EDUCACIÓN MATEMÁTICA en las AMÉRICAS 2023

Formación Continua y Desarrollo Profesional

Patrick Scott, Yuri Morales
y Angel Ruiz
Editores

CIAEM
IACME
desde - since 1961

www.ciaem-iacme.org
ciaem.iacme@gmail.com

Formación Continua y Desarrollo Profesional
[Volumen 4, Memorias XVI CIAEM, Lima, Perú]

Editado por Patrick Scott, Yuri Morales y Ángel Ruiz
Colaboradora: Sarah González

ISBN Volumen: 978-9945-18-787-5
ISBN Obra Completa: 978-9945-18-784-7

Para citar este libro y este volumen:

Comité Interamericano de Educación Matemática (2023). *Educación Matemática en las Américas 2023. Formación Continua y Desarrollo Profesional*. Editores: Patrick Scott, Yuri Morales y Ángel Ruíz. República Dominicana.

Contenidos

Presentación

La ***XVI Conferencia Interamericana de Educación Matemática*** **(XVI CIAEM)** se realizó en la Universidad de Lima, Perú, del 30 de julio al 4 de agosto del 2023.

La XVI CIAEM en un momento crucial

Esta CIAEM se dio en un momento significativo para nuestra comunidad:

- En primer lugar, por ser el primer gran congreso multinacional postpandemia en las Américas **totalmente presencial**. Esta modalidad se convirtió en un gran desafío para una región muy afectada por la pandemia, a nivel nacional, institucional e individual. Los esfuerzos organizativos que hubo que hacer fueron mayores en medio de muchas incertidumbres, incluidas las políticas. Pero el proceso se completó con extraordinario éxito. Contó con la participación de cerca de 1000 personas de 28 países y la presentación de más de 500 trabajos en diversas modalidades (https://xvi.ciaem-iacme.org).
- En segundo término, porque se realizó en Lima, después de 57 años desde que había tenido lugar la II CIAEM (1966), bajo el liderazgo de los norteamericanos Marshall Stone y Howard Fehr. La CIAEM volvió al Perú, aunque en un escenario histórico muy distinto.
- Precisamente, en tercer lugar, el año 2023 simboliza un *punto de inflexión* con saltos cuánticos en las tecnologías del mundo, como la Inteligencia Artificial y nuevos artefactos y perspectivas tecnológicas que impactarán nuestro futuro casi inmediatamente. Todo dentro de contextos políticos y económicos, y de profundo cambio climático, que ya comenzaron a definir una nueva época para la humanidad. Las matemáticas y su enseñanza se inscribirán dentro de este escenario global.

Conferencia inaugural XVI CIAEM

CIAEM: "un importante agente de la reforma curricular en Educación Matemática en las Américas" (F. Leung)

La XVI CIAEM fue una reunión regional de la *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI). El CIAEM es la organización multinacional afiliada al ICMI con mayor antigüedad y un socio importante de esta organización internacional. En palabras de Frederick Leung, Presidente de ICMI, en la *Ceremonia Inaugural* de la XVI CIAEM:

> Tanto el *Comité Interamericano de Educación Matemática* como la serie de Conferencias que organiza se denominan CIAEM. El CIAEM nació en 1961 a partir del controvertido movimiento *New Math* en América Latina, pero desde entonces el Comité ha evolucionado y se ha convertido en un importante agente de la reforma curricular en Educación Matemática en las Américas, y las Conferencias se han convertido en un lugar importante para el intercambio intelectual sobre investigaciones y prácticas de la Educación Matemática en la región y en el mundo.

Y añade:

> El CIAEM es mucho más que un Comité o una Conferencia. Produce materiales como publicaciones, blogs, etc. para apoyar a la Comunidad de Educación Matemática. Colabora con organizaciones nacionales y regionales de Educación Matemática en las Américas para apuntalar sus iniciativas y esfuerzos. Más importante aún, a lo largo de los años, ha crecido hasta convertirse en una organización más global, con "sólidos vínculos científicos y educativos con el resto del mundo". Es un importante Centro y una Red de educadores e investigadores matemáticos de la región, y también un puente entre la región y el resto del mundo.

El CIAEM y las CIAEM constituyen el principal punto de referencia en la Educación Matemática para investigadores, docentes y estudiantes en todo el continente.

La alta calidad científica de las CIAEM

En los textos que recogemos aquí domina un gran nivel científico. Una de las características permanentes de las CIAEM es, precisamente, su cultivo de la mayor calidad académica; la cual es producto de un diseño intelectual estratégico innovador y de grandes esfuerzos por individuos y equipos durante muchos meses antes del congreso. A diferencia de otros eventos, las CIAEM piden las propuestas de ponencias de manera extensa y administra cuidadosamente la revisión por medio de una plataforma tecnológica (los textos aprobados pueden revisarse varias semanas antes del congreso en nuestras plataformas).

Es una perspectiva de organización académica profesional muy seria. Por eso es por lo que, en primer lugar, deseo agradecer formalmente la labor comprometida del *Comité Internacional del Programa* con un especial reconocimiento a los *Directores de tema*, a los casi 200 *Revisores científicos*, a los *Coordinadores de sesiones* en el evento y al *Comité Asesor Internacional.*

En esta oportunidad, dadas las condiciones de las plataformas tecnológicas libres disponibles, diseñamos una innovadora estrategia complementaria para la organización del congreso mediante dos sitios web: sitio oficial con toda la información y articulación de la preparación del evento (usamos WordPress), y el sitio para ponencias con base en *Open Conference Systems*. Agradecemos el trabajo de la Dirección de estas plataformas.

En la XVI CIAEM se plasmó la participación en la gestión académica de las redes hermanas: la Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe (especialmente) y la Comunidad de Educación Matemáticas de América del Sur.

En la pasada década el CIAEM, desarrolló una relación estratégica con el Proyecto Reforma Matemática (Costa Rica). Este equipo humano fue base crucial para sostener la logística informática de la organización científica del congreso, como lo fue en todos los eventos desde la CIAEM de Recife (Brasil) en 2011.

El *Comité Organizador Local* en la Universidad de Lima, aparte de las acciones usuales, proporcionó un ambiente cultural muy especial, con una gran hospitalidad. Nuestro agradecimiento a los colegas por haber asumido la logística multifacética de esta XVI CIAEM, que dejó recuerdos inolvidables en la comunidad de participantes.

Acciones dentro de la XVI CIAEM

Durante la XVI CIAEM, se hizo entrega de la *Medalla Luis Santaló* a Luis Carlos Arboleda y la *Medalla Marshall Stone* a Nelly León (Venezuela) y Sarah González (República Dominicana).

Entrega Medalla Luis Santaló

Y recordamos a grandes académicos que fallecieron en el periodo 2019 y 2023, entre ellos dos expresidentes del CIAEM: Ubiratan D'Ambrosio y Carlos Vasco.

En esta CIAEM fue confirmada la decisión de tener la XVII CIAEM en Monterrey, México, en el 2027.

Durante el evento, en correspondencia con los Términos de referencia del CIAEM, se aprobó la conformación de nuevos equipos directivos del CIAEM para el periodo 2024-2027:

- *Consejo Internacional* [dedicado a asuntos prospectivos, relaciones estratégicas, apoyo y asesoría]: Ángel Ruiz (Costa Rica, Presidente), Claudia Groenwald (Brasil), Eduardo Mancera (México), Luis Carlos Arboleda (Colombia) Medalla *Luis Santaló* 2023, Michèle Artigue (Francia) Medalla *Luis Santaló* 2015, Patrick Scott (EUA), Salvador Llinares (España) Medalla *Luis Santaló* 2019.
- *Equipo ejecutivo* [dedicado a asuntos de organización y desarrollo ejecutivo de las múltiples acciones cotidianas y materialización de proyectos, congresos, publicaciones, entre otros: Presidente: Eduardo Mancera (México), Primera vicepresidenta: Yuriko Yamamoto Baldin (Brasil), Segunda vicepresidenta: Nelly León (Venezuela), Secretaria de organización: Soledad Estrella (Chile), Secretario de asuntos tecnológicos: Yuri Morales (Costa Rica). *Vocales:* Ana Claudia Vilchis (México, para América del Norte), Ricardo Poveda (Costa Rica, para América Central), Sarah González (República Dominicana, para El Caribe), Eulalia Calle (Ecuador, para Región Andina), Claudia Vargas (Chile, para Región del Cono Sur), Alessandro Ribeiro (Brasil, para Región Luso-americana).

Educación Matemática en las Américas 2023

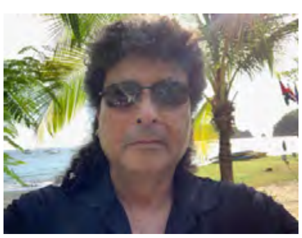
Los textos de las ponencias invitadas (conferencias plenarias, conferencias paralelas, sesiones temáticas, sesión Ubiratan D'Ambrosio, mesa redonda, minicursos) y ponencias abiertas (comunicaciones, talleres, posters), presentadas efectivamente en el congreso, han sido incluidas en esta colección digital de volúmenes que titulamos *Educación Matemática en las Américas 2023.* Los trabajos se han organizado en 10 volúmenes. El CIAEM desea agradecer a todos los autores que presentaron sus trabajos en la XVI CIAEM.

La organización detallada y la edición en sus diversas dimensiones fue realizada por Patrick Scott (Estados Unidos) y Yuri Morales (Costa Rica) quienes dedicaron un esfuerzo extraordinario para tener estas *Memorias*. Nuestra compañera Sarah González se encargó de tramitar su registro en República Dominicana (que contó con el apoyo de la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra de ese país). Expreso nuestro agradecimiento a Rick, a Yuri y a Sarah.

Los enlaces de estos volúmenes se han colocado en las páginas web oficiales del CIAEM.

Esperamos que la publicación de estos trabajos contribuya al progreso de la investigación y la acción de aula en la Educación Matemática de las Américas.

Atentamente



Ángel Ruiz, Presidente
Comité Interamericano de Educación Matemática

EDUCACIÓN MATEMÁTICA en las AMÉRICAS 2023

El presente volumen es parte de la colección digital *Educación Matemática en las Américas 2023*, que corresponde a las *Memorias* de la *XVI Conferencia Interamericana de Educación Matemática* (celebrada en Lima, Perú, del 30 de julio al 4 de agosto de 2023).

Los diez volúmenes se han organizado de la siguiente manera:

1. *Educación Matemática en las Américas 2023. Trabajos invitados de la XVI CIAEM*
2. *Educación Matemática en las Américas 2023. Estrategias para Mejorar la Enseñanza y el Aprendizaje*
3. *Educación Matemática en las Américas 2023. Formación Inicial de Profesores*
4. *Educación Matemática en las Américas 2023. Formación Continua y Desarrollo Profesional*
5. *Educación Matemática en las Américas 2023. Perspectivas Socioculturales*
6. *Educación Matemática en las Américas 2023. Currículo, Competencias y Evaluación*
7. *Educación Matemática en las Américas 2023. Historia y Epistemología*
8. *Educación Matemática en las Américas 2023. Resolución de Problemas y Modelización*
9. *Educación Matemática en las Américas 2023. Uso de Tecnologías Digitales*
10. *Educación Matemática en las Américas 2023. Investigación*

Estos volúmenes se pueden revisar o descargar gratuitamente en la página ***Memorias XVI CIAEM*** del sitio principal del CIAEM.

Actividades de demostración matemática para promover aprendizajes en Geometría

Elizabeth **Advíncula** Clemente
Universidad de Lima
Perú
eadvincu@ulima.edu.pe
Emma **Carreño**
Universidad de Piura
Perú
emma.carreno@udep.edu.pe
Flor **Hau** Yon
Universidad de Piura
Perú
flor.hauyon@udep.edu.pe
Isabel **Torres** Cespedes
Universidad de Lima
Perú
iztorres@ulima.edu.pe

Resumen

Abordar la demostración matemática permite ir más allá de hacer evidente la validez de un teorema matemático o del descubrimiento de uno nuevo, lo que favorece el pensamiento lógico del individuo pues requiere una comprensión profunda de la naturaleza y el rol de la demostración. Este taller tiene por objetivo desarrollar actividades de demostración matemática con profesores y estudiantes para profesor de educación primaria y secundaria. Las actividades se diseñan en base al modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) y buscan promover el aprendizaje de la geometría. La metodología del taller es teórico-práctica, a través de actividades individuales y grupales que promuevan la elaboración y validación de conjeturas, así como el desarrollo de argumentos matemáticos. Entre los resultados se espera que los participantes logren realizar demostraciones geométricas usando diferentes tipos de razonamiento y métodos de demostración.

Palabras clave: Demostración matemática; aprendizaje; geometría; profesores de primaria y secundaria; modelo MTSK; formación docente.

Introducción

La demostración es una actividad que resulta compleja tanto para profesores como para estudiantes. De allí nuestro interés en proponer actividades de demostración con docentes que permitan una reflexión sobre la importancia de ellas en la práctica matemática. Entre las dificultades que suelen presentar las demostraciones matemáticas tanto para su enseñanza como para su aprendizaje, se tienen: escaso razonamiento lógico, confusión entre explicación y demostración, pensar que demostrar es hacer una simple verificación (o justificación), deficiencia de conocimientos que no permiten la explicación oral y/o verbal de una demostración, entre otras (Alvarado y Gonzáles Astudillo, 2009).

The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) señala la importancia de incluir en el currículo de todos los niveles educativos los procesos de razonamiento y demostración; promoviendo actividades que lleven a estudiantes a formular conjeturas y desarrollar argumentos matemáticos y demostraciones donde utilicen diversos métodos de demostración y tipos de razonamiento. (Alfaro et al., 2019). Asimismo, en el Currículo Nacional peruano se plantea desarrollar la capacidad de *argumentar afirmaciones*, que promueve que los estudiantes elaboren afirmaciones sobre la validez de relaciones haciendo uso de las demostraciones que evidencien su solvencia conceptual. Se señala específicamente, que en el nivel primario los estudiantes sepan explicar y justificar sus afirmaciones y/o sus procesos de resolución matemática; y en el nivel secundario, justifiquen mediante ejemplos y contraejemplos, que comprueben o descarten la validez de afirmaciones y en el nivel destacado (nivel más alto) debe sustentarlas a través de demostraciones o argumentos. Se observa que, para llegar a realizar demostraciones se requiere seguir una secuencia progresiva que incluye: procesos de razonamiento, deducción, inducción, generalización, justificación, etc. dependiendo del nivel educativo en que se trabaje. Por esta razón, es fundamental que los profesores tengan un conocimiento sólido de esta práctica matemática, su naturaleza, funciones y constitución para enseñarla de forma efectiva (Vicario y Carrillo, 2005).

Por otro lado, Hanna y De Villiers (2008, citado en Alsina, 2018) en un documento de trabajo para la International Commission on Mathematical Instruction mencionan que: "Dado que las demostraciones son el corazón de las matemáticas, es fundamental que tengan un papel más relevante en las aulas, para que así se mantenga la conexión entre las matemáticas escolares y las Matemáticas entendidas como disciplina" (p. 20). También señalan lo siguiente:

> […] para los matemáticos, una demostración es mucho más que una sucesión de pasos correctos. Es, fundamentalmente, una concatenación de ideas e intuiciones cuyo objetivo es alcanzar la comprensión matemática: entender por qué una afirmación es cierta. Por tanto, el reto para los educadores es fomentar el uso de la prueba matemática como método para certificar no sólo que algo es verdad, sino también por qué es verdad (p. 20).

En la misma línea, Zaslavsky, Nickerson, Stylianides, Kidron y Winicki-Landman (2012) señalan que las demostraciones conllevan a un amplio entendimiento de los conceptos matemáticos y tienen el potencial de contribuir a que los estudiantes desarrollen estrategias, métodos y herramientas para la resolución de problemas.

Demostraciones matemáticas

En la literatura revisada, encontramos que en matemática los términos demostración, prueba, demostración matemática o demostración formal se suelen usar como sinónimos. Sin embargo, en educación matemática no es frecuente que tengan exactamente el mismo significado, incluso, muchas veces un mismo término se usa con significados diferentes (Balacheff, 2000).

Alfaro et al. (2019) señalan que el concepto de demostración depende del contexto (la vida cotidiana, las matemáticas y la educación matemática) en el que se trabaje y esto hace que exista una diversidad de estos. Para estos autores, la demostración es un proceso de razonamiento de forma que cada una de ellas es un axioma o una consecuencia de fórmulas precedentes, mediante reglas de inferencia; cuyo objetivo principal es el de validar el conocimiento matemático. Indican los siguientes tipos de demostraciones: directas formales cuando se basan en las reglas de inferencia y se justifican cada una de las proposiciones; y directas informales cuando no se indican las justificaciones de las reglas de inferencia utilizadas; demostraciones indirectas que pueden ser de dos tipos: por contraposición (cuando se demuestra la proposición contrapositiva) y por reducción al absurdo cuando se demuestra una proposición contradictoria.

Por otro lado, Flores (2007) resalta la necesidad de construir esquemas argumentativos, es decir, formas en las que un individuo utiliza sus razonamientos durante una práctica argumentativa. Estos esquemas pueden ser de convicción externa, empíricos y analíticos. Los de convicción externa pueden ser autoritarios, se apoyan en afirmaciones hechas por alguna autoridad, el profesor, un libro de texto, simbólicos, utiliza un sistema de símbolos y lenguaje matemático de manera superflua y poco consistente y fácticos, se argumenta con base en hechos evidentes o anteriores a manera de explicación o justificación, como si fueran un algoritmo). Los esquemas empíricos, pueden ser inductivos los cuales se apoyan en hechos físicos o en dibujos, perceptivos se apoyan en experiencias de manipulación física, real o virtual para llevar a cabo la argumentación. Los analíticos se dividen en esquema de transformación, durante una validación se usa la transformación de los objetos mediante un proceso deductivo y una anticipación de los resultados de tal transformación y esquema axiomático, el individuo es consciente de que existen términos indefinidos y axiomas. Este autor resalta que el uso de estos esquemas no implica llegar a una conclusión válida y no deben confundirse con los tipos de demostración (contradicción, inducción, etc.).

Con respecto a las funciones de la demostración, De Villiers (1993) propone cinco funciones: la *verificación* que se refiere a la verdad y asegura la validez de una afirmación o definición; la *explicación* que lleva a profundizar en las razones por las cuales una afirmación es verdadera; la *sistematización* que conduce a la organización de resultados en un sistema deductivo de axiomas y teoremas; el *descubrimiento* cuando la demostración sirve como un método de exploración, análisis, descubrimiento de nuevos resultados y la *comunicación* o transmisión de los resultados.

Ruiz (2014) aborda el trabajo con los teoremas y las demostraciones de proposiciones matemáticas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en todos los niveles de educación y manifiesta que generalmente los alumnos no recuerdan el rigor que debe tener una demostración ni tampoco pueden iniciar una demostración. Esto se debe a que generalmente se usa mucho la inducción como método para aseverar la veracidad de todas las proposiciones y conceptos que se usan en la escuela. En cambio, la deducción permite la construcción de la ciencia del conocimiento matemático.

Demostraciones geométricas

Aprender a demostrar proposiciones geométricas es un tema que necesita seguir siendo investigado. En este sentido, Lárez (2014) resalta la importancia de hacer demostraciones geométricas como resolución de problemas. Así mismo considera la demostración como una herramienta que puede proveer a los estudiantes de experiencias con rigor y formalismo matemático. Considera que la escuela debe proporcionar a los estudiantes oportunidades de aprender a demostrar, de estudiar demostraciones relevantes y de familiarizarse con el significado de la demostración en la construcción y la validación del conocimiento matemático.

Según Lárez (2014) en una demostración geométrica no solo deben presentarse axiomas y proposiciones ya demostradas, sino deben desarrollarse habilidades cognitivas como la comprensión, el razonamiento, el análisis, la evaluación, entre otras; tomando en cuenta que la geometría es el espacio propicio para fomentar el razonamiento lógico y el desarrollo de habilidades de representación, elaboración y validación de conjeturas, argumentación, necesarios en la resolución de problemas matemáticos y de la vida cotidiana.

En este sentido, Lárez (2014) propone un modelo para realizar demostraciones de teoremas geométricos, que consta de cinco fases: construcción de una figura que ilustre las propiedades geométricas de la proposición a demostrar; ubicación de información que ayude a decidir la elección de estrategias para realizar la demostración; producción de conjeturas a partir de la indagación y reflexión; organización de argumentos con una estructura lógica que permita concluir la demostración y evaluación constante de todo el proceso. Finalmente, para el proceso de demostrar utiliza la prueba de dos columnas como herramienta para sistematizar el conocimiento geométrico a través de una serie de proposiciones y razones que validen o justifiquen cada proposición.

Modelo del conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK)

Este trabajo se fundamenta en el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas - MTSK (por sus siglas en inglés, Mathematics Teacher's Specialised Knowledge) propuesto por Carrillo et al. (2018), en el que el conocimiento del profesor es especializado en tanto que es útil para su quehacer profesional. Este modelo analítico permite estudiar el conocimiento del profesor de matemática desde tres dominios: conocimiento matemático (MK), conocimiento didáctico del contenido (PCK) y dominio afectivo que permea todo el conocimiento del profesor.

En el dominio MK se considera el conocimiento matemático que el profesor usa en cualquier actividad ligada a su profesión. Incluye tres subdominios: conocimiento de los temas (KoT), conocimiento de la Estructura Matemática (KSM) y conocimiento de la práctica matemática (KPM). El KoT se compone de cuatro categorías: procedimientos; definiciones, propiedades y sus fundamentos; registros de representación; y fenomenología y aplicaciones relacionados con el tema. El KSM incluye el conocimiento que el profesor posee sobre las conexiones entre elementos matemáticos y se compone de cuatro categorías: conexiones de complejización, de simplificación, transversales y auxiliares. El KPM incluye un conocimiento ligado al conocimiento del profesor sobre las reglas de construcción de un nuevo conocimiento matemático. Se contempla el conocimiento sobre la jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos, las formas de validación y demostración, el papel de los símbolos y uso del lenguaje formal, los procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producción matemática, las prácticas particulares del quehacer matemático y las condiciones necesarias y suficientes para generar un nuevo conocimiento.

En el dominio PCK se considera el conocimiento de la matemática desde la perspectiva de su enseñanza y aprendizaje. Se divide en tres subdominios: el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), el conocimiento de las características del aprendizaje matemático (KFLM) y el conocimiento de los estándares de aprendizaje matemático (KMLS). El KMT se centra en el conocimiento de teorías sobre la enseñanza del contenido, de recursos materiales y virtuales, y de diversas estrategias, técnicas, tareas y ejemplos. El KFLM aborda el conocimiento del profesor acerca de cómo se aprende el contenido y comprende 4 categorías: teorías de aprendizaje personales e institucionalizadas, fortalezas y dificultades, formas de interacción con un contenido matemático y aspectos emocionales. El KMLS considera el conocimiento que el profesor posee sobre las orientaciones dadas por autoridades de diversos niveles acerca de qué debe aprender un alumno en cierto momento, por ejemplo, el conocimiento de estándares de aprendizaje. Este subdominio incluye tres categorías: expectativas de aprendizaje, nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado y secuenciación con temas anteriores y posteriores.

Nuestro taller se vincula con el conocimiento de la práctica matemática, específicamente de las demostraciones geométricas, considerando que dicho conocimiento debe formar parte de su conocimiento especializado (Carrillo et al., 2018). En este sentido, Ball y Bass (2009) señalan a la demostración como una práctica matemática clave en el conocimiento del profesor. Además, Knuth (2002) afirma que la enseñanza de la demostración requiere que los profesores tengan una comprensión profunda de la naturaleza y el rol de la misma.

Metodología del taller

En este taller se proponen dos actividades de demostración para docentes de educación básica. En la primera, los participantes deben realizar la demostración del Teorema de Pitágoras; y en la segunda, se presentan soluciones realizadas por profesores en ejercicio a un problema relacionado con una generalización matemática, para que identifiquen características, tipos y funciones de la demostración, así como el conocimiento matemático evidenciado según el modelo MTSK.

La dinámica contempla una fase de trabajo individual, luego una socialización de resultados en pequeños grupos y finalmente una síntesis teórica con todos los participantes.

A continuación, se describe brevemente el desarrollo de las actividades planteadas.

Primera Actividad
Demuestra la siguiente proposición:
La suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos de un triángulo rectángulo es igual al cuadrado de la longitud de su hipotenusa.

Desarrollo de la primera actividad
Fase individual: 15 minutos
Cada participante realiza la demostración propuesta y responde las siguientes preguntas:

1. ¿Por qué ha elegido este tipo de demostración?
2. ¿Conoce otras formas de demostración distinta a la que ha realizado? Explique.
3. ¿Ha usado material concreto al realizar demostraciones? ¿Considera que son necesarios?
4. ¿Considera conveniente el uso de recursos tecnológicos para realizar demostraciones?
5. ¿Realiza demostraciones con sus estudiantes?
6. ¿La demostración que ha presentado la promueve en sus clases? ¿De qué manera?

Fase grupal: 40 minutos
Se forman grupos de 3 o 4 participantes.
En cada grupo se socializa lo desarrollado en forma individual.
En cada grupo se elige una demostración justificando su elección, la cual será presentada a todos los participantes.
En grupo responden las siguientes preguntas justificando cada una de ellas.

