Educación Matemática en las Américas 2019

Volumen 2: Mesas plenarias

CIAEM
IACME
desde - since 1961

Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM)
Paseo de la Reforma 383., 7° Piso,
Colonia Cuauhtémoc, Delegación Cuauhtémoc,
México D.F. CP 06500, MÉXICO
www.ciaem-iacme.org

Educación Matemática en las Américas 2019
Volumen 1: Formación inicial de profesores
Editado por Yuri Morales-López y Ángel Ruiz
Colaboradora: Sarah González

ISBN: 978-9945-09-413-8

El *Comité Interamericano de Educación Matemática* (CIAEM) es una organización fundada en 1961 asociada a la *International Commission on Mathematical Instruction*. Busca potenciar la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en las Américas.

Cada autor es responsable del contenido del documento que declara de su autoría o coautoría y libera al CIAEM y editores de este libro de toda responsabilidad por contenido que pueda lesionar el derecho de terceros. Cada autor ha declarado que su trabajo no fue previamente publicado en otro medio; y que todos los datos y referencias a materiales publicados fueron debidamente identificados con su respectivo crédito e incluidos en las referencias bibliográficas.

Se respetaron los metadatos (nombres, apellidos, títulos, entre otros) que los autores proporcionaron cuando postularon su trabajo en la plataforma del evento.

Para citar este libro:

Comité Interamericano de Educación Matemática (2020). *Educación Matemática en las Américas 2019.* Editores: Yuri Morales-López y Ángel Ruíz. República Dominicana: Autor.

ISBN: 978-9945-09-413-8
9 789945 094138

EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN LAS AMÉRICAS 2019

Presentación

Para el Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM) es un placer y un honor ofrecer a la comunidad educativa este Volumen de *Educación Matemática en las Américas 2019*, en donde se pueden encontrar muy importantes insumos para comprender el momento histórico que atraviesa la Educación Matemática desde la perspectiva de las Américas.

La *XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática* se realizó entre el 5 y 10 de mayo del 2019 en Medellín, Colombia. La Universidad de Medellín y la Universidad de Antioquia fueron las organizaciones académicas anfitrionas del evento. Las sesiones fueron realizadas en el campus de la Universidad de Medellín. Participaron 700 personas provenientes de 25 países de cuatro continentes: Europa, Asia, África y las Américas. Participaron centenares de docentes en servicio de la ciudad de Medellín y del Departamento de Antioquia.

Alrededor de 400 trabajos fueron presentados: conferencias plenarias y paralelas, mesas plenarias, minicursos, sesiones temáticas, comunicaciones cortas, talleres y posters. Unas 50 personalidades del mayor nivel en la comunidad internacional de Educación Matemática expusieron sobre sus investigaciones. Entre ellas Jill Adler (Suráfrica), Ferdinando Arzarello (Italia), Salvador Llinares (España), Yoshinori Shimizu (Japón), Michael Shaughnessy (EUA), Luis Rico (España), Fidel Oteiza (Chile), Carlos Vasco (Colombia), Carlos Sánchez (Cuba), Luis Carlos Arboleda (Colombia), Edwin Chaves (Costa Rica), Nelly León (Venezuela), Vilma Mesa (EUA). Aunque físicamente no pudo estar presente envió su contribución en forma de video Ubiratan D'Ambrosio (Brasil). Los trabajos dentro de la plataforma del congreso se pueden consultar en https://ciaem-redumate.org/conferencia/index.php/xvciaem/xv/schedConf/presentations

La revisión científica de todos los trabajos fue responsabilidad de un Comité Asesor Internacional, un Comité Internacional del Programa y el Comité Ejecutivo del CIAEM. Se contó con la coordinación central de Directores de tema y la Dirección de la plataforma científica realizada por el académico Yuri Morales con el apoyo de la profesora Johanna Mena (ambos de Costa Rica) y con la participación voluntaria de muchísimos revisores científicos de muchos países.

Este volumen incluye trabajos que fueron efectivamente presentados en ese congreso.

Expreso mi agradecimiento a todos los miembros de los comités científicos, directores de tema, revisores científicos, y directores de la plataforma científica. También deseo agradecer por su apoyo en el registro de este libro a Sarah González y a la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra en República Dominicana. Agradezco mucho a todos los autores que decidieron compartir su trabajo en las instancias que abrimos

mediante la XV CIAEM. También a Yuri Morales quien técnica y formalmente generó este volumen para su registro.

En las diversas dimensiones del congreso, de cuya realización este libro es producto, quiero aprovechar esta ocasión para reconocer la valiosa contribución de las Universidades de Medellín y de Antioquia y al Comité Organizador Local de la XV CIAEM, y, además, agradecer al equipo humano del *Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica* que ha sido durante muchos años un sostén crucial en la organización de todos los eventos del CIAEM y de la *Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe*; y en particular de este libro que hoy sacamos a la luz pública.

Este volumen es una parte del libro de *Memorias* completo (son 15 volúmenes que se pueden ver/descargar). Se ha respetado aquí la paginación del libro completo. Y las referencias *deben hacerse con base en el libro y su paginación*. No es necesario indicar el volumen específico donde se cita pues esta es una versión funcional al servicio de una mejor visualización o descarga de este valioso material.

Invitamos a los lectores de este libro a promoverlo en sus diversas actividades de docencia, investigación, extensión y divulgación en todos sus países.

Con afecto

Ángel Ruiz
Presidente
Comité Interamericano de Educación Matemática
Presentación del 17 de julio de 2024
Costa Rica

Índice

Basado en la información suministrada durante la postulación de cada trabajo

Mesas plenarias

Una visión actual del CIAEM: primeros años del siglo XXI[1]

Carlos **Sánchez** Fernández
Facultad de Matemática y Computación, Universidad de La Habana
Cuba
csanchez@matcom.uh.cu

Resumen

¿Cuál ha sido la evolución del *Comité Interamericano de Educación Matemática* (CIAEM) en el siglo XXI? ¿Cuáles sus principales objetivos y realizaciones? ¿Cuál ha sido su relación con la comunidad internacional de Educación Matemática y en particular con la *International Commission on Mathematical Instruction* ICMI? ¿Su participación en la creación y fortalecimiento de nuevos espacios regionales de la Educación Matemática? Y más allá de las dimensiones organizacionales: ¿cuáles han sido los temas dominantes en las actividades plenarias de las *Conferencias Interamericanas de Educación Matemática*? Desde estas interrogantes básicas, trataremos de encauzar una reflexión prudente, pluralista y crítica, sobre el pasado más reciente del CIAEM.

En estos pocos años vividos en el siglo XXI-concretamente a partir de la XI Conferencia (2003, Blumenau)- ha habido un posicionamiento del CIAEM a partir del cultivo de la calidad académica, una innegable vinculación más estrecha con la comunidad internacional, usos de medios tecnológicos, dinámicas y características que bien nos permiten afirmar que se ha dado una nueva etapa en la historia de esta agrupación. Nuestro propósito es estimular la reflexión consciente, para extraer las ideas fértiles y sugerir acciones eficaces que mantengan un alto nivel de servicio social en las Américas.

Palabras clave: educación matemática, historia de la educación matemática, CIAEM, cultura matemática.

Contexto histórico socio cultural: Comienzos del tercer milenio

En los últimos años se ha dado un notable avance en la Educación Matemática internacional y particularmente el CIAEM ha conseguido una gran proyección en el ámbito americano y un posicionamiento sobresaliente en esa comunidad internacional, especialmente alrededor de las acciones desarrolladas por el ICMI y eso constituye un logro incuestionable que

[1] Para redactar esta ponencia hemos utilizado en especial, y profusamente, el lúcido trabajo del presidente del CIAEM Angel Ruiz Zúñiga, publicado como Ruiz, A. (2013). El autor asume toda la responsabilidad en las afirmaciones y criterios expuestos en el presente análisis.

ha representado compromiso, sapiencia y, sobre todo, liderazgo. Pero también este avance se ha visto influido por condiciones globales que tanto han favorecido nuevos desarrollos autóctonos en el área interamericana. Destaquemos las características siguientes:

- Cambios en las ideologías que dominaron en América Latina durante la Guerra Fría y el periodo neoliberal. Primero tuvimos la "Ola Rosa" desde la izquierda y ahora nos invade otra ola por la derecha, que algunos ya llaman la "Ola Lila".
- Demanda por más instituciones de educación superior, lo que ha promovido la creación de muchas instituciones privadas de un nivel muy diverso. En los últimos años en algunos países del área ha existido un impulso a privatizar todo el sector educativo que en reacción ha promovido la inestabilidad del sistema a través de manifestaciones de protesta y paros laborales.
- Intensificación de la internacionalización y globalización de la vida económica, social y cultural, con lo que se ha facilitado el intercambio de experiencias, pero también han penetrado fácilmente costumbres y vicios que provocan una diversión al margen de las necesidades para el aprendizaje de las matemáticas.
- Impacto extraordinario de las tecnologías digitales, Internet y las redes sociales en la comunicación y en la conciencia sobre la complejidad de la realidad. El mundo ha hecho de las redes sociales virtuales una forma clave de comunicación y de organización que ha revolucionado el sistema educativo y también distrae al joven.
- Leve mejoría de la situación socioeconómica de la región sin que se haya eliminado, ni con la "Ola Rosa" de la izquierda, ni con la "Ola Lila" de la derecha, el cada vez más peligroso desequilibrio entre los grupos que poseen las riquezas y las clases desposeídas.

Características de la última etapa del CIAEM: 2003-2018

Se puede decir que el CIAEM inició una nueva etapa histórica en la primera década del siglo XXI, con el empeño de lograr 10 objetivos principales:

1. Potenciar la calidad académica y la proyección de las conferencias interamericanas. Esto se logró con dos acciones muy claras: por un lado, mediante un aumento considerable en especialistas de alto nivel de la comunidad internacional de Educación Matemática (el número de oradores invitados de las CIAEM ha oscilado entre 30 y 50 personalidades); y por otra parte, con demandas mayores de excelencia científica, mediante revisiones rigurosas y toda una estructura científica muy cuidadosa. Esto ha sido más notable a partir del XIII CIAEM de Recife, Brasil. Las CIAEM se han convertido en este periodo en una referencia regional de calidad para el desarrollo de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.
2. Consolidar la publicación regular de trabajos seleccionados de las Conferencias. Esto se consiguió a través de un convenio con la revista *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática* (editada por la Universidad de Costa Rica).
3. Crear mecanismos de reconocimiento a personalidades de la comunidad internacional de Educación Matemática tanto por sus trayectorias académicas como por su apoyo a la región latinoamericana y también al CIAEM. En este sentido se crearon la Medalla *Luis Santaló* (que se entrega en cada CIAEM desde 2011) y la *Medalla Marshall Stone* (se entregará por primera vez en la XV CIAEM, 2019).

4. Incrementar la asociación con la comunidad internacional de Educación Matemática. Esto se ha logrado con el protagonismo de directivos del CIAEM en las actividades del ICMI y de la *International Mathematical Union* IMU.
5. Apoyar la creación y desarrollo de nuevos espacios regionales para la Educación Matemática. Esto se logró especialmente mediante el apoyo a la creación de la *Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe* (REDUMATE), que nació en un taller seminario del *Capacity and Networking Project* CANP del ICMI, Costa Rica, 2012.
6. Apoyar vitalmente congresos regionales de Educación Matemática. Esto se ha realizado con la organización de los *Congresos de Educación Matemática de América Central y El Caribe* (CEMACYC), celebrados con sonado éxito, el primero en Santo Domingo, República Dominicana, en noviembre del 2013 y el segundo en Santiago de Cali, Colombia, en noviembre del 2017 y ya se apoya la realización del siguiente en Costa Rica en el 2021.
7. Consolidar el uso intensivo de tecnologías de la comunicación en todas las actividades del CIAEM, tanto en la organización de sus eventos como en su proyección y desarrollo. Evidenciado a través de un conjunto de plataformas alimentadas hábilmente desde Costa Rica que nutren sitios web, redes sociales y la plataforma que organiza las conferencias internacionales.
8. Crear y velar por el desarrollo de una comunidad virtual del CIAEM. No ha tenido todo el impacto generalizado que se desea, pero sin dudas ha jugado un papel definitivo en los últimos años.
9. Dinamizar y formalizar su estructura organizativa. Esto se consignó mediante *Términos de Referencia* y en particular con la obtención de personalidad jurídica en México para el *Comité Interamericano de Educación Matemática.* En este periodo que analizamos, el CIAEM se concibe como una Red, como una Comunidad académica y no como una sociedad profesional de carácter internacional.
10. Mantener una línea importante de colaboración con el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) de los Estados Unidos de América. En este periodo, además de continuar una presencia en las reuniones nacionales del NCTM se han traducido al español varios textos del NCTM, por ejemplo *Principles to actions: Ensuring Mathematical Success for All* que apareció en febrero 2014. Estos se han distribuido en las actividades del CIAEM. Estas traducciones han sido realizadas por medio de convenios y contratos formales entre las directivas del NCTM y el CIAEM.

Un detalle interesante en esta nueva etapa fue la participación de directivos, expresidentes y varios miembros de la red del CIAEM apoyando una profunda reforma curricular de la enseñanza de las matemáticas en la educación preuniversitaria en Costa Rica (véase http://www.reformamatematica.net-), aprobada por las autoridades educativas de ese país en 2012 (Ruiz, 2013 y 2018). Varias acciones del CIAEM y de REDUMATE han permitido difundir las lecciones de esa importante reforma en toda la región.

CIAEM, ICMI y nuevos espacios regionales para la Educación Matemática

El CIAEM siempre ha mantenido una perspectiva interamericana, en particular, entre los países más desarrollados y los que todavía están en vías de desarrollo. Pero también entre la región americana y el resto del mundo. Una de las relaciones más importantes para el CIAEM siempre ha sido con el ICMI. D'Ambrosio (2008). Marshall Stone siendo presidente del ICMI fundó el CIAEM, y distinguidos directivos del CIAEM han estado en el Ejecutivo del ICMI (U. D'Ambrosio, E. Luna, C. Vasco). La relación o cercanía sin embargo ha tenido altibajos. Particularmente, entre 1998 y el 2008 no hubo un representante del CIAEM en el Comité Ejecutivo del ICMI y tampoco lo hay entre el 2017 y el 2020.

Entre el 2007 y el 2016, esto debe subrayarse, se dio una relación especial entre el CIAEM y el ICMI. En la XII CIAEM de Querétaro participó Michèle Artigue en ese entonces presidenta del ICMI (aunque había participado también en la XI CIAEM en Blumenau). Uno de los elementos especiales, sin embargo, fue que este evento sirvió a su vez para apoyar al ICME 11 que se desarrollaría en Monterrey en el 2008.

Un factor que profundizó la nueva relación fue la incorporación del presidente del CIAEM, Angel Ruiz Zúñiga, dentro del *International Program Committee* del ICME 11, lo que permitió concertar diversas acciones de miembros del CIAEM en el congreso. La cercanía entre CIAEM-ICMI se intensificó aún más cuando el presidente del CIAEM fue electo uno de los vicepresidentes de ICMI para el periodo 2010-2012, lo que se anunció en ICME 11, y luego fue re-elegido para el periodo 2013-2016 (esto nunca había sucedido anteriormente). Por decisión del Ejecutivo del ICMI el presidente del CIAEM fue designado para formar parte de la *Commission for Developing Countries* CDC de la IMU entre 2010 y 2018 (una de las comisiones más importantes del IMU). Estas posiciones ofrecieron oportunidades muy valiosas para fortalecer los lazos de CIAEM con ICMI y con IMU y, en particular, promover acciones en América Latina.

