

# Educación Matemática en las Américas 2019

Volumen 10: Estadística y Probabilidad



**CI AEM**  
**CME**  
desde - since 1961



© 2020  
Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM)  
Paseo de la Reforma 383., 7° Piso,  
Colonia Cuauhtémoc, Delegación Cuauhtémoc,  
México D.F. CP 06500, MÉXICO  
[www.ciaem-iacme.org](http://www.ciaem-iacme.org)

*Educación Matemática en las Américas 2019*  
*Volumen 1: Formación inicial de profesores*  
Editado por Yuri Morales-López y Ángel Ruiz  
Colaboradora: Sarah González

**ISBN: 978-9945-09-413-8**

El *Comité Interamericano de Educación Matemática* (CIAEM) es una organización fundada en 1961 asociada a la *International Commission on Mathematical Instruction*. Busca potenciar la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en las Américas.



Estos materiales están bajo una [licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

Cada autor es responsable del contenido del documento que declara de su autoría o coautoría y libera al CIAEM y editores de este libro de toda responsabilidad por contenido que pueda lesionar el derecho de terceros. Cada autor ha declarado que su trabajo no fue previamente publicado en otro medio; y que todos los datos y referencias a materiales publicados fueron debidamente identificados con su respectivo crédito e incluidos en las referencias bibliográficas.

Se respetaron los metadatos (nombres, apellidos, títulos, entre otros) que los autores proporcionaron cuando postularon su trabajo en la plataforma del evento.

**Para citar este libro:**

Comité Interamericano de Educación Matemática (2020). *Educación Matemática en las Américas 2019*. Editores: Yuri Morales-López y Ángel Ruiz. República Dominicana: Autor.

ISBN: 978-9945-09-413-8



# EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN LAS AMÉRICAS 2019

## Presentación

Para el [Comité Interamericano de Educación Matemática](#) (CIAEM) es un placer y un honor ofrecer a la comunidad educativa este Volumen de *Educación Matemática en las Américas 2019*, en donde se pueden encontrar muy importantes insumos para comprender el momento histórico que atraviesa la Educación Matemática desde la perspectiva de las Américas.

La [XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática](#) se realizó entre el 5 y 10 de mayo del 2019 en Medellín, Colombia. La Universidad de Medellín y la Universidad de Antioquia fueron las organizaciones académicas anfitrionas del evento. Las sesiones fueron realizadas en el campus de la Universidad de Medellín. Participaron 700 personas provenientes de 25 países de cuatro continentes: Europa, Asia, África y las Américas. Participaron centenares de docentes en servicio de la ciudad de Medellín y del Departamento de Antioquia.

Alrededor de 400 trabajos fueron presentados: conferencias plenarias y paralelas, mesas plenarias, minicursos, sesiones temáticas, comunicaciones cortas, talleres y posters. Unas 50 personalidades del mayor nivel en la comunidad internacional de Educación Matemática expusieron sobre sus investigaciones. Entre ellas Jill Adler (Suráfrica), Ferdinando Arzarello (Italia), Salvador Llinares (España), Yoshinori Shimizu (Japón), Michael Shaughnessy (EUA), Luis Rico (España), Fidel Oteiza (Chile), Carlos Vasco (Colombia), Carlos Sánchez (Cuba), Luis Carlos Arboleda (Colombia), Edwin Chaves (Costa Rica), Nelly León (Venezuela), Vilma Mesa (EUA). Aunque físicamente no pudo estar presente envió su contribución en forma de video Ubiratan D'Ambrosio (Brasil). Los trabajos dentro de la plataforma del congreso se pueden consultar en <https://ciaem-redumate.org/conferencia/index.php/xv/ciaem/xv/schedConf/presentations>

La revisión científica de todos los trabajos fue responsabilidad de un [Comité Asesor Internacional](#), un [Comité Internacional del Programa](#) y el [Comité Ejecutivo](#) del [CIAEM](#). Se contó con la coordinación central de [Directores de tema](#) y la Dirección de la plataforma científica realizada por el académico Yuri Morales con el apoyo de la profesora Johanna Mena (ambos de Costa Rica) y con la participación voluntaria de muchísimos [revisores científicos](#) de muchos países.

Este volumen incluye trabajos que fueron efectivamente presentados en ese congreso.

Expreso mi agradecimiento a todos los miembros de los comités científicos, directores de tema, revisores científicos, y directores de la plataforma científica. También deseo agradecer por su apoyo en el registro de este libro a Sarah González y a la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra en República Dominicana. Agradezco mucho a todos los autores que decidieron compartir su trabajo en las instancias que abrimos

mediante la XV CIAEM. También a Yuri Morales quien técnica y formalmente generó este volumen para su registro.

En las diversas dimensiones del congreso, de cuya realización este libro es producto, quiero aprovechar esta ocasión para reconocer la valiosa contribución de las Universidades de Medellín y de Antioquia y al [Comité Organizador Local](#) de la XV CIAEM, y, además, agradecer al equipo humano del [Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica](#) que ha sido durante muchos años un sostén crucial en la organización de todos los eventos del CIAEM y de la [Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe](#); y en particular de este libro que hoy sacamos a la luz pública.

Este volumen es una parte del libro de *Memorias* completo (son 15 volúmenes que se pueden ver/descargar). Se ha respetado aquí la paginación del libro completo. Y las referencias *deben hacerse con base en el libro y su paginación*. No es necesario indicar el volumen específico donde se cita pues esta es una versión funcional al servicio de una mejor visualización o descarga de este valioso material.

Invitamos a los lectores de este libro a promoverlo en sus diversas actividades de docencia, investigación, extensión y divulgación en todos sus países.

Con afecto



[Ángel Ruiz](#)

Presidente

[Comité Interamericano de Educación Matemática](#)

Presentación del 17 de julio de 2024

Costa Rica

# Índice

**Basado en la información suministrada durante la postulación de cada trabajo**

## **5. Estadística y Probabilidad**

A apreensão de conceitos básicos de Probabilidade considerando abordagens históricas para o Ensino Fundamental	1588
<i>Ailton Paulo de Oliveira Oliveira Júnior, Karoline Marcolino Cardoso, Nilceia Datori Barbosa, Natalia Galvão Simão de Souza</i>	
Desarrollo de las ideas estadísticas fundamentales en la práctica profesional.	1596
<i>Daniel Eudave-Muñoz, Margarita Carvajal Ciprés, David Alfonso Páez</i>	
Una experiencia en aula desde la experimentación y la simulación para la enseñanza de la probabilidad frecuentista y clásica	1604
<i>Michelle Alejandra Penagos Vargas</i>	
Construcción del significado de la volatilidad en estudiantes de pregrado en ciencias administrativas.	1612
<i>Carenne Ludueña Cronic, Miguel Andrés Díaz, Fernando Pérez Duarte</i>	
Estatística como aproximação entre ensino e pesquisa das demais ciências	1620
<i>Janilson Lotério, Marluse Castro Maciel</i>	
Software R aplicado na educação superior	1628
<i>Thamara Marques Rodrigues, Rafael Aparecido Pereira Lopes, Romulo Barbosa Veloso, Renê Rodrigues Veloso</i>	
Niveles de comprensión, tablas y gráficas estadísticas en grado 5º de básica primaria	1630
<i>David Fernando Méndez Vargas, Pedro Vicente Esteban Duarte</i>	
Comprensión de datos estadísticos para la toma de decisiones: proyecto de emprendimiento con estudiantes de grado quinto	1644
<i>Enith Cristina Ortiz Sarrazola, Zaida Margot Santa Ramírez, Diego Alejandro Castrillón Osorio</i>	
La influencia del pensamiento absoluto en la toma de decisiones ante situaciones de comparación de probabilidades con el modelo de urna	1652
<i>Maribel Aguas Hidalgo, Ricardo Quintero Zazueta</i>	
Competencia estadística: metodología seis sigma en el proceso de investigación	1660
<i>Jesús Vilchez Guizado, Julia Ángela Ramón Ortiz</i>	
Estatística para a leitura de mundo	1669
<i>Irene Maurício Cazorla, Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana</i>	
O problema da amostragem no contexto da Educação Estatística Crítica	1678
<i>Celso Ribeiro Campos, Cileda Queiroz e Silva Coutinho</i>	



## A apreensão de conceitos básicos de Probabilidade considerando abordagens históricas para o Ensino Fundamental

Ailton Paulo de **Oliveira Júnior**

Universidade Federal do ABC

Brasil

[ailton.junior@ufabc.edu.br](mailto:ailton.junior@ufabc.edu.br)

Karoline Marcolino **Cardoso**

Universidade Federal do ABC

Brasil

[karoline.cardoso@aluno.ufabc.edu.br](mailto:karoline.cardoso@aluno.ufabc.edu.br)

Nilceia **Datori** Barbosa

Universidade Federal do ABC

Brasil

[niceiadatori@gmail.com](mailto:niceiadatori@gmail.com)

Natália Galvão Simão de **Souza**

Universidade Federal do ABC

Brasil

[natalia.galvao@aluno.ufabc.edu.br](mailto:natalia.galvao@aluno.ufabc.edu.br)

### Resumo

Apresenta-se a fundamentação teórica utilizada para a criação de problemas no processo ensino e aprendizagem de conteúdos probabilísticos do 1º ano do Ensino Fundamental, seguindo os princípios da Teoria Antropológica do Didático – TAD na organização praxeológica didática e matemática (probabilidade) e a Equivalência de Estímulos para elaborar pequenas unidades de ensino, descrevendo um repertório simples a ser ensinado e progressivamente ir aumentando a complexidade. Partindo desse pressuposto trazemos a elaboração de problemas abordando a identificação de experimentos aleatórios e determinísticos associado à nova Base Nacional Comum Curricular – BNCC publicada em 2017 no Brasil, que fazem parte do jogo com base na TAD, composto por situações problema ou *tarefas*, constituída de uma sequência de subtarefas, que podem ser realizadas utilizando diversas *técnicas* justificadas pela *tecnologia* que se utiliza de teorias relacionadas à Probabilidade como objeto de estudo, favorecendo a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções.

*Palavras chave:* Probabilidade, aleatório, história, ensino, fundamental, Brasil.

## **Introdução**

Ao empregar pressupostos históricos é fundamental compreender quais os acontecimentos, mecanismos e fatos que convergiram para produzir determinado conhecimento, bem como relacionar as necessidades sociais que impulsionaram tais descobertas.

Consideramos que a história possui grande valor cultural e social. Esse valor deve ser trabalhado em sala de aula, pois permite mostrar aos alunos que os conteúdos não são um campo de conhecimento estático e pronto, mas que está em constante mudança de acordo com as necessidades de cada povo e de cada região ao longo da história.

Uma abordagem desse tipo poderia auxiliar o aluno a perceber o que motivou determinada sociedade na elaboração de determinados conhecimentos e de como a formalidade vai ganhando espaço, não para complicar ou selecionar indivíduos, mas para facilitar a compreensão de fenômenos de maneira cada vez mais generalizada.

Além disso, o estudo da ocorrência da Probabilidade na história fornece uma forma de conhecimento do mundo que, além de fornecer um conjunto de técnicas, resultados e teoremas, fornece compreensão do progresso da humanidade nesta área e que passou pela evolução da ciência, a organização dos estados e o governo do estado. Portanto, além de oferecer uma função utilitária, contribuem para o desenvolvimento do pensamento probabilístico dos sujeitos.

O objetivo do trabalho foi apresentar a fundamentação teórica utilizada para a criação de problemas no processo ensino e aprendizagem de conteúdos probabilísticos do 1º ano do Ensino Fundamental, seguindo os princípios da Teoria Antropológica do Didático – TAD na organização praxeológica didática e matemática (Probabilidade) e a Equivalência de Estímulos para elaborar pequenas unidades de ensino, descrevendo um repertório simples a ser ensinado e progressivamente ir aumentando a complexidade.

## **Fundamentação Teórica**

Nas últimas décadas, os currículos de matemática têm, progressivamente, incluído a probabilidade desde as primeiras idades, para responder à necessidade de contar com cidadãos probabilisticamente alfabetizados, "capazes de lidar com uma ampla gama de situações do mundo real que envolvam a interpretação ou geração de mensagens probabilísticas, bem como a tomada de decisões" (Gal, 2005).

É necessário considerar que o ensino de probabilidade pode ser promovido na educação primária, permitindo o desenvolvimento da alfabetização probabilística.

A alfabetização probabilística corresponde à capacidade de acessar, utilizar, interpretar e comunicar informações e ideias relacionadas à probabilidade, a fim de participar e gerenciar efetivamente as demandas de funções e tarefas que envolvem a incerteza (Gal, 2005).

É dessa perspectiva que Gal (2005) caracteriza a alfabetização probabilística a partir de elementos cognitivos, como: (1) Grandes ideias: variação, aleatoriedade, independência, incerteza; (2) Como calcular probabilidades; (3) Idioma para comunicar o acaso; (4) Contexto; (5) Questões críticas.

Coutinho (2007) discutiu o papel da história da Probabilidade na escolha de contextos para apresentação dos primeiros conceitos probabilísticos no Ensino Fundamental. Limitou-se a

descrever a apreensão do acaso em relação ao contexto no qual está inserido, considerando os resultados possíveis de manipulações de um gerador de acaso, como os jogos de azar (manipulação de moedas, dados, etc.), além dos fenômenos sensíveis que traduzem o efeito macroscópico das causas ínfimas, tal como o contexto das previsões meteorológicas.

Fernandes e Santos Júnior (2015), apresentam-se resultados de uma pesquisa que objetivou analisar as contribuições que uma sequência de ensino pode trazer para o ensino de Estatística e Probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental, utilizando como recurso didático a contextualização envolvendo a História da Matemática. Ao analisar os resultados advindos do desempenho dos alunos durante a execução dessa proposta pedagógica, percebeu-se um avanço significativo quanto à aquisição dos conteúdos envolvendo as questões históricas com relação aos conhecimentos de Estatística e Probabilidade.

### **Procedimentos Metodológicos**

Tomaremos como base teórica a Teoria Antropológica do Didático - TAD, de Chevallard (1996) e Chevallard, Bosch e Gascón (2001), que será utilizada para a elaboração dos problemas ou questões, contribuindo para o processo ensino e aprendizagem dos conteúdos probabilísticos do 1º ano do Ensino Fundamental, que será composto por situações problema ou tipos de tarefa, que identificaremos por (T), constituída de uma sequência de subtarefas (t), que podem ser realizadas utilizando diversas técnicas ( $\tau$ ) justificadas pela tecnologia ( $\theta$ ) que se utiliza da teoria ( $\Theta$ ) da Probabilidade como objeto de estudo.

Segundo Bittar (2017, p. 367), o modelo praxeológico proposto para descrever qualquer atividade, matemática ou não, é composto por: tipo de tarefas T; técnicas ( $\tau$ ) que resolvem as tarefas desse tipo; tecnologia ( $\theta$ ) que justificam a técnicas e garantem sua validade, e, finalmente, a teoria ( $\Theta$ ) que justifica a tecnologia. Esse quarteto praxeológico é denotado  $[T, \tau, \theta, \Theta]$ , sendo que o bloco  $[T, \tau]$  é denominado de prático-técnico, ou bloco do saber-fazer; e o bloco  $[\theta, \Theta]$  é denominado bloco tecnológico-teórico ou bloco do saber.

Para Chevallard (1999) entende-se por tecnologia, um discurso racional sobre a técnica. Tal discurso tem por objetivo justificar racionalmente a técnica utilizada. Por sua vez a teoria, é um nível mais avançado de justificativa, isto é, a justificativa da tecnologia.

Consideramos que a Teoria Antropológica do Didático (TAD) fornece recursos para que se possam elaborar problemas ou questões utilizando a resolução de problemas de um jogo pedagógico no processo ensino e aprendizagem dos conteúdos probabilísticos do 1º ano do Ensino Fundamental. Por essa razão, este trabalho será baseado na noção de organização matemática (probabilística) para elaborar os problemas ou questões do jogo pedagógico.

Consideraremos ainda como base metodológica a Equivalência de Estímulos (Sidman, & Tailby, 1982), fornecendo critérios operacionais, empiricamente verificáveis, para especificar comportamentos com características simbólicas. O modelo distingue relações entre pares associados (i.e., relações condicionais do tipo se..., então...) de relações de equivalência, potencialmente simbólicas.

Segundo Carmo e Galvão (2000, p. 51), a Equivalência de Estímulos é um modelo teórico que permite prever que, para um indivíduo, um estímulo passa a pertencer a uma classe de estímulos equivalentes na qual estes são substituíveis uns pelos outros, a partir de relações condicionais arbitrariamente estabelecidas entre ele e um ou alguns membros dessa classe.



Carmo (2012) apresenta a estrutura de um programa de ensino de conceitos e habilidade matemáticas contendo dois aspectos fundamentais: (1) princípios educacionais para um ensino eficaz; (2) unidades curriculares de ensino.

### **Resultados**

As atividades curriculares elaboradas pela proposição de problemas têm seu processo de criação considerando os conteúdos propostos na proposta curricular da nova BNCC para os anos iniciais do Ensino Fundamental, Brasil (2017), de forma a possibilitar aos alunos a compreensão de conceitos básicos de probabilidade (Quadro 1).

#### **Quadro 1**

*Objetivos e Habilidades dos conteúdos probabilísticos propostos na nova Base Nacional Comum Curricular – BNCC do 1º do Ensino Fundamental.*

<b>OBJETIVOS</b>	Noção de acaso.
<b>HABILIDADES</b>	Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.

*Fonte:* Brasil (2017, p. 276-277).

Neste trabalho, trazemos a elaboração de problemas para auxiliar na apreensão do conceito de aleatório, focando, inicialmente, nos jogos de azar que historicamente abriu portas para o desenvolvimento da Teoria da Probabilidade e a seguir a indicação de conceitos relacionados a experimentos aleatórios e determinísticos.

Apresentamos problemas, figura 1, que compõem as atividades focadas nos princípios da TAD na organização praxeológica didática e matemática (probabilística).








Godino, Batanero e Cañizales (1996) apontam uma razão do tipo social para defender a educação da intuição probabilística na escola básica, que é tornar os alunos conscientes da natureza probabilística de distintos jogos de azar (loterias, máquinas caça-níqueis, bingos etc.), jogos que são magníficos negócios para aqueles que os promovem e um risco desproporcional de perder dinheiro para aqueles que apostam. Os autores questionam se é racional um homem ou uma mulher expor seus bens a uma casualidade tão pouco favorável para si.

Os jogos de azar são aqueles em que a perda ou o ganho dependem mais da sorte do que do cálculo, ou somente da sorte. Estes jogos estão muito ligados às probabilidades. Alguns dos seus exemplos são: a roleta, o bingo, jogos de baralhos de cartas, a Mega-Sena, etc.

Partimos do fato histórico do interesse do homem em estudar os fenômenos que envolviam possibilidades e que fizeram surgir a Probabilidade. Alguns indícios alegam que o surgimento da teoria das probabilidades teve início com os jogos de azar. Esse tipo de jogo é comumente praticado através de apostas, também utilizado no intuito de antecipar o futuro.

Além disso, os jogos de azar existem desde os primórdios das civilizações. O termo azar é usado como sinônimo de aleatório, ou seja, um evento que pode ser parcialmente ou totalmente ditado pela casualidade. Assim, jogar é um desafio e os desafios envolvem riscos. E os riscos envolvem incerteza que envolvem perdas ou ganhos.

Desde os tempos mais antigos, as pessoas usam jogos de sorte e azar para se divertir ou até mesmo tomar decisões. Um simples par ou ímpar pode ajudar a fazer algumas escolhas em várias situações, assim como uma partida de jogo da velha.

Uns dos mais antigos jogos de azar são dados que foram criados para prever o futuro, e os resultados dependiam da vontade dos deuses. O mais antigo dado encontrado é do ano 1000 a.C. e foi feito de cerâmica.			
<b>A partir deste aspecto da história da probabilidade, responda aos seguintes problemas:</b>			
1. O Jogo de Cara-ou-Coroa é um jogo de azar?			
2. O Jogo da Velha é um jogo de azar?			

Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 1. Proposta de problemas versando sobre a diferença entre os conceitos de experimentos aleatórios e determinísticos.

O Quadro 2, apresenta as atividades ou problemas apresentados na figura 1, tomando como base a TAD e refere-se ao bloco denominado de prático-técnico, ou bloco do saber-fazer.

### Quadro 2

Descrição do bloco prático-técnico ou saber-fazer referente à TAD das atividades da figura 1.

Tarefa 1 (T <sub>1</sub> )	Subtarefas	Técnicas
Consiste em determinar, a partir da apresentação de alguns tipos de jogos conhecidos, se é possível afirmar que os mesmos são, ou não, jogos de azar. E a partir desta concepção, começar a desenvolver intuitivamente o conceito de aleatório.	t <sub>1</sub> Consiste em determinar, a partir de uma narrativa inicial de elementos históricos se o jogo “Cara ou Coroa” é um jogo de azar e consequentemente trabalhar com o conceito intuitivo de aleatório.	τ <sub>1</sub> De acordo com a situação proposta configura-se em decidir, se o jogo se caracteriza como um jogo de azar, figura 1, Problema 1.
	t <sub>2</sub> Consiste em determinar, a partir de uma narrativa inicial de elementos históricos se o jogo da Velha é um jogo de azar e consequentemente trabalhar com o conceito intuitivo de aleatório.	τ <sub>2</sub> De acordo com a situação proposta configura-se em decidir, se o jogo se caracteriza como um jogo de azar, figura 1, Problema 2.

O jogo "cara ou coroa", é um jogo para duas pessoas que pode ser usado como jogo de azar. Em cada lançamento da moeda não sabemos se sairá a face “Cara” ou a face “Coroa”, portanto, caracteriza-se como um jogo de azar. E o jogo da velha é um jogo de regras e configura-se como um jogo de azar, pois o jogador deve ser o primeiro a fazer uma sequência de três símbolos iguais, seja em uma linha, coluna ou diagonal. Um jogador joga com o círculo (O) e outro com o xis (X). Cada jogador, na sua vez, desenha (ou coloca a peça), numa lacuna que esteja vazia. Quando um jogador conquista o objetivo, costuma-se riscar os três símbolos. Quando há empate costuma-se dizer que o jogo “deu velha”.







O Quadro 3, apresenta as atividades ou problemas apresentados na figura 1 e tomando como base a TAD e refere-se ao bloco denominado bloco tecnológico-teórico ou bloco do saber.

Quadro 3

Descrição do bloco tecnológico-teórico/ do saber referente à TAD das atividades da figura 1.

Técnicas	Tecnologia $\theta_1$	Teoria $\Theta_1$
$\tau_1$ e $\tau_2$	Permite justificar e explicar as técnicas ( $\tau_1$ e $\tau_2$ ) pode ser descrita, ao considerar a recuperação da história dos jogos de azar que consiste em trilhar pelos caminhos percorridos pela humanidade, observando seus contextos, entendendo a maneira de ser e estar presente no mundo em determinado momento. Entendendo que tais atividades nem sempre foram específicas de crianças ou de adultos, mas de todo o grupo social dentro do qual ocorriam as interações, a socialização, a aprendizagem dos costumes e as práticas religiosas e educacionais.	Explica e justifica a tecnologia $\theta_1$ pode ser explicitada segundo Batanero (2015) que lembra que o conceito de aleatoriedade não é simples e que ao longo da história, teve diferentes significados e está associado a discussões filosóficas. Pode-se encontrar definições diferentes atualmente e na sala de aula geralmente é definida através de algumas propriedades como "imprevisibilidade", "possibilidade de vários resultados", "incontrolável" e mais avançado "com frequência relativa estável em uma longa série de experiências".

Considerando ainda a Equivalência de Estímulos e o currículo proposto pela nova BNCC, Quadro 1, trazemos outro fato histórico, atividade 3, ou seja, trazemos Laplace como autor de um dos mais importantes livros sobre probabilidades de todos os tempos, o *Teoria Analítica da Probabilidade (1812)*, e que claramente defendeu o ponto de vista de Demócritos (Figura 2), apresentado na atividade 2.

Laplace foi autor de um dos mais importantes livros sobre probabilidades de todos os tempos, o <i>Teoria Analítica da Probabilidade (1812)</i> , onde muito claramente defendeu o ponto de vista de Demócritos, levando-o a um extremo, dizendo: <b>“se imaginarmos uma inteligência capaz de conhecer todas as forças que animam a Natureza e conhecer o estado de todas as partes da qual ela é composta - uma inteligência suficientemente grande para analisar todos esses dados - então ela seria capaz de numa fórmula expressar o movimento dos maiores corpos do universo, bem como o dos menores átomos. Para tal inteligência nada seria incerto e o futuro, bem como o passado, estariam abertos a seus olhos”.</b>		
A partir destes aspectos da história da probabilidade, considere as seguintes situações ocorridas na natureza e classifique-as como determinista ou aleatória:		
<b>3 – Jogar uma pedra que temos na mão e verificar se “a pedra cai”.</b> 	<b>DETERMINÍSTICO</b> 	<b>ALEATÓRIO</b> 
<b>4 – Tentar adivinhar quantas ervilhas cabem numa determinada embalagem e vidro.</b> 	<b>DETERMINÍSTICO</b> 	<b>ALEATÓRIO</b> 

Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 2. Proposta de problemas versando sobre a diferente entre os conceitos de experimentos aleatórios e determinísticos.

O Quadro 4, está associado às atividades ou problemas apresentados na figura 2 e tomando como base a TAD e refere-se ao bloco denominado de prático-técnico, ou bloco do saber-fazer.

**Quadro 4**

*Descrição do bloco prático-técnico ou saber-fazer referente à TAD das atividades da figura 2.*

Tarefa 2 (T <sub>2</sub> )	Subtarefas		Técnicas	
Consiste, a partir de fato histórico, determinar, considerando situações diárias, se é possível afirmar ou prever o que acontecerá (situações determinísticas) ou que não se pode prever (situações aleatórias).	t <sub>3</sub>	consiste em determinar, se a situação diária “Jogar uma pedra que temos na mão e verificar se a pedra cai” é um experimento determinístico ou aleatório.	t <sub>3</sub>	De acordo com a situação proposta configura-se em decidir, se caracteriza uma situação determinística ou aleatória, ou seja, quando lançamos uma pedra que temos na mão e esta cai no chão, como na figura 3, Problema 1, caracteriza-se como uma situação em que se pode prever, antes do experimento ser concretizado, o que irá determinar, portanto, um fenômeno determinístico.
	t <sub>4</sub>	consiste em determinar, se a situação diária “Verificar quantas ervilhas cabem numa determinada embalagem de vidro” é um experimento determinístico ou aleatório.	t <sub>4</sub>	De acordo com a situação proposta configura-se em decidir, se caracteriza uma situação determinística ou aleatória, ou seja, ao verificar ou prever o número de ervilhas que há dentro do vidro, figura 3, Problema 2, caracteriza-se como uma situação em que não se pode prever, antes do experimento ser concretizado, o que irá acontecer, portanto, um fenômeno aleatório.

O Quadro 5, está associado às atividades ou problemas apresentados na figura 2 e tomando como base a Teoria Antropológica do Didático - TAD e refere-se ao bloco denominado bloco tecnológico-teórico ou bloco do saber.

**Quadro 5**

*Descrição do bloco tecnológico-teórico/ do saber referente à TAD das atividades da figura 2.*

Técnicas	Tecnologia $\theta_2$	Teoria $\Theta_2$
t <sub>3</sub> e t <sub>4</sub>	Permite justificar e explicar as técnicas ( $\tau_5$ e $\tau_6$ ) sendo descrita, segundo Kataoka, Rodrigues e Oliveira (2007, p. 1), ao considerar que a construção do conceito de probabilidade deveria ser feita a partir da compreensão de três noções básicas: percepção do acaso; ideia de experiência aleatória; e noção de probabilidade.	Explica e justifica a tecnologia $\theta_1$ explicitada por Batanero e Godino (2002) que traçam algumas orientações sobre como ajudar as crianças no desenvolvimento do raciocínio probabilístico, dentre elas de proporcionar variedade de experiências que permitam observar fenômenos aleatórios e diferenciá-los dos deterministas.

**Conclusões**

Consideramos que é preciso que o conteúdo probabilístico trabalhado na sala de aula seja contextualizado para que possa ganhar sentido; mas também é preciso que o professor conduza o aluno a um processo de análise, de modo que este enxergue claramente que o conhecimento envolvido pode ser usado em diferentes situações.

Um dos movimentos presentes na aula de matemática que aborda conteúdos probabilísticos deve ser o que vai da contextualização à descontextualização; e que vai transformando manejo, estratégias, conclusões, respostas de problemas, conhecimento localizado, ou seja, em um saber probabilístico, de caráter universal, pode servir em novos problemas, situações e contextos.

Por fim, estabelecer relações de equivalência entre diferentes formas de apresentação dos problemas probabilísticos, tendo o cuidado de variar situações do cotidiano do aluno, pode ser uma maneira de o professor levar esse a aprender que o comportamento (estratégia de resolução) apresentado em uma situação pode ser usado em situações que são semelhantes, isto é, resolver com a mesma estratégia problemas que tem mesma forma (estrutura), e aprender que as mesmas estratégias são aplicáveis em situações nas quais os mesmos problemas são apresentados em diferentes formatos (estruturas diferentes).

## Referências

- Batanero, C., & Godino, J. (2002). *Estocástica y su didáctica para maestros: Proyecto Edumat-Maestros*. Granada: Universidade de Granada. Recuperado de [https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/6\\_Estocastica.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/6_Estocastica.pdf)
- Batanero, C. (2015). Understanding randomness. Challenges for research and teaching. *Proceedings of Congress of European Research in Mathematics Education*, Praha, Czech Republic, 9.
- Bittar, M. (2017). A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos. *Zetetiké*, 25(3), 364-387.
- Brasil. (2017). *Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base*. Ministério da Educação, Brasília. Recuperado de [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_20dez\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf).
- Carmo, J. S., & Galvão, O. G. (2000). Aquisição do conceito de número em crianças pré-escolares através do ensino de relações condicionais e generalização. In Carmo, J. S., Silva, L. C. C., & Figueiredo, R. M. E. (Org.). *Dificuldades de aprendizagem no ensino de leitura, escrita e conceitos matemáticos*. (pp. 50-87). Belém, Universidade da Amazônia.
- Carmo, J. S. (2012). Aprendizagem de conceitos matemáticos em pessoas com Deficiência Intelectual. *Revista DI*, 3, 43-48.
- Chevallard, Y. (1996). *Conceitos fundamentais da Didática: perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica*. In Brun, J. *Didática das Matemáticas*. Lisboa: Horizontes Pedagógicos.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches em Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, 19(2), 221-265.
- Chevallard, Y., Bosch, M., & Gascón, J. (2001). *Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Coutinho, C. Q. S. (2007). *Conceitos probabilísticos: Quais contextos a história nos aponta*. *REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 2(3), 50-67.
- Fernandes, R. J. G., & Santos Júnior, G. (2015). História da matemática: uma estratégia contextualizada para o ensino de estatística e probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental. *Imagens da Educação*, 5(2), 25-35.
- Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens. In: Jones, G.A (ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*. (pp. 39-63). USA: Springer.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Cañizares, M. J. (1996). *Azar y Probabilidad*. Madrid: Síntesis.
- Kataoka, V., Rodrigues, A., & Oliveira, M. (2007). Utilização do conceito de Probabilidade Geométrica como recurso didático no ensino de Estatística. *Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática*, Belo Horizonte: UFMG, 9.
- Sidman, M., & Tailby, W. (1982). Conditional discrimination vs matching to sample: an expansion of the testing paradigm. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 37, 5-22.



## **Desarrollo de las ideas estadísticas fundamentales en la práctica profesional**

Daniel Eudave Muñoz

Departamento de Educación, Universidad Autónoma de Aguascalientes  
México

[deudave@correo.uaa.mx](mailto:deudave@correo.uaa.mx)

Margarita Carvajal Ciprés

Departamento de Educación, Universidad Autónoma de Aguascalientes  
México

[mcarvaja@correo.uaa.mx](mailto:mcarvaja@correo.uaa.mx)

David Alfonso Páez

Departamento de Educación, Universidad Autónoma de Aguascalientes  
México

[dapaez@correo.uaa.mx](mailto:dapaez@correo.uaa.mx)

### **Resumen**

Los conocimientos estadísticos son cada vez más necesarios, tanto para el ciudadano común como para los profesionistas universitarios. Sin embargo, cada campo profesional enfrenta diferentes tipos de demandas laborales que configuran comprensiones estadísticas específicas. El objetivo del presente estudio es conocer los contextos y tareas del entorno laboral que permiten el desarrollo de las ideas estadísticas fundamentales desde la práctica. Se realizaron entrevistas a 10 profesionistas para identificar las actividades laborales que realizan de manera habitual y en donde la estadística es un componente indispensable. Del análisis de las actividades realizadas, fue posible identificar los conceptos estadísticos fundamentales que les dan sustento, así como el contexto y las situaciones que dan cuerpo a las mismas. Es notoria la distancia entre la estadística que ponen en práctica en sus trabajos y aquella que estudiaron en la universidad, según declaran los mismos entrevistados.

*Palabras clave:* educación estadística, conceptos estadísticos fundamentales, educación superior, formación para el trabajo.

### **Antecedentes**

En el recientemente publicado *International Handbook of Research in Statistics Education* (Ben-Zvi, Makar & Garfiel, 2018), Wild, Utts y Horton señalan: “En el mundo de hoy, rico en datos, todas las personas educadas deben entender las ideas y conclusiones estadísticas, para enriquecer su vida profesional y personal” (2018, p. 16). Con los avances tecnológicos en materia de informática y comunicación, que propician la disponibilidad de una gran cantidad y variedad de datos, estamos ante una impostergable necesidad de incrementar y mejorar la formación estadística, y más aún, reorientarla a los nuevos retos y posibilidades en el manejo de la información (Tishkovskaya y Lancaster, 2012).

La enseñanza de la estadística como disciplina requerida para las profesiones universitarias, en especial para las ciencias sociales, tiene que ser revisada a la luz de las exigencias actuales. Con frecuencia, los estudiantes de este campo pierden interés por la estadística al no identificar los nexos que tiene con otros campos disciplinares y con su quehacer profesional, debido a que se les ofrece una estadística ajena a sus intereses y por lo general centrada en un conjunto de técnicas y medidas sin contextualización adecuada en las aplicaciones sustantivas de sus campos (Carter, Brown & Simpson, 2017). Es por eso que en la *Guía para la evaluación y la instrucción de la Educación Estadística* (GAISE, por sus siglas en inglés), dirigida a los estudios universitarios de pregrado, se sugiere que la formación estadística debe centrarse en el desarrollo del pensamiento estadístico, lo que implica por un lado enseñar la estadística como un proceso investigativo de resolución de problemas y de toma de decisiones, y por otro, el ofrecer a los estudiantes experiencias de pensamiento multivariado. El GAISE también sugiere enfocarse a la comprensión conceptual, en integrar datos reales con un contexto y un propósito, fomentar el aprendizaje activo, aprovechar la tecnología para explorar los conceptos y analizar los datos, y usar la evaluación para mejorar y valorar el aprendizaje de los estudiantes (Carver, et al., 2016, p. 3).

Coincidimos con Harraway y Barker (2005) en que una manera de caracterizar las necesidades estadísticas de diferentes entornos laborales es analizando la naturaleza de los modelos y técnicas estadísticas utilizadas en los diferentes campos. El objetivo del presente estudio es conocer los contextos y tareas del entorno laboral que permiten el desarrollo de las ideas estadísticas fundamentales desde la práctica. A mediano plazo, con estos resultados se espera buscar acercamientos entre las aulas y el mundo laboral.

