estudiantes y consumo de sustancias psicoactivas que difícilmente la policía consigue evitar, a pesar de realizar el acompañamiento ante los llamados de los miembros de la institución educativa.

No obstante, desde la cima de la montaña contamos con una hermosa vista de la ciudad, los arcoíris se observan en todo su esplendor y las puestas del sol hacen parte de toda una gama de colores. Durante estos tres años de prácticas educativas hemos identificado en las aulas diversidad de estudiantes provenientes de distintos lugares del país o de países vecinos —Ecuador y Venezuela, principalmente—, cada uno de ellos con estilos de vida propios y particulares que nos han impulsado el pensar y reflexionar en una enseñanza y aprendizaje más humanizado, más atento al contexto, basado en el afecto y en la esperanza de apoyar la construcción de un proyecto de vida en nuestros estudiantes.

Sin embargo, hemos sido participes de reflexiones en diferentes espacios institucionales donde se discute acerca de las causas por las que los estudiantes presentan *aparentemente bajo desempeño* en diferentes áreas, destacando, particularmente en matemáticas, que para algunos docentes: i) el contexto —poco acompañamiento de los padres de familia, mal manejo de las tecnologías, presencia de microtráfico, pandillas o grupos al margen de la ley, recursos económicos, etc.— es un obstáculo para el "*buen*" desarrollo de las actividades escolares; ii) el aprendizaje de las matemáticas adquiere un sentido y significado alrededor de un proceso instrumental (Skovsmose et al., 2011), por lo que es poco probable que los estudiantes relacionen sus actividades en el aula de matemáticas con características específicas de su contexto y sus porvenires; y iii) la enseñanza de las diferentes asignaturas se encuentra aislada y no se evidencia un interés por articular el desarrollo de situaciones que partan de las intenciones de los estudiantes considerando sus antecedentes y porvenires.

Ante el anterior panorama, nos preguntamos cómo desde las clases de matemáticas podemos aportar en la reflexión que deben hacer los estudiantes de la IED Sierra Morena para entender su contexto y ofrecer alternativas de transformación que conduzcan a la construcción colectiva de una sociedad más humana. Parafraseando a Gustein (2006, p. 4), cómo preparar a través de la educación matemática a nuestros estudiantes para desarrollar en ellos herramientas que les posibiliten investigar, criticar y transformar la injusticia, los actos y estructuras opresivas —esto es, "leer y escribir el mundo" con las matemáticas—.

¿Por qué pensar en una EMC?

Adoptar los planteamientos de la Educación Matemática Crítica [EMC] como la lectura y escritura del mundo soportado en unas matemáticas que toman situaciones de la cotidianidad en diferentes grupos de estudiantes —con riesgo social, con puestos cómodos, adultos, universitarios, entre otros—, muestra la gama de interpretaciones que lleva a la EMC a pensar en la diversidad y en la necesidad de empoderamiento, justicia social y autonomía que no debe interpretarse únicamente en términos sociopolíticos sino también en términos de experiencias personales (Skovsmose, 2016). Esto es, interpretar y reconocer como docentes de un colegio del sector público de Bogotá —Colombia—, características particulares del contexto que involucren experiencias, sentires y porvenires de los estudiantes.

El Colegio Sierra Morena IED posee características específicas en su contexto, y de este existen múltiples maneras de reconocer situaciones que llegan a ser socialmente relevantes para nuestros estudiantes. Entendemos situaciones socialmente relevantes como el conjunto de situaciones de los estudiantes que incorporan las experiencias, vivencias, intenciones, porvenires, diversidades culturales, aspectos socio políticos del entorno, emociones y diálogos que emergen en sus espacios de interacción (Mancera, Camelo, Salazar, & García, 2014) y que por tanto privilegian situaciones cercanas a la vida de los miembros de una comunidad y que son de orden social, político y económico, con sus procesos históricos que le otorgan significado (García, Valero, Salazar, Mancera, Camelo, & Romero, 2013).

De estas situaciones, las matemáticas podrían surgir como herramientas que favorecen en los estudiantes apropiarse de estas y que les permite tomar una postura reflexiva y crítica. Por lo tanto, nuestra tarea como docentes —en la etapa inicial del proyecto de investigación— se encaminó en aprovechar todos aquellos espacios de interacción en los que se vislumbre situaciones particulares que afecten directamente a los estudiantes y sean de su interés para abordarlas y reflexionarlas soportados en las matemáticas.

En este contexto, cada viernes, dos horas antes de iniciar la jornada escolar esperamos en la puerta del colegio a los estudiantes de grado séptimo, a quienes hemos invitado a participar de manera voluntaria en encuentros alrededor de juegos o actividades que involucren el pensamiento lógico–matemático. Nuestro propósito es reconocer en ellos los aspectos que los interesaron a vincularse al grupo y negociar un camino de construcción colectiva del conocimiento soportado en las matemáticas a partir de sus intenciones —y no es propósito el abordar las dificultades cognitivas que presentan durante las clases de matemáticas habituales—.

Evidenciamos la importancia del contexto de cada estudiante al querer reconocer los motivos que los impulsaron a participar y al reflexionar sobre aquellos estudiantes que decidieron no asistir, puesto que el contexto lo entendemos como “la serie de circunstancias que rodean un evento” (Valero, 2002, p. 50) y que pueden detonar en los estudiantes sentires que los mueve y los estimula a participar —ya sea porque son atraídos por las matemáticas o como una oportunidad de salir de casa, entre otras—.

Además, como el contexto proporciona a los estudiantes la necesidad de afrontar los problemas y establece conexiones con lo que ya conocen —conocimiento matemático u otro— se aumentan las posibilidades de asimilar y reorganizar su pensamiento (Valero, 2002). Por lo que las conversaciones grupales que se dan en los Encuentros Matemáticos Alternativos [EMA] desde *entre-vistas semiestructuradas* como los medios que permiten entre-ver juntos (Kvale, 2011), reflejan aquellas necesidades, intereses e intenciones de los estudiantes para reconocer situaciones de su contexto y abordarlo desde el conocimiento matemático.

El estudiante al abordar su contexto y reflexionarlo, abre posibilidades para constituirse como un sujeto crítico que acciona desde unas intenciones y unas disposiciones. Las intenciones son entendidas como las guías para la acción que provienen de una habilidad y sus disposiciones compuestas por los sucesos históricos que caracterizan al sujeto —Antecedentes— junto con las posibilidades que él mismo visualiza ante su situación social —Porvenires— (Skovsmose, 1999).

Por lo anterior, nos reconocemos con algunos de los planteamientos que hace Guba y Lincoln (1994) con respecto al paradigma de investigación de la teoría crítica, puesto que se analiza la realidad desde la subjetividad y los valores del sujeto de quien la estudia, teniendo en cuenta aspectos históricos, políticos, económicos, sociales, éticos y culturales cuyos hallazgos están mediados a través de discusiones dialógicas y críticas.

"Prefiero estar en el colegio que en la casa"

Una vez involucrados en las conversaciones del grupo EMA, uno de los objetivos es hacer que las interacciones entre los estudiantes sean más espontáneas, permitiendo reconocer las intenciones que los impulsan a asistir al colegio en un horario diferente a su jornada escolar, de manera voluntaria y sin el condicionamiento de obtener alguna calificación extra.

Por medio de la reflexión a registros de audio identificamos aspectos que resaltan en los estudiantes sus intenciones a asistir a EMA, y que no se separan de manera radical del interés por aprender matemáticas.

> ***PROFE JULIETH:*** *Bueno, ya que estamos poco a poco formalizando nuestros encuentros, nosotras no pretendemos que nuestros encuentros sean propiamente un Club matemático, sino obviamente [Angie interviene diciendo "de lo que salga"] exacto, como que sean unos encuentros, unos conversatorios en los que, pues nosotras podamos trabajar cosas que a ustedes les interese y pues sí se dan las matemáticas perfecto y si no pues no. Entonces, tal vez ustedes venían con la intención de un Club matemático —ósea vamos a trabajar matemáticas—.*
> ***LUISA****: Interviene diciendo: "Yo venía por no quedarme en mi casa" [Risas].*
> ***PROFE JULIETH:*** *¿Cómo, tú venías por qué?*
> ***LUISA:*** *[Risas] Por no quedarme en mi casa [más risas].*
> ***PROFE JULIETH:*** *¿Luego qué pasa en tu casa?*
> ***ANGIE****: Es que el problema, es que uno en la casa se aburre haciendo nada, mientras que acá al menos conoce gente nueva y [...].*
> ***LUISA:*** *[Hablando al mismo tiempo] Yo me aburro mucho. Acá al menos usted comienza a recochar.*
> ***JULIAN:*** *La casa es muy aburrida*

Del diálogo anterior se evidencia un bajo deseo de algunos estudiantes en estar en su casa y la preferencia en asistir a actividades como las del grupo EMA, manifestando que la casa no proporciona una diversión o atracción para ellos, que posiblemente el colegio si podría ofrecer. Es así, como emerge la necesidad de indagar por aquellos aspectos que hacen parte de sus antecedentes pensando en especificidades de sus hogares y del barrio en el cual transitan a diario y que contribuye a sus disposiciones.

"Uno camina con terror en las calles"

Los conflictos o situaciones que se presentan en la localidad Ciudad Bolívar hacen que los barrios pertenecientes a esta localidad sean reconocidos por los habitantes de la ciudad como focos de inseguridad, expuestos frecuentemente en noticias por los medios de comunicación. Ante esto, los estudiantes ven con suma naturalidad los puntos de expendio de estupefacientes u "ollas", hurto de celulares, asesinatos, peleas callejeras y poco respeto por la autoridad policial — considerados como una persona del común, pero con un uniforme—. Todas estas, generan reacciones por el cuidado de sí mismo en no oponer resistencia, en *"no dar papaya"* y en no confiar o esperar que la policía actúe para la comunidad.

> ***PROFE JULIETH**: ¿Para ustedes es muy natural este tipo de corrupción, de consumo de drogas, de asesinatos, de atracos, es muy natural? ¿Es pan de cada día?*
> ***LUISA:** [entre risas] De drogas no.*
> ***TODOS**: Si, si.*
> ***PROFE JULIETH:** ¿En cierto modo, ustedes creen que les afecte en sus vidas este tipo de naturalidad en el barrio?*
> ***TODOS:** Claro, obvio.*
> ***KAREN**: Uno camina con terror en las calles.*
> ***ANGIE:** Porque uno no sabe.*

Este tipo de manifestaciones son similares a un contexto con condiciones y características de una *situación de frontera*, entendida tal situación como el "espacio relacional en el que los individuos ven claramente su entorno social y donde, dada su posición en tal entorno, tienen que encarar las múltiples encrucijadas y dilemas que la diversidad cultural y económica les presentan y les hacen evidente" (Skovsmose, Scandiuzzi, Valero, & Alrø, 2011, p. 103). Estos mismo autores destacan, a través de entre-vistas, como este tipo de encrucijadas son motivos que influyen en el aprendizaje de las matemáticas y en los sentires de los estudiantes que viven en las favelas de la ciudad de Säo Paulo —Brasil—.

Afirmaciones como *"Quiero llegar lejos", "Quiero entrar a la universidad", "Quiero viajar, conocer Colombia", "Voy a trabajar y ahorrar para..."*, entre otros, son aspectos relevantes que dan cuenta de los porvenires de los estudiantes pertenecientes al grupo EMA, puesto que visualizan un futuro ante su situación social actual, tomando como referentes sus familiares o personas cercanas que han venido construyendo una vida laboral, profesional y que manifiestan un *"vivir bien"*.

Además, los estudiantes nos manifiestan que las matemáticas son útiles y que de alguna manera les podrían permitir alcanzar aquellas metas, ya sea para acceder a una universidad por medio de una examen de admisión, para administrar los bienes que consigan en un futuro, para desempeñarse en determinado campo laboral o simplemente para *"no dejarse tumbar en la tienda del barrio"*.

Lo anterior, nos permite reflexionar y pensar en desarrollar una Educación Matemática que ofrezca este tipo de oportunidades. Además de posibilitar espacios en donde sea posible contribuir a la constitución como sujetos críticos, dentro de una sociedad que relacione su contexto, sus intenciones y disposiciones con el deseo de actuar en la búsqueda de un cambio social de forma colectiva.

Situaciones socialmente relevantes

Caracterizando el contexto de los estudiantes pertenecientes al grupo EMA, los espacios de interacción vislumbran situaciones que son socialmente relevantes tales como la inseguridad, la corrupción y encuentros alternativos distintos al aula para el fortalecimiento del aprendizaje, que desde el diálogo y la negociación podrían ser pretexto para que todos los participantes definamos cuales podrían llegar a ser abordadas y reflexionadas con el apoyo o soporte de las matemáticas.

Este tipo de acciones se hacen con la intención por generar escenarios que relacionen el lenguaje matemático con la conexión que establecen los estudiantes entre el contexto y el compromiso del conocer reflexivo. Lo anterior, reconoce los constructos para identificar que se manifiesta una EMC, ya que las situaciones socialmente relevantes definen una crisis, una actitud crítica y un interés por buscar alternativas de transformación (Skovsmose, 1999).

Por tanto, indagar en el contexto de los estudiantes, a través del diálogo en entre-vistas permite identificar sus antecedentes, intenciones y porvenires para visualizar situaciones que son socialmente relevantes. Tales situaciones serán, entonces, el pretexto para la creación de un ambiente de modelación matemática —ubicados en la perspectiva crítica—, puesto que se enfoca en el trabajo en grupos a partir de un problema con origen en la realidad, en el día a día, cuyo abordaje sea cuestionado y reflexionado colectivamente (Araújo, 2012) para orientar a los estudiantes en tomar un distanciamiento crítico y comprendan el papel socio-cultural de las matemáticas dentro de la sociedad (Barbosa, 2004).

Reflexiones finales

En el camino investigativo nos surgieron los siguientes cuestionamientos: ¿Cómo reconocer situaciones socialmente relevantes para los estudiantes?, ¿Por qué pensar en un ambiente de modelación matemática como alternativa de trabajo pedagógico?, ¿Qué características debe poseer un ambiente de modelación matemática?

Tales preguntas determinan una extensa y constante reflexión como docentes alrededor del objetivo por desarrollar un ambiente de modelación matemática en la perspectiva socio crítica a partir de las situaciones que son socialmente relevantes para los estudiantes, pues hemos evidenciado que el docente necesita caracterizarse con unas acciones, intenciones y disposiciones que lo permean en su práctica educativa. Es decir, que el docente sería:

- Un sujeto sensible al reconocer la subjetividad de sus estudiantes, sus experiencias y su entorno.
- De mente abierta, porque esta presto a comprender cualquier aspecto o situación que emerja dentro de las interacciones con los estudiantes, que puede alejarlo de su zona de confort o de sus antecedentes en las prácticas educativas y donde los aspectos sociales anteceden a los conocimientos matemáticos.
- Observador, dialógico y negociador cuando se inquieta por una EMC que reúna el contexto, los antecedentes, las intenciones y los porvenires de sus estudiantes y que sirvan para la creación de ambientes de aprendizaje.
- Innovador al reconocer y comprender que la Modelación matemática permite propiciar ambientes de aprendizaje que se articulen con la EMC, y que construye procesos de participación donde los estudiantes colectivamente problematizan situaciones socialmente relevantes y reflexionan sobre el papel sociocultural de la matemática.

Referencias y bibliografía

Araújo, J. (2012). Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. *Boletim de Educação Matemática*, *26*(43), 839–859. Recuperado de http://www.scielo.br/pdf/bolema/v26n43/05.pdf

Barbosa, J. (2004). Modelagem Matemática: ¿O que é? Por que? Como? *Veritati*, *4*, 73–80. Recuperado de http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf

García, G., Valero, P., Salazar, C., Mancera, G., Camelo, F., & Romero, J. (2013). *Procesos de inclusión y exclusión*. Subjetividades en educación matemática (Primera). Colombia: Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/281438062_Procesos_de_inclusion_exclusion_Subjetividades_en_educacion_matematica

Guba, E., & Lincoln, Y. (1994). Paradigmas en pugna en la investigación cualitativa. En N. Denzin & Y. Lincoln (Eds.), A. Goñi (Trad.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 105–117). London. Recuperado de https://es.scribd.com/doc/35269285/Guba-Lincoln-Paradigma-en-Pugna

Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the WORLD with MATHEMATICS*. New York: Routledge.

Kvale, S. (2011). *Las entrevistas en investigación cualitativa*. Madrid: Ediciones Morata.