Una de las acciones más importantes dentro de esa nueva relación (y de las oportunidades abiertas) se dio alrededor del *Capacity and Networking Project* (CANP) del ICMI, el programa más importante del ICMI para países en desarrollo; este decidió realizar su segundo "workshop" (el primero había sido en Mali, Africa) para favorecer América Central y El Caribe. Así es como se organizó la Escuela seminario *Construcción de Capacidades en Matemáticas y Educación Matemática* (CAMP 2012) en agosto de 2012, en Costa Rica. El "workshop" contó con la principal iniciativa del ICMI para propiciar el progreso de la Educación Matemática en regiones en vías de desarrollo, con el patrocinio del *International Council for Science* ICSU e IMU (cf. CANP, 2012). El nivel de apoyo financiero y académico dado por ICMI al CAMP de Costa Rica nunca se había dado en la región latinoamericana. El apoyo del CIAEM a este workshop fue muy fuerte (especialistas, representantes nacionales, seguimiento, coordinación, elaboración intelectual, ...). No habría sido posible ese evento sin el compromiso del CIAEM.

En el CAMP 2012 se fundó la Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe (REDUMATE, http ://redumate.org) con una perspectiva hacia América Central y El Caribe, pero con una visión internacional muy amplia. Ya en noviembre del 2013 REDUMATE organizó el I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe (http://i.cemacyc.org), en República Dominicana, que tuvo un gran éxito (más de 600 participantes, 150 oradores de 19 países) y en noviembre del 2017 se repitió el éxito logrado con un II CEMACYC entonces en Santiago de Cali, Colombia (con 400 participantes). El apoyo del

CIAEM a la Red y a estos congresos ha sido decisivo. Existe entonces una relación estratégica de cooperación entre CIAEM y REDUMATE (y una “intersección no vacía” entre ambos espacios).

El ICMI decidió realizar un CANP 5 en Lima en 2016 para favorecer una nueva región de América Latina (Bolivia, Ecuador, Perú, Paraguay). Tanto el presidente del CIAEM como uno de sus vicepresidentes estuvieron en el “workshop” de este CANP en donde nació una nueva organización: *Comunidad de Educación Matemática de América del Sur* CEMAS: Esta iniciativa también se inscribió dentro de las oportunidades abiertas por la participación del presidente del CIAEM en el Ejecutivo del ICMI. Miembros de CEMAS y REDUMATE participan en las actividades de la otra Red y de las CIAEM.

Aunque el Comité Ejecutivo del ICMI no haya incluido en el periodo 2017-2020 un representante del CIAEM, eso no significa que las relaciones entre ambas organizaciones se vayan a debilitar. El periodo 2007-2017 afianzó una fructífera relación de cooperación académica. El CIAEM sigue siendo la organización multinacional oficial del ICMI en la región americana.

Tendencias promovidas a través de las actividades plenarias de las CIAEM y los CEMACYC

Revisando los temas de las conferencias plenarias y las mesas redondas que se han organizado en los cuatro CIAEM y los dos CEMACYC realizados a partir de 2003 hasta el 2019 encontramos una diversidad y énfasis muy similar al observado en los ICME (*International Congress on Mathematical Education*). Hemos resumido temas y nacionalidad de las personalidades invitadas para facilitar la reflexión.

Temáticas principales de las actividades plenarias:

Resolución de problemas: [6 act.]

Formación de profesores: [6 act.]

Experiencias de la Educación Matemática en las Américas: [6 act.]

Tecnologías digitales en Educación Matemática: [6 act.]

Historia y epistemología de las matemáticas: [5 act.]

Otros temas de Didáctica de la Matemática: [5 act.] (Competencias (2 act.), Situaciones didácticas (1 act.); Semiótica (1 act.), Currículo (1 act.).

Nacionalidad de los participantes en actividades plenarias:

Del área interamericana (contando repeticiones): Argentina [2]; Brasil [5]; Chile [1]; Colombia [7]; Costa Rica [3]; Cuba [3]; Guatemala [1]; México [4]; República Dominicana [2]; USA [5]; Venezuela [2].

De otras áreas (contando repeticiones): España [3]; Dinamarca [2]; Francia [6]; Italia [1]; Japón [1]; Nueva Zelandia [1]; Reino Unido [1]; Suráfrica [1]

Destacamos en todo este periodo la notable y contundente participación plenaria del infatigable Maestro Ubiratan de Ambrosio y la destacada Educadora Michèle Artigue, ambos con una larga y exitosa trayectoria profesional que, con sobrados méritos, ha sido reconocida internacionalmente.

Un comentario: aunque en las conferencias paralelas y en las temáticas principales de las CIAEM se ha incluido como temas centrales la formación inicial y continua de maestros y profesores, sería conveniente darle un lugar mayor en las plenarias. En particular, haciendo un llamado efectivo al desarrollo del pensamiento matemático y sobre todo en el uso adecuado de las prácticas argumentativas en el nivel secundario de enseñanza.

Perspectivas

El CIAEM tendrá desafíos importantes en los próximos años. El escenario internacional ha cambiado mucho desde que nació en 1961, y aunque desde el 2003 solo han pasado poco más de 15 años, los cambios planetarios han sido extraordinarios. Las condiciones y las expectativas de individuos y organizaciones son otras. Estar atentos a los cambios generacionales y a los que provocan la tecnología y la sociedad contemporánea, será apenas un punto de partida.

Las acciones del CIAEM del futuro deberán asumir como una base los extraordinarios resultados obtenidos mediante los diez objetivos que se han desarrollado en los pasados años, y en esa dirección: velar dar continuidad a una labor por el fomento de la calidad intelectual de sus conferencias, la regularidad de sus publicaciones, el uso sabio de las tecnologías en sus quehaceres, la potenciación de los espacios en la Educación Matemática que se han creado con el patrocinio y la inspiración de ICMI (en particular con REDUMATE y CEMAS) y seguir cultivando la rica relación con el ICMI, el IMU y el NCTM que se ha logrado fortalecer mucho en los últimos años.

Finalmente, en los últimos años, el equipo directivo del CIAEM ha logrado mantener una relación de no confrontación con las otras organizaciones multinacionales que trabajan en la región (como la FISEM y el CLAME). De lo que se trata para todos es de colocar los objetivos de calidad, pertinencia y seriedad académicas como la base para que los profesionales de la Educación Matemática, investigadores, docentes y estudiantes sigan sumándose al esfuerzo por lograr un impacto mayor en la extensión de una cultura matemática integral sólida y pluralista en toda la región.

Referencias y bibliografía

Comité Interamericano de Educación Matemática CIAEM (2011). Términos de referencia. Descargado de http ://ciaem-iacme.com en enero 2019.

D'Ambrosio, U. (2008). ICMI and its influence in Latin America, in M. Menghini, F. Furinghetti, L. Giacardi, & F. Arzarello (Eds.), *The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008*). *Reflecting and Shaping the World of Mathematics Education*, Roma: Instituto Della Encyclopedia Italiana–Collana Scienze e Filosofia.

Escuela seminario Construcción de capacidades en Matemáticas y Educación Matemática, CAMP (2012). Descargado de http ://www.cimm.ucr.ac.cr/canp en enero 2019.

International Commision on Mathematical Instruction ICMI (2012). Multi-national Mathematical Education Societies Affiliated to ICMI. Descargado en enero 2019 de http//www.mathunion.org/icmi/abouticmi/affiliate-organizations/math-education-societies.

Ruiz, A. (2013). El CIAEM y las organizaciones internacionales de Educación Matemática en América Latina. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Año 8. Número 11, pp. 15-25. Costa Rica

Ruiz, A. (2018). *Evaluación y pruebas nacionales para un currículo de matemáticas que enfatiza capacidades superiores*. México: Comité Interamericano de Educación Matemática Descargado de https://www.angelruizz.com/wp-content/uploads/2019/02/Angel-Ruiz-Evaluacion-y-pruebas-2018.pdf en febrero de 2019.

XV CIAEM
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference on Mathematics Education
Medellín - Colombia
5 - 10 mayo/maio/may 2019
Universidad de Medellín
Universidad de Antioquia

Las capacidades superiores en el currículo matemático de Costa Rica y los retos para evaluarlas

Edwin Chaves Esquivel
Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica
Costa Rica
echavese@gmail.com

Resumen

En el 2013 Costa Rica se inició la implementación de un currículo matemático para educación preuniversitaria, el cual está enfocado a la generación de capacidades cognoscitivas superiores y finalmente alcanzar una competencia matemática dirigida al uso de la disciplina en la interacción del individuo con el medio. Se pretende generar habilidades específicas y generales en su relación con los conceptos y el desarrollo transversal de capacidades matemáticas mediante la estrategia didáctica de resolución de problemas.

Por la complejidad del currículo, la evaluación ha constituido un reto; pero además la reglamentación evaluativa en el país no se adapta a los fundamentos teóricos que lo sustentan. Por ello, el Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica ha elaborado una propuesta para valorar las tareas matemáticas que se plantean para la implementación del currículo. Se espera que esta propuesta constituya una herramienta en la planificación de la acción docente y un insumo para alcanzar evaluaciones de calidad.

Palabras clave: educación matemática, didáctica de la matemática, currículo matemático, evaluación matemática.

Introducción

En el año 2012, el Consejo Superior de Educación de Costa Rica aprobó nuevos programas de Matemáticas para la educación primaria y secundaria. Con ello se pretendía generar un cambio drástico a la forma tradicional en que se venía enfrentando la enseñanza de las Matemáticas en el país. Para el diseño de este currículo se aprovecharon insumos generados en diferentes estudios investigativos en el país, así como la experiencia internacional en la Educación Matemática.

Este currículo propone a los docentes aprovechar el potencial de las Matemáticas como herramienta fundamental para el desarrollo de las diferentes disciplinas científicas. Se plantea como objetivo principal el fortalecimiento de capacidades cognoscitivas para enfrentar los retos de la sociedad moderna, para la cual tiene especial relevancia: el conocimiento, la información, la demanda de habilidades y capacidades de razonamiento lógico, así como la toma de decisiones basadas en evidencia concreta.

Para lograr este objetivo se plantearon dos propósitos básicos: primeramente que cada estudiante debería asumir la responsabilidad de participar activamente en la construcción de su aprendizaje y, en segundo lugar, que la acción docente se enfocara a la generación de situaciones de aprendizaje que facilitaran el logro del primer propósito en forma motivadora.

Elementos claves del currículo

La competencia matemática

Como fue mencionado previamente, el enfoque o dirección de este currículo se vincula con la construcción de capacidades ciudadanas en el uso de las Matemáticas para la vida. En este sentido se promueve la adquisición de destrezas y habilidades intelectuales para alcanzar una competencia matemática que permita utilizar adecuadamente los conocimientos disciplinares en su diario vivir. Desde este punto de vista, la idea de *competencia matemática* se resume en: "*…una capacidad de usar las matemáticas para entender y actuar sobre diversos contextos reales, subraya una relación de esta disciplina con los entornos físicos y socioculturales y también brinda un lugar privilegiado al planteamiento y resolución de problemas…"* (MEP 2012. p. 14)

Con lo anterior se generó una ruptura con la visión tradicional de currículos previos que estaban centrados en contenidos, que promovían una horizontalidad a partir de ellos. A manera de ejemplo, observe la siguiente ilustración del formato que se aplicaba en el currículo de Matemáticas modificado en el 2005 y que venía desde 1995:

Objetivos	Contenidos	Procedimientos	Valores y actitudes	Aprendizajes por evaluar
4. Aplicar la desigualdad triangular, en la determinación de tripletas correspondientes o no a las medidas de los lados de un triángulo.	Desigualdad triangular.	Reconocimiento, en ejemplos concretos, de la desigualdad triangular. Formulación de la desigualdad triangular. Utilización de la desigualdad triangular en la estimación de posibles medidas de un lado de un triángulo, conociendo la medida de los otros dos. Utilización de la desigualdad triangular en la identificación de tripletas que corresponden a las medidas de los lados de un triángulo.	Autoconocimiento en sus capacidades, sus potencialidades y limitaciones, al desarrollar actividades propias del quehacer escolar.	Resolución de ejercicios y problemas donde utilice la desigualdad triangular.

Figura 1. Ejemplo presente en la Malla curricular de los Programas de estudio de Matemáticas, 2005.

Fuente: MEP 2005. p. 65

Como puede notarse, para el caso particular, todos los elementos de la malla curricular incluso la evaluación giraban alrededor del contenido "*Desigualdad triangular*", el cual aparece como un ente aislado, si se revisara con más detalle este instrumento, el contenido matemático que sigue es tratado de igual manera, y así se puede describir el comportamiento de la malla curricular completa en dichos programas de estudio. Esta estructura no posibilitaba que, por ejemplo, este contenido se integrara con el análisis de otros conceptos geométricos o incluso de otras áreas matemáticas.

Las habilidades y su integración

El currículo incluye cinco áreas matemáticas: Geometría, Números, Relaciones y Álgebra, Medidas y Probabilidad y Estadística, las cuales tienen diferentes pesos relativos en los distintos niveles educativos. Para cada una de las áreas matemáticas, se definen habilidades que se espera logren los estudiantes durante el proceso educativo. Se establecen dos tipos de habilidades: *generales* y *específicas*, que permiten establecer diversas formas de integración con los conocimientos matemáticos, según se muestra:

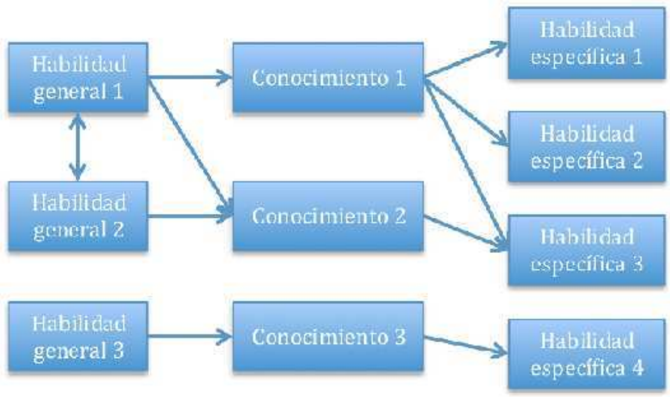

Figura 2. Integración de habilidades generales, específicas y conocimientos.

Desde la perspectiva de la acción de aula, primeramente se consideran las habilidades específicas, que son capacidades a corto plazo e intervienen en el quehacer diario. A un nivel macro, para cada ciclo educativo[1] el conjunto de habilidades específicas se sistematiza en habilidades generales, que son capacidades que se obtienen a lo largo del ciclo. Para lograr la articulación dentro del plan de estudios, la cantidad y calidad de conceptos o conocimientos matemáticos se ha formulado en función del progreso de las habilidades. En este sentido, el conocimiento o contenido matemático sigue teniendo un importante papel articulador, pero el proceso gira en torno a la adquisición de habilidades que se procuran lograr en el corto o largo plazo. Esta idea fue concebida para facilitar la integración de los diferentes elementos curriculares, de modo que las habilidades específicas por ejemplo, no son entes aislados, por el contrario, en todo momento se propone llevar a cabo la integración en ellas en las diferentes actividades o tareas de aprendizaje que se realicen (MEP 2012).

Momentos de la lección y construcción de aprendizajes

Debido a que el trabajo de aula constituye la puesta en práctica del currículo, se consideró pertinente en los programas de estudio explicitar al máximo esta acción. Para ello se estableció como estrategia didáctica la *resolución de problemas* visualizada a partir de cuatro momentos: *presentación del problema*, *trabajo independiente de los estudiantes*, *contrastación y comunicación de estrategias*, y *cierre o clausura* (MEP 2012. p.13). En cada uno de estos momentos el docente y sus estudiantes tienen roles muy particulares y realizan tareas específicas.