### **Marco Conceptual**

La enseñanza convencional de la estadística enfocada a desarrollar habilidades en el manejo de métodos estadísticos sin saber cómo aplicarlos y cuál es su significado, resulta poco favorable ante los retos que los ciudadanos y profesionistas deberán enfrentar ahora y en las próximas décadas. Se necesita desarrollar el pensamiento estadístico de los estudiantes y para ello se tienen que involucrar en experiencias de aprendizaje donde se trate con problemas y situaciones de la vida real (Pfannkuch & Wild, 2004). Hay diferentes formas de concebir el pensamiento y el razonamiento estadístico, pero hay una coincidencia en la importancia de reconocer los procesos cognitivos implicados en el tratamiento de los modelos y las ideas básicas de la estadística (Jones, Langrall, Mooney & Thornton, 2004).

Según Wild y Pfannkuch (1999), para lograr la formación de un razonamiento estadístico se requiere que los estudiantes se involucren en procesos de investigación que abarquen todo un ciclo, desde el planteamiento del problema, la definición de un plan, la obtención y procesamiento de los datos, el análisis de los datos y la presentación de conclusiones. Este ciclo investigativo debe complementarse, señalan estos autores, con un ciclo interrogativo (que comprende actividades como generar ideas, buscar información, interpretar, criticar y juzgar), con ciertas disposiciones o actitudes (como escepticismo, imaginación, curiosidad, apertura, perseverancia, y compromiso) y, finalmente, desarrollar las ideas estadísticas fundamentales (reconocimiento de la necesidad de datos, transnumeración<sup>1</sup>, variación, modelos estadísticos, e integración de la estadística en un contexto).

Partiendo del modelo de Wild y Pfannkuch (1999), Burrill y Biehler (2013) desarrollan con mayor amplitud la definición e importancia de las ideas estadísticas fundamentales, que someramente puede caracterizarse como se señala a continuación:

- 1) Datos: incluyendo diferentes tipos de datos, métodos de recolección, mediciones, considerando que los datos son números en un contexto;
  - 2) Variación: la identificación y medición de la variabilidad para predecir, explicar y controlar. El término "variabilidad" se utiliza para el fenómeno de cambio y el término "variación" para describir el efecto del cambio;
  - 3) Distribuciones: incluyendo las nociones de índices de tendencia central y dispersión que son los cimientos del razonamiento sobre las variables estadísticas a partir de las distribuciones empíricas, las variables aleatorias y las distribuciones teóricas.
  - 4) Representaciones: representaciones gráficas u otras representaciones que revelan el origen de los datos, incluyendo la noción de transnumeración;
  - 5) Asociaciones y modelos de relación entre dos variables: naturaleza de las relaciones entre variables estadísticas según sean categóricas o numéricas, incluyendo regresión para modelar asociaciones estadísticas;
  - 6) Modelos probabilísticos: modelamiento de las relaciones estructurales hipotéticas generadas a partir de la teoría, simulación o aproximaciones de un gran conjunto de datos, cuantificación de la variabilidad en datos que incluyen estabilidad a largo plazo;
  - 7) Muestreo e inferencia: la relación entre las muestras y la población y cómo es que los datos deben ser recolectados para sacar conclusiones con un cierto grado de certeza.
- (Burrill & Biehler, 2013, p. 9)

Una propuesta curricular de esta naturaleza, nos dicen Burrill y Biehler (2013): “puede proporcionar a los maestros los recursos que necesitan para ayudar a los estudiantes a obtener la base estadística para todas las facetas de sus vidas futuras y sus estilos de vida” (p. 16). Experiencias en la formación de profesionistas de las ciencias sociales muestran que la enseñanza con datos del mundo real, contextualizada por problemas sociales sustantivos, junto con la extensión de ese aprendizaje al lugar de trabajo (mediante un esquema similar a las prácticas profesionales), brinda una oportunidad para comprender mejor cómo los estudiantes aprenden sobre la aplicación de habilidades cuantitativas (Carter, Brown & Simpson, 2017, p 82). Pero para establecer los puentes entre el mundo escolar y el mundo laboral hace falta

---

<sup>1</sup> El término “transnumeración” se utiliza para referirse a las diferentes formas de representar un conjunto de datos, con el fin de resaltar ciertos aspectos o tendencias.



conocer cuáles son las necesidades, prioridades y exigencias de este último, y por tanto obliga conocer cómo es que desde la acción y mediante prácticas social e institucionalmente delimitadas se van configurando las exigencias para un razonamiento estadístico en la práctica profesional. Sobre este aspecto esperamos hacer un aporte.

### **Metodología**

Se realizaron entrevistas a 10 profesionistas (5 Comunicólogos y 5 Sociólogos). Los profesionistas entrevistados laboraban en instituciones del sector público, ya fueran dependencias federales o estatales. Con excepción de uno de los entrevistados que tenía 3 años de haber egresado de la universidad, el resto tenía entre 10 o 20 años de experiencia laboral. Las actividades y tareas mencionadas como relevantes en cuanto al uso de las estadísticas, tenían que ver con su empleo actual y con otros previos, por lo que sus respuestas dan cuenta de su trayectoria laboral. Las entrevistas fueron semiestructuradas y se realizaron con base en una guía de entrevista. Las preguntas se centraron en la descripción de las principales actividades y tareas que los entrevistados realizan en sus trabajos y que están vinculadas con el uso de la estadística. Todas las entrevistas se grabaron y se transcribieron para su análisis.

Para la clasificación y análisis de las respuestas de los entrevistados, se recurrió a una *matriz agrupada conceptualmente* (Miles, Huberman, & Saldaña, 2014), en la que las filas corresponden a cada uno de los casos (profesionistas entrevistados) y las columnas a las categorías de análisis, considerando, entre otras cosas: el contexto de las tareas; el tipo de tareas, sus procedimientos, sus propósitos y productos; los conceptos estadísticos fundamentales presentes, de manera explícita o implícita; los procedimientos o métodos estadísticos utilizados y los productos generados en la quehacer profesional. Este recurso permite obtener una documentación y análisis sumativos de un vistazo. Las categorías con las que se definieron las columnas de la matriz se obtuvieron tanto deductivamente (a partir de las categorías de la guía de entrevista) como inductivamente (como categorías emergentes a partir de lo expresado por los entrevistados).

### **Resultados**

El primer elemento a resaltar es que todos los profesionistas entrevistados usan la estadística de manera habitual en sus trabajos, aunque con diferente frecuencia y profundidad. Los usos de la estadística que reportan son variados y dependen de las características y exigencias de cada puesto y de cada institución, pero aun así identificamos ciertas coincidencias en cada uno de los campos profesionales estudiados.

Todas las actividades mencionadas por los entrevistados se insertan dentro del ciclo investigativo: planteamiento del problema, definición de un plan, obtención y procesamiento de los datos, análisis y presentación de conclusiones (Wild y Pfannkuch, 1999). Esto quiere decir que las diferentes tareas que los entrevistados realizan son parte de procesos complejos y colectivos, delimitados según ciertas demandas y necesidades a cubrir, en la que participan diferentes actores en los diferentes momentos del proceso. Los profesionistas entrevistados comentan que en algunos casos han participado a lo largo de todo el proceso, aunque es más común que sólo se involucren en una fase del ciclo, aunque son conscientes que su óptimo

desempeño implica el conocimiento de todo el ciclo y el reconocimiento de la importancia que cada fase tiene en el conjunto. Así tenemos, por ejemplo, que quienes sólo se encargan de recuperar datos de diferentes fuentes, son conscientes del impacto que puede tener la forma como se obtuvieron (propósitos que los originaron, procesos de medición, muestreo, etc.), y por lo tanto, las repercusiones que esto puede tener en las conclusiones que se expresen a partir de los mismos.

Una fase de este proceso que Wild y Pfannkuch (1999) mencionan muy someramente, es la difusión de la información a diferentes usuarios, siendo una tarea a la que todos los entrevistados tienen que recurrir, y que en sus entornos laborales resulta ser una actividad muy variada, delicada y compleja, tanto por sus componentes estadísticos y metodológicos, pero sobre todo por los relativos a factores de comunicación social y políticos.

En cuanto a las ideas estadísticas fundamentales, en las tareas reportadas por los entrevistados aparecen la mayoría de las referidas por Burril y Biehler (2013), con excepción de los modelos probabilísticos, lo que nos muestra una práctica centrada en el manejo de los datos pero con una escasa o nula vinculación con modelos teóricos (que de usarlos, seguramente les ayudaría a realizar análisis de mayor alcance).

A continuación se presentan las ideas estadísticas fundamentales que más presencia tienen dentro de las actividades de los profesionistas entrevistados, así como la naturaleza de las tareas y exigencias laborales que a su vez permiten configurar el sentido de la estadística en cada contexto laboral.

#### Sociólogos:

- Planeación, seguimiento y evaluación de programas sociales: estas actividades que engloban el ciclo investigativo, parten de la definición de parámetros y variables que permitan caracterizar una problemática social, a partir de la cual se puedan establecer acciones susceptibles de ser monitoreadas y evaluadas en sus diferentes fases. Los indicadores cuantitativos son necesarios tanto para determinar el nivel de logro como para orientar las acciones a tomar en consecuencia de dichos logros (aunque dichas decisiones no dependen únicamente de los valores numéricos, pues también pueden influir otros factores pragmáticos, económicos o políticos).
- Evaluación de políticas públicas. De manera muy similar al punto anterior, para determinar el avance de diferentes acciones gubernamentales, se requiere de la determinación de indicadores que puedan medirse periódicamente (previa definición de cómo se medirán) y de diferentes acciones de recopilación de información. Esta tarea por lo general se complementa con información generada por diferentes fuentes, como las estadísticas del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) o del sector salud, lo mismo que con información cualitativa.
- Investigación social aplicada (orientada a la toma de decisiones). Una gran variedad de problemáticas sociales requieren de un estudio sistemático para poder comprenderlas y abordarlas: violencia intrafamiliar y de género, adicciones, migración, desempleo, etc. Una nota particular es el énfasis en la necesidad de generar información que sirva para toma de decisiones. Los profesionistas entrevistados en su mayoría les ha correspondido

el acopio y análisis de la información y sólo en unos casos intervenir directamente en la toma de decisiones.

Comunicólogos:

- Evaluación institucional: definición de indicadores, medición de la opinión de usuarios, procesamiento y validación de los datos, elaboración de reportes para la toma de decisiones. Análisis cuantitativo y cualitativo de la información publicada en diferentes medios.
- Medición de audiencias y medición del impacto de programas y proyectos sociales y culturales, mediante encuestas o el análisis de redes sociales en Internet.
- Difusión institucional, mediante notas de prensa y en redes sociales, en las que se muestran datos estadísticos sintetizados sobre algún fenómeno social.
- Definición y jerarquización de necesidades sociales a atender a partir de indicadores estadísticos (lo que implica la obtención, tratamiento y sistematización de información estadística generadas por diversas fuentes).

La idea estadística que más importancia tiene para estos profesionistas es la de *datos* y todo lo que esta implica: su definición conceptual, su construcción empírica (operacionalización), los procesos de obtención (sea mediante observaciones, encuestas, etc.), y todos los procedimientos para la conformación y manipulación estadística de las bases de datos. Hay que enfatizar el hecho de que el “dato” tiene una naturaleza estadística y social (refleja una realidad social concreta) y que con frecuencia los procesos de medición dependen de las exigencias y condicionantes institucionales.

Otra idea que está presente en las tareas de los entrevistados es la de *variabilidad*. Hay un reconocimiento explícito de que para explicar complejos fenómenos sociales, es necesario identificar las variaciones en las variables y las variaciones conjuntas (posibles asociaciones o correlaciones). Estas reflexiones llevan a algunos profesionistas a perfeccionar sus procesos analíticos para poder hacer cruces de variables o conglomerados en las bases de datos para comparar efectos de diferentes variables. En el caso de los sociólogos, recurren a análisis de correlación, análisis de varianza, o análisis de regresión, entre otros.

Un concepto clave es el de *representación* y el asociado de *transnumeración*, con un énfasis especial en la necesidad de lograr una mejor comunicación de los datos. Las representaciones deben atender desde un punto de vista estadístico, una necesidad analítica y comunicativa, pero al mismo tiempo deben cubrir con exigencias de comunicación social y manejo político de la información (en el buen sentido de la palabra, como la comunicación de los resultados y/o retos de programas y proyectos sociales).

También la idea de muestreo está presente, con dos orientaciones: como posible factor de sesgo de los datos (asociado a la noción de *dato*); o como método para la selección de las muestras de las encuestas que algunos tienen que realizar. Varios de los entrevistados han tenido que hacer muestreos, pero todos deben considerar al menos el tipo de muestra de la que se extrajeron los datos con los que se trabaja.

Los ejemplos anteriores muestran los principales usos y contextos de la estadística en estos dos campos profesionales, así como las principales ideas estadísticas involucradas, pero conviene hacer la aclaración que la mayoría de estas tareas y conceptualizaciones se han desarrollado a lo largo de la experiencia profesional y que poco deben en su desarrollo a lo aprendido en las aulas. Dos de los entrevistados nos dice:

*"Cuando estaba en la universidad yo recuerdo que eran fórmulas que me las aprendí así de memoria y ejercicios así muy parecidos a los que vienen en los libros (...), pero aplicarla en la vida diaria y sobre todo interpretarla como lo tengo que hacer ahora, no"* (María, Comunicóloga).

*"[Es necesario] que los estadísticos y la gente que imparte la metodología la baje a la parte práctica, que el sociólogo pueda visualizar desde el ámbito de la licenciatura la importancia del dominio de estas herramientas, que para mí son fundamentales para hacer la diferencia en la toma de decisiones, la diferencia en impactar realmente en la sociedad (...). El sociólogo debe convertirse en un investigador de praxis, de realidades, y nos lo deben inculcar desde la universidad"* (Alondra, Socióloga).

Adicionalmente, los entrevistados hacen referencia a diferentes recursos tecnológicos que utilizan de manera habitual en sus labores, como las hojas de cálculo (Excel), programas estadísticos (SPSS) y diferentes sistemas informáticos para el registro, procesamiento y obtención de datos (diseñados en cada institución), y que han tenido que aprender a usar en sus diferentes trabajos, ya que su enseñanza universitaria se limitaba a cálculos manuales o con calculadora.

## **Conclusiones**

En este breve recuento de los contextos y tareas del entorno laboral que permiten el desarrollo de las ideas estadísticas fundamentales desde la práctica, vimos cómo es que a su vez estas tareas se van configurando a partir de los conceptos estadísticos, pero junto con otros conceptos propios de las disciplinas sociales y a partir de las exigencias laborales.

En el mundo laboral no es fácil separar lo propiamente estadístico de las actividades y procedimientos que atienden exigencias del contexto, tampoco es fácil separar lo académico o científico de lo administrativo y político. Los profesionistas tienen que saber compaginar saberes de distinta naturaleza y atender criterios y exigencias desde varios frentes. Sin embargo, este diálogo entre lo que parecieran dos mundos diferentes, es parte de la estadística misma:

*La investigación estadística se usa para expandir el cuerpo del conocimiento en "contexto". Por lo tanto, el objetivo fundamental de la investigación estadística es el aprendizaje en la esfera del contexto. El aprendizaje es mucho más que recolectar información, involucra la síntesis de nuevas ideas e información con ideas existentes e información en una comprensión mejorada.* (Wild y Pfannkuch, 1999, p. 225)

No obstante, este reconocimiento de la naturaleza contextualizada de la estadística, es necesario lograr mejores y mayores acercamientos entre el aula y el mundo laboral, y evitar una enseñanza de la estadística inerte, fragmentada y sin sentido. Por el contrario, se requiere una estadística viva, contextualizada, pertinente y relevante. Y en el mundo laboral, resultaría más

*Desarrollo de las ideas estadísticas fundamentales en la práctica profesional.*

provechoso si los conceptos fundamentales y los métodos que dan cuerpo al razonamiento estadístico se ponen en primer plano, de manera explícita, de tal suerte que su actualización y adecuación sea consciente y permanente. De la interacción entre aula-trabajo, creemos que ambos entornos se verán favorecidos: el aula con situaciones reales; el mundo laboral con profesionistas con una mejor preparación estadística.

### **Referencias y bibliografía**

- Carver, R., Everson, M., Gabrosek, J., Horton, N., Lock, R., Mocko, M., Rossman, A., Rowell, G.H., Velleman, P., Witmer, J., & Wood, B. (2016). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) college report 2016*. Alexandria, VA: American Statistical Association. Online: [www.amstat.org/education/gaise](http://www.amstat.org/education/gaise)
- Carter, J., Brown, M. & Simpson, K. (2017). From the Classroom to the Workplace: How Social Science Students are Learning to do Data Analysis for Real. *Statistics Education Research Journal*, 16(1), 80-101, [http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ16\(1\)\\_Carter.pdf](http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ16(1)_Carter.pdf)
- Ben-Zvi, D., Makar, K. & Garfiel, J. (Eds.) (2018). *International Handbook of Research in Statistics Education*. Gewerbestrasse, Switzerland: Springer
- Burrill, G., y Biehler, R. (2013). Les idées statistiques fondamentales dans le curriculum scolaire. *Statistique et Enseignement*, 4(1), 5-24.
- Garfield, J. & Ben-Zvi, D. (2008) Developing Students' Statistical Reasoning. Connecting Research and Teaching Practice. Springer
- Harraway, J.A. & Barker, R.J. (2005). Statistics in the workplace: a survey of use by recent graduates with higher degrees. *Statistics Education Research Journal*, 4 (2), 43-58.
- Jones, G.A., Langrall, C.W., Mooney, E.S., & Thornton, C.A. (2004) Models of Development in Statistical Reasoning. En Ben-Zvi, D. & Garfield, J. (2004). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers
- Miles, M.B., Huberman, A.M., & Saldaña, J. (2014). *Qualitative Data Analysis. A Methods Sourcebook* (3° ed.). Thousand Oaks, CA: Sage
- Pfannkuch, M. & Wild, C. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. En Ben-Zvi, D. & Garfield, J. (2004). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers
- Tishkovskaya, S., & Lancaster, G.A. (2012). Statistical Education in the 21st Century: a Review of Challenges, Teaching Innovations and Strategies for Reform. *Journal of Statistics Education*, 20 (2), disponible en: [www.amstat.org/publications/jse/v20n2/tishkovskaya.pdf](http://www.amstat.org/publications/jse/v20n2/tishkovskaya.pdf)
- Wild, C.J., Utts, J.M., & Horton, N.J. (2018). What Is Statistics?. En Ben-Zvi, D., Makar, K. & Garfiel, J. (Eds.) (2018). *International Handbook of Research in Statistics Education*. Gewerbestrasse, Switzerland: Springer
- Wild, C.J. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical Review*. 67, pp. 223-265

### **Agradecimientos**

La presente investigación se realizó dentro del Programa de Investigaciones Educativas de la Universidad Autónoma de Aguascalientes, México, PIE 17-6. Agradecemos la colaboración de Martha Cinthia García Gaytán y María Guadalupe Capetillo Plascencia.



## Una experiencia en aula desde la experimentación y la simulación para la enseñanza de la probabilidad frecuentista y clásica

Michelle **Penagos** Vargas  
Universidad Nacional de Colombia  
Colombia  
[mapenagosv@unal.edu.co](mailto:mapenagosv@unal.edu.co)

### Resumen

En la actualidad, la enseñanza de la probabilidad es de gran importancia para la formación de ciudadanos críticos. Esta comunicación quiere presentar la experiencia en aula desarrollada por medio de una serie de actividades que, a partir del uso de juegos de dados y urnas, y por medio de actividades experimentales y de simulación, se introdujo a estudiantes de 9° grado de educación básica colombiana al estudio de los conceptos de probabilidad frecuentista y clásica. El proceso de enseñanza planteado en este documento resulta ser similar al proceso en el que se construye la teoría de la probabilidad desde aspectos disciplinares e histórico-epistemológicos. De igual forma, estas actividades permiten que estudiantes que no hayan estudiado probabilidad previamente reconozcan elementos de aleatoriedad, brindando herramientas para la resolución de problemas donde la aleatoriedad esté presente a partir de argumento no subjetivistas.

*Palabras clave:* probabilidad frecuentista, probabilidad clásica, simulación, experimentación.

### Introducción

La enseñanza de la probabilidad se ha convertido en parte especial dentro de la enseñanza de las matemáticas, puesto que, como lo reseña Batanero (2002), la probabilidad posee una utilidad después de la vida escolar por las aplicaciones que tiene en otras ciencias, además de desarrollar el pensamiento crítico a partir de la observación de evidencia objetiva. En el caso colombiano, la enseñanza de la probabilidad está incluida en el desarrollo curricular propuesto por el Ministerio de Educación Nacional en los Estándares Básicos de Competencia. A pesar de este hecho, hay instituciones educativas donde estos procesos de enseñanza se han descuidado. Este fue el caso del Instituto San Ignacio de Loyola, colegio ubicado en Bogotá, en donde se encontró un problema de este tipo; según los resultados mostrados en la Prueba Saber 9°-2016, los estudiantes presentaban dificultades al afrontar problemas donde la aleatoriedad estuviera presente, puesto que no reconocían la posibilidad o imposibilidad de eventos aleatorios, no usaban modelos ni estrategias para definir la probabilidad de un evento y no usaban conceptos de probabilidad para discutir conjeturas sobre experimentos aleatorios. Una de las posibles razones de este problema pudo ser que, según la estructura curricular del colegio, el primer contacto con



Vega-Amaya, 2002).

En la Edad Moderna se retoma la noción de probabilidad que subyacía en los juegos de azar. Girolamo Cardano (1501-1576) y Galileo Galilei (1564-1642) escribieron sobre estudios realizados sobre juegos con dados, constituyendo un inicio al estudio de la probabilidad desde el enfoque clásico (Vega-Amaya, 2002). Más adelante, Jacob Bernoulli (1654-1705) escribió el libro *Ars Conjectandi*, recogiendo el trabajo realizado por Christiaan Huygens (1629-1695) sobre los juegos de azar, adicionando comentarios, demostraciones y combinatoria. Considera problemas relacionados con juegos de azar y trabaja en aplicaciones de la teoría (Burton, 2006).

En la Edad Contemporánea Pierre Laplace (1749-1827) hace una primera formalización de la teoría clásica de probabilidad. En su obra *Théorie Analytique des Probabilités* presenta la solución de casi todos los problemas que habían surgido relacionados con probabilidad, al tiempo que sistematizaba y extendía los saberes obtenidos por matemáticos anteriores a él. (Burton, 2006). En el siglo XX, Andrei Nikolaevich Kolmogorov (1903-1987) fue el matemático que más aportes hizo a la teoría de la probabilidad, al crear un fundamento axiomático de la misma haciendo uso de la teoría de la medida, en la obra *Fundamentos de la Teoría de Probabilidades* publicada en 1933 (Blanco et al., 2012; Chaumont, Mazliak, & Yor, 2007).

### **Aspectos didácticos**

Borovcnik y Peard (1996) realizan una clasificación de diversas estrategias para enseñar probabilidad. Dos de estas clasificaciones son las estrategias que buscan simplificar las relaciones matemáticas, donde se incluye la simulación, y las estrategias que reúnen la integración de las aplicaciones a la enseñanza, donde se incluyen estrategias como la experimentación y el juego.

**La simulación.** Una simulación es una reproducción artificial de un modelo teórico de una situación, que analiza su comportamiento y planea las consecuencias de cambios similares dentro de un contexto real. Según Biehler (1991), citado por Borovcnik y Peard (1996), la simulación tiene dos papeles dentro de la enseñanza de la probabilidad: la simulación como método para resolver problemas, ya que permite saltar grandes cálculos, y como antecedente empírico para la probabilidad, ya que brinda una base operacional carente en la probabilidad. Aun así, se debe tener en cuenta que hacer uso de éstas no da una explicación del cómo o por qué la solución brindada realmente resuelve el problema. A pesar de que no hay investigaciones con resultados concluyentes, los puntos de vista intuitivos del aprendiz pueden dificultar el uso de simulaciones en los procesos de enseñanza y aprendizaje, por lo que se sugiere iniciar el estudio con simulaciones con material concreto, para después comparar los resultados con simulaciones computarizadas (Borovcnik & Peard, 1996). El uso de simulaciones puede tener algunas desventajas. Una de ellas es que puede sustituir la forma en la que se piensa la solución de un problema, así como tampoco da explicación a intuiciones erradas. Lo que sí puede hacer las simulaciones es indicar en dónde puede estar un error de estas intuiciones erradas (Borovcnik & Peard, 1996). Considerando la simulación como un antecedente empírico para la probabilidad, Freudenthal (1991), citado por Borovcnik y Peard (1996), afirma que "las simulaciones usuales de la 'convergencia' empírica de las frecuencias relativas hacia la probabilidad desconocida se enfoca en una serie progresiva de frecuencias, mostrando como se estabiliza" (p. 263).

**La experimentación.** En los procesos de enseñanza de la probabilidad se han privilegiado estrategias basadas en el enfoque clásico. Con el desarrollo del análisis de datos, la enseñanza de la probabilidad ha optado por actividades experimentales y empíricas, favoreciendo el enfoque



frecuentista (Chaput, Girard, & Henry, 2015). Nilsson (2014) afirma que la realización de experimentos en el proceso de enseñanza de la probabilidad sirve como contexto para explorar e ilustrar aspectos críticos de este proceso, usando los datos empíricos producidos por los estudiantes. Citando a Cobb (1990) y a Shaughnessy (2003), recalca la importancia de la enseñanza de la probabilidad por medio de la recolección de datos, que permita la discusión en el aula de clase sobre conceptos de probabilidad. Aun así, señala que la experimentación puede que no siempre motive lo suficiente a los estudiantes para que reflexionen sobre el uso de los datos que se recolectan o que no la vean como evidencia para hacer predicciones probabilísticas sobre algún evento. Para llevar a cabo un experimento, en probabilidad, se examina un evento aleatorio de interés efectuando acciones específicas y observando los resultados, realizando intentos en repetidas ocasiones. Lee y Mojica (2007) dan los pasos que debería tener un experimento probabilístico para ser usado en el proceso de enseñanza de un concepto.

**Los juegos.** La historia muestra la importancia de los juegos de azar en el desarrollo de la teoría de la probabilidad. Además, los juegos de azar son uno de los primeros elementos que permiten a las personas tener contacto con situaciones de aleatoriedad, iniciando el proceso de concientización de la imprevisibilidad y estimación los resultados, lo que conlleva a que se pueda adquirir conocimientos probabilísticos antes de una introducción formal al tema (Cañizares, Batanero, & Serrano, 1999). Según Cañizares et al. (1999) la investigación sobre el uso y la implicación del juego para la enseñanza de conceptos probabilísticos es poca, pero se encuentran bastantes experiencias de aula., que fueron base para el planteamiento de las actividades de la secuencia. Conocer la historia de una idea matemática puede ayudar a su comprensión, ya que da una guía para enmarcar dicha idea en los problemas que fueron motivo para su surgimiento o en las razones por las cuales se decidieron estudiar (de Guzmán, 1992), y en el caso de la probabilidad, los juegos de azar fueron parte importante. Así, el conocimiento de la historia de las ideas matemáticas permite conocer las dificultades que pueden tener los estudiantes al abordar el tema, puesto que probablemente esas mismas dificultades estuvieron presentes cuando surgieron dichas ideas. Así mismo, el proceso de evolución histórica puede asemejarse al proceso de aprendizaje del estudiante (de Guzmán, 1992).

### **Propuesta metodológica**

La secuencia didáctica contiene 5 actividades. La aplicación de estas actividades se hizo con un grupo de 30 estudiantes de 9° grado de educación básica colombiana, con edades entre los 14 y los 16 años, organizados en grupos de 5 personas. Las actividades se describen a continuación.

#### **Actividad 1: Urnas.**

A cada grupo se le da una urna con cierta cantidad de fichas plásticas de colores, cada una con una distribución diferente de fichas por color. Los estudiantes, sin conocer la cantidad de fichas que hay, deben hacer extracciones sin reemplazo para recoger datos que permitan concluir en cuál de las urnas es más probable encontrar una ficha azul y a partir de los datos hacen una conjetura, iniciando una discusión a partir de estas sobre cómo se puede decidir cuál sería la urna con más posibilidad de encontrar una ficha azul. La discusión se guio de tal forma que los estudiantes entendieran que para poder determinar de mejor manera la urna con mayor probabilidad se debe tener en cuenta el número de veces que una ficha azul fue extraída de cierta urna y el número de extracciones que se realizaron, y que la razón entre estas dos cantidades es una forma de medir la probabilidad del evento. Al finalizar la actividad se espera que los

estudiantes identifiquen la frecuencia relativa como medida de probabilidad.

### **Actividad 2: Carrera de caballos.**

En una carrera corren 12 caballos, cada uno de ellos identificado con un número del 1 al 12. La pista de carreras tiene un número determinado de casillas, en las que los caballos pueden avanzar a partir del lanzamiento de un par de dados (de 6 lados cada uno). Se lanzan los dados y la suma de los resultados obtenidos determina que caballo puede avanzar de posición, avanzando una casilla cada vez que se lancen los dados. Cada uno de los jugadores deberán apostar por un caballo. Gana el caballo que primero complete un número de casillas determinado. Para esta actividad se utilizó un tablero de cinco casillas, que representó la pista de carreras, por lo que para ganar se tenía que completar 5 casillas. A cada grupo de estudiantes se les entregó un tablero, un par de dados y un marcador para llenar el avance de la carrera. Cada grupo debía completar una tabla de resultados, donde registraban lo sucedido en el juego, para luego hacer un consolidado con los datos de todos los grupos. Según estos datos, se les preguntó por el caballo por el que apostarían en una próxima carrera y el porqué de su elección, propendiendo para que sus respuestas incluyeran el cálculo de frecuencias relativas para determinar la probabilidad que ellos escogieran. Para terminar esta actividad se comprobó la hipótesis planteada por los estudiantes realizando una última carrera.

### **Actividad 2: Carrera de caballos simulada**

Partiendo de la actividad anterior, se planteó la posibilidad que la pista de carreras fuera más larga, necesitando completar más casillas para ganar. Si esto se realiza con material manipulable, se torna dispendioso de hacer, por lo que se usó de una aplicación móvil (disponible en <https://goo.gl/xDYcMB>), o en su defecto, un aplicativo web (disponible en <https://goo.gl/wyGbxu>), que simula una carrera a partir del número de casillas que se necesitan para ganar. Con la simulación se debía realizar 10 carreras diferentes. Para la recolección de datos cada integrante de cada grupo registraba en una tabla los resultados de cada una de las simulaciones realizadas de tal forma que cada uno se encargara de completar la información de una posición especifican de la carrera. Luego de hacer un consolidado con los datos del curso se analizó la primera posición de la carrera, y por qué al parecer el Caballo 7 tiene mayor probabilidad de ganar a medida que la carrera se hace más larga. La discusión giró en torno a la revisión del espacio muestral del evento, guiando a los estudiantes a considerar todas las posibles combinaciones resultantes al lanzar un par de dados, observando que, 6 de 36 posibles combinaciones favorecerán al Caballo 7, formulando en lo posible una relación parte-todo entre estas dos cantidades. Así, se haría un primer acercamiento al concepto de probabilidad desde el enfoque clásico.

### **Actividad 4: Urnas (Parte 2)**

Ya con la idea del enfoque clásico se retoma la Actividad 1. En esta ocasión los estudiantes podrán determinar cuál de las urnas era la que realmente tenía mayor probabilidad de extraer una ficha azul. Se les entrega a los estudiantes las urnas con la posibilidad de que cuenten las fichas de cada color y puedan calcular la probabilidad real de obtener una ficha para cada color. Una vez calculados estos valores de probabilidad se comparan con los valores de probabilidad obtenidos con la frecuencia relativa, dando paso a la discutir la comparación entre los dos enfoques, preguntando por la manera en que la probabilidad frecuentista pueda acercarse más a la probabilidad clásica.

### **Actividad 5: Dados cargados**

En las Actividades 2-3 se han realizado lanzamientos con dos dados de seis caras y se ha llegado a la conclusión que el resultado de suma con mayor probabilidad es el número 7. Se propone un cambio a esta situación, cargando uno de los dados con los que se realizan los lanzamientos. Cada grupo recibe un par de dados de seis caras cada uno, distinguibles por color, de tal forma que uno de los dados estuviera cargado. El objetivo de esta actividad experimental es, por medio del cálculo de frecuencias relativas, examinar cual es el resultado más probable de obtener con el par de dados cargados y comparar los resultados con par de dados sin carga. Para esta actividad se utilizaron dados de espuma con dimensiones de 4 cm cargados en la cara 5, en la esquina contigua a las caras 6 y 4, con dos balines de acero de 1/8 de pulgada cada uno. Para obtener los datos de los lanzamientos de los dados sin carga se utilizó una simulación alojada en un aplicativo web (disponible en <https://goo.gl/98yxQa>). La recolección de los datos experimentales se hizo por medio de tablas de frecuencia, que después se consolidaron en una hoja de cálculo, para comparar los datos experimentales (de los lanzamientos de los dados cargados) con los datos simulados (de los dados sin carga). Utilizando las herramientas que ofrece la hoja de cálculo se realizó una discusión, utilizando cálculos de probabilidad y gráficas para comparar el uso de cada uno de los enfoques.

### **Resultados y Conclusiones**

A lo largo de la aplicación de las actividades se llegaron a algunos resultados interesantes. En las actividades relacionadas con urnas, la mayoría de estudiantes se inclinan por hacer decisiones basadas en frecuencias absolutas sin tener en cuenta el total de extracciones, y aunque algunos relacionan frecuencias absolutas con total de extracciones para comparar probabilidades, no utilizan la frecuencia relativa en primera instancia. En la discusión se ve la importancia de los preconceptos relacionados con las relaciones parte-todo, puesto que fue desde esta idea que se da la idea de frecuencia relativa como medida de probabilidad. Adicionalmente los estudiantes identifican que esta probabilidad no es “real” por diferencias en las extracciones entre grupos. Con la Actividad 4 se soluciona este problema al darle la oportunidad a los estudiantes de conocer el material de las urnas, empezando a intuir que a mayor número de repeticiones la probabilidad se acerca más a la real.

Con respecto a la Actividad 2, los estudiantes decidieron apostar para una última carrera por el Caballo 7, según los resultados obtenidos y probabilidades calculadas (Figura 2). Cuando se comprobó la hipótesis de los estudiantes realizando una nueva carrera surgieron dos opciones: hacer los lanzamientos con dados físicos o con dados virtuales. Estas dos opciones surgieron porque los estudiantes desconfiaban de la parcialidad de los resultados que se podían obtener; por un lado, los lanzamientos con dados físicos dependen de factores humanos (fuerza, superficie, etc.), mientras que los dados virtuales generan desconfianza por qué no pueden garantizar que los números generados son realmente aleatorios. Esta última situación resulta interesante, puesto que permite comprobar lo mencionado Borovcnik y Peard (1996), ya que los resultados brindados por las simulaciones computarizadas son pseudo-aleatorios y los puntos de vista intuitivos de los estudiantes pueden ocasionar problemas con sus procesos de aprendizaje, lo que dificulta el uso de computadores.