1. ¿Qué conocimientos matemáticos previos ha necesitado para realizar la actividad?
2. ¿Qué conocimientos matemáticos han usado al realizar la demostración?
3. ¿Qué temas matemáticos requieren el conocimiento del Teorema de Pitágoras?
4. ¿En qué situaciones podría aplicarse el Teorema de Pitágoras?
5. ¿Cómo presentaría la demostración a sus estudiantes?
6. ¿Considera importante que los estudiantes de educación básica realicen demostraciones? ¿Por qué?
7. ¿Qué potencial encuentra al proponer que los estudiantes realicen demostraciones?
8. ¿La demostración está incluida en los currículos oficiales de su país?
9. ¿Considera que realizar demostraciones matemáticas contribuye al logro de las capacidades matemáticas declaradas en el Currículo Nacional?

Fase de síntesis: 25 minutos
Cada grupo presenta la demostración elegida a todos los participantes y la sustenta.
Se realiza una síntesis teórica a partir de las respuestas dadas a las preguntas de la fase grupal.
Se entrega un resumen con los fundamentos teóricos involucrados que se usará en el desarrollo de la segunda actividad.

Segunda actividad

Analice las soluciones dadas por profesores[1] *al problema "Un torneo de ping pong" propuesto por Chevallard et al. (1997, p. 65).*

Un torneo de ping-pong

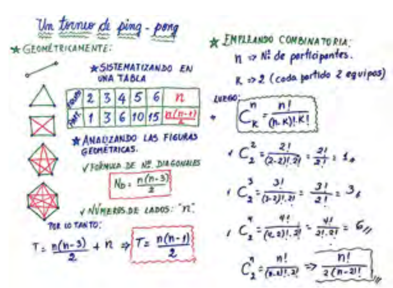
El Instituto organiza un torneo de ping-pong en forma de liga. La comisión organizadora debe decidir cuántos días durará el torneo, los horarios de los partidos, el número de mesas que necesitarán, el tipo de premios, etc. Dado que se dispone de un presupuesto limitado, hay que hacer un estudio previo de lo que costará la organización del evento. Las decisiones que hay que tomar dependen evidentemente del número de partidos que se jugarán en la liga, en la que todos los jugadores juegan contra todos los demás. Los organizadores dudan entre poner o no un límite al número de inscripciones, por miedo a que una avalancha de jugadores haga totalmente inviable la realización del torneo. Para ello, necesitan prever cuál será el número total de partidos que se jugarán a partir del número de jugadores inscritos.

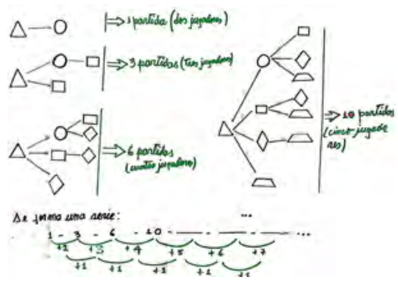
Problema: Si en una liga de ping-pong juegan "n" jugadores, ¿cuál es el número total T de partidos que se realizarán?

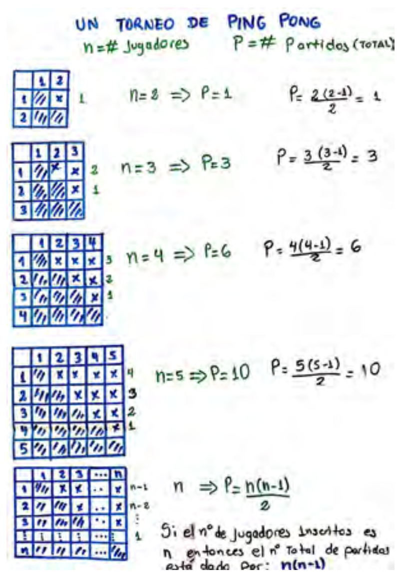
Tabla 1

Soluciones realizadas por profesores al problema Un torneo de pin-pong.

Solución del profesor 1	Solución del profesor 2	Solución del profesor 3







Fuente: elaboración propia.

Desarrollo de la segunda actividad

Fase grupal: 15 minutos

En cada grupo, formado en la actividad 1, se desarrolla la actividad 2 tomando en cuenta la síntesis teórica recibida. El análisis de esta actividad requiere la identificación de las

[1] *Profesores participantes de una maestría en Didáctica de la Matemática para Educación Primaria.*

características de una demostración (construcción de una figura, elección de estrategias en función a información dada, elaboración de conjeturas, organización de argumentos con una secuencia lógica y rigurosidad matemática, forma de presentar la demostración), los tipos de demostración (directa formal, directa informal, indirecta por contraposición, indirecta por reducción al absurdo) y las funciones de la demostración (verificación, explicación, sistematización, descubrimiento y comunicación) que se encuentran presentes en las resoluciones dadas.
Fase de sintesis: 15 minutos
Cada grupo socializa el trabajo desarrollado en grupo a todos los participantes.
Se realiza un cierre con comentarios finales.

Resultados esperados

En este taller se espera generar un espacio de reflexión entre los participantes en torno a la demostración como práctica matemática.

En la primera actividad se espera que los docentes reflexionen sobre su conocimiento acerca de las demostraciones matemáticas y los conocimientos matemáticos asociados, el tipo de demostración que conoce, los recursos que podría usar, su utilidad en diversas aplicaciones, las razones por las que los profesores las promueven o no en los distintos niveles educativos.

En la segunda actividad se espera que los participantes reconozcan los distintos tipos de demostración, reconociendo sus características y funciones a partir de la síntesis teórica consolidada en la primera actividad.

Finalmente, se espera que los participantes identifiquen los conocimientos matemáticos movilizados al elaborar sus argumentos respecto de las soluciones presentadas en cada actividad.

Referencias y bibliografía

Alfaro-Carvajal, C., Flores-Martínez, P. y Valverde-Soto, G. (2019). La demostración matemática: significado, tipos, funciones atribuidas y relevancia en el conocimiento profesional de los profesores de matemáticas. *Uniciencia, 33*(2), 55-75.

Alsina, C. y Nelsen, R. (2018). *Demostraciones con encanto. Un viaje por las matemáticas elegantes*. Real Sociedad Matemática Española y Ediciones SM.

Alvarado, A. y González, M. (2019). La implicación lógica en el proceso de demostración matemática: Estudio de un caso. *Enseñanza de las Ciencias*, *28*(1), 73-84.

Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas*. Una Empresa Docente.

Ball, D. y Bass, H. (2009). With an eye on the mathematical horizon: Knowing Mathematics for teaching to learners' mathematical futures. Trabajo presentado en The 2009 Curtis Center Mathematics and Teaching Conference, Universidad de California UCLA.

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in* Mathematics *Education, 20*(3), 236-253.

De Villiers, M. (1993). El papel y la función de la demostración en Matemáticas. *Epsilon*, 26, 15-30.

Flores, A.H. (2007). Esquemas de argumentación en profesores de matemáticas. *Educación matemática*, *19*, 63-98.

Knuth, E. J. (2002). Teachers' conceptions of proof in the context of secondary school mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *5*(1), 61-88.

Lárez, J. (2014). Las Demostraciones Geométricas como Instancias de Resolución de Problemas. *Paradígma*, *35*(2), 183-198. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2014.p183-198.id543

Ministerio de Educación de Perú. (2016). Currículo Nacional de la Educación Básica. http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf

Ruiz, R. (2014). La enseñanza de la demostración geométrica en la escuela: retos. *EduSol*, *14*(46), 1-13.

Vicario, V. y Carrillo, J. (2005). Concepciones del profesor de secundaria sobre la demostración matemática. El caso de la irracionalidad de $\sqrt{2}$ y las funciones de la demostración. En A. Maz, B. Gómez y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática*, IX (pp. 145-152). SEIEM.

Zaslavsky, O., Nickerson, S. D., Stylianides, A. J., Kidron, I. y Winicki-Landman, G. (2012). The need for proof and proving: mathematical and pedagogical perspectives. En G. Hanna y M. de Villiers (Eds.), *Proof and Proving in Mathematics Education* (pp. 215-229). Springer.

Acuerdos y desacuerdos de formadores de profesores de matemática

Daniela **Pagés** Rostán
Universidad de la República
Uruguay
danielapages@gmail.com
Mónica **Olave** Baggi
Consejo de Formación en Educación
Uruguay
monicaolave23@gmail.com
Javier **Lezama** Andalon
Universidad Autónoma de Guerrero
México
jlezamaipn@gmail.com

Resumen

Se presenta el reporte de una investigación en el ámbito de la formación de profesores de matemática, en torno al trabajo colectivo de cuatro formadores de profesores de matemática de Uruguay. El grupo de formadores planificó, implementó y analizó en forma colectiva una clase de cálculo para un curso de la formación de profesores. La investigación consistió en el estudio del proceso llevado adelante por los formadores, con foco en sus interacciones, las temáticas abordadas, las tensiones producidas y sus resoluciones, utilizando como metodología la Teoría fundamentada en los datos. Se identificó un proceso de *búsqueda de acuerdos* entre los formadores, resuelto a través de la activación y eventual modificación de sus *teorías personales construidas sobre la práctica.* Este proceso implicó negociaciones, así como un proceso de reflexión de los formadores sobre su propia práctica y la formación de profesores de matemática.

Palabras clave: Formadores de profesores de matemática; Teoría fundamentada; Trabajo colaborativo; Teorías personales; Búsqueda de acuerdos.

Introducción

Se presenta el reporte de una investigación desarrollada con formadores de profesores de matemática (FPM) de Uruguay. Esta consistió en el trabajo colectivo de cuatro formadores de profesores, en torno a la planificación, implementación y posterior discusión de una clase de cálculo de la asignatura Análisis 1 de la carrera.

La formación de profesores en Uruguay es una carrera concurrente no universitaria de cuatro años de duración. Se funda en tres pilares: Ciencias de la Educación, área disciplinar y Educación Matemática-práctica docente. La asignatura Análisis 1 se encuentra en el segundo año de la carrera.

La investigación sobre los FPM es de reciente desarrollo (Appova y Taylor, 2019; Even, 2008). Las prácticas de los FPM suelen ser aisladas. Si bien los programas actuales han sido acordados en salas docentes, la planificación y el diseño de cada curso se da en forma individual, salvo acuerdos puntuales sobre la evaluación. Por otro lado, existe una línea importante de investigación sobre el trabajo colaborativo de docentes, y de estos con investigadores (Robutti et al., 2016). Nos interesaba indagar aspectos del trabajo colectivo de FPM, dada la influencia que sus prácticas tienen en el futuro desempeño de los docentes (Even y Ball, 2009; Goos, 2009). A tales efectos se conformó un equipo de cuatro FPM, a los que se les solicitó que planificaran, implementaran y posteriormente analizaran una clase del curso de Análisis 1. Los FPM se seleccionaron a partir de una convocatoria, con el criterio de que participaran FPM que tuvieran a cargo el curso de Análisis 1 y otros que dictaran el curso de Didáctica-Práctica docente. Este criterio se funda en la importancia de que los FPM de las dos áreas dialogaran y tuvieran que acordar, cosa que no es habitual en la formación de profesores. El estudio consistió en el análisis del proceso seguido por los FPM durante las sesiones de trabajo del grupo. Sus objetivos eran:

1) Estudiar qué asuntos deciden explicitar los FPM, qué ideas fundamentan y ponen a prueba, sobre qué aspectos de la clase discuten.
2) Estudiar qué interacciones se producen entre los FPM, en relación con la formación de cada uno de ellos ya sea en matemática y/o didáctica.

Se utilizó la Teoría fundamentada en los datos en su forma clásica (Grounded Theory, en adelante TF, Glaser y Holton, 2004; Glaser, 2018; Holton y Walsh, 2017). A partir del estudio se generó un modelo explicativo del proceso llevado adelante por los FPM, al que se llamó *búsqueda de acuerdos.* Se identificó una categoría central, llamada *teorías personales construidas sobre la práctica.*

Antecedentes

Existen varios trabajos que investigan las características de los FPM, así como el conocimiento que se requiere para su práctica profesional.

Jaworski (2008) señala que los FPM deben poseer conocimiento de teorías, así como la literatura profesional y de investigación sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática. Zaslavsky (2008) se enfoca en las tareas y su diseño para la clase, que representan un desafío para los FPM. Establece algunos temas unificadores que se vinculan con los objetivos de la formación docente, a través de los que caracteriza en cierto modo las prácticas deseables de estos:

> desarrollar adaptabilidad, promover la atención a similitudes y diferencias, enfrentarse a conflictos, dilemas y situaciones problemáticas, aprender del estudio de la práctica, seleccionar y utilizar recursos para la enseñanza, identificar y superar las barreras de aprendizaje de los estudiantes, compartir y mostrar las disposiciones propias, de sus pares y de los estudiantes (p. 95).

Beswick y Chapman (2012) plantean que el conocimiento requerido por los FPM sería una especie de metaconocimiento, es decir, un conocimiento para enseñar conocimiento.

En Uruguay existen varios estudios que analizan los modelos que desarrollan los FPM en sus clases, desde distintos marcos (Olave, 2013; Ochoviet y Olave, 2017; Dalcín et al., 2017). Estas investigaciones reportan clases mayoritariamente expositivas, donde se atiende casi exclusivamente a la componente disciplinar. Estos estudios representan un antecedente importante para la investigación que reportamos, aunque analizan prácticas individuales de los formadores.

Existen diversos estudios que elaboran modelos sobre el conocimiento y el desarrollo profesional de los FPM (Zaslavsky y Leikin, 2004; Prediger et al., 2019; Leikin et al., 2017).

Leikin et al. (2017) parten del modelo elaborado por Jaworski (1994), llamado tríada de enseñanza, y desarrollan una tríada para el conocimiento de los FPM (Figura 1).

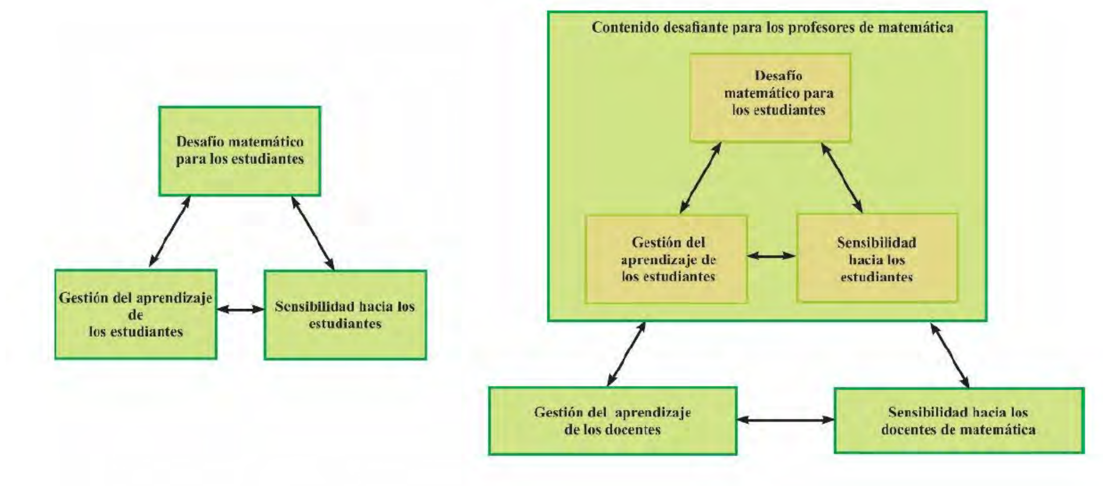


Figura 1. Tríada de Jaworski (a la izquierda) y tríada extendida (a la derecha). Leikin et al. (2017, p. 454)

Metodología del estudio

Se adoptó la TF como metodología, en su versión clásica (Glaser, 2018; Holton y Walsh, 2017). Los principales métodos que utiliza la TF son: las codificaciones abierta, selectiva y teórica, el método de comparación constante y el muestreo teórico. Durante la codificación abierta se identifican y conceptualizan palabras o frases importantes para generar códigos que nombran lo que aquellas representan. Durante este proceso pueden aparecer las primeras categorías, a través del método de comparación constante. Este consiste en comparar incidentes con incidentes, conceptos (códigos) con incidentes y conceptos entre sí. La codificación selectiva implica delimitar la codificación a aquellas categorías que se relacionan con la que se perfila como central. Este proceso permite integrar las categorías. También implica nuevas recolecciones de datos, a través del muestreo teórico. Este puede realizarse por medio de nuevas entrevistas u observaciones, o recurriendo a datos anteriormente recogidos en otros estudios. La codificación teórica implica conceptualizar la forma en que los códigos sustantivos se vinculan entre sí.

El diseño metodológico de este estudio

Los FPM se reunieron en seis oportunidades, las tres primeras para planificar la clase, y las restantes para analizar las dos implementaciones de la clase. La investigadora estuvo presente durante todas las sesiones de trabajo del grupo, en el rol de observadora no participante, y realizando el registro en video, tanto de las sesiones de planificación y análisis, como de la implementación de las clases.

Los cuatro FPM tenían más de veinte años de experiencia como profesores de enseñanza media, y un promedio de ocho años como FPM. Tres de ellos, Amaral, Mariana y Simón, dictaban el curso de Análisis 1. Mariana y la cuarta integrante, Victoria, tenían a su cargo cursos de Didáctica-Práctica docente.

Las sesiones de trabajo de los FPM constituyeron los datos del estudio, a partir de los videos en que fueron registradas.

Para analizar los datos se utilizó en una primera instancia el software Atlas.ti, y luego se transcribieron todas las sesiones. Se realizaron las distintas etapas de codificación, así como un muestreo teórico, utilizando el método de comparación constante, de acuerdo con la TF en su forma clásica. La Figura 2 muestra el esquema metodológico seguido.

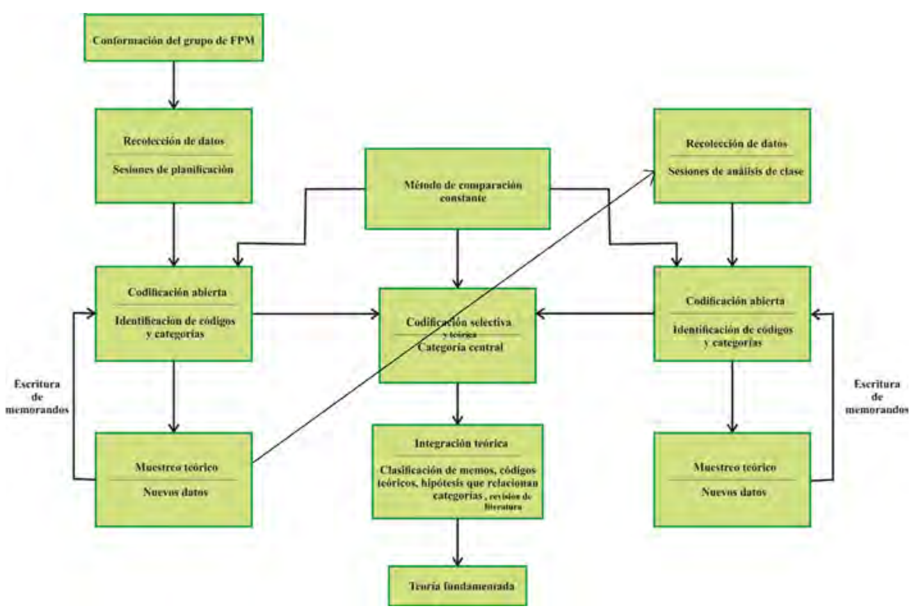


Figura 2. Esquema metodológico del estudio. Pagés (2021, p. 57)

Análisis de los datos

De los procesos de codificación y comparación realizados surgieron diferentes códigos y categorías, que se fueron ajustando a lo largo del proceso de análisis. Finalmente surgió una categoría central, a la que llamamos *Teorías personales construidas sobre la práctica* (TPCP). Esta fue caracterizada como el conjunto de ideas formuladas por cada FPM, generadas por sus conocimientos, sus interpretaciones acerca de la matemática, de su aprendizaje y de su enseñanza, así como las experiencias que cada formador ha acumulado en sus años de formación y de trabajo profesional. Cada uno de estos elementos fueron caracterizados con base en la literatura. Por ejemplo, los conocimientos se definieron a través de la tríada extendida de Leikin et al. (2017). No refiere a los conocimientos que los formadores deben tener, sino a los que activan en el contexto del trabajo colectivo. Lo mismo ocurre con las interpretaciones (orientaciones) y sus experiencias.

La teoría sustantiva que surgió del estudio consiste en identificar un proceso, al que llamamos *búsqueda de acuerdos*, que se resuelve por la activación y eventual modificación de las TPCP de los FPM integrantes del equipo, por medio de la *negociación* y la *reflexión colectiva* sobre la práctica.

En el trabajo de discutir y planificar una clase, implementarla y analizarla posteriormente, en forma colectiva, las TPCP se activan y, ante las discrepancias, se hace necesaria una negociación que permita alcanzar un acuerdo (especialmente en la etapa de planificación de la clase), movilizando eventualmente algunas de las TPCP. En esta negociación juega un papel importante el grado de *reflexión sobre la práctica* que lleven adelante los formadores, así como el grado y la profundidad de la *negociación* para lograr establecer un *acuerdo*. Los asuntos sobre los que se discuten son: la *delimitación de objetivos*, el *rol del formador en la clase*, la *problematización matemática y didáctica*, y la *anticipación del pensamiento de los estudiantes* (categorías vinculadas con la central).

El modelo que hemos elaborado puede resumirse en el siguiente esquema (figura 3).

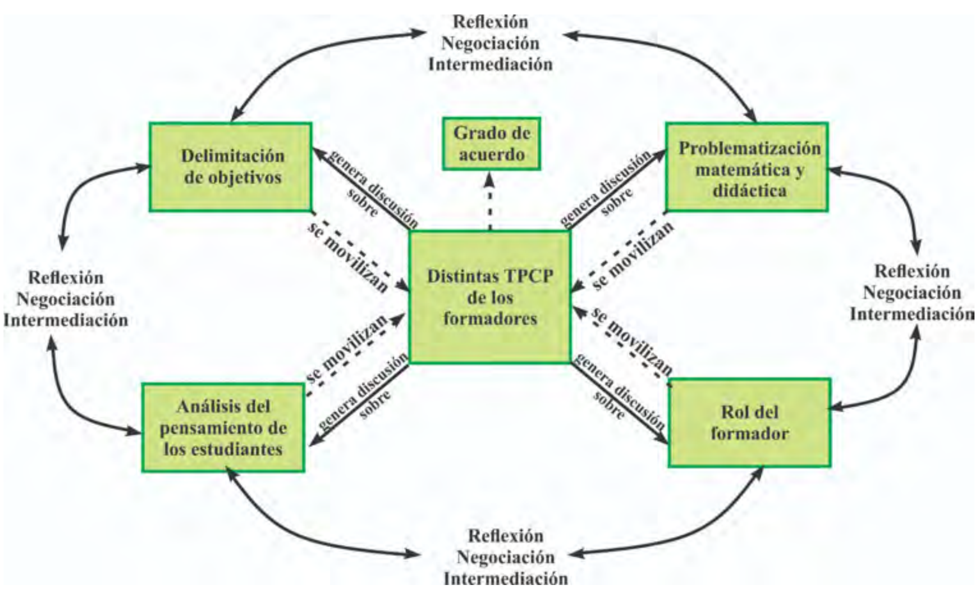


Figura 3. Modelo del proceso de búsqueda de acuerdos. Pagés (2021, p. 133)

Conclusiones

Durante el análisis de los datos se determinó un proceso, llamado búsqueda de acuerdos, que surgió como el patrón de comportamiento o preocupación principal del trabajo colectivo de los FPM. En la primera etapa, de planificación colectiva de una clase, los FPM debían acordar una planificación para ser implementada en una clase. Si bien surgieron tensiones, estas fueron resueltas para alcanzar un acuerdo en las características esenciales que tendría la clase. Quedó explicitada, sin embargo, la posibilidad de diferentes objetivos en algunos aspectos de la clase, por parte de los dos FPM que la implementarían. Durante las sesiones de análisis de las clases, los FPM también intentaron alcanzar acuerdos en sus consideraciones, aunque, en esta etapa, en algunos momentos estos no pudieron concretarse. Sin embargo, cuando esto sucedía, los FPM suspendían o postergaban la discusión.

La divergencia de las TPCP generó tensiones en la discusión de algunos asuntos. La principal tensión, tanto al planificar la tarea para la clase, como al discutir lo sucedido en sus implementaciones, se dio en relación con las formas de gestionar el conocimiento en la case, el rol del formador y de los estudiantes, y las diferencias entre el conocimiento didáctico de los formadores, y su trabajo sobre él, con los futuros profesores. La primera manifestación de esta tensión aparece vinculada con el direccionamiento o no, por parte del formador, desde la tarea y durante la clase, hacia el conocimiento como el formador lo concibe, y, por consiguiente, cuánto atender o considerar las diversas interpretaciones e ideas de los estudiantes cuando realizan las actividades de la clase. Esta tensión desencadena otras, derivadas de ella, que se vinculan con los roles del formador y de los futuros profesores, y con la formación de profesores en sí, y las características que debería tener. Si bien no de forma explícita, se discutió acerca de las conexiones necesarias entre la matemática avanzada que se trabaja en la clase, y la matemática que los futuros docentes deberán enseñar (CBMS, 2001; Leikin et al., 2017).

Consideramos que las tensiones surgidas en el estudio que presento, determinadas por las distintas TPCP de los FPM, permitieron la discusión franca de sus distintas posturas, y el debate de temáticas que pocas veces son problematizadas. Las divergencias ocurridas entre los FPM en este estudio posibilitaron también la reflexión colectiva sobre la práctica. También pudo apreciarse el rol de una de las participantes como intermediadora (*broker* en inglés, Wenger, 1998).

Este trabajo colectivo de los FPM fue colaborativo en muchos de sus aspectos, en el sentido planteado por Robutti et al. (2016): los FPM realizaron una actividad conjunta, con un propósito común, dialogaron críticamente, hicieron cuestionamientos, y se apoyaron mutuamente en el abordaje de cuestiones que los desafiaron profesionalmente.