En relación con lo anterior, el currículo establece dos etapas, la primera consiste en el planteamiento de uno o más problemas orientados a la generación de nuevos conocimientos o habilidades. Acá se pretende que el estudiante pueda construir el aprendizaje y alcanzar

---

[1] La educación primaria está constituida de dos ciclos de tres años cada uno y la secundaria académica incluye un ciclo de tres años y el último de dos años.

habilidades por medio de la búsqueda de soluciones a los problemas. En la segunda etapa, en forma complementariamente, se deben plantear problemas dirigidos a la movilización de los conocimientos o habilidades adquiridas, en donde se pretende que los estudiantes puedan adquirir la memorización y automatización de ellos en su implementación en diversos contextos (MEP 2012).

Además del rol de orientar y moderar cada uno de los cuatro momentos, el docente tiene el reto de proporcionar los problemas que mejor se adapten a cada etapa, los cuales deben ser retadores y motivadores, además de estar direccionados estratégicamente al logro de habilidades que se integran con los conocimientos disciplinares.

Los procesos matemáticos y otros elementos articuladores del currículo

Sin embargo, este vínculo en el corto plazo entre los conocimientos matemáticos y las habilidades específicas no es capaz de generar, por sí solo, capacidades cognitivas más amplias (habilidades generales) que puedan encaminar hacia la competencia matemática. Es necesario que los estudiantes adquieran capacidades transversales, en el corto y mediano plazo en relación con el uso de estos conocimientos y habilidades específicas en la resolución de problemas. Estas capacidades transversales del currículo se adquieren mediante procesos matemáticos que se concentran en: *razonar y argumentar*, *plantear y resolver problemas*, *conectar*, *representar* y *comunicar*, y se pueden catalogar como "*actividades transversales que se asocian a capacidades presentes en cada área para comprender y usar conocimientos, apoyando el desarrollo de la competencia matemática"* (MEP 2012. p. 16). Entonces los procesos matemáticos son actividades cognitivas que realizan los individuos dentro de las distintas áreas matemáticas y que se vinculan con las capacidades para la comprensión y uso de los conocimientos. En resumen, cada proceso se pueden definir de la siguiente manera:

- ***Razonar y argumentar**: incluye actividades mentales que desencadenan formas del pensamiento matemático para desarrollar capacidades en la comprensión de una justificación, además desarrollar argumentaciones y conjeturas, entre otras.*
- ***Plantear y resolver problemas**: Refiere al planteamiento de problemas y el diseño de estrategias para resolverlos. Aquí se dará un lugar privilegiado a los problemas en contextos reales. Se trata de capacidades para determinar las estrategias y métodos más adecuados al enfrentar un problema.*
- ***Comunicar**: es la expresión y comunicación oral, visual o escrita de ideas, resultados y argumentos matemáticos. Busca generar la capacidad para expresar ideas y sus aplicaciones usando el lenguaje matemático de manera escrita y oral a otras personas.*
- ***Conectar**: pretende el entrenamiento estudiantil para la obtención de relaciones entre las diferentes áreas matemáticas. De igual manera, persigue motivar conexiones con otras asignaturas y con los distintos contextos.*
- ***Representar**: Pretende fomentar el reconocimiento, interpretación y manipulación de representaciones múltiples que poseen las nociones matemáticas (gráficas, numéricas, visuales, simbólicas, tabulares). También pretende desarrollar capacidades para traducir una representación en términos de otras, comprendiendo las ventajas o desventajas.* (Chaves 2017. p.4)

En relación con lo anterior, además de los procesos matemáticos también deben interactuar con cinco *ejes disciplinares* que afectan transversalmente el plan de estudios y fortalecen el currículo:

- *La resolución de problemas como estrategia metodológica principal.*
- *La contextualización activa como un componente pedagógico especial.*
- *El uso inteligente y visionario de tecnologías digitales.*
- *La potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las Matemáticas.*
- *El uso de la historia de las Matemáticas.* (MEP 2012. p. 35)

Los dos primeros se asumen como articuladores, por lo que además sirven para modular los otros ejes. La resolución de problemas crea la necesidad de asumir patrones de trabajo. La contextualización pretende fortalecer y motivar la interacción de los estudiantes en su relación con la realidad. Con estos dos ejes se establece una asociación crucial para el actual currículo: *la resolución de problemas en contextos reales*. En cuanto al uso de la tecnología, se propone emplear las tecnologías digitales como una herramienta para favorecer la visualización, realizar simulaciones, simplificar cálculos o propiciar representaciones mejor ajustadas a la realidad. El fortalecimiento de actitudes, creencias y valores positivos sobre las Matemáticas no sólo contribuye al desarrollo de la personalidad individual, sino que amplía el espacio de los valores y las actitudes en general, tales como la cooperación y la solidaridad. Por su parte, con el uso de la historia de las Matemáticas se propone brindar un rostro humano a la disciplina, de modo que la discusión sobre hechos históricos permita que el estudiante valore los desarrollos matemáticos como construcciones particulares para resolver algún problema del momento, con ello además se fortalece la herencia cultural (Ruiz 2017).

Los niveles de complejidad y el desarrollo de capacidades cognitivas superiores

De acuerdo con lo planteado hasta ahora en este currículo, por un lado se proponen habilidades vinculadas con las áreas matemáticas y por otro se plantean procesos que favorecen la reproducción de capacidades cognitivas transversales. La estrategia didáctica de resolución de problemas tal como ha sido concebida viene a contribuir en este propósito. Sin embargo, para lograrlo plenamente se requiere posibilitar una acción cognitiva que supere meras acciones rutinarias, por ello se necesita que los problemas planteados contengan diferentes niveles de complejidad, esto permite dar mayor profundidad según los intereses del momento académico en que se encentren. Los niveles de profundidad propuestos se resumen por:

- **Reproducción**: se refiere a ejercicios relativamente familiares que demandan la reproducción de conocimientos ya practicados.
- **Conexión**: remite a la resolución de problemas que no son rutinarios pero se desarrollan en ambientes familiares al estudiante, la conexión entre los diversos elementos, en particular, entre distintas representaciones de la situación.
- **Reflexión**: incluye la formulación y resolución de problemas complejos, la necesidad de argumentación y justificación, la generalización, el chequeo de si los resultados corresponden a las condiciones iniciales del problema y la comunicación de esos resultados. (MEP 2012).

Existe una relación directa entre los niveles de complejidad y las posibilidades de activar diferentes procesos matemáticos en estos mismos niveles, con ello se puede avanzar hacia la consolidación de la competencia matemática y posibilitar en los estudiantes el tránsito en forma creciente del logro de capacidades cognitivas moderadas hacia las capacidades cognitivas superiores. Al respecto Rico & Lupiáñez (2008) establecen "*La consecución de competencias en el aula debe buscar su desarrollo mediante el avance y la progresión en los niveles de cada una de ellas, avance que se lleva a cabo mediante secuencias de tareas de complejidad creciente* ".

(p. 153). El siguiente esquema resume la interacción entre deferentes elementos curriculares y la forma en que ellos apuntan la competencia matemática, según se ha descrito previamente:

Figura 3. La competencia matemática general como constructo curricular. Ruiz 2017. p.66

El reto evaluativo en el marco el currículo matemático

El tema de evaluación fue excluido casi por completo en los programas de estudio de Matemáticas y únicamente aparecen algunas recomendaciones generales. Esta ausencia de elementos de evaluación al momento de elaboración y aprobación del currículo obedeció a que no estaban dadas las condiciones académicas para lograr un consenso en esta materia, no solamente a lo interno del Ministerio de Educación Pública sino en el ámbito nacional. El principal problema radicó en que para este ministerio existe un Reglamento General de los Aprendizajes que involucra a todas las materias académicas tanto para la educación primaria como secundaria, además al final de la secundaria se ha venido realizando una prueba estandarizada de bachillerato[2] en varias asignaturas, entre ellas Matemáticas. Por esta razón, cualquier reforma evaluativa que se hiciera para Matemáticas tendría que plantearse en un marco mucho más amplio que involucrara a las demás asignaturas.

Por otro lado, la reglamentación evaluativa vigente no articula coherentemente con los fundamentos teóricos de un currículo matemático que gira en torno a capacidades cognitivas superiores. A pesar que la implementación del currículo se encuentra en su sétimo año, este problema no ha podido ser resuelto a nivel ministerial. Por ello, el reto ha consistido en posibilitar una estrategia evaluativa que se aproxime a las necesidades curriculares en el marco de un reglamento que no ha sido diseñado para eso.

En el país, la evaluación tradicional en Matemáticas ha tenido características meramente sumativas y se han basado mayoritariamente en exámenes y trabajos extra-clase, los cuales normalmente se abocan a medir la capacidad del estudiante para memorizar y aplicar procedimientos rutinarios (Chaves, Castillo, Chaves Fonseca y Loría 2010). Por ejemplo, si se analiza nuevamente el contenido de la figura 1, el proceso evaluativo tradicional consiste básicamente en identificar si un estudiante es capaz de utilizar la desigualdad triangular para identificar posibles medidas de un lado de un triángulo conociendo la medida de los otros dos lados, o para identificar tripletas de números que puedan corresponder a las medidas de los lados

[2] En el año 2019 será la última vez que se apliquen las Pruebas Nacionales de Bachillerato en la educación regular, se ha decido sustituirla por una prueba en el penúltimo año de la educación media.

de un triángulo. Sin embargo, en una nueva perspectiva, resulta mucho más complejo identificar si un estudiante tiene la capacidad de razonar y argumentar en relación con el uso de la desigualdad triangular en diferentes contextos o si es capaz de realizar conexiones de este conocimiento con otros, tanto dentro del área de la Geometría como con otras áreas matemáticas. Esta dificultad obedece a que no es posible observar las capacidades directamente, se requiere de observar las acciones y el desempeño del estudiante en diferentes momentos (Ruiz 2017). Al respecto Ruiz señala que las capacidades superiores:

> *"tienen un grado mayor de "invisibilidad"; pero hay más: solo pueden evaluarse en situaciones específicas donde hay conocimientos y habilidades. Es decir: no se pueden extraer como si fueran entes aislados todos estos elementos (conocimientos, habilidades capacidades superiores), todos participan de diferente manera integradamente en la construcción cognoscitiva.*
>
> *Ahora bien, precisamente por ese carácter invisible y complejo no es posible establecer juicios absolutos sobre la intervención de estas capacidades. Esto implica que en la evaluación siempre se obtendrá una aproximación …"*(p. 211).

Este investigador apunta que para que la evaluación proporcione una adecuada cobertura del conjunto de competencias matemáticas se necesita un grupo diverso de actividades. En este sentido, diferentes investigadores señalan para una prueba en sí misma no puede ser exhaustiva en relación a la evaluación adecuada del pensamiento matemático en los estudiantes y, más bien, es necesario desarrollar diferentes estrategias para evaluar procesos complejos como los establecidos en el currículo matemático nacional (Ruiz 2017; Niss 2003; OCDE 2013).

Con lo cual, un currículo que enfatiza capacidades superiores requiere de utilizar varias dimensiones y diversos instrumentos evaluativos tanto en las aulas como para las pruebas estandarizadas, en donde la evaluación formativa debe jugar un rol preponderante (Ruiz 2017).

En virtud de lo anterior, la evaluación constituye un componente transversal del proceso educativo que debe ser considerado en el mismo momento de la planificación educativa. Entonces el primer componente para articular una evaluación coherente con los fundamentos curriculares, consiste en evaluar cada una de las tareas matemáticas que se planifican para la acción educativa. Esto incluye el valorar los problemas que se plantean no solamente en las evaluaciones (sea de aula o en pruebas nacionales) sino también lo que se proponen para las dos etapas de la acción de aula, tal como se muestra en la figura 4.

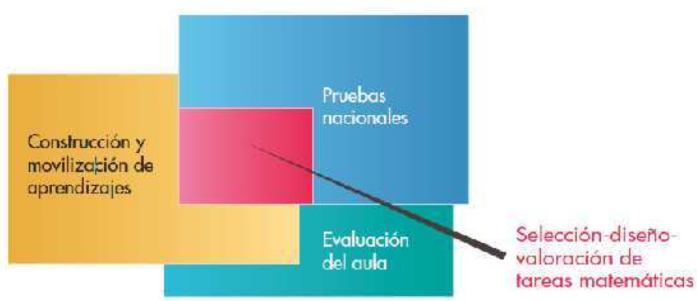

Figura 4. Selección-diseño-valoración de tareas matemáticas. Ruiz 2017. p.214

De acuerdo con lo anterior, con el propósito de contribuir en la relación entre currículo y evaluación, el proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica, elaboró un modelo que incluye indicadores para valorar la intervención de los procesos matemáticos y criterios para identificar los niveles de complejidad de los problemas que se plantean para las diferentes tareas de aula. Los aspectos teóricos que se proporcionan en dicho modelo pretenden ofrecer orientaciones a los actores del proceso educativo para tener un mayor acercamiento a la implementación del currículo.

A manera de resumen, la propuesta detalla el papel de los diferentes componentes curriculares; sin embargo, acá únicamente se describirá un modelo para valorar capacidades superiores y niveles de complejidad[3]. De acuerdo con Ruiz (2017), "*Las capacidades superiores participan de manera múltiple y sinérgica, a veces todas ellas actúan y a veces solo algunas; puesto de otra manera: existe una intersección no vacía entre las diversas capacidades superiores*." (p.100).

Tal como se describió previamente, las activación constante de los diferentes procesos matemáticos posibilita la adquisición de capacidades superiores (que oportunamente llevan el mismo nombre) por parte de los estudiantes. Entonces, no solamente es relevante sino también práctico el potenciar una estrategia evaluativa de tareas matemáticas que valore el rol de los procesos de acuerdo con sus niveles de interacción y complejidad, de este modo, indirectamente se puede valorar el potencial de la tarea matemática en la generación de las capacidades cognitivas.

La propuesta establece una estrategia para valorar la participación de los procesos matemáticos en cada problema y al mismo tiempo determinar su nivel de complejidad a partir de ello. El modelo está constituido por dos elementos:

- *61 indicadores que consignan la intervención de los procesos matemáticos en un problema organizados en tres grados distintos*
- *5 criterios para que a partir de los indicadores y de la estructura de su intervención se pueda realizar valoración.* (Ruiz 2017. p. 103)

El siguiente esquema muestra la forma en que aparece la relación entre los procesos o capacidades y los niveles de complejidad.