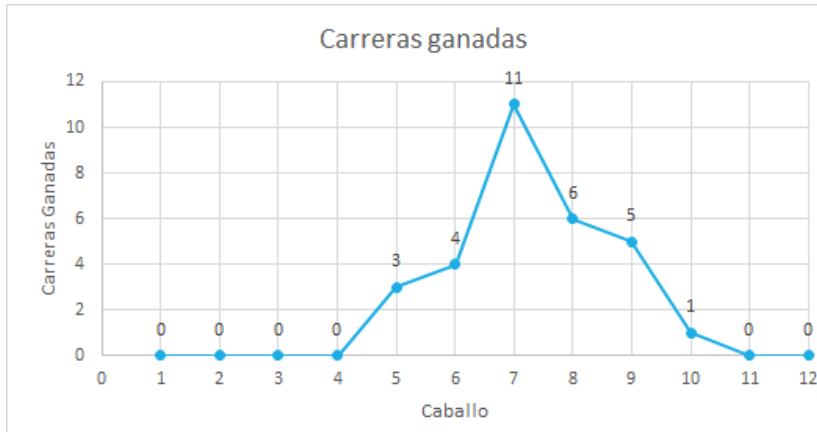


Figura 2. Resultados obtenidos por los estudiantes en Actividad 2

Con respecto a la Actividad 3, para definir el modelo matemático del enfoque clásico de la probabilidad fue de provecho las ideas que tenían los estudiantes sobre el enfoque frecuentista — basadas en uso de porcentaje y relaciones parte todo— ya que los estudiantes relacionaron estas ideas para calcular la probabilidad en este caso, tomando el número de casos que favorecían al Caballo 7, con el total de casos posibles en un lanzamiento de dos dados. Dado a que se basaron en las ideas del enfoque frecuentista se aclararon diferencias entre las dos formas de calcular probabilidades, radicadas en la forma en la que se aborda un problema: si se hacen el experimento cierto número de veces y se observa cuantas veces ocurre cierto evento se tiene en cuenta un enfoque frecuentista, pero si se analiza los posibles resultados que puede tener un experimento y se toma en cuenta el total de veces que favorecen al evento a analizar se tiene en cuenta el enfoque clásico.

En la Actividad 5 los estudiantes concluyeron que con los dados cargados el número con mayor probabilidad de salir es el 7, los valores menores que 7 aumentaron su probabilidad de ocurrencia, mientras que los que eran mayores que 7 disminuyeron su probabilidad, esto en comparación con los datos obtenidos en las actividades previas y la simulación realizada, viéndose más el cambio en los valores 6 y 10. Cuando se calcularon los valores de probabilidad se hizo más notorio que los lanzamientos con los dados cargados favorecían en mayor medida a los números menores que 7, y mientras los valores aumentaron en estos valores, la disminución de la probabilidad de los valores mayores se dio casi que en la misma medida en como aumentaban los primeros (Figura 3).

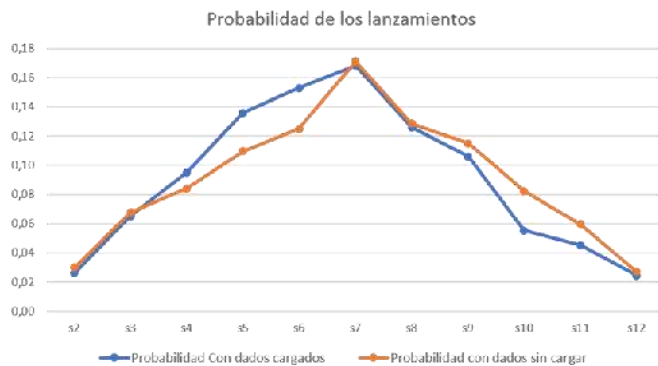


Figura 3. Valores de probabilidad obtenido en Actividad 5

Dado a que en la planeación de la actividad no se tuvo en cuenta la comparación con los valores de probabilidad clásica, se les planteó a los estudiantes la situación en la que los datos experimentales no fueran los de los dados cargados sino los que nos arrojan la simulación. Se les preguntó si era posible que de alguna forma el valor de la probabilidad experimental se acercara a la probabilidad real y ellos identificaron que entre más lanzamientos se realizaran, estos dos valores de probabilidad se iban a parecer cada vez más. Se puede ver entonces que con estas actividades los estudiantes identificaron que la probabilidad frecuentista, al aumentar el número de repeticiones en las que se realiza un experimento, tiende al valor de la probabilidad clásica.

A forma de conclusión, el proceso de aprendizaje y enseñanza propuesto en la secuencia didáctica guarda parecido a la forma como se construye la teoría formal de la probabilidad y al proceso histórico-epistemológico del concepto de probabilidad, partiendo del uso de juegos de azar para encaminar a una formalización de la teoría. La secuencia parece efectiva para introducir a los estudiantes al estudio de la probabilidad y, a pesar de no lograr formalizar conceptos, da herramientas para abordar problemas de aleatoriedad, contribuyendo en la toma de decisiones fundamentada en argumentos no subjetivistas. Aunque la secuencia fue creada para solucionar un problema encontrado en grado 9°, puede ser adaptada para su aplicación en grados inferiores, de tal forma que pueda responder en mayor medida al cumplimiento de lo que plantean los Estándares Básicos de Competencia colombianos.

### **Referencias y bibliografía**

- Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. En *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*. Buenos Aires.
- Blanco, L., Arunachalam, V., & Dharmaraja, D. (2012). *Introduction to Probability and Stochastic Processes with Applications*. John Wiley & Sons, Inc.
- Borovcnik, M., & Peard, R. (1996). Probability. In A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International Handbooks of Education* (pp. 239–287).
- Burton, D. (2006). *The History of Mathematics: An Introduction* (6°). McGraw Hill.
- Cañizares, M., Batanero, C., & Serrano, L. (1999). Comprensión de la idea de juego equitativo en los niños. *Números*, 37, 37–55.
- Chaput, B., Girard, J.-C., & Henry, M. (2015). Frequentist Approach: Modelling and Simulation in Statistics and Probability Teaching. En C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics Challenges for Teaching and Teacher Education* (pp. 85–95). Springer.
- Chaumont, L., Mazliak, L., & Yor, M. (2007). Some aspects of the probabilistic work. En É. Charpentier, A. Lesne, & N. Nikolski (Eds.), *Kolmogorov's Heritage in Mathematics* (pp. 41–66). Berlin: Springer.
- de Guzmán, M. (1992). Tendencias Innovadoras en Educación Matemática. Recuperado de <https://goo.gl/qqDg6Z>
- Lee, H. S., & Mojica, G. F. (2007). Teachers' Use of Experiments and Simulations in Middle School Probability Lessons. En T. de Silva & L. Wiest (Eds.), *29th Annual Conference of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Exploring Mathematics Education in Context* (pp. 437–440). Recuperado de <https://goo.gl/wyHuic>
- Nilsson, P. (2014). Experimentation in Probability Teaching and Learning. En E. Chernoff & B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic Thinking. Presenting plural perspectives*. (pp. 509–532). Springer.
- Penagos, M. (2017). *Secuencia didáctica para la enseñanza de la probabilidad frecuentista y clásica para estudiantes de grado noveno*. Universidad Nacional de Colombia.
- Vega-Amaya, O. (2002). Surgimiento de la teoría matemática de la probabilidad. *Apuntes de Historia de Las Matemáticas*, 1(1), 54–62. Recuperado de <https://goo.gl/ScU5uJ>



## Construcción del significado de la volatilidad en estudiantes de pregrado en ciencias administrativas.

Carenne Ludueña Cronic.  
Universidad Jorge Tadeo Lozano.  
Colombia  
[carennec.ludenac@utadeo.edu.co](mailto:carennec.ludenac@utadeo.edu.co)

Miguel Andrés Díaz O.  
Universidad Antonio Nariño.  
Colombia  
[migueld@uan.edu.co](mailto:migueld@uan.edu.co)

Fernando Pérez Duarte.  
Universidad Antonio Nariño  
Colombia  
[luisfperez@uan.edu.co](mailto:luisfperez@uan.edu.co)

### Resumen

La expansión de la estadística como disciplina de investigación, ha sido significativa en las últimas décadas, y parte de ese proceso surge de la preocupación del ser humano por obtener más información contenida en los datos que le permitan mejorar su capacidad de toma de decisiones. Para esto es de suma importancia mejorar la formación estadística a los futuros profesionales. En esta investigación se propone un modelo didáctico, que tiene como objetivo favorecer la construcción del significado de volatilidad estadística, basado en simulaciones financieras y esquemas lúdicos, como mediadores; que fomente la construcción de dicho significado por medio de simulaciones computacionales en los estudiantes de carreras administrativas. En la investigación se analizan principalmente variables cualitativas, donde se determina el nivel de apropiación de los conceptos necesarios estadísticos para tomar decisiones financieras cuantitativamente apropiadas; el modelo demostró que los estudiantes mejoran sus habilidades de tomar decisiones frente a situaciones económicas de incertidumbre.

*Palabras clave:* Volatilidad, Educación estadística. Simulación, Modelos financieros, Gamificación

### Introducción

Es indiscutible que la abundancia, la gratuidad de los datos y el acceso fácil de cualquier persona que se lo proponga a ellos, hace que quienes adquieran la habilidad de interpretarlos correctamente obtienen una ventaja competitiva clara frente a los demás actores del mercado en el entorno empresarial y esto favorece que la estadística sea una disciplina de gran expansión en

## *Construcción del significado de la volatilidad en estudiantes de pregrado en ciencias administrativas.*

los últimos años. Sin embargo, aunque los datos están disponibles, aún existe una limitante en cuanto al análisis, ya que los métodos aplicados para la enseñanza de la estadística en muchos casos están diseñados para aplicarse en condiciones ideales de aula y teniendo en cuenta que tales condiciones pocas veces son propicias para la aplicación de estos modelos, la estadística se queda en el salón de clases con aplicaciones cortas. El uso de la estadística y sus aplicaciones son fundamentales en cualquier profesión, como señala Batanero, "... La educación sin estadística se ha vuelto inconcebible, ya que los ciudadanos que no pueden interpretar correctamente los datos cuantitativos son, en este día y edad, analfabetos funcionales." Batanero, C. (2011).

Uno de los motivos fuertes de esta investigación fue diseñar estrategias pedagógicas que permitan la comprensión de conceptos estadísticos y matemáticos abstractos tal como la volatilidad y las métricas que permiten su evaluación, en base a aplicaciones concretas financieras mediante el uso de técnicas de enseñanza asistidas por el computador, donde la utilidad de la estadística en toma de decisiones financieras sea eje central mediante la aplicación de la matemática realista y la gamificación. Otra de las razones de trabajar en este tema proviene del poco énfasis que tiene en el currículo universitario para los estudiantes de carreras administrativas el concepto de volatilidad y que es de tan alto impacto en la vida cotidiana de los profesionales en estas áreas; en este sentido, se cita el trabajo previo de Díaz, M. (2014), "Una de las dificultades observadas en los estudiantes de ciencias económica es la ausencia de correlación entre los objetos propios de las asignaturas de probabilidad y matemáticas financieras, así como los temas que se desarrollan en estos cursos."

La volatilidad como concepto, está íntimamente asociado a la valoración de activos, imprescindible en la formación de los estudiantes de carreras económicas, quienes en su ejercicio profesional tendrán que conocer las fluctuaciones del mercado y por ende su varianza a través del tiempo con el fin de tomar decisiones más inteligentes basados en modelos de riesgo ya conocidos. Todo esto se debe llevar al aula de estadística de una manera amable, sencilla, pero sin perder el rigor de la interpretación correcta de los datos.

Al trabajar con el estudiante en una herramienta sencilla como lo es la hoja de cálculo aplicada a modelos de inversión, el estudiante fortalece la capacidad de decisión ante las posibles fluctuaciones del mercado y acercará al futuro profesional en áreas económicas a un conocimiento mucho más aplicado y reconocido mundialmente, la teoría del riesgo.

Con este propósito, se utilizan modelos para la valuación de activos financieros como por ejemplo el Modelo de Black-Scholes Black, F., Scholes, M. (1973) que, sin pormenorizar en las complejidades propias de este tema y mediante herramientas sencillas como las hojas de cálculo y simulaciones asistidas por computadora, se ponen al alcance de un estudiante de estadística con el fin de que se apropie del concepto de volatilidad estadística y algunas herramientas para su medición.

Por lo que se plantea el problema ¿Cómo desarrollar e incentivar el pensamiento estadístico, en particular en relación con el tema de la volatilidad estadística, promoviendo la construcción del significado de volatilidad en los estudiantes de las carreras de ciencias contables y económicas mediante la simulación asistida por computadora con modelos financieros?

## **Marco teórico**

Los referentes teóricos del problema son divididos en dos: Una es la parte de educación matemática y la otra respecto a los referentes disciplinares. En la primera parte tenemos como pilares importantes:

### **Teoría de resolución de problemas.**

Para esta investigación se toma como base los planteamientos de: Bransford J.D., Stein B.S. (1987), que propone su método **IDEAL**, para la solución de problemas.

### **Educación matemática realista.**

Esta teoría fue desarrollada por Hans Freudenthal (1905-1990) y tiene por objeto, la enseñanza de las matemáticas desde escenarios de la vida cotidiana, donde el estudiante manifieste sus potencialidades aplicadas a problemas reales, ya que la metodología se basa en la simulación y análisis de bases de datos robustas provenientes de la Bolsa de Valores de Colombia, (en adelante BVC).

### **Aprendizaje Significativo.**

Teoría desarrollada por Ausubel, D. (1983), para él son muy importantes los conocimientos previos del estudiante, la idea de realizar una serie de actividades basadas en la experimentación es que el estudiante cree un ambiente familiar con aplicaciones que a él le sea de agrado, donde reconozca la importancia y pertinencia de los temas a desarrollar en el aula de estadística. El contexto significativo consiste en toda la plataforma tecnológica de simulación donde se realiza para generar un ambiente competitivo de aprendizaje.

### **Gamificación en la Educación.**

En el argot de la educación matemática, el término “gamificación” es relativamente nuevo, pero encaja perfectamente a el proyecto investigativo, debido que una parte fundamental de éste es la enseñanza de la estadística a partir de un juego llamado “La bolsa millonaria” de la BVC. Huang, W. H. Y., & Soman, D. (2013), definen una serie de etapas para aplicar la gamificación en el aula y hacen avances en la caracterización de la teoría en algunas definiciones que se utilizan en este trabajo.

### **Modelos en educación.**

Para la investigación se realiza una consulta de las diferentes definiciones de modelos, caracterizando cada una de ellas e identificando aspectos esenciales y cómo representan la realidad de forma simplificada. Escalona (2007) aduce que: “... un modelo didáctico es una abstracción del proceso de enseñanza-aprendizaje, o parte de éste, que fundamentado teóricamente permite interpretarlo y establecer nuevas relaciones en función de lograr perfeccionar dicho proceso”. Para la investigación, se toma esta definición como referente.

En cuanto a los componentes disciplinares, se cuenta con la teoría estadística que se dictan generalmente en los cursos de estadística, además de ello se debe profundizar en los temas:

### **Volatilidad.**

La volatilidad en el mercado financiero es una medida de la dispersión de la serie de los log- retornos de un determinado activo. Típicamente, se mide usando la desviación estándar o la varianza de la serie de los log-retornos, pero existen otras métricas que pueden ser usadas como el número de cruces de la media. Si se considera el porcentaje de variación relativa, puede considerarse una aproximación a la probabilidad de que se produzcan movimientos imprevistos



## Construcción del significado de la volatilidad en estudiantes de pregrado en ciencias administrativas.

en el precio del activo a corto plazo en un lapso determinado.

### Distribución log normal.

Debido a que en la volatilidad de activos se trabaja con los log-retornos, la distribución que mejor se acomoda a estos datos es la distribución log-normal y curiosamente, en la etapa del diagnóstico del problema, se muestra que muy pocos de los expertos encuestados dictan tal temática en los cursos regulares de estadística.

### Acciones y Opciones.

Las aplicaciones estadísticas que se llevaron al aula mediante simulación son precisamente en acciones y opciones, sin embargo, los estudiantes del nivel en donde se aplican las actividades aún no están completamente familiarizados con tales temáticas, de ese modo es necesario hacer un resumen de los conceptos: Acción, Modelo de Black-Scholes, Derivados financieros, Opción, Operaciones call, Operaciones put, Opciones europeas, Opciones americanas, Activo subyacente.

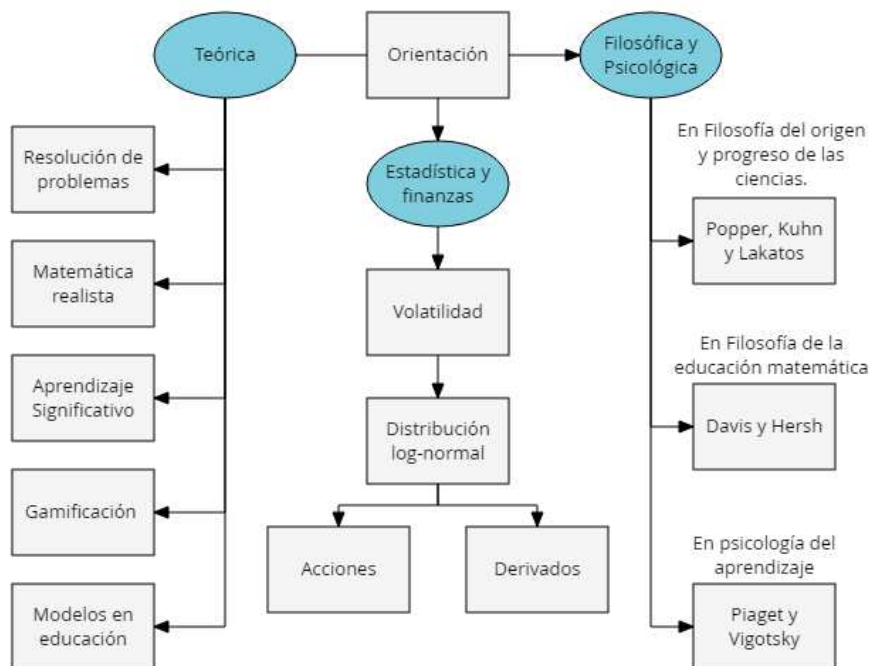
### Simulación con hoja de cálculo.

Una de las tareas investigativas es que los contenidos de la asignatura deben ser llevadas a la hoja de cálculo y simular las condiciones ideales e ir variando parámetros, en distintas situaciones.

## Resultados

El modelo didáctico que se propone en esta investigación tiende a favorecer la construcción del significado de volatilidad y conlleva a un desarrollo de pensamiento estadístico, mediante la simulación asistida por computadora con modelos financieros, a través de la resolución de problemas matemáticos. Las etapas del modelo permiten constatar el estado de los estudiantes en relación con los conocimientos que poseen en torno a los conceptos tratados. En el modelo se definen dos etapas significativas, una primera etapa donde se da el sustento teórico y práctico, otra es la salida del modelo. La primera etapa se subdivide en tres sub etapas así:

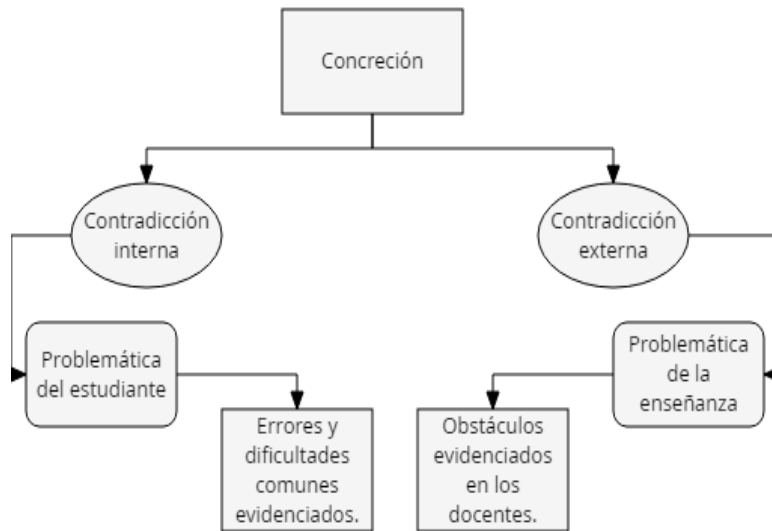
- Orientación: Sustenta el modelo en su parte teórica, filosófica, psicológica.



**Construcción del significado de la volatilidad en estudiantes de pregrado en ciencias administrativas.**

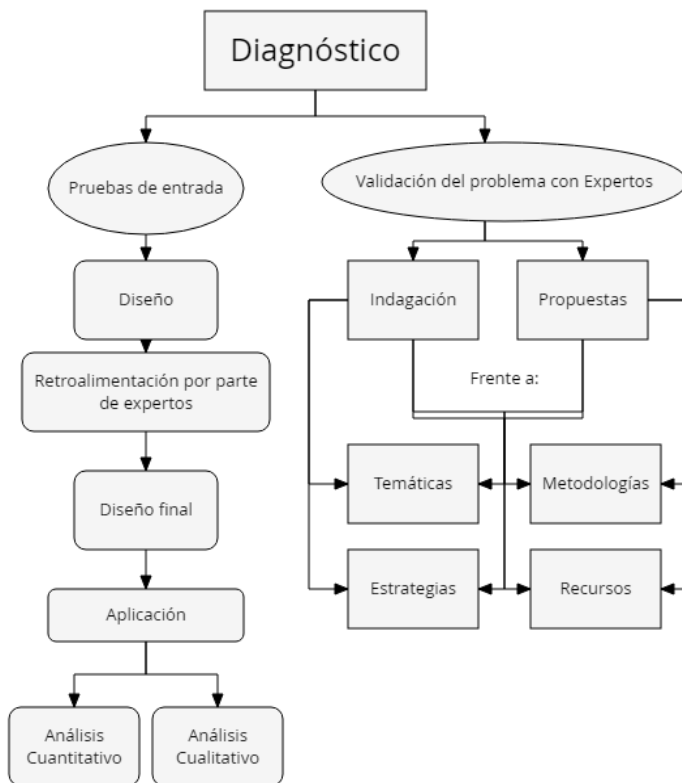
**Figura 1.** Desarrollo de la subetapa 1 del Modelo: Orientación

- **Concreción:** Determina la contradicción interna y externa del problema de la enseñanza de la volatilidad.



**Figura 2.** Desarrollo de la subetapa 2 del Modelo: Concreción

- **Diagnóstico:** Determina el estado actual de la enseñanza de la estadística en ciencias administrativas.



**Figura 3.** Desarrollo de la subetapa 3 del Modelo: Diagnóstico

## **Construcción del significado de la volatilidad en estudiantes de pregrado en ciencias administrativas.**

Una segunda etapa que es la salida del modelo, donde intervienen los mediadores del conocimiento: La integración, la motivación, la solución de problemas, preevaluación, ampliación y la evaluación; que conllevan a la construcción del significado de volatilidad. Estos mediadores se desarrollan en forma de espiral en la propuesta didáctica, promoviendo un mayor grado de asimilación de los conceptos, generando pensamiento estadístico crítico en los estudiantes. A continuación, se esquematiza el modelo en su totalidad.

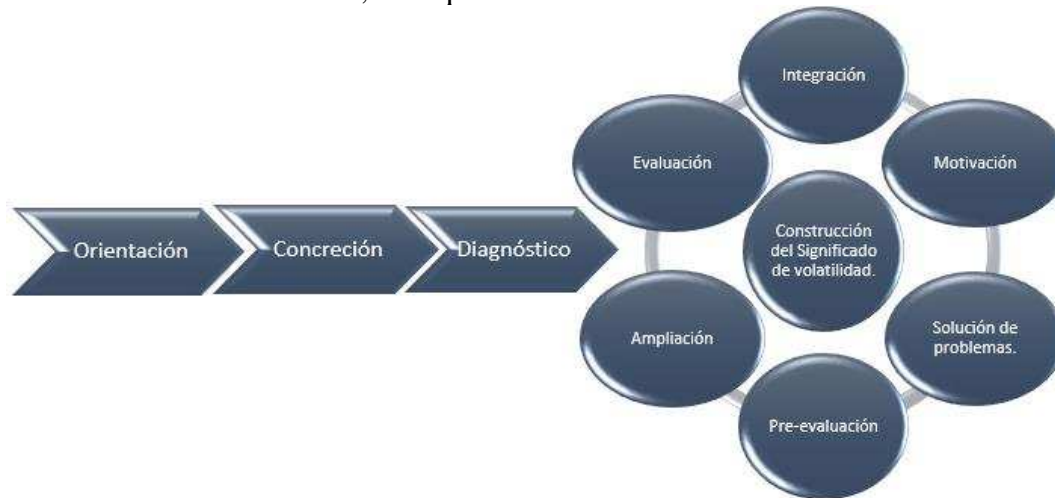


Figura 4. Diagrama del modelo en su totalidad.

### **Propuesta didáctica**

La propuesta didáctica se aplica en el segundo curso de estadística y está basada en ocho actividades que están desarrolladas bajo la metodología de resolución de problemas, donde interviene en todo momento la volatilidad estadística. Cada actividad se estructuró de manera secuencial de tal forma cada una permite el desarrollo de la siguiente y además facilitan el desarrollo progresivo hacia la construcción del significado de volatilidad, lo que permite crear redes conceptuales de los elementos que intervienen en la estadística, las finanzas y la matemática. Las temáticas propuestas en cada una de las guías se muestran a continuación y son divididas en 3 fases.

#### **FASE 1. GENERALIDADES.**

En esta fase, se hace un recorrido por los conceptos del primer curso de estadística y otros elementos nuevos como la log-normal y el movimiento browniano, que necesita el estudiante para el buen desarrollo de las sesiones, y como el estudiante ya conoce parte de estos conceptos; es tarea del profesor encargado hacer hincapié en las aplicaciones financieras de estos conceptos y pormenorizar en las aplicaciones. La construcción del significado de volatilidad tendrá sus bases en la medida que el estudiante comprenda de manera suficiente y en contexto, los temas a impartir en estas 3 sesiones, a saber: Sesión 1: Conceptos previos (Distribución Normal). Sesión 2: Distribución Log-normal. Sesión 3: Simulación (Movimiento Browniano).

Al finalizar esta fase se observa que el estudiante es capaz de proponer soluciones estadísticas a problemas financieros, además de ello se enfrenta con suficiencia a problemas de envergadura como es el movimiento browniano, esto se evidencia en las pruebas evaluativas que contienen problemas reto.

**FASE 2. PREPARACIÓN PARA EL CONCURSO.**

En esta fase se pretende que el estudiante comprenda el significado del mercado bursátil desde el punto de vista estadístico; claramente cada acción es tratada como una variable aleatoria a la que se le hace un tratamiento estadístico suficiente con el fin de que sea absolutamente contextualizado, cumpliendo así con los principios de la educación matemática realista de Freudenthal. Posterior a ello el estudiante está en la capacidad e idoneidad para cumplir con los objetivos del concurso “La bolsa millonaria” de la BVC; esta gamificación en el aula de estadística es un magnífico escenario para la construcción del significado de volatilidad, además de la aplicación de simulaciones ricas en contenidos probabilísticos. Se planearon dos sesiones así: Sesión 4: Acciones I. Sesión 5: Acciones II. En esta fase los estudiantes a través del juego de “La bolsa millonaria” miden sus capacidades frente a contendores en su aula y en otras universidades en la toma de decisiones de compra y venta de acciones basados en modelos estadísticos donde intervienen los conceptos de: variabilidad, volatilidad, medias móviles entre otras.

**FASE 3. MODELOS DE VALORACIÓN DE OPCIONES.**

En esta fase, ya el estudiante tiene el suficiente conocimiento para aplicar correctamente con su significado propio de volatilidad y de manera fácil a modelos de valoración de opciones, que serán de gran utilidad para formar un pensamiento estratégico basado en decisiones estadísticas bien fundamentadas. Para esta fase se destinan dos sesiones así: Sesión 6. Modelo de Black Scholes I. Sesión 7: Modelo de Black Scholes II. En esta fase, el estudiante está en capacidad de tomar decisiones de compra de activos subyacentes a la opción, teniendo en cuenta todos los elementos estadísticos necesarios relacionados con los conceptos financieros, esto se evidencio en la resolución de problemas en contexto real donde los estudiantes calculan acertadamente las simulaciones pretendidas.

La octava sesión se destina a la evaluación final del curso. A continuación, se muestra el esquema de la propuesta:

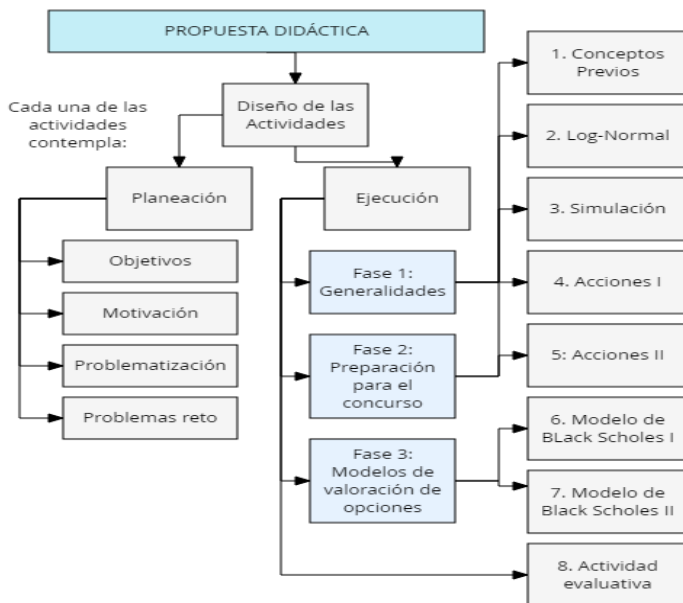


Figura 5. Desarrollo de la propuesta didáctica.

## **Conclusiones**

Los modelos aplicados a la enseñanza de la matemática robustecen la comprensión del estudiante acerca de las temáticas que el modelo involucra, en este caso, sin necesidad de llegar al tema en particular de volatilidad, el estudiante va construyendo su significado personal paso a paso dentro de unas actividades programadas para que él llegue a una construcción propia.

Gracias a la simulación y a la gamificación en el aula, los estudiantes objeto de estudio aceleran el proceso de enseñanza y los contenidos se abarcan con mayor celeridad en todas las etapas del proceso, queda mostrado que los contenidos propios del segundo curso de estadística, no son reemplazados por otros nuevos que deseamos impartir para la construcción del significado de volatilidad; los temas nuevos son una amalgama que unifican todo el proceso de enseñanza y la simulación es su acelerador.

La motivación hacia la estadística y las aplicaciones que se pueden obtener de ella, se fortalecen, esto se verifica con escalas de medición de las actitudes hacia la asignatura y los resultados propios de las evaluaciones aplicadas.

Los estudiantes objeto de estudio son un ejemplo de que el modelo elaborado en esta investigación fortalece la aprehensión del estudiante hacia la estadística y las aplicaciones en su área de formación.

## **Referencias y bibliografía**

- Ausubel, D. (1983). *Teoría del aprendizaje significativo*. Fascículos de CEIF, 1
- Batanero, C., Burrill, G., & Reading, C. (2011). *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study: The 18th ICMI study*. In New ICMI study series: Vol. 14. Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V.
- Black y Scholes, (1973). *The Pricing of options an corporate liabilities*. Fischer Black and Myron Scholes. *Journal of Political Economy* Vol. 81, No. 3 (May - Jun., 1973), pp. 637-654 The University of Chicago Press.
- Bransford, J. D., Sherwood, R. D., & Sturdevant, T. (1987). *Teaching thinking and problem solving*. WH Freeman/Times Books/Henry Holt & Co.
- Díaz, M. (2012) *“Una propuesta de enseñanza de la probabilidad basada en aplicaciones financieras para estudiantes de ciencias administrativas, económicas y contables”* (Tesis de Maestría). Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia
- Escalona, M. (2011). *El perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior. Su concreción en las carreras de ingeniería en la Universidad de Holguín*. *Revista Iberoamericana de Educación*, 56(4), 1-13.
- Freudenthal, H. (1986). *Didactical phenomenology of mathematical structures* (Vol. 1).
- Huang, W. H. Y., & Soman, D. (2013). *Gamification of education*. Research Report Series: Behavioural Economics in Action, Rotman School of Management, University of Toronto. P. 17



## **Estatística como aproximação entre ensino e pesquisa das demais ciências**

**Janilson Lotério**

Instituto Federal de Santa Catarina –IFSC

Brasil

[janilson.loterio@ifsc.edu.br](mailto:janilson.loterio@ifsc.edu.br)

**Marluse Castro Maciel**

Instituto Federal Catarinense–IFC

Brasil

[marluse.maciel@ifc.edu.br](mailto:marluse.maciel@ifc.edu.br)

### **Resumo**

O presente trabalho busca debater a relação da matemática, através da estatística com as demais áreas do conhecimento, destacando a ciências humanas. Inicialmente é apresentado uma breve discussão sobre os conceitos de o que é estatística. Posteriormente são apresentadas duas situações realizadas em aulas da área de ciências humanas, relacionadas com a produção agrícola e dados sobre o suicídio, as quais usando dados de pesquisas estatísticas, fazem o debate dos temas. As conclusões revelavam que é através da estatística que muitos fenômenos sociais podem ser debatidos e compreendidos.

*Palavras chaves:* estatística, sociologia; matemática; ciências humanas.

### **Primeiras Palavras**

A relação e utilização da estatística como instrumento de organização política das sociedades data da antiguidade. Entre 5000 a. C e 2000 a. C, os governos egípcios realizavam censo para quantificar a população. Porém, nos séculos XVIII e XIX d. C., os governos absolutistas retomaram a importância censitária com intuito de regulamentar a cobrança de impostos. O mais famoso foi o de Luis XIV utilizou a estatística na reforma do dízimo real. No entanto, neste século, por haver incentivo à pesquisa estatística trouxe à ciência um ganho considerável

Atualmente a estatística auxilia a ciência humanas no que tange os índices de desigualdade social, pesquisas eleitorais, índices de suicídio, etc., oferecendo suporte para uma gama de análises. A sociologia neste caso vai além da análise quantitativa dos dados, apontando para

questões qualitativas que a leitura dos resultados permite.

Os dados estatísticos adentram a sala de aula quando abordam temas referentes à realidade permitem que o estudante conheça o mundo em que vive a partir da perspectiva científica e não de censo comum.

Conceitos como interdisciplinaridade, multidisciplinariedade, aparecem como forma de uma educação mais holística, aberta e emancipadora. E a matemática, como todas as outras, está nesse universo. A interdisciplinaridade entre matemática e outras disciplinas torna-se possível diante desta ótica.

Neste sentido, o objetivo deste trabalho é demonstrar como os dados estatísticos podem auxiliar os debates e resultados à temas pulsantes na sociedade. Por meio de dados que podem ser utilizados nas aulas, foi possível perceber a relação interdisciplinar entre a estatística e demais disciplinas, principalmente as da área de humanas.

### **Estatística: conceitos e definições**

Existem várias definições para estatística. Percebemos que muitas delas apresentam alguns pontos em comum. Nos livros a origem da palavra estatística vem do latim status, que significava estado. Segundo Triola (1999) a primitiva utilização envolvia compilações de dados e gráficos que descreviam vários aspectos de um estado ou país. Foi em 1662, com Jonh Graunt, a primeiras publicações sobre informes estatísticos sobre nascimentos e mortes. Percebemos, porém, que com a evolução da humanidade, tanto a sua utilização como o seu conceito modificou-se. Para Moore (2006) A estatística é a ciência de coletar, organizar e interpretar fatos numéricos que chamados de dados, nota-se que segundo o autor, a Estatística tem um caráter de método científico. Crespo (1999) segue pela mesma linha; Estatística é uma parte da matemática aplicada que fornece métodos para coleta, organização, descrição, análise e interpretação de dados e para a utilização do mesmo em tomadas de decisões. A diferença que encontramos entre eles é que Crespo(1999), apresenta o fato da estatística ser importante na tomada de decisões. Uma definição um pouco mais divergentes é apresentada por Wallis (1964 )- Estatística é um conjunto de métodos que se designa a possibilitar a tomada de decisões acertadas em face às incertezas. A questão da incerteza, mostra um lado da estatística, as vezes desprezado, mas que acreditamos ser um dos principais objetivos dela, enxergar na escuridão. Outro autor, Paulo Sá (1960 ) , define estatística como ; o estudo dos fenômenos quantitativos que se repetem muitas vezes com valores diversos com a finalidade de representá-los resumidamente e com o intuito de verificar como variam ou de procurar as relações que entre eles possam existir.”.