Consideramos que esta investigación constituye un primer acercamiento sistemático al trabajo colectivo de los FPM, y echa luz sobre la importancia de considerar la existencia de distintas TPCP, que los FPM traen consigo, explicitan, discuten, y a partir de las que negocian y acuerdan, cuestión importante para cualquier proyecto de desarrollo profesional docente de FPM, y que también puede ser tenido en cuenta en proyectos similares de trabajo con profesores de matemática.

Referencias y bibliografía

Appova, A. y Taylor, C.E. (2019). Expert Mathematics Teacher Educators' Purposes and Practices for Providing Prospective Teachers with Opportunities to Develop Pedagogical Content Knowledge in Content Courses. *Journal of Mathematics Teacher Educators*, *22* (2), 179–204. https://doi.org/10.1007/s10857-017-9385-zBarrientos-Fernández, A., Pericacho-Gómez, F.-J. y Sánchez-Cabrero, R. (2020). Competencias sociales y emocionales del profesorado de Educación Infantil y su relación con la gestión del clima de aula. *Estudios sobre Educación*, *38*, 59–78. https://doi.org/10.15581/004.38.59-78

Beswick, K., y Chapman, O. (2012). *Mathematics teacher educators' knowledge for teaching*. Paper presented at the 12th International Congress on Mathematics Education, Coex, Seoul, Korea.

Conference Board of the Mathematical Sciences. (2001). Mathematical education of teachers. En *Issues in Mathematics Education* (Vol. 11). American Mathematical Society.

Dalcín, M., Ochoviet, C., y Olave, M. (2017). *Una mirada a las prácticas de los formadores de la especialidad matemática: el profesor, el conocimiento y la enseñanza*. Disponible en http://www.cfe.edu.uy/images/stories/pdfs/publicaciones/2017/invest_2.pdf

Even, R. (2008). Facing the challenge of educating educators to work with practising mathematics teachers. En B. Jaworski y T. Wood (Eds.), *The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional.* The International Handbook of Mathematics Teacher Education (Vol. 4, pp. 57 - 74). Sense Publishers.

Even, R., y Ball, D. (2009). Setting the Stage for the ICMI Study of the Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. En R. Even y D. L. Ball (Eds.), The professional education and development of teachers of mathematics. New ICMI Study Series (Vol. 11, pp. 1 – 10). Springer.

Glaser, B. (2018). Getting Started. *The Grounded Theory Review*, *17* (1), 3 – 6.

Glaser, B. G. y Holton, J. (2004). Remodeling Grounded Theory [80 paragraphs]. *Forum Qualitative Sozialforschung/Forum: Qualitative Social Research*, *5* (2), http://dx.doi.org/10.17169/fqs-5.2.607

Goos, M. (2009). Investigating the professional learning and development of mathematics teacher educators: a theoretical discussion and research agenda. In R. Hunter, B. Bicknell y T. Burgess (Eds.), *Crossing divides: Proceedings of the 32nd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (Vol. 1). MERGA.

Holton, J. y Walsh, I. (2017). *Classic Grounded Theory*. Applications With Qualitative and Quantitative Data. Sage.

Jaworski, B. (1994). *Investigating mathematics teaching: a constructivist enquiry*. The Falmer Press.

Jaworski, B. (2008). Mathematics Teacher Educator Learning and Development: An Introduction. En B. Jaworski y T. Wood (Eds.), *The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional. The International Handbook of Mathematics Teacher Education* (Vol. 4, pp. 1 – 16). Sense Publishers.

Leikin, R., Zazkis, R. y Meller, M. (2017). Research Mathematicians as Teacher Educators: Focusing on Mathematics for Secondary Mathematics Teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education, 21*(5), 451-473. Publicación previa en línea. https://doi.org/10.1007/s10857-017-9388-9

Ochoviet, C. y Olave, M. (2017). *Los modelos docentes en la formación de profesores de matemática: elementos para repensar los ambientes didácticos*. Recuperado de http://www.cfe.edu.uy/images/stories/pdfs/publicaciones/2017/invest_1.pdf

Olave, M. (2013). *Modelos de profesores formadores de matemáticas: ¿Cuáles son y en qué medida se transmiten a los futuros docentes? Un estudio de caso.* (Tesis de doctorado no publicada). Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN, México.

Pagés, D. (2021). *Un caso de trabajo colaborativo de formadores de profesores de matemática*. (Tesis de doctorado no publicada). Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN, México.

Prediger, S., Roesken-Winter, B. y Leuders, T. (2019). Which Research can Support PD Facilitators? Strategies for Content-related PD Research in the Three-Tetrahedron Model. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *22*(4), 407-425. https://doi.org/10.1007/s10857-019-09434-3

Robutti, O., Cusi, A., Clark-Wilson, A., Jaworski, B., Chapman, O., Esteley, C., Goos, M., Isoda, M. y Joubert, M. (2016). ICME International Survey on Teachers Working and Learning through Collaboration. *ZDM Mathematics Education*, 48, 651-690. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0797-5

Wenger, E. (1998). *Communities of practice: learning, meaning, and identity.* Cambridge University Press.

Zaslavsky, O. (2008). Meeting the challenges of mathematics teacher education through design and use of tasks that facilitate teacher learning. En B. Jaworski y T. Wood (Eds.), *The international handbook of mathematics teacher education: The mathematics teacher educator as a developing professional* (Vol. 4, pp. 93–114). Sense Publishers.

Zaslavsky, O. y Leikin, R. (2004). Professional Development of Mathematics Teacher Educators: Growth through practice. *Journal of Mathematics Teacher Education, 7*(1), 5–32. https://doi.org/10.1023/B:JMTE.0000009971.13834.e1

Alfabetización estadística y su relación con actividades de investigación en profesores normalistas

Adriana Jaqueline **Avilez** Poot
Escuela Normal de Educación Primaria Rodolfo Menéndez de la Peña
México
adriana.avilez@normalrodolfo.edu.mx
Alfredo **Zapata** González
Universidad Autónoma de Yucatán
México
zgonza@correo.uady.mx
Jesús Enrique **Pinto** Sosa
Universidad Autónoma de Yucatán
México
psosa@correo.uady.mx

Resumen

La investigación tuvo como objetivo evaluar la alfabetización estadística enfocada en las actividades de investigación de los profesores de tres escuelas normales de Yucatán, México, así como conocer la relación entre esta y la producción investigativa. El estudio fue cuantitativo de tipo descriptivo y se aplicó un instrumento a 42 profesores normalistas de diferente especialidad. Los resultados señalan una comprensión aceptable en conocimiento estadístico; a su vez dio información de aquellas actividades de investigación que más predominan y la existencia de una relación entre la alfabetización estadística y las actividades de investigación, de manera específica con las actividades de difusión.

Palabras clave: Alfabetización Estadística; Producción investigativa; Profesores Normalistas; Educación Estadística; Formación Continua.

Introducción

El conocimiento y por ende la educación siempre ha estado en constante evolución, lo que se establece como un conocimiento básico cambia constantemente hacia una visión más integradora e interdisciplinar. En este sentido se establece una transformación de la formación del profesorado, de manera específica del profesor de nivel superior; en este sentido, Alsina y Mulá (2019) asumen que solo se produce un avance si en la práctica del profesor de nivel superior responsable de la formación de maestros se incorporan los conocimientos y actitudes que aportan los resultados de las investigaciones.

En México la institución principal encargada de formar a los profesores de educación básica son las escuelas normales, las cuales han experimentado una serie de transformaciones que las posicionan actualmente como Instituciones de Educación Superior, por lo que asumen las mismas responsabilidades y funciones, entre ellas las relacionadas a la investigación, además de la función docente. Sin embargo, son pocos los profesores normalistas quienes se dedican a investigar, en particular, en el estado de Yucatán de acuerdo con un informe publicado en el año 2015 por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) indica que solamente un 4.6% de los docentes en estas instituciones realizan actividades de investigación.

Estudios como el realizado por Badii, Castillo, Landeros y Cortez (2007), demuestran que el papel de la estadística en la investigación es fundamental, por lo que todo investigador debe tener un conocimiento estadístico básico pese a que no la utilice con todo sus detalles y ramificaciones. Más aún, el rol que desempeña la estadística en la investigación es esencial para garantizar resultados válidos, precisos y confiables, siendo necesario hacer un adecuado uso de esta desde el momento de la planificación hasta la interpretación e inferencia de la información obtenida. Por lo anterior, se reitera la importancia de que los profesores normalistas cuenten con una alfabetización estadística, que de acuerdo con Batanero (2002) se define como la cultura que cualquier ciudadano debe poseer para poder comprender la información estadística que se presenta a diario en nuestras vidas, y que en muchos casos influye sobre ella.

Con base en lo anterior, se considera pertinente realizar estudios en lo que respecta a la alfabetización estadística y su relación en las actividades relacionadas con la investigación de los profesores. Es por ello, que el objetivo de la investigación fue evaluar la alfabetización estadística, conocer la producción investigativa que tiene el profesorado normalista en el estado de Yucatán, México y determinar si existe una relación entre estas dos variables, con el fin de contar con información real y precisa para proponer intervenciones adecuadas a las necesidades y de esta forma contribuir a la reducción de la brecha existente.

Marco de Referencia

En el campo de la Educación Estadística se destaca el término alfabetización estadística. Como se ha señalado previamente, este término implica tanto el conocimiento como las habilidades que toda persona debe tener para leer e interpretar datos estadísticos (Batanero, 2002). Asimismo, Garfield (2003) puntualiza que el término se refiere a las habilidades básicas sobre conceptos, vocabularios y simbología necesarios para comprender sobre la información presentada día a día, o bien, discernir sobre los resultados de investigación.

Gal (2002), delimita dos competencias interrelacionadas a la alfabetización estadística las cuales son: la competencia de interpretar y evaluar con un sentido crítico informes, reportes, noticias, textos, y en general, cualquier información estadística, considerando que los argumentos críticos deben apoyarse de evidencia y, por ende, de datos; y la competencia de desenvolverse, comunicar, dialogar y discutir tomando como referencia información estadística, dando por hecho que lo dicho es comprendido bajo un razonamiento estadístico.

Aunado a ello, Pinto y Castillejos (2020) puntualizan que la alfabetización estadística es útil para el individuo en diversos contextos, ya que ayuda a formar una opinión y criterio que con lleva a tomar decisiones con base en datos, y no solo por intuición o creencias, los contextos pueden ser escolar, laboral, familiar o ciudadanos.

Es así como Pinto, Tauber, Ruiz, Zapata & Mafokozi (2017) identificaron que se puede ser alfabetizado estadísticamente de acuerdo a la participación que tengamos en sociedad y el uso que hagamos de la estadística, por lo que se puede identificar a los denominados productores de datos y a los consumidores, entendiendo a los primeros como aquellas personas dedicadas producir análisis con base en datos estadísticos, y los segundos como aquellas personas que participan pasivamente interpretando la información que leen, escuchan o visualizan a su alrededor. Estos mismos autores señalan que la alfabetización estadística no solo implica enseñar habilidades de estadística básica, sino que también se considera la dimensión investigativa, reflexiva y critica de una sociedad globalizada e inmersa de datos. Bajo la concepción de investigaciones estadísticas, estos autores defienden esta dimensión bajo los argumentos de ser una manera práctica y profunda en la enseñanza de la estadística, ya que al enfrentarse a situaciones reales se logran vincular los conceptos y, con ello, un aprendizaje significativo; además, se pueden vincular otros temas y conocimiento de la vida diaria para darle un mayor sentido, pues se concibe el desarrollo del pensamiento estadístico en consecuencia a experiencias de aprendizaje al enfrentarse a contextos reales. Lo anterior también se logra ya que no se centra en un aprendizaje memorístico de un conocimiento teórico, sino más bien se desarrolla un razonamiento estadístico y un pensamiento estadístico.

Acerca de las Escuelas Normales y la función de los docentes de estas instituciones como investigadores, se señala en el estudio de Chávez y Mú (2011), realizado de carácter documental, que existe una escasa producción en la investigación es resultado de desfavorables condiciones (económicas, materiales, carga horaria insuficiente), por lo que se realiza de manera aislada y con poca difusión. Al respecto, López y González (2017) encontraron que la investigación en dichas escuelas en México es una función que ha tenido poca importancia ante la docencia y que hoy se reconoce como un tema emergente; además, mencionan que la tendencia es realizar investigaciones desde la práctica educativa, por lo que predominan los enfoques cualitativos. También señalan que, los elementos que determinan la investigación son las condiciones y el contexto de cada institución, los elementos que determinan la investigación aunada a que no existe un marco normativo u orientador en las escuelas normales, por lo que el ejercicio de la investigación se suele asociar más a un incentivo económico, muchas veces de organismos externos, que a un reconocimiento académico. Lo anterior conlleva a concluir que son necesarios nuevos lineamientos para promover la formación de investigadores, la constitución de redes estatales de investigación y un mayor financiamiento a proyectos de investigación.

Otra investigación relevante es la de Nieves y Montes (2019), quienes en su investigación documental mencionan que hay una insuficiente formación relacionada a la investigación en las Escuelas Normales, puesto que en su mayoría los estudiantes no relacionan la utilidad de la tesis con su vida profesional, perciben la investigación como un requisito para titulación reducido a buscar información, por lo que se concluye que en las escuelas normales existe un vacío en relación con las actividades de investigación, tanto para los docentes en ejercicio como en formación, ya que aún no hay un proceso totalmente sistematizado, pues se aprende según la experiencia de cada docente.

Metodología

La investigación elaborada fue descriptiva de carácter exploratorio desde un enfoque cuantitativo. La población fue el total de docentes adscritos a tres escuelas normales de Yucatán, México. Asimismo, se seleccionaron múltiples variables asociadas al contexto del profesorado, a la producción investigativa y a la alfabetización estadística (Figura 1).

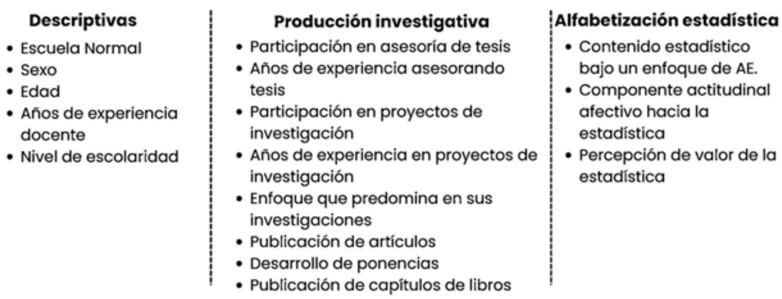


Figura 1. Variables del estudio. Fuente propia.

En cuanto al instrumento empleado, se realizó una adaptación del instrumento de Estrada (2002) denominado “Cuestionario sobre conocimientos estadísticos elementales”, ya que evalúa conceptos estadísticos elementales para profesores de nivel básico primaria que son propios del contenido de la alfabetización estadística; dicho instrumento consta de 9 ítems, cada uno de los cuales tiene varias opciones de respuesta. En total se pueden obtener una puntuación de 19 puntos. El instrumento fue validado obteniendo un alfa de Cronbach de 0.70 La aplicación de los instrumentos se realizó a través de un formulario en Google Forms en las tres escuelas normales de interés, durante el mes de septiembre y octubre 2021. En todas las instituciones se aplicó un censo con el fin de poder incrementar el índice de respuesta. Por último, para poder analizar la información se realizaron análisis tanto descriptivos como inferenciales en el software Jamovi.

Resultados

La población objetivo quedo compuesta por 42 profesores, obteniéndose un índice de participación de 43%, se caracteriza por ser el 62% mujeres y el 38% hombres, con un rango de edad de 27 a 67 años y un promedio de 42 años. Los resultados obtenidos en el instrumento de alfabetización estadística se señalan en la Tabla 1, en el que se evidencia que la mayoría de los docentes tuvo entre 8 a 10 respuestas correctas de 19; además, analizando la frecuencia acumulada, se observa que un 12% de los profesores obtuvo menos de 8 respuestas correctas, lo cual es un bajo indicador en la alfabetización estadística puesto que es inferior a la mitad de los aciertos.

Tabla 1
Número de aciertos en el instrumento de alfabetización estadística por escuela

Número de respuestas	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia Acumulada	Porcentaje acumulado
menor o igual	0	0%	0	0 %
(2, 4]	1	2.38%	1	24%
(4, 6]	0	0%	1	24%
(6, 8]	4	9.52%	5	12%
(8, 10]	13	30.95%	18	43%
(10, 12]	12	28.57%	30	71%
(12, 14]	10	23.81%	40	95%
(14, 16]	1	2.38%	41	97%
(16, 19]	1	2.38%	42	100%

Nota: Media = 11.024; Desviación Estándar = 2.48
Fuente: Elaboración propia

En cuanto a las actividades de investigación, en la Figura 1 se observa que el 69% afirma que participa en proyectos de investigación y un 62% en la impartición en asesorías de tesis. Por otro lado, el porcentaje va disminuyendo en otras actividades, ya que poco menos de la mitad de los docentes han desarrollado ponencias (45%), un 24% han publicado un artículo y solo un 19% han publicado capítulos de libros.

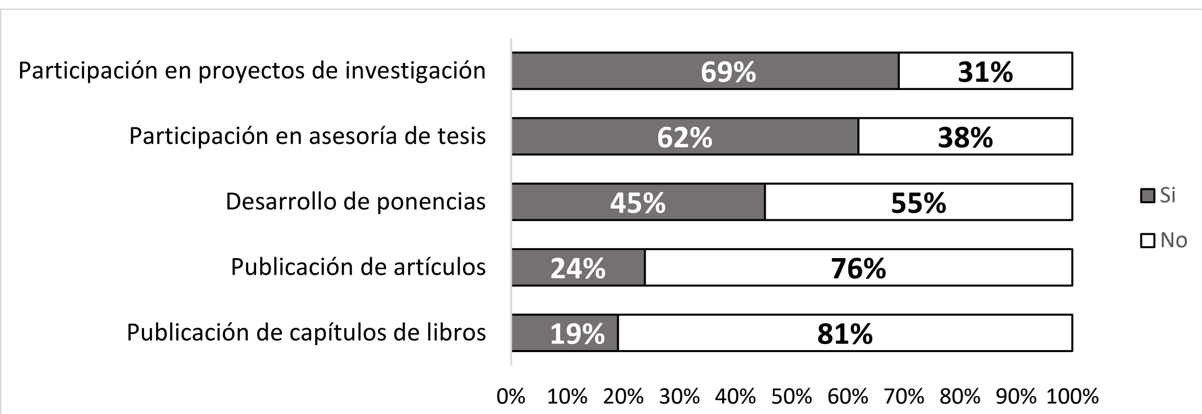


Figura 2. Producción investigativa de los docentes. Fuente propia.

Por otra parte, en cuanto a la relación entre la alfabetización estadística y la producción investigativa, primero se realizó un análisis factorial exploratorio para determinar posibles constructos relacionados con la producción investigativa que se asocien entre ellos. Para dicho análisis se seleccionaron todas las variables relacionadas a la investigación, los cuales se pueden observar en la Tabla 2. De los constructos obtenidos se puede considerar que el primer constructo se relaciona con la habilidad de comunicación activa de la investigación, mientras que el otro con una habilidad de escritura científica.

Tabla 2
Análisis factorial de la producción investigativa

Modelo significativo (Prueba de Bartlett's <0.001, χ^2=61.5)	Factores		
Variables	Constructo 1	Constructo 2	Unicidad
Publicación de artículos		1.007	0.00290
Desarrollo de ponencias	1.018		-0.03640
Publicación de capítulos de libros		0.461	0.58109
Participación en asesoría de tesis	0.597		0.66182
Participación en proyectos de investigación	0.430		0.79055

Fuente: Elaboración propia

Teniendo estos dos constructos se procedió a realizar regresiones logísticas con el fin de obtener la relación de dichas variables con la alfabetización estadística y no con un fin predictivo, esto con un $\propto$=0.10, empleando el método de máxima verosimilitud; en lo que respecta al primer constructo se determinó que en ninguna de estas variables el modelo resultó significativo, caso contrario con las variables del constructo 2.

La primera regresión logística descrita es la relación entre publicación de artículos y la alfabetización estadística de todos los profesores normalistas (Tabla 3); se obtuvo un modelo significativo ($\propto$=0.0062) y dado que la variable resulto significativa y la razón de momios fue de 1.59, se puede interpretar que el estar alfabetizado estadísticamente aumenta en un 59% la probabilidad de publicar un artículo de investigación.

Tabla 3
Modelo Estimado de Regresión en la variable publicación de artículos

Parámetro	Estimado	Error Estándar	Valor -P	Razón de Momios Estimada
CONSTANTE	-6.6091	2.4236		
Alfabetización Estadística	0.469273	0.199162	0.0062	1.599

Nota: Máxima Verosimilitud

Fuente: Elaboración propia

La segunda regresión logística se obtuvo de manera similar, la cual es la relación entre publicación de capítulos de libros y la alfabetización estadística de todos los profesores normalistas, los resultados obtenidos fueron similares, en el que se pudo obtener que el modelo si fue significativo ($\propto$=0.0027), el porcentaje ajustado = 21.9831 y considerando la razón de momios de 1.78, se puede interpretar que el estar alfabetizado estadísticamente aumenta en un

78% la probabilidad de publicar un capítulo de libro. Si bien si existe una relación entre la producción investigativa de los docentes y la alfabetización estadística, se confirma que esta relación se da en las variables del constructo 2 enfocadas a la habilidad de escritura científica. Esto puede deberse a que estos profesores adquieren mayores responsabilidades para asegurar que la investigación que realizan sea confiable, por lo que el dominio de la estadística es mejor.

Conclusiones

Con base a los resultados, se considera que los profesores sí cuentan con los conocimientos base de estadística, sin embargo, se requiere mejorar en temas específicos de alfabetización estadística, dado que un alto porcentaje de estos son responsables de dirigir tesis de titulación de los alumnos y es necesario que puedan fortalecer su nivel de interpretación estadística para robustecer las investigaciones que realicen.

Asimismo, se logró conocer el estado de la producción investigativa de los profesores Normalistas en Yucatán, encontrando poca participación en esta actividad, por lo que también es un área que se requiere reforzar y difundir; además quienes realizan investigación tienen un mayor predominio de investigaciones cualitativas, por lo que a partir de estos resultados se esperaría mayor promoción y apoyo a los profesores para producir investigaciones educativas en estas instituciones.

Por otra parte, se encontró que sí existe una relación entre alfabetización estadística y la producción investigativa por lo que se confirma como necesario fortalecer la alfabetización estadística para que los docentes tengan un mejor desempeño en la producción investigativa; si bien en la literatura no se encontró algún resultado con el que pudiéramos contrastar que relacione estas variables hay investigaciones como los de Estrada (2002) y Avilez et al (2015) que relacionan la alfabetización estadística con las actitudes, por lo que este nuevo hallazgo se considera de gran relevancia. Esto puede deberse a que los criterios de las revistas requieren de investigaciones con resultados confiables por lo que si los maestros no se sienten seguros de contar con herramientas adecuadas en estadística será más difícil que desarrollen una investigación que requiere el uso adecuado de la misma.

Por último, consideramos importante que los profesores mejoren su nivel de alfabetización estadística, dado que un alto porcentaje de estos son responsables de dirigir tesis de titulación de los alumnos y es necesario que puedan fortalecer su nivel de interpretación estadístico para robustecer las investigaciones que realicen. También se considera necesario, realizar más investigaciones en el tema de manera profunda, con entrevistas o ejercicios abiertos para conocer de manera más holística la situación en los profesores.

Referencias

Alsina, Á. & Mulá, I. (2019). Advancing towards a transformational profesional competence model through reflective learning and sustainability: *The case of mathematics teacher education*. Sustainability, 11, 4039.

Avilez, A., Ordaz, M. & Reyna, L. (2015). Conocimiento y actitudes acerca de la estadística, de los profesores de secundaria del estado de Yucatán. *Tesis de Licenciatura*, Facultad de Matemáticas. Universidad Autónoma de Yucatán. Mérida, Yucatán.

Badii Zabeh, M. H., Castillo, J., Landeros, J., & Cortez, K. (2007). Papel de la estadística en la investigación científica. *Innovaciones de Negocios*, 4(7), 107-145.

Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística, Buenos Aires. *Conferencia inaugural.*

Cardeñoso, J. (1998). Las creencias y conocimientos de los profesores de primaria andaluces sobre la matemática escolar. Modelización de las concepciones sobre aleatoriedad y probabilidad. *Tesis doctoral*. Universidad de Cádiz.

Chávez, T. y Mú, M. (2011). Funciones Sustantivas de las escuelas normales en el Marco de la Reforma Curricular. Retos y Condiciones. Instituto Estatal de Educación Normal de Nayarit.

Estrada, A. (2002). Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado. *Tesis doctoral.* Universidad de Granada, España.

Instituto Nacional Para la Evaluación de la Educación (2015). Los docentes en México Informe 2015. México: INEE. Primera Edición. https://www.senado.gob.mx/comisiones/educacion/docs/docs_INEE/Docentes_Mexico_Informe2015.pdf

Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.

Garfield, J. (2003). Assessing statistical reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 2(1).

López, Y. y González, J. (2017). La investigación Educativa en las Escuelas Normales de San Luis Potosí: Diagnóstico y alternativas para su fortalecimiento. Memorias de CONISEN 2017

Nieves, A. y Montes, L. (2019). Proceso Investigativo en la elaboración de documentos de titulación en las escuelas Normales: Revisión de literatura 2007-2017 desde el Marco de COMIE. Memorias de CONISEN 2019. Recuperado de http://www.conisen.mx/memorias2019/memorias/1/P346.pdf

Pinto, J. & Castillejos, A. (2020). Propuesta de una prueba de alfabetización estadística en temas de pobreza y desigualdad en México. *Educación y ciencia*, 9 (54), pp. 66-82.