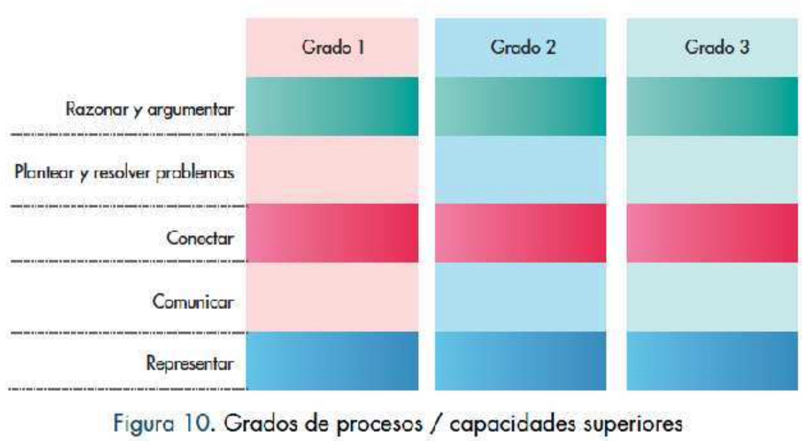

Figura 5. Grados de procesos/ capacidades superiores. Ruiz 2017. p.104

Para cada proceso se han establecido diferentes indicadores que permiten ubicar al problema que se está analizando en uno u otro grado de complejidad según corresponda, para

[3] Si usted quiere mayores detalles sobre la propuesta puede consultar a Ruiz (2017) en https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/31916 .

ello se prioriza en cada caso el indicador o indicadores que presentan un mayor grado. Para valorar el problema integralmente se realiza un análisis ponderativo de acuerdo con el grado de complejidad que presentó en cada proceso, considerando para ello los siguientes criterios:

- *NC1: cuando en un problema la intervención de los procesos no supera el grado 1, se acepta que el problema es de reproducción.*
- *NC2: cuando en un problema la intervención en al menos dos procesos es de grado 2 y se pueden identificar al menos tres indicadores en ese grado, se acepta que el problema es de conexión.*
- *NC3: cuando en un problema la intervención en al menos dos procesos es de grado 3 y se pueden identificar al menos tres indicadores en ese grado, se acepta que el problema es de reflexión*. (Ruiz 2017. p.124-125)

Cuando no se satisfaga alguna de las condiciones previas se establecen otros criterios secundarios para realizar la clasificación, tomando en consideración los indicadores del mayor grado y otras valoraciones específicas de cada problema, se considera que los procesos "*Razonar y argumentar''* y "*Plantear y resolver problemas*" deben ocupar un lugar preponderante para valorar el estímulo de capacidades cognitivas superiores y la competencia matemática.

Conclusión

A manera de conclusión, para un currículo enfocado a la generación de capacidades superiores, la experiencia que ha tenido Costa Rica con su implementación deja importantes enseñanzas que no ha sido posible incluir acá pero que están disponibles en los diferentes insumos que han generado dentro del Proyecto denominado Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica[4]. En el presente documento se ha querido resumir brevemente la propuesta curricular y resaltar el trabajo que se ha venido realizando a lo interno de este proyecto para avanzar en los retos que la evaluación requiere para un currículo ambicioso como este.

La posibilidad de realizar esta descripción y clasificación en las diferentes tareas matemáticas que se propongan, permite al docente valorar la pertinencia de cada una ellas, ya sea para la acción de aula o para las evaluaciones, en un marco mucho más amplio como es un planeamiento educativo en congruencia con los fundamentos del currículo. La capacidad de precisar el grado de participación de cada proceso matemático permite mapear las acciones que se estarían estableciendo para avanzar de acuerdo con las posibilidades de los estudiantes hacia el logro de capacidades matemáticas. Desde el punto de vista de una sana planificación educativa, la realización de esta práctica permite ir haciendo los ajustes necesarios para consolidar la intervención de los procesos en el corto, mediano y largo plazo, por lo que apunta sólidamente al fortalecimiento de la competencia matemática. Al mismo tiempo, en el caso de la evaluación, los resultados que se puedan obtener mediante la puesta en práctica de este proceso de planificación en las acciones de aula, suministran información sobre el avance de los estudiantes y su rendimiento, de modo que se puedan establecer las acciones correctivas correspondientes.

La propuesta para la valoración de los problemas, es un importante insumo para avanzar en materia evaluativa y se espera venga a contribuir en la articulación de una estrategia evaluativa que sea congruente con el potencial de los principios curriculares que se han plasmado en los programas de estudio.

[4] https://www.reformamatematica.net/

Referencias y bibliografía

Chaves, E., Castillo, M., Chaves, E., Fonseca, J. y Loría, R. (2010). *La enseñanza de las matemáticas en la secundaria costarricense: entre la realidad y la utopía. Tercer Informe del Estado de la Educación*, San José, Costa Rica. Descargado de https://estadonacion.or.cr/files/biblioteca_virtual/educacion/003/Chavez_2010_Matematica.pdf

Chaves, E. (2017). *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica: 2010-2017. Memorias del II CEMACYC*. Cali, Colombia, 2017. Descargado de http://ciaem-redumate.org/cemacyc/index.php/ii_cemacyc/iicemacyc/paper/viewFile/494/154

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2005). *Programa de estudios. Tercer ciclo. Matemáticas. Costa Rica*: autor.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. Educación General Básica y Ciclo Diversificado.* Costa Rica: autor. Descargado de http://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf

Niss, M. (2003). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM Project.* En A. Gagatsis & S. Papastavrides (Eds.) 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education (pp. 115-124). Athens: Hellenic Mathematical Society.

Organization for Economic Co-operation and Development (OCDE) (2013). *Synergies for better Learning: An International Perspective on Evaluation ans Assesment*. Paris: OCDE.

Rico, L. & Lupiáñez, J. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid, España: Alianza Editorial.

Ruiz, A. (2017). *Evaluación y Pruebas Nacionales para un Currículo de Matemáticas que enfatiza capacidades superiores. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Número especial, diciembre. ISSN 1659-2573. Costa Rica. Descargado de https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/31916

BREVE HISTORIA DEL CIAEM EN EL SIGLO XX: 1961-2000

Carlos Eduardo Vasco Uribe
Colombia
carlosevasco@gmail.com

A finales de los años cincuenta, el lanzamiento del Sputnik 1 por la Unión Soviética (1957) y la Revolución Cubana (1959) llevaron al gobierno de los Estados Unidos a la decisión de hacer un esfuerzo nacional e internacional en todos los frentes para superar el atraso tecnológico en computación y cohetería que los ponía en desventaja en la Guerra Fría. Entre las distintas estrategias para lograrlo, se incentivó la investigación científica en la recién fundada NASA y en la National Science Foundation y se iniciaron programas y proyectos para mejorar la educación en matemáticas y ciencias en Estados Unidos y lograr su extensión a todos los países latinoamericanos. En esta última política se pueden conjeturar dos finalidades complementarias: modernizar en nuestros países la preparación de los trabajadores, empleados y mandos medios para la naciente industrialización orientada a la maquila y a la sustitución de importaciones, a la vez que se neutralizaba el énfasis de la educación secundaria en filosofía, ciencias sociales y humanidades que podría inclinar a la juventud hacia el socialismo.

Cualquier parecido con la situación actual de generalizar la STEM: Science, Technology, Engineering and Mathematics en todos nuestros países, no es pura coincidencia.

La Organización de Estados Americanos (OEA), las reuniones de Ministros de Educación, los préstamos para educación del Banco Mundial y el Banco Interamericano de Desarrollo (BID), la Alianza para el Progreso y los Cuerpos de Paz del presidente John F. Kennedy promovieron una serie de reformas curriculares en todos nuestros países durante las décadas de los sesenta y setenta. Para el caso de las Matemáticas, un grupo de prestigiosos matemáticos norteamericanos formó un grupo de trabajo del cual resultó el Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM-IACME), fundado en 1961 por Marshall Stone, entonces presidente del ICMI. La primera conferencia I-CIAEM se celebró en Bogotá.

Inicialmente, su misión fue la de impulsar las Matemáticas Modernas o “Nuevas Matemáticas” (“New Math”), inspiradas en los fascículos del grupo francés “Nicolás Bourbaki”, en todo el continente y asesorar a los Ministerios de Educación en la implementación de reformas curriculares que las difundieran desde los primeros años escolares. Para ello se contó con apoyo de la Organización de Estados Americanos OEA y de la Unesco.

Después de esa primera etapa orientada por Marshall Stone y Luis Santaló, asumió la dirección del CIAEM Ubiratán d'Ambrosio de 1979 a 1987, quien extendió la acción de nuestra organización a distintos frentes de investigación en educación matemática; en particular, inició en Latinoamérica la etnomatemática y fomentó las investigaciones sobre las Tecnologías de la Información y Comunicación TIC en la educación matemática; para ello, buscó la colaboración de algunas empresas que entraron en el campo de la Tecnología Computacional en la educación, posteriormente llamadas "TIC", Tecnologías de la Información y la Comunicación, como la Texas Instruments, la Hewlett-Packard y los desarrolladores de software para computadores y calculadoras gráficas como los programas "Geometer's Sketch-Pad" y "Cabri Geomètre".

La preocupación etnomatemática de Ubiratán y Paulus Gerdes no tuvo mucha acogida inicialmente fuera del Brasil, y se tardó unos 20 años —de 1980 al 2000— en avanzar hacia el abandono gradual de las Nuevas Matemáticas al estilo Bourbaki como modelo para imitar e impulsar en nuestros países. Pero esos cambios se dieron por otras iniciativas y tendencias; en realidad, los trabajos de los miembros del CIAEM y de los organizadores de los congresos en nuestros países poco tuvieron que ver con esos cambios en la dinámica inicial de la organización CIAEM-IACME, pues durante la dirección del CIEAM de Eduardo Luna, del 87 al 95, se fue perdiendo el apoyo de la Unesco y el contacto con los Ministerios de Educación. Las nuevas orientaciones y la renovada energía que trajo al CIAEM el liderazgo de Eduardo Luna no tuvieron efectos apreciables en la mayoría de los países suramericanos más allá de la región Caribe.

En forma semejante, desde la presidencia de Fidel Oteiza de 1995 a 1999 y la mía de 1999 a 2003, tenemos que confesar que no fueron años muy favorables para el CIAEM. No notamos los cambios que se iban viendo poco a poco en las contribuciones presentadas en los eventos cada cuatro años, sobre todo respecto a las nuevas tecnologías TIC, a las nuevas tendencias de la didáctica francesa y a los avances en la educación matemática con las ideas de Hans Freudenthal en Holanda y luego en España, especialmente en Granada.

Solo a comienzos del siglo XXI, período del que no me ocuparé, la renovada energía que se sintió en el CIAEM, inspirada por María Salett Biembengut, impulsó la línea de modelación matemática en el Brasil; pero también tendríamos que decir que no tuvo mayor resonancia en los demás países Latinoamericanos, y fue más bien en Medellín en donde empezó a tener un impulso sustantivo la línea de modelación, pero de manera independiente del CIAEM.

Así pues, ni la didáctica francesa de los 80 con las contribuciones de Guy Brousseau e Yves Chevallard; ni la matemática auténtica de Utrecht en la línea de la fenomenología de Freudenthal, que impulsaron el análisis didáctico de Luis Rico, Pedro Gómez y Evelio Bedoya en Granada; ni los inicios del Enfoque Ontosemiótico de Godino, Batanero y Font en Granada y en Barcelona; ni el enfoque noético-semiótico de Raymond Duval; ni el enfoque semiótico-cultural de Luis Radford en el Canadá entraron en Latinoamérica fueron apoyados ni impulsaron por el parte del CIAEM, que se redujo a preparar la conferencia cada cuatro años sin ninguna especificidad ni misión definida. Durante los últimos 20 años del siglo XX, nuestras conferencias, así fueran las mejores académicamente en toda Latinoamérica, no se distinguían ni misional ni temáticamente de los ICME, de las conferencias como los CIBEM, las del grupo PME, ni de las mejores conferencias subregionales como las de la RELME.

Afortunadamente, con la llegada del siglo XX, María Salett Biembengut le dio un nuevo impulso al CIAEM, y con la presidencia de Ángel Ruiz hemos vivido otra vez tiempos mejores.

Esta historia del comité del CIAEM y de las conferencias CIAEM del siglo XX se está viviendo y escribiendo año por año por todos ustedes, y serán otros futuros historiadores quienes la escriban.

El CIAEM, que llegó a los 50 años en 2011, ha organizado exitosas conferencias en Blumenau, Brasil en 2003; en Querétaro, México, en 2007; Recife, Brasil, en 2011, en Tuxtla-Gutiérrez, México, en 2015; los CEMACyC en Santo Domingo y en Cali. Estas conferencias y, en especial, el presente congreso de Medellín, nos auguran muchos éxitos para nuestra organización y para la educación matemática en toda Latinoamérica en los próximos cincuenta años.

Undergraduate teaching and learning of mathematics with open source textbooks: Uso de textos universitarios de matemáticas

Vilma **Mesa**
School of Education, University of Michigan
Ann Arbor, Michigan, USA
vmesa@umich.edu

Resumen

In the Undergraduate Teaching and Learning in Mathematics with Open Software and Textbooks project we study the use of open source computational resources in the teaching and learning of mathematics at undergraduate level (Beezer et al., 2018). The project gathers (a) real-time, individualized viewing data from three dynamic undergraduate textbooks for calculus, linear algebra, and abstract algebra; (b) ongoing surveys of users' descriptions of the textbook use; (c) users' questionnaires (beliefs and attitudes towards mathematics, technology, teaching, and learning); and (d) student performance (tests of knowledge and grades). The textbooks have been enhanced with WeBWorK, Geogebra, and interactive Reading Questions for which instructors can see the responses in real time, and computational cells. In this article I highlight features of the textbooks and the theoretical and methodological approaches to answer two questions: How do students and instructors use textbooks? and How can we develop textbooks that will improve teaching and learning?

Palabras clave: open-source textbooks, textbook use, data analytics, calculus, linear algebra, abstract algebra

Within the array of resources for teaching and learning, the textbook continues to be the most prevalent one for instructors and students. Textbook formats have been changing from paper to digital, open source formats, including sophisticated tools such as computing cells, annotation tools, and powerful search engines, easing access at relatively low cost. Importantly, open source textbooks never expire or go out of print and can be distributed at no cost to students, making them practically fully accessible. The study we report here is part of a large U.S. funded project that seeks to describe how instructors and students use three open-source, technologically enhanced textbooks: Active Calculus (Boelkins, 2018), Linear Algebra (Beezer, 2017), and Abstract Algebra (Judson, 2017). These textbooks have been created in PreTexT, a markup language that allows for the textbooks to be viewed in any device and in any platform.

We use Rezat and Strässer's (2012) didactical tetrahedron to investigate how resources support instruction (Cohen, Raudenbush, & Ball, 2003, which is depicted in the base of the tetrahedron in Figure 1).

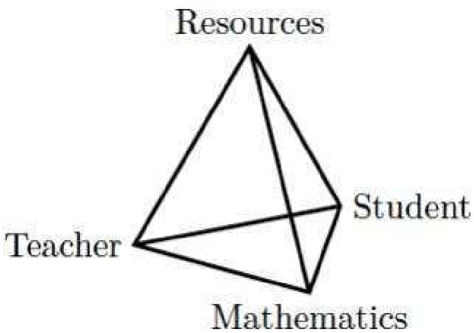

Figure 1. Resources can mediate instruction; the didactical tetrahedron (Rezat & Strässer, 2012, p. 241)

We follow Gueudet and Trouche (2009) in their definition of documents: the combination of a set of resources plus the schemes of utilization. Resources are defined as the collection instruments gathered for a particular purpose (e.g., textbook, past lecture notes, syllabi). Schemes of utilization include the processes that users engage in as they use the resources. These schemes have three distinct components, a material component (how the physical textbook or software is manipulated), a mathematical component (e.g., how the mathematical definitions are changed from canonical definitions), and the didactical component (e.g., how specific features are used). We seek to describe two documentation processes, *instrumentation*, that considers the influences on the user of the set of available resources, and *instrumentalization*, how the users change the resources as they use them (see *Figure 2*).