Como percebemos existe alguns vários conceitos sobre estatística, mas todos seguem o caminho de métodos e decisões/analises. Alguns apresentam a discussão das incertezas. Logo não é uma tarefa fácil ter uma definição soberana sobre o tema. O que podemos compreender é que diferente de outros segmentos da matemática, a estatística, não pode ser restringir a apenas a dados organizados, eles precisam ser analisados e principalmente aplicados para terem valor. É necessária mais de uma etapa para que possamos ter uma resposta de um problema, pois é fundamental compreender o universo do problema, resolve-lo usando os elementos estatísticos, analisar os resultados e por fim tomar decisões. Tudo isso, trabalhando ao lado da incerteza, do imprevisto. Citando Lopes (1998), podemos justificar nossa visão:

Dessa forma percebemos a necessidade de refletir que o ensino da Estatística não poderia

veicular-se a uma definição restrita e limitada, a simples coleta, organização e representação de dados, pois não viabilizaria a formação de um aluno com pensamento crítico desenvolvido. É preciso que a coleta de dados tenha um sentido, ou seja, que parta de uma problemática, já que a Estatística investiga os processos de obtenção de dados. Uma amostra se define a partir do problema que temos que analisar. Com isso, há sentido em organizar dados e buscar uma representação gráfica que seja mais adequada à visualização desses dados para posterior análise. (LOPES 1998)

Concluimos que Estatística vai além, da organização formal e racional. Necessitamos sempre prever os acontecimentos futuros, faz parte do ser humano desejar, muitas vezes acertamos e outras não temos a mesma sorte. Porém é a através desse desejo que os cientistas elaboram suas hipóteses, resultando em uma pesquisa científica. A Estatística, tem como ponto de origem o nascimento do primeiro homem com a necessidade de contar, enumerar, prever. A Estatística não é um fim, é um meio, um instrumento importante e crescente em quase todos os campos do conhecimento humano.

### **Estatística como aproximação entre ensino e pesquisa**

Compreendendo um pouco dos conceitos de estatística não fica difícil entender porque ela é importante e tão usada nas diversas áreas do conhecimento. Se ocorrer alguma situação, onde necessitamos tomar uma decisão, podemos envolver estatística para auxiliar na escolha. Faz sentido então que quando vamos discutir educação estatística, trabalhamos com situações reais do cotidiano no acadêmico, torne-se um bom caminho. Não que usar dados fora da sua realidade seja um caminho ruim, mas pode-se perder a essência da situação. No Brasil, os trabalhos de Paulo Freire (1997), são fundamentais para essa compressão. Sabemos que aspectos sociais, políticos, econômicos e culturais que influenciam na postura dos professores o que interfere diretamente em sala de aula e no comportamento dos alunos. Nesse sentido encontramos cenários, onde o professor passa uma série de conceitos e atividades e os alunos tentam absolver os ensinamentos, com outros onde a dialogicidade está presente. Sabemos que o ambiente de sala de aula é um conflito de interesse entre alunos e professores, o que proporciona cenários variados, mas ambos necessitam encontrar um ponto de equilíbrio.

Na busca dessa compreensão, as reflexões de Freire (1987; 1997), em relação à educação progressista libertadora, colabora para entender a ligação do sujeito aluno com a sociedade, além de estar norteada por vários aspectos, entre os quais a problematização e dialogicidade. A forma pela qual a educação era desenvolvida nas décadas de 60 a 80, foi fruto da indignação de Paulo Freire que propõe nova concepção da ligação entre sujeito e mundo. Freire, durante toda sua trajetória, deu destaque à alfabetização de jovens e adultos, iniciando em 1946, no Recife. Em 1962, realizou com sua equipe as primeiras experiências de alfabetização popular que levariam à postura progressista libertadora. Seu grupo foi responsável pela alfabetização de 300 cortadores de cana em apenas 45 dias. Durante toda sua vida, inclusive no exílio, Freire buscou apresentar novas possibilidades para o ato de ensinar. Suas inquietações produziram inúmeros livros os quais são referências quando se fala de educação. Vivendo em momentos muito tumultuados da história política do Brasil, Freire sempre defendeu uma mudança de postura dos governantes, dos alunos e, principalmente, dos educadores.

Porém, os dados por si apresentam algumas respostas, mas não aprofundam os motivos pelos quais determinadas situações acontecem na sociedade. Estes dados são importantes para desmistificar ideias de senso comum como por exemplo: na favela só há bandidos. Os dados



estatísticos vão mostrar que não, e a sociologia vai utilizar para dizer porque este tipo de pensamento está presente na sociedade.

Freire (1987) pensava a educação como uma situação gnosiológica (gnose= conhecimento, sabedoria), cujo processo de construção visa à conscientização, que une sujeito e objeto, trabalhando intrinsecamente com a problematização e a dialogicidade. A problematização está relacionada com a educação problematizadora que segundo Freire (1987, p.96) propõe aos indivíduos dimensões significativas de sua realidade, cuja análise crítica lhes possibilite reconhecer a interação de suas partes. Sendo assim percebemos que a problematização é a análise crítica por parte dos educandos de problemas que envolvam sua realidade, mas percebemos que nela fazem parte, e como tal busquem meios de mudá-la.

Já dialogicidade não é um diálogo qualquer entre duas pessoas, onde um fala e a outro escuta ou vice-versa. A dialogicidade que desejamos deve ser aberta, necessita:

[...] estimular a pergunta, a reflexão crítica sobre a própria pergunta, o que se pretende com esta ou aquela pergunta em lugar da passividade em face das explicações discursivas do professor, espécies de respostas a perguntas que não foram feitas [...] é fundamental é que professor e alunos saibam que a postura deles, do professor e dos alunos, é dialógica, aberta, curiosa, indagadora e não apassivada, enquanto fala ou enquanto ouve. (FREIRE, 1997, p. 96)

Essa dialogicidade não ocorre dentro apenas da sala de aula, mas sim em todos os momentos, dentro e fora do espaço escolar. Freire (1987) ainda pondera que as relações com o mundo e a ciência se dão simultaneamente, o que se relaciona à necessidade de a escola estar em consonância com a sociedade contemporânea. Nesse sentido, é, portanto, um desafio criarmos outras possibilidades que possam auxiliar no processo continuado de aquisição do conhecimento. O professor encontra na dialogicidade e na problematização caminhos para compreender e refletir a relação com o mundo ao seu redor, assumindo-se como sujeito e não apenas objeto de transmissão do conhecimento.

Dessa forma, Freire apresenta a necessidade da educação assumir a concepção problematizadora e libertadora. Uma educação através da qual, na prática da liberdade, busca-se a reflexão sobre os homens em suas relações com o mundo. Quando Freire fala em leitura do mundo, está falando da sociedade na qual o sujeito está inserido, no mundo que o rodeia.

Nesta perspectiva, a educação libertadora de Freire, conhecer o mundo significa passar da curiosidade ingênua para curiosidade epistemológica.

O fato de me perceber no mundo, como o mundo e com os outros me põe numa posição em face do mundo que não é de quem nada tem a ver com ele. Afinal, minha presença no mundo não é de quem a ele se adapta, mas a de quem nele se insere. É a posição de quem luta para não ser apenas objeto, mas sujeito também da história. (FREIRE, 1997, p.59)

Essa concepção da ligação sujeito mundo em que os sujeitos, professor e aluno, percebam-se como parte do mundo torna-se imprescindível na construção de atividades educacionais, inclusive matemáticas.

## Alguns dados

Seguem nesta parte do texto alguns dados trabalhados em sala de aula para conhecer a realidade. No curso técnico em agropecuária do IFC foram utilizados os dados do Instituto Nacional de Colonização e Reforma agrária (INCRA) para compreender como se dá a produção e comercialização dos agricultores familiares da região de Abelardo Luz. Os dados mostram a porcentagem que a família produz para a venda e para consumo próprio o que gera economia para a família.

Tabela 01

*Produção agrícola: Cultivos agrícolas/Canais de comercialização em de Aberlado Luz 2015/2014 .*

Principais Cultivos	2014		2015	
	Comercio %	Produção total	Comercio %	Produção total
Raízes e tubérculos	4%	650.817	9%	624.969
Horta	6%	99.667	12% <sup>1</sup>	67.625
Baraços	6%	137.915	12%	140.705
Pomar	3%	85.068	3%	94.173
Policultivos	3%	191.669	3%	211.989
Milho	32%	7.868.560	23%	8.548.610
Feijão	70%	371.796	74%	365.081
Amendoim	37%	6.405	25%	4.280
Pipoca	4%	970	22%	1.355
Soja	94%	4.153.090	99%	5.194.414
Fumo	100%	755.025	100%	789.975

Fonte: Sigr/Incr 2015.

<sup>1</sup> Os cultivos que tiveram aumento na comercialização foram raízes e tubérculos, horta e pomar, em torno de 6%

Este tema pode ser debatido em sala de aula e depois os alunos quantificaram o que proporciona economia de compra de alimentos. Assim de um dado estatístico coletado temos um debate sobre como as famílias podem organizar suas finanças. Deixamos de ter um simples dado para transformamo-lo em um indicador. Outros dados também mostram que o forte da produção nesta região é o Leite.

Tabela 02

*Produção animal: Destino da Produção Leite na Região de Aberlado Luz 2014-2015.*

Principais Cultivos	2014		2015	
	Produção total (litros)	Produção total (litros) %	Produção total (litros)	Produção total (litros) %
Autoconsumo	270592	1,61%	259.780,50	1,36%
Uso no Lote	435288,5	2,59%	490139	2,57%
Processado	320865	1,91%	339840	1,78%
Venda na Propriedade	240	0,00%	6450	0,03%
Indústria	551600	3,28%	503000	2,63%
Cooperativas	15241059	90,61%	17505204	91,63%
Produção Total	16.819.644,50	100,00%	19.104.413,50	100,00%

Fonte: Sigr/Incr 2015.

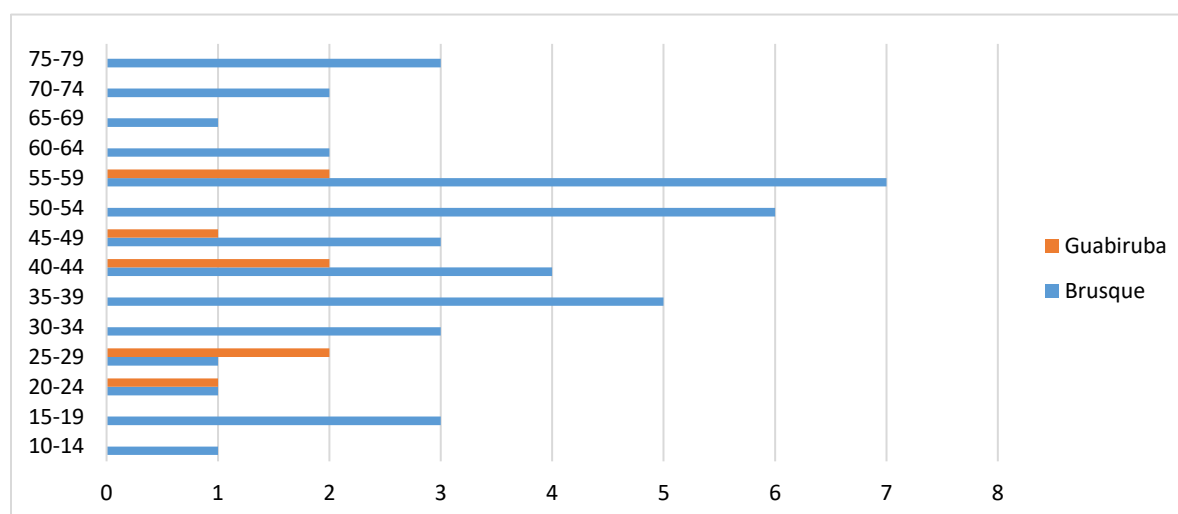
Em sala de aula foi possível conversar e perceber sobre a importância deste tipo de produção e os impactos no desenvolvimento local. Aqui, vemos o que Freire fala da leitura do mundo, os jovens se veem como produtores e conseguem perceber a importância do trabalho da sua família.

Diferentemente dos dados da produção, outros dados também podem ser trabalhados em sala de aula. Os índices de suicídio, proporcionando o diálogo com intuito da prevenção deste problema que atualmente atinge muitas pessoas. Dentro das ciências sociais, o suicídio é visto como consequência das pressões que as pessoas sofrem relacionadas à discriminação, homofobia, xenofobia, etc...

Os dados da OMS (2016) falam em torno de 800 mil casos por ano do mundo, 1 suicídio a cada 40 segundos. No Brasil, essa é a terceira causa de óbitos por fatores externos, sendo 5,3 a taxa média por 100 mil habitantes. Numa pesquisa realizada em 2016, na comarca de Brusque/SC, foram analisados dados de 2012 e 2015, conforme os gráficos abaixo

Gráfico 01

Idade Suicídio em Brusque e Guabiruba 2012-2015

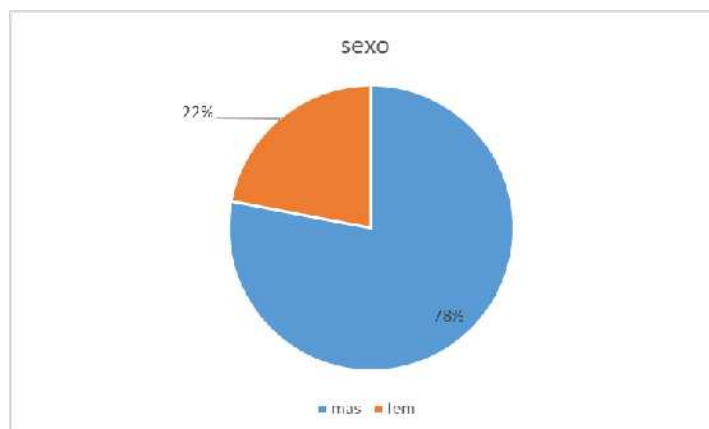


Fonte: Marcolla, F. A., Silva, P. M., Loterio, J., & Cigognini, M. A. 2016

Os dados demonstrar qual a faixa etária em que as pessoas cometem suicídio. Com os estudantes é possível discutir porque pessoas entre 50 e 60 anos cometem mais suicídio: desemprego? Desalento? Desilusão? A pesquisa pode seguir de maneira qualitativa sendo fomentado pelos dados estatísticos. Outros dados interessantes foram referentes à gênero:

Gráfico 02

Suicídio por Sexo: Guabiruba e Brusque 2012-2015



Fonte: Marcolla, F. A., Silva, P. M., Loterio, J., & Cigognini, M. A. 2016

Porque os homens se suicidam mais? Temos que nos atentar que os dados só demonstram os suicídios que foram efetivos. A tentativa de suicídio entre homens e mulheres podem ser iguais, para os métodos utilizados pelos homens tornam-se mais efetivos.

Os dados mostram que a região tem um índice de 15,29 suicídios por 100 mil habitantes. Três vezes mais que a taxa nacional. Através das ciências humanas, como a sociologia, é possível compreender as causas desse fenômeno. Trouxemos dois exemplos bem diferentes de como a estatística pode contribuir para análise social e aproximar ensino e pesquisa, pois muitos destes dados estão disponíveis em sites oficiais o que facilita o trabalho do professor.

## **CONCLUSÃO**

Ao trabalhar esses dados com o estudante, busca-se fazer com que o mesmo possa se ver nessa realidade, como um sujeito em seu mundo. Nosso trabalho buscou debater a relação da matemática, através da estatística nas ciências humanas, apresentando casos usados em aulas dessa área. A estatística é fundamental para a compreensão dos aspectos sociais, e para tanto acreditamos que se desenvolvimento em sala de aula, passe pela pesquisa, aproximando o ensino, a temas relevantes na sociedade, deixando de ser apenas dados, para serem instrumentos capazes de auxiliar na compreensão dos fenômenos da sociedade.

## **Referencias e bibliografia**

Crespo, A. A., Estatística fácil. 17. Ed. São Paulo: Saraiva 1999. 224p, il.

Freire, P. Pedagogia da autonomia. 6. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1997.

\_\_\_\_\_ Pedagogia do oprimido. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

Lopes, C. A. E. A Probabilidade e a Estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular. Campinas – SP. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. (Dissertação de Mestrado). 1998. pgs. 5-6)

Martin, O., (2001) *Da estatística política à sociologia estatística: transformações da análise estatística da sociedade nos séculos XVII-XIX*. Revista brasileira de história. São Paulo, v. 21, nº 41 p. 13-14. <https://nacoesunidas.org/oms-suicidio-e-responsavel-por-uma-morte-a-cada-40-segundos-no-mundo/>

*Estatística como aproximação entre ensino e pesquisa das demais ciências*

Moore, D. G., *A prática da estatística empresarial: como usar dados para tomar decisões*. São Paulo: LTC, 2006. xxxiv, 952 p, il. +, 1 CD-ROM.

Marcolla, F. A., Silva, P. M., Loterio, J., & Cigognini, M. A. 2016 *Perfil Sociodemográfico e Clínico das Vítimas de Suicídio na Comarca de Brusque*, Santa Catarina, Brasil, entre 2012 e 2015  
[http://www.furb.br/\\_upl/files/especiais/fiepe/Pesquisa.pdf?20181029204938](http://www.furb.br/_upl/files/especiais/fiepe/Pesquisa.pdf?20181029204938)

Paulo. S., *Elementos de estatística*. 2. ed. Rio de Janeiro : Globo, 1960. 182p, il. (Biblioteca vida e educação).

Triola, M. F., *Introdução à estatística*. 7. ed. Rio de Janeiro : LTC, c1999. xviii, 410p, il.

Wallis, W. Allen; ROBERTS, Harry V. *Curso de estatística*. Rio de Janeiro : Fundo de Cultura, 1964. 2v,



## Software R aplicado na educação superior

Thamara Marques **Rodrigues**

Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional e Sistemas, Universidade Estadual de Montes Claros / MG

Brasil

thamaramarquesrodrigues@yahoo.com

Rafael Aparecido Pereira **Lopes**

Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional e sistemas, Universidade Estadual de Montes Claros / MG

Brasil

rafaaplopes@icloud.com

Romulo Barbosa **Veloso**

Professor titular do Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional e sistemas, Universidade Estadual de Montes Claros / MG

Brasil

romulo.veloso@unimontes.br

Renê Rodrigues **Veloso**

Professor titular do Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional e sistemas, Universidade Estadual de Montes Claros / MG

Brasil

rene.veloso@unimontes.br

A estatística está presente no currículo da maioria dos cursos superiores, pois é reconhecidamente uma área de grande contribuição na tomada de decisão, sendo corroborado este cenário com o advento da era da informação e do conhecimento. Os modelos estatísticos revolucionaram a ciência, segundo Stigler (1986) eles foram desenvolvidos com base científica, lógica e tecnológica para a solução e investigação de problemas em várias áreas do conhecimento. Para a execução desses modelos estatísticos de grandes massas de dados, temos softwares estatísticos que impulsionam a pesquisa, trazendo dinamismo e reduzindo significativamente o tempo até a análise dos resultados e tomada de decisão, entretanto tais softwares apresentam custos elevados, afastando o pesquisador com poucos recursos, mais ainda os estudantes. Neste sentido que softwares gratuitos são importantes, pela promoção irrestrita financeiramente do acesso à tecnologia.

Foi criado nos anos de 1990 por Ross Ihaka e Robert Gentleman uma linguagem de programação chamada R, junto com um ambiente de mesmo nome, gratuita e de código fonte aberto. A partir de então, o R se tornou uma ferramenta estatística de grande alcance, conforme Souza; Pertenelli; Mello (2014) atua na análise e manipulação de dados, com testes paramétricos

e não paramétricos, modelagem linear e não linear, análise de séries temporais, análise de sobrevivência, simulação e estatística espacial, elaboração de gráficos com alta autonomia do pesquisador entre outros, permitindo ainda o surgimento de materiais didáticos importantes para o uso acadêmico em diversas línguas.

O R se apresenta como uma alternativa muito interessante para utilização de software no ensino da estatística nos cursos superiores, além de ser gratuito, é um programa disponível para os principais sistemas operacionais de computadores e possui uma gama de colaboradores criando rotinas de cálculos com novas funcionalidades, fazendo do R um programa estatístico de alta performance nos mais variados modelos matemáticos existentes. Além disso, o R trabalha através de linguagem de programação, outra ciência cada vez mais comum nos currículos dos cursos superiores, pois assim como a estatística, a programação vem revolucionando a ciência no que tange a resolução de problemas, atuando em todos setores da sociedade.

Portanto, visando um desenvolvimento na aprendizagem dos acadêmicos através do uso de softwares, modelo já bem aceito nas práticas pedagógicas, conforme diz Weiss e Cruz (1999) influencia positivamente na construção do conhecimento, desenvolvimento do raciocínio lógico, flexibilidade do pensamento, estímulo a curiosidade, fortalecimento da curiosidade e desenvolvimento da leitura informativa. E também, na introdução dos alunos na programação, o R cumpre todos requisitos para sua utilização dentro da sala de aula nos cursos superiores.

### **Referencias bibliográficas**

- Ignácio, S. E. (2010). *Importância da Estatística para o Processo de Conhecimento e Tomada de Decisão*. Recuperado em <http://www.ipardes.gov.br/ojs/index.php/revistaparanaense/article/view/89>.
- Landeiro, V. L., Baccaro, F. B. (2015). *Introdução ao uso do programa R*. Recuperado de [http://www.academia.edu/download/42572258/Introduo\\_ao\\_uso\\_do\\_programa\\_R20160211-26487-y4v6uj.pdf](http://www.academia.edu/download/42572258/Introduo_ao_uso_do_programa_R20160211-26487-y4v6uj.pdf)
- Machado, L. B., Becher, E. L. *Aprendendo estatística com o software R*. Recuperado em [http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6345\\_2685\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6345_2685_ID.pdf).
- Salsburg, D. (2009). *Uma senhora toma chá...: como a estatística revolucionou a ciência no século XX / David Salsburg; tradução José Maurício Gradel; revisão técnica Suzana Herculano-Houzel*. - Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2009.
- Stigler, S. M. (1986). *The history of statistics: the measurement of uncertainty before 1900*. Cambridge, USA: The Belknap Press of Harvard University Press.
- Weiss, A. M. L., Cruz, M.L.R.T. (1999). *A informática e os problemas escolares de aprendizagem*. Rio de Janeiro: DP&A Editora. 2ª edição.



## Niveles de comprensión: tablas y gráficas estadísticas en grado 5° de básica primaria

David Fernando Méndez Vargas<sup>1</sup>

Grupo de investigación EDUMATH Universidad de Antioquia  
Colombia

[davidmendezvargas@gmail.com](mailto:davidmendezvargas@gmail.com)

Pedro Vicente Esteban Duarte<sup>2</sup>

Grupo de investigación EDUMATH Universidad de Antioquia  
Colombia

[pesteban@eafit.edu.co](mailto:pesteban@eafit.edu.co)

### Resumen

El presente documento tiene como fin compartir una experiencia investigativa en el campo de la estadística, cuyo objetivo es describir el proceso mediante el cual estudiantes de grado quinto (5°) de Básica Primaria, desarrollan comprensión en lectura e interpretación de información presentada en tablas y gráficas estadísticas, mediante descriptores para cada uno de los niveles propuestos por la Enseñanza para la Comprensión, se parte de la necesidad de fortalecer este campo desde la básica primaria y proponer nuevas formas de abordar este tipo de estudio al interior del aula de clase.

*Palabras clave:* Pensamiento estadístico, análisis de datos, tablas y gráficos estadísticos, interpretación, Enseñanza para la Comprensión

---

<sup>1</sup> Docente tutor, Apartado, Antioquia.

<sup>2</sup> Profesor de tiempo completo, Departamento de Ciencias Básicas, Universidad EAFIT.



## **Introducción**

El presente documento se origina a partir de los resultados obtenidos en el trabajo investigativo que se realizó en el marco de la maestría en regiones, orientado por la universidad de Antioquia, el cual se desarrolló entre los años 2013 y 2016, en el municipio de Apartadó. Este tiene sus orígenes en la reflexión realizada como docentes, frente al desafío de la educación matemática para fomentar “la comprensión de tablas y gráficas estadísticas en estudiantes de grado quinto de básica primaria” con el ánimo de propiciar estudiantes críticos ante la toma de decisiones que requieren del uso de este tipo de conocimiento, tal como lo plantea el National Council of Teachers of Mathematics (1989). Este desafío surge por la evolución que ha tenido la Estadística a través de la historia y su utilidad en diferentes disciplinas del saber, como la psicología, el deporte, la medicina, entre otras. Para Watson, (2006), Godino, & Batanero (2002), entre otros, teniendo en cuenta que gran parte de la información que hoy invade la vida cotidiana, es publicada por los diferentes medios de comunicación utilizando la Estadística.

## **Descripción del problema**

Los lineamientos curriculares y estándares básicos de matemática MEN, (2006) sostienen que la matemática debe abordarse a partir de cinco pensamientos, siendo uno de ellos, Aleatorio y Sistemas de datos, en este se encuentran establecidas las competencias que los estudiantes deben alcanzar en cada conjunto de grado, para el caso específico de grado quinto, en este pensamiento los estudiantes deben:

- Representar datos usando tablas y gráficas (de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares)
- Comparar diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.
- Interpretar información presentada en tablas y gráficas (de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares)

A pesar de estar planteado por los referentes curriculares, la realidad al interior del aula de clase es otra, en la mayoría de las instituciones educativas del municipio de Apartadó este pensamiento se deja para abordarlo en el último periodo, por lo que en algunos casos no se alcanza a estudiar, lo que implica que los estudiantes queden sin ver esta competencia.

Por otra parte, se hizo un análisis a las pruebas saber grado 5° de los años 2014 y 2015 y se encontró que gran parte de estas se relacionan de alguna manera con el pensamiento aleatorio y sistemas de datos, especialmente con la interpretación de tablas y gráficas, es de anotar que no sólo en el área de matemática, también, en el área de ciencias naturales donde se encontraron preguntas que requieren la interpretación de tablas y gráficas. Al confrontar este tipo de preguntas con los conocimientos de los estudiantes se evidenció que en su mayoría no comprendían información presentadas en tablas y gráficos.

Estas ideas ponen en consideración, la necesidad de iniciar un proceso de enseñanza y aprendizaje desde la básica primaria que apunte a la lectura e interpretación de información presentada mediante tablas y gráficas estadísticas, con procedimientos que partan del contexto y permitan a los estudiantes comprender lo aprendido, ya que “comprender no es sólo albergar conocimientos, es también la habilidad para utilizar este conocimiento en el mundo real de forma creativa y competente en el momento oportuno” (Ottaviani 1999. p. 75).

Con la intención de contribuir al estudio de la estadística desde la educación escolar, específicamente en lo relacionado con la comprensión de información presentada a través de tablas y gráficas estadísticas, se formula la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo comprenden estudiantes de grado quinto (5°) información presentada en tablas y gráficas estadísticas?

### **Marco teórico**

Después de una reflexión frente a las distintas formas en que se puede abordar un proceso investigativo en Estadística, consideramos la Enseñanza para la Comprensión (EpC) como marco teórico para desarrollar este proyecto, haciendo uso de sus características que determinan a lo largo del proceso enseñanza y aprendizaje las funciones que deben cumplir tanto el profesor como el estudiante, se precisan los momentos de intervención, los trabajos y acciones que deben realizar, así como los niveles de comprensión que pueden alcanzar los estudiantes de acuerdo a su desempeño, Blythe (1998). El marco EpC nace en la Escuela de Posgraduados de Educación de la Universidad Harvard. Blythe y Perkins, (1998) dieron origen a un nuevo modelo metodológico de la Educación. Este se crea a partir del proyecto Zero, el cual estaba centrado en la enseñanza de las artes, pero su eficacia a lo largo del tiempo ha hecho que su interés se extienda a otras disciplinas en el campo de la Educación.

La Enseñanza para la Comprensión en su parte estructural está conformada por dimensiones (Contenidos, Métodos, Praxis, Forma de Comunicación) y elementos (Hilo conductor, Tópicos generativos, Desempeños de comprensión, Valoración continua). Este último valora el aprendizaje de los estudiantes en cuatro niveles; Ingenuo, Novato, Aprendiz, Experto. Estos recursos permitirán al docente consolidar la propuesta de aula, sobre todos los desempeños de comprensión quienes orientan las acciones o actividades que los estudiantes deben desarrollar para demostrar que han comprendido el concepto en cuestión, Blythe (1999). A continuación, se esbozan los desempeños en sus tres fases:

- **Desempeños exploratorios:** son las actividades o acciones que deben realizar los educandos con el objetivo de detectar cuáles son las ideas previas que tienen frente a las metas que se han planteado.
- **Desempeños de investigación guiada:** se refiere aquellas acciones donde los estudiantes reciben la orientación del profesor y en conjunto llegan a la construcción y comprensión de un nuevo conocimiento.
- **Final de síntesis:** son las acciones que los estudiantes realizan, en la cual, demuestran que han comprendido lo que se planteaba en las metas de comprensión, reflejándose en su creatividad y flexibilidad para aplicar lo aprendido.

Para Stone, M. (2003), la comprensión se presenta cuando los estudiantes pueden pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que sabe, por el contrario, cuando un estudiante no puede ir más allá de la memorización, repetición de acciones rutinarias, es un indicio de falta de comprensión.

A partir del modelo de la EpC, se diseñaron tres instrumentos con el fin de recolectar información útil para alcanzar nuestro objetivo de investigación. Estas herramientas fueron; los organizadores de unidad como base de la planeación del docente, la guía de actividades como instrumento de trabajo para los estudiantes, y los portafolios como evidencia y seguimiento del

proceso.

### **Metodología**

La presente investigación se enmarca en un enfoque cualitativo, en el campo educativo, los estudios de este tipo son aquellos que buscan desarrollar objetivos de comprensión de diversos fenómenos socioeducativos y transformación de la realidad. Por tanto, la investigación puede dirigirse a la comprensión, transformación, cambio y tomas de decisión. Sandín, (2003). Se implementó un estudio de caso instrumental Stake (1999), el cual manifiesta que a través de este caso se busca comprender las acciones de los participantes cuando se involucran aspectos nuevos. Además, de permitir trabajar con un colectivo, pero de allí tomar una muestra para ser analizada a profundidad.

La investigación se desarrolló en el colegio americano del municipio de Apartadó en grado quinto con una población de 70 estudiantes de los cuales se tomó una muestra de 10 para analizarlos a profundidad, la recolección de los datos se realizó durante los meses de febrero a junio de 2016.

### **Recolección de información**

El proceso investigativo al interior del aula de clase, se desarrolló a partir de la observación e implementación de la guía de actividades diseñada desde los parámetros establecidos por la EpC. Ésta contempla tres momentos: fase de Exploración, fase de Investigación Guiada y fase del Proyecto Final de Síntesis.

- **Exploración:** las actividades de esta fase están enfocadas al reconocimiento de diversos tipos de gráficos estadísticos, el lenguaje de la disciplina, la utilidad de la estadística en las diferentes ciencias, esto con la intención de obtener un diagnóstico preliminar de los participantes y acercarlos al objeto de estudio. A continuación, se muestra imagen correspondiente al reconocimiento de gráficos y la utilidad de estos.



*Imagen 1.* Foto fase de exploración.

Se puede observar como los participantes exploran diferentes tipos de gráficos y luego enuncian sus apreciaciones a partir de preguntas orientadoras.

- **Investigación Guiada:** Esta fase contempla actividades de interacción entre docente y estudiantes en relación al objeto de estudio, se presentan actividades como; relación de tablas y gráficas, preguntas interpretativas a partir de un gráfico o tabla de frecuencia dada, construcción de tablas y gráficas a partir de información recolectada en el entorno, todo ello con el fin de recoger información que nos permitiera dar cuenta de cómo los participantes interactúan con el objeto de estudio. A continuación, imagen de esta fase.

1. Observa la gráfica y completa las afirmaciones.

- El eje horizontal indica Horas
- El eje vertical indica temperatura (°C)
- La temperatura más alta del día se registra a las 14 (7:00 Pm)
- A las 9 am la temperatura que se registra es 10 °C
- A las 10 pm la temperatura que se registra es 17 °C
- La temperatura más baja se registra a las 3 (3:00 Am)
- El cambio de temperatura que se registra las 4 am y 6 am es de 0 °C
- La temperatura empieza a aumentar a partir de 3, 6 y de 17
- La temperatura empieza a disminuir a partir de 15, 17 y de 21
- El aumento de la temperatura de las 12:00 a las 3:00 pm es 6 °C
- A las 9:00 am y a las 23 (11:00 pm) se registra una temperatura de 10°C.
- No se registra ningún cambio en la temperatura a las 19-20, 23-24, 15-16, 10-12, 4-6.

2. Discute con tus compañeros la posibilidad de presentar esta información en un diagrama circular.

3. Ne lo escribes porque no se puede hacer en un diagrama circular. La tiza de hacer de temperatura

Imagen 2. Foto fase de investigación guiada.

En la actividad anterior se puede observar como a partir de una gráfica el estudiante realiza algunas interpretaciones que dan cuenta de la información contenida en esta.

- **Final de Síntesis:** En esta fase se les propuso a los participantes que plantearan una situación de su interés, donde de forma creativa mostraran lo comprendido. Esta actividad involucró los distintos momentos desarrollados por los estudiantes (diseño de pregunta, recolección de la información, construcción de tabla y gráfica, interpretación de la información), permitiendo mostrar los avances y las comprensiones del tópico generativo durante el proceso de intervención del guía de actividades.

El siguiente participante indagó por la preferencia de jugador de futbol, tomando a sus compañeros como muestra. Estos son sus resultados.

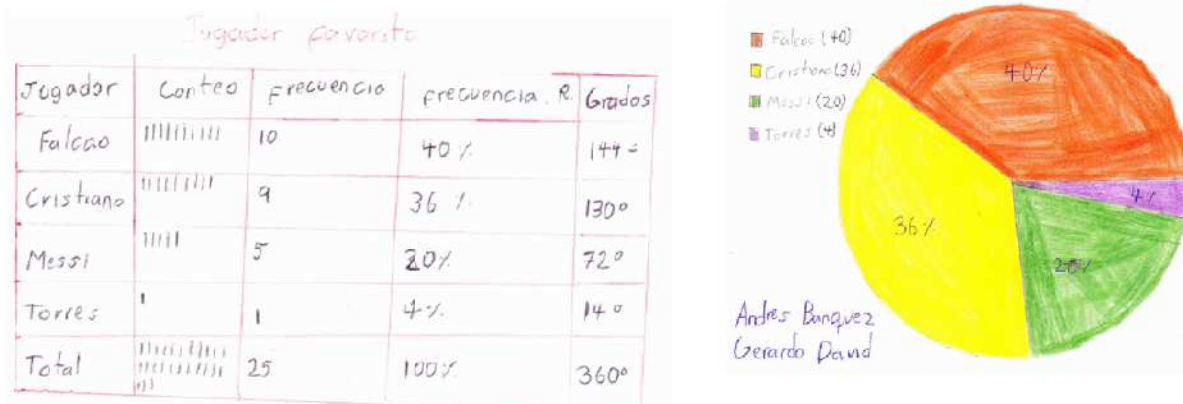


Imagen 3 y 4. Foto fase de final de síntesis.