Pinto, J., Tauber, L., Zapata, L., Albert, A., Ruiz, B. & Mafokozi, J. (2017). Alfabetización Estadística en Educación Superior. *Acta Latinoamérica de Matemática Educativa. Capítulo 1. Análisis del discurso Matemático Escolar*. 227-235. https://www.clame.org.mx/documentos/alme30.pdf

Algunas implicaciones de un proceso de inclusión en la Educación Matemática

Angélica Lorena **Garzón** Muñoz
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Colombia
algarzonm@correo.udistrital.edu.co
Luis Ángel **Bohórquez** Arenas
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Colombia
labohorqueza@udistrital.edu.co

Resumen

En este escrito presentaremos un estudio teórico que busca establecer concepciones de los profesores sobre la inclusión en la educación matemática. A partir de este análisis teórico surgen cuatro (4) categorías conceptuales las cuales están asociadas al desarrollo de procesos inclusivos de educación matemática por parte de los docentes de matemáticas. Estas categorías son: Los sujetos que aprenden matemáticas, la población de interés de la educación matemática inclusiva, el objetivo de la educación matemática inclusiva y el acceso a la matemática por parte de toda la población. Este estudio se realizó en el marco de una investigación que tiene como propósito identificar los cambios de concepciones de profesores en ejercicio entorno a la educación matemática inclusiva y desarrollo de aulas matemáticas inclusivas.

Palabras clave: Educación Matemática Inclusiva; Inclusión; Aprendizaje de la matemática; Aulas Matemáticas Inclusivas; Curso de Formación En Educación Matemática Inclusiva; Formación Continuada.

La inclusión

El primer cuestionamiento que surge a nivel conceptual al retomar la educación matemática inclusiva y desarrollo de aulas matemáticas inclusivas es ¿Qué es inclusión?. La necesidad de asumir una posición y perspectiva específica surge de la complejidad planteada por

Granado (2006) quien la considera una palabra polisémica “en función al momento histórico al que se haga referencia, el país del cual se trate, de las distintas posiciones sobre el conocimiento, del desarrollo de la ciencia y de los valores de la sociedad para atender a la diversidad de sus miembros” (p. 112).

Se diferencian perspectivas sociales en la que se reconoce un posible abandono de la escuela, la existencia de grupos sociales diversos y la necesidad de vincular socialmente a un individuo en la sociedad; perspectivas dirigidas a un proceso de integración dirigido a la población con ciertas discapacidades; perspectivas de tipo espacial enfocadas a estudios de la distribución espacial de los diferentes grupos sociales en territorios y finalmente perspectivas desde la psicología y didáctica desde donde se asume la inclusión en el curso de formación.

A nivel social la inclusión surge desde la necesidad de relacionarnos como sujetos y encontrar formas de vivir considerando proceso de aprendizaje conjuntos, asumiendo un compromiso ético desde la alteridad (Kollosche et al., 2019). Por su parte Ocampo (2018) propone concebir la inclusión como “una praxis social alterativa más que alternativa” (p. 183). Parte de esa solución implica reconocer las posibles causas y agentes que fomentan vínculos sociales excluyentes, en muchas ocasiones no recae en el otro, se debe reconocer que el mismo sujeto es quien en ocasiones se aparta y desaprovecha las oportunidades de participación. Al respecto el Banco Mundial (2014) define la inclusión como el proceso de empoderamiento de personas y grupos para que participen en la sociedad y aprovechen sus oportunidades.

Además, no podemos desconocer a nivel social un campo enmarcado por situaciones de desigualdad frente acceso a ciertos servicios que ofrece una sociedad. Bajo este reconocimiento la CEPAL (2015) define la inclusión como el “proceso por el cual se alcanza la igualdad, y como un proceso para cerrar las brechas en cuanto a la productividad, a las capacidades (educación) y el empleo, la segmentación laboral, y la informalidad, que resultan ser las principales causas de la inequidad” (p,12). Tal y como plantea El Banco Mundial (2014) citado en OEA (2016) desde esta perspectiva se da voz a las personas en las decisiones que influyen en su vida a fin de que puedan gozar de igual acceso a los mercados, los servicios y los espacios políticos, sociales y físicos.

En un proceso educativo Echeita y Ainscow (2017) identifican la inclusión desde 4 características: Es un proceso, implica que los cambios no surgen de manera inmediata, busca la presencia, la participación y el éxito de todos los estudiantes, precisa la identificación y la eliminación de barreras para poder emprender una lucha contra estas, pone particular énfasis en aquellos grupos de alumnos que podrían estar en riesgo de marginalización, exclusión, o fracaso escolar.

Concebir la inclusión en la educación matemática implica un compromiso desde la gestión del profesor y reconocimiento de la influencia en el éxito del aprendizaje del estudiante no nos podemos conformar con la vinculación a nivel presencial, al respecto Lambert (2018) hace evidente que la planificación e implementación de la enseñanza para ciertos grupos, en el aula, es limitada. La discusión o reflexión, entonces, giraría en torno a qué lineamientos son los adecuados, para propiciar el potencial matemático de este estudiantado que suele, además, subestimarse. Aspecto crucial desde un objetivo de inclusión en un aula de matemáticas. Para ello se retoman dos interpretaciones de inclusión en el campo que vinculan unas acciones del profesor de matemáticas:

López et al., (2020) considera la inclusión como: "la comprensión de la variedad de producciones que los estudiantes presentan en relación al contenido matemático a desarrollar dada la diversidad de individuos en el aula y las propias cualidades de éstos" (p,12) y Louie (2017) a pesar de no definir la inclusión hace referencia a la cultura existente de la exclusión en educación matemática como aquella que: "limita el acceso de todos los estudiantes a experiencias ricas y significativas de aprendizaje de matemáticas y limita aún más las oportunidades de muchos estudiantes para desarrollar identidades como aprendices y pensadores matemáticamente capaces" (p.489).

Es así como a partir de un estudio teórico, que se propone una concepción de inclusión dentro del desarrollo de la educación matemática que vincula al profesor de matemáticas: La inclusión es el desarrollo de procesos de enseñanza que en educación matemática no limitan el acceso de todos los estudiantes a experiencias ricas y significativas de aprendizaje de matemáticas y que vincula a todos los estudiantes para desarrollar identidades como aprendices y pensadores matemáticamente capaces.

Categorías conceptuales

1.) Los sujetos que aprenden matemáticas

Asumiendo la definición de cultura de la exclusión de la matemática que plantea Louie (2017) se considera a nivel cultural la existencia de un desarrollo donde la realidad asume que, a pesar, de implementar varios métodos de enseñanza solo unos logran y lograran aprender la matemática. ¿Quiénes pueden aprender matemáticas? Considerar una respuesta a esta pregunta implicaría asumir una postura frente a un proceso inclusivo. Por ejemplo, Filippi y Aravena (2021) consideran que en educación matemática existe la creencia de que el estudiantado con necesidades educativas especiales en matemáticas no posee herramientas cognitivas para construir su propio conocimiento y que solo le aporta a su aprendizaje una enseñanza exigua y procedimental.

El manifiesto de CIEAEM (2000) al respecto sostiene que:

> A menudo, padres y alumnos, profesores y políticos todavía asocian las matemáticas con "superdotación", lo que las convierte en una disciplina exclusiva. Esto transforma las matemáticas en un medio particularmente apropiado de selección social que conduce a una creciente aversión y ansiedad. Las teorías de la superdotación matemática implican actitudes para enseñar matemáticas en una escuela para todos a unos pocos: solo aquellos que son superdotados y 'socialmente útiles'. En aras de identificar a los superdotados, se justifica una mayor selección y diferenciación individual en términos de pruebas y se ignoran o descuidan las posibilidades de experiencias de aprendizaje colectivo. Mientras persista un enfoque social en los 'superdotados', la mayoría no recibirá la educación adecuada" (Gates & Vistro-Yu, 2003, p.36).

Valero (2013) asociando las matemáticas retoma el discurso internacional de que las matemáticas son para todos, o los documentos curriculares se refieren a lo que debería lograr toda la población estudiantil de un país, afirmando que "tales enunciados efectúan de por sí una categoría de exclusión de todos aquellos para quienes las matemáticas no son una posibilidad, y todos aquellos que no lograrán lo esperado" (p.10). Dando por hecho que siempre existe una población que no logra el aprendizaje, y es aquella que en gran parte de su vida puede mantener esa percepción del aprendizaje de la matemática o esperar una experiencia que lo haga cambiar sintiéndose en capacidad de acceder a los aprendizajes que en muchas ocasiones sienten tan lejanos.

Algunas de las consecuencias de asumir esta concepción excluyente del aprendizaje de las matemáticas no se limitan a las aulas escolares de matemáticas. Clark et al. (2009) dice que la habilidad matemática se considera "un componente fundamental o representante de la inteligencia" (p. 49). Categorizar algunos estudiantes como incapaces de aprender matemáticas implica en muchas ocasiones generalizar la incapacidad de aprender o considerar unos más o menos inteligentes que otros. Adicionalmente el aprendizaje de la matemática en muchas ocasiones como afirma Louie (2017) permite al acceso a oportunidades de aprendizaje intelectualmente estimulantes, programas educativos prestigiosos, carreras lucrativas e identidades de alto estatus, esto implica que la exclusión no se reduce a una clase escolar de matemáticas, si no al acceso de un conocimiento matemático en todos los ámbitos.

Volmink (1994), citado en Gates y Vistro-Yu (2003), afirma que se puede considerar que el conocimiento matemático actúa como un "guardián" del progreso social, por lo que las matemáticas escolares no solo afectan la existencia aquí y ahora de nuestros alumnos, sino también sus perspectivas de futuro. La importancia de asumir la enseñanza de las matemáticas implica concebir que una matemática para todos es posible, y el objetivo es reducir considerablemente, si no cerrar totalmente, la brecha entre estos grupos especializados en términos de oportunidad, acceso, rendimiento y éxito en matemáticas.

2.) La población de interés de la educación matemática inclusiva

Existen diversas consideraciones de integración educativa. Por ejemplo, la propuesta por Arnaiz (2004) donde integrar consiste en vincular en la vida escolar o comunitaria a una persona que ha estado por fuera. García (2000) por su parte establece que "la integración educativa es un proceso con el cual se busca que los alumnos con necesidades especiales puedan estudiar en las escuelas regulares, ofreciéndoles apoyos educativos según sus particularidades" (p.1). Desde estas dos consideraciones es posible identificar el énfasis de la integración en un contexto educativo en una población que estuvo descolarizada o que presenta necesidades educativas especiales.

Herrera (2015) plantea que la diferencia entre integración e inclusión consiste en que el primero va dirigido a un sector estudiantil específico, estudiantes con alguna discapacidad o necesidad; mientras que el segundo se enfoca en todos los estudiantes. De esta manera, el término necesidad de educación especial está ligado a la integración educativa y se refiere a los apoyos que debería recibir una población con necesidades, para potenciar sus procesos. Para el caso de la educación inclusiva se usa el concepto de Barreras para el Aprendizaje y la Participación, "alude a los obstáculos que enfrenta el alumnado (en plural) para alcanzar sus aprendizajes, y se relaciona tanto con la carencia de recursos en las escuelas, como a procesos de exclusión" (García, 2018, p.51).

Faragher et al., (2016) en educación matemática aclara que la educación inclusiva engloba, pero no es sinónimo de necesidades especiales o dificultades de aprendizaje. La educación matemática inclusiva “requiere acoger, valorar y apoyar las diversas necesidades de aprendizaje de todos los estudiantes en el aula compartida de matemáticas generales” (Faragher,2015; Mil y Villa, 2000). Al respecto García y Romero (2016), llaman la atención en la formación de profesores para la enseñanza de los contenidos establecidos en los planes de estudio, sin dirigir el interés únicamente a los procesos de aprendizaje de aquellos que se consideran diferentes, la complejidad radica en realizar procesos de inclusión, en buscar la manera de cómo usar la diversidad del sujeto y sus procesos para potenciar el aprendizaje de la matemática en el aula de todo un grupo.

3.) El objetivo de la educación matemática inclusiva

En muchas ocasiones se ha debatido sobre lo que implica ser educador matemático y las múltiples competencias que debe desarrollar un docente de matemáticas. Este es un aspecto de interés de una línea de investigación en educación matemática que se cuestiona sobre cuál debe ser el conocimiento y las destrezas de los maestros y profesores de matemáticas (en el sentido de competencia). Con los resultados obtenidos por algunas de estas investigaciones se ha dejado atrás aquellas creencias que consideraban que el conocimiento matemático por parte de un docente era suficiente para enseñar. Llinares (2008) por ejemplo considera que el conocimiento profesional del profesor de matemáticas está integrado por diferentes dominios (conocimiento sobre la organización del currículo, los modos de representación y ejemplos más adecuados en cada momento, las destrezas de gestión y comunicación matemática en el aula, etc.).

Si consideramos los componentes del conocimiento profesional propuesto por Llinares, (2004, a) como: analizar, diagnosticar y dotar de significado a las producciones matemáticas de sus alumnos, planificar y organizar el contenido matemático para enseñarlo, determinar planes de acción, dotar de sentido y gestionar la comunicación matemática en el aula. En cada uno de ellos identificamos variantes y diferentes acciones dependiendo de las características de la población a las que se enfrente determinado docente.

Es así como se considera necesario en la educación matemática inclusiva asumir una enseñanza de las matemáticas concibiéndola como parte de un proceso social. Veláz de Medrano (2003) enfatiza en el papel de todos los educadores como educadores sociales en un proceso de educación inclusiva donde se debe velar por un enfoque interdisciplinar y de colaboración con otros profesionales. Sin un proceso de inclusión social pueden emerger ciertas dificultades del aprendizaje, y es a través de la enseñanza de la matemática que se pueden plantear ambientes que propicien mejoras en procesos sociales sin considerarlos procesos alternos al aprendizaje de la matemática.

Llinares (2008) desde la posición de la formación de profesores, asumiendo perspectivas socioculturales el aprender a enseñar matemáticas consiste entre otras cosas participar en un proceso social de construcción del conocimiento. Los estudiantes que asisten a las instituciones educativas presentan problemáticas sociales y ya que el objetivo de la educación matemática inclusiva es que las matemáticas no deben ser ajenas a toda la población entonces; la educación matemática inclusiva debe asumir una faceta de la educación matemática como parte de una educación social especializada, evitando ignorar las problemáticas y estados de los sujetos.

Gates y Vistro-Yu (2003) consideran que existe una relación entre la diversidad cultural y el efecto en el desarrollo de la educación matemática, pero también un enfoque particular de estudios de investigación enfocados a identificar cómo la educación matemática contribuye al desarrollo de las identidades de los alumnos en diversos entornos culturales y cómo tales construcciones de identidad pueden preparar a varios grupos de alumnos para la inclusión o exclusión en un entorno social más amplio, evidenciando procesos de inclusión o exclusión social a través del aprendizaje de la matemática y es allí donde la educación matemática inclusiva tendría un objetivo particular sin desvincular un proceso social de un proceso de aprendizaje.

4.) El acceso a la matemática por parte de toda una población.

Faragher et al., (2016) establece que necesariamente la práctica educativa inclusiva debe considerar el acceso a un rico currículo de matemáticas, se plantea en muchas ocasiones que la educación es un derecho de todos; sin embargo, se evidencia constantemente cambios en la educación matemática proporcionada para ciertas poblaciones. Al considerar la escuela secundaria, muchos de los elementos del currículo general de matemáticas siguen siendo de desconocimiento y desarrollo para muchos.

Existe un supuesto teórico de que las escuelas distribuyen diferentes formas de conocimiento a diferentes grupos sociales, según Straehler (2014), esto no significa simplemente que algunas disciplinas se reserven para varios grupos sociales mientras que otras se distribuyen a otros. Significa que mientras todos los estudiantes parecen adquirir conocimientos en una y la misma disciplina, por ejemplo, matemáticas, la forma que toma este conocimiento disciplinario difiere fundamentalmente.

Algunas de las estrategias implementadas por los docentes al identificar estudiantes con dificultades de aprendizaje, consisten en realizar procesos de diferenciación, al respecto Hockett y Doubet, (2018) entre múltiples definiciones al respecto consideran que la diferenciación es una forma de ver el aula con el objetivo de respetar las necesidades de aprendizaje de cada estudiante y así se logra maximizar las capacidades de cada uno de los alumnos para desarrollar una comunidad educativa sólida, a nivel metodológico considera que es la respuesta proactiva del profesor a las necesidades del aprendizaje moldeado por su mentalidad. En los procesos de diferenciación se evidencian cambios al contenido, proceso y producto de un estudiante en términos del aprendizaje si el docente lo considera.

Si nos ubicamos en un caso hipotético de diferenciación en educación matemática por ejemplo dentro de la primera tarea vinculada a la práctica de enseñar matemáticas propuesta por Llinares, (2008) denominada “organizar el contenido matemático para enseñarlo” en un supuesto proceso de diferenciación existiría la posibilidad de considerar objetos matemáticos no pertinentes para el proceso de un estudiante en particular. En estos casos la complejidad de la decisión consiste en los argumentos de la decisión. Porque puede surgir el caso donde el profesor considere que el estudiante no tiene la capacidad de aprenderlo, pero también que el docente se sienta incapacitado para enseñar cierto objeto matemático a cierta población.

Muchas investigaciones consideran las estrategias de diferenciación útiles para fortalecer procesos de aprendizaje y ver avance en los procesos especialmente en estudiantes con dificultades de aprendizaje. Sin embargo, se pone en duda si bajo la definición de exclusión asumida desde Louie (2017) se estaría incurriendo en prácticas excluyentes en la educación matemática, además asumir un currículo flexible implica mantener los mismos objetivos generales para todos los estudiantes.

Como podemos evidenciar el desarrollo de procesos inclusivos enfocados al aprendizaje de la matemática es un proceso complejo que implica pensar por parte del docente de matemáticas quiénes aprenden matemáticas, a quiénes dirige un proceso inclusivo, cómo se asume una responsabilidad social desde la enseñanza de la matemática y cómo se evidencia un acceso a la matemática por parte de toda la población.

Referencias y bibliografía

Araniz, P. (2004). La educación inclusiva: Dilemas y desafíos. *Revista Educación, Desarrollo y Diversidad*, *7*(2), 25–40.

CEPAL. (2015). Conferencia regional sobre desarrollo social de América Latina y el Caribe. *Desarrollo Social Inclusivo Una Nueva Generación de Políticas Para Superar La Pobreza y Reducir La Desigualdad En América Latina y El Caribe*, 1–175.

Clark, L., Johnson, W., & Chazan, D. (2009). Researching African American mathematics teachers of African American students: Conceptual and methodological considerations. In *In D. B. Martin (Ed.), Mathematics teaching, learning, and liberation in the lives of Black children.* Routledge, Vol. 1. 39–62.

Echeita, G., & Ainscow, M. (2017). *La educación inclusiva como derecho. Marco de Referencia y pautas de acción para el desarrollo de una revolución pendiente*.

Escudero, J. M. (2005): “Fracaso escolar, exclusión educativa: ¿de qué se excluye y cómo?” *Profesorado, Revista de Currículo y Formación del Profesorado*, vol.9, n.º 1. Disponible en: <http://www.ugr.es/~recfpro/rev91ART1.pdf>

Faragher, R., Hill, J., & Clarke, B. (2016). Inclusive Practices in Mathematics Education. In *Research in Mathematics Education in Australasia 2012-2015* (pp. 119–141). Springer Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-10-1419-2_7

Filippi-Peredo, C., & Aravena-Díaz, M. (2021). Didáctica e inclusión en las aulas de matemática. Análisis de un caso en Chile. *Revista Electrónica Educare*, *25*(1), 1–21. https://doi.org/10.15359/ree.25-1.23

García, C., & Ismael et al. (2000). ¿Qué es la integración educativa? In *La integración educativa en el aula regular. Principios, finalidades y estrategias.* 41–72.

García, I. (2018). La educación inclusiva en la Reforma Educativa de México. *Revista Nacional e Internacional de Educación Inclusiva*, *11*(2), 49–62.

García, I., & Romero, S. (2016). Avances de la integración educativa/educación inclusiva y la formación docente para la inclusión en México. *Aguascalientes: CENEJUS-UASLP*.

Gates, P., & Vistro-Yu, C. P. (2003). Is Mathematics for All? In *Second International Handbook of Mathematics Education* (pp. 31–73). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-010-0273-8_3

Granado, M. (2006). El contexto científico de la educación especial: bases psicológicas para el diseño y desarrollo de prácticas educativas adaptadas. *Revista de Ciencias de La Educación*, *13*(11), 92–114.

Herrera, C. (2015). *la educación inclusiva, ¿una escuela para todos?* universitat jaume.

Hockett, J., & Doubet, K. (2018). La diferenciación: Un modelo práctico en el aula. *Revista de Educación*. http://www.revistadeeducacion.cl/la-diferenciacion-un-modelo-practico-en-el-aula/

Kollosche David, Marcone Renato, Knigge Michel, Godoy Miriam, & Skovsmose Ole. (2019). *Inclusive Mathematics Education* (Springer). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-11518-0

Lambert, R. (2018). "Indefensible, Illogical, and Unsupported"; Countering Deficit Mythologies about the Potential of Students with Learning Disabilities in Mathematics. *Education Sciences*, *8*(2), 1–12. https://doi.org/10.3390/educsci8020072

Llinares, S. (2004). La generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas en la Educación Primaria. *UNO. Revista de Didáctica de La Matemática.*, *36*, 93–115. https://docplayer.es/9528341-1la-generacion-y-uso-de-instrumentos-para-la-practica-de-ensenar-matematicas-en-educacion-primaria2.html

Llinares, S. (2008). Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación. *En III Encuentro de Programas de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas Universidad*, 1–19.

Louie, N. L. (2017). The Culture of Exclusion in Mathematics Education and Its Persistence in Equity-Oriented Teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, *48*(5), 488–519. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.48.5.0488

Ocampo, A. (2018). Comprensión epistemológica de la Educación Inclusiva: constelaciones, movimientos, encuentros y plasticidades. In *Cuadernos de Educación Inclusiva Vol. II. Formación de Maestros e Investigadores para la Educación* (Vol. 2, pp. 180–297). Centro de Estudios Latinoamericanos de Educación I.

OEA. (2016). *Equidad e inclusión social: Superando desigualdades hacia sociedades más inclsusivas* (Vol. 1).

Straehler-Pohl, H. (2014). Mathematics, practicality and social segregation. Effects of an overtly stratifying school system. *Revista Internacional de Educación Para La Justicia Social*, *3*(1), 55–70.

Valero, P. (2013). Mathematics for all and the promise of a bright future. *Proceedings of the 8th Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8)*, 1–10.

Veláz de Medrano, C. (2003). *Intervención educativa y orientadora para la inclusión social de menores en riesgo, factores escolares y socioculturales*.

Altas habilidades/superdotação: percepções de professores de Matemática da Educação Profissional e Tecnológica brasileira

Thiago da Silva e **Silva**
Universidade Luterana do Brasil
Brasil
thiagomat@gmail.com
Marlise **Geller**
Universidade Luterana do Brasil
Brasil
marlise.geller@gmail.com

Resumo

A pesquisa tem por objetivo apresentar a percepção de 7 (sete) professores de Matemática da Educação Profissional e Tecnológica brasileira sobre o conceito de altas habilidades/superdotação (AH/SD). Trata-se de um recorte de uma pesquisa de doutorado, realizada de forma qualitativa, com observação participante e análise descritiva e interpretativa dos dados coletados. Os principais resultados demonstram que os conceitos trazidos pelos educadores sobre AH/SD têm proximidade com a teoria das Inteligências Múltiplas de Gardner e a teoria dos três anéis de Renzulli, embora alguns desses conceitos ainda pareçam atravessados por mitos e estereótipos ou careçam de aprofundamento teórico. Logo, percebe-se a necessidade de profissionalizar os processos educativos - tanto da identificação quanto do atendimento para os estudantes AH/SD - por meio da formação continuada docente.

Palavras-chave: Educação Matemática; Educação Profissional e Tecnológica; Altas Habilidades; Superdotação; Ensino Médio Integrado; Formação Continuada; Brasil.

Introdução

Segundo os resultados do Censo Escolar da Educação Básica 2021, temos um total de 46.668.401 matrículas na educação básica brasileira, a qual compreende a educação dos 4 (quatro) aos 17 (dezessete) anos de idade. Desse total de matrículas, apenas 23.758 pessoas são identificadas com altas habilidades/superdotação (AH/SD), o que representa 0,05% dos estudantes. Sabendo que a Organização Mundial de Saúde considera que o percentual de pessoas AH/SD em uma determinada população fica em torno de 3,5% a 5%, é de extrema urgência pensar, analisar e executar estratégias de rastreamento das AH/SD na educação básica, assim como formas de profissionalizar o atendimento a esses estudantes. (Brasil, 2022; Matos & Maciel, 2016)

Portanto, o presente trabalho apresenta um recorte da tese de doutorado (em andamento) chamada "Escutas e Anseios sobre Altas Habilidades ou Superdotação no Ensino Médio Integrado no processo de formação continuada", aprovada em comitê de ética sob número CAEE: 39987820.3.0000.5349. A tese tem por objetivo geral investigar processos que possam efetivar a Política Nacional de Educação Especial brasileira (Brasil, 2008; 2020) para estudantes com altas habilidades ou superdotação no Instituto Federal Sul-Rio-Grandense (IFSul) – Campus Sapucaia do Sul. Diante dessa realidade, o presente artigo apresenta percepções de 7(sete) professores de Matemática da Educação Profissional e Tecnológica (EPT) sobre o conceito de altas habilidades ou superdotação, assim como reflexões e relações com algumas teorias da área.