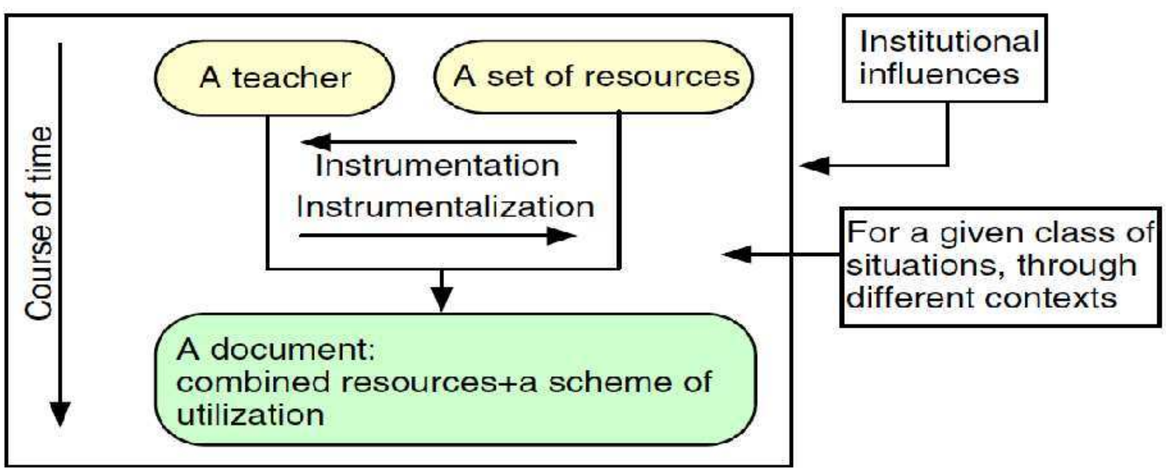

Figure 2: The documentational approach (Gueudet and Trouche 2009).

We do these by attending to two areas of instructors' work, lesson planning and its enactment seeking to identify operational invariants, instructors' beliefs that shape the design and use of resources (e.g., beliefs about ways with which students better understand definitions).

Methods

We use a mixed method design to gather use data from students and instructors as they engage with the textbooks (see *Figure 3*).

	Beginning of term	Week in the term: 2	4	6	8	10	12	End of term: 14
Teacher surveys	X							
Teacher logs		X	X	X	X	X	X	
Course syllabi	X							
Computer-generated data of teacher and student textbook viewing								
Student logs		X	X	X	X	X	X	
Student survey					X			
Student tests	X							X

Figure 3. Data collection over a term.

Instructors and students fill out surveys at different points in time to describe their beliefs and attitudes towards mathematics and technology. We collect tests of students' knowledge at the beginning and at the end of the semester to gather information about their knowledge growth. In addition we collect student and instructor logs (online surveys with four to seven questions about the use of the textbook during the past two weeks). In addition we collect computer generated viewing data (see *Figure 4*) which can be navigated at the user level (see *Figure 5*), time spent and number of clicks done on each textbook section and element (see *Figure 6*).

To analyze the data we use ongoing natural language processing (Blei, Ng, & Jordan, 2003) to gather themes from all the student responses to logs. Instructors' responses are analyzed manually, to identify the schemes of use of their textbooks. We aggregate across semesters to identify recurring themes and triangulate the log and viewing data with the time data to corroborate themes and patterns of viewing.

Results

I report briefly on findings from (1) the analysis of bi-weekly log data from 102 students from four instructors in four different states who were using a dynamic linear algebra textbook (Beezer, 2017) in the Spring semester of 2018 and (2) the various documents that instructors and students created as they used the textbooks. The textbook includes common linear algebra chapters (e.g., systems of linear equations, matrices, vector spaces, etc.).

Analysis of bi-weekly log data

The analysis of the viewing data revealed, unsurprisingly, that viewing tended to occur during the days when the classes were offered (mostly during class sessions), close to exams days, or when homework was due. The students mainly used solutions of exercises—in 17,405 viewings, 81% of the viewing time was for solutions of exercises, 15% for examples, and 5% for all the other elements. In the log responses students reported that they checked the textbook the day before class or the last day of their break; they also used it to study for the upcoming class, or when they were stuck, missed class, or had not understood their instructor's explanation. Students reported using mainly problems, exercises, and examples as they were preparing for class. When asked about their use of theorems, definitions, and examples, students said those were mainly used when producing notes for later use because they wanted to make sure they were connecting ideas and knew the basic definitions.

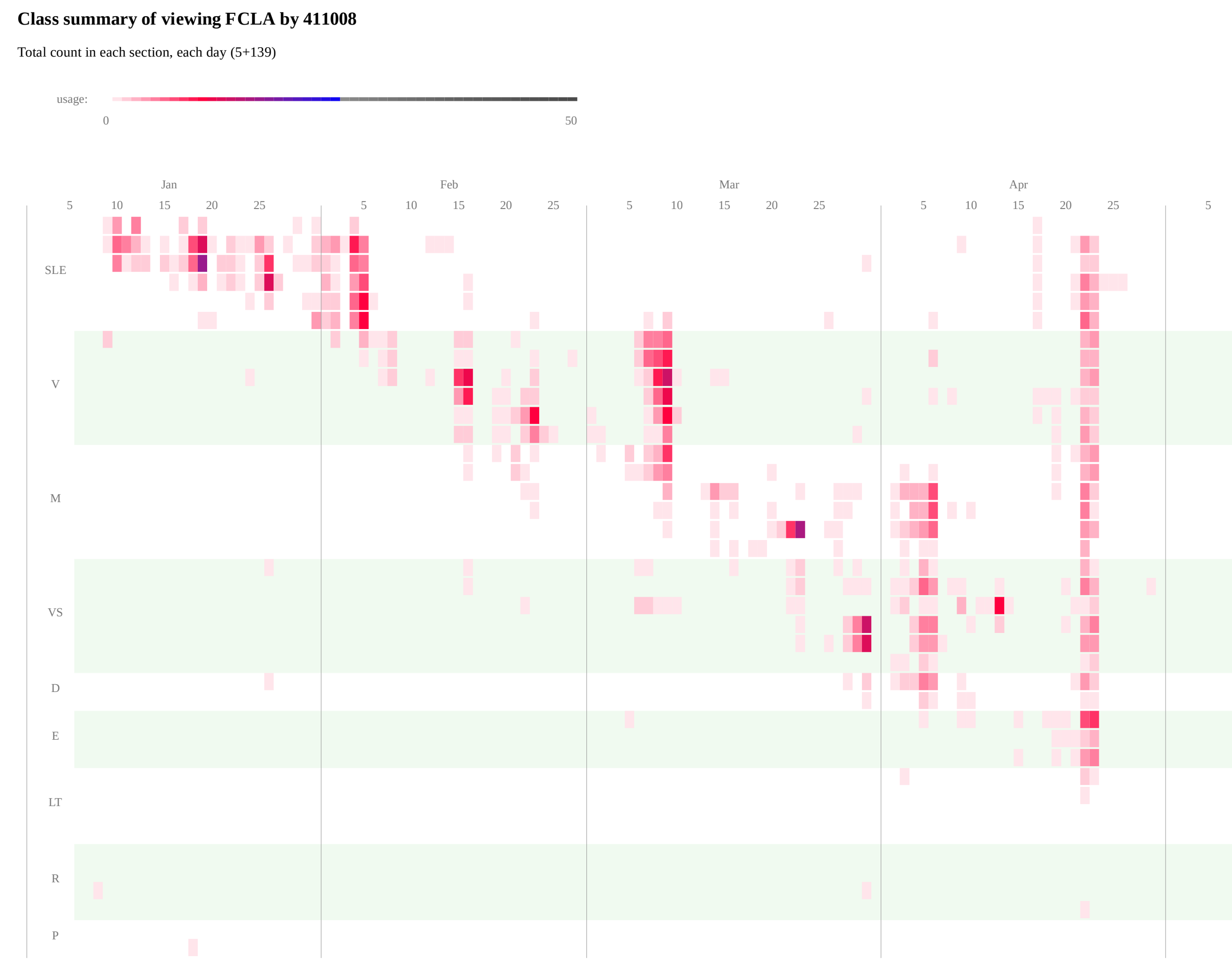

Figure 4. Viewing data for a course using the linear algebra textbook.

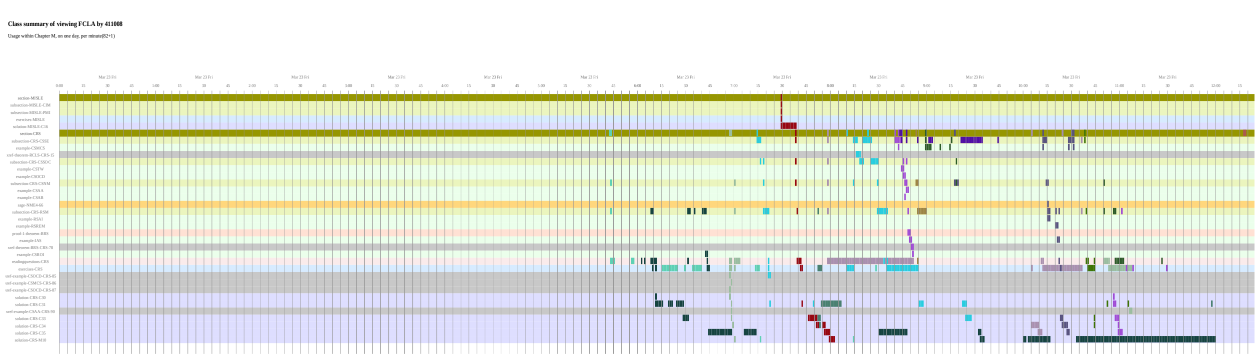

Figure 5. Viewing data at the individual level for a course using the linear algebra textbook.

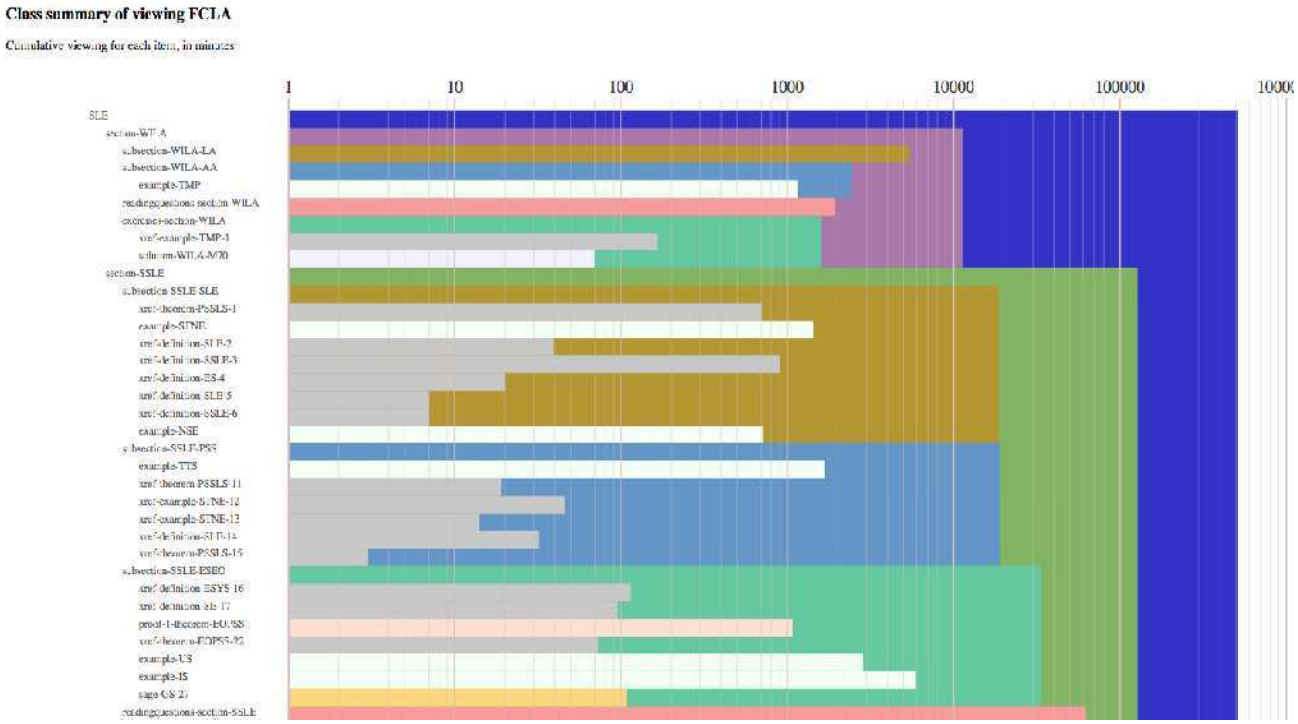

Figure 6. Data collection over a full term.

We found six themes in the analysis of student responses to their viewing of the linear algebra textbook (n = 120). The students indicated:

- Theme 1: viewing the textbook to study the material (58%); in addition, they mentioned some ways in which they do so. Students said that they:
- Theme 2: Start viewing examples (skipping text); then attempt the examples; and if need be, view the text to clarify ideas (17%).
- Theme 3: Start viewing homework; if the solution is wrong, read solution in detail to understand what problems they had (10%)
- Theme 4: Viewing to read word for word (8%)
- Theme 5: Viewing to cross-reference with class work (5%)
- Theme 6: Viewing formulas and definitions and keep track on personal document (3%)

Here are some illustrative examples:

- “I normally spend a couple of hours studying the book, I don’t have a set schedule or timetable for my studying. I also use my textbook to review and touch up on things I haven't looked at in a while.” (Theme 1)
- “Feb 19 Mon, Chapter M 6-9 PM: I was looking over example problems to help me prepare for my quiz, and I looked at definitions and theorems to help explain notation and solutions.” (Theme 2)

Analysis of documents

Instructors created lecture notes, syllabi, personal notes, and assessments, all with the goal of facilitating their teaching of the course. Students created class notes, homework documents or solutions, and textbook notes in order to improve their understanding, for practice, and reminders or memorization. Both students and instructors used many other resources. In terms of the instructors, they relied on colleagues, past notes, notes from when they were students, other textbooks, Wolfram alpha and other mathematical programs such as Sage, Maple or Mathematica, the textbook authors, and programming software, such as Python. Students mentioning working with classmates, the Internet, Google, YouTube, Chegg, Khan Academy, class lecture videos, other printed and HTML textbooks, family members, and their instructors. Students did not use the open-source feature and infrequently used computational cells.

Figure 7 summarizes the instrumentation and instrumentalization processes for the document lecture notes that we have found. They range from the less to more dynamic uses; the figure also highlights how instructors made use of their textbook.

Less to More Dynamic

Lecture Notes	Connection to the Textbook
Handwritten notes in paper (from points of reference to full notes)	References to the textbook
Online videos using the textbook	• Whole parts of the textbook • Practice problems from the textbook in accompanying problem sheets
Beamer/Power Point presentations	Hyperlinks to the textbook
Sage worksheets	• Hyperlinks to the textbook • Capabilities for the production of graphs and calculations of the textbook

Figure 7. Variation in use of the document *Lecture notes*, from less to more dynamic, and connections to the textbooks.

During classroom, some instructors copied their notes on the blackboard, whereas some distribute them ahead of time to the students, either as PowerPoints that they could annotate by printing them, or as Sage worksheets that students could manipulate in real time. The rules of actions and the reasons students and instructors had to use various documents are given in Figure 8.

	Rules of Action	When/Why
Students	"Read"	Study for examinations/class (study notes)
	Look for definitions	Clarify meaning to work out homework (homework solution)
	Study examples/proofs	Work out the homework (homework solution)
Instructor	Identify major course topics	Create syllabus before the term starts
	Identify theorems and definitions	Create lecture notes to be consistent
	Identify examples	Clarify definitions/theorems in class (lecture notes) Visualize definitions (lecture notes)

Figure 8. Rules of action and reasons for using documents by students and instructors.

Discussion

In general, the students and instructors seemed reluctant to take full advantage of novel features (such as the programming cells) or the reading questions. We speculated that by itself, the design of the textbooks is insufficient for facilitating the adoption of different ways of using these textbooks in teaching and learning. We noticed that students did not use features that were not required by their instructors and that they used those that their instructors said were important to use (e.g., definitions, theorems, examples, proofs).