Una vez aplicados los tres momentos, exploración, investigación guiada y final de síntesis, se procede analizar la información haciendo triangulación entre; la observación, la teoría y los resultados obtenidos.

### Análisis y resultados

Para el análisis de la información recolectada, se diseñó una Matriz de Evaluación. Esta permite categorizar los desempeños mostrados por los participantes en los ejercicios propuestos en la guía de actividades, de acuerdo a los aspectos afianzados en cada dimensión, lo que nos permitió diseñar descriptores para los niveles de comprensión en cada una de las categorías. Todo ello teniendo en cuenta: lo propuesto por el marco EpC para la construcción de los niveles; lo expuesto por la literatura correspondiente a la cultura estadística, Gal, I. (2002), Wallman (1993) y Watson (1997), especialmente la investigación realizada por Batanero, C. y Godino, J. (2002) quienes establecen cuatro niveles de comprensión de los gráficos Lectura literal (leer los datos); Hacer una inferencia (Leer más allá de los datos); Valorar los datos (Leer detrás de los datos), la observación y las actividades desarrolladas por los participantes en cada uno de los desempeños, esta información se triangula con la ayuda de Excel y a partir de allí se generan los descriptores para cada una de las dimensiones que pretenden mostrar cómo avanzan los participantes en la comprensión de información presentada en tablas y gráficas estadísticas.

A continuación, compartimos las matrices que muestran los niveles de comprensión para la dimensión de Método, Praxis y comunicación.

Matriz de niveles: dimensión de método

CATEGORIA	INGENUO	NOVATO	APRENDIZ	EXPERTO
<b>Construcción de gráficas estadísticas</b>	Construye gráfica de barra sin tener en cuenta los elementos básicos para ellos, como el título, rotulación de los ejes.	Construye gráfica de barra teniendo en cuenta elementos como el título, rotulación de los ejes, color de las barras.	Construye gráfica circular por intuición, es decir, relacionando la frecuencia absoluta con el sector circular, a mayor frecuencia, mayor sector circular.	Construye gráfica circular a partir de la relación coherente (proporcionalidad) entre la frecuencia y el sector circular, haciendo las conversiones correspondientes entre los colores y la información que este representa.
<b>Construcción de tablas de frecuencia (variable cualitativa)</b>	establece las columnas necesarias para la variable, conteo, frecuencia y frecuencia relativa. ubica el conteo y la frecuencia absoluta.	realiza las divisiones entre la frecuencia y el tamaño de la muestra, para hallar la frecuencia relativa.	realiza las divisiones entre la frecuencia y el tamaño de la muestra, y la multiplica por 100 para hallar la frecuencia relativa.	establece las frecuencias relativas y comprende cada uno de los porcentajes.

Tabla 1

Fuente: investigación 2016

Tabla 2

Matriz de niveles: dimensión de praxis

CATEGORIA	INGENUO	NOVATO	APRENDIZ	EXPERTO
<b>Exploración de situaciones a partir de tablas y gráficas estadísticas</b>	Explora información presentada en tablas y gráficas estadísticas asociadas a una situación en particular.	Averigua de forma textual información presentada en tablas y gráficas estadísticas asociadas a una situación en particular.	Indaga por información presentada en tablas y gráficas estadísticas para sustentar explicaciones de estas.	Indaga por información presentada en tablas y gráficas estadísticas para sustentar explicaciones de estas, hacer conjeturas y generar nuevo conocimiento.
<b>Asociación de tablas y gráficas</b>	Asocia las tablas y gráficas con el uso que pueden tener únicamente en el área de matemáticas.	Además de Asociar las tablas y gráficas con el área de matemáticas, propone un nuevo campo de acción como los negocios.	Reconoce el uso de tablas y gráficas en otras áreas distintas a las matemáticas, medicina, educación, economía, entre otras.	Reconoce el uso de tablas y gráficas en otras áreas distintas a las matemáticas, considerándola que se puede utilizar en cualquier disciplina, es decir, transversal a otras áreas del conocimiento.

Fuente: investigación 2016

Tabla 3

Matriz de niveles: dimensión de comunicación

CATEGORIA	INGENUO	NOVATO	APRENDIZ	EXPERTO
<b>Apropiación de lenguaje estadístico</b>	Reconoce algunos términos propios de la disciplina relacionados con los diagramas.	Reconoce términos de la disciplina asociados con los diagramas y las tablas de frecuencias, como frecuencia, relativa	Reconoce términos de la disciplina asociados con los diagramas, las tablas de frecuencias y las medidas de tendencia central	Reconoce términos de la disciplina asociados con los diagramas, las tablas de frecuencias, medidas de tendencia central, además sostiene un dialogo acerca de la información expuesta en una tabla o gráfico

Fuente: investigación 2016

### Conclusiones

A partir de los resultados obtenidos podemos concluir que los estudiantes de grado quinto de primaria desarrollan comprensión de tablas y gráficas estadísticas cuando:

Relacionan información presentada en un gráfico con su diario vivir, como es el caso de la consulta por la preferencia de los futbolistas.

Asocian el sector circular con porcentajes o valores, es decir, a mayor tamaño del sector, mayor porcentaje o valor.

Relacionan la información de los ejes con las barras del gráfico.

Perciben que un gráfico estadístico permite una mejor comprensión de la situación indagada.

Ampliación del vocabulario estadístico por parte de los participantes

Precisan la frecuencia relativa en una tabla de frecuencia, cuando el participante expresa que el 36% de sus compañeros manifiesta que Ronaldo es el jugador favorito

Comprenden que el uso de la estadística es útil en otras ciencias que requieran resumir y presentar información de forma más comprensible para las personas.

Extraen información acertada presentada en un gráfico ejemplo; en la figura 3, el participante expresa que la temperatura a las 9 am es de 10° (fase de investigación guiada)

Comprenden que hay gráficos apropiados para presentar información específica, dependiendo de la naturaleza de los datos, sin embargo, el diagrama de mayor uso es el de barra

Representan información en dos tipos de gráficas, que pueden ser; de barra-circular o de barra y lineal, indistintamente.

A partir de lo anterior, se puede concluir el alcance de la pregunta, durante el proceso investigativo se puede evidenciar como estudiantes de grado quinto comprenden información presentada en tablas y gráficas estadísticas, el hecho de que los estudiantes sean los

protagonistas, impone una disminución de los contenidos del currículo, en beneficio de los procesos constructivos, que permitan la conceptualización en lugar de la algoritmia. Esto permitió que existiera una motivación diferente respecto a los procesos anteriores. Los desempeños de los estudiantes se ven, influenciados por las interacciones que se dan en el interior del aula de clase. Es en la discusión de los grupos, donde surgen las mejores interpretaciones y conclusiones entre los estudiantes e incluso donde el profesor encuentra mejores elementos para promover el análisis. Gracias al ambiente de aprendizaje, los instrumentos usados y al tipo de tareas propuestas, se fue logrando un clima favorable para la generar la participación y apropiación de una cultura estadística en los estudiantes.

Con el desarrollo del presente trabajo investigativo se fortaleció la comprensión de información presentada en tablas y gráficos estadísticos en estudiantes de grado quinto de primaria, se evidencia la importancia del contexto cuando este se involucra en situaciones propuestas por el estudiante, este le encuentra un mayor sentido a lo que hace, se puede decir, que aprende sin darse cuenta.

### **Referencias y bibliografía**

- Arteaga, P. (2011). Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Batanero, C. y Godino, J. (2002). Estocástica y su Didáctica para maestros: Síntesis. [Versión electrónica]. <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumatmaestros> fecha de consulta.
- Batanero, C. y Godino, J. (2005). Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. En R. Luengo (Ed.), *Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas* (pp. 203-226). Badajoz: Universidad de Extremadura.
- Batanero, C. (2006). Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: un desafío educativo. *Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y Azar*. Granada: Sociedad de Educación Matemática Thales. CD ROM.
- Blythe, T. y Perkins, D. (1998). *La enseñanza para la comprensión*. Paidós, Argentina.
- Blythe, T. (1999). *Enseñanza para la comprensión: Guía para el Docente*. Paidós, Buenos Aires.
- Gal, I. (2002). Adults statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1):1–25.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006) *Estándares Básicos de Competencias*. Bogotá Ministerio de Educación
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- Ottaviani, M. (1999). “A note on developments and perspectives in statistics education. Conferencia plenaria en el IV Congreso Latinoamericano de Sociedades de Estadística”, 26 - 30 Julio de 1999, Mendoza, Argentina.
- Sandín. M.P. (2003). *Investigación Cualitativa en Educación. Fundamentos y Tradiciones*. Madrid: McGraw Hill.



Stake, R. (1999) investigación con estudios de casos. Ediciones Morata S.L Madrid.

Wallman, K. (1993). Enhancing statistical literacy: Enriching our society. *Journal of the American Statistical Association*, 88(421):1–8.

Watson, J. (2006). *Statistical Literacy at School*. Mahwah, New Jersey. Lawrence Erlbaum Associate0073.

Wiske, Martha Stone (Comp.). (2003). *La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*. Trad.: Cristina Piña. Buenos Aires, Argentina: Paidós

## Apéndice A

### Actividades fases de Exploración

A continuación, se muestran actividades de la fase de exploración.



Imagen 1. Foto reconocimiento de gráficos Imagen 2. Observando el Vídeo que es la estadística

b. De acuerdo con el video, escribe por lo menos cinco áreas en las que se utiliza la Estadística para presentar información.

medicina.  
ingeniería.  
ciencias sociales.  
conteo de especies en via de extincion.  
la poblacion de una ciudad.

Imagen 4. Respuesta de participante

Imagen 5. Respuesta de participante

Selecciona un gráfico y con tus propias palabras describe la información presentada en él.

En el gráfico de torta que tengo a la mano dice que: en el año 2007 la exportación de café, petróleo, carbón y ferro niquel, en Colombia fue de un 49%, el restante 51% correspondió a productos no tradicionales.

Imagen 6. Respuesta de participante

a. Escribe las diferencias que encuentras en los distintos gráficos.

unos son redondos, otros son en líneas rectas, otros rectangulares y otros dispersados.

Imagen 7. Respuesta de participante

**Apéndice B**

**Actividades fase de Investigación Guiada**



Imagen 8. Foto recolectando datos

2. Una vez diligenciada la tabla, clasifica la información con las siguientes características.

- La información que se puede medir (expresar con números)
- La información que indica una cualidad (no se pueden expresar con números)

*Deporte, mes de cumpleaños, programa de tv favorito, materia preferida, signo zodiacal, gaseosa preferida*

INFORMACIÓN QUE SE PUEDE MEDIR	INFORMACIÓN QUE INDICA UNA CUALIDAD
edad	Deporte favorito
Nº Hermanos	mes de cumpleaños
estatura en cm	programa de tv favorito
Peso	materia preferida
Dinero para el descanso	signo zodiacal
edad padre	gaseosa preferida

Imagen 9. Respuesta de participante, clasificación de variables

*3000 \$*  
*2000 \$*  
*5000 \$*  
*5000 \$*  
*3000 \$*  
*1000 \$*  
*5000 \$*  
*3000 \$*  
*2000 \$*

Dinero en \$	Conteo	Frecuencia	Frecuencia R
3000	□	4	20%
2000	▣	5	25%
5000	▣	6	30%
1000	L	2	10%
4000		1	5%
0		1	5%
10000		1	5%

Imagen 10. Respuesta de participante, tabulando datos

**Apéndice C**

**Actividades fase de Final de Síntesis**

Esta encuesta se le iso a 20 estudiantes de un colegio sobre su gaseosa preferida.

Pregunta: ¿Cual es tu gaseosa favorita?

Imagen 11. Pregunta originada por un participante

TABLA DE FRECUENCIA

Tipo de Gaseosa	Conteo	f	f <sub>r</sub> %
Coca-Cola	11	11	55%
Colombiana	5	5	25%
Manzana	2	2	1%
Sprite	2	2	1%
Total		20	

Imagen 12. Tabulación del participante

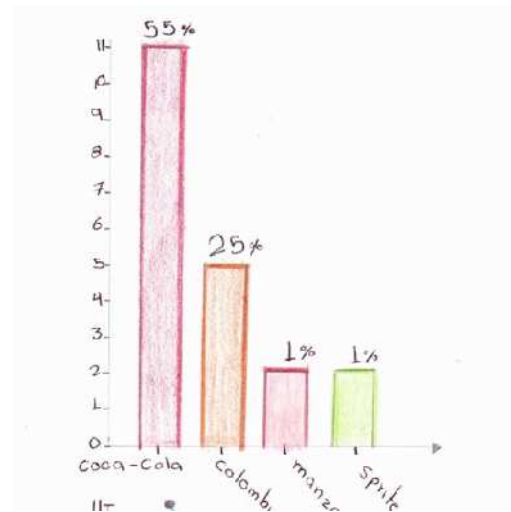


Imagen 13. Gráfica del participante

PREGUNTAS DE ANALISIS

- Cuantos estudiantes prefieren Coca-Cola? 11 estudiantes ✓
- Cuantos estudiantes prefieren sprite? 2 estudiantes
- Cual es el porcentaje de los estudiantes que prefieren Coca-Cola? 55% ✓
- Cuantos estudiantes mas prefieren Colombiana que manzana? 3 estudiantes ✓
- Cuantos estudiantes mas prefieren Coca-Cola que Colombiana? 6 estudiantes ✓
- El porcentaje de estudiantes que prefieren Colombiana es 25% ✓

*Imagen 14. Preguntas del participante, para el análisis de la información*



## **Comprensión de datos estadísticos para la toma de decisiones: proyecto de emprendimiento con estudiantes de grado quinto**

Enith Cristina **Ortiz** Sarrazola

Universidad de Antioquia

Colombia

[encosa@hotmail.es](mailto:encosa@hotmail.es)

Zaida Margot **Santa** Ramírez

Tecnológico de Antioquia

Colombia

[zaida.santa@tdea.edu.co](mailto:zaida.santa@tdea.edu.co)

Diego Alejandro **Castrillón** Osorio

Universidad de Antioquia

Colombia

[diegoastrillonosorio@gmail.com](mailto:diegoastrillonosorio@gmail.com)

### **Resumen**

La presente investigación centra su atención en la necesidad de avanzar en los procesos de comprensión de datos estadísticos, en relación con los requerimientos del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN). El estudio de la estadística se motiva a través de un proyecto de emprendimiento, en el que el estudiante pueda tomar decisiones teniendo en cuenta la interpretación crítica que haga de los datos recolectados y analizados. Se propone el diseño y evaluación de una unidad didáctica, enmarcada en la Enseñanza para la Comprensión, a partir de situaciones cotidianas y llamativas para estudiantes de quinto de básica primaria, con miras a la formación de ciudadanos estadísticamente cultos. La metodología se fundamenta en un enfoque cualitativo, a través de un estudio de casos que posibilita la descripción e interpretación del fenómeno en cuestión, en este sentido, es posible integrar la estadística y el emprendimiento.

*Palabras clave:* datos estadísticos, Enseñanza para la Comprensión, proyecto de emprendimiento, toma de decisiones.

### **Planteamiento del problema**

Un alto porcentaje de estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa Julio Restrepo, de Salgar, Antioquia (Colombia), presentan un nivel bajo en el área de matemáticas;

esta situación se refleja en los resultados de las Pruebas Saber, cuya información es presentada por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES), cada año.

Al realizar un análisis del informe proporcionado por el ICFES, para el grado quinto, en el año 2017, es posible determinar que, dentro del pensamiento aleatorio y sistemas de datos, se especifican algunas dificultades centradas en los siguientes indicadores:

- “El 49% no describe ni interpreta datos relativos a situaciones del entorno escolar” (ICFES, 2017, p. 10)
- “El 17% no clasifica ni organiza la presentación de datos” (p. 10).
- “El 63% no resuelve problemas que requieren representar datos relativos al entorno usando una o diferentes representaciones” (p. 11).
- “El 10% no resuelve problemas que requieren encontrar y/o dar significado a la medida de tendencia central de un conjunto de datos” (p. 11).

Esta información se verificó con la aplicación de dos actividades exploratorias; la primera se diseñó con ejercicios generales de representación de datos, interpretación de gráficas y solución de problemas a partir de dichas representaciones. La segunda se aplicó con el fin de hacer un mayor énfasis en la representación de información a través de gráficos estadísticos y la identificación de la toma de decisiones, partiendo de situaciones de emprendimiento empresarial, en el contexto escolar de los mismos estudiantes.

Al analizar los resultados de los ejercicios de exploración de saberes previos, se pudo identificar una dificultad para representar información en gráficas estadísticas, interpretarla y tomar decisiones con base en los datos obtenidos. También, se observa que al momento de resolver problemas o construir estrategias para la toma de decisiones partiendo de la información que brinda un gráfico, los estudiantes dan respuestas que no tienen relación con la información presentada; de hecho, tienden a dar opiniones personales, creencias sociales o, incluso, apreciaciones que no guardan relación con la situación presentada.

Lo anterior da cuenta de la necesidad de fortalecer procesos de comprensión de conceptos estadísticos, entendiendo la comprensión como una habilidad para pensar y actuar a partir de lo que se sabe, mediante desempeños flexibles, es decir, actuaciones que den cuenta de lo que se comprendió en un contexto determinado (Stone, 1999). En este sentido, Batanero (2004) afirma que la estadística juega un papel primordial en el desarrollo de la sociedad humana, ya que favorece la habilidad para analizar la variabilidad de una situación y apreciar los aportes que el pensamiento estadístico puede hacer en nuestra toma de decisiones, tanto en el ámbito personal como profesional. Por esta razón, la enseñanza de la estadística debe fundamentarse desde las exigencias que requiere el mundo actual, es decir, posibilitar desde el aula de clase la construcción de procesos de comprensión, a través de la aplicabilidad de los contenidos, mediante ejercicios de experimentación que vinculen las situaciones del contexto inmediato; al respecto, Méndez y Vargas (2013) precisan:

Uno de los retos de la enseñanza es poder conectar lo que sucede al interior del aula de clase (teoría) con la realidad que vive el estudiante fuera de ella. Esta conexión entre escuela y vida cotidiana bien puede llevarse a cabo haciendo uso de la estadística y más específicamente con la utilidad de las tablas y gráficas, donde el estudiante le encuentre sentido a lo que aprende, resolviendo situaciones que sean de interés para él. (p.145)



Por lo tanto, es necesario trascender las estrategias y metodologías a situaciones del contexto, a través de la integración de diferentes áreas del conocimiento en aras de fortalecer procesos de razonamiento, resolución de problemas y formas de comunicación; en este caso, se deben incluir necesidades contemporáneas como el desarrollo de la creatividad, la innovación, las competencias ciudadanas y laborales, y la preparación para la productividad, las cuales son necesarias para la formación en emprendimiento. Esta última actitud se define, desde el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2012), como:

[...] la disposición personal a actuar de forma proactiva frente a cualquier situación de la vida. Esta actitud genera ideas innovadoras que pueden materializarse en proyectos o alternativas para la satisfacción de necesidades y solución de problemáticas. Así mismo, propicia el crecimiento y la mejora permanente del proyecto de vida. (p. 13)

En este escenario, la estadística, además de posibilitar la interpretación de datos, fortalece la toma de decisiones en circunstancias particulares, en este caso, un proyecto de emprendimiento que parte de las ideas propias o necesidades de los estudiantes y es desarrollado a través de la recolección e interpretación de datos estadísticos para, posteriormente, propiciar la toma de decisiones basadas en inferencias e hipótesis sustentables en información real. De acuerdo con lo anterior, con el estudio se pretende responder la siguiente pregunta de investigación: ¿cómo la comprensión de datos estadísticos propicia la toma de decisiones en un proyecto de emprendimiento con estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Julio Restrepo?

### **Objetivo general**

Analizar de qué manera la comprensión de datos estadísticos propicia la toma de decisiones en un proyecto de emprendimiento con estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Julio Restrepo.

### **Objetivos específicos**

- Describir cómo los estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa Julio Restrepo, comprenden datos estadísticos para la toma de decisiones, a partir de una rúbrica por niveles, desde el marco de la Enseñanza para la Comprensión.
- Diseñar una unidad didáctica cuyo propósito sea la creación de un proyecto de emprendimiento con estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Julio Restrepo, que permita la comprensión de datos estadísticos para la toma de decisiones.
- Evaluar si la unidad didáctica diseñada permite la comprensión de datos estadísticos para la toma de decisiones, en estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Julio Restrepo.

### **Marco Referencial**

Para dar respuesta a la pregunta de investigación, se revisan algunos referentes relacionados con la comprensión de datos estadísticos, la toma de decisiones, la cultura del emprendimiento y el marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión.

### **Aproximación teórica sobre los datos estadísticos**

Actualmente, es evidente la presencia de la estadística en nuestra sociedad; su utilidad debe permitir la posibilidad de hacer análisis de la información y tomar decisiones adecuadas en



situaciones de incertidumbre (Batanero, 2004). Por esta razón, los procesos de educación han puesto especial atención a la formación de una cultura estadística desde temprana edad, implementando su enseñanza en el currículo; al respecto, Holmes (1980, citado en Batanero, 2004), justifica esta idea, argumentando que los futuros ciudadanos necesitan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos, dado que es útil para el desarrollo personal, pues permite fomentar un razonamiento crítico; además, ayuda a comprender los temas restantes del currículo.

De esta manera, la interpretación de datos en gráficos estadísticos hace parte de la consolidación de ciudadanos estadísticamente cultos; en este caso, dichas representaciones “son un potente instrumento para comunicar información y para resumirla en forma eficiente” (Cazorla, 2002, citado por Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras, 2011). De hecho, dentro de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, se especifica que algunas de las competencias que debe alcanzar un estudiante para el ciclo de grados de cuarto y quinto, son las siguientes “represento datos usando tablas y gráficas [...], interpreto información presentada en tablas y gráficas [...] y resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos” (MEN, 2006, p. 38). Dichas competencias reiteran la importancia de orientar el trabajo de clase hacia la interpretación crítica de datos estadísticos, mediante trabajos experimentales, propios del contexto del estudiante.

### **Aproximación teórica sobre la toma de decisiones**

El pensamiento aleatorio y sistemas de datos propicia en el estudiante la comprensión de fenómenos reales, a través de la recolección, representación e interpretación de información, la cual le posibilita hacer conjeturas y tomar decisiones; en este sentido, su enseñanza se debe abordar en contextos significativos para este, donde la presencia de problemas abiertos con cierta carga de indeterminación, permita exponer argumentos estadísticos, encontrar diferentes interpretaciones y tomar decisiones (MEN, 2006).

Una de las formas en las que se puede contextualizar la estadística, es a través del trabajo con proyectos; en este caso, los estudiantes podrían identificar un tema de estudio y, con base en este, formular preguntas, coleccionar datos relevantes para el tema de estudio, analizar los datos e interpretar los resultados teniendo en cuenta la pregunta planteada y, luego, escribir un informe final (Batanero y Díaz, 2004).

### **Aproximación sobre la cultura del emprendimiento**

La cultura de emprendimiento pretende integrar las diferentes áreas del conocimiento como apoyo y complemento para el desarrollo de actitudes desde el ser y el saber hacer; se plantean objetivos específicos, que además de contribuir con la creación de negocios, también puedan propiciar la solución de problemas en contextos determinados (MEN, 2012).

Un ejemplo claro, es la relación que desde el aula de clase se puede establecer entre el emprendimiento y las matemáticas, a través de una correspondencia entre una y otra, es decir, el emprendimiento es uno de los vehículos para dar aplicación a los conocimientos estadísticos, y la estadística da significado a cuestiones que parecen abstractas en el momento de llevar a cabo ideas de emprendimiento. Por lo tanto, hacer de la escuela un espacio de integración de áreas, no es solo una opción, se debe convertir en una necesidad, para que el estudiante desarrolle habilidades para la vida, especialmente en lo relacionado a la solución de problemas y a la toma de decisiones.

## **Aproximación al Marco Conceptual de Enseñanza para la Comprensión**

La Enseñanza para la Comprensión es un marco conceptual en el que la comprensión es el eje central de la educación, llevando al estudiante a un proceso en el que no solo sea capaz de repetir conceptos y teorías, sino que, también, sea capaz de pensar y actuar. La noción de comprensión que se plantea desde este marco conceptual, está basada en una idea constructivista; sin embargo, difiere del modelo habitual en dos elementos básicos: qué se construye y cómo procede la construcción (Stone, 1999). En términos generales, la comprensión es “la capacidad de desempeño flexible” (Perkins, 1999, p. 70), es decir, pensar a partir de lo que se sabe, poder aplicar ese conocimiento en un desempeño que no siempre es predecible, pues podría ser una situación que sucede y ante la cual se debe actuar, demostrando eso que se ha comprendido. En este sentido, los estudiantes deben ser capaces de comprender la naturaleza del conocimiento para resolver problemas, buscar soluciones, tomar decisiones y transformar el mundo que los rodea (Stone, 1999).

El proceso de la comprensión considera unos ejes centrales que parten de cuatro preguntas generadoras: 1) ¿qué tópicos realmente vale la pena comprender?, 2) ¿qué aspectos de los tópicos son los que deben ser comprendidos?, 3) ¿cómo se puede promover la comprensión?, 4) ¿cómo podemos saber lo que se está comprendiendo? (Stone, 1999). Para dar respuesta a estos interrogantes, se consideraron cuatro elementos: tópicos generativos, metas de comprensión, desempeños de comprensión y evaluación diagnóstica continua, en los cuales se establece una ruta de comprensión desde la planeación, hasta la verificación de lo que el estudiante ha comprendido (Stone, 1999); también se consideraron unas cualidades, las cuales se enfocan desde unas dimensiones y unos niveles, es decir, aspectos específicos de cada área del conocimiento: el contenido, los métodos, los propósitos y las formas de comunicación; en cada una de estas dimensiones, el estudiante puede alcanzar un nivel determinado, clasificado en ingenuo, novato, aprendiz y maestría (Boix y Gardner, 1999).

Es así como la Enseñanza para la Comprensión se convierte en un marco conceptual propicio para fortalecer procesos flexibles; en este escenario, la teoría y la práctica guardan una relación íntima, favorecida por una planeación pensada en los intereses y motivaciones del estudiante, con actividades que involucran la construcción colectiva y la participación activa de los actores del proceso de educación (Stone, 1999). En el caso de la comprensión de datos estadísticos, esta no solo se demuestra con la interpretación de datos y gráficos en situaciones propuestas por el docente; uno de los desempeños que se debe evaluar continuamente, está centrado en la aplicabilidad de su significado en actuaciones propias del contexto, como lo es la toma de decisiones justificadas y evaluadas en información recogida por el mismo estudiante; estos procesos están encaminados hacia la comprensión.

## **Metodología**

Para alcanzar el objetivo de esta investigación, es preciso tener claridad respecto al diseño metodológico, el cual se encuentra direccionado hacia la comprensión de datos estadísticos, que puede propiciar la toma de decisiones, desde un proyecto de emprendimiento. A continuación, se presenta el enfoque, el tipo de estudio, los participantes y las técnicas e instrumentos para recolectar información relacionada con el tema de estudio.

## **Enfoque metodológico**

Esta investigación está orientada hacia un enfoque cualitativo, tomando como referencia la concepción de Hernández, Fernández y Baptista (2006), en la que establecen que “las investigaciones cualitativas se basan más en una lógica y proceso inductivo (explorar y describir, y luego generar perspectivas teóricas)” (p. 9). En este sentido, la observación, descripción, análisis y reflexión son acciones que determinan los resultados, las conclusiones o las hipótesis que surgen después de un contacto directo con los investigados, por medio de vivencias e interacciones a través del lenguaje verbal o no verbal (Hernández et al., 2006).

En este estudio, el trabajo de campo se convierte en el factor principal para hacer procesos de interpretación, con una observación encaminada al análisis de la comprensión que presentan los estudiantes en relación a los datos estadísticos. En la investigación, el ambiente natural es el aula de clase, en el que se contextualiza la comprensión a través de un proyecto de emprendimiento; para esto, será importante escuchar las opiniones de los estudiantes, interactuar con ellos en las actividades que desarrollan y hacer descripciones y análisis objetivos en relación al proceso.

## **Tipo de estudio**

De acuerdo con las características del enfoque cualitativo, el tipo de estudio con el cual se desarrollará este proyecto de investigación, será un estudio de casos de un grupo de cinco estudiantes del grado quinto de Básica Primaria. Se parte de la idea de que un estudio de casos es una herramienta valiosa de investigación, cuya fortaleza está centrada en la medición y registro de la conducta de las personas involucradas en el fenómeno estudiado (Martínez, 2011), con el fin de dar explicaciones desde múltiples perspectivas, pero teniendo en cuenta las actuaciones individuales de cada estudiante, debido a que cada uno es un caso particular; de esta forma, se obtiene así un conocimiento más amplio del fenómeno, que es la comprensión de datos estadísticos y la relación directa con la toma de decisiones. Para obtener un conocimiento amplio de dicho fenómeno, se hace necesario investigarlo desde su contexto real, a través de múltiples fuentes de evidencia (Yin, 1984).

## **Participantes**

Para el desarrollo de la propuesta de investigación, se eligen cinco estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa Julio Restrepo, ubicada al suroeste del departamento de Antioquia, Colombia. Esta selección se realiza teniendo en cuenta los siguientes criterios: dificultad en la interpretación y análisis de datos estadísticos, motivación e interés por el área de matemáticas y participación activa en los diferentes procesos desarrollados en el área de emprendimiento. Con anterioridad, se solicita el consentimiento de los padres de familia para poder llevar a cabo las diferentes actividades y, de ser necesario, trabajar en horarios extra clase.

## **Métodos de recolección y análisis de la información**

La información se analiza desde tres técnicas diferentes: la observación, la entrevista y el material del estudiante, las cuales se describen a continuación.

La observación sirve de guía para describir paso a paso lo que ocurre durante cada una de las actividades y para obtener datos relevantes que tengan relación con el objetivo de la investigación, teniendo en cuenta que esta “conduce al investigador a una mejor comprensión del caso” (Stake, 1998, p. 60); la entrevista tiene como principal objetivo conocer abiertamente aspectos característicos de los participantes de la investigación, a través de preguntas y

respuestas que favorezcan una comunicación clara y la construcción colectiva de significados con respecto a un tema específico (Janesick, 1998, citado por Hernández et al., 2006); el material del estudiante se utiliza como insumo para describir y analizar con detalle los avances conceptuales y procedimentales que adquieren los estudiantes a través de la aplicación de las actividades propias del trabajo de campo.

### **Resultados esperados**

Para responder a la pregunta de investigación, es necesario dar consecución a los objetivos planteados. En este sentido, se espera realizar un trabajo integrado entre áreas del conocimiento, específicamente la estadística y el emprendimiento, con el fin de avanzar en procesos de comprensión de datos estadísticos, a través del uso de métodos o de procedimientos y la aplicabilidad en el contexto. Es decir, la habilidad de comprensión será evaluada en la medida en que los estudiantes contextualicen los conocimientos estadísticos a través de actividades propias relacionadas con la creación de un proyecto de emprendimiento, que implique la generación de ideas empresariales desarrolladas con ayuda de la interpretación y el análisis de la información; posteriormente, se espera que los estudiantes estén en la capacidad de tomar decisiones sustentadas en datos y situaciones reales.

De igual forma, se busca trascender en los estudiantes de quinto de Básica Primaria, la lectura literal de los datos estadísticos, a una lectura dentro y más allá de los datos, con el fin de interpretar, integrar, realizar comparaciones, operaciones, predicciones e inferencias a partir de estos. Por tanto, los datos se convierten en un componente significativo en la consolidación de ciudadanos estadísticamente cultos, pues deben partir de un contexto conocido por los estudiantes, a fin de que su lectura e interpretación pueda ser crítica y enfocada en una situación específica donde, además de leerlos, los estudiantes puedan estar en la capacidad de recolectar información, posteriormente, representarla en el gráfico que mejor se adecúe a sus necesidades y, finalmente, tomar decisiones con base en dicha información.

### **Referencias y bibliografía**

- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G., y Contreras, M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 76, 55-67.
- Batanero, C. (2004). Los retos de la cultura estadística. *Yupana*, 1(1), 27-37.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. Patricio Royo (Ed.), *Aspectos didácticos de las matemáticas* (pp. 125-164). Zaragoza: ICE.
- Boix, V. y Gardner, H. (1999). ¿Cuáles son las cualidades de la comprensión? En M. Stone (Ed.), *La Enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica* (pp. 215-256). Buenos Aires, Argentina: Editorial Paidós.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.
- Méndez, D. y Vargas, L. (2013). *Comprensión de información presentada en tablas y gráficas estadísticas desde la EpC* (Tesis de maestría no publicada). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Martínez, P. C. (2011). El método de estudio de caso. Estrategia metodológica de la investigación científica. *Revista científica Pensamiento y Gestión*, (20) 165-193.

- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de: <http://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-propertyvalue-55269.html>.
- Ministerio de Educación Nacional. (2012). *Guía N° 39. La cultura del emprendimiento en los establecimientos educativos*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de: [https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-287822\\_archivo\\_pdf.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-287822_archivo_pdf.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional (2017). *Informe por colegio pruebas saber 3°, 5°, y 9°*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de: [https://diae.mineducacion.gov.co/siempre\\_diae/documentos/2017/Institucion\\_Educativa/105642000019.pdf](https://diae.mineducacion.gov.co/siempre_diae/documentos/2017/Institucion_Educativa/105642000019.pdf)
- Perkins, D. (1999). ¿Qué es la comprensión? En M. Stone (Ed.), *La Enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica* (pp. 69-95). Buenos Aires, Argentina: Editorial Paidós.
- Stake, R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid, España: Ediciones Morata.
- Stone, M. (1999). *La Enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Paidós.
- Yin, R. (1994). Investigación sobre estudio de casos. *Diseño y métodos. Applied Social Research Methods Series*, 5(2), 2-35.



## La influencia del pensamiento absoluto en la toma de decisiones ante situaciones de comparación de probabilidades con el modelo de urna

Maribel Aguas Hidalgo

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (Cinvestav-IPN)

México

[aguashidalgomm@yahoo.com.mx](mailto:aguashidalgomm@yahoo.com.mx)

Ricardo Quintero Zazueta

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (Cinvestav-IPN)

México

[quintero@cinvestav.mx](mailto:quintero@cinvestav.mx)

### Resumen

En este trabajo se estudia la influencia del pensamiento absoluto y su pertinencia en la toma de decisiones en situaciones que implican la comparación de probabilidades. Para ello, se diseñaron situaciones de probabilidad clásica con el modelo de urna. En cada situación se plantearon dos urnas con extracción simple, que implican o no relaciones de proporcionalidad, a estudiantes de tercer grado de educación secundaria. El análisis se realizó a través de la categorización de los resultados con base en las relaciones que se establecen entre los componentes de las urnas (casos favorables, desfavorables y posibles). El estudio arrojó que las características de la tarea así como la extrapolación del conocimiento influyen en la toma de decisiones.

*Palabras clave:* relaciones de proporcionalidad, situaciones de probabilidad, modelo de urna, pensamiento absoluto.

### Antecedentes y planteamiento del problema

Los razonamientos proporcional y probabilístico guardan una estrecha relación, por ejemplo, al contrastar la definición de razonamiento proporcional de Lesh, Post y Behr (1988) con lo que Landín y Sánchez (2010) proponen respecto a las implicaciones del razonamiento probabilístico, se identificó que ambos razonamientos requieren de un análisis cuantitativo y cualitativo, así como de la inferencia y la predicción de resultados. De esta manera, ambos razonamientos no se limitan a comparaciones numéricas, y aunque algunos investigadores han intentado distinguir entre sí a estos conceptos (véase por ejemplo Hoemann y Ross, 1971); el trabajo que aquí se expone no se centra en distinguirlos sino en incorporarlos, para extraer y analizar aquellas estrategias influenciadas por el pensamiento absoluto para la toma de decisiones, considerando como medio el modelo de urna.