Mancera, G., Camelo, F., Salazar, C., & García, G. (2014). Aspectos políticos y críticos en las prácticas de modelación matemática escolar. *Encuentro Distrital de Educación Matemática*, *1*, 292–307. Recuperado de http://comunidad.udistrital.edu.co/edem/files/2014/12/MEMORIAS-EDEM-1.pdf

Secretaría de Planeación Distrital. (2015). *Caracterización del sector educativo Localidad de Ciudad Bolívar año 2015* (pp. 1–10). Bogotá, Colombia. Recuperado de http://www.educacionbogota.edu.co/archivos/SECTOR_EDUCATIVO/ESTADISTICAS_EDUCATIVAS/2015/19-Perfil_localidad_de_Ciudad_Bolivar.pdf

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. (P. Valero, Trad.) (Una empresa docente). Dordrecht; Boston: Kluwer Academic Publishers. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/673/1/Skovsmose1999Hacia.pdf

Skovsmose, O. (2016). What could critical mathematics education mean for different groups students? *For the Learning of Mathematics*, *36*(1), 2–7. Recuperado de http://vbn.aau.dk/files/273291195/What_Could...Ole_Skovsmose.pdf

Skovsmose, O., Scandiuzzi, P. P., Valero, P., & Alrø, H. (2011). Aprender matemáticas en una posición de frontera: los porvenires y la intencionalidad de los estudiantes en una favela brasilera. *Educación y Pedagogía*, *23*(59), 103–124. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4156581

Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante*, *11*(1), 33–40. Recuperado a partir de https://www.researchgate.net/publication/28143807**2**

Viaje hacia el pasado: multiplicación

Fabiola **Delgado Navarro**
Universidad Nacional Costa Rica
Costa Rica
anadelgado15@gmail.com

Marianella **Jiménez Fernández**
Costa Rica
nelajimfer@gmail.com

Resumen

La visión de la etnomatemática sobre los ábacos permite una enseñanza y aprendizaje cultural en las matemáticas que busca estudiar y conocer los ábacos realizado en el siglo XVII por el Matemático John Napier. Son métodos distintos de realizar operaciones básicas como multiplicaciones de manera llamativa para los estudiantes. Permite a los estudiantes cálculos mentales mucho más rápido que manipulando la calculadora, es una forma diferente para enseñar las operaciones básicas a los estudiantes utilizando el ábaco.

Palabras claves: Ábaco, Multiplicación, Regletas, Napier, etnomatemática.

Marco Teórico

Según Ortiz (2004) "las etnomatemáticas analizan los aspectos antropológicos, históricos, geográficos, y psicofilosóficos que inciden en el desarrollo del conocimiento matemático" (p.3), lo que permite ver las matemáticas de manera dinámica y hacer conexiones con otras culturas para un mejor aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.

Tradicionalmente y en la mayoría de los casos, la enseñanza de las Matemáticas ha seguido métodos rígidos, que se basan en aprender los conocimientos de manera mecánica, como las famosas tablas de multiplicar que se dicen de memoria.

Es importante indicar que existen varios sistemas para resolver las operaciones básicas diferentes a los tradicionales, conocidos como algoritmos alternativos, como lo menciona Ereño (2014), actualmente hay dos corrientes: los algoritmos históricos, utilizados a lo largo de la historia por diversas civilizaciones, y los algoritmos alternativos que se emplean en la actualidad.

Con respecto a los algoritmos alternativos empleados en la actualidad, se encuentran los algoritmos ABN (Abiertos Basados en Números) desarrollado por Jaime Martínez Montero, maestro y doctor en Filosofía y Ciencias de la Educación.

Martínez (2010), define que la letra "A" se refiere a "Abiertos", es decir, se contrapone a lo clásico, y las siglas "BN" quieren decir "Basados en Números".

Además, Martínez (2011), menciona algunas de las ventajas del cálculo basado en los algoritmos ABN, entre ellos indica que los niños aprenden más rápido, mejora el cálculo mental y se aumenta la capacidad para resolver problemas.

Por otra parte, algunos de los algoritmos históricos son el algoritmo de la rejilla, la multiplicación china, la multiplicación egipcia, la multiplicación y división rusa, la tabla pitagórica, entre otros.

En la civilización Inca se encuentra la yupana. Según Micelli, y Crespo (2012) "los incas no solo hacían uso del Khipu para llevar sus registros, sino que para sus cálculos usaban la yupana como complemento del Khipu." (p. 22). Es la calculadora de operaciones aritméticas utilizada por la cultura Inka para realizar operaciones básicas de cálculo, donde el resultado era ingresado al Khipu que juntos conforman el "sistema informático Inka".

Prem (2016), menciona que "del equivalente al ábaco de otras culturas y a la calculadora o computadora actuales, según se puede apreciar de manera sencilla, era la Yupana el instrumento con el que se realizaban las operaciones de cálculo para luego pasar a registrar dichos resultados en el Khipu" (p.18). Además, existen alrededor de 15 métodos basados en la yupana Inka haciendo calzar la metodología arábiga en el tablero, a diferencia de los demás métodos el "Tawa Pukllay" es el único método que no se basa en la matemática arábiga.

La metodología "Tawa Pukllay" basa su funcionamiento en formas y movimientos, utiliza tanto el pensamiento intuitivo y el lógico, estimulando mayor capacidad cerebral.

Bajo el método Tawa Pukllay se pueden realizar sumas, restas con varios minuendos y sustraendos a la vez, multiplicaciones sin necesidades de saber tablas de multiplicar y divisiones con infinitos decimales.

Como se menciona anteriormente, las civilizaciones antiguas utilizaban distintas maneras de resolver las multiplicaciones y muchas de éstas también contaban con diferentes tipos de ábacos entre ellos el ábaco neperiano y el ábaco promptuario. Vega y Carranza (2016) indican que "el ábaco sirve de soporte para develar propiedades de la estructura aditiva y multiplicativa de números naturales, por lo que su enseñanza es significativa y pertinente para la construcción de dichas estructuras desde las etapas iniciales" (p. 41).

Ábaco neperiano

Maestre y Conejo (2014), afirman que, en el siglo XVII, el matemático escocés John Napier indicó cómo construir un espléndido mueble con dos ábacos para el Monasterio ubicado en Madrid, El Escorial, siendo integrado más tarde al Gabinete de Antigüedades y Monedas de la Real Biblioteca, donde llegó al Museo Arqueológico Nacional en el año 1867.

Maestre y Conejo (2014), mencionan que Napier diseño dos ábacos: el rabdológico o huesos de Napier, ubicado en la parte superior del mueble, y el ábaco promptuario ubicado en los cajones. Sus acabados realizados con hueso contienen diseños geométricos, arquitectónicos y vegetales, mientras que en las puertas se encuentran el escudo de la orden de los Jerónimos del Monasterio de Madrid.

Napier escribió sus métodos de cálculo para los ábacos en el libro Rabdología, publicado después de su muerte en 1617 en Edimburgo.

El rabdológico o huesos de Napier

Maestre y Conejo (2014), indican que el mueble tiene en la parte superior un estuche en forma de prisma de base cuadrada con 60 varillas de marfil rabadas con las tablas de multiplicar del 1 al 9. El nombre de huesos de Napier se debe al matemático que los inventó y que están hechos de marfil. Permite obtener de forma directa multiplicaciones de varias cifras por un multiplicador de una sola cifra. Además, calcular de manera indirecta divisiones y raíces cuadradas.

Ábaco promptuario

Según Maestre y Conejo (2014), en la actualidad, no se ha logrado conocer la existencia de algún otro ábaco de este tipo, por la dificultad de la construcción del mismo. En los cajones centrales del mueble contienen regletas con cada uno con dos números que forman el ábaco promptuario, el método permite obtener multiplicaciones con números superiores a 10 cifras, algo muy elevado para la época.

El ábaco está compuesto por fichas que completan las tablas de potencias grabadas en placas de marfil, entre ellas dos almacenadas en el escuche portátil con los huesos de Napier.

Cálculo de multiplicaciones con el ábaco rabdológico

Cada una de las varillas prismáticas de marfil del ábaco tiene grabadas las tablas de multiplicar del número que está en la parte superior, los huesos de Napier que permite multiplicar números

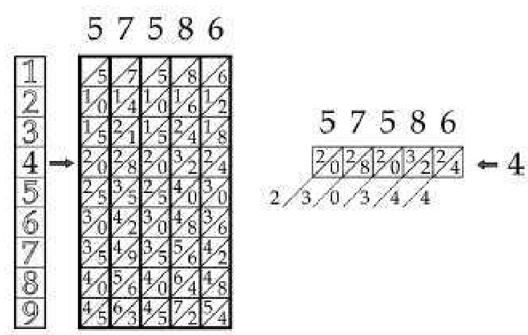


Figura 1

de varias cifras, por ejemplo, el de la figura 1 que multiplica 57586 x 4.

Figura 1: imagen de multiplicación utilizando el ábaco rabdológico

Los distintos huesos necesarios para formar el número 57586, y fijándose sólo en una fila de la varilla numerada del 1 al 9, en este caso, en la del 4. El resultado es 230344 se obtiene al sumar las líneas oblicuas como si se tratara del método de la celosía introducido por los árabes, muy popular en la época de Napier y del cual procede el algoritmo de multiplicación que se enseña en la actualidad en secundaria.

El método de las celosías

Para multiplicar 325 x 47 es necesario realizar una hoja cuadricula de 3 columnas una por cada dígito de 325 por 2 filas y una por cada dígito de 47. En las celdillas obtenidas, y una vez subdivididas en diagonal, se coloca el resultado de multiplicar el número de la columna por el de la fila, situando sobre la diagonal la cifra de las decenas y, bajo ella, la de las unidades.

Se repite la operación con cada combinación de fila y columna (5x4; 2x4; 3x4; 4x7; 2x7 y 3x7) y se suman todos los números que aparecen entre cada par de diagonales largas, es decir, la cifra de decenas de un cuadrado con la de unidades del cuadrado que está a su derecha, y así sucesivamente.

Si el total pasa de 9, se apunta la cifra de unidades de dicho número y se añade la llevada a las decenas para sumarlas al total de la siguiente columna oblicua. El resultado del producto es 15275. De esta manera, la multiplicación se hace rápidamente, sin riesgo de error y sin necesidad de saber de memoria las tablas de multiplicar.

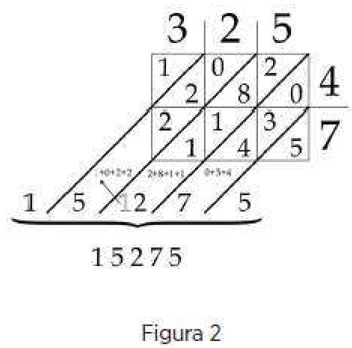


Figura 2: imagen de multiplicación utilizando el método de celosías

Cálculo de multiplicaciones con el ábaco promptuario

El ábaco promtuario tiene dos tipos de regletas, una de 100 verticales numeradas con los múltiplos y 200 con perforaciones triangulares, que para hacer las operaciones se superponen perpendicular a las anteriores.

En la parte izquierda de la figura 3, las regletas de números sus casillas son similares a los de rabdológico o huesos de Napier, con la tabla de multiplicar indicada en la parte superior. El sistema seguido en la disposición de estos múltiplos y la disposición de las perforaciones de las fichas horizontales, que funcionan como las plantillas correctoras de los actuales test. En la parte derecha de la figura 3 en los triángulos sombreados asigna la localización de los productos parciales.

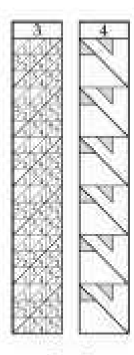


Figura 3: imagen del ábaco promtuario

Al realizar la multiplicación de 325 x 47 una vez colocada las regletas en la figura 4.

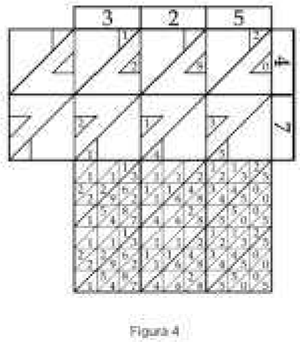


Figura 4: imagen de multiplicación utilizando el método de promtuario

Según el mismo ejemplo de la multiplicación por celosías, solo hay que operar igual que en casos anteriores: sumar los números entre cada par de líneas oblicuas y añadir “la llevada” aparte. Por lo tanto, el ábaco promptuario resuelve la multiplicación de números grandes con sólo estas regletas.

Metodología

Los algoritmos históricos ponen de relieve que las operaciones básicas han sido importantes en las diversas civilizaciones, y que estas tenían sistemas de cálculo desarrollados con los medios y el conocimiento de la época. En general son algoritmos útiles que ayudan a reflexionar sobre cómo se enseña actualmente y poder, en cierta medida aplicarlas en la educación actual, puesto que por lo general utilizaban una forma de operar sencilla.

No se puede negar que el hecho de introducir en el aula una nueva forma de trabajar los algoritmos, puede generar una perturbación en algunos profesores, pero es importante buscar métodos diferentes a los convencionales que favorezcan también al estudiante.

En cuanto a la utilización del ábaco promptuario los estudiantes aprenden de manera distinta disfrutando de las matemáticas por medio del material concreto, simplifican los cálculos a solo operaciones de sumas, también se les concientiza la utilidad de estas tablillas de hace 400 años, donde incluso personas que no sabían leer ni escribir utilizaban el ábaco para realizar sus transacciones comerciales en su diario vivir.

Cabe resaltar que es escasa la información que se encuentra acerca de los ábacos expuestos; por ende, se recurre a la profesora de Matemática Inmaculada Conejo para indagar acerca de los mismos. El taller consiste en la creación del ábaco Neperiano y el Prompturio, por medio de materiales de fácil acceso. Además, se realizan multiplicaciones con estos.

Algunas actividades a desarrollar en el taller son:

1. Cálculo de multiplicaciones con el ábaco Neperiano.

Cada estudiante construye con paletas de colores su ábaco Neperiano:

- Con diez paletas se hacen cuadrados de 1,5 cm x 1,5 cm.
- En una paleta se coloca el signo “x” en el primer cuadrado, y en los demás cuadrados se colocan los números del uno al nueve.
- A las nueve paletas restantes, se les traza la diagonal en cada cuadrado, excepto en el primero, lo que permite separar las decenas de las unidades.

- En el primer cuadrado de cada paleta se colocan los números del uno al nueve, en los cuadrados restante que tienen diagonales se colocan los productos de cada dos unidades, a modo de una tabla de doble entrada.
- Se realizan multiplicaciones de varias cifras por un multiplicador de una sola cifra.

57580 x 4.

6230 x 6.

2. Cálculo de multiplicaciones con el ábaco Promptuario.

- Se le entrega a cada estudiante dos fotocopias como las de la figura del ábaco Promptuario o ponemos las hojas que específicamente vamos a entregar con los números del cero al nueve.
- Los estudiantes recortan cada regleta y las pegan en paletas.
- Se realizan multiplicaciones de varias cifras por multiplicadores de varias cifras
  6237 x 520.
  58945 x 2367.
- El producto se realiza como se indica en la parte titulada "Cálculo de multiplicaciones con el ábaco promptuario".

Conclusión

Se promueve la creatividad en los estudiantes y se sale del esquema que caracteriza a una lección de matemáticas, pues el mismo estudiante debe construir los ábacos con las instrucciones que va brindando el facilitador. El desarrollo de este taller permitió hacer un rico uso de la historia de las matemáticas en la construcción de los ábacos.

Pues se incia con la historia de los ábacos y se logra también relacionar las matemáticas con otras áreas educativas, por ejemplo: historia. Este tipo de metodología sin lugar a dudas mejora el trabajo en equipo entre docentes y estudiantes, además que propicia aprendizajes basados en la multidisciplinaridad..

Referencias y bibliografia

Ereño, E. (2014). *Algoritmos alternativos para la enseñanza de operaciones en educación primaria* (tesis de grado). Bilbao, España: Universidad Internacional de La Rioja.

Maestre, A. Conejo, I. (2015, 3 de marzo). *El ábaco neperiano del Museo Arqueológico Nacional.* Cincuentopía. Recuperado de: http://cincuentopia.com/?s=%C3%A1baco+neperiano

Martínez, J. (2011). El método de cálculo basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordón*, *63* (4), 95-110.

Micelli, M y Crespo, C. (2012). Ábacos de América prehispánica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *5*(1). 159-190.

Ortiz, L. (2004). Prolegómenos a las etnomatemáticas en Mesoamérica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 7*(2), 171- 185.

Prem, D. (2016). *YUPANA INKA*: Decodificando la Matematica Inka. Lima, Perú: Dharma Jiten.

Vega, J y Carranza, E (2016). *SOROSUMA: iniciando con el ábaco Soroban.* Taller realizado en Encuentro Distrital de Educación Matemática (8-10 de Septiembre 2016). Bogotá DC, Colombia.

XV CIAEM
Medellín - Colombia
5 - 10 mayo/maio/may 2019
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference on Mathematics Education
Universidad de Medellín
Universidad de Antioquia

La escuela multigrado en México. Un estudio sobre la toma de decisiones docentes durante la enseñanza de las matemáticas.