Instructors might need training about ways to take advantage of the open nature of the textbooks. Some instructors, for example, only associated open source with the free access of the textbooks. We are planning gatherings and conversations with designers, authors, and instructors, so that the process of creating the textbooks becomes more transparent. Textbook production is expensive, and thus, research that documents how open access textbooks can be made widely available is important. Yet, without knowing how to best take advantage of the new technologies, we might not realize their potential within mathematics classrooms.

Acknowledgment

Funding for this work has been provided by the National Science Foundation (IUSE 1624634). Any opinions, findings, and conclusions or recommendations expressed in this material are those of the author(s) and do not necessarily reflect the views of the National Science Foundation. Thanks to David Farmer and the American Institute of Mathematics for their research support.

References

Beezer, R. (2017). *First course in linear algebra*. Gig Harbour, WA: Congruent Press. Available at http://linear.pugetsound.edu. HTML available at http://linear.ups.edu/html/fcla.html.

Beezer, R., Judson, T., Farmer, D., Morrison, K., Mesa, V., & Lynds, S. (2018). Undergraduate Teaching and learning in Mathematics with Open Software and Textbooks (UTMOST): National Science Foundation (DUE 1821706,1821329,1821114,1821509).

Blei, D. M., Ng, A. Y., & Jordan, M. I. (2003). Latent Dirichlet allocation. *Journal of machine Learning research, 3*(Jan), 993-1022.

Boelkins, M. (2018). *Active Calculus*. Available at https://activecalculus.org/single/: CreateSpace Independent Publishing Platform.

Cohen, D. K., Raudenbush, S. W., & Ball, D. L. (2003). Resources, instruction, and research. *Educational Evaluation and Policy Analysis, 25*, 119-142.

Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics, 71*, 199-218.

Judson, T. (2017). *Abstract algebra: Theory and applications*. Available at http://abstract.pugetsound.edu. HTML available at http://abstract.ups.edu/aata/. Orthogonal Publishing L3C.

Rezat, S., & Strässer, R. (2012). From the didactical triangle to the socio-didactical tetrahedron: Artifacts as fundamental constituents of the didactical situation. *ZDM Mathematics Education, 44*, 641-651. doi:10.1007/s11858-012-0448-4

VISIÓN DESDE COLOMBIA DEL IMPACTO DE LA MATEMÁTICA MODERNA Y EL PAPEL DEL CIAEM

Luis Carlos **Arboleda**
Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle
Colombia
luis.carlos.arboleda@gmail.com

Resumen

Esta intervención dentro de la Mesa Plenaria sobre la historia del CIAEM se centrará en analizar el contexto social y político en el que se realiza la Primera Conferencia CIAEM de 1961 en Bogotá. Se examinan en particular los discursos inaugurales de las dos más importantes autoridades presentes en la reunión. Por parte del gobierno colombiano, el ministro de educación de Jaime Posada Díaz. Por parte de la comunidad académica, el célebre matemático Marshall Stone. Se mostrarán las diferencias de fondo en la manera como políticos y académicos se representaban la importancia de la conferencia en cuanto a fines, criterios y procedimientos para promover la reforma de la enseñanza de las matemáticas en el hemisferio.

Palabras clave: educación matemática, historia del CIAEM, matemáticas modernas.

El discurso de Jaime Posada Díaz en la apertura de la Conferencia

El discurso de apertura de la Primera Conferencia Inter-Americana en Educación Matemática estuvo a cargo del Ministro de Educación Jaime Posada Díaz. La frase de inicio se refiere al ambiente social y político de la época en el que se realiza la conferencia (Fehr, 1962, p.1): "En América, estamos construyendo una nueva forma de vida y cultura. Hay muchas manifestaciones de lo que estamos haciendo que delinean claramente un nuevo mundo y una nueva época".

Posada da cuenta de un contexto hemisférico nuevo, pleno de optimismo y confianza en el cambio social y cultural, y fuertemente impregnado por una ideología de modernidad y desarrollo. El discurso expresa en general el punto de vista dominante de la mayoría de los gobiernos americanos y, en particular, del gobierno de Alberto Lleras Camargo, del cual Posada hizo parte como ministro entre 1961 y 1962. Este gobierno fue uno de los más comprometidos de la región con la creación de la *Alianza para el Progreso*-APP. Colombia llegó a convertirse en la vitrina del programa en cuanto fue uno de los primeros países de América Latina en recibir ayuda económica por parte del Banco Mundial y del Fondo Monetario Internacional. Sus élites expresaban mejor que otras la vocación modernizante y de cambio de modelo económico representado en la APP. (Rojas, 2011).

Recordemos que Lleras Camargo fue el primer presidente liberal (1958-1962) del Frente Nacional, el pacto político con el cual los partidos liberal y conservador se hicieron el reparto hegemónico del ejercicio del poder del Estado entre 1958 y 1974. Después de más de un siglo de violencia partidista, el Frente Nacional se propuso transformar la cultura política del país y modernizar la economía colombiana. En lo personal, Lleras Camargo había acumulado un amplio liderazgo hemisférico como fundador y primer secretario de la Organización de Estados Americanos-OEA. Su talante pro-norteamericano, defensor de los principios de la libre empresa y enemigo declarado del comunismo y de la revolución cubana, lo convirtieron en el interlocutor más importante de los Estados Unidos en la región.

En tal condición, el gobierno de Lleras Camargo fue uno de los principales promotores del nuevo enfoque de cooperación inter-americana. Tanto en lo que se refiere al *Acta de Bogotá*, uno de los antecedentes más importantes en la constitución de la APP, como en la adopción de acciones y compromisos para el desarrollo del programa. Los gobiernos siguientes mantuvieron estos compromisos e implementaron las medidas contempladas en los documentos fundadores, encaminadas a promover el desarrollo económico y social. Varios destacados dirigentes latinoamericanos se consagraron a estas tareas.

Un caso notable es el de Posada, quien al finalizar el periodo de su ministerio, asumió el cargo de Embajador en Misión Especial de Colombia ante la APP en Washington hasta 1964. Luego, entre 1964 y 1966, dirigió la División de Educación, Ciencia y Cultura, de la OEA. Precisamente en el discurso inaugural de 1961 Posada se refiere a esta División como uno de los pilares de la organización, al estar encargada de expandir el programa inter-americano de la APP en las esferas cultural, científica y universitaria. Sugiere que una de sus funciones sea precisamente la realización permanente de conferencias como la de educación matemática, para lo cual formula la idea de conformar comisiones permanentes en matemáticas, física, química, biología y asuntos nucleares. Estas comisiones deberían permitirnos, dice Posada, adelantar a escala nacional y continental las transformaciones requeridas en "los métodos de enseñanza de la ciencia, utilizar los textos y tipos de laboratorios experimentales más recientes y apropiados, y mantenerse al tanto de los nuevos desarrollos" (Fehr, 1961, p. 2).

Volviendo al ambiente social y político en el cual se realiza la Conferencia, en el discurso de Posada se registran el *Acta de Bogotá* y la *Declaración de Punta del Este*, los dos documentos fundadores del programa de integración hemisférica. El Acta contiene las medidas que el Consejo de la OEA del 13 de septiembre de 1960 propuso como bases del programa decenal de la APP para el mejoramiento social y el desarrollo económico de la región (The Avalon Project, 1960). El programa será finalmente adoptado por todos los miembros de la OEA, excepto Cuba, en Punta del Este, Uruguay, el 17 de agosto de 1961. Al final de la *Declaración de Punta del Este* se fija el propósito reformista de las élites y gobiernos de la época de acuerdo con la ideología que lo inspiraba (The Avalon Project, 1961):

> [L]a comunidad interamericana está comenzando una nueva era, [una era] en la cual los logros institucionales, legales, culturales y sociales se complementarán con acciones inmediatas y concretas para asegurar una vida mejor, en condiciones de libertad y democracia, para las generaciones presentes y futuras.

Como antes se mencionó, Posada empieza su discurso explicando el contexto de los acontecimientos políticos del último año que enmarcan y resaltan la importancia de la Conferencia de Bogotá. Al dirigirse a los organizadores, participantes, observadores y conferencistas invitados provenientes de veintitrés naciones de América Latina, Estados Unidos y Europa, Posada afirma que el inter-americanismo del *Acta de Bogotá* y la *Declaración de Punta del Este* no es un sueño infructuoso, sino que corresponde a "la determinación de brindar a las personas un mejor y más progresivo marco de seguridad para el ejercicio de su dignidad" (Fehr, 1962, p.1).

Pero para concretar este gran propósito, continúa Posada, se requiere de la intervención de un fuerte programa intelectual de mejoramiento de la educación a todos los niveles. Como parecerá obvio a los presentes a la conferencia, este programa comporta la expansión y transformación de los servicios universitarios, incentivos a la investigación, a las publicaciones, a la enseñanza, y el establecimiento de relaciones de cooperación entre los hombres de ciencia de América Latina y quienes adelantan su estudio de manera prodigiosa y creativa a nivel internacional. Estas son las acciones futuras que Posada espera que se desprendan de la Conferencia, la cual no podría reducirse a este solo encuentro. Para ello confía particularmente en el soporte que puedan dar a estas iniciativas los conferencistas invitados, a quienes se dirige por su nombre: Profesores Schwartz, Choquet, Stone, Fehr, Bundgaard, Pauli, Cansado y Torres.

El discurso de Marshall Stone en respuesta a Posada

Marshall Stone dio respuesta al discurso de bienvenida de Posada en su calidad de Presidente desde 1959 de la *Comisión Internacional de Instrucción Matemática* (ICMI, por sus siglas en inglés). Fue de este organismo que partió la iniciativa de realizar la Primera Conferencia Inter-Americana de Educación Matemática en Bogotá. Aparte de su bien ganada notoriedad científica, Stone llegaba a la ciudad – a la cual se refiere en su discurso de manera galante como la "Atenas de las Américas"-, precedido de la fama de un matemático de talla mundial comprometido con reformas de la enseñanza de las matemáticas, tanto en Estados Unidos y Europa, como en América Latina y África. Stone había trabajado intensamente en la promoción dentro de la Unión Internacional de Matemáticas (IMU) de una esfera propia de actividades en educación matemática.

Fue precisamente durante su Presidencia del IMU (1952-1954) que revivió la antigua comisión de educación matemática inicialmente creada a instancias de Felix Klein, Guido Castelnuovo y Jacques Hadamard en el Congreso Internacional de Matemáticos de 1908 en Bolonia, y que a partir de 1952 se transformará en el actual ICMI. Stone consideraba que precisamente por la importancia del papel de las matemáticas en la sociedad era necesario ocuparse de las consideraciones técnicas sobre los métodos de su enseñanza (Parshall, p. 19-20):

> Si juzgamos por los resultados nos resulta difícil no concluir que nuestros intentos de enseñar matemáticas como parte de un programa de masificación de la enseñanza han conducido, para decirlo sin rodeos, a un fracaso colosal, que evidencia nuestra ignorancia y conformidad con el arte de enseñar.

A finales de la década de 1950 el mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas no solo era una preocupación central de la comunidad matemática, sino que los organismos económicos de los países industrializados empezaban a considerarla un asunto estratégico para el desarrollo. La expansión industrial y la superación del retardo tecnológico del mundo occidental imponían una transformación en los contenidos y métodos de la educación, así como en los limitados alcances de la formación. La Organización para la Cooperación Económica y el Desarrollo (OECD; OECE antes de 1963) había creado desde 1958 la Oficina de Personal Científico y Técnico precisamente con el propósito de “hacer más eficiente la enseñanza de la ciencia y de las matemáticas”. La reforma de la enseñanza empezaba pues a ser reconocida como una condición de fondo de la modernización económica (Charlot, 1986).

Probablemente fue a través del discurso de Stone que los matemáticos y las autoridades colombianas tomaron conciencia de la realidad política de la reforma. Stone informó sobre las acciones que estaba emprendiendo la OCDE en esta dirección y que ya sabemos fueron adelantadas bajo la asesoría y coordinación del mismo Stone. En primer lugar, la convocatoria a una docena de expertos reunidos durante diez días en las cercanías de París en noviembre de 1959 para establecer los propósitos de un nuevo currículo para la enseñanza secundaria de las matemáticas en el *Coloquio de Royaumont*. Meses después, se realizó la reunión de Dubrovnik, Yugoeslavia, en donde una docena de expertos durante cuatro semanas establecieron el *Programa para las matemáticas modernas de la escuela secundaria*, que sería publicado en 1961 en París con el nombre de *Mathématiques nouvelles* (Charlot, 1986, p. 17).

Stone agrega otra línea de acciones de la OECD que consistía en fomentar en algunas instituciones europeas la enseñanza experimental de cursos inspirados en este programa (Fehr, 1962, p. 5). Se trataba concretamente del lanzamiento el año anterior (1960) en Dinamarca de un programa de escuelas de verano para profesores de matemáticas sobre la producción de materiales de base para la reforma. Estas experiencias fueron presentadas con gran detalle en la conferencia del profesor Svan Bundgaard representante de ese país en la Conferencia.

Por último, Stone plantea su recomendación, como presidente del ICMI, de que antes de la clausura de la Conferencia se acuerde una forma de cooperación permanente entre los países de la región, siguiendo el ejemplo de Argentina y Estados Unidos. Esta cooperación debería sustentarse en dos principios (Fehr, 1962, p. 6):

- “[l]os problemas de la educación matemática tienen un carácter universal no obstante las variaciones y matices producidos por las condiciones locales”, y
- “[s]u solución demanda la más estrecha colaboración de los matemáticos y profesores de matemáticas a nivel internacional.

En nombre del ICMI, órgano del IMU, Stone expresa su disposición de estimular esta nueva cooperación regional en educación matemática a través de las relaciones que la organización mantenía entonces con veintidós países en seis continentes. Efectivamente, la resolución final de la Conferencia acordó la creación de la *Comisión Inter-Americana en Educación Matemática* (CIAEM) de carácter permanente, con el propósito de “promover acciones orientadas a elevar el nivel y la eficiencia de la enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria y la universidad.” (Fehr, 1962, p. 168). También se conformó un equipo de dirección *pro tempore* con delegados de países de América Latina y bajo la presidencia de Stone quien desempeñó este cargo hasta la Conferencia de Bahía Blanca de 1972.

En la historia del CIAEM preparada en los 35 años de su existencia, Ruiz y Barrantes, en nombre de los educadores matemáticos de la región, subrayan el papel decisivo de Stone en la creación e impulso de la nueva organización (Barrantes & Ruiz, 1998, p. 28-29). Su capacidad de trabajo, su autoridad científica, el liderazgo que ejercía en la comunidad matemática internacional, su relación con los organismos de fomento a la ciencia y la educación, explican el firme desarrollo del CIAEM en esta primera etapa. Pero ante todo se le reconoce a Stone su "gran aprecio por la región latinoamericana […] que le permitió involucrarse tan decisivamente en la construcción y permanencia del CIAEM durante tantos años". (Barrantes & Ruiz, 1998, p. 29).

En su presentación de la obra (Barrantes & Ruiz, 1998), Ubiratan D'Ambrosio se expresa en este mismo sentido, destacando en su reconocimiento a los fundadores (Stone, Fehr y Santaló), el hecho que hayan logrado crear, "en una región de países económica y culturalmente tan diversos, y políticamente tan diferentes" […] un foro donde poder reunirnos a discutir nuestros problemas comunes, y trabajar en la búsqueda de un entendimiento común entre nosotros. Nuestras actividades tienen como objetivo proponer directrices y soluciones que sean útiles y factibles para todos nuestros países". (p., i). Los ideales de Stone a los que se refieren Ruiz, Barrantes y D'Ambrosio y que obraron tan decisivamente en la conformación de la comunidad de educación matemática en el CIAEM, no corresponden al contexto inter-Americano de la *Alianza para el Progreso*, sino más bien a la política de la *Buena vecindad* ("good neighbor") de Roosevelt.