Tanto en el Libro para el maestro de educación secundaria (Alarcón *et al.* 1994) como en investigaciones de Piaget e Inhelder (1951), Fischbein (1975), Green (1988), Falk (1980),

*La influencia del pensamiento absoluto en la toma de decisiones ante situaciones de comparación de probabilidades con el modelo de urna*

Alatorre (1994), Aguas (2014), entre otros, han planteado situaciones con dos urnas. No obstante que existen situaciones que pueden ser modeladas con ellas, las urnas en sí mismas son un contexto rico para trabajar temas de probabilidad u otros de las matemáticas siempre y cuando estos no sean vistos como prerequisites para comprenderla, sino un contexto donde interactúan y se apoyan mutuamente.

En cuanto al estudio de las estrategias empleadas por los estudiantes al resolver situaciones de urnas, como lo señala Alatorre (1994), ya han sido trabajadas por autores como: Piaget e Inhelder (1951), Maury (1984, 1986), Lecoutre (1984), Fischbein *et al.* (1970), y Thornton y Fuller (1981). De acuerdo a la investigadora, en cada estudio se especificaron distintas estrategias, algunas comunes y otras no, en gran medida, porque las categorías definidas dependieron de lo que cada investigador se proponía observar o de lo querían enfatizar. En las categorías definidas por Alatorre (1994), la cantidad y la calidad de las clases de elementos que entran en juego en una estrategia lleva a una jerarquización de las estrategias por nivel de complejidad, es decir: a) Estrategias simples, b) Estrategias compuestas y c) Estrategias y mecanismos primitivos. Por su parte, Piaget e Inhelder (1951) identificaron en su estudio las siguientes siete estrategias al aplicar diez situaciones de urnas, elección del lado donde hay: 1) más casos favorables, 2) hay menos casos favorables, 3) hay sólo un caso favorable, 4) hay más casos posibles, 5) hay menos casos posibles, 6) es mayor la diferencia de casos favorables y desfavorables, y 7) donde la probabilidad es mayor.

Las primeras cinco estrategias de acuerdo a Piaget e Inhelder (1951) son propias de la primera etapa del desarrollo cognitivo, la seis se presenta en la segunda etapa y la siete hasta la tercera. Sin embargo, aunque los autores señalan algunos indicadores del porqué y cómo se realizaron las elecciones en cada una de las etapas, queda la incertidumbre qué otras relaciones establecen los alumnos para realizar su elección, así como si se pueden presentar otro tipo de elecciones distintas a las comentadas por estos investigadores o si las estrategias que en un momento no fueron funcionales pueden serlo en otro momento o viceversa, lo que sería interesante indagar. Por ejemplo, en la segunda etapa dadas las probabilidades  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{2}{4}$  se realizan elecciones correctas con base en las comparaciones de las diferencias de los casos posibles y los favorables o los posibles y los desfavorables. Esta estrategia es funcional al estar relacionada con una situación de una variable donde los casos posibles son iguales. Si esta misma estrategia se hubiera empleado en la situación de dos variables donde las probabilidades son  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{2}{3}$ , las diferencias encontradas serían iguales lo que podría llevar al estudiante a no saber cuál elegir o a determinar que se tiene la misma probabilidad, es así como la extrapolación de una estrategia funcional, con un razonamiento absoluto que fue funcional en un primer momento puede no serlo en otra situación.

De esta manera, ahora lo que se propone es analizar las relaciones que se establecen entre el razonamiento proporcional y probabilístico. Para ello se consideró conveniente hacer una clasificación de las estrategias para profundizar en los procesos que los estudiantes siguen para establecer algún resultado. Es decir, identificar los elementos (casos) favorables, desfavorables o posibles que se consideren, el tipo de elecciones que se realicen con base en las relaciones que se establezcan y analizar las particularidades de estas relaciones, que para este estudio son fundamentales, porque lo que se pretende es obtener indicios de cómo el pensamiento absoluto influye en el probabilístico en la toma de decisiones, en un contexto de urnas. Así, para orientar el estudio, se plantea la siguiente pregunta y propósito de investigación.

*La influencia del pensamiento absoluto en la toma de decisiones ante situaciones de comparación de probabilidades con el modelo de urna*

*Pregunta de investigación:* ¿De qué manera el pensamiento absoluto influye en la toma de decisiones ante situaciones de comparación de probabilidades?

*Propósito:* Identificar y analizar las estrategias que siguen estudiantes de tercer grado de educación secundaria al resolver situaciones de probabilidad clásica contextualizadas con el modelo de urna para clasificarlas, centrando la atención en aquellas estrategias que implican un pensamiento absoluto y ver de qué manera influyen en la toma de decisiones.

### Marco interpretativo

Para el análisis de los resultados se estudiaron y establecieron previamente las posibles relaciones que podrían surgir a partir de los elementos proporcionados en las hojas de trabajo. Como resultado de ese proceso se identificaron dos tipos de comparaciones cuando se relacionan los elementos contenidos en dos urnas. Una comparación es la multiplicativa —por medio de un cociente—, considerado como razón o fracción. Y la otra comparación es aditiva —por medio de una diferencia— y representada por veinte expresiones (véase el Cuadro 1), siendo esta última la que interesa ilustrar en este documento. A continuación se muestra, en el Cuadro 1, las expresiones identificadas al comparar los elementos de dos urnas, donde  $B$  representa bolas Blancas y a su vez el número de casos favorables y  $N$  bolas Negras y también el número de casos desfavorables. Donde además  $B + N$  corresponde al número de casos posibles.

Cuadro 1

*Expresiones que se pueden establecer cuando se compara por diferencia.*

Punto de referencia $B$	Punto de referencia $N$	Punto de referencia $B$	Punto de referencia $N$
Expresión i	Expresión ii	Expresión iii	Expresión iv
Minuendo $B_1$ Sustraendo $B_2$	Minuendo $N_1$ Sustraendo $N_2$	Minuendo $B_2$ Sustraendo $B_1$	Minuendo $N_2$ Sustraendo $N_1$
Parte con parte			
Punto de referencia urna 1	Punto de referencia urna 2	Punto de referencia urna 1	Punto de referencia urna 2
Expresión v	Expresión vi	Expresión vii	Expresión viii
Minuendo $B_1 + N_1$ Sustraendo $B_2 + N_2$	Minuendo $B_2 + N_2$ Sustraendo $B_1 + N_1$	Minuendo $N_1 + B_1$ Sustraendo $N_2 + B_2$	Minuendo $N_2 + B_2$ Sustraendo $N_1 + B_1$
Todo con todo			
Expresión ix	Expresión x	Expresión xi	Expresión xii
Minuendos $B_1$ y $B_2$ Sustraendos $N_1$ y $N_2$	Minuendos $B_2$ y $B_1$ Sustraendos $N_2$ y $N_1$	Minuendos $N_1$ y $N_2$ Sustraendos $B_1$ y $B_2$	Minuendos $N_2$ y $N_1$ Sustraendos $B_2$ y $B_1$
Parte y parte con parte y parte			
Expresión xiii	Expresión xiv	Expresión xv	Expresión xvi
Minuendos $B_1$ y $B_2$ Sustraendos $B_1 + N_1$ y $B_2 + N_2$	Minuendos $B_2$ y $B_1$ Sustraendos $B_2 + N_2$ y $B_1 + N_1$	Minuendos $B_1 + N_1$ y $B_2 + N_2$ Sustraendos $B_1$ y $B_2$	Minuendos $B_2 + N_2$ y $B_1 + N_1$ Sustraendos $B_2$ y $B_1$
Parte y todo con parte y todo		Todo y parte con todo y parte	
Expresión xvii	Expresión xviii	Expresión xix	Expresión xx
Minuendos $N_1$ y $N_2$ Sustraendos $B_1 + N_1$ y $B_2 + N_2$	Minuendos $N_2$ y $N_1$ Sustraendos $B_2 + N_2$ y $B_1 + N_1$	Minuendos $B_1 + N_1$ y $B_2 + N_2$ Sustraendos $N_1$ y $N_2$	Minuendos $B_2 + N_2$ y $B_1 + N_1$ Sustraendos $N_2$ y $N_1$
Parte y todo con parte y todo		Todo y parte con todo y parte	



*La influencia del pensamiento absoluto en la toma de decisiones ante situaciones de comparación de probabilidades con el modelo de urna*

En la comparación por diferencia que se muestra en el Cuadro 1, se pueden presentar, durante las relaciones que se establecen con los elementos que las conforman (Parte con parte, Todo con todo, Parte y parte con parte y parte, Parte y todo con parte y todo, Todo y parte con todo y parte), las siguientes estrategias para compararlas (véase el Cuadro 2), donde en la relación parte-parte  $a$  y  $c$  son las partes favorables, y  $b$  y  $d$  son las partes desfavorables; en la relación todo-todo  $a + b$  y  $c + d$  son los todos. Y las demás relaciones se derivan de éstas.

**Cuadro 2**

*Estrategias para comparar las relaciones que se establecen en el Cuadro 1.*

---

*1ra.- Estrategia: Relación entre (Parte con parte o Todo con todo):* Se presenta de forma aditiva entre los elementos de una misma clase o entre los elementos totales de dos conjuntos.

*Diferencia de casos favorables:* Cuando se tiene  $a - c$  o  $c - a$ , donde  $a \geq c$  o  $a \leq c$ .

*Diferencia de casos desfavorables:* Cuando se tiene  $b - d$  o  $d - b$ , donde  $b \geq d$  o  $b \leq d$ .

*Diferencia de casos posibles:* Cuando se tiene  $(a + b) - (c + d)$  o  $(c + d) - (a + b)$ , donde  $a + b \geq c + d$  o  $a + b \leq c + d$ .

---

*2da.- Estrategia: Relación dentro (Parte y parte con parte y parte; Parte y todo con parte y todo; o Todo y parte con todo y parte):* Se presenta de forma aditiva entre los elementos de diferente clase o entre los elementos de una misma clase con los elementos totales de dos conjuntos.

*Diferencia de casos favorables y desfavorables:* Cuando se tiene  $(a - b) - (c - d)$  o  $(c - d) - (a - b)$ , donde  $a - b \geq c - d$  o  $a - b \leq c - d$  o  $c - d \geq a - b$  o  $c - d \leq a - b$ .

*Diferencia de casos desfavorables y favorables:* Cuando se tiene  $(b - a) - (d - c)$  o  $(d - c) - (b - a)$ , donde  $b - a \geq d - c$  o  $b - a \leq d - c$  o  $d - c \geq b - a$  o  $d - c \leq b - a$ .

*Diferencia de casos favorables y posibles:* Cuando se tiene  $[a - (a + b)] - [c - (c + d)]$  o  $[c - (c + d)] - [a - (a + b)]$ , donde  $a - (a + b) \geq c - (c + d)$  o  $a - (a + b) \leq c - (c + d)$  o  $c - (c + d) \geq a - (a + b)$  o  $c - (c + d) \leq a - (a + b)$ .

*Diferencia de casos posibles y favorables:* Cuando se tiene  $[(a + b) - a] - [(c + d) - c]$  o  $[(c + d) - c] - [(a + b) - a]$ , donde  $(a + b) - a \geq (c + d) - c$  o  $(a + b) - a \leq (c + d) - c$  o  $(c + d) - c \geq (a + b) - a$  o  $(c + d) - c \leq (a + b) - a$ .

*Diferencia de casos desfavorables y posibles:* Cuando se tiene  $[b - (a + b)] - [d - (c + d)]$  o  $[d - (c + d)] - [b - (a + b)]$ , donde  $b - (a + b) \geq d - (c + d)$  o  $b - (a + b) \leq d - (c + d)$  o  $d - (c + d) \geq b - (a + b)$  o  $d - (c + d) \leq b - (a + b)$ .

*Diferencia de casos posibles y desfavorables:* Cuando se tiene  $[(a + b) - b] - [(c + d) - d]$  o  $[(c + d) - d] - [(a + b) - b]$ , donde  $(a + b) - b \geq (c + d) - d$  o  $(a + b) - b \leq (c + d) - d$  o  $(c + d) - d \geq (a + b) - b$  o  $(c + d) - d \leq (a + b) - b$ .

---

Aunque en las expresiones anteriores se utilizó el signo menos (-) para representar las estrategias que se emplean cuando se compara por diferencia, las diferencias también pueden establecerse utilizando el signo más (+), por ejemplo,  $a - b = z$ , donde la diferencia entre  $a$  y  $b$  es  $z$ , o bien  $a + z = b$ , donde la diferencia entre  $a$  y  $b$  es  $z$ . De aquí que cuando se habla de problemas aditivos, están implicadas sumas y restas.

Cuando se analizan situaciones binarias es posible identificar dos tipos de comparaciones: Comparación por diferencias de cocientes, donde se utilizan estructuras multiplicativas y Comparación por diferencia de enteros donde se emplean estructuras aditivas. Aunque en ambas comparaciones se trabaja con diferencia, en cada una de ellas están involucrados distintos tipos de pensamiento, en la primera se presenta el relativo y en la segunda el absoluto, descritos por Lamon (1999). Así, para hacer referencia a las primeras comparaciones, desde un inicio se han nombrado *comparación por cociente* y a las segundas *comparación por diferencia*.

### **Método**

El trabajo de investigación que aquí se reporta es de tipo cualitativo con un caso instrumental (Stake, 1999) porque interesó profundizar en el análisis de las estrategias de

*La influencia del pensamiento absoluto en la toma de decisiones ante situaciones de comparación de probabilidades con el modelo de urna*

razonamiento absoluto que estudiantes de educación secundaria siguen al trabajar situaciones de probabilidad en un contexto de urna. El caso lo conforma un grupo de 35 alumnos que cursaba el tercer grado de educación secundaria de la Ciudad de México, se eligió porque se consideró que los alumnos de este último grado ya tendrían antecedentes de los contenidos que interesó analizar de acuerdo con los *Programas de estudio 2011* (SEP, 2011), lo que ayudaría a obtener una mayor variedad de estrategias de resolución para analizar. Para el diseño de las actividades, además de incluir el modelo de urna, se analizaron los tipos de problemas de razonamiento proporcional. En cuanto a la clasificación de Lamon (1993), los problemas diseñados corresponden a los de Parte-parte-todo —que Özgün-Koca (2009) incluye en su estudio dentro de los de comparación numérica— porque la mayoría de los problemas que se plantearon pueden asumirse como conjuntos discretos donde un todo corresponde a los casos posibles y los subconjuntos de ese todo a los casos favorables y desfavorables, respectivamente.

**Análisis de los resultados**

**Comparación cuantitativa por diferencia.** Relaciones que se establecen con una o más variables (véase el Cuadro 1). Se especifican numéricamente las comparaciones por diferencia (mayor que, menor que, más que o menos que y se precisa por cuánto) que se realizaron con las variables que se implicaron: casos favorables, casos desfavorables o casos posibles. Y una vez establecidas las relaciones se trabaja con una estrategia de solución “dentro” o “entre” para hacer la elección (véase el Cuadro 2). En el Cuadro 3 se ejemplifica la comparación cuantitativa por diferencia y sus implicaciones.

Cuadro 3

*Ilustración del tipo de elección, las estrategias y la relación de orden identificada en la comparación cuantitativa por diferencia.*

Comparación cuantitativa por diferencia		
<ul style="list-style-type: none"> <li>· Consideración de casos favorables</li> <li>· Consideración de casos favorables y casos desfavorables</li> </ul>		
Elección	Estrategia	Relación de orden
Mayor número de casos favorables	Relación entre Parte con parte	Favorables $\longleftrightarrow$ Favorables
Diferencia mayor Diferencia menor Diferencia igual	Relación dentro Parte y parte con parte y parte	Favorables $\longleftrightarrow$ Desfavorables Favorables-Desfavorables Desfavorables-Favorables

**Consideración de casos favorables.** Se comparan por medio de diferencia los casos favorables de cada conjunto (véanse las expresiones i y iii del Cuadro 1) y se realiza la elección con base en su mayor, menor o igual número.

*Elección con base en el mayor número de casos favorables*

*Estrategia:* Relación entre Parte con parte.

*Relación de orden:* Favorables  $\longleftrightarrow$  Favorables.

Esta estrategia se presentó en: VI-1-A14, VI-1-A25 y VII-A25. Señalan los casos favorables y la diferencia específica para realizar su elección con base en el mayor número de casos favorables. Donde el número de situación planteada se identifica con números romanos, aquí por ejemplo, VII es el número de situación; los números 1 o 2 que le siguen corresponden al número de pregunta cuando la situación presenta dos preguntas (si la situación contiene sólo una pregunta, esta numeración se omite, como sucede en la descripción de la figura 1) y al final se

*La influencia del pensamiento absoluto en la toma de decisiones ante situaciones de comparación de probabilidades con el modelo de urna*

incluye la nomenclatura A1, A2,..., o A35 que refiere al número de alumno que ofreció la respuesta.

VII-A25 Máquina A. Porque en general tiene 21 pelotas la máquina A y la B tiene 14 pero de esas 21, 6 son blancas y, en la máquina B son 14 pero sólo hay 4 blancas y tiene 2 oportunidades más de obtener una pelota blanca.

*Figura 1.* Respuesta de VII-A25 que elige el mayor número de casos favorables. Compara por diferencia (favorables-favorables) y explicita la diferencia.

Decidir comparar y elegir por medio de diferencia puede ser correcto o no, pues esto dependerá del tipo de situaciones que se trabajen, por ejemplo, si en las expresiones i y iii (véase el Cuadro 1) se compara por diferencia y se elige con base en el mayor número de casos favorables, esto será correcto si en la situación se presenta el mismo número de casos desfavorables o posibles.

**Consideración de casos favorables y casos desfavorables.** Se comparan por medio de diferencia los casos favorables y desfavorables de cada conjunto (véanse las expresiones ix, x, xi y xii del Cuadro 1) y se realiza la elección con base en su mayor, menor o igual número.

*Elección con base en la diferencia mayor*

*Estrategia:* Relación dentro Parte y parte con parte y parte.

*Relación de orden:* Favorables  $\longleftrightarrow$  Desfavorables.

Donde se presentó esta estrategia fue en: II-1-A11, II-1-A34, V-A35, IX-A4, IX-A9, IX-A22, IX-A32 y IX-A35, en la figura 2 se ilustra.

II-1-A11 Urna. Porque en la urna hay 5 bolitas blancas y 4 bolitas negras y por 1 bolita blanca es la diferencia y puedes ganar por las posibilidades.

*Figura 2.* Respuesta de II-1-A11 que elige la diferencia mayor. Compara por diferencia (favorables-desfavorables) y explicita la diferencia.

Quienes utilizaron esta estrategia señalan el número de casos favorables y desfavorables en un conjunto e indican la diferencia específica entre ambos para hacer su elección con base en el mayor número de los primeros. Esto quizá puede tener su origen en el diseño de la situación II ya que presenta una mayor diferencia de favorables y desfavorables en el segundo conjunto y en el primero no la hay, por lo que se puede deducir que es nula. Las situaciones V y IX fueron diseñadas con proporcionalidad y en comparación con la situación II, la diferencia de los casos favorables y desfavorables de ambos conjuntos no es nula. En la situación V se presentan estos datos y en la IX no se proporcionan.

*Elección con base en la diferencia menor*

*Estrategia:* Relación dentro Parte y parte con parte y parte.

*Relación de orden:* Desfavorables-favorables.

Donde se presentó esta estrategia fue en: VII-A31, VII-A32, VII-A35, VI-1-A1, VI-1-A11, VI-1-A21, VI-1-A32 y VI-1-A35. En la figura 3 se ejemplifica.

	$\frac{10}{4}$	$\frac{15}{6}$		
[B]	$\frac{4}{6}$	$\frac{6}{9}$	[A]	VII-A31 La máquina B. En la máquina A hay menos probabilidades que salga la pelota blanca y en la máquina B puede que salga la pelota blanca.

*Figura 3.* Respuesta de VII-A31 que elige la diferencia menor. Compara por diferencia (desfavorables-favorables) y explicita la diferencia.

*La influencia del pensamiento absoluto en la toma de decisiones ante situaciones de comparación de probabilidades con el modelo de urna*

En esta estrategia se señalan los casos desfavorables y favorables, además de la diferencia específica de cada conjunto para ser comparadas y elegir con base en la menor.

*Elección con base en la diferencia igual*

*Estrategia:* Relación dentro Parte y parte con parte y parte.

*Relación de orden:* Favorables  $\longleftrightarrow$  Desfavorables.

Quien presentó esta estrategia fue un alumno (véase la figura 4).

IV-1-A5 Ambas cajas. Yo elegiría las dos cajas porque en las dos cajas es casi lo mismo de insectos, sólo la diferencia es de dos en la caja chica y en la caja grande, y en cualquiera de las dos es la misma probabilidad.
--

*Figura 4.* Respuesta de IV-1-A5 que elige la diferencia igual. Compara por diferencia (favorables-desfavorables) y explicita la diferencia.

En la situación IV se proporcionan los casos favorables y desfavorables, además se presentan dibujos que ilustran la situación pero donde no se distinguen los casos favorables de los desfavorables. IV-1-A5 realiza su elección considerando que en cada conjunto la diferencia de favorables y desfavorables es la misma, y aunque no indica las cantidades involucradas en su comparación, sí refiere la diferencia numérica específica que se da entre unos y otros, en este caso es 2. Es de señalar que, por el diseño de la situación, respecto a las cantidades proporcionadas la estrategia utilizada lleva a una elección incorrecta.

Las expresiones ix, x, xi y xii (véase el Cuadro 1) son convenientes para realizar elecciones sólo cuando en las situaciones la diferencia de casos favorables y casos desfavorables o viceversa es nula. De ser así, los conjuntos que se presentan son equiprobables y entonces se puede hacer una elección correcta con base en la igualdad que estos casos representan. Esta aseveración puede llevar a que en conjuntos donde exista una misma diferencia mayor o menor a cero también se consideren equiprobables, hecho que no se puede generalizar.

### **Consideraciones finales**

En las expresiones ii y iv (véase el Cuadro 1) al comparar por diferencia se elige con base en el menor número de casos desfavorables, esto será correcto si en la situación se presenta el mismo número de casos favorables o posibles. De presentarse la elección con base en la igualdad de favorables, esta será correcta si en la situación existe igualdad en los desfavorables o posibles. Las características de las situaciones pueden ser notadas explícita o implícitamente por quien resuelve la situación. Sin embargo, las situaciones con igualdad de casos favorables, igualdad de casos desfavorables o igualdad de casos posibles, señaladas anteriormente no demandan un razonamiento proporcional porque llevan a que se involucre sólo un pensamiento absoluto y no un relativo.

En las expresiones i, ii, iii y iv (véase el Cuadro 1), con base en los argumentos que se expusieron en el documento, existen fundamentos matemáticos que llevan a que la comparación por diferencia sea una estrategia correcta en situaciones con una variable como es la igualdad de casos favorables, desfavorables o posibles. No así cuando se trabaja con situaciones donde existe diferencia entre el número de casos favorables, desfavorables y posibles con o sin proporcionalidad. En las expresiones v, vi, vii y viii expuestas en el Cuadro 1, cuando se comparan los elementos totales de un conjunto con los elementos totales de otro conjunto, es necesario tener presente que aunque se muestren evidencias numéricas que denoten la diferencia

*La influencia del pensamiento absoluto en la toma de decisiones ante situaciones de comparación de probabilidades con el modelo de urna*

entre estos elementos, este tipo de comparación no es una estrategia conveniente para realizar elecciones, debido a que las elecciones pueden ser correctas sólo por el diseño de la situación, donde se podría contemplar que la mayor probabilidad estaría determinada por el conjunto que presente mayor o menor número de casos posibles o conjuntos cuyo número de casos posibles sea igual. Algo parecido ocurre con las últimas ocho expresiones xiii, xiv, xv, xvi, xvii, xviii, xix y xx, que corresponden a comparar los casos favorables o desfavorables con los posibles.

Realizar elecciones correctas con base en la comparación por diferencia puede llevar a que los alumnos construyan intuiciones correctas (para determinadas situaciones) basadas en un pensamiento absoluto. Sin embargo, al ser extrapoladas a otras situaciones podrían ya no ser funcionales, corriendo el riesgo de convertirse en un obstáculo para resolver la situación de manera adecuada. Por lo que en ese momento sería conveniente replantear las situaciones para que contradigan a esas intuiciones primarias y con esto se modifiquen o se construyan otras intuiciones, que favorezcan un pensamiento relativo para afrontar las nuevas tareas.

### Referencias

- Aguas, M. (2014). *Situaciones de probabilidad clásica y el modelo de urna como medios para favorecer el desarrollo simultáneo de los razonamientos proporcional y probabilístico*. Tesis de maestría. Cinvestav-IPN, México, 2014.
- Alarcón, J.; Bonilla, E.; Nava, R.; Rojano, T. y Quintero, R. (1994). *Libro para el maestro. Matemáticas. Secundaria*. México: SEP.
- Alatorre, S. (1994). *Respuestas intuitivas de adultos a problemas de probabilidad. Algunas aportaciones metodológicas*. Tesis de maestría. Universidad Pedagógica Nacional, México, 1994.
- Falk, R. (1980). Comportamientos de elección en situaciones de probabilidad. *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics*. Vol. II. University of Sheffield 9-13 August 1982.
- Fischbein, E (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Green, D. R. (1988). Children's understanding of randomness: Report of a survey of 1600 children aged 7-11 years. En R. Davidson y J. Swift (Eds.), *The Proceedings of the Second International Conference on Teaching Statistics*. Victoria, B. C.: University of Victoria.
- Hoemann, Harry W. y Roos, Bruce M. (1971). Children's understanding of probability concepts. *Child Development*, 42, 221-236.
- Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: connecting content and children's thinking. En Lester, F. K. (Ed). *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(1), pp. 41-61. USA: NCTM.
- Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Landín, P. R. y Sánchez, E. (2010). *Niveles de razonamiento probabilístico de estudiantes de bachillerato frente a tareas de distribución binomial*. *Educação Matemática Pesquisa*, 12 (3). [Recuperado el 15/01/13 de: <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewArticle/4842>]
- Lesh, R., Post, T. y Behr, M. (1988). Proportional reasoning. En Hiebert, J. y Behr, M. (Eds). *Number Concepts and Operations in the Middle Grades. Research Agenda for Mathematics Education*. Vol. 2. The United States of America: Lawrence Erlbaum Associates.
- Özgün-Koca, S. A. (2009). An investigation of proportional reasoning skills of middle school students. En Schimittau, J. (Ed). *Investigations in Mathematics Learning*, 2(1), pp. 26-48. USA: RCML.
- Piaget, J., e Inhelder, B. (1951). *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*. Paris: Presses Universitaires de France.
- SEP [Secretaría de Educación Pública]. (2011). *Programas de estudio 2011. Educación Básica. Secundaria*. México: SEP.
- Stake, R. E. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Ediciones Morata.



## Competencia estadística: metodología *seis sigma* en el proceso de investigación

Jesús **Vilchez** Guizado  
Universidad de Huánuco, Perú  
[jjevilchez17@gmail.com](mailto:jjevilchez17@gmail.com)  
Julia Ángela **Ramón** Ortiz  
Universidad de Huánuco, Perú  
[angelaramonortiz@gmail.com](mailto:angelaramonortiz@gmail.com)

### Resumen

La presente comunicación tiene como objetivo compartir la implicancia de la inserción de la estadística a la gestión de la calidad, teniendo como herramienta de procesamiento de datos y presentación de resultados mediados por el software estadístico. El proceso metodológico empleado en el estudio fue de investigación-acción participativa, con implementación de aprendizaje interactivo con datos, mediado por el software Minitab centrado en las etapas de la metodología Seis Sigma. La experiencia se realizó con estudiantes de maestría en gestión educativa, asignatura de estadística aplicada a la investigación; en los tópicos abordados durante las clases, centrado en el análisis e interpretación de los datos provenientes de las variables de investigación para la tesis. Los resultados obtenidos reflejan, que los participantes se empoderaron del uso del software estadístico para el tratamiento de datos, mostrando habilidad en la interpretación de los resultados obtenidos, desarrollando y fortaleciendo en forma significativa su competencia estadística.

*Palabras clave:* pensamiento estadístico, competencia estadística, competencia tecnológica, metodología Seis Sigma, minitab.

### Introducción

La estadística es inseparable de sus aplicaciones, y su justificación final es su utilidad en la resolución de problemas de la realidad y de la propia estadística. Por otro lado, hay que diferenciar entre conocer y ser capaz de aplicar un conocimiento. La habilidad para aplicar los conocimientos estadísticos es frecuentemente mucho más difícil de lo que se supone, porque requiere no sólo conocimientos técnicos (tales como elaborar un gráfico o calcular un promedio), sino también conocimientos estratégicos (saber cuándo hay que usar un concepto o gráfico dado). En la mayoría de los casos, los problemas y ejercicios que se tratan durante el estudio de la estadística son conocimientos técnicos, mientras que los proyectos incluyen también conocimientos estratégicos, y aumentan la motivación del estudiante (Anderson y Loynes, 1987).

El aprendizaje de la estadística siempre está ligado al contexto de los datos y a la atención de los requerimientos para la toma de las decisiones basadas en información confiable y de

calidad. La estadística muestra su importancia en el estudio de datos cualitativos y cuantitativos provenientes de variables educativas y de gestión, que son abordados por los investigadores y especialistas que cuentan con formación estadística. Por ello, esta comunicación se presenta, como parte de un estudio de caso sobre aprendizaje y evaluación del uso de técnicas estadísticas orientadas al estudio de la calidad, basado en distintos datos, el uso del conocimiento estadístico y el desempeño del estudiante de maestría en el manejo de datos y producción de información. Se muestra que el contexto es significativo para el aprendizaje y aplicación de la Estadística.

El potencial de las nuevas tecnologías en los procesos de enseñanza y aprendizaje es uno de los retos actuales con que cuenta la educación matemática y más precisamente la educación estadística; con estas nuevas herramientas tecnológicas se vislumbran los beneficios que ofrecen las calculadoras, computadoras, software, internet, entre otras debido a que permiten un almacenamiento, procesamiento y transmisión de información (Hitt, 2009). Actualmente, la información se constituye en insumo fundamental para el desarrollo de la sociedad, teniendo como sustento el proceso de tratamiento, procesamiento y análisis adecuado de datos, que conducen a la obtención de resultados y a la toma de decisiones basadas en evidencias aunado a una complejidad conceptual que involucra a los procesos relacionados con el pensamiento estadístico, a través de la determinación de variables, la obtención de datos y el análisis de los mismos utilizando herramientas estadísticas, con el uso pertinente de recursos tecnológicos que permiten realizar cálculos y representaciones gráficas de fácil interpretación.

En los estudiantes de posgrado se percibe ausencia del uso de técnicas estadísticas en la realización de trabajos referidos a la gestión de calidad y la investigación, pues, no realizan un análisis apropiado a la información disponible y utilizan inapropiadamente la estadística. Por ello, el presente trabajo está orientado en determinar la importancia que tiene para los estudiantes de posgrado el desarrollo de competencias estadísticas en procesos de calidad mediante el uso de herramientas tecnológicas, y responder la siguiente pregunta: ¿Qué impacto tiene la implementación de la metodología *seis sigma* mediado por el *minitab* en el desarrollo de competencias estadísticas en estudiantes de la maestría en gestión de la educación en el proceso de ejecución de su proyecto de tesis? En respuesta a la interrogante, el estudiante de posgrado debe estar capacitado para usar correctamente el lenguaje estadístico y tener habilidades para construir argumentos estadísticos basados en datos, y que tengan una actitud positiva sobre la utilidad de la estadística, su trascendencia y su alcance, a través de la aplicación de recursos tecnológicos para el procesamiento de datos y producción de información en la ejecución de la tesis.

### **Marco de referencia**

La estadística es la herramienta principal para el estudio de los datos y la producción de información, busca explicar las correlaciones y dependencias de un fenómeno físico o natural, de ocurrencia en forma aleatoria o condicional. Actualmente, es de uso generalizado en los procesos de gestión y búsqueda de calidad, utilizar recursos tecnológicos para el procesamiento de información de manera novedosa, que facilitan la toma de decisiones y la búsqueda de respuestas apropiadas.

### ***Razonamiento estadístico***

El razonamiento estadístico puede ser definido como la manera en la cual las personas razonan con ideas estadísticas y el sentido que le dan a la información estadística, lo cual implica hacer interpretaciones basadas en conjuntos de datos y sus representaciones; conectando un

concepto con otro y combinar ideas sobre datos y el azar; en suma, razonar estadísticamente significa entender y explicar los procesos estadísticos e interpretar completamente los resultados estadísticos (Garfield, 2002). De esta forma, el razonamiento estadístico acerca de trabajos estadísticos en las distintas etapas de la metodología Seis Sigma se basa en la interpretación de los resultados obtenidos a partir de los datos en concordancia con los conceptos estadísticos. Detrás del razonamiento estadístico subyacen la comprensión de ideas estadísticas como: distribución, centralidad, dispersión, correlación, aleatoriedad, muestreo, intervalo de confianza, significancia, confianza, límites de control, etc. (Fernández et al, 2008).

### ***Pensamiento estadístico***

Pensamiento estadístico, implica la comprensión del por qué y de cómo se realizan las investigaciones estadísticas. Esto incluye reconocer y comprender el proceso investigativo completo (desde la pregunta de investigación a la recolección de datos, así como la selección de la técnica para analizarlos, probar las suposiciones, etc.), entendiendo cómo se utilizan los modelos para simular los fenómenos aleatorios, a través de producción de datos para estimar las probabilidades, reconocimiento de cómo, cuándo, y por qué los procedimientos deductivos se pueden utilizar, y ser capaz de entender el contexto de un problema para emitir conclusiones y planear investigaciones (Garfield, 2002).

El pensamiento estadístico es importante y necesario para el desarrollo de una cultura estadística e investigativa, pero se torna más importante con el uso de los recursos tecnológicos en el tratamiento de datos. Según Gutiérrez (2009) este pensamiento se desarrolla bajo tres principios: el primer principio está referido a procesos interconectados para enfatizar que los procesos no operan de manera aislada, más bien, interactúan con el resto del sistema; el segundo principio reconoce que los resultados de todos los procesos son variables; y, el tercer principio está referido a reducir la variabilidad hasta lograr el nivel de calidad Seis Sigma. Por ello, el gran reto actual es que las empresas u organizaciones logren profundizar el pensamiento estadístico, ya que le ayudará a conocer la realidad (con variación), pero también le permitirá dirigir más adecuadamente sus esfuerzos de mejora sustentado en datos.

### ***Competencia estadística***

La actividad estadística es parte de la formación cultural del individuo, por ello es fundamental el desarrollo de la competencia estadística en los estudiantes. Según Jiménez (2010) la competencia estadística es el proceso mediante el cual se implementan métodos y procedimientos para recolectar, sistematizar y analizar diferentes tipos de datos, así como para comprender y abordar fenómenos probabilísticos y realizar inferencias estadísticas que sirvan como instrumentos de juicio en la toma de decisiones y en la comprensión de los fenómenos económicos, políticos, sociales y del ejercicio profesional. En términos de cobertura, cumplimiento, interpretabilidad, oportunidad, transmisión de datos y metadatos para abordar aspectos del marco de calidad sustentado en actividades estadísticas.