Gabriela **Zepeda Padilla**
Universidad Autónoma de Querétaro
México
gzepeda18@alumnos.uaq.mx

Erika **García Torres**
Universidad Autónoma de Querétaro
México
erika.garcia@uaq.mx

Resumen

La modalidad multigrado en México fue creada para atender la problemática de analfabetismo en zonas rurales del país. Actualmente, las escuelas primarias multigrado representan el 43.2% a nivel nacional, sin embargo, no cuentan con una propuesta curricular acorde a sus necesidades. El objetivo de esta investigación es analizar las decisiones docentes relacionadas con la enseñanza de las matemáticas en un aula multigrado. Se reporta un estudio de caso, situado en una escuela unitaria en el Estado de Querétaro, enmarcado en una perspectiva sociocultural sobre la construcción de conocimiento matemático. Se reconoce que en la toma de decisiones subyacen saberes que los docentes construyen en múltiples escenarios y que determinan la organización de la enseñanza de las matemáticas en el aula y, por ende, el aprendizaje de los alumnos.

Palabras clave: escuela multigrado, práctica docente, toma de decisiones, saberes matemáticos.

Introducción

La escuela multigrado se caracteriza porque la organización y atención escolar, se realiza en varios grados de manera simultánea, ya sean dos, tres, o bien, los seis grados de educación primaria en una misma aula. Por lo general, las escuelas multigrado se sitúan en comunidades rurales, casi siempre en zonas con presencia de población indígena y con altos o muy altos grados de marginación, lo que se asocia con una infraestructura inadecuada. En muchos casos, las escuelas no cuentan con recursos y materiales básicos como agua, luz, internet y personal de intendencia (Juárez, 2017; Juárez, Vargas y Vera, 2015).

Entre algunos antecedentes de la escuela multigrado, se puede mencionar que, durante siglos, los maestros atendieron a grupos heterogéneos de niños sin clasificación de grupos, por edad o nivel de conocimiento. Los alumnos aprendían a leer, escribir y a hacer cálculos, con el objetivo de conseguir algún oficio. La separación de grupos por edad o nivel de avance similar surgió a lo largo del siglo XVIII; para el siglo XIX ya se había logrado que esta fuera la forma preferente de organización escolar. La masificación de la escuela elemental fue consecuencia de la percepción de la educación como derecho universal, esto trajo consigo la necesidad de atender a grandes cantidades de alumnos de forma eficiente, por lo que nuevas formas de organización fueron fundamentales para dar respuesta a la creciente demanda (Martínez, 2017).

En México, las escuelas multigrado fueron creadas para brindar cobertura educativa y a su vez dar respuesta a la necesidad de atender y acabar con el analfabetismo, la deserción y el rezago educativo de la población de las zonas geográficas más desfavorecidas (zonas con altos índices de migración, pobreza, marginación, de difícil acceso y poca o nula escolaridad).

Entre los fenómenos presentes en las escuelas multigrado se puede mencionar en primera instancia, una irregularidad en el servicio, pues los docentes desempeñan funciones administrativas y de intendencia, además de trabajar con el grupo (Juárez, 2017), lo cual reduce el tiempo de la jornada laboral, destinado a la gestión del aprendizaje de los alumnos. Asimismo, hay un dominio insuficiente de estrategias de enseñanza para dar atención a la diversidad presente en los grupos, lo que ocasiona que las prácticas docentes estén centradas en la repetición y ejercicios mecánicos. Si bien los docentes en multigrado generan estrategias propias de atención para los grupos diversos, es limitado el uso de recursos y materiales educativos.

La educación que se imparte en esta modalidad representa complejidades tanto en el currículo como en política pública. A nivel curricular, no se incorpora en el Plan de Estudios de Educación Básica (3-5 años, preescolar; 6-12 años primaria; 12-15 años, secundaria) un tratamiento específico acorde a las características y necesidades de este tipo de escuelas, pues solo se atiende a la modalidad de educación general y de educación bilingüe. En ese sentido, los libros de distribución gratutita en Educacuón Básica son de dos tipos, un libro por cada grado, o bien, libros específicos en lengua materna indígena para algunas asignaturas, pero también por grado.

No se cuenta con libros para escuelas unitarias, o para grupos multigrado, pues tampoco se cuenta con planes de estudio que agrupen los contenidos a aprender si se tienen varios grados en un mismo grupo. Además, la formación inicial de los docentes se enfoca en los grupos con características de educación general o bilingüe, no así en grupos multigrado. De este modo, se advierte a nivel curricular que se invisibiliza en la práctica a la modalidad multigrado. En tanto política pública, al no haber un diseño preciso de un Modelo Educativo Multigrado, se hace evidente el desapego en la implementación de las estrategias, principalmente al interior del aula.

En el 2005, para dar respuesta a la creciente demanda de profesionalizar docentes multigrado y buscar alternativas en búsqueda de una intervención que mejorara los aprendizajes de los alumnos, se desarrolló una Propuesta Educativa Multigrado (SEP, 2005). Esta propuesta tuvo como propósito proporcionar a los maestros herramientas funcionales para atender a dos grados o más simultáneamente y tuvo su origen en la sistematización de experiencias exitosas de maestros que trabajaban con grupos cuyas edades, intereses y aprendizajes eran diferentes. En dicho documento, se propuso la organización de contenidos comunes por ciclos (primero y segundo; tercero y cuarto; quinto y sexto de primaria) y asignatura, lo cual llevó a los docentes a planear un tema común para el grupo, para posteriormente diferenciar actividades por grados, respetando de esta forma el nivel de complejidad de los contenidos, atendiendo simultáneamente a todos los grados. Con esto se evitaba que el docente planeara una clase para cada grado, fraccionara la atención a los grupos y se redujera el tiempo de espera de un grupo para ser atendido por el docente. De este modo, se podría cubrir las necesidades de todos los alumnos utilizando una sola planeación.

Aunque esta propuesta tuvo un nivel de concreción importante a nivel nacional, no derivó en un plan de estudios para multigrado, lo que ocasiona que actualmente, se siga en la misma situación de invisibilidad. Basta con mencionar que, en la última Reforma Educativa en México en el 2013, no se hace referencia ni a la escuela rural multigrado ni a los docentes que en ella laboran (Juárez, Vargas y Vera 2015). Desde la propuesta antes mencionada en el 2005, no se ha desarrollado ninguna otra que ofrezca la organización de los nuevos contenidos curriculares en planeaciones por ciclos.

Los esfuerzos recaen en los docentes y los colectivos que conforman, haciendo ajustes y propuestas a nivel local y regional, las cuales, si bien son sumamente pertinentes, distan también de reconocerse a nivel oficial. En nuestra opinión, este panorama es alarmante, pues parecería que las escuelas multigrado no tienen presencia en el país, no obstante, las cifras de su presencia a nivel nacional son contundentes. De acuerdo con datos ofrecidos por el INEE (2018), para el ciclo escolar 2016-2017 había un total de 97553 escuelas primarias en el país, de las cuales 43.2% era multigrado. En estas escuelas se atendía a 1259312 alumnos, que representaban a 8.9% del total de alumnos de primaria.

Aunado a lo que ya se ha mencionado, existe también una representación social entorno a las escuelas multigrado, como aquellas que no ofrecen una educación de calidad. Se tienden a comparar los resultados de desempeño de docentes y alumnos de escuelas multigrado con las escuelas de organización completa, las llamadas “escuelas regulares”, evidenciando que son mejores los resultados de éstas últimas. En esta investigación, partimos de reconocer que la escuela multigrado no tiene las mismas características que otro tipo de escuelas y, por tanto, la forma de organizar la enseñanza y promover el aprendizaje va adquirir matices importantes, que es necesario evidenciar.

El aprendizaje de las matemáticas en la escuela multigrado

Algunas investigaciones reportan dificultades a las que se enfrentan los maestros para enseñar en las condiciones mencionadas de la escuela multigrado, particularmente la necesidad de reorganizar el currículo de la primaria para abordar temas comunes en los distintos grados, así como implementar formas de organización que reduzcan los tiempos de espera de atención a los alumnos (Block, Ramírez y Reséndiz, 2015).

Es de destacar que los procesos didácticos que ocurren en los grupos multigrado poseen características particulares, tanto así que pueden ser considerados propios y específicos de la modalidad (Santos, 2011). Esto apunta a centrar la atención en la forma en que, al interior de las aulas, se llevan a cabo los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, los rasgos propios de los determinan y las formas situadas de producción de conocimiento matemático.

Los estudios de Block, Ramírez y Reséndiz (2015); Block, Carrillo y Reséndiz (2017), contribuyen a la comprensión de la complejidad de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas multigrado. Identifican y analizan estrategias para la enseñanza de las matemáticas desarrolladas por maestras con experiencia en escuelas multigrado. Muestran algunas condiciones didácticas que propician el trabajo matemático, con el objetivo que el conocimiento generado sea útil para la práctica docente y los procesos de formación.

Por ejemplo, en Block et al. (2017) se muestra la ayuda que ofrece la maestra a un alumno cuando éste realiza la resta "*50.00 -23.80-7.00*". La maestra le indica al alumno que primero realice la suma de 23.80 y 7.00 para posteriormente a 50.00 restarle la cantidad obtenida. Esta ayuda, sin embargo, detuvo el procedimiento que el alumno propuso de manera inicial, a saber, una resta sucesiva a 50.00 de las dos cantidades.

Al cuestionar el procedimiento del alumno e inducirlo a que realizara el que ella le indicó, la toma de decisión de la maestra, modificó el razonamiento inicial del alumno, en cierta forma, impuso un único significado a la forma de realizar las operaciones. Consideramos que esta orientación y en general, las decisiones que toman los docentes en la práctica, que realizan en función de su conocimiento profesional, influye en el pensamiento matemático de los alumnos.

Algunos autores (Schoenfeld, 2008; Thames y Ball, 2013, citados en Garzón, 2017) han centrado la atención en la toma de decisiones del profesor en los "momentos de enseñanza", aquellas situaciones de una clase en que emergen oportunidades pedagógicas que posibilitan la transformación del pensamiento matemático del alumno, en condiciones en que se manifiesta el diálogo. Stockero y Van Zoest (2013) reconocen que los momentos de enseñanza y la toma de decisiones asociadas pueden ser evaluadas a fin de establecer cómo influyen en el aprendizaje de los estudiantes.

En este contexto es que situamos nuestra problemática de investigación. Partimos de reconocer una modalidad educativa como multigrado en la que las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, adquieren elementos propios que permiten hablar de un conocimiento matemático situado, permeado por las formas de organización escolar, en función de la diversidad presente en el aula. Al ser el docente quien toma la responsabilidad de todo el proceso, surgen algunas preguntas: ¿Cómo se realizan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en aulas multigrado? ¿cuáles son las decisiones que toman los docentes en este proceso? Más aún, ¿qué subyace a la toma de decisiones de los docentes y cómo influyen en el aprendizaje de los alumnos?

Objetivos

General: El objetivo de esta investigación es analizar las decisiones docentes relacionadas con la enseñanza de las matemáticas en un aula multigrado.

Específicos:

1. Comprender qué subyace a la toma de decisiones de los docentes.
2. Comprender cómo influyen en el aprendizaje de los alumnos

Marco conceptual

Este estudio pondrá énfasis en que el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que tiene lugar en un aula multigrado, es el resultado de un proceso social y cultural. De este modo, la investigación se inscribe en una perspectiva sociocultural, la cual tiene en cuenta que, en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, intervienen factores sociales y culturales en contextos escolares y extraescolares en diversos ambientes económicos, políticos y multiculturales (Blanco, 2011). Esto implica que la construcción de conocimiento que se realiza en estos escenarios, es una construcción social. Como menciona Planas (2010) “no tiene sentido pensar la actividad matemática en el contexto único de la persona que la realiza sin ubicar esta persona en un contexto amplio de influencias históricas, sociales y culturales que explican en parte sus acciones y el uso de ciertos mediadores” (p.166).

Como parte del marco conceptual de esta investigación, el primer referente teórico que reconocemos es la etnográfica, para sustentar la complejidad de las prácticas docentes. Rockwell y Mercado (2003) argumentaron que en las prácticas docentes intervienen condicionantes más allá del conocimiento pedagógico o del contenido matemático que se posea; están inmersas también las variables institucionales, sociales y personales.

Arteaga (2011) hace referencia a que el trabajo del docente dentro del aula está regido por saberes que regulan su actividad, los cuales se basan en un tipo particular de conocimiento, el cual, frecuentemente, no está formulado o sistematizado o explicado. Esto implica el ensayo y solución de problemas que las condiciones de trabajo presentan, además de una reflexión sobre aquello que el trabajo diario trae consigo. Estos saberes y experiencias nutren la práctica docente y con ello las relaciones que existen entre diversas propuestas curriculares. Además, las relaciones con otros maestros o directores, padres de familia y su propia trayectoria como alumno están inmersas en las experiencias y saberes que le permiten desempeñar su profesión.

Es por ello que consideramos que las decisiones que toma el docente en multigrado recaen sobre sus saberes. Las decisiones se logran caracterizar en los diferentes recursos que usa para lograr su tarea y pueden variar de acuerdo a la organización que se decida usar dentro del grupo, la forma en que los estudiantes se involucren, las estrategias de gestión e intervención, la manera en que se promueva el trabajo individual y colectivo, por nombrar algunas. Por lo tanto, el maestro es considerado como un sujeto “constructor de conocimiento en su tarea de enseñanza” (ídem). Este conocimiento lo construye situado en el aula multigrado, con las características específicas y retos que ahí tiene que afrontar.

El referente teórico que usaremos para caracterizar la toma de decisiones es el propuesto por Schoenfeld (2011), en el cual ha buscado identificar cómo y por qué los docentes toman decisiones en el momento mientras enseñan. El autor desarrolló un modelo de decisiones basado en las herramientas, orientaciones y objetivos de los maestros y la manera en que estos están involucrados en la toma de decisiones dentro de las aulas.

En este sentido los elementos de la teoría son, primero, los recursos. Estos hacen referencia al conocimiento de procedimientos (cómo), conocimiento conceptual (por qué) y las estrategias de resolución de problemas. El conjunto de conocimientos es de crítica importancia para comprender y reaccionar sobre el discurso de los estudiantes. Aunado a estas herramientas se encuentran los libros de texto, tecnología digital, pizarrones, etc.

Después están las orientaciones, las cuales están relacionadas con las disposiciones del docente, creencias, valores y preferencias.

Finalmente se encuentran los objetivos que constituyen las metas a alcanzar durante la clase, pueden ser a corto o largo plazo, así como preconcebidos o surgir durante la lección.

Las relaciones entre estos elementos determinan el proceso de toma de decisiones puesto que las orientaciones no sólo determinan la manera en que se percibe el mundo sino que se establecen también los objetivos que se establecen para enfrentar ciertas situaciones.

En situaciones pedagógicas, un docente entra al aula con un portafolio básico de herramientas, orientaciones y objetivos, para posicionarse frente a sus estudiantes. Posteriormente, las metas son establecidas y el conocimiento profesional es activado (el conocimiento, puede ser conceptual, de procedimiento, de resolución de problemas, rutinas y esquemas). Por ejemplo, una rutina muy familiar a los docentes es la secuencia donde se plantea una pregunta/problema, se obtiene una respuesta de la clase/individual y se evalúa dicha respuesta.

Las decisiones que el docente tome durante los momentos de enseñanza están en función de sus objetivos (los cuales están determinados previamente o emergen conforme la lección se desarrolla), creencias (cuya función es re-priorizar los objetivos en tanto se vayan logrando o nuevas metas surjan) y conocimiento (incluye varias rutinas del docente para alcanzar sus objetivos).

El tercer referente teórico es la Teoría de Situaciones Didácticas. En dicha postura teórica, la noción de *situación didáctica* se entiende como aquella situación construida intencionalmente por el profesor con el objetivo de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado. La situación didáctica se planifica basándose en actividades problematizadoras, cuya necesidad de ser resueltas o abordadas, implique la generación del conocimiento matemático que da sentido a la clase, en un escenario llamado triángulo didáctico, cuyos lados ilustran conjuntos de interacciones entre los tres protagonistas (alumno, saber y docente), cuyas interacciones tienen lugar en el *medio* (Brousseau, 2007, en Block et al., 2017).

Para los fines de esta investigación, interesa reconocer las decisiones que una docente en multigrado debe tomar al momento de crear el *medio* de la situación didáctica, el cual está constituido por problemas, ayudas o intervenciones hacia el alumno y las modificaciones surgidas a partir de las intervenciones y el curso de la clase. Para construir el medio, la maestra debe incluir los saberes del tema, la forma individual de trabajo, incluyendo las modificaciones curriculares apropiadas, propuestas didácticas, formas de interacción con los alumnos, todo dentro del marco institucional al que pertenece y sus respectivas características (atención simultánea a sus alumnos, jornadas laborales cortas, falta de propuestas curriculares oficiales). Estos conocimientos se hacen visibles en la práctica docente, con las decisiones que toma la maestra dentro del salón de clase.