Referencial teórico

De forma geral, as mídias televisivas e jornalísticas acabam por apresentar apenas os casos extraordinários de pessoas com altas habilidades/superdotação, o que acaba por estereotipar e criar mitos a respeito dessa área, além de estorvar o processo adequado de identificação e atendimento dessa população. (Pérez, 2012)

Sendo assim, é preciso entender os conceitos utilizados pelas legislações brasileiras para definir pessoas com altas habilidades ou superdotação. Basicamente, há dois entendimentos na legislação: o primeiro, proveniente da política nacional de educação especial de 2008 e regido pela resolução 4 de 2009, diz que estudantes com altas habilidades/superdotação são "aqueles que apresentam um potencial elevado e grande envolvimento com as áreas do conhecimento humano, isoladas ou combinadas: intelectual, liderança, psicomotora, artes e criatividade". (Brasil, 2009, Art. 4º III). O segundo, da resolução CNE/CEB[1] nº 2 de setembro de 2001, diz que "os estudantes com altas habilidades/superdotação são aqueles que apresentam grande facilidade de aprendizagem que os leve a dominar rapidamente conceitos, procedimentos e atitudes" (Brasil, 2001, p. 2).

Note-se que as definições acima são distintas: enquanto uma tem o foco nas diferentes áreas do conhecimento humano e entendem as AH/SD não apenas como desempenho notável mas como potencialidade latente, a segunda destaca aspectos como rapidez e facilidade de aprender em suas áreas de interesse, as quais são características presentes na superdotação. Percebe-se assim que tais definições se complementam. Embora ambas estejam em vigor, a definição da resolução 4 é a mais utilizada e observa-se, nas entrelinhas, um embasamento dessa definição na teoria das Inteligências Múltiplas de Gardner (1995) e na Teoria dos três anéis de Renzulli (2021), as quais serão abordadas resumidamente a seguir. (Gardner, 1995; Virgolim, 2019; Renzulli, Reis e Tourón, 2021)

[1] CNE: Conselho Nacional de Educação (do Brasil); CEB: Câmara de Educação Básica (do Brasil).

A teoria das Inteligências Múltiplas de Gardner (1995) entende as altas habilidades ou superdotação como potenciais e capacidades em domínios específicos ao invés de uma capacidade geral de diversos domínios. Estabelece que a inteligência pode ser descrita por um conjunto de nove (ou mais) habilidades, as quais são: (1) Linguística; (2) Lógico-matemática; (3) Espacial; (4) Musical; (5) Corporal-cinestésica; (6) Interpessoal; (7) Intrapessoal; (8) Naturalista e (9) Existencial, sendo que a última se encontra em fase de testes. É interessante observar que essa teoria teve (e tem) uma grande aceitação entre pesquisadores e professores brasileiros, pois focaliza os potenciais humanos e tem uma aplicação prática nas escolas. (Virgolim, 2019; Gardner, 1995)

Por sua vez, a Teoria dos três anéis de Renzulli (2014; 2018; 2021) é uma das principais teorias utilizadas no Brasil pelos pesquisadores da área, reconhecida nacional e internacionalmente. Essa teoria procura responder ao questionamento sobre quem são as pessoas superdotadas e constata que a grande maioria de pessoas famosas por seus feitos costumavam ter três conjuntos de traços bem definidos: habilidade acima da média, envolvimento com a tarefa e criatividade. Assim, as pessoas que estão na interseção dessas três características apresentam comportamentos de superdotação. O autor ainda diferencia a superdotação acadêmica da produtivo-criativa: a superdotação escolar refere-se aos “alunos que são bons aprendizes de lições no desempenho escolar tradicional”. Já a superdotação criativo-produtiva refere-se “aos traços que os inventores, designers, autores, artistas e outros aplicam a áreas específicas do capital econômico, cultural e social”. (Virgolim, 2019; Renzulli, 2018, p.22-23).

Metodologia

A pesquisa possui enfoque qualitativo e tem por objetivo apresentar e analisar as percepções de 7(sete) professores de Matemática do Ensino Médio Integrado (EMI-EPT) sobre o conceito de altas habilidades ou superdotação. Trata-se de um recorte de uma pesquisa de doutorado, em andamento, cujo objetivo principal é investigar processos que possam efetivar a Política Nacional de Educação Especial brasileira para estudantes com altas habilidades ou superdotação no IFSul – Campus Sapucaia do Sul.

A pesquisa, no que se refere aos procedimentos, constitui-se como uma pesquisa participante, por consistir “na participação real do pesquisador com a comunidade ou grupo”. (Marconi & Lakatos, 2002, p.90). No que concerne à análise dos dados, utiliza-se a análise descritiva interpretativa apoiada em Rosenthal (2014). Esse tipo de análise proporciona a investigação do novo e do desconhecido e o entendimento do sentido visado subjetivamente e a reconstrução do sentido latente, assim como provê a descrição de ações e contextos sociais, a verificação de hipóteses e teorias a partir do caso particular e o desenvolvimento fundado de forma empírica de hipóteses e teorias. (Rosenthal, 2014)

Resultados

O Instituto Federal Sul-Rio-Grandense (IFSul) – Campus Sapucaia do Sul é uma instituição educacional federal que oferta ensino médio integrado à educação profissional, assim como oferta cursos superiores e de pós-graduação, assim fazendo parte da rede de Educação Profissional e Tecnológica (EPT) brasileira. É um campus dentre mais de 600, espalhados pelo território brasileiro, distribuídos em torno de 38 reitorias. O campus em questão encontra-se na região metropolitana de Porto Alegre, a 35 km da capital do estado do Rio Grande do Sul, no Sul do Brasil, e possui cerca de 1450 estudantes matriculados.

Nesse contexto, com a publicação da lei de reserva de vagas para pessoas com deficiência nos cursos técnicos de nível médio das instituições federais de ensino (Lei 13. 409 de 28/12/2016) e a sua implementação a partir do início de 2018, começam a surgir também os primeiros casos identificados de alunos(as) com AH/SD, embora eles(as) não sejam o público prescrito dessa legislação. A pesquisa de doutorado surgiu, assim, da vontade e da preocupação dos pesquisadores desse trabalho em como melhor identificar e atender essa parcela da população, por diversas vezes estereotipada e invisibilizada por meio dos mitos. (Pérez, 2012)

Sendo assim, uma das etapas da pesquisa de doutorado consistiu em entrevistar os professores de Matemática da instituição, tendo em vista analisar suas percepções, interesses e demandas sobre a temática. Para tal, elaborou-se uma entrevista semiestruturada e, nesse artigo, vamos analisar e refletir sobre como sete professores de Matemática do Ensino Médio Integrado respondem a seguinte pergunta: "O que é, para você, uma pessoa com altas habilidades/superdotação (AH/SD)?". As entrevistas, em virtude do período pandêmico, foram realizadas e gravadas por vídeo conferência e transcritas posteriormente. De aqui em diante, os professores entrevistados serão chamados de P1, P2, P3, P4, P5, P6 e P7.

Os professores P4 e P6 compreendem que uma pessoa com altas habilidades ou superdotação é aquela que tem uma habilidade acima da média em alguma área do conhecimento humano. Nas palavras de P4 e P6:

> P4: Pessoa com capacidade acima da média em alguma área do seu desenvolvimento, seja intelectual, seja de expressões artísticas, esportivas, mas uma habilidade acima da média.
> P6: Eu imagino que eu definiria um aluno com altas habilidades ou superdotação se fosse um aluno com desempenho acima da média do desempenho que eu já tenho dos meus estudantes em Matemática, né?

Já os professores P1, P5 e P7 entendem que um estudante AH/SD é uma pessoa que tem uma habilidade muito acima da média, se comparada aos outros colegas. Reforçam nas suas falas uma grande diferença entre os estudantes AH/SD e os demais. Deixam a entender nas entrelinhas que as AH/SD podem acontecer em qualquer área de domínio humano. De acordo com P1, P5 e P7:

> P1: É aquela pessoa que tem... uma... um comportamento, uma área do conhecimento, uma habilidade acima, bem acima da média, acima dos melhores que são considerados, né.
> P5: Eu acho que devem ter mais ou menos a mesma característica, que... que vai desembocar para alguma das áreas, mas é alguma... alguma habilidade diferenciada em relação a uma média, né? [...] Mas eu tenho impressão de que com a relação com a Matemática uma alta habilidade, essa diferenciação [...] teria que ser uma diferenciação muito grande mesmo.
> P7: Eu acho que altas habilidades é um termo que pelo menos deveria ser incorporado no campo educacional para qualquer pessoa que tem algum talento específico de um modo geral acima da média, consideravelmente acima da média.

Interessante observar que as respostas de P1, P4, P5, P6 e P7 se aproximam da teoria dos três anéis de Renzulli (2018), principalmente no que se refere ao elo "Habilidade acima da média”, que pode ser uma habilidade geral ou específica. Também se aproximam da teoria das inteligências múltiplas de Gardner (1995) ao entender que essa “habilidade acima da média” pode ser em qualquer domínio do conhecimento humano. No entanto, nota-se uma diferença entre alguns educadores: enquanto P4 e P6 entendem o conceito de AH/SD mais próximo das legislações e das teorias apresentadas (Brasil, 2001, 2009; Gardner, 1995; Renzulli, Reis e Tourón, 2021), P1, P5 e P7 se aproximam de uma exigência maior referente ao nível de habilidade. Se por um lado há uma preocupação desses professores (P1, P5 e P7) em diferenciar estudantes AH/SD dos demais, por outro podem acabar por não perceber estudantes que sejam AH/SD, consequência de uma exigência de nível de habilidade muito elevada, sendo tal exigência muitas vezes proveniente das crenças e mitos que tais professores carregam sobre a temática. (Pérez, 2012)

Já o professor P2 indica que estudantes AH/SD são pessoas que aprendem com rapidez e facilidade. Segundo P2:

> P2: Uma pessoa que tivesse uma facilidade bem grande em aprender, né? [...] Que conseguisse resolver, assim... atividades de forma rápida e correta...

Na resposta de P2, observamos uma proximidade com uma das definições legais brasileiras: a da resolução n°2, de 11/09/2001, cujo texto apresenta a definição de estudantes com AH/SD como “aqueles que apresentam grande facilidade de aprendizagem que os leve a dominar rapidamente conceitos, procedimentos e atitudes”.

Por sua vez, o professor P3 enfatiza que pessoas AH/SD possuem foco determinado e voracidade em aprender conteúdos, para além dos solicitados em classe. De acordo com P3:

> P3: [...] uma pessoa com altas habilidades ou superdotação é aquela que consegue ter foco e um assunto e desenvolver ele de uma forma além do que a gente espera. Ela consegue, por exemplo, se a gente delimitar: ‘Vamos trabalhar de... do ponto A ao ponto B’... uma pessoa com superdotação consegue todos os meios termos entre A e B e ainda ir além desse ponto.

A definição dada pelo professor P3 aponta o foco e a voracidade de aprender, que podem se assemelhar ao elo “envolvimento com a tarefa” da teoria dos três anéis de Renzulli (2018). Ou seja, quando há o interesse do estudante, em geral vem junto a perseverança, o comprometimento, o foco e a vontade insaciável de aprender coisas novas.

Durante as entrevistas, surgiu a necessidade de perguntar aos professores se existia alguma diferença entre altas habilidades ou superdotação. Os professores P1, P3 e P6 entendem que os termos são sinônimos, os demais professores não. Tal diferenciação enunciada por P2, P4, P5 e P7 se encontraria no fato de que eles consideram altas habilidades como uma habilidade acima da média, enquanto superdotação seria uma habilidade consideravelmente superior à média.

Em termos práticos, a legislação brasileira não faz diferenciação entre os vocábulos altas habilidades e superdotação, inclusive tratando-os como sinônimos. Embora não exista um consenso na área de AH/SD sobre a sinonímia dos termos, o importante para o ambiente escolar é que, em maior ou menor proporção, o estudante com altas habilidades ou superdotação necessitará de um atendimento educacional especializado (AEE) e um plano educacional individualizado (PEI) que atenda às suas especificidades. Também precisa de professores capacitados para suprir suas demandas, seja no ensino regular ou em atendimento extraclasse, além de no mínimo um professor de AEE com especialização na área de AH/SD para organizar o processo educacional escolar. (Artigos 58 e 59 da LDB[2]). Por fim, o fato que se concretiza aqui é que sendo as altas habilidades ou a superdotação mais ou menos acentuadas, maior ou menor serão as intermediações essenciais para a adequação do ambiente às necessidades do aluno(a). Logo, é fundamental proporcionar aos estudantes AH/SD a visibilidade que merecem, pois por inúmeras vezes na educação brasileira é simplesmente invisibilizado ou visto como não merecedor de atenção por "já ser inteligente". (Brasil, 1996)

Considerações finais

Esse trabalho buscou mostrar as percepções de 7 (sete) professores de Matemática do Ensino Médio Integrado (EMI – EPT) acerca do conceito de Altas Habilidades ou Superdotação. Os resultados indicaram que os conceitos trazidos pelos educadores têm proximidade com a teoria das Inteligências Múltiplas de Gardner (1995) e a teoria dos três anéis de Renzulli (2014; 2018), embora alguns desses conceitos ainda pareçam atravessados por mitos e estereótipos. (Pérez, 2012)

Portanto, ainda que a equipe docente tenha entendimentos sobre o conceito de Altas Habilidades ou Superdotação que se relacionam com as teorias acima explicitadas e com a legislação apresentada, alguns desses entendimentos necessitam de aprofundamento teórico adequado. Nota-se, por fim, a necessidade de profissionalizar os processos educativos - tanto da identificação quanto do atendimento para os estudantes AH/SD - por meio da formação continuada dessa equipe, conforme propõe a tese da qual esse texto se origina.

Referências e bibliografia

Brasil. (1996). Lei de diretrizes e bases da educação nacional. Brasília. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm

Brasil. (2001). Resolução Nº 2, de 11 de setembro de 2001. Brasília. http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CEB0201.pdf

Brasil. (2008). Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva Inclusiva. http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/politicaeducespecial.pdf

Brasil. (2009). Resolução Nº 4, de 2 de outubro de 2009. Brasília. 2022, de http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rceb004_09.pdf

Brasil. (2020). Política Nacional de Educação Especial: Equitativa, Inclusiva e com aprendizado ao longo da vida. Decreto Nº 10.502, de 30 de setembro de 2020. https://www.in.gov.br/en/web/dou/-/decreto-n-10.502-de-30-de-setembro-de-2020-280529948

Brasil. (2016). Lei Nº 13.409, de 28 de dezembro de 2016. Brasília. 2022, de http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2016/lei/l13409.htm

[2] Lei de Diretrizes e Bases (LDB) da Educação Nacional (Brasileira).

Brasil. (2022). Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). *Censo da Educação Básica 2021*: notas estatísticas. Brasília, DF: Inep. Brasília, 2022, de: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/notas_estatisticas_censo_escolar_2021.pdf

Gardner, H. (1995). *Estruturas da mente – A teoria das Inteligências múltiplas*. Porto Alegre: Artmed.

Marconi, M. de A., Lakatos, E.M. (2002). *Técnicas de pesquisa: planejamento e elaboração de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisas, elaboração, análise e interpretação de dados*.

Matos, B.C. & Maciel, C.E. (2016). Políticas Educacionais do Brasil e dos Estados Unidos para o Atendimento de alunos com Altas Habilidades/Superdotação. *Revista Brasileira de Educação Especial, 22(02),* 175-188. https://doi.org/10.1590/S1413-65382216000200003

Renzulli, J. (2014). The schoolwide enrichment model: a comprehensive plan for the development of talents and giftedness. *Revista Educação Especial, 27,* 539-562. http://dx.doi.org/10.5902/1984686X14285

Renzulli, J. (2018). Reexaminando o papel da educação para superdotados e o desenvolvimento de talentos para o século XXI: uma abordagem teórica em quatro partes. In: A. Virgolim (org). *Altas Habilidades/Superdotação: processos criativos, afetivos e desenvolvimento de potenciais* (pp. 19-42). Curitiba: Juruá.

Renzulli, J., Reis, S. & Tourón, J. (2021). *El modelo de enriquecimento para toda la escuela: una guía práctica para el desarrollo del talento*. Logroño: Unir Editorial.

Rosenthal, G. (2014). *Pesquisa Social Interpretativa: uma introdução*. Porto Alegre: Edipucrs.

Pérez, S. G. P. B. (2012). Mitos e Crenças sobre as Pessoas com Altas Habilidades: alguns aspectos que dificultam o seu atendimento. *Revista Educação Especial*, *1*(1), 45–59. Recuperado de https://periodicos.ufsm.br/educacaoespecial/article/view/5004

Virgolim, A. (2019). *Altas habilidades/superdotação: um diálogo pedagógico urgente*. Curitiba: Intersaberes.

Andamiaje en Matemática para Educación Parvularia

Raimundo **Olfos**
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile
raimundo.olfos@pucv.cl
Tatiana **Goldrine**
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile
tatiana.goldrine@pucv.cl
Soledad **Estrella**
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile
soledad.estrella@pucv.cl
Andrea **Vergara** Gómez
Universidad Católica del Maule
Chile
Andrea.vergara@ucm.cl
Sergio **Morales**
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile
sergio.morales@pucv.cl

Resumen

Se diseña y valida un sistema de andamiaje que robustece las habilidades prácticas y los conocimientos de educadoras para desarrollar el pensamiento matemático en los párvulos. Mientras las educadoras realizan su trabajo de aula habitual en Kínder o pre-kínder, implementan 36 experiencias de aprendizaje con apoyo de planificaciones, material concreto y virtual, junto a un monitoreo que provee de entrenamiento y reuniones semanales por 7 meses en una comunidad de prácticas. La efectividad del andamiaje es estudiada comparando la diferencia en los avances entre el grupo control y experimental en una evaluación teórica y otra sobre la práctica

Palabras clave: Educación Parvularia; Matemática; Andamiaje; Desarrollo Profesional; Experiencias de Aprendizaje.

Introducción

La investigación propone afectar la preparación de las educadoras de párvulos en Chile para fortalecer el pensamiento matemático junto a las habilidades socioemocionales de los párvulos, en los niveles NT1 y NT2. Para ello innova con la realización de un curso práctico mientras las educadoras realizan sus actividades docentes habituales, proveyendo materiales e instancias de apoyo con el fin de que modifiquen sus prácticas habituales para enseñar matemáticas. El estudio se proyecta frente a una eventual masificación del acceso al curso dada la incorporación de las Educadoras de Párvulos a la Carrera Docente en el año 2020.

El sistema de andamiaje cimentado en la tecnología, el monitoreo y en la participación en una comunidad de práctica busca incidir en el desarrollo de las capacidades de las educadoras para desarrollar el pensamiento matemático. Los antecedentes de la literatura muestran que el conocimiento del contenido (CC) y el conocimiento pedagógico del contenido (CPC) de la educadora están asociados a la calidad de la enseñanza de la matemática. De igual modo, la investigación en formación continua da evidencias de la efectividad del Entrenamiento Basado en la Práctica (EBP) (Snyder et al., 2015) y del andamiaje docente utilizando tecnología (Raes et al., 2012) en contextos de Comunidades de Reflexión sobre la Práctica (CRP), dando oportunidades al escalamiento; e.g. JumpMath (Mighton, J., 2004).

Usando “Lesson Study” y “Open Approach”, los investigadores han robustecido la formación inicial de las educadoras de párvulos en matemáticas (Isoda y Olfos, 2009; Goldrine et al., 2015; Olfos et al., 2019) evidenciando el potencial de las CRP. La intervención en distintos programas de Pedagogía en Educación Parvularia de la región de Valparaíso ha permitido avanzar en un modelo para su masificación en base a su uso, que se extiende en este estudio a la formación de educadoras. La pregunta de investigación plantea si la implementación del andamiaje afecta el avance en conocimientos disciplinarios y didácticos (CC+CPC) de las educadoras en servicio para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático en los párvulos de nivel de transición.

Método

La investigación utiliza evaluaciones pre y post andamiaje y participan en ella 60 educadoras de las Regiones de Valparaíso y O’Higgins quienes fueron distribuidas aleatoriamente por localidad - estrato-, en grupos de control y experimental. Las educadoras que rehusaron participar, fueron reasignadas o sustituidas.

El andamiaje fue preparado durante un año entre cuatro comunidades de estudio de clases, compuestas por pares de investigadores y tríos de educadoras, quienes desarrollaron los prototipos de experiencias, el material para la plataforma y los materiales gráficos y concretos a distribuir durante la experimentación.

El contenido de la plataforma quedó constituido por una secuencias de enseñanza para NT1 y otra para NT2, con 3 experiencias para favorecer la comprensión de las educadoras de las habilidades matemáticas a desarrollar en los párvulos en cada uno de los 12 temas elegidos desde las bases curriculares para Educación Parvularia, a saber: 1 comparación, 2 clasificación, 3 patrones, 4 espacio, 5 seriación, 6 orden, 7 ordinales, 8 numerales, 9 cantidades, 10 medida, 11 composición y 12 agregar quitar. Las sesiones para ofrecer las 3 experiencias de aprendizaje se ajustan a las siguientes estructuras: La sesión uno explora, a modo de diagnóstico, los "conocimientos previos", es decir, los contenidos matemáticos que los párvulos conocen y ponen en juego en la sesión dos, identificando diferencias de conocimiento entre los párvulos al interior de su grupo (curso). La sesión dos fue el núcleo de la secuencia, en ella el párvulo es desafiado en un pasaje lúdico para explorar un nuevo conocimiento, en el contexto de la diversidad del aula. Para ello, la plataforma proveyó un plan sucinto aunque detallado sobre la experiencia para el aprendizaje, un PPT de apoyo para la educadora, materiales y dos cápsulas de videos para su uso por la educadora con sus párvulos directamente en el aula.

El andamiaje operó entre abril y octubre del segundo año del estudio en la cotidianeidad del trabajo docente, ofreciendo a las educadoras del grupo experimental la oportunidad de participar en una comunidad de práctica, con apoyo de un monitor y el uso de una plataforma en línea asociada a materiales concretos, icónicos y digitales. La implementación de doce unidades se realizó a razón de tres experiencias de aprendizaje cada 2 semanas, lo que constituyó el tratamiento para lograr la apropiación del modelo de enseñanza bajo el enfoque abierto de resolución de problemas. El andamiaje se enfocó en los procesos de planeamiento, implementación y reflexión sobre la práctica, actuando de manera integrada en (a) la interacción de la educadora con la plataforma, (b) el trabajo semanal entre pares en Comunidades de Reflexión sobre la Práctica, (CRP), y (c) el Entrenamiento en Base a la Práctica (EBP) que provee el monitor de manera individualizada a las educadoras del grupo experimental. El grupo control fue evaluado en marzo, pre-test, y en noviembre, pos-test. Como compensación ética se ofreció el andamiaje al grupo control para el año siguiente.

El avance de la educadora se obtuvo de las mediciones pre y pos-andamiaje con instrumentos previamente validados. La componente teórica se evaluó con una prueba en línea de conocimientos y la componente práctica con una pauta de observación en el aula sobre la capacidad de enseñanza de la matemática. El efecto del andamiaje se cuantifica en términos de desviaciones estándares, coeficiente d de Cohen.

Resultados

El contexto. tanto antes como después de implementar las 36 experiencias del andamiaje se aplicó los instrumentos de evaluación a las educadoras, lo que permitió determinar el avance, como diferencia entre lo resultados individuales de la evaluación final con la inicial. . La implementación del andamiaje fue disímil, a causa de variados aspectos como el acceso o manejo de la tecnología, la dedicación a la realización de las tareas y a la implementación de las experiencias que conforman el andamiaje.

La mayor parte de los materiales fueron impresos como imágenes de objetos concretos de uso común, como bloques, lápices y otros específicos que proveyó el proyecto, como palitos, naipes y tarjetas. La tercera sesión de cada unidad proveyó preferentemente una experiencia de carácter lúdico y contextos atractivos con relevancia socioemocional para el párvulo, favoreciendo el desarrollo del pensamiento matemático en concordancia con criterios de transversalidad curricular.

El contraste de las evaluaciones pre y pos andamiaje permitió dar evidencias de la efectividad de la implementación del Sistema de Andamiaje en el aula para Educadoras de Párvulos. En efecto, el andamiaje pudo proveer a las educadoras un avance en sus conocimientos en matemática y didáctica, como en las formas de enseñar en el aula para desarrollar en los párvulos el pensamiento matemático junto a los objetivos transversales en los niveles de transición, NT1 y NT2, conforme a las Bases Curriculares.

La observación en el aula desde la pauta

Tabla 1

Diferencia porcentual entre el avance de los grupos experimental y de control en los resultados de la pauta práctica.

Educadoras	Resultados de observación de la práctica en el aula			
	Post-test	Pre-test	Diferencia	Variación porcentual
Grupo Experimental	19,43	11,18	8,25	73,75 %
Grupo control	19,05	12,12	6,93	57,25 %
Diferencia porcentual				**16,50 %**

Los resultados muestran un avance significativamente mayor en el grupo experimental que en el grupo control. Estos resultados contemplan más del 90% de las 60 educadoras participantes en el estudio.

Resultados parciales del avance en los conocimientos desde la prueba en línea

Tabla 2

Diferencia porcentual entre el avance de los grupos experimental y de control en los resultados de la prueba en línea.

Educadoras	Resultados de la prueba en línea			
	Post-test	Pre-test	Diferencia	Coef. Variación
Grupo Experimental	8,71	7,63	0,3	0,19
Grupo control	7,89	7,42	-0,13	

Los resultados muestran una variación positiva leve en favor del grupo experimental. Estos resultados contemplan más del 50% de las 60 educadoras participantes en el estudio.