Por ello, poseer competencia estadística, implica utilizar apropiadamente los símbolos estadísticos, comprender los conceptos y herramientas de utilidad, entender y explicar los procesos estadísticos y los resultados estadísticos, reconocer y seleccionar adecuadamente los niveles de precisión y estimadores, tener conciencia de la variedad de interpretaciones posibles de los resultados al procesar los datos para sustentar o rechazar un argumento, reconocer y comprender el proceso estadístico investigativo, completo, saber formular la hipótesis estadística, ser capaz de seleccionar la técnica estadística apropiada para la recolección y



procesamiento de los datos, usar con pertinencia los recursos tecnológicos para el procesamiento, análisis e interpretación de datos, utilizar el contexto de un problema para emitir conclusiones y planear investigaciones.

### **Competencia tecnológica**

Según Freeman, (1993, citado por Castellanos, 2009), las competencias tecnológicas se constituyen como parte del capital intelectual, su valoración constituye un factor clave para determinar el impacto real del aprendizaje tecnológico y se adquiere por cuatro vías excepcionalmente importantes: (1) la educación de numerosos profesionales de la ingeniería; (2) la promoción de una amplia gama de actividades técnicas y científicas en el comercio y la industria; (3) el aprendizaje tecnológico al interior de las empresas productivas y de servicio, asociaciones de investigación, oficinas de patentes, oficinas de redes científicas y técnicas para la innovación; (4) el aprendizaje continuo a través de la integración horizontal de las actividades de investigación y desarrollo, diseño, producción y comercialización, entre otras. Así, actualmente la competencia tecnológica, se plantea como el requisito para generar y gestionar cambios tecnológicos en el trabajo con datos durante el proceso de investigación e innovación, en la búsqueda permanente de la calidad, haciendo uso pertinente de la estadística.

### **Metodología Seis Sigma**

Seis Sigma, es un enfoque de gestión que mide y mejora la calidad, ha llegado a ser un método de referencia para, al mismo tiempo, satisfacer las necesidades de los clientes y lograrlo con niveles próximos a la perfección a partir de los datos, es una metodología de *mejora de procesos*, centrada en la reducción de la variabilidad de los mismos, reforzando y optimizando cada parte de proceso consiguiendo reducir o eliminar los defectos o fallos en la entrega de un producto o servicio al cliente, diferente de otros enfoques ya que también corrige los problemas antes de que se presenten. Más específicamente se trata de un esfuerzo disciplinado para examinar los procesos repetitivos de las empresas u organizaciones.

### **Minitab**

El minitab es un programa de computadora diseñado para ejecutar funciones estadísticas básicas y avanzadas a partir de datos cualitativos y cuantitativos. Es amigable y versátil para el estudio de la estadística descriptiva e inferencial. Facilita el análisis de datos y la construcción de gráficas, tanto para variables cualitativas como cuantitativas, también posibilita relacionar dos o más variables, así como la medición de la calidad de proceso.

**Tabla 1**

*Competencias esperadas en la metodología Seis Sigma.*

Sesión	Etapa 6 Sigma	Competencia estadística esperada
02	Medir	-Realiza cálculo de medidas estadísticas descriptivas. -Elabora Diagrama de Pareto, Causa y Efecto. -Asimila métodos de muestreo estadístico. -Mide la capacidad del sistema de medición.
03	Analizar	-Interpreta la correlación y regresión lineal y no lineal. -Realiza pruebas de hipótesis. -Realiza pruebas de análisis de varianza (ANOVA).
04	Mejorar	-Interpreta el análisis de experimentos (DOE). -Determina el diseño factorial -Métodos de superficies de respuesta
		-Elabora cartas y plan de control.

05	Controlar	-Elabora gráficos de control de la media y la varianza.
----	-----------	---

Fuente: texto de gestión de la calidad de Camisón y otros, 2006.

### Metodología de investigación

El presente estudio es de corte cualitativo, utilizando el método de Investigación-Acción participativa, a un nivel descriptivo, exploratorio e interpretativo. Los sujetos de investigación fueron los estudiantes de maestría en gestión de la educación (24 estudiantes) de la universidad de Huánuco (Huánuco-Perú), inscritos en la asignatura de estadística aplicada a la investigación. Para recopilar la información cualitativa, se utilizó las técnicas de observación participante y la entrevista semiestructurada. Mientras que para la recolección de datos cuantitativos, la técnica de la encuesta a través de una prueba de conocimientos.

Durante el proceso investigativo se aplica una entrevista a los sujetos de la investigación, referido al manejo y conocimiento de los conceptos fundamentales de estadística descriptiva e inferencial, la misma que fue reforzada; luego se aplica la lista de cotejo para evaluar el proceso didáctico implementado a través de actividades interactivas y el uso del software *minitab*; también se administra una prueba de conocimientos para evaluar el aprendizaje logrado de tópicos desarrollados dentro de las cuatro etapas de la metodología Seis Sigma, sustentado en resultados numéricos y gráficos obtenidos con el *minitab*; finalmente, se administra un cuestionario de satisfacción sobre la experiencia didáctica implementada. Los ítems de los tres instrumentos fueron validados cualitativa y cuantitativamente, previo a su aplicación.

El análisis e interpretación de los resultados se hizo con el software estadístico *minitab*; para los datos categóricos provenientes de la observación participante y el cuestionario de satisfacción, se utilizaron gráficas; y para los resultados de la prueba de conocimientos, estadísticas descriptivas.

### Resultados

Los resultados obtenidos de la lista de cotejo, referido al logro de competencias estadísticas y tecnológicas durante las actividades interactivas mediadas por el *minitab* en las cuatro etapas de la metodología Seis Sigma, se muestran en la figura 1.

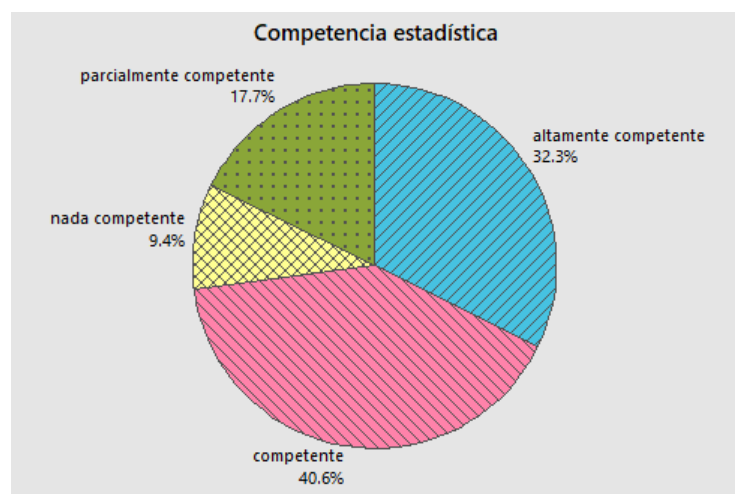


Figura 1: Nivel de competencias estadísticas logradas por los participantes

La lista de cotejo se aplicó, bajo los indicadores: nivel de motivación para el estudio, habilidad para manejo de datos con el *minitab*, obtención e interpretación de los resultados obtenidos y el proceso de comunicación estadística, cuyos resultados mostrados en la figura 1, indican que el desarrollarlo de competencias estadísticas de la mayoría de los participantes fueron aceptables, de acuerdo a los indicadores considerados para este rubro.

La prueba cognitiva se administró después del desarrollo de cada etapa de la metodología Seis Sigma se tuvo los resultados siguientes: En la etapa *medir* la media del grupo fue de 16,165, con coeficiente de variación de 7,83%, el cual indica un promedio alto y un aprendizaje relativamente homogéneo. En la etapa *analizar* la media del grupo fue de 15,042, con coeficiente de variación de 11,68%, el cual indica un promedio aceptable y un aprendizaje relativamente homogéneo, pero inferior lo obtenido en la etapa medir. En la etapa *mejorar* la media del grupo fue de 13,583, con coeficiente de variación de 16,09%, el cual indica un promedio bajo pero aceptable y un aprendizaje relativamente heterogéneo. En la etapa *controlar* la media del grupo fue de 14,625, con coeficiente de variación de 12,72%, el cual indica un promedio aceptable y un aprendizaje relativamente homogéneo, tabla 2 y figura 2.

Tabla 2

Medidas estadísticas de aprendizajes logrados según etapas de Seis Sigma.

	Media	Desv.Est.	CoefVar	Mínimo	Q1	Q3	Máximo	Rango
Medir	16.125	1.262	7.83	14.000	15.000	17.000	18.000	4.000
Analizar	15.042	1.756	11.68	12.000	13.250	16.750	17.000	5.000
Mejorar	13.583	2.185	16.09	9.000	12.000	15.000	18.000	9.000
Controlar	14.625	1.861	12.72	11.000	13.000	16.000	17.000	6.000

Fuente: prueba administrada al final de cada etapa de la metodología Seis Sigma.

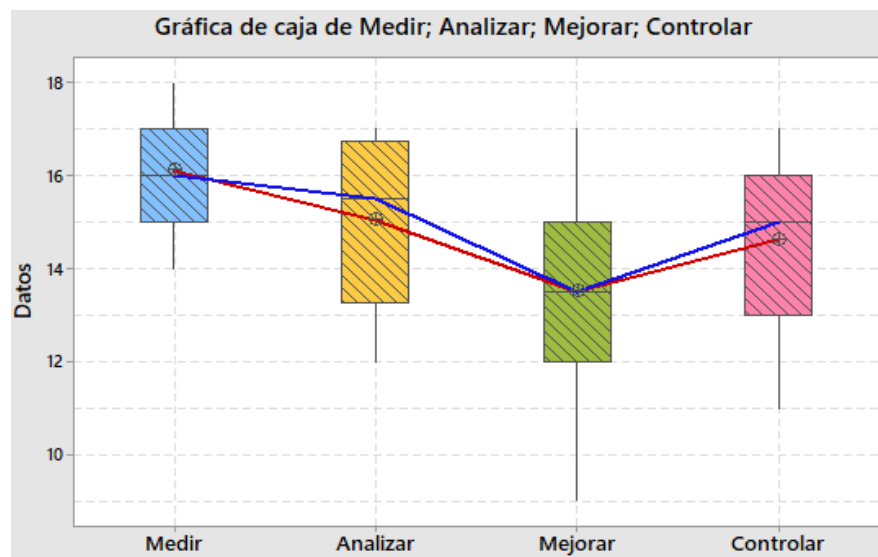


Figura 2. Comparación gráfica de los logros de aprendizaje en las etapas del Seis Sigma.

La obtención de mejores resultados en las etapas de medir y analizar, de la prueba administrada, podría obedecer a que en estas dos etapas se abordan contenidos de la estadística descriptiva e inferencial que es de conocimiento por la mayoría de los participantes; mientras que

en las etapas mejorar y controlar se abordan conceptos y temas nuevos para el participante, y su asimilación conceptual y procedimental requiere de más estudio y tiempo.

Respecto al nivel de satisfacción de las actividades interactivas realizadas y el desarrollo de sus competencias estadísticas más del 73% de los participantes se muestran satisfechos o muy satisfechos con los logros obtenidos en la etapa de medición, mientras más del 80% de los mismos manifiestan estar muy satisfechos o satisfechos, con sus logros en la etapa analizar, siendo mínimo el nivel de insatisfacción con las actividades realizadas, figura 3.

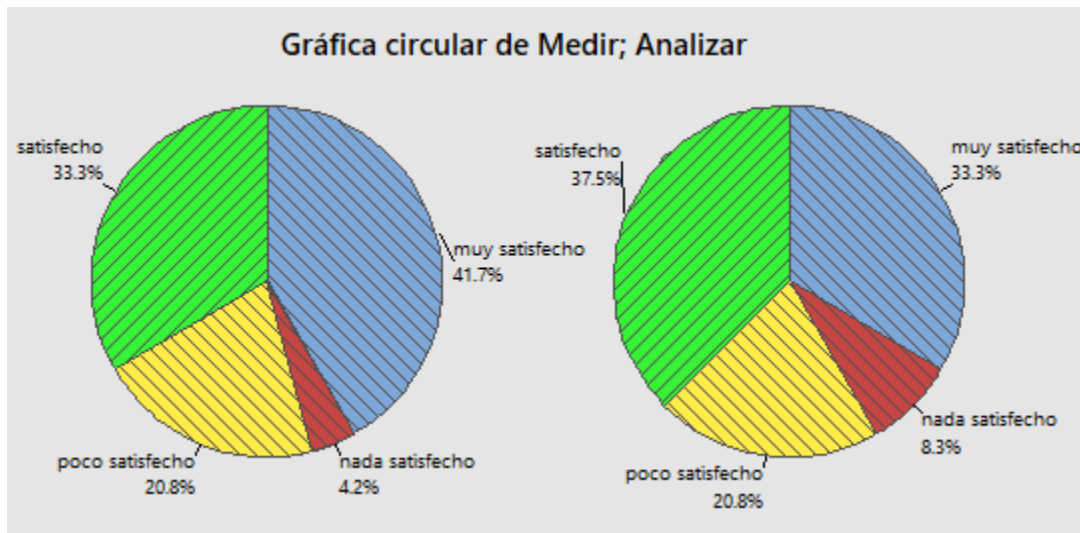


Figura 3. Nivel de satisfacción sobre las actividades realizada en las etapas Medir y Analizar de M6S.

Con respecto a los logros obtenidos etapa mejorar, más del 72% de los participantes se sienten muy satisfechos o satisfechos, mientras con lo desarrollado en la etapa controlar el 79,2% manifiestan estar satisfechos o muy satisfechos, figura 4.

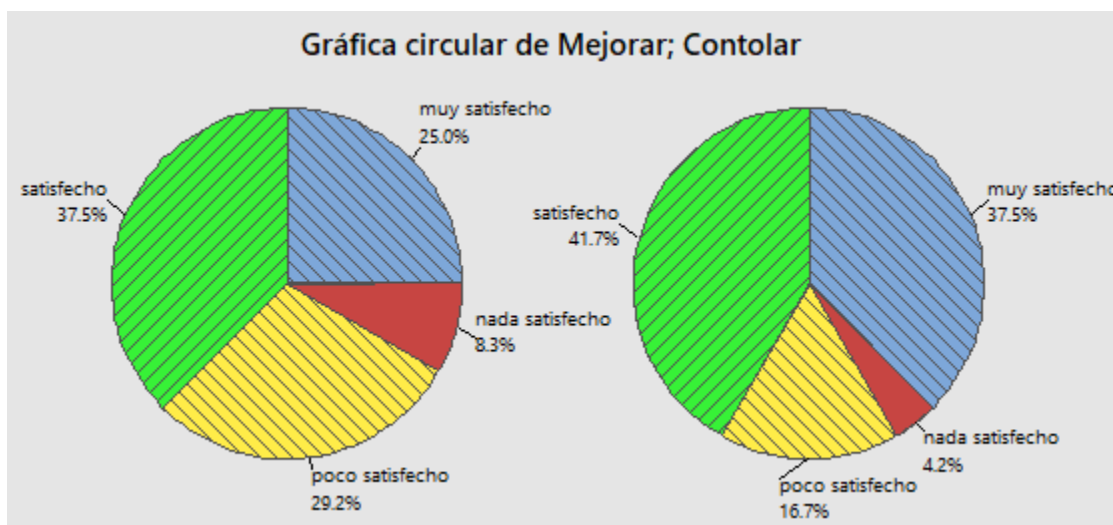


Figura 4. Nivel de satisfacción sobre las actividades realizada en las etapas Mejorar y Contolar de M6S.

En resumen, según los resultados que se muestran en las figuras 3 y 4, las actividades desarrolladas en cuatro etapas de la metodología Seis Sigma, a través de ejercicios interactivos mediado por el *minitab*, tuvieron una aceptación mayoritaria de los estudiantes de la maestría en

educación, pues permiten que el desarrollo de su capacidad de cálculo, análisis en interpretación de resultados de investigación con argumentos estadísticos.

### **Conclusiones**

El desarrollo de la competencia estadística de los estudiantes de posgrado en educación queda fortalecido con el uso de las etapas de metodología Seis Sigma en el trabajo con datos, la misma que repercute en el desarrollo de una cultura estadística y razonamiento estadístico, permitiendo reconocer y comprender el proceso investigativo en su integridad, las mismas que facilitan la emisión de conclusiones valederas y planear nuevas investigaciones.

La aplicación del software estadístico con fines educativos e investigativos fortalece el desarrollo del razonamiento y pensamiento estadístico de los estudiantes de la maestría en gestión educativa, pues permite el logro de aprendizajes significativos, a través de la realización de actividades interactivas y dinámicas; propiciando motivación intrínseca para el aprendizaje de la teoría estadística a través del procesamiento, análisis e interpretación de resultados, acordes a los objetivos de investigación previamente establecidos, desarrollando de manera eficiente su competencia estadística.

Desde los resultados obtenidos, se pudo evidenciar que el software estadístico es un recurso imprescindible para generar escenarios de trabajo con datos provenientes de las variables de investigación, que son ingresados en el programa y procesados para la obtención de resultados numéricos y gráficos, conjugando la teoría y práctica estadística en el proceso de interpretación de los resultados de medición, análisis, mejora y control, valorando la importancia de la estadística en estudios de calidad, dentro de la sociedad plural y tecnológica.

### **Referencias y bibliografía**

- Anderson, C. W. y Loynes, R. M. (1987). *The teaching of practical statistics*. New York: Wiley.
- Camisón, C. Cruz, S. y Gonzales, T. (2006). *Gestión de la calidad: Conceptos, enfoques, modelos y sistemas*. Madrid: Pearson, Prentice Hall.
- Castellanos, O.; Jiménez, C. y Domínguez, K. (2009). Competencias tecnológicas: bases conceptuales para el desarrollo tecnológico en Colombia. *Revista ingeniería e investigación* VOL. 29 No. 1, Abril de 2009 (133-139)
- Fernández, F., Sarmiento, B. y Soler, N. (2008). *Estadística y Probabilidad en la escuela secundaria*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Garfield, J. (2002). The Challenge of Developing Statistical Reasoning. *Journal of Statistics Education* 10(3). Recuperado de <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/garfield.html>, abril 2018.
- Gutiérrez, H y De la Vara, R. (2009). *Control estadístico de calidad y seis sigma*. México D.F. McGrawHill Educación.
- Hitt, F. y Cortés, J. (2009). Planificación de actividades en un curso sobre la adquisición de competencias en la modelación matemática y uso de calculadora con posibilidades gráficas. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet*, 10(1), 1-30.
- Jiménez, M. (2010). *Competencias en matemática y estadística*. Santiago: INACP. Recuperado de <https://www.inacap.cl/tportal/portales/tp4964b0e1bk102/uploadImg/File/competenciasMatematicasEstadistica.pdf>

*Competencia estadística: metodología seis sigma en el proceso de investigación*

Pfannkuch, M. y Wild, C. (2002). *Statistical Thinking Models*. The University of Auckland. New Zealand. ICOTS6.



## **Estatística para a leitura de mundo**

Irene Mauricio **Cazorla**

Universidade Estadual de Santa Cruz

Brasil

[icazorla@uol.com.br](mailto:icazorla@uol.com.br)

Eurivalda Ribeiro dos Santos **Santana**

Universidade Estadual de Santa Cruz

Brasil

[eurivalda@hotmail.com](mailto:eurivalda@hotmail.com)

### **Resumo**

Neste artigo analisamos as influências do Ensino de Estatística em cursos de Licenciatura que formam professores para a Educação Básica, utilizando o Ciclo Investigativo – PPDAC e os princípios do letramento estatístico e da Matemática Crítica, visando a formação de professores capazes de ler o mundo. O Ciclo inicia com a formulação de um problema (P), delinea procedimentos (P), coleta (D) e analisa (A) os dados, extraindo conclusões (C), gerando novas perguntas de investigação. Os temas trabalhados são os que afligem a população mundial e que se encontram nos livros didáticos de Ciências e Geografia neste nível de ensino. Para isso, usamos formulários online, gerando banco de dados, que são analisados com o Geogebra e tabelas dinâmicas, minimizando o impacto dos cálculos, focando a compreensão das informações contidas nos dados. Os estudantes tomam consciência do seu papel na formação de cidadãos capazes de se situar e ler o mundo.

*Palavras-chave:* educação estatística, formação de professores, ciclo investigativo, pensamento estatístico, educação matemática crítica, leitura de mundo.

### **Introdução**

No Brasil, os conteúdos de Estatística na Educação Básica foram oficialmente inseridos há quase 30 anos e ratificados recentemente. Esses conteúdos fazem parte do componente curricular de Matemática, mas é nos outros componentes, especialmente na Geografia, Ciências da Natureza e Ciências Sociais, onde são utilizados em contexto. Esses conteúdos também fazem parte dos cursos de Licenciatura que forma os professores da Educação Básica e, embora o Brasil mostre significativos avanços na Educação Estatística, percebemos que ainda a Estatística é ensinada focando o conteúdo matemático sem que essas ferramentas ajudem aos estudantes a compreender o mundo que estão inseridos.

Ensinar Estatística em contexto para leitura de mundo é complexo, pois requer a

compreensão dos fenômenos da natureza e os fatos sociais, visto que não basta saber calcular as estatísticas ou construir tabelas e gráficos, se não se tem a compreensão do contexto em que emergem esses dados. Além disso, também não se pode continuar a ensinar estatística com poucos dados, artificiais, onde tudo dá certo.

Ensinar Estatística visando a leitura de mundo desafia romper com a disciplinaridade, com a neutralidade do conhecimento científico e com a passividade dos estudantes. Com esses pressupostos estamos construindo, testando e aperfeiçoando Sequências de Ensino (Cazorla e Santana, 2010), e incorporamos as ferramentas disponíveis e gratuitas na internet que podem auxiliar na coleta e tratamento dos dados, minimizando a parte trabalhosa da Estatística. Assim, estamos adaptando e construindo novas sequências de ensino, utilizando os Formulários do Google para a coleta e organização dos dados, as tabelas dinâmicas de planilhas eletrônicas para a geração das tabelas simples e de dupla entrada e o Geogebra, para construir o diagrama de pontos e o da caixa, muito útil para a compreensão da distribuição dos dados, as medidas de tendência central, posição e dispersão.

Neste trabalho, analisamos o potencial da Sequência de Ensino “Planeta Água” em duas turmas de Licenciatura uma em Matemática e a outra em Ciências Sociais.

### **Estatística, o Ensino de Estatística na Educação Básica e nos cursos de Licenciatura**

A Estatística é a ciência que disponibiliza ferramentas que permite a coleta, tratamento e análise de dados, extraindo informações que nos permitem tomar decisões em condições de incerteza. Sua importância reside na capacidade de síntese de dados evidenciando relações e padrões, subsidiando a compreensão do fenômeno em estudo.

No Brasil, a inserção dos seus conteúdos no Ensino Fundamental foi oficializada com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, no componente curricular Matemática, como um dos quatro blocos, denominado de “Tratamento da Informação”. No Ensino Médio é um dos três eixos, denominado “Análise de dados”. Essa inserção foi ratificada nas orientações da Base Nacional Curricular Comum – BNCC (Brasil, 2017). A finalidade é que os estudantes aprendam a coletar, organizar e comunicar dados; resumir os dados em tabelas, gráficos e medidas de tendência central e dispersão, esperando-se que os estudantes possam ir além da leitura de informações e pensem criticamente sobre seu significado.

Nessas orientações, o ensino dos conteúdos Estatística é de responsabilidade dos professores de Matemática; já nos outros componentes curriculares, em especial em Geografia, Sociologia, Ciências e Biologia, há uma forte recomendação de seu uso, não apenas para a leitura e compreensão dos dados, mas também para o seu uso em contexto, incentivando a coleta e tratamento dos dados nas suas respectivas áreas de conhecimento.

No ensino superior, a Estatística está presente em quase todos os cursos de graduação que formam os professores da Educação Básica, que são os cursos de Licenciatura, sendo que a de Matemática teria a responsabilidade de formar o professor de Matemática para seu ensino na Educação Básica, nas Licenciaturas de Ciências Humanas, para a compreensão dos fatos sociais e, as de Ciências da Natureza para a compreensão dos fenômenos da natureza.

Viali (2010) analisou as disciplinas de Estatística na estrutura curricular de 125 dos 564 cursos de Licenciatura em Matemática, no Brasil em 2017, para verificar se os futuros professores estavam adquirindo um conhecimento mínimo para atender as orientações dos PCN na Educação Básica. Seu estudo mostra que a maioria dos cursos só tem uma disciplina de 60 ou 75 horas ou no máximo duas; onde o futuro professor é exposto a uma abordagem essencialmente algorítmica e com exemplos muito distantes de seus interesses, com pouca ou



nenhuma relação com o que vai ensinar no futuro. Esses cursos costumam apresentar metodologia ultrapassada baseada em Estatística como um curso de Matemática e não uma abordagem metodológica que apresente o estocástico como recurso para análise empírica e teste de modelos, que serve de suporte à todas as ciências. Também, constata que não existem diretrizes para a abordagem didática da Estatística.

Paradoxalmente, o ensino de Estatística nos cursos de Licenciatura em Ciências Humanas, notadamente Geografia e Sociologia, que trabalham e debatem os grandes problemas da sociedade, os estudantes tem pouca familiaridade com o ferramental matemático subjacente aos procedimentos estatísticos que seu ensino se torna um pesadelo para o professor e para os estudantes. Em geral, a reprovação nestes cursos é alta e muitos estudantes criam aversão à disciplina. Isto é menos grave nas licenciaturas ligadas às Ciências da Natureza.

### **Pensamento e letramento estatístico, ciclo investigativo e Educação Matemática Crítica**

Para Gal (2002) podemos ensinar Estatística, para além do contexto de leitura de dados, focando também o contexto da produção, promovendo o desenvolvimento do pensamento estatístico, que está fortemente atrelado à compreensão da tomada de decisão, em condições de incerteza nas diversas fases do Ciclo Investigativo – PPDAC (Wild e Pfannkuch, 1999).

Entendemos por pensamento estatístico como a capacidade de utilizar a Estatística na compreensão do fenômeno ou questão de investigação, onde a variabilidade e a aleatoriedade são onipresentes, na necessidade de gerar e tratar dados, e a tomada de decisões, baseados nas informações geradas nesse levantamento.

Isto é possível, pois o método estatístico não se resume apenas ao tratamento de dados, mas ao contrário, inicia com a compreensão do fenômeno em estudo, as relações imbricadas entre os fatores que o condicionam, passando pela definição do problema, planejamento, coleta, organização, processamento e análise de dados, para diante das novas evidências, gerar novas questões de investigação.

Wild e Pfannkuch (1999) sistematizaram as etapas do método estatístico e propuseram o Ciclo Investigativo PPDAC, que é constituído por cinco fases: Problema (P), que diz respeito ao conhecimento do contexto dos dados, definição do problema a ser investigado; Planejamento (P), que inclui a definição das ações para a investigação; Dados (D), que inclui o processo de coleta de dados; Análise (A) que diz respeito ao tratamento e análise dos dados e a Conclusão (C), que encerra a investigação com um posicionamento crítico, reflexivo, com a comunicação dos dados e geração de novas ideias, novos questionamentos.

Para Gal (2002) é preciso desenvolver o letramento estatístico para a leitura de mundo. O letramento estatístico vai além do domínio dos procedimentos estatísticos, é a competência do cidadão para discutir ou comunicar sua compreensão a respeito das informações, emitir opiniões sobre suas implicações e tecer considerações sobre as conclusões elaboradas. Este autor propõe um modelo formado por dois componentes: o cognitivo e o atitudinal. O componente cognitivo é composto de cinco elementos: letramento, conhecimento estatístico, conhecimento matemático, conhecimento de contexto e capacidade de formular questões críticas; e, o atitudinal, é composto de dois elementos: postura crítica, crenças e atitudes.

Mas, o que significa formular questões críticas e postura crítica. A capacidade de elaborar questões críticas diz respeito a capacidade do estudante questionar se aquele procedimento utilizado é adequado ou se poderia ter sido utilizado um outro, como por exemplo, em uma negociação salarial utilizar a média ou a mediana dos salários; ou ao invés de utilizar os valores absolutos, utilizar os valores em porcentagem, ou ainda utilizar um gráfico ao invés de uma

tabela (Cazorla & Castro, 2008).

A postura crítica diz respeito a capacidade de se posicionar diante dos resultados da investigação. O cidadão precisa saber que toda pesquisa estatística tem um lado científico, comercial ou político. Precisa saber que as pesquisas e as informações veiculadas respondem aos interesses dos que o financiaram e, portanto, não são neutras, há uma intenção, a de formar opinião, vender produtos ou promover políticos (Crossen, 1996). O cidadão também tem que tomar consciência de suas crenças e atitudes e que essas moldarão sua forma de ver o mundo.

Nesse contexto, ensinar Estatística que permita o cidadão a leitura de mundo, a promoção do pensamento estatístico e do letramento estatístico não é suficiente, é preciso pensar em um ensino para a justiça social e equidade (Gutstein, 2003).

Nesse sentido recorreremos as premissas postuladas pela Educação Matemática Crítica, quanto ao papel sociopolítico, a competência matemática para agir democraticamente e a dinamização das potencialidades do sujeito (Bennemann & Allevato, 2012), a fim de empoderar os estudantes com conhecimento, habilidades e disposição necessários para criar comunidades democráticas abraçando a justiça social (Aslan-Tutak, Bondy & Adams, 2011).

Assim, com o desafio de ensinar Estatística para a promoção do pensamento estatístico, o letramento estatístico e a Matemática Crítica desenvolvemos sequências de ensino possibilite ensinar para o empoderamento da Matemática na leitura de mundo.

### **Percurso metodológico**

Participaram da pesquisa duas turmas, uma do curso de Licenciatura em Matemática com 30 estudantes e outra do curso de Ciências Sociais com 37 estudantes. Os de Matemática estavam cursando a disciplina “Tratamento da Informação para o Ensino Fundamental e Médio” e os de Ciências Sociais “Estatística aplicada às Ciências Sociais II”. Alguns estudantes de Matemática já haviam cursado uma disciplina Estatística, outros não. Os estudantes de Ciências Sociais já haviam cursado Estatística Descritiva e Amostragem. Nessas disciplinas os estudantes realizaram as aulas em salas comuns sem acesso ao computador e nem à softwares para tratamento de dados.

Para este estudo as aulas foram desenvolvidas em um laboratório de Informática com 50 computadores, com acesso à internet e Datashow. Nos computadores estavam disponíveis o Geogebra, a Planilha EXCEL e acesso ao Formulário do Google.

A Sequência de Ensino “Planeta água” foi adaptada de Nagamine, Silva & e Santana (2010) e foi desenvolvida em dois momentos, papel e lápis e ambiente virtual. Esta escolha metodológica tem como objetivo que os estudantes “sintam os dados” e saibam quão trabalhoso é organizar e tratar todos os dados de uma pesquisa. Para isso, solicitamos aos estudantes que trouxessem a conta de água de sua residência, contendo 12 meses.

No ambiente lápis e papel os estudantes preencheram o instrumento que tem duas partes. A primeira intitulada “Quão consciente você é do consumo de água” composta por uma escala de Likert de 3 pontos com 4 itens (Anexo A), sendo que hábitos de desperdício água tem 0 pontos, hábitos de economia 2 pontos e, para um hábito intermediário, 1 ponto. Isto é, os itens da escala são variáveis ordinais que transformamos em números. A pontuação na escala é resultado da soma dos pontos nos itens, que varia de 0 a 8 pontos; e com base nessa pontuação criamos níveis de consciência: Pouco consciente (0 a 2 pontos), medianamente consciente (De 3 a 5 pontos) e consciente (De 6 a 8 pontos). Isto é, ao somar geramos uma variável discreta e ao recategorizar, uma variável ordinal. A segunda parte coletava os dados do consumo mensal, número de pessoas que moram na residência e o tipo de residência (casa ou apartamento, com ou sem hidrômetro

individual) e solicitava que calculassem a média e mediana, o desvio padrão e o coeficiente de variação do consumo mensal; o consumo per capita diário e a construção do gráfico de barras e, por fim, se solicitava que interpretassem o seu consumo individual e depois comparando com o consumo de outros três colegas.

No ambiente virtual, foi realizado no Laboratório de Informática, os estudantes preencheram com seus dados no formulário online do Google, que era um espelho do instrumento em papel. Assim que terminaram de preencher o formulário, o Formulário do Google gera um banco de dados na planilha EXCEL, que disponibilizamos a todos os estudantes. Foi solicitado que calculassem e gerassem um relatório com as estatísticas por estudante e por mês. Para a construção do diagrama de pontos (dotplot) e do diagrama da caixa (boxplot) demos instruções para a utilização do Geogebra.

Além disso, foi solicitado aos estudantes que pesquisassem a situação da água no contexto mundial, brasileiro e da região em que residem; a água na produção de alimentos, no corpo humano, dentre outros aspectos relevantes, que deveriam ser apresentados em slides, para todos os estudantes.

## **Principais resultados**

Iniciamos a SE Planeta Água com a pergunta “Quão consciente você é do consumo de água?”, “o que é consciência?” e “como podemos medir a consciência?”. Os estudantes responderam sobre hábitos contra o desperdício: “Não lavar a calçada”, “Reutilizar a água da máquina de lavar roupa” etc. Alguns estudantes que moram nas periferias da cidade, em especial nos morros, onde mesmo em condições de normalidade a água é racionada, relataram as dificuldades das famílias nessa condição.

Essa problemática estava muito presente no imaginário dos estudantes, pois a região sofreu dois anos seguidos com a escassez de água, fruto de uma longa estiagem no nordeste brasileiro. Os estudantes lembraram episódios da água salobra que tomou conta da água potável, sabiam que a água da cidade vem de outra bacia geográfica e que com a baixa vazão dos rios, a água do mar invadiu os rios. Essas respostas sinalizaram que os estudantes tinham conhecimento da problemática.

Refletimos com os estudantes sobre a distribuição de água na cidade, onde o centro e bairros mais nobres estão mais perto da central de distribuição de água, sendo os primeiros a serem abastecidos e, mesmo em períodos de escassez quase não sofrem, pois, a maioria das residências possuem reservatório e possuem sistema de bombeamento. Se esses moradores economizassem água implicaria em ter mais água para as periferias. Um dos estudantes fez o seguinte comentário: “Eu nunca tinha parado para pensar nisso, nunca poderia imaginar que se eu economizasse água, poderia estar beneficiando alguém dos bairros mais pobres”.

Com essa reflexão retomamos a pergunta “O que é consciência do uso da água?” e “Como poderíamos medi-la?”. Percebemos, que a maioria dos estudantes, não estavam entendendo o que estávamos pretendendo com a pergunta. Então, perguntamos: o que é a altura de uma pessoa e como medimos essa altura? A resposta foi uníssona “é o tamanho da pessoa e medimos com fita métrica”. Perguntamos: qual é a diferença entre a altura da pessoa e a consciência e, assim, perceberam que enquanto a primeira a definição era única e que havia um instrumento de medida, a segunda dependia do entendimento da pessoa e não havia um único instrumento para medi-la.

Nesse contexto, apresentamos e discutimos o que é uma variável conceitual (Cazorla, Silva & Santana, 2018) e como podemos medi-la. Discutimos sobre a construção de escalas para medir

as variáveis conceituais e apresentamos a escala do “Planeta água”.

Na segunda parte trabalhamos as variáveis empíricas: tipo de imóvel (nominal), quantas pessoas moram na residência (discreta genuína) e o consumo mensal (em  $m^3$ ), que embora seja contínua é registrada em números inteiros. Discutimos com os estudantes a natureza das variáveis e seu tratamento. Usando a calculadora disponível em seus celulares, eles calcularam o consumo médio mensal, a mediana, o desvio padrão e o coeficiente de variação e *per capita* diário em litros.