Diseño metodológico y contexto de los participantes

En este panorama, la etnografía posibilita indagar en el entramado de significados de las acciones humanas y conocer las lógicas que subyacen a las prácticas sociales (Erickson, 1989; Geertz, 2002 y 2005; Rockwell, 1986 y 1987, citados en Arteaga, 2011). Para esta investigación, nos permitirá estudiar qué tipo de decisiones debe tomar una docente durante una clase de matemáticas en una escuela multigrado unitaria.

La investigación que se reporta, se encuentra en la etapa inicial, configurando el diseño metodológico de la misma. A través de un enfoque cualitativo y dentro del paradigma interpretativo, se recurrirá al estudio de caso como instrumento metodológico, para analizar la particularidad y complejidad de un caso singular que, para este estudio, consiste en una primaria multigrado unitaria.

La escuela se localiza en el municipio de Pinal de Amoles, Querétaro, México. La comunidad tiene alto índice de marginación y los problemas sociales emergentes son altos índices de alcoholismo, drogadicción, vandalismo y migración nacional y a Estados Unidos.

La escuela es rural unitaria, donde una docente atiende a los 6 grados simultáneamente. El grupo se compone 20 niños: 5 en 2º grado, 6 en 3º, 3 en 4º, 4 en 5º, 2 en 6º. En cuanto a infraestructura, se cuenta solo con dos aulas, una que se utiliza como biblioteca y sala de medios y un otra, como salón para las clases. Tienen una pequeña parcela y unas canchas en malas condiciones. En cuando a recursos tecnológicos, tienen 5 computadora de escritorio y 8 laptops, copiadora e impresora, y aunque cuentan con acceso a internet, éste no funciona. La docente a cargo de la escuela, atiende a los alumnos, realiza actividades de dirección, organiza la limpieza de las instalaciones y están en contacto con los padres de familia. Su formación profesional es de maestra normalista y lleva dos años de experiencia trabajando en esta escuela.

Con este contexto, previo consentimiento informado de los participantes, se tendrá acceso a al aula multigrado, para observar y llevar registro en audio y video de varias sesiones de clase. Adicionalmente, se realizarán entrevistas a la maestra para conocer sus planeaciones, adecuaciones curriculares, materiales utilizados, así como elementos emergentes que surjan del trabajo etnográfico. Se realizarán transcripciones y análisis de las clases grabadas y los resultados del estudio serán devueltos a la maestra y la comunidad.

Consideraciones finales

Se ha destacado la problemática del aprendizaje de las matemáticas en escenarios socioculturales diversos en cuanto a formas de organización escolar, como es la escuela multigrado. Siendo que es una modalidad de la educación básica que atiende a casi el 9% de los alumnos de primaria en México, parecería que por ser una minoría no se visibiliza la importancia que estas escuelas tienen para esta población. La escuela multigrado es la única opción educativa en comunidades de difícil acceso, alto grado de marginación, carencias económicas y problemáticas sociales. Aún sí, el currículo nacional es estandarizado, basado en una concepción homogénea y graduada de los grupos escolares y adecuado para ciertos contextos urbanos. El presupuesto para mejorar la infraestructura y los recursos pedagógicos de los planteles parece inexistente y la preparación especializada que requieren los docentes para la enseñanza multigrado no es prioridad en los programas de actualización o de formación inicial (Galván y Espinosa, 2017). Una escuela multigrado no tiene las mismas características que los demás modelos educativos, pero se insiste en implementar una uniformidad que no tiene, lo homogéneo para todos los centros escolares.

En México, los planes oficiales de estudio pretenden llevar a las aulas contenidos que permiten construir conocimientos a través de actividades, para que esto suceda, el maestro elije y diseña contextos donde dicha construcción se lleve a cabo. A diferencia de esto, la modalidad multigrado suscita procesos de enseñanza que dan respuesta a sus características propias. Los docentes multigrado, entonces, hacen uso de materiales didácticos, planeaciones y organizaciones curriculares que no fueron diseñadas para las necesidades de esta población sino para escuelas de organización completa (1º a 6º). Aunado a esto, la modalidad también demanda atención simultánea del profesor a los estudiantes de diversos grados, lo cual requiere que el profesor sea capaz de organizar y planificar las tareas de tal manera que pueda entretejer los contenidos de las asignaturas y grados, evitando planear y dividir los temas por grados. Por esto, es importante, visibilizar, rescatar y sistematizar las decisiones tomadas por el docente, de tal forma que, los profesores que así lo requieran, puedan replicar los elementos necesarios para mejorar sus propias prácticas docentes.

La visibilización de las escuelas multigrado es necesaria. Arteaga (2011) advierte que también en el ámbito de la investigación educativa se mantiene esta tendencia, de no hacer estudios que den cuenta de las condiciones escolares de multigrado. Por tanto, consideramos que es necesario impulsar investigación desde la educación matemática que contribuya a caracterizar los procesos de enseñanza y aprendizaje que ocurren en las aulas multigrado, cuando el conocimiento matemático se construye en escenarios con estas características.

Referencias y bibliografía

Arteaga, P. (2011). *Los saberes docentes de maestros en primaria con grupos multigrado*. México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa, A.C.

Blanco, H. (2011). La postura sociocultural de la educación matemática y sus implicaciones en la escuela. *Revista Educación y Pedagogía, 23*(59), 59-66.

Block, D., Ramírez, M. y Reséndiz, L. (2015). Las ayudas personalizadas como recurso de enseñanza de las matemáticas en un aula multigrado. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, *20*(66), 7111-735.

Block, D; Carrillo, J. y Reséndiz, L. (2017). Una clase de matemáticas sobre problemas de aplicación, en una escuela multigrado unitaria. Un estudio de caso. *Revista Educación Matemática*, *29(2)*, 99-123.

Galván, R. y Espinoza, L. (2017). Diversidad y prioridades educativas en escuelas multigrado. Estudio de caso en México. *Revista Sinéctica*, *49*, 1-19.

Garzón, D. (2017). Análisis de las decisiones del profesor de matemáticas en su gestión de aula. *Revista Educación Matemática*, *29(3)*, 131-160.

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (2018). *La educación obligatoria en México*. INEE: México.

Juárez, D. (2017). Percepciones de docentes rurales multigrado en México y El Salvador. *Revista Sinéctica*, *49*, 1-16.

Juárez, D., Vargas, P. y Vera, J. (2015). Condiciones de trabajo y prácticas didácticas de profesores que atienden escuelas primarias rurales en México. *Revista Senderos Pedagógicos, 6, 15-27.*

Planas, N. (2010). Las teorías socioculturales en la investigación en educación matemática: reflexiones y datos bibliométricos. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 163-195). Lleida: SEIEM.

Martínez, F. (2017). Las primarias comunitarias y su desempeño. Consideraciones a partir del estudio comparativo 200-2005. *Cuadernos de Investigación*, *23.* México, Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

Rockwell, E. y Mercado, R. (2003). *La escuela, lugar del trabajo docente*. Descripciones y debates. México: DIE-CINVESTAV-IPN.

Santos, L. E. (2011). Aulas multigrado y circulación de saberes: especificidades didácticas de la escuela rural. Profesorado. *Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, *15*(2), 71-91.

Secretaría de Educación Pública (2005). *Propuesta educativa multigrado*. SEP: México.

Schoenfeld, A. H. (2011). *How we think.* A theory of goal-oriented decision making and its educational applications. New York, NY: Routledge.

Stockero, S. L. y Van Zoest L. R. (2013). Characterizing Pivotal Teaching Moments in Beginning Mathematics Teachers' Practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *16*(2), 125-142.

XV CIAEM
Medellín - Colombia
5 - 10 mayo/maio/may 2019
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference on Mathematics Education
Universidad de Medellín
Universidad de Antioquia

Una propuesta de articulación entre geometría y aritmética desde problemas sobre situaciones contextualizadas

Sandra Liceth **Solarte** Alvear
Universidad del Cauca, Popayán Cauca
Colombia
sandra-lsa@hotmail.com

Luz Ayda **Muños** Mamiam
Universidad del Cauca, Popayán Cauca
Colombia
luzayda@unicauca.edu.co

Ana María **Palacios** Rojas
Universidad del Cauca, Popayán Cauca
Colombia
anamariarojas@unicauca.edu.co

Resumen

El presente poster describe los avances de una investigación más amplia que estudia el desarrollo de una propuesta de diseño curricular que articula Geometría y Aritmética desde la resolución de problemas sobre situaciones contextualizadas de la comunidad indígena Nasa del Resguardo de Huellas Caloto[1], en una Institución Etnoeducativa de modalidad Técnico Agroambiental. El diseño metodológico atiende con una técnica etnográfica y para su desarrollo se tiene cuenta las siguientes fases: Reconocimiento y Caracterización de las Problemáticas del contexto; Análisis de la estructura curricular actual; y Diseño de situaciones problemas contextualizados. De modo particular se establecerá un referente para el trabajo con el núcleo de pensamiento matemático comunitario[2].

Palabras clave: Geometría, Aritmética, Problemas contextualizados, Proyecto Educativo Comunitario (PEC).

[1] El resguardo Indígena de Huellas Coloto, se encuentra ubicado en la zona norte departamento del Cauca, en Colombia.
[2] El Núcleo de Pensamiento Comunitario, hace parte de los núcleos enmarcados en el Proyecto Educativo Comunitario PEC.

Geometría y Aritmética en la educación básica secundarias. Consideraciones para una articulación.

Actualmente en las instituciones educativas, se tienen varias dificultades con la enseñanza y estudio de la geometría; se ha indagado sobre el espacio y sentido que se da de esta en las instituciones educativas y lo difícil que resulta para los docentes encontrar suficientes situaciones o problemas que representen verdaderos desafíos para los estudiantes, es decir, los problemas planteados en las aulas de clases no están acordes a las realidades que vivencian los estudiantes Itzcovich (2005, págs. 9-15); se reconoce también que la geometría es vista como un cuerpo aislado de las matemáticas, donde se da mayor reconocimiento y énfasis a otras ramas en este campo como lo son; aritmética, algebra, trigonometría, cálculo y estadística; y donde por falta de tiempo en algunas ocasiones se deja al final del año lectivo la enseñanza de la geometría. Flores (2010, págs. 11-13).

Esta situación no es alejada a las prácticas diarias que presentan los docentes de matemáticas en la actualidad, debido a que en los diferentes niveles de escolaridad se ve la enseñanza de la geometría como una asignatura aislada de las matemáticas y en ocasiones, cuando se hace la asignación académica del área, de las cinco horas destinadas semanalmente para el caso de los colegios con modalidad académica, se debe dejar una hora para orientar la asignatura de geometría, a esto se le suma que muchas veces el docente que orienta geometría no es el mismo docente que orienta matemáticas y entonces surgen dificultades propias del área, al no desarrollarse situaciones que propicien el acercamiento de estas, ya que cada docente sigue su propio plan de área.

Ahora bien, si se detiene a mirar la situación que se presenta en una Institución Etnoeducativa de zona rural, perteneciente a un resguardo indígena, cuya modalidad es técnica y regida por las directrices del Ministerio de Educación Nacional (MEN), la situación se torna más compleja, debido a que por la asignación académica y la carencia de proyectos pedagógicos integradores, solamente se destinan tres horas semanales para el área de matemáticas, donde se deben desarrollar contenidos relacionados con geometría y estadística además de abarcar los de matemáticas como asignatura principal.

En esta medida es importante que los docentes del área reconozcan el valor que implica la identificación del contexto cuando se labora en instituciones educativas del sector rural con las características antes mencionadas, ya que además de tener en cuenta los lineamientos curriculares del MEN, se debería como primera medida priorizar el Proyecto Educativo Comunitario (PEC); el cual busca según Rodríguez, Chaparro y Martínez (Marzo del 2003, págs. 53-55) responder desde la educación a los problemas y necesidades de la comunidad a través de la clarificación, reconocimiento del potencial social y formación de la comunidad para el plan global de vida; en este mismo sentido el PEC se alimenta de la educación propia y de la multiplicidad de saberes y valores comunitarios, y toma en cuenta los problemas regionales y las alternativas tradicionales y emergentes que existen para enfrentarlo (PEC,1995),

No se debe dejar de lado que el PEC busca también que los jóvenes comprendan mejor los cambios que se dan socialmente, sin que se pierda su identidad como miembros de una comunidad y de un pueblo indígena insertos en una sociedad mayor. Se resalta también que los niños y las comunidades manejan numerosos conceptos y tecnologías relacionadas con el pensamiento matemático; así destacan los siguientes usos que resultan ser una guía para relacionar la teoría con la práctica y para la invención de problemas sobre situaciones reales y conocer lo que traen los niños a la escuela, así determinar los conocimientos con los que cuentan al momento de la enseñanza y para investigar: la construcción de viviendas, corrales y gallineros; bancos redondos y cuadrados para sentarse; elaboración de burros (camas); croquis de los terrenos; elaboración de chumbes, jigras, tejidos de anacos y ruanas, telares, macanas; en las flautas, tambores, charrascas; forma de cono en algunas chozas y sombreros; trazos de sembrados técnicos; subdivisión de potreros; entre otras.

En este sentido se considera en el PEC que la actividad matemática escolar consiste en el desarrollo de la capacidad mental del niño para resolver problemas cotidianos en su vida y en consecuencia se sabe si el niño aprendió cuando hace un uso social de las matemáticas en su vida diaria y en los procesos comunitarios.

Referencias y bibliografía

Flores, J. A. (2010). *Exploración del impacto de un software dinámico en el aprendizaje de la geometría*. Tegucigalpa: Tesis de maestría.

Itzcovich, H. (2005). Introducción. En H. *Itzcovich, Iniciación al estudio didáctico de la geometría* (pp. 9 -15). Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

PEC. (1995). *Proyecto Educativo Comunitario PEC. Morales Cauca*: Asociación de Cabildos Indígenas del Norte del Cauca y Fundación Caminos de Identidad.

Rodríguez A, Chaparro R y Martínez A. (Marzo del 2003). *Proyectos educativos comunitarios en pueblos indígenas*. Fusagasugá, Cundinamarca, Colombia: Kimpres Ltda.

Conceptos matemáticos subyacentes al quehacer de los cortadores de papel del gremio de las artes graficas

Rosa Juleidy **Alvarez Diaz**
Universidad del Valle Cali
Colombia Yul.alvarez23@gmail.com

Victoria Andrea **Arango Morales**
Universidad del Valle Cali
Colombia
Victoria.arango@correounivalle.edu.co

Resumen

Esta ponencia tipo poster tiene como propósito identificar los conceptos matemáticos y herramientas utilizadas por los cortadores de papel en máquina guillotina del gremio de las artes gráficas en la ciudad de Cali. Los datos se constituyeron a partir de la observación de procesos de corte usados en guillotina por los operarios del barrio San Nicolás, dichas observaciones se realizaron: dos horas diarias para los tres operarios distribuidas en la mañana y la tarde. Obteniendo registro de audio y notas de campo. Los resultados indican que la actividad de corte de papel tiene inmersa una amplia gama de conceptos matemáticos utilizados empíricamente por los cortadores, ayudando a ampliar la comprensión del quehacer de quienes al realizar su trabajo diario aplican conceptos que tal vez no lograron interiorizar en su formación académica pero que terminan utilizando por los requerimientos laborales.

Palabras claves: matemática, ciencias, etnomatemática, conceptos matemáticos, artes gráficas

Introducción

La siguiente ponencia tipo póster expone el resultado sobre el análisis de las estrategias matemáticas utilizadas por los cortadores de papel en guillotina en la ciudad de Cali. Actividad que se realiza como parte de los procesos finales en la producción de piezas gráficas. Dicha actividad tiene inmersa una variedad de conceptos matemáticos utilizados empíricamente, que por lo regular no son percibidos ni reconocidos explícitamente por los operarios.

Propósito

Identificar los conceptos matemáticos y herramientas utilizadas por los cortadores de papel en máquina guillotina.

Metodología

El presente trabajo investigativo enmarcado en el ámbito de las ciencias sociales y humanas, consiste en un proyecto requerido en la asignatura etnomatemática dentro de la formación de pregrado del plan de estudios Licenciatura en Educación Básica con énfasis en matemáticas de la Universidad del Valle. Para llevarlo a cabo, fue necesario hacer uso de ciertas técnicas de investigación que permitieran justificar el problema a investigar. El tipo de estudio de acuerdo al enfoque de investigación es cualitativo-descriptivo y para ello hicimos uso de la observación como principal técnica de investigación.

En el barrio San Nicolás de la ciudad de Cali (Centro de las artes gráficas) observamos durante una semana a tres trabajadores pertenecientes a dos empresas del sector. Se realizaron observaciones de dos horas diarias para los tres operarios distribuidas en horas de la mañana y la tarde. Estas, se realizaron a distancia moderada sin participación activa sobre la manipulación del papel.