Conclusiones

Este Sistema de Andamiaje provee un modelo para el desarrollo docente en la enseñanza de la matemática in situ, por medio de una plataforma WEB, un sistema de monitoreo y una comunidad de prácticas, que actúan como puente entre las educadoras de Párvulos y los propósitos establecidos por las bases curriculares. Este proceso permitió la capacitación de 60 educadoras desde la realidad en el aula, afectando positivamente el conocimiento y las prácticas de las educadoras.

Referencias

Fox, L., Hemmeter, M. L., & Snyder, P. A. (2008). Teaching pyramid observation tool. Research edition. Baltimore, MD: Brookes. https://doi.org/10.1080/15240750902774718

Goldrine, T., Estrella, S. Olfos, R., y Cáceres, P. (2015). Prueba de conocimientos para la enseñanza del número en futuras maestras de educación infantil. Educação em Revista, 31(2), 83-100. https://doi.org/10.1590/0102-4698132480

Hartley, B. (2019). Developmentally appropriate practice: An evolving framework for teaching young children En Kostelnik, M., Soderman, A., Whiren, A., and Rupiper, M. (2019). Developmentally appropriate curriculum: Best Practices in Early Childhood Education. Pearson. ISBN 0133830977, 9780133830972

Isoda, M. y Olfos, R. (2009). Enseñanza de la multiplicación: Desde el estudio de clases japonés a las propuestas iberoamericanas. Ediciones Universitarias de Valparaíso, P. Universidad Católica de Valparaíso. https://math-info.criced.tsukuba.ac.jp/upload/MultiplicationIsodaOlfos.pdf

Olfos, R., Goldrine, T. y Morales, S. (2019). Diseño y valoración de una secuencia de sesiones para desarrollar la capacidad de enseñanza sobre la cuantificación en la Formación Inicial de Educadoras de Párvulos. En R. Olfos, E. Ramos y D. Zakaryan (Eds.), Formación de profesores: Aportes a la práctica docente desde la Didáctica de la Matemática (pp. 6-45). Barcelona, España: Graó. https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2020.169.59880

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2018). The International Early Learning and Child Well-being Study. http://www.oecd.org/education/school/theinternational-early-learning-and-child-well-being-study-publications.htm

Raes, A., Schellens, T., De Wever, B., & Vanderhoven, E. (2012). Scaffolding information problem solving in web-based collaborative inquiry learning. Computers & Education, 59(1), 82-94. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2011.11.010

Snyder, P. A., Hemmeter, M. L., & Fox, L. (2015). Supporting implementation of evidence-based practices through practice-based coaching. Topics in Early Childhood Special Education, 35(3), 133-143. https://**doi**.org/**10.1177/0271121415594925**.

Agradecimientos al aporte de **ANID**, FONDEF IDEA ID20i10070.

Aplicação da Coletânea LABGG para formação de professores: Módulo NEF.M914 - Ampliação e redução de polígonos por Homotetia com a técnica da Seqüência de Ensino Programático com Tecnologia (SEPT)

Eimard Gomes Antunes do **Nascimento**
Ministério da Educação/Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
Brasil
prof.eimard@gmail.com
Antônio Jorge Lima **Barbosa**
Secretaria da Educação do Estado do Ceará
Brasil
professorjorge2010@gmail.com
Roberto da Rocha **Miranda**
Universidade Federal do Ceará
Brasil
robertouece@gmail.com
Felismina de Sousa **Neta**
Universidade Federal do Ceará
Brasil
filonetaa@gmail.com
Lara Ronise de Negreiros Pinto **Scipião**
Universidade Federal do Ceará
Brasil
larascipiao@gmail.com
João Evangelista de **Oliveira Neto**
Secretaria da Educação do Estado do Ceará
Brasil
joaoneto7272@gmail.br

Resumo

O uso de computadores nas escolas e universidades tem se mostrado muito importante no auxilio educacional. A Coletânea LABGG (Laboratório no GeoGebra) surge como um desses recursos ao ensino da Matemática e disciplinas afins, com a finalidade de servir como ferramenta pedagógica de apoio para ser utilizada em sala, sob uma abordagem construtivista. Tal Coletânea está organizada numa estrutura de módulos da potência de Ensino-Aprendizagem E^A (Ensino eleva a Aprendizagem qualificada) descritos em formatos de artigos e cursos ou oficinas. Atualmente está com o apoio metodológico da Seqüência de Ensino Programático com Tecnologia (SEPT). O Módulo em estudo trata-se da 14ª pesquisa em Matemática aplicada no 9º ano do Ensino Fundamental, no tocante ao assunto em pauta, explorando através dos recursos de comandos, programação ou/e graficamente, vislumbrando outra forma de ensino em um ambiente de caráter laboratorial, pelo qual possibilitará a prática pretendida de uma forma dinâmica e atrativa.

Palavras-chave: Educação Matemática; Coletânea LABGG; Formação de Professores; Tecnologia e Matemática; Homotetia.

Introdução

Atualmente é quase certo, quando falamos em educação citar o uso das novas Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) na valorização e na melhoria do ensino e da aprendizagem, considerando que estas têm tido sua inserção demandada pelas práticas pedagógicas torna-se cada vez mais necessárias as discussões e reflexões acerca dessa inclusão (Barbosa, 2013; Nascimento, 2012a). O uso das TIC no contexto escolar necessita ser fortalecido, uma vez que existe uma considerável distância entre os avanços tecnológicos na produção de softwares educacionais e a aceitação, compreensão e utilização desses mesmos recursos pelos professores.

Apesar das TIC se mostrarem influenciadoras às mudanças e transformações em âmbito educacional, suas utilizações nas aulas não correspondem ao que se espera. Em face da assertiva, a escola se ver diante da necessidade de redescobrir o seu papel social e pedagógico como unidade significativa no processo de crescimento e desenvolvimento da concepção de competência para a formação dos indivíduos que estão integrados a si (Santos, 2007; Barbosa, 2013).

Sob este enfoque os documentos oficiais brasileiros como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental e Médio expressam a importância dos recursos tecnológicos para a educação com vistas à melhoria da qualidade do ensino aprendizagem (Brasil, 1998; 2001). Destacam também que a informática na educação "[…] permite criar ambientes de aprendizagem que fazem sugerir novas formas de pensar e aprender", "[…] oferece recursos rápidos e eficientes para realizar cálculos complexos, transformar dados, consultar, armazenar e transcrever informações, o que permite dedicar mais tempo a atividades de interpretação e elaboração de conclusões". (Brasil, 1998, p. 147–148).

Não só na Educação Básica, mas também no Ensino Superior o computador deve ser usado como instrumento de trabalho e incorporado no currículo, como destacam as Diretrizes Curriculares para o Curso de Matemática, "[...] desde o início do curso o graduando em Matemática deve adquirir familiaridade com o uso do computador como instrumento de trabalho, incentivando-se sua utilização para formulação e solução de problemas. [...] Desde o início do curso o licenciando deve adquirir familiaridade com o uso do computador como parte de seu trabalho e formação profissional, incentivando-se sua utilização para o ensino de matemática, em especial para a formulação e solução de problemas. É importante também a familiarização do licenciando, ao longo do curso, com outras tecnologias que possam contribuir para o ensino de Matemática [...]". (Brasil, 2001, pp.5-6).

O link entre a teoria e a prática quando implantado de forma agradável e estimulante causa ao aluno o senso de curiosidade e, por via de consequência, o senso de pesquisa. Segundo Nascimento (2012a), as ideias básicas do pesquisador Dewey (2007) desde à década de 30 sobre a educação estão centradas no desenvolvimento da capacidade de raciocínio e espírito crítico do aluno. Dewey defendia a democracia e a liberdade de pensamento como instrumentos para a maturação emocional e intelectual dos alunos. Afirma, outrossim, que o processo educativo consiste na adequação e interação do aluno com o programa da escola e das disciplinas, pois a concepção das relações entre um e o outro, tende a tornar a aprendizagem fácil, livre e completa.

As ideias de Dewey apregoam o princípio de que os alunos aprendem melhor realizando tarefas práticas associadas aos conteúdos estudados, fato que causa grandes estímulos e maior aprimoramento e memorização em vez de decorá-los. (Nascimento, 2012a, 2012b). Outro fator é que vai de encontro com os preceitos dos PCN em que se adapta as ideias de Dewey quando relata que a Matemática pode dar sua contribuição "à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios." (Brasil, 1998, p. 27)

Internacionalmente, existe os Princípios e Normas para a Matemática Escolar, publicado pela associação nacional de professores nos Estados Unidos da América (*National council of teachers Mathematics*) que atualmente serve de base e orientações em vários países da Europa e na Ásia. Os Princípios descrevem características de uma educação matemática de elevada qualidade e, as Normas, descrevem os conteúdos e processos matemáticos que os alunos deverão aprender que, em conjunto, os Princípios e as Normas constituem uma perspectiva orientadora dos educadores que lutam pelo contínuo desenvolvimento da educação matemática nas salas de aula, escolas e sistemas educativos. No total, são 6 princípios e, um destes, trata-se do Princípio da Tecnologia. (NCTM, 2008).

No princípio da Tecnologia é esclarecido que "a tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem da matemática; influencia a matemática que é ensinada e melhora a aprendizagem dos alunos". Sob este enfoque é apontado que "[…] as tecnologias eletrônicas - calculadoras e computadores – constituem ferramentas essenciais para o ensino, a aprendizagem e o fazer matemática. " Sobre o ensino superior, afirma-se que "[…] nos programas de ensino da matemática, a tecnologia deve ser largamente utilizada, com responsabilidade, com o intuito de enriquecer a aprendizagem matemática dos alunos. " (NCTM, 2008, p. 26). O link entre a teoria e a prática quando implantado de forma agradável e estimulante causa no aluno o senso de curiosidade e, conseqüentemente, o senso de pesquisa.

A Coletânea LABGG

De acordo com a exposição deste cenário, surgiu a Coletânea LABGG (Laboratório no GeoGebra) pela qual também está pautada nas ideias basilares do investigador John Dewey, educador americano, cujas ideias de defesa se centram numa educação que está voltada para o desenvolvimento da capacidade, de raciocínio e de espírito crítico do aluno com vistas fundantes na defesa da democracia e da liberdade de pensamento como instrumentos para a maturação emocional e intelectual dos alunos. O processo educativo consiste na adequação e interação do aluno com o programa da escola/universidade, pois a concepção das relações entre um e o outro, tende a tornar a aprendizagem fácil, livre e completa (Nascimento, 2012a). A Coletânea foi apresentada pela primeira vez em 2012 na Conferência Latinoamericano do GeoGebra em Montevideo, Uruguay (Nascimento, 2012b). De acordo com o mesmo autor, foi criada com a finalidade de servir como ferramenta pedagógica e tecnológica de apoio para os professores utilizarem em sala de aula, sob uma abordagem construtivista no processo de possibilidades de estudos da Matemática e disciplinas afins (Fig. 1) e a logo serve para ser utilizados em Laboratório de computadores e material impresso.

Figura 1 - Logo da Coletânea LABGG, versão 2/2017.

A Coletânea funciona junto com o software GeoGebra, no qual foi denominada de Geometria Dinâmica e Interativa (GDI), pois, segundo Nascimento *et al* (2018) com o recurso tecnológico e com uma programação transforma num recurso de interatividade com o usuário no manejo dos módulos da Coletânea (fig. 2).

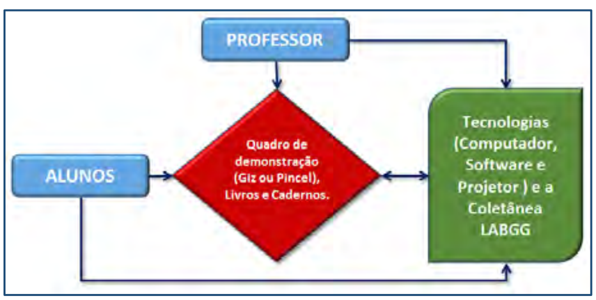


Figura 2 - Fluxograma metodológico da Coletânea LABGG

O que significa o LABGG ?

O Laboratório no GeoGebra ou LABGG é a organização estrutural e ferramenta própria de uma metodologia utilizada na formatação de módulos em cada série/ano de ensino. A utilização de um software de Matemática dinâmica como o GeoGebra é de um complemento visual e interativo para o entendimento e assimilação dos conteúdos matemáticos expostos em sala de aula. A sua estrutura centra-se em servir de ferramenta pedagógica e tecnológica de apoio aos professores para que eles possam utilizar em sala de aula, sob uma abordagem construtivista no processo de possibilidades de estudos da Matemática e disciplinas afins. A Coletânea é organizada numa forma estrutural de módulos aplicado na potência E^A (chama-se Ensino eleva ao Aprendizagem), no qual é o produto de possibilidades de ensino e seus diversos formatos e formas até chegar a uma aprendizagem de qualidade, sintetizando a potencia desenvolvida por Nascimento, *et al.* (2018) mostra que esse produto de formato e formas de ensino eleva o Aprendizado em nível de melhor entendimento e absorção dos conteúdos por parte do aluno. A interface da teoria e da prática desse material tendencia uma execução voltada a uma experiência agradável e estimulante para o aluno, pois desperta nele o censo de curiosidade e, consequentemente, o senso de pesquisa.

Aplicação Laboratorial do artigo: NEF.M914 – Ampliação e redução de polígonos

A proposta deste módulo denominado de NEF.M914 (onde significa o 14º experimento do currículo do 9º ano do Ensino Fundamental) e tem como objetivo avaliar as possibilidades de estudo e pesquisas em Matemática no assunto de ampliação e redução de figuras e polígonos.

Em certas atividades profissionais, como arquitetos, engenheiros e técnicos que utilizam o desenho em seus trabalhos tem a necessidade de ampliar ou reduzir certas partes do seu trabalho, produtos, maquetes e outros. As máquinas copiadoras, ploters e alguns programas de computadores conseguem realizar automaticamente essas tarefas, bastando dar as coordenadas e clicar no comando ou botão para que execute. Nas escolas e universidades como não dispõem de tecnologias, é necessário aprender com instrumentos de tecnologias mais fácil de acesso como régua, papel, lápis e compasso. Segundo Bigode (2012) a ampliação e redução de figuras por Homotetia fundamenta no funcionamento de madeira articuladas de forma que na ponta encontra-se o lápis ou caneta para que faça a figura final, sendo aumentada ou reduzida.

O Pantógrafo (do grego pantos = tudo + graphein = escrever) é um instrumento destinado a copiar mecanicamente desenhos, quer em escala reduzida, quer em escala ampliada. Muito utilizado nas engenharias mecânica, civil , arquitetura e desenhistas técnicos, antes da popularização da computação gráfica (Bigode, 2012). como é visto na figura 4.

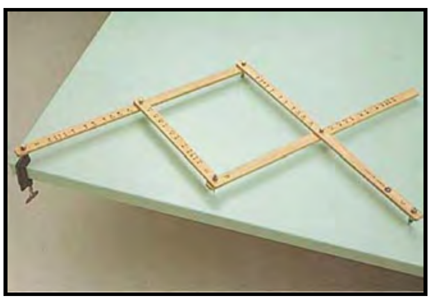


Figura 3 - Pantógrafo de madeira utilizada em pranchas de desenhos.
Fonte: https://www.frutodearte.com.br/pantografo-de-madeira-60cm-trident-pme-60.html.

No LABGG usa-se esta técnica para ampliar ou reduzir figuras planas. Vejamos o exemplo do livro: Suponha que temos um triangulo ABC qualquer (figura 4) e vamos criar outro proporcional com o tamanho 2 vezes maior ou melhor, falando, ampliá-lo 2 vezes (Bigode, 2012, p. 109)

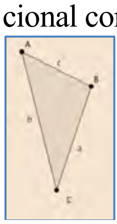


Figura 4 - Triangulo ABC do problema.

Neste sentido, o que o problema pede é que temos que obter um triangulo A'B'C' em que cada lado é o dobro do seu correspondente em ABC. *Solução*: para utilizar este técnica, usa-se um ponto fora da figura (ponto O) e vamos chamá-lo de centro homotético da transformação e traçar semirretas com origem no ponto O, passando pelos vértices A, B e C. No GeoGebra, vamos utilizar os comandos que são encontrados no menu de atalho do mouse, distribuídos por colunas com outros comandos: Ponto, e semirretas. Observação_1: Para desativar ou liberar o mouse do comando que estiver trabalhando usa-se o comando mover  .

O centro homotético da transformação será fator para ampliação ou redução da figura 5a.

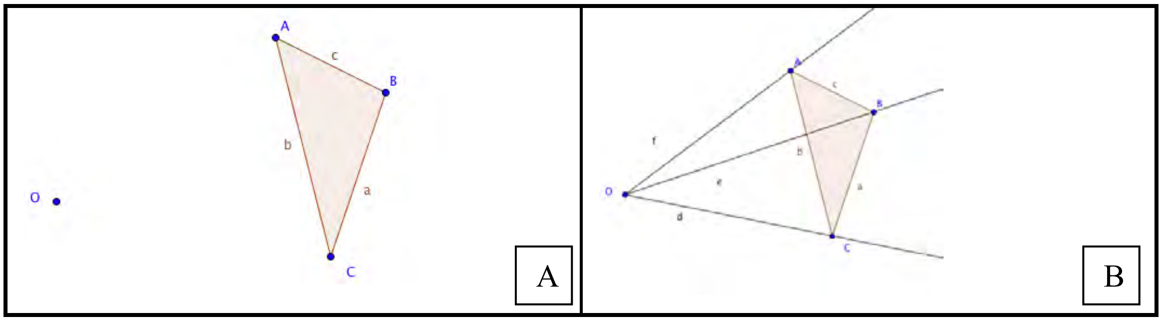


Figura 5 - a) Ponto O homotético b) Construção das semirretas com origem no ponto O.

Para marcação do ponto O (figura 5a) , usa-se o comando no menu de atalho do mouse.

Para a construção das semirretas, usa-se o comando , clicando no ponto O como origem, clica-se no ponto C e surgirá a semirreta d, clica-se no ponto O novamente e no ponto B, surgirá a semirreta e , neste mesmo ritmo, clica-se para o ponto A e surgirá a semirreta f, dessa forma se a figura conter mais de 3 pontos, basta seguir continuar com o mesmo procedimento. (figura 5b). No caderno o desenho teria que ser construído com as ferramentas: papel, régua e lápis. Na homotetia temos que construir sobre a semirreta OA o ponto A', tal que OA'= 2 x OA.

No Caderno teríamos que utilizar de outra ferramenta, muito importante também para a Matemática: o compasso. No LABGG existe o comando compasso , e para utilizá-lo na construção do ponto A' segue-se o procedimento a seguir.

Ao utilizar o comando compasso clica-se no ponto A (vértice) da figura e o ponto O, dessa forma surgirá uma circunferência e o mouse ficará no ponto O, pelo qual será a origem dessa circunferência criada, arreste o mouse até o ponto A e dê um clique (fig. 6a). A circunferência que surgiu será translado para onde foi clicado, tornando o ponto A como origem (fig. 6b).

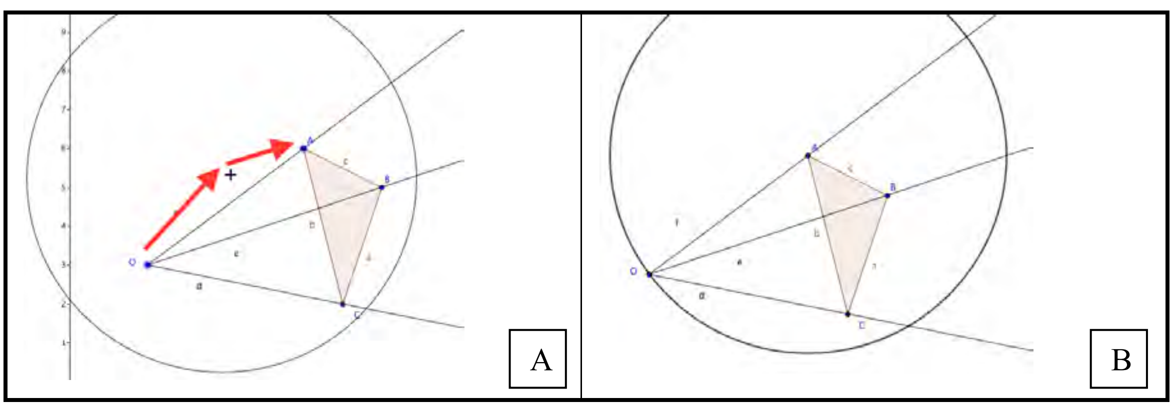


Figura 6 - a) Arreste da circunferência criada pelo compasso, b) fixação da circunferência translada para o ponto A.

Para a construção do ponto A' , será utilizado o comando ponto , posicione o mouse na intercessão da circunferência recém criada e translada e a semirreta OA e dê um clique, surgirá o ponto D (fig. 7), e para renomear o ponto D para A', clique com o botão direito (auxiliar) do mouse em cima do ponto D, surgirá um menu suspenso com várias opções de comando do objeto escolhido. Veja se o objeto escolhido é o ponto D, que neste caso é a interseção da circunferência g e a semirreta f (deve aparecer no menu suspenso → ponto D: interseção de g,f (fig. 8a).

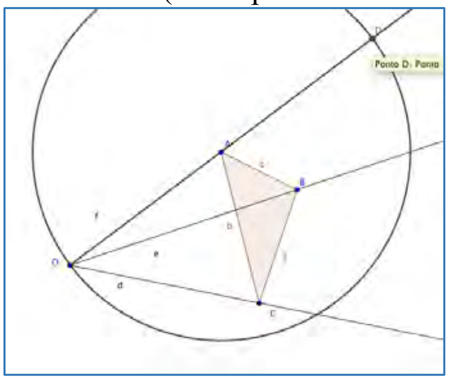


Figura 7 - Criação do ponto D: intersecão da circunferência e semirreta f.

E para finalizar, escolha o comando renomear (fig. 8a), surgirá a caixa de diálogo do comando Renomear solicitando o novo nome para o ponto D, bastando o professor digitar A' na lacuna que constava D selecionada (fig. 8b).

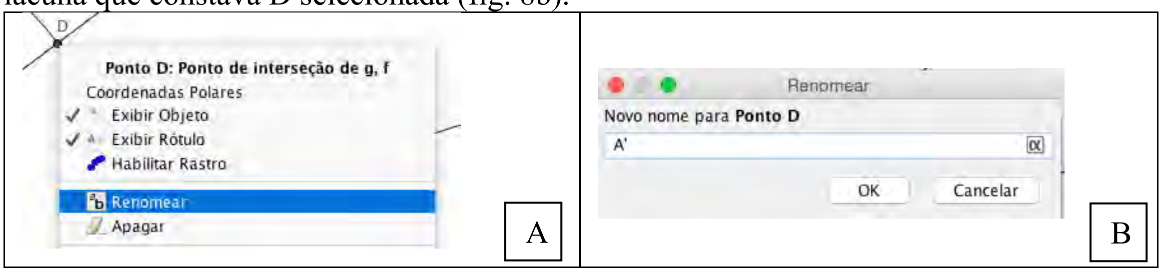


Figura 8 - a) Menu suspenso, com o comando Renomear selecionado, b) caixa de diálogo do comando Renomear.

Dessa forma o novo ponto substituirá o ponto D, e para desparecer a circunferência criada pelo comando compasso, basta clicar com o botão direito em cima da circunferência e escolher o comando exibir objeto (fig. 8a) e desta forma ficará aparecendo só o ponto A' na semirreta f .

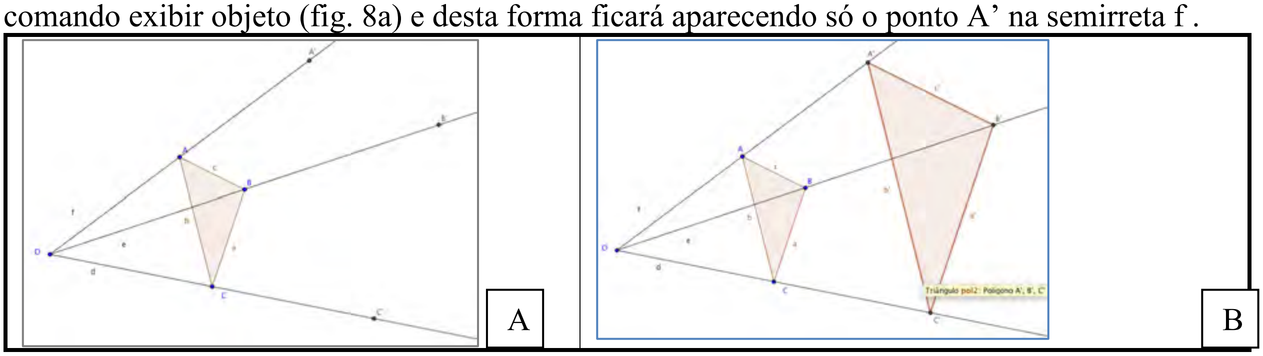


Figura 9 - a) Criação do ponto D: interseção da circunferência e semirreta f., b) Criação do triângulo A'B'C' que equivale ao dobro do original.

Para os outros pontos B' e C' segue-se o mesmo procedimento anterior utilizando suas respectivas semirretas. Após repetir todos os procedimentos para os próximos pontos (vértices) da figura original com suas respectivas semirretas, teremos todos os pontos para a figura ampliada (fig. 9a). Agora que foi construído todos os pontos do triângulo homtético, usando o comando polígono, pode-se construir ligando os pontos A'B'C' (fig. 9b).