Na variável “Tipo de imóvel” classificamos morar em casa ou em apartamento (prédio), com ou sem hidrômetro individual. Refletimos sobre a conta de água do condomínio ser dividida em partes iguais pelo número de condôminos, isto é, pela média e perguntamos aos estudantes se eles achavam isso justo. A maioria achou injusto: “Se há uma família com dois moradores e outra com seis, as duas vão pagar o mesmo valor, e isso é injusto” (Estudante D); “Todos em casa trabalhamos e comemos fora, só vamos para casa para dormir, é injusto pois tem outras famílias que ficam a maior parte do tempo em casa” (Estudante H), essa reflexão foi rebatida por outro estudante “Isso significa que vocês estão consumindo água em outros lugares, onde vocês não pagam a conta, então elas por elas” (Estudante T). Outro estudante ponderou “Na nossa realidade tem casas que tem “gato<sup>1</sup>” (Estudante P), ou não tem acesso à água encanada, principalmente nos bairros mais pobres e periféricos” (Estudante R), outro estudante ponderou “Quando a família tem um consumo abaixo do mínimo ele tem uma taxa fixa e o estudante pode não querer mostrar sua conta para não ser rotulado de pobre” (Estudante M).

Essas falas trazem indícios que os estudantes tinham conhecimento da realidade social, então, lançamos a seguinte questão: “Como futuros professores abordariam essa situação em sala de aula sem causar constrangimento e evitar o Bullyng<sup>2</sup>?”. Os estudantes ficaram um pouco perplexos, mas alguns que atuam como professores, relataram situações de sala indicando que é preciso sair da “posição de ser apenas professor de Matemática” e “dar aula de cidadania”.

No cálculo do consumo per capita alguns estudantes dividiram o consumo médio mensal da família por 30 (dias por mês) e pelo número de pessoas e multiplicaram por 1000 para converter  $m^3$  em litros. Uma estudante dividiu o consumo anual por 365 dias e pelo número de pessoas e multiplicou por 1000, e perguntou qual das duas formas era a correta. A maioria dos estudantes concordou que essa forma de cálculo era exata e a outra aproximada, pois dividia por 360 dias (12x30). Solicitamos que cada um calculasse da forma que achava certo e que depois iríamos conferir no ambiente computacional.

Para construir o gráfico de barras disponibilizamos o arcabouço, precisava calibrar a escala. Solicitamos a todos os alunos que falassem qual era o mínimo e o máximo valor de suas contas. Um estudante tinha 30  $m^3$ , que é alto para a realidade da região, mas como queríamos que os estudantes comparassem seus resultados, foi decidido que a turma inteira utilizasse esse valor. Essa escolha teve um impacto nos gráficos, pois a maioria dos estudantes tinha consumo abaixo de 10  $m^3$ , a maioria dos gráficos ficaram em um terço do espaço destinado aos mesmos.

Na interpretação dos resultados, uma estudante manifestou sua insatisfação, pois para ela seu nível de consciência era alto e pela escala ela foi categorizada como “medianamente consciente”, foi ela quem questionou a escala, já que utiliza a água da máquina de lavar roupa para lavar a área de serviço, além de outros hábitos conscientes. A maioria dos estudantes comparou o consumo per capita com o recomendado pela ONU que é 110 litros/por pessoa/dia e

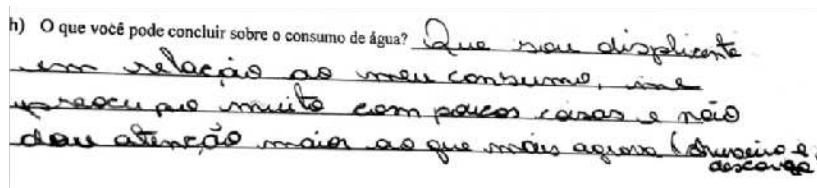
---

<sup>1</sup> Ligação clandestina ao sistema da rede de água

<sup>2</sup> Bullyng se refere a agressões físicas ou psicológicas, intencionais e repetidas, praticadas por uma pessoa ou um grupo contra uma vítima que tem menos condições de se defender, em uma relação desigual de forças.

como estavam abaixo, ficaram tranquilos. Outros fizeram reflexões sobre as causas que explicariam o fato de que alguns meses o consumo foi mais alto, tentado compreender para evitar que isso se repita no futuro, vejamos algumas respostas.

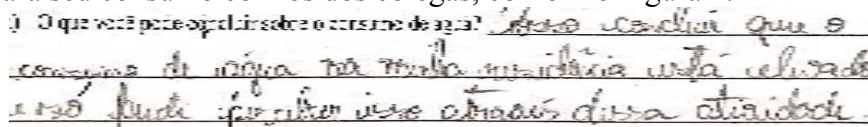
O Estudante A toma consciência sobre o consumo de água, indicando a sua displicência e pouca preocupação a respeito com o problema da água que se agrava no mundo (Figura 1). Na perspectiva do Letramento com Gal (2002) esse é um despertar da postura crítica e um repensar de suas atitudes.



h) O que você pode concluir sobre o consumo de água? *Que sou displicente em relação ao meu consumo, não preocupo muito com essas coisas e não dou atenção maior ao que meus colegas (brincos e ascaras)*

Figura 1 - Reflexão do Estudante A sobre a tomada de consciência.

O Estudante B só toma consciência quando realiza a atividade proposta com o PPDAC e quando compara seu consumo com os dos colegas, conforme Figura 2.



i) O que você pode concluir sobre o consumo de água? *Isso conclui que o consumo de água na minha comunidade está elevado e só pude perceber isso através dessa atividade.*

Figura 2 - Reflexão do Estudante B sobre o papel do PPDAC.

No ambiente computacional, os estudantes ingressaram seus dados e puderam acompanhar online a formação do banco de dados. A planilha com os dados de todos os estudantes foi disponibilizada, e o próprio Formulário Google gera os gráficos para as variáveis qualitativas. A limitação desse software é o tratamento das variáveis quantitativas, que as trata como qualitativas. Assim exportamos a planilha para o Excel e disponibilizamos para todos os estudantes.

Os estudantes revisaram seus dados e seus cálculos das medidas estavam corretos. Alguns verificaram os erros e concertaram e todos recalcularam a média, mediana, desvio padrão e coeficiente de variação, para todos os estudantes da turma, apenas arrastando os comandos. Todos ficaram impressionados com a facilidade do tratamento dos dados.

O uso do Geogebra utilizado para construir o diagrama de pontos (dotplot) e o diagrama da caixa (boxplot) de quatro estudantes permitiu a compreensão do conceito de variação, do significado do desvio padrão e do coeficiente de variação.

Para concluir a SE Planeta Água, os estudantes divididos em grupos de três fizeram uma pesquisa na internet com a problemática da escassez da água no contexto mundial (África, Oriente Médio e na Califórnia, USA); no contexto brasileiro (Amazônia; Nordeste brasileiro e São Paulo); e na Região explorando os impactos ambientais da barragem recém construída para amenizar o problema da escassez de água da região. Outros temas: a quantidade de água se gasta para produzir um alimento; a água no corpo humano; a poluição das águas; o uso da água nas indústrias. Os grupos levantaram dados na internet e apresentaram na aula, utilizando slides no PowerPoint. Esta atividade tinha como objetivo mostrar aos estudantes que o problema não é local, nem individual, mas diz respeito ao desenvolvimento de uma consciência civilizatória, vejamos alguns depoimentos dos estudantes.

- Estudante C: “Com essa atividade foi possível ver o problema da água no mundo e compreender como e onde a água potável é gasta”.

- Estudante F: “Nessa atividade aprendi coisas que nem imaginava. Além de fazer os cálculos, pude ver como os conceitos estatísticos e matemáticos estão em diferentes contextos. O trabalho com a água nos proporcionou pensar sobre o consumo da água, o problema da escassez da água no mundo”.

### **Considerações finais**

Esses resultados trazem indícios das influências promissoras do ensino da Estatística na perspectiva do PPDAC, do letramento e pensamento estatístico e da Matemática Crítica para a aprendizagem de conceitos estatísticos.

O uso combinado do ambiente papel e lápis e o virtual possibilitou aos estudantes perceber como a parte mais trabalhosa do tratamento dos dados pode ser minimizada, potencializando diversas comparações e assim ter uma visão holística dos dados, compreender a natureza dos dados e os dados de seus colegas, que ao socializar suas conclusões passam a ter padrões de referência.

A escolha da problemática conectada com o conhecimento do contexto do estudante o atinge e o motiva, desafiando-o a refletir sobre dados oriundos de sua realidade; engajando-o numa visão de mundo global; despertando uma consciência crítica, pois o leva a refletir sobre a sua postura e atitudes diante da problemática exposta. Assim neste contexto as estatísticas passam a ser ferramentas úteis que lhe permitem se situar nesse contexto, que não é apenas local e individual, mas global e comunitário, tomando consciência de como a Estatística é uma ferramenta poderosa para a busca da justiça social, para a equidade.

Por fim, temos consciência das limitações de reprodução desta SE na escola pública onde não se tem condições computacionais, mas formar os futuros professores nessa perspectiva poderá contribuir na formação de pessoas mais humanas, mas solidárias.

### **Referências**

- Aslan-Tutak, F., Bondy, E. e L. Adams, T. (2011). Critical pedagogy for critical mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 42. 65-74.
- Bennemann, M. & Allevato, N. S. G. (2012). Educação Matemática Crítica. *Rev. Prod. Disc. Educ. Mat.*, São Paulo, v1, n.1, pp.103-112.
- Brasil (2017). *Base Nacional Comum da Educação*. Brasília: MEC (3ª versão).
- Cazorla, I. M. & Castro, F. C. (2008). O papel da Estatística na leitura do mundo: o letramento estatístico. *Publicatio UEPG. Ciências Humanas, Ciências Sociais Aplicadas, Linguística, Letras e Artes*, v. 16, p. 45-53.
- Cazorla, I. M. & Santana, E. (Orgs.) (2010). *Do tratamento da informação ao letramento estatístico*. Itabuna: Via Litterarum.
- Cazorla, I. M. & Silva, A. V. Jr. & Santana, E. (2018). Reflexões sobre o ensino de variáveis conceituais na Educação Básica. *REnCiMa*, v.9, n.2, p.354-373.
- Crossen, C. (1996). *O Fundo falso das pesquisas: a ciência das verdades torcidas*. Rio de Janeiro: Ed. Revan.
- Gal, I. (2002). Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. In: *International Statistical Review*. Israel, 2002. p. 1-25.
- Gutstein, E. (2003). Teaching and Learning Mathematics for Social Justice in an Urban, Latino School. *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 34, No. 1 (Jan.).

- Nagamine, C. M. L, Silva, C. B. & Santana, E. (2010). Planeta água. In Cazorla, I. M.; Santana, E. (Orgs.). *Do tratamento da informação ao letramento estatístico*. Itabuna: Via Litterarum, p. 45-79.
- Viali, L. (2010). The teaching of statistics and probability in mathematics undergraduate courses. In Reading (Ed.), *Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Conference on Teaching Statistics*, Ljubljana, Slovenia. Voorburg, The Netherlands: *International Statistical Institute*.
- Wild, C. J. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. In: *International Statistical Review*, v. 67, n. 3, p. 223-265.



## O problema da amostragem no contexto da Educação Estatística Crítica

Celso Ribeiro **Campos**

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Brasil

[crcampos@pucsp.br](mailto:crcampos@pucsp.br)

Cileda Queiroz e Silva **Coutinho**

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Brasil

[cileda@pucsp.br](mailto:cileda@pucsp.br)

### Resumo

Este artigo é concebido no contexto do universo das pesquisas eleitorais. Nosso objetivo é investigar o processo de amostragem de um instituto de pesquisa e discutir seus conceitos no âmbito da Teoria da Amostragem. Na linha da Educação Estatística Crítica e do letramento estatístico, vamos complementar esta investigação com uma proposta de atividade pedagógica acerca do tema de amostragem, fazendo uso da estratégia didática da modelagem matemática. Investigamos uma pesquisa do instituto IBOPE, um dos maiores do Brasil. Constatamos alguns problemas metodológicos: equívoco na informação da margem de erro; estágio não probabilístico (amostragem por quotas); e falta de informação sobre os não respondentes. A atividade pedagógica sugerida contém uma pesquisa a ser feita pelos alunos e um debate sobre a problemática da metodologia e sobre os aspectos políticos das eleições presidenciais.

Palavras chave: metodologia de pesquisa, letramento estatístico, educação estatística crítica, modelagem matemática, eleição presidencial.

### Introdução

O período eleitoral no Brasil é costumeiramente uma época de debates, de apresentação de propostas de melhorias para o país, de discussões ideológicas e de, principalmente, acusações, disputas e animosidades entre os políticos e entre os eleitores. O que deveria ser um momento profícuo para discussão de ideias passa a ser palco para veiculação de notícias falsas, de acusações sem provas e até, como no caso recente da eleição presidencial de 2018 no Brasil, tentativa de homicídio de um dos candidatos ao cargo maior da nação.

Outro item que parece ser um combustível para essa fogueira eleitoral são as pesquisas de intenção de voto, que na reta final das eleições protagonizam intensas discussões, definem estratégias e encaminham acordos para um hipotético segundo turno das eleições.





As pesquisas são igualmente objetos de acaloradas discussões e acusações de viesamento ou falseamento de resultados. Na medida em que um candidato se vê desfavorecido no resultado de uma pesquisa, parece ser mais fácil culpar o agente pesquisador do que refletir sobre seu comportamento e/ou suas estratégias.

É nesse contexto que concebemos este artigo, ou seja, o universo das pesquisas eleitorais. Nosso objetivo é investigar o processo de amostragem de um grande instituto brasileiro de pesquisas e discutir seus conceitos e metodologia no âmbito da Teoria da Amostragem.

Na linha da Educação Estatística Crítica e do letramento estatístico, entendemos que esta investigação poderá compor um material profícuo para o trabalho em sala de aula, na medida em que vamos complementar o trabalho com uma proposta de atividade didática acerca do tema de amostragem, fazendo uso da estratégia pedagógica da modelagem matemática.

### **Quadro teórico estatístico**

Segundo Witte & Witte (2005, p. 154), “Qualquer conjunto completo de observações (ou potenciais observações) pode ser caracterizado como uma população”. Qualquer subconjunto de observações obtidas com base em uma população pode ser caracterizado como amostra.

Em aplicações típicas da estatística inferencial, o tamanho da amostra é pequeno em relação ao tamanho da população. Menos de 1% de todos os domicílios dos EUA estão incluídos na pesquisa mensal do *Bureau of Labor Statistics* para estimar a taxa atual de desemprego. Embora cerca de 4.000 eleitores, no máximo, tenham sido selecionados em uma pesquisa eleitoral para candidatura à presidência da república, recentemente realizada pelo Gallup, as previsões têm se mostrado surpreendentemente precisas [...] (WITTE & WITTE, 2005, p. 155).

Existem várias técnicas de amostragem, que podem ser classificadas em probabilísticas e não probabilísticas. Para que seja possível utilizar técnicas da estatística inferencial para a análise dos resultados de uma pesquisa, é necessário que a amostragem seja probabilística. Entre as diversas modalidades de amostragem probabilística, vamos destacar quatro: a amostragem aleatória simples (AAS), a amostragem estratificada, a amostragem por conglomerados e a amostragem sistemática.

Witte & Witte (op. cit.) destacam que “uma amostra é aleatória se, em cada estágio da amostragem, o processo de seleção garantir que todas as observações remanescentes na população possuem iguais chances de virem a ser incluídas na amostra”.

Quando a população é dividida em grupos (subpopulações), que em relação ao objeto pesquisado têm comportamento homogêneo dentro de si e heterogêneo entre os grupos, então é recomendável que a amostragem seja feita por meio de um critério de estratificação. As subpopulações representam os estratos, que devem ser quantificados como proporções da população. A amostra deve ter representantes de todos os estratos, na mesma proporção em que eles ocorrem na população. A seleção dos elementos dentro de cada estrato deve ser aleatória.

Embora alguns países desenvolvidos adotem a AAS para suas pesquisas de intenção de voto, no Brasil predomina a estratificação devido à grande desigualdade social da população. Os estratos comumente utilizados nas pesquisas de intenção de voto são: gênero, idade, nível de instrução, renda e região geográfica.

Quando a população é dividida em subpopulações (conglomerados) que apresentam comportamento homogêneo entre si, é possível sortear um conglomerado e fazer a pesquisa toda ali. Também é possível sortear diversos conglomerados e neles fazer uma estratificação.



Quando a população já se encontra ordenada, é possível estabelecer um intervalo de seleção aleatório, isto é, se, digamos, queremos uma amostra com 10% da população, então devemos selecionar um em cada 10 indivíduos.

Métodos não probabilísticos correspondem a amostragens em que há uma escolha deliberada dos elementos da amostra. Em geral, nesses casos não é possível generalizar os resultados das pesquisas para a população. Existem basicamente dois tipos de amostragem não probabilística, a intencional (por conveniência) e a acidental (por quotas).

A amostragem é intencional quando se faz a inferência com grupos que estão mais acessíveis, mais à mão, tais como pessoas da vizinhança, do trabalho, família e amigos, pessoas provenientes de listas de *mailing* e grupos de redes sociais, por exemplo.

A amostragem é acidental quando se infere pessoas que passam pelo pesquisador em um determinado local e um determinado momento. Normalmente esse tipo de pesquisa pode ser feito com a divisão da população em estratos, compondo quotas para o pesquisador preencher. Desse forma, a amostragem acidental é disfarçada de amostragem estratificada e, como as pessoas são abordadas na rua sem uma seleção específica, é também disfarçada de aleatório, embora não o seja. Sobre esse tipo de pesquisa, More et al. (2016) afirma que sempre redundante em um estudo viesado que, sistematicamente, favorece determinados resultados,

Os resultados de uma pesquisa não probabilística são locais, ou seja, são válidos para o universo pesquisado e não podem ser generalizados para a população como um todo.

Moore (op. cit., p. 163) aponta a melhor forma de fazer a amostragem:

Em uma amostra de resposta voluntária, as pessoas escolhem se respondem. Em uma amostra de conveniência, o entrevistador faz a escolha. Em ambos os casos, a escolha pessoal produz viés. A solução do estatístico é deixar que o acaso impessoal escolha a amostra. Uma amostra escolhida ao acaso não permite nem favoritismo por quem faz a amostra, nem autoseleção por parte de quem responde. Escolher uma amostra ao acaso ataca o viés, atribuindo a todos os indivíduos a mesma chance de serem escolhidos. Rico o pobre, jovem ou velho, negro ou branco, todos têm a mesma chance de estar na amostra.

Outra questão levantada por Moore (op. cit.) é a porcentagem de não resposta, ou seja, de indivíduos selecionados para participar da pesquisa e que se recusam a responder. Tal porcentagem, se alta, segundo o autor, pode provocar viés nos resultados da pesquisa.

Em resumo, os principais problemas relacionados aos resultados de pesquisas amostrais estão ligados à metodologia adotada, ou seja, amostra voluntária, acidental ou de conveniência, além de viés de não resposta. Os problemas relacionados à confiabilidade dos resultados de pesquisas feitas por meio de amostragens não se resumem a isso, mas esses casos já são suficientes para as análises que vamos tecer sobre as pesquisas eleitorais do Brasil.

Segundo Levine et al. (2016), sendo  $\pi$  a proporção desconhecida da população, sua estimativa é a proporção amostral  $p$ , tal que a estimativa do intervalo de confiança de  $\pi$  é dada por:

$$\pi = p \pm Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$$

Nessa equação,  $\alpha$  é o nível de significância correspondente ao nível de confiança de  $(1-\alpha)\%$ . Nesse caso,  $\alpha/2$  é a proporção em cada cauda da curva normal que fica fora do nível de confiança. Em pesquisas de intenção de voto, costuma-se utilizar um nível de confiança de 95%, que corresponde a um  $Z_{\alpha/2} = 1,96$ , conforme a tabela da curva normal (LEVINE et al., op. cit.).



Como a proporção amostral  $p$  pode variar,  $p(1 - p)$  pode assumir diferentes valores. As pesquisas de intenção de voto costumam adotar o valor máximo possível para esse produto, que ocorre quando  $p = 0,5$ . Assim, se considerarmos uma amostra de tamanho  $n = 2000$ , temos a seguinte margem de erro ao nível de confiança de 95%:

$$ME = 1,96 \times \sqrt{\frac{0,5 \cdot (1 - 0,5)}{2000}} = 1,96 \times 0,01118 = 0,0219$$

Esse resultado corresponde aproximadamente a uma margem de erro de 2,2%. Para obter exatos 2% de margem de erro, é necessário que a amostra seja de 2.401 observações. Essa margem de erro (2%) é a que é comumente adotada pelos institutos de pesquisa.

### **Quadro teórico de Educação Estatística**

A ideia de letramento estatístico nos remete à noção de alfabetização funcional em Estatística, ou seja, a capacidade de ler, escrever, interpretar criticamente os conceitos e os resultados estatísticos, argumentar usando terminologia própria, explicar seus pontos de vista, etc. Gal (2002) advoga que:

[...] é proposto que o termo ‘letramento estatístico’ se refere amplamente a dois componentes inter-relacionados, principalmente (a) a capacidade das pessoas de interpretar e avaliar criticamente informações estatísticas, argumentos relacionados a dados ou fenômenos estocásticos, os quais podem ser encontrados em contextos diversos e quando relevante; (b) sua capacidade de discutir ou comunicar suas reações a tais informações estatísticas, tais como sua compreensão do significado da informação, suas opiniões sobre as implicações dessa informação ou suas preocupações quanto à aceitabilidade de dados e conclusões (GAL, 2002, pp. 2-3)

Em Coutinho e Campos (2018), defendemos que o letramento pode ser estimulado nos estudantes por meio de exemplos de atividades contextualizadas que favoreçam o engajamento dos alunos, a mobilização de conhecimentos, habilidades e atitudes. Esses exemplos devem ser extraídos da realidade e construídos com base em notícias veiculadas na mídia ou a partir de temas de interesse dos alunos, tais como, levantamento de preços, dados relativos a esportes, dados populacionais, etc.

Em Campos et al. (2011, pp. 25-26), destacamos uma forma de estimular o desenvolvimento do letramento estatístico:

Dar aos estudantes a oportunidade de produzir os próprios dados e encontrar os resultados básicos ajuda-os a tomar as rédeas de seu próprio aprendizado. Também promove a habilidade de assumir a responsabilidade de resolver seus problemas, como eles terão que fazer em seu ambiente de trabalho. É possível solicitar aos estudantes que não apenas coletem os seus dados, mas, igualmente, elaborem as variáveis que irão compor seus questionários. Isso os ajuda a descobrir ou determinar métodos e técnicas por si próprios.

Assim, pretendemos construir uma atividade didática para favorecer o desenvolvimento do letramento estatístico por meio do uso da Estatística como evidência para assuntos e argumentos encontrados em sua vida diária como consumidores de informações veiculadas pelas diversas mídias. Essa atividade que vamos mostrar está ligada à problemática das pesquisas de opinião a respeito das eleições no Brasil.



## **Sobre a educação estatística crítica**

Os princípios da Educação Crítica e da Educação Matemática Crítica, apresentados nos trabalhos de Freire (1970), Giroux (1997) e Skovsmose (2004), foram adaptados por Campos (2016), que compôs a chamada educação estatística crítica, cujos princípios são:

- i) Contextualizar os dados de um problema estatístico, preferencialmente utilizando dados reais;
- ii) Encorajar a interpretação e análise dos resultados obtidos;
- iii) Inserir os assuntos tratados em um contexto social/político e promover discussões sobre os problemas levantados.

Além disso, em Campos (2016) encontramos outras características importantes da educação estatística crítica, tais como: a promoção de uma educação problematizadora, dialógica e que estimula a criatividade e a reflexão do aluno; a valorização dos aspectos políticos envolvidos na educação, tanto em relação ao processo educativo como em relação aos conteúdos disciplinares; o desenvolvimento dos relacionamentos sociais, o combate às posturas alienantes dos alunos e a defesa da ética e da justiça social; a democratização do ensino; etc.

Com isso, defendemos que devemos conjugar a ideia de ensinar Estatística sempre acompanhada de um objetivo maior de promover a criticidade e o engajamento dos estudantes em questões políticas, sociais, econômicas ou ambientais que fazem parte de sua realidade como cidadãos, de modo a encorajar o desejo de justiça social em um ambiente democrático e desalienado.

## **Metodologia**

Neste trabalho de investigação, vamos analisar uma pesquisa de intenção de voto para presidente da república do Brasil, realizada pelo instituto IBOPE. Nossa intenção é investigar sua metodologia, comparando-as com o que foi exposto no nosso quadro teórico de Estatística.

Adicionalmente, a atividade didática que vamos sugerir segue a estratégia da modelagem matemática, que se articula bem com as ideias de letramento estatístico e de educação estatística crítica.

## **Resultados**

A pesquisa analisada foi feita pelo IBOPE entre os dias 22 e 24 de setembro. Os resultados são mostrados na figura 1.

Sobre a metodologia da pesquisa, encontramos as seguintes informações:

O modelo de amostragem utilizado é o de conglomerados em 3 estágios.

No primeiro estágio os municípios são selecionados probabilisticamente através do método PPT (Probabilidade Proporcional ao Tamanho), tomando os eleitores que votaram nas últimas eleições (votantes) como base para tal seleção.

No segundo estágio são selecionados os conglomerados: setores censitários, com PPT (Probabilidade Proporcional ao Tamanho) sistemático. A medida de tamanho é o número de votantes dos setores.

Finalmente, no terceiro estágio é selecionado em cada conglomerado um número fixo de votantes segundo cotas de variáveis [...]

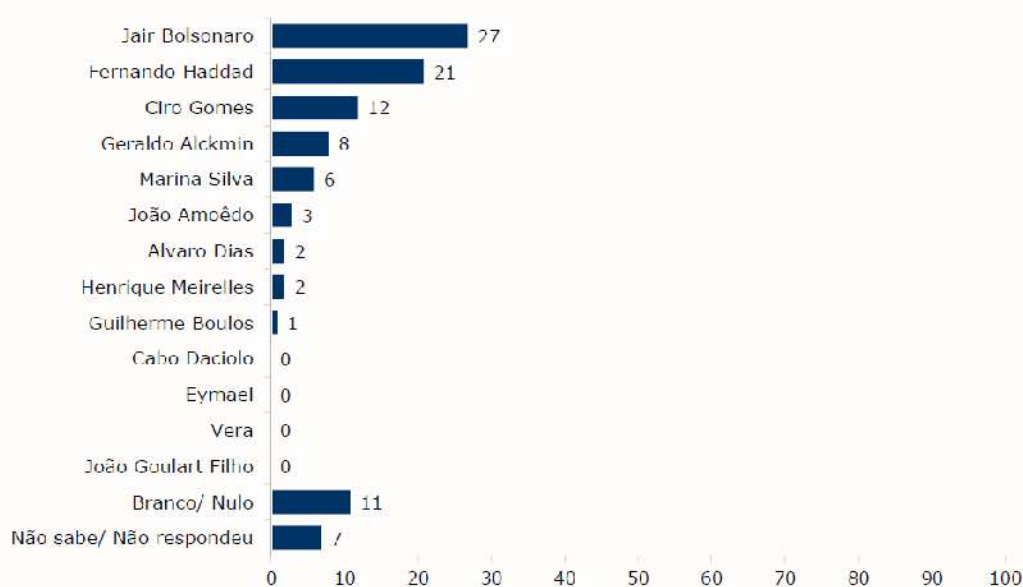
Foram realizadas 2000 entrevistas em 126 municípios. A margem de erro máxima estimada é de 2 pontos percentuais para mais ou para menos sobre os resultados encontrados no total da amostra. O nível de confiança utilizado é de 95% (IBOPE, 2018, p. 2)

O método PPT não é descrito em nenhuma das fontes que consultamos. Em uma busca na internet, encontramos referências no website do INPAD (2012) (Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia para Políticas Públicas do Álcool e Outras Drogas). Vimos que a probabilidade



proporcional ao tamanho (PPT) é um método de seleção aleatória no qual são atribuídos pesos a cada município de acordo com a sua população, de forma que se um município A tem população  $x$  e outro município B tem população  $2x$ , a chance de o município B ser selecionado é duas vezes maior que a do município A. Isso compõe o primeiro estágio da pesquisa do IBOPE. No segundo estágio, são designados os conglomerados ou setores censitários, ou seja, regiões dos municípios selecionados no primeiro estágio. Considerando a ponderação chamada de PPT, a seleção das regiões a serem pesquisadas é feita pelo método sistemático. O terceiro estágio é o mais sensível, no qual dentro de cada conglomerado é selecionado um número fixo de votantes segundo cotas de variáveis. As variáveis, nesse caso, são os estratos, que o IBOPE discrimina como sexo, idade, instrução e renda.

**INTENÇÃO DE VOTO PARA PRESIDENTE DA REPÚBLICA**  
**(Estimulada - Uma opção)**  
**(%)**



*Figura 1:* Resultado geral da pesquisa estimulada divulgada em 26/09/2018. Fonte: IBOPE (2018)

Não há qualquer informação no documento do IBOPE sobre como é feita a abordagem ao eleitor pesquisado. Como não há um estágio de sorteio de residências, podemos supor que o pesquisador aborda pessoas na rua, buscando preencher suas quotas. Esse tipo de amostragem compõe um estágio não probabilístico de pesquisa, no qual o pesquisador escolhe quem vai pesquisar, produzindo naturalmente um viés. Como já dissemos no quadro teórico (MOORE et al., 2016), tanto no caso em que o pesquisador faz a escolha de quem entrevistar quanto na situação em que a pessoa escolhida decide se quer responder ou não, há um viés de resposta que pode comprometer o resultado da pesquisa.

A pesquisa do IBOPE falha principalmente nos seguintes aspectos: não compõe amostras probabilísticas em seu terceiro estágio ao fazer o levantamento por quotas; não divulgam a correta margem de erro, que é de 2,2% ao invés de 2% e não informa a porcentagem de não resposta.

De acordo com Moore (2016), o levantamento por quotas corresponde a um planejamento amostral ruim que resulta em um erro sistemático, gerando viés nos resultados. Talvez o viés não



seja tão dramático (e possivelmente o instituto de pesquisa aposte nisso) dado que as duas primeiras etapas do processo de amostragem são feitas com métodos probabilísticos.

### **Proposta didática**

No âmbito do assunto tratado neste artigo, pensamos em propor uma atividade didática baseada na modelagem matemática para trabalhar o tema de pesquisas de intenção de votos.

Nossa sugestão é válida tanto para o ensino fundamental como para o ensino médio e o superior. A ideia é dividir a classe em grupos (os próprios alunos formam os grupos) e pedir para eles obterem dados a respeito da intenção de voto junto a pessoas próximas, ou seja, família, amigos, vizinhos, etc. Depois de obtidos os dados, o grupo deve preparar um relatório descrevendo a amostra e contendo uma tabela e um gráfico com os resultados obtidos. Posteriormente, na data combinada para a entrega do relatório, o professor, com a ajuda dos alunos, junta todos os relatórios e mostra um resultado unificado. Aos alunos pode ser atribuída uma meta de entrevistar 20 pessoas cada. Se assim for feito, uma sala de 40 alunos produzirá uma amostra de 800 pessoas.

Sugerimos comparar os resultados unificados com as pesquisas publicadas pelos institutos para começar a discutir os princípios de metodologia de pesquisa. É esperado que o resultado dos alunos apresente um viés causado pela amostragem por conveniência (não probabilística), o que deve ser evidenciado pelo professor.

Por fim, a atividade pode gerar uma conversa sobre política e o professor pode pedir para os alunos fazerem campanha para seus candidatos ou até simular um debate. Isso é uma oportunidade para discutir quais são os problemas do país e quais são as propostas dos candidatos para enfrenta-los.

Evidentemente, essa atividade é indicada para períodos próximos a eleições, que no Brasil ocorrem a cada dois anos. Em épocas outras, poderá ser difícil encontrar pesquisas de opinião que fomentem tal debate político na mídia.

### **Considerações finais**

Neste artigo, tínhamos estabelecido como objetivo investigar o processo de amostragem de uma pesquisa eleitoral e discutir seus conceitos à luz da teoria da amostragem estatística. Examinamos a metodologia, comparando os procedimentos adotados com o que nosso quadro teórico sugeria e notamos três problemas, a saber: equívoco na designação da margem de erro; adoção de um estágio não probabilístico na pesquisa; e omissão sobre não respondentes.

Outro objetivo deste estudo era propor uma atividade didática sobre o tema, o que fizemos adotando a estratégia da modelagem matemática. Sugerimos comparar os resultados dos alunos com pesquisas publicadas na mídia para evidenciar a problemática da amostragem. Por fim, tratamos de valorizar a Educação Estatística Crítica quando propusemos um debate político sobre os candidatos mencionados nas pesquisas.

Acreditamos que tal atividade didática favorece o desenvolvimento do letramento estatístico na medida em que sugerimos avaliar criticamente as informações das pesquisas, discutir e comunicar as interpretações (GAL, 2002), além de se trabalhar uma atividade contextualizada, favorecendo o engajamento dos estudantes (COUTINHO & CAMPOS, 2018).

Desta feita, acreditamos ter contribuído para a disseminação de conhecimentos relevantes para a compreensão da realidade brasileira em um momento importante de definição política caracterizado pela eleição presidencial.





## Bibliografia

- Campos, C. R. (2007). *Educação estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da Estatística em cursos de graduação*. 242 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Rio Claro: UNESP.
- Campos, C. R. (2016). *Towards critical statistics education – theory and practice*. Saarbrücken/Alemanha: Lambert Academic Publishing.
- Campos, C. R.; Wodewotzki, M. L. L.; Jacobini, O. R. (2011). *Educação estatística – teoria e prática em ambientes de modelagem matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Coutinho, C. Q. S.; CampOS, C. R. (2018). Perspectivas em didática e educação estatística e financeira: reflexões sobre convergências entre letramento matemático, matemacia, letramento estatístico e letramento financeiro. In: G. P. Oliveira (org.), *Educação Matemática – epistemologia, didática e tecnologia*, pp. 143-180. São Paulo: Livraria da Física.
- Freire, P. *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1970.
- Gal, I. (2002). Adult's Statistical literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Giroux, H. A. (1997). *Os professores como intelectuais: rumo a uma pedagogia crítica*. Trad. Daniel Bueno. Porto Alegre: Artes Médicas.
- IBOPE. (2018). *Pesquisa de opinião pública sobre assuntos políticos/administrativos - Job 1152*. Registro no TSE: BR-04669/2018 Ibope Inteligência. Disponível em: <http://www.ibopeinteligencia.com/noticias-e-pesquisas/jair-bolsonaro-mantem-lideranca-e-diferenca-de-6-pontos-percentuais-com-relacao-a-fernando-haddad/>. Acesso em 29/09/2018.
- INPAD. (2012). II LENAD – *Levantamento Nacional de Álcool e Drogas*. Disponível em: <https://inpad.org.br/lenad/sobre-o-lenad-ii/metodologia/>. Acesso em 29/09/2018.
- Levine, D. M.; Stephan, D. F.; Szabat, K. A. (2016). *Estatística – teoria e aplicações*. Rio de Janeiro, LTC.
- Moore, D. S.; William, I. N.; Fligner, M. A. (2016). *A Estatística básica e sua prática*. 6ª ed. Rio de Janeiro, LTC.
- Skovsmose, O. (2004). *Educação Matemática Crítica – A Questão da Democracia*. 2ª ed. Campinas: Papirus.
- Witte, R. S.; Witte, J. S. (2005). *Estatística*. 7ª ed. Rio de Janeiro: LTC.?