Cortador 1, **Formación académica:** Básica primaria, **Edad:** 23

Cortador 2, **Formación académica:** Tecnología en sistemas, **Edad:** 18 años

Cortador 3, **Formación académica**: Básica primaria, **Edad:** 42 años

Resultados

El cortador reconoce que es obligatorio poner el papel ordenadamente en la escuadra de la máquina y que si no lo ubica en ese lugar correría el riesgo de que cuando baje la cuchilla el papel quede torcido y mal cortado. Pero no necesariamente reconoce que esa escuadra da un ángulo recto de 90° que permite la mejor posición y estabilidad del papel al momento de cortar.

Durante la observación pudimos tener claro los siguientes conceptos que usan los tres cortadores en diferentes momentos sin importar el tipo y medida de papel:

La traslación. La rotación. La ubicación espacial (momento de acomodar de manera óptima la medida para evitar desperdicio del papel), el concepto de conjunto (al momento de agrupar los tamaños de papel cortado para no confundirse). Suma (cuando suman las medidas de corte correspondiente a un lado del pliego ej: por el lado de 70 cm pueden salir 3 tamaños de 20 cm y queda un sobrante de 10 cm o por el lado de 100 cm podríamos sacar 6 tamaños de 20 cm y sobra uno de 10 cm, optimizando los espacios, generando menos desperdicio). Ángulo recto (permite que el papel quede cortado de manera pareja). División, Multiplicación, Estimación, Aproximación de un valor a partir de un cálculo. (Cuando no están seguros de la cantidad de tamaños al finalizar un corte). Conversión de medida (cuando le dan la medida en mm o mts y debe convertirla a cm), Área, Perímetro y Longitud.

Conclusión

Como observadoras es importante resaltar que el presente análisis nos permite evidenciar que las matemáticas están inmersas en la cotidianeidad de las distintas acciones que realizamos, en este caso los cortadores al realizar su trabajo diario aplican conceptos que tal vez no lograron interiorizar en su formación académica pero que terminan utilizando por los requerimientos dentro de su área laboral.

Referencias bibliográficas

Solanes Ramón, C. (2005) *Manual del cortador con guillotina lineal programable*. Buenos Aires. Banco Interamericano de Desarrollo.

Resolver o no el problema: El rol de las identidades sociales y matemáticas de los estudiantes durante el trabajo en grupo

Teresa **Sánchez**
Centro de Modelación Matemático, Universidad de Chile
Chile
tsanchezvecilla@gmail.com

Nicole **Fuenzalida**
Centro de Investigación Avanzada en Educación, Universidad de Chile
Chile
nicole.fuenzalida@ciae.uchile.cl

Luz **Valoyes-Chávez**
Centro de Investigación Avanzada en Educación, Universidad de Chile
Chile
luz.valoyes@ciae.uchile.cl

Resumen

La investigación en educación matemática resalta la importancia del trabajo en grupo en la construcción de conocimiento matemática y en el desarrollo de competencias democráticas. Sin embargo, pocos estudios han analizado cómo el posicionamiento jerárquico de los estudiantes en los grupos con base en sus identidades sociales y matemáticas configura no sólo las posibilidades de participación y acceso durante la resolución de problemas sino además, y fundamentalmente, las posibilidades de resolverlos exitosamente. En esta propuesta analizamos las tensiones que emergen en grupos de estudiantes organizados al azar durante la resolución de problemas. El estudio se realiza en el contexto de un programa de desarrollo profesional en escuelas marginalizadas en Santiago, Chile. Los resultados muestran la forma en la cual la colaboración, el respeto por las ideas de los demás y la responsabilidad por el aprendizaje entre los miembros del grupo configuran las posibilidades de resolver exitosamente los problemas matemáticos.

Palabras clave: Trabajo en grupo, resolución de problemas, identidad, identidad matemática, posicionamiento.

Introducción

Los discursos de la denominada reforma a la educación matemática abogan por una enseñanza centrada en el estudiante (National Council of Teachers of Mathematics, NCTM, 1984) que posibilite la construcción colectiva de conocimiento matemático (Yackel, Cobb &Wood, 1991) y el desarrollo de habilidades matemáticas y de competencias democráticas (Boaler, 2008). Se argumenta que la resolución de problemas en grupos pequeños de estudiantes es un dispositivo didáctico útil para afrontar los problemas de inequidad en el acceso y la participación en la clase de matemáticas (Boaler, 2008). Sin embargo, diversos estudios muestran las tensiones que se generan entre los estudiantes durante el trabajo en grupo (Esmonde, Brodie, Dookie & Takeuchi, 2009), así como las dificultades de los maestros para promover dicho estilo de aprendizaje (Yackel, Cobb & Wood, 1991). En primer lugar, tales tensiones emergen como resultado del posicionamiento jerárquico de las identidades sociales en la clase de matemáticas (Esmonde, 2009). Esmonde, Brodie, Dookie y Takeuchi (2009) muestran la forma en la cual la raza, la clase social y el género de los estudiantes influyen en los roles que éstos asumen durante el trabajo en grupo. En segundo lugar, tensiones emergen como resultado de las diferencias percibidas por los estudiantes en su estatus académico (Bianchini, 1999). La investigación muestra que estudiantes posicionados como "inteligentes" y "buenos para las matemáticas" tienden a dominar las discusiones y decisiones durante el trabajo en grupo pequeños así como en discusiones que involucran a la clase en general (Cohen, Lotan, Scarloss & Arellano, 1999). Así pues, antes que construir una respuesta efectiva al problema de la inequidad en la clase, el trabajo en grupo podría exacerbar tensiones afectando tanto la participación de los estudiantes así como sus oportunidades de aprendizaje (Bianchini, 1999).

Yackel, Cobb y Wood (1991) señalan la escasez de estudios que documenten los procesos involucrados en el trabajo en grupo en la clase de matemáticas. Pocos estudios han analizado la forma en la cual el posicionamiento jerárquico de los estudiantes con base en sus identidades sociales y matemáticas determinan no sólo las posibilidades de participación y acceso durante los procesos de resolución de problemas en grupo, sino además, y fundamentalmente, las posibilidades de resolver exitosamente dichos problemas. En esta propuesta exploramos esta problemática. El estudio que presentamos se desarrolla en el contexto del programa de desarrollo profesional *Activando la Resolución de Problemas en el Aula*, *ARPA*. En tanto que uno de los dispositivos propuestos por *ARPA* para fomentar la resolución de problemas es el trabajo en grupo, su implementación en escuelas chilenas durante los últimos 3 años ha constituido un laboratorio importante para estudiar la problemática anteriormente descrita. En este sentido, la pregunta que orienta la investigación que presentamos se plantea de la siguiente manera:

¿De qué manera el posicionamiento jerárquico de los estudiantes con base en sus identidades sociales y matemáticas durante el trabajo en grupo configura los procesos de resolución de problemas matemáticos?

Marco Teórico

Identidades sociales y matemáticas

Las nociones de identidad y poder son fundamentales en la compresión del fenómeno objeto de análisis. En esta propuesta asumimos que la *identidad* se (re)crea en los espacios discursivos que configuran las formaciones sociales tales como la escuela. A partir de diversas prácticas discursivas se crean *categorías o posiciones* las cuales crean subjetividades, es decir, vuelven a los individuos *sujetos* (De Freitas, 2010). Por ejemplo, discursos normativos dominantes en el campo de la educación matemática crean categorías particulares de estudiantes, tales como "competente", "hábil" o "lento". Tales categorías son contingentes e históricas y el acceso a ellas no es automático; por el contrario éste se encuentra mediado por las relaciones de poder en la escuela. Así, por ejemplo, el acceso a la categoría "hábil en matemáticas" se encuentra condicionado por otras categorías tales como “ser negro” o “ser mujer” (Valoyes-Chávez, 2017). Asimismo, Martin (2006) define *identidad matemática* como “las disposiciones y creencias que los individuos desarrollan acerca de su habilidad para participar y desempeñarse efectivamente en contextos matemáticos y para usar las matemáticas para cambiar las condiciones de vida” (p. 207). Con base en la discusión anterior, en esta propuesta asumimos que la identidad matemática comprende además las creencias y posicionamiento que los otros con los cuales interactuamos-maestros, compañeros, directivos, familiares-producen discursivamente sobre nuestra propia habilidad matemática. De Freitas (2010) señala la dualidad involucrada en el proceso de posicionamiento. En primer lugar, al ser asignado a una *categoría* creada por los discursos normativos dominantes en una formación social, el individuo se vuelve inteligible como *sujeto* y al mismo tiempo gobernable en un sentido foucaultiano. En segundo lugar, al atarse a dichos discursos, el individuo se auto reconoce y posiciona en dicho espacio discursivo. Así pues somos posicionados por otros al tiempo que nos posicionamos nosotros mismos al reconocernos en los discursos normativos dominantes. Es en este sentido que entendemos la noción de poder, no como “algo” que se posee sino que circula en las formaciones sociales y que le permite a los sujetos posicionarse, posicionar a otros y resistir y negociar tales actos de posicionamiento.

Un modelo del trabajo en grupo durante la resolución de problemas

En el currículo chileno el trabajo en grupo es un aspecto crítico no solo para la construcción de conocimiento matemático, sino además para el desarrollo de competencias ciudadanas (MINEDUC, 2016). En este sentido, *ARPA* modela el trabajo en grupo de acuerdo con cuatro elementos fundamentales: (i) *La organización al azar* de los estudiantes en los grupos como una forma de garantizar oportunidades de participación igualitaria entre estudiantes con diversos noveles de desempeño matemático; (ii) *colaboración*, entendida como las acciones e interacciones entre los estudiantes que permiten adelantar exitosamente una tarea; (iii) *respeto* por las ideas y aportes de los demás; y (iv) *responsabilidad* con el aprendizaje de cada uno de los miembros del grupo. Los últimos tres elementos articulan la noción de equidad relacional introducida por Boaler (2008).

Metodología

El estudio que presentamos se realizó en el contexto del Programa de Acompañamiento y Acceso Efectivo a la Educación Superior, PACE. Desde el 2014, esta iniciativa gubernamental, en alianza con universidades locales, busca responder al problema de la inequidad en el acceso a la educación superior de estudiantes en condición de pobreza en Chile. En la Universidad de Chile la iniciativa PACE-*ARPA* se desarrolla en 7 liceos ubicados en contextos marginalizados en Santiago. Durante un año lectivo los maestros asisten a 8 sesiones de taller *RPAula*. En cada sesión, los maestros planifican y adaptan problemas para posteriormente implementarlos en sus clases de acuerdo con el modelo *ARPA*, el cual consta de 4 etapas: Entrega, Activación, Consolidación y Discusión. Cuando un grupo tiene dificultades resolviendo el problema, se le da una simplificación. Si por el contrario logra resolverlo, se le da una extensión.

Participantes

Francisco[1] es un maestro de matemáticas con 5 años de experiencia docente, todos de los cuales habían tenido lugar en “Altas Colinas”, uno de los liceos del programa PACE-*ARPA*. Como parte de un estudio exploratorio cuyo objetivo era identificar desafíos en la implementación de

[1] Todos los nombres son pseudónimos.

ARPA en contextos marginalizados, le solicitamos a Francisco seleccionar un(a) estudiante que considerara tendría problemas con el aprendizaje de las matemáticas durante el año con el propósito de apoyar justamente su proceso de aprendizaje. Juana, estudiante de segundo año de la media fue seleccionada por Francisco, quien la posicionó como desmotivada e incapaz de aprender matemáticas.

Técnicas de Recolección y Análisis de Datos

Los datos utilizados en este estudio consisten en 12 videos de clases en las cuales Francisco implementaba los problemas diseñados en las sesiones del taller *RPAula*. Una cámara ubicada en la parte posterior del salón, capturó las dinámicas e interacciones de todos los grupos durante 6 clases en los cuales los estudiantes resolvían problemas en grupo. La segunda cámara filmó las interacciones en los grupos en los cuales Juana participaba durante estas 6 sesiones. Para el análisis de los datos se utilizó la técnica de *Videoanálisis* (Knoblauch & Schnettler, 2012). Este enfoque interpretativo analiza las interacciones sociales registradas en un ambiente "natural" asumiendo que los significados de tales interacciones son construidos colectivamente entre los sujetos involucrados y los observadores externos. Como parte de un análisis secundario, las autoras observaron grupalmente los videos y clasificaron las clases entre aquellas en las que el grupo de Juana resolvía el problema y en las que no. Posteriormente seleccionaron episodios significativos en relación con las categorías de *colaboración, el respeto y la responsabilidad* descritas en el marco teórico, para identificar cómo dichas categorías configuraban las posibilidades de resolver o no el problema.

Resultados

A partir del análisis realizado es posible constatar la forma en la cual las identidades sociales y matemáticas de los estudiantes parecen configurar las posibilidades de resolución de los problemas matemáticos propuestos. Los estudiantes de Francisco son homogéneos en términos raciales, étnicos y de clase; en este sentido, las diferencias en los actos de posicionamiento en los grupos pequeños surgen a lo largo de líneas de género y de las identidades matemáticas. A continuación analizamos dos de las clases en las cuales los estudiantes resolvieron problemas matemáticos. En la primera clase, el grupo no resolvió el problema mientras que en la segunda el grupo encuentra la respuesta del problema inicial y su extensión, la cual también se resuelve exitosamente. Ambos grupos están constituidos por un estudiante hombre y tres estudiantes mujeres, una de las cuales es Juana. En cada caso, analizamos las interacciones entre los integrantes del grupo que configuran el proceso de resolución de los problemas en relación con las categorías de colaboración, respeto y responsabilidad.

Clase 1: El problema del Crecimiento

Posicionamiento e identidades matemáticas. En el grupo conformado por Juana, Pedro, Flor y Carla los diferentes actos de posicionamiento entre los estudiantes configuran la colaboración, el respeto por las ideas y la responsabilidad por el aprendizaje, como mostramos a continuación. Desde el comienzo de la actividad, Pedro, quien luce incómodo, conversa, se ríe y bromea constantemente con compañeros de otro grupo cercano conformado por 3 estudiantes hombres y una mujer. Después de leer rápidamente el problema, Pedro se posiciona negativamente en el grupo:

> P: (Señalando el problema) Esto es materia de Harvard. Ya chiquillas, ustedes lo hacen y yo escribo. Es que no sé hacerlo.

Al posicionarse como incapaz de resolver el problema, Pedro condiciona su participación en el proceso de solución. Por su parte, y sin tomar en cuenta a Juana, Carla y Flor, quienes están sentadas frente a frente, leen y discuten el problema entre ellas. Después de un momento en el que parecen no entender el problema, Flor se dirige a Juana:

F: ¿Entendiste algo?
J: ¿Me ves cara de poder entenderlo? Yo sólo pongo cara de inteligente, no es que yo sepa

Al igual que Pedro, Juana construye discursivamente una identidad matemática negativa. Esta representación sobre la habilidad matemática de Juana es además compartida tanto por la clase como por el maestro. En este caso, le permite a Junan aislarse del proceso de solución colectiva para concentrarse en otras actividades. Flor, por su parte, conversa sobre el problema con sus amigas, quienes han quedado ubicadas en otro grupo. Dirigiéndose a Carla le comenta:

F: ¿Viste? Si yo funciono bien con ellas no más, o si no la cabeza no me da.

Así, Pedro, Juana y Flor limitan sus posibilidades de participación y colaboración, creando de esta manera una situación de in(ex)clusión (García, 2014) en el grupo. La dinámica de trabajo en general se basa en la integración entre Carla y Flor, a quien los miembros del grupo le han otorgado el liderazgo del grupo al posicionarla como la más hábil. Aunque inicialmente Flor se resiste a asumir dicho posicionamiento, ella termina liderando las interacciones con Francisco y es la encargada de valida o ignorar los aportes de sus compañeros, cuando éstos esporádicamente deciden intervenir.

Colaboración, respeto y responsabilidad. Diversos episodios muestran las dificultades para establecer relaciones de colaboración, respeto y responsabilidad durante el proceso de resolución del problema. El siguiente episodio evidencia la forma en la cual Flor desestima los aportes de los demás miembros del grupo, aún cuando estos podrían en efecto conducir a la solución del problema, y prefiere acudir a la autoridad de Francisco:

C: Es que la cuestión es que n+10 en la primera parte da 14 y en la segunda parte da 20; entonces sería mayor en Andrés, pero cuando empezamos con 10, la 2n+3 nos da más, entonces debería ser ésta (señalando el cuaderno).
J: Pero es que a veces los resultados cambian y aunque veamos aquí que sea el mayor, a veces este mismo que está acá, que es el mayor, es el menor en este caso.
C: Pero es que ahí te está mostrando los números que son menores.
J: Si, pero por alguna razón las dos dicen "mayor". Está dando a entender que los dos son mayores. Tenemos que encontrar cuál es el verdadero entre los dos que es mayor.
P: ¿Y si suman todo esto?
F: ¡De qué estás hablando, Pedro!
P: Pero si suman ese (señalando el cuaderno de Carla), si suman todo va dar el mayor, ¿No tiene sentido? Después va a ser ese y ahí van a estar (idea sin terminar).
F: (Dirigiéndose a Pedro, sarcásticamente) ¡Ah, claro! (Dirigiéndose a todo el grupo) Ya, llamemos al profe no más.
C: (Dirigiéndose a Flor) Pero igual podrías preguntarle lo que dije.