Es pertinente recordar aquí algunas de las impresiones de Stone en su informe oficial sobre su visita de los años 1940 a Argentina y otros países del cono sur de América Latina, a partir de la cual se inició su larga colaboración científica con la región. Después de declarar que ha quedado fuertemente interesado en las relaciones culturales con América Latina recomienda a las autoridades que patrocinaron el viaje, centrar la cooperación en donde se hacía más necesaria: el campo del desarrollo científico y tecnológico. Pero teniendo en cuenta que este desarrollo es imposible sin la investigación en ciencia fundamental y matemáticas. Luego pasa a expresar los ideales y valores que a su manera de ver debían orientar esta cooperación (Parshall, 2009, p. 8):

> Si se cree, como yo pienso, que las relaciones más sólidas entre las naciones resultarán de la asistencia mutua sin pensar en beneficios o en crear obligaciones permanentes, entonces se puede concluir que cualquier cosa que podamos hacer para promover la ciencia y la tecnología en América Latina contribuirá a largo plazo al bien de todos. Es sumamente importante […] que todo lo que Estados Unidos se comprometa a hacer lo haga dentro del espíritu de ayuda, y en absoluto con la esperanza de influir en la política interna o externa de los países a los que prestamos asistencia. También es de la mayor importancia que cada paso que tomemos esté orientado a descubrir y cultivar la autosuficiencia en nuestros colegas latinoamericanos.

Referencias y bibliografía

Barrantes, H. & Ruiz, A. (1998). *La historia del Comité Interamericano de Educación Matemática.* Bogotá: Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

Charlot, B. (1986). Histoire de la réforme des "maths modernes"; idées directrices et contexte institutionnel et socio-économique. *Bulletin de l'APMEP,* 352, 15-31.

Fehr, H. F. (ed.)(1962). *Mathematical Education in the Americas. A report of the First Inter-American Conference on Mathematical Education.* New York: Columbia University.

Parshall, K. H. (2009). Marshal Stone and the Internationalization of the American Mathematical Research Community. *Bulletin of the American Mathematical Society* (New series), 46(3):459-482.

Rojas, D. (2011). Colombia como "vitrina" de la Alianza para el Progreso. En: *50 años de la Alianza para el Progreso en Colombia: Lecciones para el presente.* Relatoría del evento. Bogotá: Universidad de los Andes; 6-8.

The Avalon Project: Act of Bogota, September 13, 1960. Yale Law School. Recuperado el 10 de Abril de

2019 de: http://avalon.law.yale.edu/20th_century/intam08.asp

The Avalon Project: Declaration of Punta del Este, August 17, 1961. Yale Law School. Recuperado el 10 de Abril de 2019 de: http://avalon.law.yale.edu/20th_century/intam15.asp

Las capacidades superiores en el currículo matemático de Costa Rica y los retos para evaluarlas

Edwin Chaves Esquivel
Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica
Costa Rica
echavese@gmail.com

Resumen

En el 2013 Costa Rica se inició la implementación de un currículo matemático para educación preuniversitaria, el cual está enfocado a la generación de capacidades cognoscitivas superiores y finalmente alcanzar una competencia matemática dirigida al uso de la disciplina en la interacción del individuo con el medio. Se pretende generar habilidades específicas y generales en su relación con los conceptos y el desarrollo transversal de capacidades matemáticas mediante la estrategia didáctica de resolución de problemas.

Por la complejidad del currículo, la evaluación ha constituido un reto; pero además la reglamentación evaluativa en el país no se adapta a los fundamentos teóricos que lo sustentan. Por ello, el Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica ha elaborado una propuesta para valorar las tareas matemáticas que se plantean para la implementación del currículo. Se espera que esta propuesta constituya una herramienta en la planificación de la acción docente y un insumo para alcanzar evaluaciones de calidad.

Palabras clave: educación matemática, didáctica de la matemática, currículo matemático, evaluación matemática.

Introducción

En el año 2012, el Consejo Superior de Educación de Costa Rica aprobó nuevos programas de Matemáticas para la educación primaria y secundaria. Con ello se pretendía generar un cambio drástico a la forma tradicional en que se venía enfrentando la enseñanza de las Matemáticas en el país. Para el diseño de este currículo se aprovecharon insumos generados en diferentes estudios investigativos en el país, así como la experiencia internacional en la Educación Matemática.

Este currículo propone a los docentes aprovechar el potencial de las Matemáticas como herramienta fundamental para el desarrollo de las diferentes disciplinas científicas. Se plantea como objetivo principal el fortalecimiento de capacidades cognoscitivas para enfrentar los retos de la sociedad moderna, para la cual tiene especial relevancia: el conocimiento, la información, la demanda de habilidades y capacidades de razonamiento lógico, así como la toma de decisiones basadas en evidencia concreta.

Para lograr este objetivo se plantearon dos propósitos básicos: primeramente que cada estudiante debería asumir la responsabilidad de participar activamente en la construcción de su aprendizaje y, en segundo lugar, que la acción docente se enfocara a la generación de situaciones de aprendizaje que facilitaran el logro del primer propósito en forma motivadora.

Elementos claves del currículo

La competencia matemática

Como fue mencionado previamente, el enfoque o dirección de este currículo se vincula con la construcción de capacidades ciudadanas en el uso de las Matemáticas para la vida. En este sentido se promueve la adquisición de destrezas y habilidades intelectuales para alcanzar una competencia matemática que permita utilizar adecuadamente los conocimientos disciplinares en su diario vivir. Desde este punto de vista, la idea de *competencia matemática* se resume en: "*… una capacidad de usar las matemáticas para entender y actuar sobre diversos contextos reales, subraya una relación de esta disciplina con los entornos físicos y socioculturales y también brinda un lugar privilegiado al planteamiento y resolución de problemas…"* (MEP 2012. p. 14)

Con lo anterior se generó una ruptura con la visión tradicional de currículos previos que estaban centrados en contenidos, que promovían una horizontalidad a partir de ellos. A manera de ejemplo, observe la siguiente ilustración del formato que se aplicaba en el currículo de Matemáticas modificado en el 2005 y que venía desde 1995:

Objetivos	Contenidos	Procedimientos	Valores y actitudes	Aprendizajes por evaluar
4. Aplicar la desigualdad triangular, en la determinación de triplotas correspondientes o no a las medidas de los lados de un triángulo.	Desigualdad triangular.	Reconocimiento, en ejemplos concretos, de la desigualdad triangular. Formulación de la desigualdad triangular. Utilización de la desigualdad triangular en la estimación de posibles medidas de un lado de un triángulo, conociendo la medida de los otros dos. Utilización de la desigualdad triangular en la identificación de triplotas que corresponden a las medidas de los lados de un triángulo.	Autoconocimiento en sus capacidades, sus potencialidades y limitaciones, al desarrollar actividades propias del quehacer escolar.	Resolución de ejercicios y problemas donde utilice la desigualdad triangular.

Figura 1. Ejemplo presente en la Malla curricular de los Programas de estudio de Matemáticas, 2005.

Fuente: MEP 2005. p. 65

Como puede notarse, para el caso particular, todos los elementos de la malla curricular incluso la evaluación giraban alrededor del contenido "*Desigualdad triangular*", el cual aparece como un ente aislado, si se revisara con más detalle este instrumento, el contenido matemático que sigue es tratado de igual manera, y así se puede describir el comportamiento de la malla curricular completa en dichos programas de estudio. Esta estructura no posibilitaba que, por ejemplo, este contenido se integrara con el análisis de otros conceptos geométricos o incluso de otras áreas matemáticas.

Las habilidades y su integración

El currículo incluye cinco áreas matemáticas: Geometría, Números, Relaciones y Álgebra, Medidas y Probabilidad y Estadística, las cuales tienen diferentes pesos relativos en los distintos niveles educativos. Para cada una de las áreas matemáticas, se definen habilidades que se espera logren los estudiantes durante el proceso educativo. Se establecen dos tipos de habilidades: *generales* y *específicas*, que permiten establecer diversas formas de integración con los conocimientos matemáticos, según se muestra:

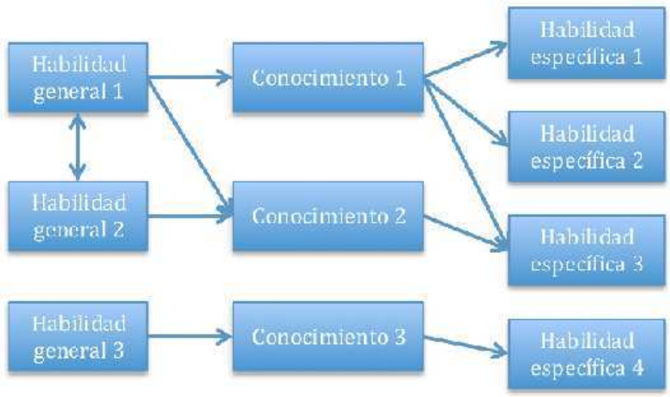

Figura 2. Integración de habilidades generales, específicas y conocimientos.

Desde la perspectiva de la acción de aula, primeramente se consideran las habilidades específicas, que son capacidades a corto plazo e intervienen en el quehacer diario. A un nivel macro, para cada ciclo educativo[1] el conjunto de habilidades específicas se sistematiza en habilidades generales, que son capacidades que se obtienen a lo largo del ciclo. Para lograr la articulación dentro del plan de estudios, la cantidad y calidad de conceptos o conocimientos matemáticos se ha formulado en función del progreso de las habilidades. En este sentido, el conocimiento o contenido matemático sigue teniendo un importante papel articulador, pero el proceso gira en torno a la adquisición de habilidades que se procuran lograr en el corto o largo plazo. Esta idea fue concebida para facilitar la integración de los diferentes elementos curriculares, de modo que las habilidades específicas por ejemplo, no son entes aislados, por el contrario, en todo momento se propone llevar a cabo la integración en ellas en las diferentes actividades o tareas de aprendizaje que se realicen (MEP 2012).

Momentos de la lección y construcción de aprendizajes

Debido a que el trabajo de aula constituye la puesta en práctica del currículo, se consideró pertinente en los programas de estudio explicitar al máximo esta acción. Para ello se estableció como estrategia didáctica la *resolución de problemas* visualizada a partir de cuatro momentos: *presentación del problema*, *trabajo independiente de los estudiantes*, *contrastación y comunicación de estrategias*, y *cierre o clausura* (MEP 2012. p.13). En cada uno de estos momentos el docente y sus estudiantes tienen roles muy particulares y realizan tareas específicas.

En relación con lo anterior, el currículo establece dos etapas, la primera consiste en el planteamiento de uno o más problemas orientados a la generación de nuevos conocimientos o habilidades. Acá se pretende que el estudiante pueda construir el aprendizaje y alcanzar

[1] La educación primaria está constituida de dos ciclos de tres años cada uno y la secundaria académica incluye un ciclo de tres años y el último de dos años.

habilidades por medio de la búsqueda de soluciones a los problemas. En la segunda etapa, en forma complementariamente, se deben plantear problemas dirigidos a la movilización de los conocimientos o habilidades adquiridas, en donde se pretende que los estudiantes puedan adquirir la memorización y automatización de ellos en su implementación en diversos contextos (MEP 2012).

Además del rol de orientar y moderar cada uno de los cuatro momentos, el docente tiene el reto de proporcionar los problemas que mejor se adapten a cada etapa, los cuales deben ser retadores y motivadores, además de estar direccionados estratégicamente al logro de habilidades que se integran con los conocimientos disciplinares.

Los procesos matemáticos y otros elementos articuladores del currículo

Sin embargo, este vínculo en el corto plazo entre los conocimientos matemáticos y las habilidades específicas no es capaz de generar, por sí solo, capacidades cognitivas más amplias (habilidades generales) que puedan encaminar hacia la competencia matemática. Es necesario que los estudiantes adquieran capacidades transversales, en el corto y mediano plazo en relación con el uso de estos conocimientos y habilidades específicas en la resolución de problemas. Estas capacidades transversales del currículo se adquieren mediante procesos matemáticos que se concentran en: *razonar y argumentar*, *plantear y resolver problemas*, *conectar*, *representar* y *comunicar*, y se pueden catalogar como "*actividades transversales que se asocian a capacidades presentes en cada área para comprender y usar conocimientos, apoyando el desarrollo de la competencia matemática"* (MEP 2012. p. 16). Entonces los procesos matemáticos son actividades cognitivas que realizan los individuos dentro de las distintas áreas matemáticas y que se vinculan con las capacidades para la comprensión y uso de los conocimientos. En resumen, cada proceso se pueden definir de la siguiente manera:

- ***Razonar y argumentar****: incluye actividades mentales que desencadenan formas del pensamiento matemático para desarrollar capacidades en la comprensión de una justificación, además desarrollar argumentaciones y conjeturas, entre otras.*
- ***Plantear y resolver problemas****: Refiere al planteamiento de problemas y el diseño de estrategias para resolverlos. Aquí se dará un lugar privilegiado a los problemas en contextos reales. Se trata de capacidades para determinar las estrategias y métodos más adecuados al enfrentar un problema.*
- ***Comunicar****: es la expresión y comunicación oral, visual o escrita de ideas, resultados y argumentos matemáticos. Busca generar la capacidad para expresar ideas y sus aplicaciones usando el lenguaje matemático de manera escrita y oral a otras personas.*
- ***Conectar****: pretende el entrenamiento estudiantil para la obtención de relaciones entre las diferentes áreas matemáticas. De igual manera, persigue motivar conexiones con otras asignaturas y con los distintos contextos.*
- ***Representar****: Pretende fomentar el reconocimiento, interpretación y manipulación de representaciones múltiples que poseen las nociones matemáticas (gráficas, numéricas, visuales, simbólicas, tabulares). También pretende desarrollar capacidades para traducir una representación en términos de otras, comprendiendo las ventajas o desventajas.* (Chaves 2017. p.4)

En relación con lo anterior, además de los procesos matemáticos también deben interactuar con cinco *ejes disciplinares* que afectan transversalmente el plan de estudios y fortalecen el currículo:

- *La resolución de problemas como estrategia metodológica principal.*
- *La contextualización activa como un componente pedagógico especial.*
- *El uso inteligente y visionario de tecnologías digitales.*
- *La potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las Matemáticas.*
- *El uso de la historia de las Matemáticas.* (MEP 2012. p. 35)

Los dos primeros se asumen como articuladores, por lo que además sirven para modular los otros ejes. La resolución de problemas crea la necesidad de asumir patrones de trabajo. La contextualización pretende fortalecer y motivar la interacción de los estudiantes en su relación con la realidad. Con estos dos ejes se establece una asociación crucial para el actual currículo: *la resolución de problemas en contextos reales*. En cuanto al uso de la tecnología, se propone emplear las tecnologías digitales como una herramienta para favorecer la visualización, realizar simulaciones, simplificar cálculos o propiciar representaciones mejor ajustadas a la realidad. El fortalecimiento de actitudes, creencias y valores positivos sobre las Matemáticas no sólo contribuye al desarrollo de la personalidad individual, sino que amplía el espacio de los valores y las actitudes en general, tales como la cooperación y la solidaridad. Por su parte, con el uso de la historia de las Matemáticas se propone brindar un rostro humano a la disciplina, de modo que la discusión sobre hechos históricos permita que el estudiante valore los desarrollos matemáticos como construcciones particulares para resolver algún problema del momento, con ello además se fortalece la herencia cultural (Ruiz 2017).