Por fim, o professor encontrará vários objetos (variáveis) que poderá aplicar para ensinar este conteúdo de uma forma agradável e estimulante.

Considerações Finais.

Em face do exposto, têm-se a convicção que o LABGG se fundamenta na perspectiva didática proativa e interativa, vivenciada em duas representações diferentes do mesmo objeto que interagem entre si: no caso, a representação geométrica e sua representação algébrica. A utilização do software como recurso didático no ensino da Matemática se constitui um caminho para o professor vivenciar com os alunos o processo ensino e aprendizagem, a motivação, competência e habilidade em relação à aprendizagem preconizada pelo Plano de Desenvolvimento da Educação do País, com vistas ao desenvolvimento científico, tecnológico, social e humanístico da Nação e com qualidade.

A aplicação do LABGG no processo de E^A em Matemática pode contribuir em muitos fatores, especificamente no que tange a manipulação geométrica, percepção, cognição, simbologia semiótica. A habilidade de manipular pode ser desenvolvida, à medida que se forneça ao aluno materiais de apoio didático baseados em elementos concretos representativos do objeto geométrico em estudo. A coletânea LABGG tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica.

Referências e bibliografia

Arcavi, A. & Hadas, N. (2000). Computer mediated learning: an example of an approach. *International Journal of Computers of Mathematical Learning 5*(1), 25–45.

Barbosa, A. F. (2013). *Pesquisa sobre o uso das tecnologias de informação e comunicação nas escolas brasileiras: TIC Educação 2012* [livro eletrônico]. ISBN 978-85-60062-67-6. São Paulo: Comitê Gestor da Internet no Brasil - Cetic.Br / Nic.Br.

Bigode, A. J. L. (2012). *Projeto velear: Matemática*, 9º ano. São Paulo: Editora Scipione.

Brasil. (1998). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC.

Brasil. (2001). *Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura*. Brasília-DF, Brasil: Diário Oficial da União.

Dewey, J. (2007). *Democracia e educação: capítulos essenciais*. São Paulo: Ática.

Nascimento, E. G. A. do (2012a). *Avaliação do software GeoGebra como instrumento psicopedagógico de ensino em geometria*. 234f. (Dissertação de Mestrado). Faculdade de Educação - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.CE.

Nascimento, E. G. A. do (2012b). Proposta de uma nova aplicação como instrumento psicopedagogica na escola: o LABGG (Laboratório GeoGebra). *In Actas de la Conferencia Latinoamericana de GeoGebra, Montevideo, Uruguai*, 448-454. ISN 2301-0185.

Nascimento, E. G. A. do, Sousa, C. de, Ribeiro, J. W. & Trompieri Filho, N. (2018). Coletânea LABGG (Laboratório no Geogebra) Para Escolas e Universidades, Módulo NEF.M803 – O Triângulo e os Pontos Notáveis Baricentro e Circuncentro. *Revista Contexto & Educação*, 33(105), 175-197.

NCTM (2008). *Princípios e Normas para Matemática Escolar* (2a). Lisboa, Portugal: Associação Portuguesa de Matemática.

Santos, V.P. (2007). *Interdisciplinaridade na sala de aula*. São Paulo: Loyola.

Souza, J. R. de (2012). *Vontade de saber Matemática*, 9º ano, 2ª Ed.. São Paulo: Editora FTD.

Aprendizagem docente: características que emergem de uma formação continuada com professores que ensinam Matemática

Luis Sebastião Barbosa
Bemme Universidade
Franciscana Brasil
luis.bemme@ufn.edu.br
Silvia Maria de Aguiar I**saia**
Universidade Franciscana
Brasil
sisaia@ufn.edu.br
Julia **Valls**
Universidade de Alicante
Espanha
julia.valls@ua.es
Salvador **Llinares**
Universidade de Alicante
Espanha
sllinares@gcloud.ua.es

Resumo

Esta comunicação tem como objetivo caracterizar o movimento da aprendizagem docente gerado em uma formação continuada realizada com professores quem ensinam Matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental (anos iniciais e finais) ao discutir a construção do conhecimento do movimento lógico-histórico da Matemática. Tal estudo caracteriza-se como qualitativo sendo o instrumento de coleta de dados a gravação em áudio das interações realizada entre os participantes. O processo de análise deu-se a partir de uma adaptação do Método Histórico-Genético de Vygotsky (1982). Os resultados indicam que ao discutir sobre a construção do conhecimento do movimento lógico-histórico do conceito emergem duas características: a) Confrontação de diferentes saberes leva à reflexão dos conhecimentos de cada um dos sujeitos; e b) O processo de reflexão dos saberes individuais e coletivos se converte em um elemento gerador de conhecimento.

Palavras-chave: Formação de professores; Aprendizagem docente; Professores que ensinam Matemática; Formação continuada; Educação Básica.

Introdução

Nos últimos anos vimos um crescente interesse pela formação docente nos distintos níveis de ensino. Tal preocupação justifica-se pelo fato de que qualificar os processos de ensino e aprendizagem necessariamente perpassa pela necessidade de qualificarmos os processos formativos docentes. Nesse sentido a formação de professores se converte em uma área de investigação e propostas teórica e prática, que estuda os processos pelos quais os professores adquirem ou melhoram seus conhecimentos e competências o que viabiliza o desenvolvimento do seu ensino, do currículo e da escola (Garcia, 1999). A aprendizagem docente é entendida como um processo que ocorre através da articulação entre o modo de ensinar e de aprender. A estrutura dessa aprendizagem envolve um processo de apropriação que parte do inter para o intrapessoal, sendo que o mesmo é único para cada sujeito (Bolzan & Isaia, 2021). A dimensão coletiva da aprendizagem e se faz na prática de aula e na atuação cotidiana, ou seja, é compartilhada e implica em trocas de representações (Bolzan & Isaia, 2006). A aprendizagem docente inicia na formação inicial, mas estende-se ao longo de toda a trajetória profissional desse sujeito.

Definimos como objetivo desta investigação caracterizar o movimento da aprendizagem docente gerado em uma formação continuada realizada com professores quem ensinam Matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental (anos iniciais e finais) ao discutir a construção do conhecimento do movimento lógico-histórico da Matemática.

Os pressupostos que orientaram tal processo formativo derivam das premissas definidas por Wenger (2013), considerado um dos criadores da Teoria Social de Aprendizagem das Comunidades de Prática, são elas: a) somos seres sociais; b) o conhecimento é relacionado a atividades valorizadas; c) o conhecimento depende do envolvimento ativo no mundo e d) a aprendizagem deve produzir significado a partir da nossa capacidade de experimentar o mundo. O principal foco dessa teoria é de ser um participante ativo das práticas sociais, construindo, assim, uma identidade em relação as comunidades nas quais participamos, a aprendizagem nesse contexto é entendida como participação social (Wenger, 2013). Nesta perspectiva, tanto a aprendizagem como o desenvolvimento profissional docente podem ser entendidos como mudanças nos modos de participação das práticas matemáticas geradas em aulas e como essas são compreendidas pelo professor (Llinares, 2012).

Aliado a esses pressupostos utilizamos os princípios de uma comunidade de prática, ao reconhecermos que o espaço formativo construído se converteu em um grupo de pessoas que compartilharam preocupações e buscaram aprofundar seus conhecimentos e experiências sobre o ensino de Matemática interagindo em uma base contínua (Wenger et al., 2002). Esse espaço de formação favorece uma interação entre sujeitos com distintas formações que por sua vez permite aos professores em formação uma negociação de significados. Este conceito se mostra fundamental nesse tipo de formação já que negociar significados é um processo produtivo uma vez que o significado não é preexistente nem tão pouco é inventando, ele é dinâmico, contextual e único (Wenger, 2015). Em nesse processo de negociar significados os sujeitos vão (re)significado seus próprios conceitos, são influenciados e influenciam seus pares a partir de conhecimento e vivências profissionais.

Por fim, entendemos que se faz necessário ao professor de matemática compreender o movimento lógico-histórico dos conceitos, uma vez que, segundo Kopnin (1987), a lógica do movimento do pensamento tem como base leis que vão do simples ao complexo, e nesse movimento se expressa a lei do desenvolvimento dos fenômenos do mundo objetivo. A lógica por sua vez reflete o processo histórico que permite interpretar e compreender o processo de desenvolvimento destes conceitos.

Metodologia

Esta comunicação caracteriza-se como qualitativa já que não há preocupação com a representatividade numérica, mas em aprofundar a compreensão de um grupo social. Nesse tipo de pesquisa o foco está em explicar o porquê das coisas e não em quantificar valores (Gerhardt & Silveira, 2009). Os sujeitos participantes da pesquisa foram 21 professores que ensinam Matemática na Educação Infantil e nos Ensino Fundamental (anos iniciais e anos finais), de escolas municipais, estaduais e privada de Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil participando de una intervenção formativa dirigida a discutir o processo do movimento lógico-histórico da construção dos conceitos matemáticos. Foram realizados 14 encontros com os professores que foram gravados em áudio e posteriormente transcritos.

A análise deu-se a partir da adaptação do método Histórico-Genético de Vygotsky (1982). Esse processo de análise gerou o intitulamos: as características da aprendizagem docente ao discutiremos sobre a construção do conhecimento do movimento lógico-histórico do conceito. A figura 1 sintetiza esse processo. A seguir apresentamos os resultados do processo de análise realizado.

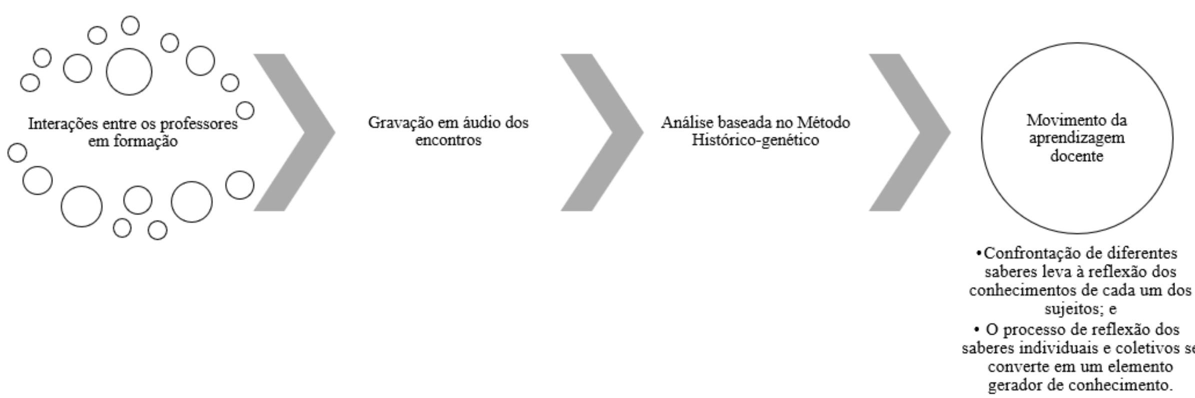


Figura 1. Processo de análise. Uma adaptação do Método Histórico-Genético de Vygotsky.

Resultados e discussões

Nesta seção, descrevemos duas características de aprendizagem docente identificadas: (i) a confrontação de saberes, e (ii) a reflexão coletiva e individual

Confrontação de diferentes saberes

A primeira característica de aprendizagem docente evidenciada diz respeito à confrontação dos distintos conhecimentos que os professores com formação em Pedagogia (especialmente os que atuam nos anos iniciais) e os professores com formação em Matemática possuem. Nesse caso, observamos que a confrontação dos conhecimentos de ambos os grupos de sujeitos foi geradora de aprendizagem ao estar em extremos opostos (desde uma concepção empírica frente ao conhecimento científico). A possibilidade de os professores exporem seus conhecimentos em contraposição ao outro, faz com que os mesmos possam refletir sobre seus saberes a respeito da temática em questão.

> *1. Formador (Matemática):* Vamos começar a refletir, quando nós começamos a falar em matemática? Quando vocês acham que a matemática surgiu?
> *2. Topázio (Pedagogia):* Quando o homem começou a mexer nas cavernas, riscar, deixar seus registros e depois foi a questão do troca-troca, para um não sair prejudicado e outro sair ganhando.
> (Silêncio!)
> *3. Formador (Matemática):* Alguém tem mais alguma ideia? Quando será que começou a se falar em matemática?
> *4. Topázio (Pedagogia):* Porque a matemática está intrínseca na vida da gente, o número, é o pé, o número do calçado que a gente usa, da roupa, o nascimento, o ano, a data.
> *5. Pedra da Lua (Pedagogia):* Organizar, de medir, contar, tudo isso é matemática.

No caso dos professores, (principalmente os professores com formação em Pedagogia) observamos um conhecimento baseado em senso comum, ou como denomina Rubtsov (1996), um conhecimento empírico. Para o autor, esse tipo de conhecimento é elaborado quando se comparam objetos às suas representações, o que faz com que se valorizem apenas as propriedades comuns. O conhecimento empírico se baseia na observação direta do fenômeno, o que faz com que se reflita apenas as propriedades exteriores dos objetos, apoiando-se exclusivamente nas representações concretas dos mesmos. Embora se reconheça a importância deste conhecimento, o que se espera de um professor é que este esteja dotado de um conhecimento científico que permite uma análise mais aprofundada do objeto em questão, quer dizer, para que se possa promover um ensino de qualidade, esses sujeitos precisam possuir uma gama de ferramentas conceituais que permita uma reflexão do objeto que se vai ensinar.

Na medida em que houve questionamentos do formador e a interação com os demais sujeitos, foi necessário que os professores repensassem seus conhecimentos. A pausa existente logo após a resposta dada na linha 2 indica essa insegurança do grupo de professores, o que pode dar indícios que eles mesmos não estão seguros dos saberes que possuem. Essa reflexão que partiu dos próprios sujeitos somente foi possível na interação entre os sujeitos com distintos conhecimentos, o que leva a cada um repensar o que conhece a partir do que os demais sujeitos expõem no grupo. Nesse processo, fica evidente o papel que o outro possui na construção individual de cada um, uma vez que essa reflexão não se daria de forma isolada por esses professores. Esse processo caracteriza-se como um processo de mediação, uma vez que é através dele que se dá a passagem do saber espontâneo ao saber mais sistematizado e científico, saindo da cultura popular para uma cultura erudita (Saviani, 2005).

Considerando que cada ser é único e aprende de formas distintas, essa reflexão individual faz com que os sujeitos reconheçam em si mesmos quais aspectos desse conteúdo eles possuem carências conceituais. Estendendo o que Duarte (2001) pontua sobre o ensino escolar para o contexto de formação, poderíamos dizer que, se o conteúdo a ser aprendido estiver além das condições do sujeito para ser apropriado por ele não haverá aprendizagem, tão pouco, se o conteúdo se limitar a requerer aquilo que o sujeito já formou no seu desenvolvimento intelectual, uma vez que não aportará nenhuma capacidade intelectual nova nesse sujeito.

Essa reflexão sobre seus saberes só foi capaz pela diversidade de sujeitos que compuseram as ações de formação, já que o aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento que somente operam quando o sujeito interage e coopera com pessoas em seu ambiente (Vygotsky, 2009).

O processo de reflexão dos saberes individuais e coletivos

A segunda característica se refere ao fato do processo de reflexão dos sujeitos terem gerado uma qualidade nova aos conhecimentos dos mesmos. Como se mostra nas falas 13 e 14 é possível ver como o processo de reflexão entre professores com formação diferentes (em Pedagogia e em Matemática) permite chegar a um denominador comum sobre o elemento gerador dos conceitos matemáticos.

> *6. Opala (Pedagogia):* Para contar o rebanho eram feitos nós em cordas, cada nó representava um animal, isso é uma forma de matemática também, não se tinham os números, mas era uma forma de contar.
> *7. Citrino (Matemática):* Mas será que isso era matemática ou uma correspondência, por exemplo, cada tracinho significava um animal, então, pode ser uma correspondência um-a-um.
> *8. Formador (Pedagogia):* Vocês já pensaram sobre isso? Quando a matemática passou a existir?
> *9. Jaspe (Matemática):* A partir da necessidade.
> *10. Malaquita (Matemática):* Não tem uma data exata, não tem uma coisa pronta, foi a partir da necessidade.
> *11. Formador (Matemática):* Então, a matemática é uma construção social, e se ela é uma construção social, ela surge quando?
> *12. Topázio (Pedagogia):* Quando surge o homem e a sociedade.
> *13. Malaquita (Matemática):* O homem foi construindo a matemática a partir da necessidade que eles iam vivendo.
> *14. Vários:* Isso.

Essa característica é fortemente pontuada pelos constructos teóricos que utilizamos, uma vez que o caráter social da aprendizagem consiste justamente na sociabilidade que fornece a matéria prima para o processo de internalização ou aquisição individualista do elemento cultural em questão (Lave & Wenger, 2002). Davidov (1999) complementa essa ideia ao afirmar que essa relação social leva as pessoas a refletirem suas próprias ações e significados e, também, sobre as ações e significados de outras pessoas. Esse dado fica evidente nas falas 6 e 7, quando os professores entram em um conflito de saberes e precisam tanto refletir sobre os conhecimentos que possuem, como refletir sobre os conhecimentos que os demais sujeitos do grupo trazem.

Nesse caso, é possível inferir que o processo de mediação entre os sujeitos (uma vez que um impacta nos conhecimentos do outro) gera uma qualidade nova aos conhecimentos pessoais de cada um, já que a cooperação nas atividades coletivas constitui uma função especial, ligada a solução de um problema, ela se torna parte integrante do processo de resolução de problemas. Desse modo, as formas coletivas de organização da atividade de aprendizagem contribuem para a aquisição do conteúdo teórico em questão (Rubtsov, 1996; Vygotsky, 1998). Com isso, não queremos dizer que a aprendizagem dos sujeitos tenha se dado somente nesse momento, uma vez que posterior a esse diálogo foram feitas leituras, visualização de vídeos e realizado um novo debate sobre essa temática em questão, mas entendemos que esse momento revela que os sujeitos começam a se dar conta que há lacunas conceituais sobre o conceito em questão e, portanto, precisam aprofundar seus conhecimentos.

Esse extrato apresentado indica o início do movimento da aprendizagem docente, uma vez que abre a possibilidade, a partir das discussões que os sujeitos signifiquem, mesmo que de modo geral, o elemento gerador e desencadeador da construção conceitual da matemática. Esse processo de significação é a forma como o homem assimila a experiência humana generalizada e refletida (Leontiev, 1978). É nesse processo de significação que os professores dão "vida" aos conceitos que ensinam, pois, os mesmos deixam de ser somente regras, algoritmos e operações e começam a ser vistos como um conhecimento gerado em um determinado contexto sócio-histórico que foi fundamental para o desenvolvimento da sociedade como um todo.

Essa ideia está alinhada com o que Lave (2013) pontua ao discutir a ideia de que a aquisição de um conhecimento não é simplesmente uma questão de absorver estes conhecimentos, bem pelo contrário, coisas que por vezes consideramos categorias naturais exigem uma reconceituação, compreendendo os mesmos como produtos culturais e sociais.

Considerações finais

Nesta comunicação tivemos como objetivo caracterizar o movimento da aprendizagem docente gerado em uma formação continuada realizada com professores quem ensinam Matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental (anos iniciais e finais) ao discutir a construção do conhecimento do movimento lógico-histórico da Matemática. A investigação identificou duas características do processo formativo geradoras de aprendizagem docente: a confrontação de saberes, e o processo de reflexão conjunta.

Tal ação é relevante pois se faz necessário compreendermos o modo como distintas ações de formação podem contribuir para a aprendizagem do professor que ensina Matemática na Educação Básica. Entendemos que um espaço que agregue sujeitos com distintas trajetórias formativas pode se converter em um espaço de aprendizagem uma vez que o confronto de ideias e as distintas percepções sobre um assunto é um elemento gerador de negociação de significados. Além disso, esse movimento da aprendizagem docente revela que o conhecimento da construção lógica-histórica dos conceitos ligados a Matemática é um campo de grande relevância já que permite ao professor analisar seus conhecimentos sobre os motivos e necessidades que geram os conceitos que são ensinados na escola.

Por fim destacamos que ações que busquem compreender o modo como o professor aprende a ser professor necessita constantemente de atualizações e novos olhares que permitam cada vez mais desvelar esse processo de tornar-se professor, entendo que o mesmo é dinâmico e contínuo.

Referências e bibliografia

Bolzan. D. P. V., & Isaia, S. M. A. (2021). Aprendizagem docente. In. Morosini, M. (Org.), Enciclopédia Brasileira de Educação Superior – EBES (pp. 320-321). Porto Alegre, Rio Grande do Sul/Brasil: EDIPUCRS.

Bolzan, D. P. V.; Isaia, S. M. A. (2006). Aprendizagem docente na educação superior: construções e tessituras da professoralidade. Educação, Porto Alegre, 3, 489- 501.

Davidov, V. V. (1999). O que é a atividade de estudo: escola inicial. São Paulo, São Paulo/Brasil: Escola.

Duarte, N. (2001). Educação escolar: teoria do cotidiano e a escola de Vigotski. Campinas, São Paulo/Brasil: Autores Associados.

Garcia, C. M. (1999). Formação de professores para uma mudança educativa. Porto/Portugal: Porto Editora.

Gerhardt, T. E.; Silveira, D. T. (2009). Métodos de Pesquisa. Porto Alegre, Rio Grande do Sul/Brasil: Editora da UFRGS.

Kopnin, P. V. (1978). A dialética como lógica e teoria como conhecimento. Rio de Janeiro/Brasil: Editora Civilização Brasileira.

Lave, J. (2013). A prática da aprendizagem. In: ILLERIS, K. (Org.). Teorias contemporâneas de aprendizagem (pp. 235-245) Porto Alegre, Rio Grande do Sul/Brasil: Penso.

Lave, J.; Wenger, E. (2002). Prática, pessoa e mundo social. In: DANIELS, H. (Org.). Uma introdução a Vygotsky (pp. 165-173). São Paulo, São Paulo/Brasil: Edições Loyola.

Leontiev, A. N. (1978). O desenvolvimento do psiquismo. Lisboa/Portugal: Livros Horizontes.

Llinares, S. (2012). Formación de profesores de matemáticas. Caracterización y desarrollo de competencias docentes. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 7* (10), 53-62.

Rubtsov, V. (1996). A atividade de aprendizagem e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In: Garnier, C.; Bednarz, N.; Ulanovskaya, I. (Orgs.). Após Vygotsky e Piaget: perspectiva social e construtivista. Escolas Russa e Ocidental (pp. 129-137). Porto Alegre, Rio Grande do Sul/Brasil: Artes Médicas.

Saviani, D. (2005). Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações. Campinas, São Paulo/Brasil: Autores Associados.

Vygotsky, L. S. (1998). A formação social da mente. São Paulo, São Paulo/Brasil: Martins Fontes.

Vygotsky, L. S. (2009). A construção do pensamento e da linguagem. São Paulo, São Paulo/Brasil: Editora WMF Martins Fontes.

Vygotsky, L. S. (1982). Problema teóricos y metodológicos de la psicología. Moscou/Rússia: Pedagóguika, 1982.

Wenger, E. (2013). Uma teoria social da aprendizagem. In. Illeris, K. (Org.), Teorias contemporâneas da aprendizagem (pp. 246-257). Porto Alegre, Rio Grande do Sul/Brasil: Penso Editora Ltda.

Wenger, E.; McDermott, R.; Snyder, W. (2002). Cultivating communities of practice. Boston: Harvard Business School Press.

Wenger, E. (2015). Comunidades de práctica: aprendizaje, significado e identidad. Barcelona/Espanha: Paidós.

As Habilidades de Probabilidade no Ensino Fundamental da BNCC segundo a Taxonomia de Bloom Revisada

Wembesom Mendes **Soares**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília
Brasil
wembesom.mendes@ifb.edu.br
Adriana Barbosa de **Souza**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília
Brasil
adriana.souza@ifb.edu.br
Laís Andrade **Silva**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília
Brasil
lais.silva1@estudante.ifb.edu.br
Bruno Marx de Aquino **Braga**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília
Brasil
bruno.braga@ifb.edu.br
Evelyn Helena Nunes **Silva**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília
Brasil
evelyn.silva@ifb.edu.br

Resumo

O presente artigo analisa, usando a Taxonomia de Bloom Revisada (TBR), a distribuição das habilidades relacionadas ao objeto de conhecimento de Probabilidade na Base Nacional Curricular Comum (BNCC), na etapa do Ensino Fundamental (EF). A BNCC é, desde 2017, o documento normativo da Educação Básica brasileira que norteia os currículos dos sistemas e redes de ensino, e as propostas pedagógicas das escolas públicas e privadas. A Probabilidade está na unidade temática Probabilidade e Estatística. Esta análise foi gerada a partir de uma pesquisa exploratória englobando a pesquisa bibliográfica sobre a TBR e a pesquisa documental sobre a BNCC. Com o posicionamento das habilidades na tabela bidimensional da TBR, foi possível perceber o perfil evolutivo das habilidades nos 9 anos do EF. Observou-se que o principal salto de complexidade acontece do quinto para o sexto ano, apontando para uma coerência com as fases do desenvolvimento cognitivo em Piaget (1999).

Palavras-chave: Educação Matemática; Educação; Ensino; Formação Contínua de professores; Investigação Exploratória; Probabilidade; Base Nacional Comum Curricular; Taxonomia de Bloom Revisada.