Así, el respeto por las ideas de los demás está ausente en la discusión anterior. Es difícil para los estudiantes establecer un diálogo que permita comprender y construir sobre los aportes de los demás. Más aún, antes que un interés real por el aprendizaje y la comprensión de cada uno de los miembros del grupo, existe una preocupación por el cumplimiento de las reglas establecidas por Francisco, de acuerdo con la cual todos deben entender y estar de acuerdo con la respuesta. En este sentido, Carla increpa a Pedro:

C: ¡Oye loco, ya pues pon atención! Después nos van a preguntar a todos y no vas a saber nada. ¿Qué estás haciendo? Estás puro conversando. (Dirigiéndose a Flor) Por eso no quería que nos tocara con un hombre.

Clase 2: El problema del "Monito Melocotonero"

Posicionamiento e identidades matemáticas. Durante la segunda clase, el grupo está constituido por María, Naty, Juana y Diego. Los miembros del grupo trabajan individualmente hasta el momento en el cual Francisco reconoce la estrategia de Diego y lo posiciona con autoridad matemática ante las compañeras. Esta acción define tanto la actividad y las interacciones así como la posibilidad de resolver el problema exitosamente:

> F: Está bien, 28. *Ese* es el análisis (señalando el cuaderno de Diego). Vas bien tú, Diego. Explícale a las compañeras cuál es el análisis.

Diego acepta el posicionamiento otorgado por Francisco y toma el liderazgo del grupo, organizando la actividad, dando explicaciones y tomando en cuenta los aportes de las demás estudiantes. Este posicionamiento también es reconocido y aceptado por las estudiantes, ilustrando el carácter dual del acto de posicionamiento (De Freitas, 2010):

M: ¿Cómo lo hiciste Diego?
D: Es sacarle los ¾ de 60 porque tienen que dividir 60 entre 4, son 15.
M: A ver, 60/4.
D: Da 15.
N: Sí, da 15.
D: Después multipliqué por el número de arriba y da 4 multiplicado por 7, 28, después se come 1 (melocotón) y da 27.
J: ¡Ah! Ahí está.
D: Y ahí después seguís.
N: A ver. 44 dividido entre 11 me da 4, y eso lo multiplico por 7. Me da 28 y se comió 1, me da 27. ¡Ah, ya caché!
J: ¡Ah, ya caché!

Colaboración, respeto y responsabilidad. El posicionamiento anterior reguló las interacciones, las cuales condujeron a la solución del problema. Durante este proceso, cada miembro del grupo participa, aporta ideas y construye sobre las ideas de los demás, tal y como se evidencia en el siguiente episodio:

J: ¿Y si hacemos primero todas las cuestiones que están aquí y vemos qué salen de esos resultados?
D: Acá yo lo dividí entre 4 para que me dé ¼ y me dio 9,125. Ese sería ¼ de eso.
J: Sí
D: Yo tenía pensado (idea sin terminar). ¿Viste que dice que se come un melocotón?
J: Sí, dice que se come uno.
D: Había pensado restar un melocotón primero y después dividir. Porque quedaría 74 y quedaría en 37. Y después podríamos seguir.

J: Y ahí no hay (idea sin terminar). (Dirigiéndose a Diego) Intenta hacer eso.
D: (Hace cálculos) Igual daría decimal.
J: ¡Chuta!
N: (Leyendo el problema) ¡Ah! Ahora hay que ver el orden, ósea hacer lo mismo, pero ver en qué orden tiene que ir. Si, ahí sale, el orden que usó, para saber qué le quedará hasta llegar a 1. Ósea hay que ordenarlo y sacarlo y ordenarlos hasta que llegue a 1.
D: ¡Ah!
M: ¡Ah! ¡Así como lo hicimos acá!
N: Como lo hicimos ahí, pero hay que sacar el orden.
J: ¡Sí, antes les dije po!
D: Es que (inaudible)
J: Te confundiste.
D: Ya. ¡Ahora lo sacamos!

La colaboración y el respeto por las ideas y aporte de los demás, configura en este caso la actividad matemática realizada. Adicionalmente, se evidencia la responsabilidad que los miembros asumen por el aprendizaje de los demás. El contraste al posicionamiento negativo de Juana en la clase 1, dicha responsabilidad y el reconocimiento de sus aportes parecen motivar su participación y confianza en su habilidad para resolver problemas. Es así como durante la plenaria, Francisco posiciona positivamente al grupo frente del curso y les pide resolver el problema en el tablero. Es Juana quien, con ayuda de sus compañeros, explica el procedimiento a la clase. Tal acto de posicionamiento otorga a los miembros del grupo motivación y confianza para aportar a la construcción del conocimiento matemático del curso. El grupo logra resolver tanto el problema inicial así como la extensión.

Discusión

En este estudio indagamos la manera en la cual el posicionamiento jerárquico de los estudiantes con base en sus identidades sociales y matemáticas durante el trabajo en grupo configura los procesos de resolución de problemas matemáticos. En primer lugar, los resultados evidencian justamente la forma en la cual las identidades de género emergen como un aspecto que determina las interacciones entre los estudiantes. Aunque en los dos casos considerados la composición de los grupos es similar en términos de género (1 hombre, 3 mujeres), las diferencias en el posicionamiento dentro del grupo varían considerablemente. En el primer caso, y aunque la investigación muestra el dominio de "lo masculino" en las matemáticas (Esmonde, 2009), la diferencia numérica entre hombres y mujeres parece tensionar las interacciones en el grupo. Ni Pedro ni Carla se sienten cómodos con la configuración del grupo en términos de género, lo cual condiciona la participación. En el segundo caso, es una autoridad externa -el maestro- quien posiciona al estudiante hombre como autoridad matemática, posicionamiento reconocido y aceptado por las demás integrantes. Este simple acto parece contribuir a consolidar la actividad matemática que conduce a la solución del problema. Lo anterior no es más que una muestra de las complejidades de las interacciones durante los procesos de trabajo en grupos entre los estudiantes.

En segundo lugar, los resultados evidencian el papel fundamental de las identidades matemáticas durante el trabajo en grupo. Existe en la clase de matemáticas una jerarquía de identidades matemáticas (Martin, 2006) que se negocian y resisten. Categorías tales como ser "hábil" o "lento" surgen durante las interacciones, condicionando la participación y el aprendizaje. Los estudiantes posicionan a otros y se posicionan ellos mismos, al tiempo que negocian y resisten tales actos. Los resultados muestran la emergencia de problemáticas de poder durante el trabajo en equipo, las cuales no se resuelven de manera espontánea por los estudiantes. Más allá del foco en la complejidad matemática y cognitiva de los problemas, se necesita investigación sobre la problemática aquí abordada, la cual podría iluminar el efecto de este modelo en la participación y el aprendizaje de los estudiantes; también podría ayudar a identificar formas efectivas de intervenir para posibilitar que los maestros reconozcan estas tensiones y puedan fortalecer en sus estudiantes la construcción de identidades matemáticas positivas y de habilidades democráticas relacionadas con la colaboración y la responsabilidad.

Agradecimiento: Se agradece financiamiento otorgado por el proyecto CONICYT/FONDECYT # 3180238 y por el Proyecto Basal FB0003 del Programa de Investigación Asociativa de CONICYT.

Referencias

Bianchini, J. (1999). From here to equity: the influence of status on student access to and understanding of science. *Science Education, 83*(5), 577-601.

Boaler, J. (2008). Promoting 'relational equity' and high mathematics achievement through an innovative mixed-ability approach. *British Educational Research Journal*, 34(2), 167-194.

Cohen, E. G., Lotan, R. A., Scarloss, B. A., & Arellano, A. R., (1999). Complex instruction: Equity in cooperative learning classroom. *Theory into Practice, 38*(2), 80-86.

De Freitas, E. (2010).). Regulating mathematics classroom discourse: Text, context and intertextuality. En M. Walshaw (Ed.). *Unpacking pedagogy: New perspectives for mathematics classroom* (pp.129-151). Charlotte, NC: Information Age.

Esmonde, I. (2009). Ideas and Identities: Supporting equity in cooperative mathematics learning. *Review of Educational Research, 79*(2), 1008-1043.

Esmonde, I., Brodie. K., Dookie, L., & Takeuchi, M. (2009). Social identities and opportunities to learn: Student perspective on group work in an urban mathematics classroom. *Journal of Urban Mathematics Education, 2*(2), 18-45.

García, G. (2014). La producción de in(ex)clusión, currículo y cultura(s) en el aula de matemáticas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemáticas, 7*(2), 202-221.

Knoblauch, H., & Schnettler, B. (2012). Videography: Analysing video data as a "focused" ethnographic and hermeneutical exercise. *Qualitative Research, 12*(3), 334-356.

Martin, D. B. (2006). Mathematics learning and participating as racialized forms of experience: African American parents speak on the struggle for mathematics literacy. *Mathematical Thinking and Learning 8*(39), 197-229.

MINEDUC (2016). Orientaciones curriculares para el desarrollo del plan de formación ciudadana. Recuperado el 15 de octubre de 2018 de http://formacionciudadana.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/46/2016/11/Orientaciones-curriculares-PFC-op-web.pdf

National Council of Teachers of Mathematics (1984). *An agenda for Action. Recommendations for school mathematics of the 1980s.* Reston, VA: NCTM Inc.

Valoyes-Chávez, L. (2017). Inequidades raciales y educación matemática. *Revista Colombiana de Educación, 73*, 127-150. https://doi.org/10.17227/01203916.73rce127.150

Yackel, E., Cobb, P., & Wood, T. (1991). Small-group interaction as a source of learning opportunities in second-grade mathematics- *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(5), 390-408.

XV CIAEM
Medellín - Colombia
5 - 10 mayo/maio/may 2019
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference on Mathematics Education
Universidad de Medellín
Universidad de Antioquia

La clase de matemáticas: potenciando el pensamiento crítico a partir del cuidado del medio ambiente

Lina Marcela **Patiño** Londoño
Estudiante maestría en educación, Universidad de Antioquia
Colombia
lmarcela.patino@udea.edu.co

Liliana **Quintero** López
Profesora, Universidad de Antioquia
Colombia
liliql22@gmail.com

Carolina **Higuita** Ramirez
Profesora, Universidad de Antioquia
Colombia
carolina.higuita@udea.edu.co

Resumen

Las experiencias como maestra me han movilizado a pensar en un aprendizaje de las matemáticas que trascienda los contenidos y se convierta en un saber que esté ligado a resolver problemas de la vida cotidiana. En este caso, problemas relacionados con el medio ambiente. Aquí presentaremos la propuesta del proyecto de investigación de la *Maestría en Educación, Línea de Educación Matemática de la Universidad de Antioquia* (Colombia). El propósito del estudio es potenciar el pensamiento crítico en la clase de matemáticas con estudiantes de grado noveno a partir del cuidado del medio ambiente. El camino que queremos recorrer tiene como principio una voluntad por ubicarse en el mundo que moviliza la construcción de conocimiento (Zemelman, 2012) para el cuidado de la vida, esto es, del medio ambiente.

Palabras clave: Saberes de experiencia, Educación matemática crítica, Epistemología crítica, Alfabetización crítica, Pensamiento crítico.

Introducción

Esta comunicación tiene como finalidad presentar las generalidades de la propuesta de investigación titulada: "*Potenciar el pensamiento crítico en la clase de matemáticas a partir del cuidado del medio ambiente*". El estudio se encuentra en proceso de construcción[1] y toma como

[1] Corresponde al segundo de los cuatro semestres que constituyen la Maestría en Educación, Línea Educación Matemática de la Universidad de Antioquia, Colombia.

fundamentos la educación matemática crítica de Skovmose (1999), Valero (2017), Skovmose y Valero (2012); y la epistemología crítica de Zemelman (2015). En este trabajo hacemos referencia a unos antecedentes desde la práctica del ser maestra, el planteamiento del problema, el horizonte conceptual y el camino metodológico.

El estar siendo maestra: afectaciones

Este apartado tiene como finalidad presentar una síntesis de las experiencias de mi ser[2] como maestra. Para esto, describo las características de mi proceso pedagógico, en el cual evidencio unas matemáticas alejadas de los contextos de los estudiantes y enfocadas en la enseñanza de algoritmos, es decir, una matemática abstracta, alejada de las realidades sociales. La reflexión sobre la propia práctica y el encuentro con algunos autores a partir de las lecturas me han posibilitado reflexionar y problematizar mi práctica. A continuación, describo cuatro acontecimientos que me han constituido:

El primero tuvo lugar en una escuela rural del municipio de La Unión (Antioquia, Colombia)[3], allí compartí con población campesina. Para la época en esta comunidad educativa se desarrollaba un proyecto de reciclaje. Sin embargo, como maestra no establecí una relación con las matemáticas. Mi objetivo estaba centrado en enseñar contenidos. El segundo acontecimiento fue en el municipio de Buriticá, enmarcado en un contexto de deterioro social y ambiental ocasionado por la minería. Si bien, yo era conocedora de las problemáticas sociales existentes en el Municipio, en el aula de matemáticas estos flagelos eran invisibilizados por una enseñanza basada en contenidos.

El tercer acontecimiento ocurrió en el barrio Carambolas del municipio de Medellín. El contexto en el que se desarrollaba mi actuar como maestra estaba permeado por problemas relacionados con la desigualdad social y problemas ambientales. En la clase de matemáticas mi actuar era el mismo de las experiencias anteriores, es decir, a partir del tratamiento de contenidos siguiendo rigurosamente el plan de estudio planteado. Mi propósito estaba centrado en lograr que los estudiantes fueran competentes en matemáticas.

El último acontecimiento, corresponde al lugar actual en el que me desempeño como maestra, el municipio de la Unión. Un contexto que basa su economía en la agricultura, la ganadería, la minería de caolín y de material pétreo. Dichas prácticas vienen afectando el medio ambiente, la salud y la seguridad alimentaria de los unitences. Las reflexiones sobre las experiencias vividas me han señalado la necesidad de pensar el aprendizaje de las matemáticas y su relación con el cuidado del medio ambiente, así como proponer una clase de matemáticas que trascienda la enseñanza de contenidos y posibilite un aprendizaje para la toma de decisiones y resolución de problemas cotidianos.

Planteamiento del problema

Nuestra motivación por desarrollar un pensamiento crítico en la clase de matemáticas con estudiantes de grado noveno a partir del cuidado del medio ambiente tiene sus orígenes en la reflexión de tres aspectos que involucran los saberes de experiencia, las necesidades y los

[2] Este apartado está escrito en primera persona del singular en tanto hace parte de lo vivido en mi estar siendo como maestra. Los demás apartados fueron constituidos en conjunto con las maestras que acompañan este proceso, de allí que se hable en primera persona del plural.

[3] Los municipios señalados en esta comunicación se encuentran todos ubicados en el departamento de Antioquia, Colombia.

desafíos a los que se enfrenta la educación matemática hoy, en particular en el contexto colombiano. Estos son: la reflexión sobre la propia práctica (presentada en el apartado anterior), la necesidad de pensar la clase de matemáticas más allá de la formación cognitiva, esto es, la consideración del estudiante como un ser histórico y constructor de mundo y la búsqueda de posibilidades para aprender matemáticas ligadas al cuidado del medio ambiente, como un asunto que puede ayudar a la supervivencia de la humanidad. A continuación, se presentan los aspectos enunciados.

Una formación centrada en el desarrollo cognitivo

Los criterios de productividad, eficiencia y eficacia que se han apoderado de la escuela como producto de apuestas sociales, políticas y económicas del orden mundial han hecho que la enseñanza de los saberes, en particular los matemáticos, centren su atención en aspectos cognitivos que implican necesariamente un aprendizaje memorístico y sin aplicabilidad real de los conceptos. Aprendizajes que son validados a través de pruebas estandarizadas.

Buen ejemplo de ello es mi experiencia actual como maestra en la Institución Educativa Félix María Restrepo Londoño, donde las matemáticas han sido presentadas como exactas y neutrales, dejando de lado la realidad de los estudiantes, sus saberes y de las problemáticas sociales que a diario enfrentan sus comunidades. Este ejercicio como docente contradice los principios filosóficos propuestos en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (LCM) donde se promueven "procesos de pensamiento aplicables y útiles" (1998, p.18).

Esta enseñanza de las matemáticas ha alejado a los estudiantes y a la familia de una lectura e intervención en el mundo (en el sentido de Freire, 2004) y ha generado una apatía a lo que sucede alrededor no solo del país, sino incluso dentro del municipio y de la institución educativa. Lo anterior como fruto de un pensamiento racional. De allí que consideremos necesario pensar una educación matemática con estudiantes como lo señala Valero (2002) con "una existencia física y temporal, con sentimientos, con múltiples razones para involucrarse (o no) en el aprendizaje de las matemáticas y con una vida que trasciende los límites del aula y de la escuela" (p. 55). Es decir, la educación matemática debe posibilitar conocimientos a los estudiantes que les permita tomar decisiones y resolver problemas de su vida cotidiana, no es suficiente enfocarse en enseñanza de algoritmos, es indispensable vincular en la enseñanza los temas sociales.