Los niveles de complejidad y el desarrollo de capacidades cognitivas superiores

De acuerdo con lo planteado hasta ahora en este currículo, por un lado se proponen habilidades vinculadas con las áreas matemáticas y por otro se plantean procesos que favorecen la reproducción de capacidades cognitivas transversales. La estrategia didáctica de resolución de problemas tal como ha sido concebida viene a contribuir en este propósito. Sin embargo, para lograrlo plenamente se requiere posibilitar una acción cognitiva que supere meras acciones rutinarias, por ello se necesita que los problemas planteados contengan diferentes niveles de complejidad, esto permite dar mayor profundidad según los intereses del momento académico en que se encentren. Los niveles de profundidad propuestos se resumen por:

- **Reproducción**: se refiere a ejercicios relativamente familiares que demandan la reproducción de conocimientos ya practicados.
- **Conexión**: remite a la resolución de problemas que no son rutinarios pero se desarrollan en ambientes familiares al estudiante, la conexión entre los diversos elementos, en particular, entre distintas representaciones de la situación.
- **Reflexión**: incluye la formulación y resolución de problemas complejos, la necesidad de argumentación y justificación, la generalización, el chequeo de si los resultados corresponden a las condiciones iniciales del problema y la comunicación de esos resultados. (MEP 2012).

Existe una relación directa entre los niveles de complejidad y las posibilidades de activar diferentes procesos matemáticos en estos mismos niveles, con ello se puede avanzar hacia la consolidación de la competencia matemática y posibilitar en los estudiantes el tránsito en forma creciente del logro de capacidades cognitivas moderadas hacia las capacidades cognitivas superiores. Al respecto Rico & Lupiáñez (2008) establecen “*La consecución de competencias en el aula debe buscar su desarrollo mediante el avance y la progresión en los niveles de cada una de ellas, avance que se lleva a cabo mediante secuencias de tareas de complejidad creciente* ”.

(p. 153). El siguiente esquema resume la interacción entre deferentes elementos curriculares y la forma en que ellos apuntan la competencia matemática, según se ha descrito previamente:

Figura 3. La competencia matemática general como constructo curricular. Ruiz 2017. p.66

El reto evaluativo en el marco el currículo matemático

El tema de evaluación fue excluido casi por completo en los programas de estudio de Matemáticas y únicamente aparecen algunas recomendaciones generales. Esta ausencia de elementos de evaluación al momento de elaboración y aprobación del currículo obedeció a que no estaban dadas las condiciones académicas para lograr un consenso en esta materia, no solamente a lo interno del Ministerio de Educación Pública sino en el ámbito nacional. El principal problema radicó en que para este ministerio existe un Reglamento General de los Aprendizajes que involucra a todas las materias académicas tanto para la educación primaria como secundaria, además al final de la secundaria se ha venido realizando una prueba estandarizada de bachillerato[2] en varias asignaturas, entre ellas Matemáticas. Por esta razón, cualquier reforma evaluativa que se hiciera para Matemáticas tendría que plantearse en un marco mucho más amplio que involucrara a las demás asignaturas.

Por otro lado, la reglamentación evaluativa vigente no articula coherentemente con los fundamentos teóricos de un currículo matemático que gira en torno a capacidades cognitivas superiores. A pesar que la implementación del currículo se encuentra en su sétimo año, este problema no ha podido ser resuelto a nivel ministerial. Por ello, el reto ha consistido en posibilitar una estrategia evaluativa que se aproxime a las necesidades curriculares en el marco de un reglamento que no ha sido diseñado para eso.

En el país, la evaluación tradicional en Matemáticas ha tenido características meramente sumativas y se han basado mayoritariamente en exámenes y trabajos extra-clase, los cuales normalmente se abocan a medir la capacidad del estudiante para memorizar y aplicar procedimientos rutinarios (Chaves, Castillo, Chaves Fonseca y Loría 2010). Por ejemplo, si se analiza nuevamente el contenido de la figura 1, el proceso evaluativo tradicional consiste básicamente en identificar si un estudiante es capaz de utilizar la desigualdad triangular para identificar posibles medidas de un lado de un triángulo conociendo la medida de los otros dos lados, o para identificar tripletas de números que puedan corresponder a las medidas de los lados

[2] En el año 2019 será la última vez que se apliquen las Pruebas Nacionales de Bachillerato en la educación regular, se ha decido sustituirla por una prueba en el penúltimo año de la educación media.

de un triángulo. Sin embargo, en una nueva perspectiva, resulta mucho más complejo identificar si un estudiante tiene la capacidad de razonar y argumentar en relación con el uso de la desigualdad triangular en diferentes contextos o si es capaz de realizar conexiones de este conocimiento con otros, tanto dentro del área de la Geometría como con otras áreas matemáticas. Esta dificultad obedece a que no es posible observar las capacidades directamente, se requiere de observar las acciones y el desempeño del estudiante en diferentes momentos (Ruiz 2017). Al respecto Ruiz señala que las capacidades superiores:

> *"tienen un grado mayor de "invisibilidad"; pero hay más: solo pueden evaluarse en situaciones específicas donde hay conocimientos y habilidades. Es decir: no se pueden extraer como si fueran entes aislados todos estos elementos (conocimientos, habilidades capacidades superiores), todos participan de diferente manera integradamente en la construcción cognoscitiva.*
>
> *Ahora bien, precisamente por ese carácter invisible y complejo no es posible establecer juicios absolutos sobre la intervención de estas capacidades. Esto implica que en la evaluación siempre se obtendrá una aproximación …"*(p. 211).

Este investigador apunta que para que la evaluación proporcione una adecuada cobertura del conjunto de competencias matemáticas se necesita un grupo diverso de actividades. En este sentido, diferentes investigadores señalan para una prueba en sí misma no puede ser exhaustiva en relación a la evaluación adecuada del pensamiento matemático en los estudiantes y, más bien, es necesario desarrollar diferentes estrategias para evaluar procesos complejos como los establecidos en el currículo matemático nacional (Ruiz 2017; Niss 2003; OCDE 2013).

Con lo cual, un currículo que enfatiza capacidades superiores requiere de utilizar varias dimensiones y diversos instrumentos evaluativos tanto en las aulas como para las pruebas estandarizadas, en donde la evaluación formativa debe jugar un rol preponderante (Ruiz 2017).

En virtud de lo anterior, la evaluación constituye un componente transversal del proceso educativo que debe ser considerado en el mismo momento de la planificación educativa. Entonces el primer componente para articular una evaluación coherente con los fundamentos curriculares, consiste en evaluar cada una de las tareas matemáticas que se planifican para la acción educativa. Esto incluye el valorar los problemas que se plantean no solamente en las evaluaciones (sea de aula o en pruebas nacionales) sino también lo que se proponen para las dos etapas de la acción de aula, tal como se muestra en la figura 4.

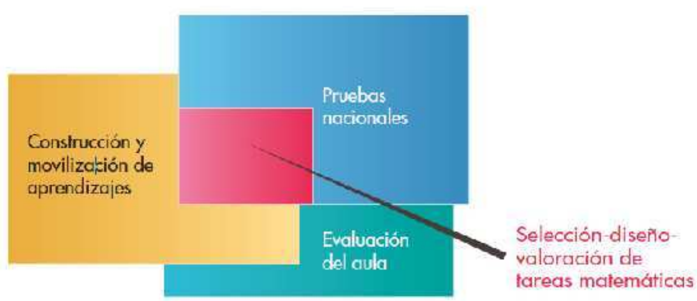

Figura 4. Selección-diseño-valoración de tareas matemáticas. Ruiz 2017. p.214

De acuerdo con lo anterior, con el propósito de contribuir en la relación entre currículo y evaluación, el proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica, elaboró un modelo que incluye indicadores para valorar la intervención de los procesos matemáticos y criterios para identificar los niveles de complejidad de los problemas que se plantean para las diferentes tareas de aula. Los aspectos teóricos que se proporcionan en dicho modelo pretenden ofrecer orientaciones a los actores del proceso educativo para tener un mayor acercamiento a la implementación del currículo.

A manera de resumen, la propuesta detalla el papel de los diferentes componentes curriculares; sin embargo, acá únicamente se describirá un modelo para valorar capacidades superiores y niveles de complejidad[3]. De acuerdo con Ruiz (2017), "*Las capacidades superiores participan de manera múltiple y sinérgica, a veces todas ellas actúan y a veces solo algunas; puesto de otra manera: existe una intersección no vacía entre las diversas capacidades superiores*." (p.100).

Tal como se describió previamente, las activación constante de los diferentes procesos matemáticos posibilita la adquisición de capacidades superiores (que oportunamente llevan el mismo nombre) por parte de los estudiantes. Entonces, no solamente es relevante sino también práctico el potenciar una estrategia evaluativa de tareas matemáticas que valore el rol de los procesos de acuerdo con sus niveles de interacción y complejidad, de este modo, indirectamente se puede valorar el potencial de la tarea matemática en la generación de las capacidades cognitivas.

La propuesta establece una estrategia para valorar la participación de los procesos matemáticos en cada problema y al mismo tiempo determinar su nivel de complejidad a partir de ello. El modelo está constituido por dos elementos:

- *61 indicadores que consignan la intervención de los procesos matemáticos en un problema organizados en tres grados distintos*
- *5 criterios para que a partir de los indicadores y de la estructura de su intervención se pueda realizar valoración.* (Ruiz 2017. p. 103)

El siguiente esquema muestra la forma en que aparece la relación entre los procesos o capacidades y los niveles de complejidad.

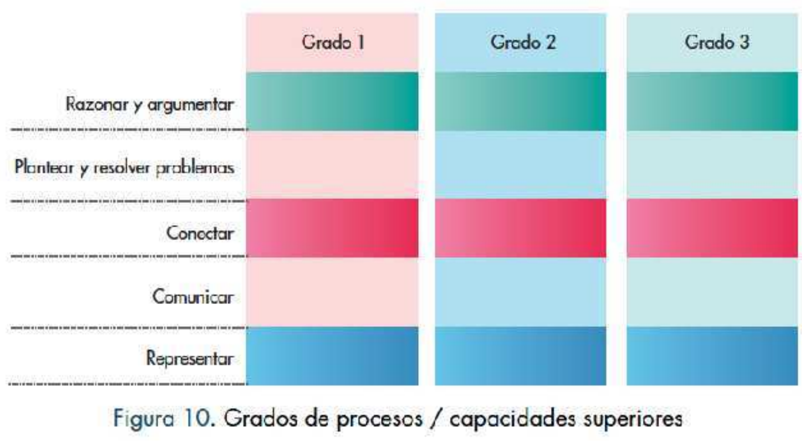

Figura 5. Grados de procesos/ capacidades superiores. Ruiz 2017. p.104

Para cada proceso se han establecido diferentes indicadores que permiten ubicar al problema que se está analizando en uno u otro grado de complejidad según corresponda, para

[3] Si usted quiere mayores detalles sobre la propuesta puede consultar a Ruiz (2017) en https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/31916 .

ello se prioriza en cada caso el indicador o indicadores que presentan un mayor grado. Para valorar el problema integralmente se realiza un análisis ponderativo de acuerdo con el grado de complejidad que presentó en cada proceso, considerando para ello los siguientes criterios:

- *NC1: cuando en un problema la intervención de los procesos no supera el grado 1, se acepta que el problema es de reproducción.*
- *NC2: cuando en un problema la intervención en al menos dos procesos es de grado 2 y se pueden identificar al menos tres indicadores en ese grado, se acepta que el problema es de conexión.*
- *NC3: cuando en un problema la intervención en al menos dos procesos es de grado 3 y se pueden identificar al menos tres indicadores en ese grado, se acepta que el problema es de reflexión*. (Ruiz 2017. p.124-125)

Cuando no se satisfaga alguna de las condiciones previas se establecen otros criterios secundarios para realizar la clasificación, tomando en consideración los indicadores del mayor grado y otras valoraciones específicas de cada problema, se considera que los procesos "*Razonar y argumentar"* y "*Plantear y resolver problemas*" deben ocupar un lugar preponderante para valorar el estímulo de capacidades cognitivas superiores y la competencia matemática.

Conclusión

A manera de conclusión, para un currículo enfocado a la generación de capacidades superiores, la experiencia que ha tenido Costa Rica con su implementación deja importantes enseñanzas que no ha sido posible incluir acá pero que están disponibles en los diferentes insumos que han generado dentro del Proyecto denominado Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica[4]. En el presente documento se ha querido resumir brevemente la propuesta curricular y resaltar el trabajo que se ha venido realizando a lo interno de este proyecto para avanzar en los retos que la evaluación requiere para un currículo ambicioso como este.

La posibilidad de realizar esta descripción y clasificación en las diferentes tareas matemáticas que se propongan, permite al docente valorar la pertinencia de cada una ellas, ya sea para la acción de aula o para las evaluaciones, en un marco mucho más amplio como es un planeamiento educativo en congruencia con los fundamentos del currículo. La capacidad de precisar el grado de participación de cada proceso matemático permite mapear las acciones que se estarían estableciendo para avanzar de acuerdo con las posibilidades de los estudiantes hacia el logro de capacidades matemáticas. Desde el punto de vista de una sana planificación educativa, la realización de esta práctica permite ir haciendo los ajustes necesarios para consolidar la intervención de los procesos en el corto, mediano y largo plazo, por lo que apunta sólidamente al fortalecimiento de la competencia matemática. Al mismo tiempo, en el caso de la evaluación, los resultados que se puedan obtener mediante la puesta en práctica de este proceso de planificación en las acciones de aula, suministran información sobre el avance de los estudiantes y su rendimiento, de modo que se puedan establecer las acciones correctivas correspondientes.

La propuesta para la valoración de las problemas, es un importante insumo para avanzar en materia evaluativa y se espera venga a contribuir en la articulación de una estrategia evaluativa que sea congruente con el potencial de los principios curriculares que se han plasmado en los

[4] https://www.reformamatematica.net/

programas de estudio.

Referencias y bibliografía

Chaves, E., Castillo, M., Chaves, E., Fonseca, J. y Loría, R. (2010). La enseñanza de las matemáticas en la secundaria costarricense: entre la realidad y la utopía. *Tercer Informe del Estado de la Educación*, San José, Costa Rica. Descargado de https://estadonacion.or.cr/files/biblioteca_virtual/educacion/003/Chavez_2010_Matematica.pdf

Chaves, E. (2017). Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica: 2010-2017. *Memorias del II CEMACYC.* Cali, Colombia, 2017. Descargado de http://ciaem-redumate.org/cemacyc/index.php/ii_cemacyc/iicemacyc/paper/viewFile/494/154

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2005). Programa de estudios. Tercer ciclo. Matemáticas. Costa Rica: autor.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). Programas de Estudio Matemáticas. Educación General Básica y Ciclo Diversificado. Costa Rica: autor. Descargado de http://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf

Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM Project. En A. Gagatsis & S. Papastavrides (Eds.) 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education (pp. 115-124). Athens: Hellenic Mathematical Society.

Organization for Economic Co-operation and Development (OCDE) (2013). Synergies for better Learning: An International Perspective on Evaluation ans Assesment. Paris: OCDE.

Rico, L. & Lupiáñez, J. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid, España: Alianza Editorial.

Ruiz, A. (2017). Evaluación y Pruebas Nacionales para un Currículo de Matemáticas que enfatiza capacidades superiores. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Número especial, diciembre. ISSN 1659-2573. Costa Rica. Descargado de https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/31916