La relación entre las matemáticas y el medio ambiente

El crecimiento acelerado de la humanidad y el modelo capitalista-consumista ha ocasionado una afectación al medio ambiente, como lo afirman Abad y Fernández: (2011) "los principales problemas de la degradación del medio ambiente están determinados por estilos de vida y modelos de comportamiento derivados de la evolución dinámica de la ciencia y la tecnología" (p. 104). De allí que la educación se piense como el aspecto central para combatir esta situación y que se generen políticas educativas como se señalan en documentos producidos por la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (Unesco) y el Ministerio de Educación Nacional de Colombia – MEN (2017).

La Unesco (2015) en su objetivo para alcanzar en el 2030 la Educación de Desarrollo Sostenible (EDS) propone una formación que posibilite a los estudiantes tomar decisiones y adoptar medidas responsables para cuidar el medio ambiente. En este documento se promueve que, con la ciencia, la tecnología y la ingeniería (STEM) es posible aportar al desarrollo de un mundo sostenible. Así mismo, en el Plan Nacional Decenal de Educación (Pnde) 2016-2026 se plantea que se debe promover una formación integral del ciudadano, donde exista la posibilidad de aprovechar las nuevas tecnologías en la enseñanza y el aprendizaje en armonía con el medio ambiente.

Las referencias anteriores nos dejan ver la preocupación en el orden internacional y nacional por el cuidado del medio ambiente y el papel crucial que puede cumplir la educación para su preservación. Los LCM (1998) y los Estándares Básicos de Competencias (EBC) (2006) como documentos orientadores de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Colombia nos señalan de manera explícita una relación entre las matemáticas y el medio ambiente a través del desarrollo del pensamiento métrico y su vínculo con las ciencias naturales y sociales. También, expresan la relación entre matemáticas y el uso racional de recursos.

Los documentos más recientes de orientación curricular, Derechos Básicos de Aprendizaje-(DBA) (2017) y las Mallas de Aprendizajes (2017) en matemáticas no señalan de manera explícita un relacionamiento de estas con el cuidado del medio ambiente. Sin embargo, se platean algunas actividades que permiten comprender fenómenos naturales asociados con la variación. Lo anterior no implica necesariamente procesos de actuación por parte de los estudiantes para la toma de decisiones que permitan prevenir y predecir situaciones que afecten la vida.
Por otra parte, encontramos algunas investigaciones donde se ve la relación entre educación matemática y medio ambiente. Son ellas: *Bertanha y França (2016); Gómez (2016*); *Urkidi & Correa*. (2015); *Lombardo & Lorenzetti (2007).* En estos trabajos se hace explicita la necesidad de integrar el medio ambiente con las matemáticas, y trascender de la enseñanza basada en contenidos a una en la que los estudiantes se puedan involucrar mediante la reflexión crítica sobre las dificultades ambientales específicas.

El medio ambiente en la Unión

A continuación haremos una descripción de las problemáticas ambientales del municipio de La Unión, lugar donde se desarrolla esta investigación. Las fuentes económicas del municipio se centran en la ganadería, la agricultura y la explotación minera de material pétreo y del caolín. Estas prácticas económicas generan deforestación, daños del suelo y contaminación de las fuentes hídricas, pues están determinadas por el uso de agroquímicos y químicos. Respecto a esta problemática en el Municipio, el Proyecto de Educación Ambiental (PRAE) (2018) de la Institución Educativa Félix María Restrepo Londoño invitó a la comunidad educativa a pensar cómo desde las diferentes áreas del conocimiento puede analizarse el uso de agroquímicos y la alimentación saludable.

Hasta ahora hemos presentado el problema desde la política educativa nacional e internacional y desde una lectura de la realidad local. Con el escenario ya presentado y las reflexiones suscitadas nos surge la siguiente pregunta de investigación*: ¿Cómo potenciar el pensamiento crítico en la clase de matemáticas con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Félix María Restrepo Londoño a partir del cuidado del medio ambiente?*

Horizonte Conceptual

El horizonte conceptual de esta investigación lo venimos tejiendo a partir de dos perspectivas, estas son: la educación matemática crítica de Skovmose (1999), Skovmose y Valero (2012), Lizcano (2016), Valero, Andrade y Montesino (2015), Valero (2017); y la epistemología crítica de Zemelman (2012). A continuación, presentamos una síntesis de estas perspectivas.

Educación Matemática Crítica

De acuerdo con los autores Valero, Andrade y Montesino (2015) la educación matemática crítica surgió al inicio de 1980 en Europa y otros países. Nació con la finalidad de relacionar aspectos sociales con la matemática, romper el paradigma de la matemática como ciencia abstracta alejada de la cultura y de la psicología cognitiva y que basa su estudio en el aprendizaje y enseñanza de aspectos cognitivos, para entrar a relacionar la educación matemática con aspectos como la democracia y la justicia social. Las categorías que son problematizadas en esta perspectiva son: matemáticas, alfabetización funcional, alfabetización crítica, empoderamiento y justicia social. Estas se desarrollan en el marco de los procesos de globalización[4] y también los de resistencia a este modelo. Seguidamente se presentan de manera general estas categorías.

Matemáticas. Estamos entendiendo este concepto a partir de Skovmose y Valero (2012) y Lizcano (2006), ellos reconocen que las matemáticas están ligadas a las prácticas sociales. Skovsmose y Valero (2012) plantean la "necesidad de redefinir las matemáticas en conexión con el contexto social en el que operan con los fenómenos educativos en los que están inmersas" (p.17), es decir, las matemáticas deben estar en función del contexto, se debe trascender de las matemáticas abstractas que solo se aprenden en el aula de clase y sin aplicabilidad en la vida. Además, Lizcano (2006) nos muestra como las matemáticas se desarrollan a partir de las prácticas sociales de un grupo particular, pues estas surgen de acuerdo con cada cultura y cada necesidad. En diferentes situaciones se ven reflejados los distintos modos de razonar. Lo que nos muestra que no tienen que tener parecido con las matemáticas universales.

Justicia social. La definición que hacemos de esta categoría es con base en Skovmose y Valero (2012). La justicia social lucha por combatir la desigualdad, por incluir a las poblaciones vulnerables de la sociedad y por dar solución a las problemáticas sociales con la finalidad de mejorar las condiciones de vida de las comunidades. Busca reconocer una diversidad donde se acepten las diferencias y se incluyan los saberes de los estudiantes sin desmeritarlos simplemente porque no cumplen con la racionalidad establecida.

Alfabetización funcional. De acuerdo con Skovmose (2012) esta expresión se refiere a las "competencias que una persona podría tener para cumplir una función particular de un trabajo" (p. 65). Así, esta formación no permite cuestionar la realidad, sino que perpetua la idea de servir al Estado. No hay posturas críticas frente a las problemáticas.

Alfabetización crítica. Skovmose (2012) se refiere a una educación que no solo se base en la enseñanza de leer y escribir y al aprendizaje de las operaciones básicas, sino a una formación matemática que permita cuestionar las dificultades sociales, favoreciendo así la toma de decisiones en los aspectos de la vida, que en palabras de Valero (2017) sería el empoderamiento.

[4] Skovmose (2012) caracteriza la globalización a partir de seis aspectos. Estos son: Primero. Hay acuerdo general en que los procesos de globalización se facilitan mediante tecnologías de la información y la comunicación. Segundo. Se ve que la globalización está comprometida con un capitalismo de crecimiento libre. Tercero. Los procesos de globalización no siguen una ruta simple y predecible. Cuarto. La globalización incluye distribución y redistribución de "bienes" y "males". Quinto. La pobreza acompaña el capitalismo que crece libremente y la globalización se transforma en guetización que también incluye áreas considerables de Europa, Estados Unidos y partes de sus más grandes metrópolis. La gente que está en los guetos es gente inmovilizada. Sexto. La globalización podría ser armada (pp. 67-69).

Epistemología Crítica

La perspectiva de la epistemología crítica de Zemelman (2015) tiene como principio la lectura de la realidad que habitamos, es decir, pensar el aquí y el ahora. En esta perspectiva, la construcción del conocimiento se hace considerando el contexto histórico y cultural, desvelando sus límites y analizando sus posibilidades. El autor nos invita a no ser conformista con las situaciones que nos presenta la cultura dominante, esto nos moviliza a ser sujetos pensantes.

Estas apreciaciones tienen relevancia en nuestro estudio porque nos invitan a mirar desde otras perspectivas y cobran sentido en nuestra investigación porque vamos a cuestionar las matemáticas que concebimos en nuestro contexto particular, basadas solo en lo cognitivo. Nos enfocaremos en una disciplina que también busque la formación de ciudadanos que se preocupen por los problemas sociales, en especial, los ambientales. Para pensar debemos salir de los parámetros y no naturalizar las realidades, sino cuestionarlas en busca de soluciones. Entendemos el pensamiento crítico a partir de Zemelman (2012), como un pensamiento liberador del ser humano que reconoce su historia y la convierte en experiencia, para así transformar su futuro.

Caminos para potenciar el pensamiento crítico en la clase de matemáticas

La investigación se enmarca en el paradigma cualitativo, debido a que nuestro interés es favorecer desde el aprendizaje de las matemáticas el cuidado del medio ambiente. Lo que significa la construcción de conocimiento necesario para leer y actuar en una realidad particular a partir de las relaciones de los participantes con el mundo. Así, el estudio será fundamentado en un enfoque crítico dialéctico debido a que pretendemos una transformación de quienes hacen parte de este proyecto. Para lograrlo, planteamos un método enmarcado en la teoría crítica, debido a que busca transformar problemáticas sociales propias del contexto donde se llevará a cabo la investigación. Además, busca trasgredir paradigmas de manipulación y dominio de la sociedad en busca de luchar por la justicia social. De acuerdo con Kincheloe y McLaren (2012) “la investigación que aspira recibir el nombre de crítica debe estar conectada con el intento de confrontar la injusticia de una sociedad o una esfera pública en particular dentro de la sociedad” (p. 244).

Bajo este marco, los registros que proponemos son:

- **Cartografías propias:** son comprendidas de acuerdo con Vargas (2016) como “representacio[nes] de cómo nos situamos en el mundo, de cómo habitamos el territorio, a partir de las coordenadas que son al tiempo éticas, estéticas, sagradas y profanas” (p. 127). Los estudiantes reconstruyen desde sus propias percepciones los problemas ambientales que vive en la actualidad el municipio de La Unión. Estas cartografías iniciales posibilitarán que se definan algunos proyectos en torno a los cuales los estudiantes podrían centrar su atención, y a partir de allí girarán los escenarios de aprendizajes.

Las cartografías podrán resignificarse en el proceso de la investigación a partir del diálogo con personas conocedoras de las problemáticas expuestas.

- **Escenarios de aprendizaje:** Esta propuesta está fundamentada en los aportes de Skovmose (2002), García, Valero & Camelo (2013). Los escenarios de aprendizaje tienen como finalidad trascender la enseñanza basada en ejercicios donde hay una única respuesta y mecanización de algoritmos, lo que se busca es que los estudiantes se involucren en el aula y se establezcan relaciones entre los conceptos matemáticos y su realidad. Los escenarios de aprendizaje se constituyen a partir de proyectos que emergen de los intereses de los estudiantes y se desarrolla en espacios escolares y no escolares. Los proyectos estarán acompañados por la maestra, lo que implica también la apuesta por la formación autónoma de los estudiantes. Los estudiantes tendrán el poder de decidir sobre qué problemática gira su trabajo y tendrán la tarea de mirar qué de las matemáticas serán necesarias para comprender y buscar soluciones al problema. Como maestra tengo la tarea de tejer relaciones entre los proyectos, proponer escenarios de aprendizaje (cuatro). Las matemáticas estudiadas deben tener sentido para cada uno de los proyectos. También se orientarán discusiones en cada uno de los grupos.

- **Diario de la investigadora:** refleja las reflexiones propias generadas a partir de la práctica en el desarrollo de los escenarios de aprendizaje y las que surgen con las lecturas de autores que fundamentan el trabajo y el diálogo con colegas del área que posibilitan ampliar los horizontes.
- **Entrevistas:** posibilitan ampliar comprensiones sobre la relación entre las matemáticas y el cuidado del medio ambiente. Estas entrevistas son semiestructuradas, en tanto, plantean algunos interrogantes y abren la posibilidad para que emerjan otros a medida que avanza la conversación. En este sentido, las entrevistas representan una visión de mundo de quién nos habla y permiten ampliar los horizontes de comprensión.

  Las entrevistas serán realizadas a personas del Municipio que tengan relación con el medio ambiente, a estudiantes participantes, maestros y a personas que de acuerdo con los intereses planteados por los estudiantes en los proyectos tengan conocimiento al respecto.
- **Salidas pedagógicas:** Estarán definidas en función de los proyectos que emerjan en el trabajo colectivo con los estudiantes. Tendrán como objetivo reconocer y ampliar comprensiones sobre la realidad estudiada. Los contextos de las pedagogías podrán ser escolares y comunitarias.
- **Cine-foros:** La utilidad de esta herramienta según Zerpa (2010) es que: “La formación en cine abre otros espacios para la reflexión y la crítica” (p.59). En nuestro estudio buscamos que con el cine se genere un espacio de reflexión, que posibilite cuestionar los problemas ambientales que afronta el mundo.

Para el análisis de los registros se procederá con un estudio de caso entendido en relación a Yin (2003) que nos manifiesta la utilidad de este en relación a la investigación porque: “permite que una investigación retenga las características holísticas y significativas de los eventos de la vida real” (p. 3). La selección estará determinada por criterios como: estudiantes que se hayan involucrado en el área de matemáticas, además, que sus preguntas y sus respuestas sean innovadoras. En este sentido, el análisis de estos registros producidos de manera colectiva implicará una triangulación con los autores estudiados y las comprensiones que como maestro tuve en el marco del proceso de investigación.

Referencias y bibliografía

Abad, G., & Fernandez, K. (2011) Enseñar y aprender matemáticas desde el enfoque medio ambiente ciencia-tecnología-sociedad. *Revista Educación Inclusiva*, *4*(2), 99-110.

Freire, P. (2004). *Pedagogía de la autonomía*. México: Siglo XXI Editores.

García, G.; Valero, P.; Salazar, C.; Mancera, G.; Camelo, F. y Romero, J. (2013). *Procesos de inclusión/ exclusión*. Subjetividades en educación matemática. Capítulo II. Bogotá: Fondo Editorial Universidad Pedagógica Nacional.

Gómez, E. (2016). *Ciudadanía ambiental desde las prácticas de medición en la construcción del espacio de reforestación la restauración*. Universidad Pedagógica Nacional Facultad de Ciencia y Tecnología. Colombia.

Institución Educativa Félix María Restrepo Londoño (2018). *Agroquímicos vs alimentación saludable*: infórmate, decide y actúa. La Unión: I.E. Félix María Restrepo Londoño.

Kincheloe, J. & McLanen (2012). Replanteo de la teoría crítica y la investigación cualitativa. En Denzin & Lincon. *Paradigmas y perspectivas en disputa. Manual de investigación cualitativa*. Volumen II (pp. 241-319). España: Gedisa, S.A.

Lizcano, E. (2006). Las matemáticas de la tribu europeas: Un estudio de caso. *Metáforas Que Nos Piensan. Sobre Ciencia, Democracia y Otras Poderosas Ficciones*, 185–204. Recuperado de: https://www.traficantes.net/sites/default/files/pdfs/Metaforas que nos piensan-TdS.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Documento fundamentación teórica de los derechos básicos de aprendizaje (V2) y de las mallas de aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá: MinEducación.

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (2015). *Declaración de Incheon y Marco de Acción para la Realización del Objetivo de Desarrollo Sostenible, 4*, 83. Disponible en: https://doi.org/D-2016/WS/28

Urkidi, P., Correa, J. M. (2015). Acción de la escuela en favor del medio ambiente : un modelo crítico de educación medio ambiental. *Revista de Psicodidáctica*, *2*, 45–63. Recuperado de: https://doi.org/10.1387/RevPsicodidact.362

Skovsmose, O, & Valero, P. (2012). Rompimiento de la neutralidad política: El compromiso crítico de la educación matemática con la democracia. In P. Valero, & Skovsmose. *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 1-23). Bogotá: una empresa docente.

Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante*, *11*(1), 49–59.

Valero, P. (2017). El deseo de acceso y equidad en la educación matemática. *Revista Colombiana de Educación. Núm.*, *73*, 99-128.

Valero, P., Andrade, M. & Montesino, A. (2015) Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, *18*(3), 287–300.

Vargas, P. (2016). *Historia de territorialidades en Colombia*. Biocentrismo y antropocentrismo. Colombia: Autores independientes.

Yin, R. K. (2003). Introduction and designing case study. *Case study research design and methods*. Recovered from: https://doi.org/10.1017/CBO9780511803123.001

Zemelman, H (2012). *Los horizontes de la razón*. Volumen I: Dialéctica y apropiación del presente. Barcelona: Anthropos Editorial.

Zemelman, H. (2015). Pensamiento Y construcción de conocimiento histórico. Una exigencia para el hacer futuro. *El Ágora Usb*, *15*(2), 343–352. Recuperado de: http://www.redalyc.org/pdf/4077/407747672001.pdf

Conceptos matemáticos subyacentes al quehacer de los cortadores de papel del gremio de las artes gráficas

Rosa Juleidy **Alvarez Diaz**
Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle
Cali – Colombia
Yul.alvarez23@gmail.com

Victoria Andrea **Arango Morales**
Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle
Cali - Colombia
Victoria.arango@correounivalle.edu.co

Resumen

Esta ponencia tipo comunicación tiene como propósito identificar los conceptos matemáticos y herramientas utilizadas por los cortadores de papel en máquina guillotina del gremio de las artes gráficas en la ciudad de Cali. Los datos se constituyeron a partir de la observación de procesos de corte usados en guillotina por los operarios del barrio San Nicolás, dichas observaciones se realizaron: dos horas diarias para los tres operarios distribuidas en la mañana y la tarde. Obteniendo registro de audio y notas de campo. Los resultados indican que la actividad de corte de papel tiene inmersa una amplia gama de conceptos matemáticos utilizados empíricamente por los cortadores, ayudando a ampliar la comprensión del quehacer de quienes al realizar su trabajo diario aplican conceptos que tal vez no lograron interiorizar en su formación académica pero que terminan utilizando por los requerimientos laborales.

Palabras claves: matemática, ciencias, etnomatemática, conceptos matemáticos, artes gráficas

Introducción

La siguiente ponencia tipo comunicación expone el resultado sobre el análisis de las estrategias matemáticas utilizadas por los cortadores de papel en guillotina en la ciudad de Cali. Actividad que se realiza como parte de los procesos finales en la producción de piezas gráficas. Dicha actividad tiene inmersa una variedad de conceptos matemáticos utilizados empíricamente, que por lo regular no son percibidos ni reconocidos explícitamente por los operarios.

Nuestro interés está centrado en identificar los conceptos matemáticos utilizados por estas personas al realizar su trabajo. El desempeño que ha de cumplir el cortador es "…de preservar la calidad de los productos gráficos, de prevenir el desperdicio de material impreso, de optimizar los tiempos de entrega y de trabajar en condiciones de seguridad personal, de los equipos y de los materiales a su cargo" (Solanes, 2005, p17). El proceso de corte tiene una incidencia grande en el producto final ya que permite tener un valor agregado a la pieza.

Propósito

Identificar los conceptos matemáticos y herramientas utilizadas por los cortadores de papel en máquina guillotina.

Metodología

El presente trabajo investigativo enmarcado en el ámbito de las ciencias sociales y humanas, consiste en un proyecto requerido en la asignatura etnomatemática dentro de la formación de pregrado del plan de estudios Licenciatura en Educación Básica con énfasis en matemáticas de la Universidad del Valle. Para llevarlo a cabo, fue necesario hacer uso de ciertas técnicas de investigación que permitieran justificar el problema a investigar. El tipo de estudio de acuerdo al enfoque de investigación es cualitativo-descriptivo y para ello hicimos uso de la observación como principal técnica de investigación.

En el barrio San Nicolás Centro de las artes gráficas de la ciudad de Cali, observamos (a distancia moderada sin participación activa) durante una semana a tres trabajadores pertenecientes a dos empresas del sector de las artes gráficas. Dichas observaciones se establecieron de dos horas diarias distribuidas en horas de la mañana y la tarde. Con ayuda de notas de campo y grabaciones de voz nos enfocamos en los procesos realizados por los operarios al momento de cortar papel en la maquina guillotina, sus gestos, comunicación con los clientes, análisis a requerimientos y el posible uso de conceptos matemáticos.

Cortador 1, **Formación académica:** Básica primaria, **Edad:** 23

Cortador 2, **Formación académica:** Tecnología en sistemas, **Edad:** 18 años

Cortador 3, **Formación académica**: Básica primaria, **Edad:** 42 años

La máquina cortadora utilizada en la industria gráfica tiene la función de cortar y refilar cantidades de hojas de papel o cartón en porciones de altura variable hasta 180 mm y de una longitud de hasta 2 metros aproximadamente, según su tamaño. Está dotada de escuadras para la colocación exacta del papel y, a veces, de mandos automáticos con programas para la ejecución de una serie de cortes sucesivos en la misma porción de papel.

Las guillotinas lineales pueden ser usadas para refilar los márgenes de los libros cuando no se dispone de guillotinas trilaterales apropiadas.(1) Existen diferentes tipos de guillotinas lineales: a palanca, semi automática y automáticas con programa.

Las guillotinas lineales pueden cortar papel que viene en rollos o en pliego. En el mercado del papel industrial se manejan dos medidas para el pliego:

- Medida Europea según ISO 216. 70 cms de ancho por 100 cms de largo (70x100)
- Otra estándar 60 cms de ancho por 90 cms de largo (60x90)

Algunos tipos de papel manejan ambas medidas, pero hay otros como el papel bond, por ejemplo, que solo maneja la medida 70x100

Cuando el cliente va a comprar un papel que tiene cualquiera de las dos medidas debe saber cuál le conviene más para evitar el gasto o desperdicio de papel. En caso de que el cliente no lo sepa debe preguntar a un publicista o a un cortador.

Las guillotinas vienen con una medida de luz que es el ancho de la máquina o la medida máxima de papel que puede entrar para que sea cortado. La luz de alguna manera limita los cortes, pues dependiendo de esta, se permite el corte de ciertos formatos de papel.

Normalmente los cortes de pliego de papel se hacen en grandes cantidades. Por ejemplo, el cliente compra en la distribuidora de papel x cantidad de pliegos de papel, lo lleva donde un cortador y le dice que corte ese papel a tamaño carta. En ese momento el cortador entra a hacer la conversión del papel, es decir, empieza a pensar cómo organizar en el pliego el tamaño que necesita el cliente de manera que se genere menor desperdicio.

Análisis Previo

A continuación presentamos ejemplos que permitan la comprensión a manera general de lo que hace un cortador en una situación específica; utilizamos una herramienta virtual llamada Calculadora de Corte de Papel S.A

Ejemplo 1. Un cliente lleva x cantidad de pliegos de papel bond de 70x100 para que sean cortados a tamaño carta que mide 22x28. Entonces el papel se debe cortar en las siguientes posiciones para generar el mínimo de desperdicio.

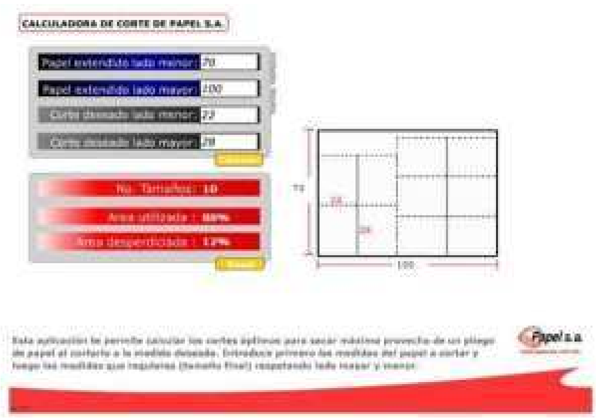


Figura 1. Corte en papel bond-Tamaño (22x28)
Fuente: Calculadora de Corte de Papel S.A http://papelsa.com.mx/calculadora.htm

Al lado derecho se observa el tamaño del pliego y lo punteado es la cabida, esto es, la cantidad de veces que cabe el tamaño que pidió el cliente en ese pliego.

En este caso es una cabida 10.

Obsérvese que en el pliego se encuentran espacios que son de diferente tamaño a los otros; estos son los desperdicios.

Entonces se plantea lo siguiente: Si un tamaño carta (22x28) cabe 10 veces en un pliego (70x100)

¿Cuántas veces cabe un tamaño media carta (22x14) en un pliego (70x100)?

Haciendo un cálculo mental rápido se pensaría que cabe 20 veces, pero en realidad son 22 veces puesto que se aprovecha el desperdicio del ejemplo anterior.

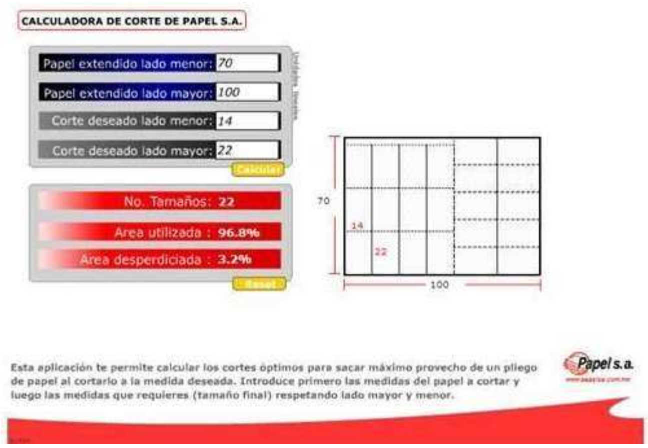


Figura 2. Corte en papel bond-Tamaño (22x28)
Fuente: Calculadora de Corte de Papel S.A http://papelsa.com.mx/calculadora.htm

Teniendo claro lo anteriormente planteado pueden hacerse preguntas como:

- Si necesito mil hojas tamaño carta ¿cuántos pliegos debo comprar?

Esto se puede solucionar con una regla de tres simple.

1 pliego→10 tamaño carta

x pliegos→1000 tamaño carta

Despejando x, tenemos que: x=100 pliegos

- Si necesito 2530 hojas tamaño media carta ¿cuántos pliegos debo comprar?

1 pliego→22 tamaño media carta

x pliegos→2530 tamaño media carta

Despejando x, tenemos que: x=115 pliegos

Lo anterior permite poner de manifiesto las operaciones que han de hacer los cortadores para asesorar bien a los clientes y generar menor desperdicio, menor gasto de cuchillas, entre otros. También se pueden presentar situaciones de más complejidad como:

Supongamos que se necesita determinada cantidad de hojas para imprimirlas a full color. En este caso se han de comprar más pliegos de papel del requerido en consideración al sobrante o la cantidad de hojas adicionales que se necesitan para mantener el margen de error, pues se pueden dañar pliegos en la impresión, el corte inicial u otro proceso.

Al finalizar algún trabajo se lleva al corte final, el cortador debe conocer la cantidad de tinta, el tipo de papel (kimberly, propalcote, bond, maule, bristol, etc) y el proceso que lleva para así conocer la cantidad de sobrante que se requiere.

Resultados y discusión

El conocimiento de los distintos tipos de papel y materiales que existen en el mercado, su manipulación, la toma de medidas y la elección de la manera como debe ser cortado el material para la optimización en el área del papel de manera que genere menor desperdicio, son factores que permiten identificar la agilidad y profesionalismo del Cortador al ejercer su labor.

Así, para ser reconocido en el medio, es necesario que el cortador:

- Reconozca las características del papel (su grosor, calidad, acabado, medida en pliego y muchas veces tener idea de su costo)
- Establezca la manera para el corte del papel que optimice tiempo y espacio
- Sea claro con el cliente en cuanto al desperdicio que le generara el corte en dicho papel
- Identifique el momento preciso para hacer cambio de cuchilla (cuando pierde su filo) porque podría dañar el papel o agrietar la cuchilla.
- Identifique los tipos de papel cuyo corte ha de hacerse cuando la cuchilla esta recién afilada ya que hay materiales que no son recomendables cortar porque el filo de la cuchilla se desgasta rápidamente.

Los clientes que requieren a los cortadores pueden llegar con los pliegos de papel en blanco o impresos. Tamaños de papel ya impresos a los que les llaman montajes o trabajos dependiendo la referencia (carpetas, tarjetas, etc.).

Para llevar un corte ordenado y parejo, y sin importar cuál sea el tamaño de corte, el papel debe ser girado siempre a 90°, lo cual se hace normalmente en el sentido de las manecillas del reloj.

El Cortador 3 es una persona que, como lo dice él, “ha trabajado toda la vida en esto y no necesita de esa tabla de cortes porque aún su cabeza recuerda cómo son”. Pero los Cortadores 1 y 2 son personas que, como muchos en el sector, al momento de cortar el papel deben tener visibles las tablas de corte. Dicha tabla es distribuida de un lado a otro por diseñadores o por los mismos cortadores del sector (no la distribuyen de manera voluntaria, sino cuando alguno lo solicita).

Se observa que cuando llega x cliente con una carreta donde transportaba pliegos de papel solicita al operario de la máquina guillotina cortar el papel a 1/11. El operario miró su tabla de corte, confirmó la medida con el cliente preguntándole “¿1/11 de 20x28 o de 20x30? ¿de cuál lo necesita usted?”. Después que el cliente le aclaró la medida, el operario procedió a tomar los pliegos dándoles aire con el movimiento de sus manos para facilitar que el papel empareje en su totalidad; posteriormente lo acomoda en la mesa de la guillotina e inicia el proceso de corte.

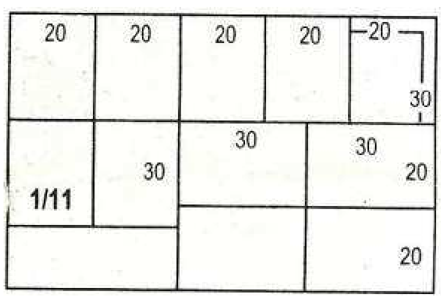


Figura 3. Cabida 1/11 de pliego

Primero cortó el pliego por el lado de 70 cm a 40 cm y procedió a seguir su corte como lo muestra la tabla anterior. Fue necesario dejar las notas de campo ya que la agilidad de esta persona no nos permitía observar y tomar nota. El operario separó el papel en columnas y los seleccionaba según la medida para después retomar las columnas, agruparlas y cortarlas nuevamente; durante este proceso el cortador realizó movimientos de traslación y rotación para seleccionar, acomodar, agrupar el papel según la medida y poder obtener un corte final parejo donde todo el papel quedara del mismo tamaño. También observamos que el operario digitaba en el panel de control de la máquina la medida pero verificaba con un metro que correspondiera a la medida que él estaba ordenándole a la máquina.

Durante el análisis de la observación pudimos tener claro los siguientes conceptos que usan estos tres cortadores sin importar el tipo y medida de papel:

La traslación. La rotación. La ubicación espacial (momento de acomodar de manera óptima la medida para evitar desperdicio del papel), el concepto de conjunto (al momento de agrupar los tamaños de papel cortado para no confundirse). Suma (cuando suman las medidas de corte correspondiente a un lado del pliego ej: por el lado de 70 cm pueden salir 3 tamaños de 20 cm y queda un sobrante de 10 cm o por el lado de 100 cm podríamos sacar 6 tamaños de 20 cm y sobra uno de 10 cm, optimizando los espacios, generando menos desperdicio).

Ángulo recto (permite que el papel quede cortado de manera pareja). División, Multiplicación, Estimación, Aproximación de un valor a partir de un cálculo. (Cuando no están seguros de la cantidad de tamaños al finalizar un corte). Conversión de medida (cuando le dan la medida en mm o mts y debe convertirla a cm), Área, Perímetro y Longitud.

Conclusiones

En este apartado mostramos las conclusiones cualitativas a las que llegamos a través del análisis antes presentado:

Como observadoras es importante resaltar que el análisis nos permite evidenciar que las matemáticas están inmersas en la cotidianeidad de las distintas acciones que realizamos, en este caso los cortadores al realizar su trabajo diario para su sostenimiento aplican conceptos que tal vez no lograron interiorizar en su formación académica pero que terminan utilizando por los requerimientos de su trabajo.

Como maestras en formación debemos tener la sensibilidad para identificar esos conocimientos matemáticos que han sido adquiridos por el sujeto en su ambiente cultural y social, para que de esta manera se pueda lograr una conexión entre los objetos matemáticos y la contextualización adecuada que ha logrado obtener el individuo a través de su experiencia.

En el camino de investigar sobre el tema, encontramos aplicaciones que facilitan la labor del cortador como son:

- Calculadora de corte de papel S.A
- Aplicaciones para sistema operativo Android

En la observación tuvimos la oportunidad de preguntar a los cortadores si eran conocedores de estas herramientas a lo que contestaron negativamente. Esto muestra la falta de socialización de los artefactos creados para una comunidad en particular y el poco des interés en suplir una mejora en el trabajo de un grupo determinado.

Referencias bibliográficas

Solanes Ramón C. (2005) *Manual del cortador con guillotina lineal programable*. Buenos Aires. Banco Interamericano de Desarrollo.

Papel S.A de CV (2014). *Calculadora de corte*. Recuperado de http://papelsa.com.mx/calculadora.htm.