Introdução

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que os estudantes brasileiros devem desenvolver ao longo da Educação Básica, de modo que seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento sejam assegurados. Apresenta as habilidades e competências que devem ser desenvolvidas pelos estudantes de cada uma das três etapas da Educação Básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio). A etapa de interesse desta pesquisa é o Ensino Fundamental (EF) – que possui 9 divisões anuais (cada ano também é chamado de série), cumpridas usualmente pelos alunos entre os 6 e os 14 anos de idade. A BNCC, que foi recentemente homologada pelo Conselho Nacional de Educação e inovou em posicionar o ensino de Probabilidade desde o primeiro ano do EF, enfatiza a importância da formação em ciências de dados. A inclusão não tardia da área é salutar, visto que suas habilidades reforçam "o desenvolvimento da capacidade de crítica e a autonomia desse aluno para que exerça plenamente sua cidadania, ampliando suas possibilidades de êxito na vida profissional" (Lopes, 2008, p. 60).

Por se tratar de uma área desafiadora a docentes, conforme as linhas gerais de Oliveira e Cordani (2016), é conveniente a tais atores educacionais que as habilidades sejam organizadas conforme seus níveis de profundidades e suas progressões, de forma a viabilizar a conexão entre norteamentos documentais e o cotidiano da sala de aula. A presente análise surgiu da abordagem de questões como: as habilidades propostas estão progredindo ao longo do EF ou estão focando nos mesmos processos cognitivos? Em caso positivo para progressão, ela ocorre gradativamente ou em saltos? As gradações e os saltos são coerentes com o desenvolvimento cognitivo discente?

Para a observação e a avaliação dos avanços dessas habilidades no decorrer do desenvolvimento cognitivo de um estudante durante o EF, foi utilizada a Taxonomia de Bloom Revisada (TBR), instrumento referencial que, conforme Liska e Ribeiro (2018), permite indicar o aumento de demanda cognitiva do aluno sobre um conteúdo de maneira gradativa.

O interesse na etapa do EF se deu pela carência de publicações relativas à Probabilidade neste segmento. Uma análise bibliométrica sobre o ensino de Probabilidade na Scielo (Scientific Eletronic Library Online) revelou-nos que, nos últimos 5 anos, o Ensino Superior foi o foco predominante. Dentro da dinâmica do ensino de Probabilidade no EF, este artigo colabora com educadores na construção de planejamentos macroscópicos numa mesma série, por exemplo.

Metodologicamente, o trabalho foi executado por meio de pesquisa exploratória, composta de levantamento bibliográfico da Taxonomia de Bloom e de pesquisa documental sobre a BNCC. Após discorrermos brevemente sobre a BNCC e apresentarmos sucintamente a TBR, posicionaremos as habilidades de Probabilidade e analisaremos seu perfil evolutivo no EF.

Base Nacional Comum Curricular

A BNCC é um "documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica" (Brasil, 2017, p. 07). Historicamente, a parte referente ao EF foi homologada ao final de 2017, após ser concebido no Plano Nacional de Educação de 2014. Em linhas gerais, a BNCC estabelece os objetivos que se espera que os estudantes venham a atingir, sem interferir na autonomia das redes de ensino para elaborar/adequar seus currículos de acordo com o estabelecido no documento.

As aprendizagens essenciais definidas na BNCC devem garantir aos estudantes o desenvolvimento de 10 Competências Gerais da Educação Básica, capacidades que se inter-relacionam e "desdobram-se no tratamento didático proposto para as 3 etapas da Educação Básica, articulando-se na construção de conhecimentos, no desenvolvimento de habilidades e na formação de atitudes e valores" (Brasil, 2017, pp.8-9). Para orientar o cumprimento dessas Competências Gerais no EF, a BNCC se estrutura em 5 áreas de conhecimento: Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Ensino Religioso.

Na área de Matemática, são estabelecidas 8 Competências Específicas para viabilizar o alcance do que lhe cabe nas Competências Gerais. Tais Competências Específicas perpassam 5 unidades temáticas – a última delas é Probabilidade e Estatística. Cada unidade temática tem, em cada ano, seus objetos de conhecimento e seu corpo de habilidades.

Quadro 1
Exemplo de Subdivisões da Unidade Temática Probabilidade e Estatística no 2º ano do EF

Unidade Temática	Objetos de Conhecimento	Habilidades
Probabilidade e Estatística	Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano	(EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como "pouco prováveis", "muito prováveis", "improváveis" e "impossíveis".

Fonte: (Brasil, 2017, p.283-284)

De Santana, Fernandes & Borba (2020) reforçam que "o desenvolvimento do pensamento probabilístico deve ser inserido no contexto escolar a partir dos primeiros anos escolares, pois apresenta significativas contribuições para a formação de crianças e jovens" (p. 247), como ocorre na BNCC. Uma ênfase na Probabilidade surge porque "no trabalho pedagógico com os alunos da educação básica, é comum observarmos que eles apresentam muito mais dificuldades em aplicar noções probabilísticas do que outros conceitos matemáticos" (Santos & Gomide, 2011, p. 02).

Taxonomia de Bloom

A Taxonomia de Bloom (TB) é um sistema para classificar hierarquicamente objetivos educacionais, aqui entendidos como as capacidades que devem ser desenvolvidas/adquiridas pelo aprendente ao final do processo de ensino e aprendizagem num período pedagógico específico. Nas linhas de Monteiro, Teixeira & Porto (2012), a TB surge, na metade do século XX, para classificar e ordenar os objetivos educacionais de acordo com os resultados desejados na Educação.

A TB se estruturou a partir de 3 domínios: Cognitivo, Afetivo e Psicomotor. O domínio Cognitivo, mais visado por educadores, se organiza em 6 categorias/níveis crescentes de complexidade: conhecimento, compreensão, aplicação, análise, síntese e avaliação. Cada categoria emprega verbos adequados na construção dos objetivos de aprendizagem, como exemplifica o Quadro 2. A TB influenciou a sistemática de planejamento pedagógico, na medida em que criou uma linguagem comum e padronizada para identificar e classificar os objetivos educacionais.

Quadro 2
Descrição do primeiro nível da Taxonomia de Bloom

Nível	**Desempenho**	**Amostra de Verbos**
Conhecimento	O aluno irá recordar informações, ideias, e princípios na forma (aproximada) em que foram aprendidos.	Escreva, liste, rotule, nomeie, identifique, cite e defina.

Fonte: autores, adaptado de Lima (2009)

Em 2001, foi proposta uma revisão da TB. A Taxonomia de Bloom Revisada (TBR) foi estruturada em duas dimensões, a dimensão conhecimento (o que ensinar) e a dimensão do processo cognitivo (a atividade cognitiva envolvida), conforme ilustra a Figura 1. Nas células, formadas pela intersecção das dimensões, são inseridos os objetivos educacionais, como será ilustrado, nas páginas seguintes, no rol de contribuições do presente artigo. A TBR também introduziu mudanças terminológicas nas categorias (substantivos passaram a ser verbos) e passou a ter um público-alvo mais amplo (qualquer indivíduo interessado em ensino e aprendizagem).

Dimensão do conhecimento	Dimensões dos processos cognitivos					
	1. Lembrar	2. Entender	3. Aplicar	4. Analisar	5. Avaliar	6. Criar
Conhecimento efetivo / factual						
Conhecimento conceitual / princípios						
Conhecimento procedural						
Conhecimento metacognitivo						

Figura 1. Tabela bidimensional da TBR. Adaptado de Ferraz & Belhot (2010)

Nas linhas de Santos (2016), resumimos assim as categorias da Dimensão Conhecimento: o *factual* está relacionado aos elementos básicos que os educandos devem saber para se familiarizar com a disciplina para solucionar problemas nela; já o *conceitual* consiste em conhecer as inter-relações entre elementos básicos de uma estrutura maior que permite-os funcionar juntos; o *procedural* é o conhecimento de como fazer algo, métodos de questionamentos, critérios para utilização de habilidades, algoritmos, técnicas e métodos; o *metacognitivo* está relacionado ao reconhecimento da cognição em geral e da consciência da amplitude e profundidade de conhecimento adquirido de um determinado conteúdo.

Quadro 3

Alguns níveis de aprendizagem e processos cognitivos (verbos)

NÍVEIS DE APRENDIZAGEM	PROCESSOS COGNITIVOS (VERBOS)
3. **Aplicar**: Refere-se ao uso de procedimento em uma situação específica e à solução de problema, com base no conhecimento adquirido, estratégias, técnicas etc.	Aplicar, executar, construir, escolher, classificar, construir, experimentar, identificar, ilustrar, executar, entrevistar, fazer uso, organizar, planejar, praticar, selecionar etc.
5. **Avaliar**: Associado à realização de julgamentos baseados em critérios e padrões qualitativos e quantitativos ou de eficiência e eficácia. Implica apresentar e defender opiniões, ideias e conceitos.	Concordar, apreciar, avaliar, conferir, escolher, comparar, concluir, criticar, decidir, deduzir, defender, determinar, refutar, discutir, calcular, avaliar, explicar, interpretar, julgar, justificar, medir, monitorar, priorizar, provar, ranquear etc.
6. **Criar**: Significa compilar informações ou elementos, com a intenção de criar visão, solução, estrutura ou modelo, utilizando conhecimentos e habilidades previamente adquiridos. Envolve ideias novas e originais.	Adaptar, construir, mudar, escolher, combinar, compilar, compor, construir, criar, projetar, desenvolver, debater, elaborar, calcular, formular, generalizar, supor, modificar, planejar, produzir, propor, solucionar etc.

Fonte: os autores, adaptado de Liska & Ribeiro (2017).

O uso da tabela bidimensional possibilita verificar qual a extensão e a profundidade dos objetivos analisados. Daí, posicionaremos as habilidades de Probabilidade na tabela da Figura 1.

As habilidades de Probabilidade na TBR

Na unidade temática de Probabilidade e Estatística, há 10 habilidades específicas de Probabilidade. Para percebermos isso, consideramos o objeto de conhecimento de cada habilidade (conteúdo, conceitos e processos), o que resultou no Quadro 4. Em cada habilidade, está destacado o verbo (em azul), o objeto de conhecimento (em verde), a especificação da aprendizagem esperada (em roxo) e o contexto ou o meio pelo qual se atinge o conhecimento (em vermelho).

Quadro 4
Habilidades específicas de Probabilidade no EF

Ano	HABILIDADE
1º	**(EF01MA20)** Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como "acontecerá com certeza", "talvez aconteça" e "é impossível acontecer", em situações do cotidiano.
2º	**(EF02MA21)** Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como "pouco prováveis", "muito prováveis", "improváveis" e "impossíveis".
3º	**(EF03MA25)** Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.
4º	**(EF04MA26)** Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.
5º	**(EF05MA22)** Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não. **(EF05MA23)** Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).
6º	**(EF06MA30)** Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
7º	**(EF07MA34)** Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
8º	**(EF08MA22)** Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
9º	**(EF09MA20)** Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

Fonte: os autores.

Para posicionar cada habilidade na TBR, foi preciso compreender qual atividade cognitiva é exigida e qual(is) o(s) tipo(s) de conhecimento(s) está(ão) relacionado(s) a ela. O resultado dessa análise, feita nas 10 habilidades, está discriminado no Quadro 5. Será detalhada aquí, a análise feita em 4 das 10 habilidades. As demais análises estão detalhadas em Silva (2022).

Quadro 5
Disposição das habilidades de Probabilidade na TBR

Dimensão do Conhecimento	**Dimensão do processo cognitivo**					
	1.Lembrar	**2.Entender**	**3.Aplicar**	**4.Analisar**	**5.Avaliar**	**6. Criar**
Efetivo / factual	EF01MA20	EF02MA21				
Conceitual / princípios		EF03MA25 EF04MA26	EF05MA22			
Procedural					EF05MA23	
Metacognitivo				EF08MA22 EF09MA20	EF06MA30	EF06MA30 EF07MA34 EF08MA22 EF09MA20

Fonte: os autores.

A habilidade EF01MA20 se inicia com o verbo *classificar*, que pode ser associado ao primeiro nível da TBR, já que essa habilidade exige que o estudante recorde das situações do cotidiano para que consiga classificar eventos que envolvem o acaso. Na dimensão do conhecimento, ela se encaixa no conhecimento **efetivo/ factual**, uma vez que esse está relacionado ao conteúdo básico que o discente deve dominar a fim de que consiga realizar e resolver problemas apoiados nesse conhecimento. Essa dimensão dialoga com as experiências vividas pelos estudantes.

A habilidade EF05MA22 inicia-se com o verbo *apresentar* e pode ser categorizada no nível de **aplicar**, pois o estudante irá utilizar o conhecimento já adquirido para solucionar uma situação específica. Ao visualizar um experimento aleatório, apresentar todos os possíveis resultados e presumir se eles são igualmente prováveis ou não, o estudante está mobilizando a dimensão **conceitual** do conhecimento.

A habilidade EF05MA23 começa com o verbo *determinar,* que está presente no nível **avaliar**, dado que esse nível está associado à realização de julgamentos embasados em critérios e padrões qualitativos e quantitativos. Aqui, será mobilizado o conhecimento **procedural**, uma vez que esse conhecimento está ligado a "como realizar alguma coisa" utilizando métodos, critérios, algoritmos e técnicas.

Na habilidade EF06MA30, os verbos *calcular* e *comparar* estão ligados ao nível de **criar** e **avaliar**, respectivamente. Na dimensão do conhecimento, ela relaciona-se ao conhecimento **metacognitivo**, visto que a ideia principal desse conhecimento é utilizar dos saberes previamente assimilados para a resolução de problemas e/ou a escolha do melhor método, teoria ou estrutura.

Considerações Finais

O quadro 5, exibido na seção anterior, permite a compreensão do percurso evolutivo das habilidades de Probabilidade ao longo do EF. Durante o EF – anos iniciais, as mudanças de complexidade são naturais, no sentido de que ocorrem saltos horizontais e verticais de apenas uma célula.

Percebe-se que ocorrem dois saltos bruscos, isto é, mudanças que ultrapassam mais de uma célula na horizontal ou na vertical: o primeiro ocorre dentro do 5º ano, da habilidade EF05MA22 para EF05MA23, quando os estudantes passam a ter que, além de construir o espaço amostral, determinar a probabilidade de ocorrência quando os resultados são equiprováveis; já o segundo salto brusco, ocorre da habilidade EF05MA23 para EF06MA30, quando o estudante passa da probabilidade clássica para a probabilidade frequencista.

Nota-se, pelo Quadro 4, que há, nas habilidades citadas no parágrafo anterior, um substancial reforço quanto ao uso da Lógica (dentre outros incrementos), o que é coerente com o estágio das operações formais em Piaget (1999). A propósito desta constatação, é natural o interesse em nos debruçarmos sobre uma confrontação do Quadro 5 com alguma teoria do desenvolvimento cognitivo. No caso da Teoría de Piaget, por exemplo, temos que os anos iniciais do EF correspondem (majoritariamente) ao estágio operacional concreto e que os anos finais do EF fazem parte do estágio das operações formais.

No estágio operacional concreto, o pensamento da criança "ainda é raso, suas compreensões dos objetos são vinculadas ao mundo real e o pensamento fica preso à realidade concreta, pois a criança ainda não tem capacidade de lidar com proposições ou hipóteses [...]" (Moreira, 2019, p.09). Quanto ao estágio das operações formais, trata-se da etapa na qual "o indivíduo amadurece e consegue a capacidade de manipular esquemas mentais e reconhecer relações entre eles, elaborando raciocínios com hipóteses, abstrações, construindo autonomia e progredindo nas suas relações sociais" (Moreira, 2019, p.10).

A associação do perfil progressivo das habilidades com as idades sugeridas para cada série, parece apontar para a existência de uma concordância entre a expectativa Piagetiana e a progressão das habilidades de Probabilidade, as quais trazem pouca abstração nos anos iniciais e mobilizam categorias e dimensões mais complexas nos anos finais. Esse cenário sugere um aprofundamento da presente pesquisa que possa relacionar o Quadro 5 com as teorias educacionais de desenvolvimento do Pensamento Probabilístico.

Referências

Brasil. (2017). *Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNC C_20dez_site.pdf. Acesso em: 28 de outubro de 2022.

De Santana, M. R. M., Fernandes, J. A., Borba, R. E. (2020). Análise das demandas cognitivas nas tarefas de probabilidade propostas em livros didáticos dos primeiros anos de escolarização. *Revista Paranaense de Educação Matemática, Vol. 9(18)*, 243-262.

Ferraz, A. P. C. M., Belhot, R. V. (2010). Taxonomia de Bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para definição de objetivos instrucionais. *Gestão & Produção, Vol. 17, No. 2*, 421-431.

Lima, R. W. (2009). *Mapa de Conteúdos e Mapa de Dependências: ferramentas pedagógicas para uma metodologia de planejamento baseada em objetivos educacionais e sua implementação em um ambiente virtual de aprendizagem (Tese de doutorado não publicada).* Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil.

Liska, G. J. R., Ribeiro, L. M. O. (2017). A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a sua articulação com a legislação para a formação inicial do professor de língua portuguesa. *Trem de Letras, Vol. 4(1),* 81-108.

Lopes, C. A. E. (2008). O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. *Caderno Cedes, Campinas, 28(74)*, 57-73.

Monteiro, I. G., Teixeira, K. R. M., Porto, R. G. (2012). Os níveis cognitivos da taxonomia de Bloom: existe necessariamente uma subordinação hierárquica entre eles. *Anais: Encontro 47 da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Administração, Vol. 36*, 1-16.

Moreira, D. G. (2019). *Teorias de aprendizagem: Revisão da literatura e aplicações no ensino de Física. (Trabalho de Conclusão de Curso não publicado)*. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil.

Piaget, J. (1999). *Seis estudos de psicologia*. Tradução: Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sérgio Lima Silva. 24º Ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária.

Oliveira, C. R., Cordani, L. K. (2016). Julgando sob incerteza: heurísticas e vieses e o ensino de probabilidade e estatística. *Educação Matemática Pesquisa, Vol. 18(3)*, 1265-1289.

Santos, J. A. F. L., Gomide, C. G. S. (2011). O desenvolvimento do pensamento probabilístico e combinatório no contexto de sala de aula. In: *Anais* da *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*, Recife, Brasil.

Santos, R. S. F. D. (2016). *Inserindo a Taxonomia Revisada de Bloom em um MOOC (Tese de doutorado não publicada).* Universidade do Estado do Rio Grande do Norte e Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, Brasil.

Silva, L. A. (2022). *BNCC e Taxonomia de Bloom: como as habilidades progridem ao longo do Ensino Fundamental*. *(Monografia não publicada)* - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnología de Brasília, Campus Estrutural, Brasília, Brasil.

Aspectos matemáticos y didácticos que destaca un grupo de docentes en servicio cuando analizan una tarea matemática escolar

Miguel **Picado** Alfaro
Escuela de Matemática, Universidad Nacional
Costa Rica
miguel.picado.alfaro@una.cr
José Romilio **Loría** Fernández
Escuela de Matemática, Universidad Nacional
Costa Rica
jose.loria.fernandez@una.cr

Resumen

La investigación que se presenta tiene como propósito estudiar las maneras en que un grupo de docentes de matemáticas en servicio analizan una tarea matemática escolar, sobre el concepto de proporción, para educación secundaria. Estas personas cuentan con más de cinco años de experiencia y fueron capacitadas en la reforma curricular para matemáticas de 2012; debían analizar la tarea desde su formación académica, su experiencia profesional y las nociones del currículo de matemáticas costarricense. El análisis de la información se fundamentó en el referente curricular y el Análisis Didáctico. En los hallazgos, el profesorado participante acentúa la habilidad y la situación en la que se enmarca la tarea, como los elementos más reconocidos. Sin embargo, dejan de lado aspectos como las representaciones del concepto y la complejidad de la tarea. Esto respalda la necesidad de capacitar al profesorado de matemática en servicio en el diseño y el análisis de tareas matemáticas escolares, según el fundamento curricular establecido.

Palabras clave: Análisis de tareas matemáticas; Currículo de matemáticas; Didáctica; Docentes en servicio; Proporción; Tarea matemática escolar.

Introducción

En la actualidad, han tomado fuerza los propósitos y las directrices curriculares que orientan a la enseñanza y al aprendizaje de las matemáticas hacia un uso más evidente y justificado de estas en las realidades de los individuos. En Costa Rica, a partir de 2012 se implementó una reforma curricular que promovió la construcción de un Plan de Estudios para matemáticas que acentúa una formación basada en el desarrollo de habilidades matemáticas mediante la resolución de problemas y la contextualización de tareas, como estrategias de aprendizaje. Todo esto orientado al fomento y desarrollo de la competencia matemática en las personas estudiantes, tomando como base cinco procesos matemáticos: razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, comunicar, conectar y representar (Ministerio de Educación Pública [MEP], 2012). La introducción de estos planteamientos curriculares estuvo acompañada de actividades de capacitación al personal docente de matemáticas, a cargo de personal especializado del Ministerio de Educación Pública y de las personas encargadas de la Reforma. Ante esto, surgen cuestiones como ¿qué tanto han permeado estas propuestas curriculares en el profesorado en servicio y en su práctica docente?, ¿qué elementos matemáticos y didácticos reconocen las personas docentes cuando analizan una tarea matemática escolar?, ¿qué conocimientos y capacidades, sobre el diseño y análisis de tareas, requieren un fortalecimiento en las personas docentes para el alcance de un aprendizaje significativo en el estudiantado?, entre otras.

El objetivo de la investigación que se presenta ha sido estudiar las maneras en que un grupo de cinco docentes de matemáticas en servicio analizan una tarea matemática escolar, mediante la identificación de elementos matemáticos y didácticos vinculados a la propuesta curricular para la Educación Secundaria en Costa Rica.

Marco teórico

El fundamento teórico del estudio se plantea desde dos enfoques: el currículo de matemáticas para la Educación Secundaria costarricense, y el diseño y análisis de tareas matemáticas escolares fundamentados en el Análisis Didáctico.

Los Programas de Estudio organizan el contenido matemático en cinco áreas temáticas: Números, Medidas, Geometría, Relaciones y Álgebra, y Estadística y Probabilidad. Sin embargo, se adopta un enfoque centrado en el fomento de habilidades, que se relacionan de manera estrecha con estas áreas matemáticas. La resolución de problemas constituye el enfoque principal para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Costa Rica. Con su implementación se pretende "la búsqueda del fortalecimiento de mayores capacidades cognoscitivas [en el estudiantado] para abordar los retos de una sociedad moderna, donde la información, el conocimiento y la demanda de mayores habilidades y capacidades mentales son invocadas con fuerza" (MEP, 2012, p. 13). La finalidad es mostrar tareas matemáticas enmarcadas en situaciones de entornos reales, físicos, sociales y culturales —también abstractos— que requieran la atención y reflexión del estudiantado, previo a su tratamiento matemático. Para esto, se propone la contextualización activa de tareas como un componente pedagógico general que incentive la construcción o el uso de modelos matemáticos. Desde los lineamientos curriculares, la contextualización activa de tareas se concibe como el "establecimiento específico de vínculos estrechos entre las Matemáticas y el entorno de los estudiantes que generen una participación activa del estudiante, privilegiadamente usando modelos" (MEP, 2012, p. 469).

De lo anterior, es claro que la persona docente debe tener la capacidad para diseñar, presentar y tratar tareas matemáticas escolares que estimulen, desde este marco, el alcance de los logros curriculares en matemáticas en el estudiantado (las habilidades); así como para analizar y adecuar tareas elaboradas —por ejemplo, las que se muestran en libros de texto— según los lineamientos deseados para el funcionamiento de estas. Como indica Caraballo (2014), el desarrollo y la evaluación de la competencia matemática requiere de una actuación profesional de la persona docente en la que destaque el diseño y análisis de tareas matemáticas escolares; idea que se refuerza con los planteamiento de Baartman, Bastiaens y Kirschner (2004), Boston y Smith (2009), Zaslavsky (2008) sobre la necesidad de que las personas docentes manifiesten un dominio de conocimiento técnico acerca de las características, funciones y variables de las tareas que consideran en su planificación escolar. Queda claro que las tareas matemáticas escolares constituyen un elemento clave en los procesos de formación inicial y continua de las personas docentes. Estas "estructuran una unidad didáctica, concretan y organizan la gestión de la clase y posibilitan el logro de las expectativas de aprendizaje escolar… determinan en qué medida el profesor es experto en la planificación de tareas y secuencias de tareas" (Loría, 2021, p. 33).

Por su parte, el Análisis Didáctico posibilita el diseño y el análisis de tareas matemáticas escolares, con un fundamento matemático y didáctico, para la planificación de la enseñanza (Rico y Fernández-Cano, 2013; Ruíz y Fernández-Plaza, 2013). Desde esta perspectiva, Moreno y Ramírez (2016) describen una tarea matemática escolar como "una propuesta que solicita la actividad del alumno en relación con las matemáticas y que el profesor planifica como oferta intencional para el aprendizaje o como instrumento para evaluación del aprendizaje" (p. 244). Para los autores, en las tareas destacan aspectos como el contenido matemático, la finalidad, la complejidad, la situación que la caracteriza y la secuenciación. El contenido matemático de la tarea se fundamenta en el signo, el sentido y la referencia que otorgan significado al concepto matemático involucrado en la tarea escolar (Rico, 2016). Las tareas deben ser significativas, por lo que su diseño debe mostrar los contenidos conceptuales y procedimentales a través de sistemas de representación (verbal, simbólico, gráfico, icónico, tabular), usos (los fenómenos que exponen su utilidad) y el significado del concepto matemático en cuestión.

La finalidad de la tarea responde a las habilidades curriculares que se pretenden desarrollar en el estudiantado con su implementación. Interesa, entonces, que la tarea esté vinculada a una o varias habilidades o capacidades indicadas en el plan de estudios. La complejidad de la tarea puede estar asociada a criterios teóricos, criterios empíricos y el formato de presentación (Ramírez y Moreno, 2016, p. 260-266). Para este estudio se toman en cuenta los criterios teóricos, que reconocen tres niveles de complejidad: reproducción, conexión y reflexión. Estos criterios son los adoptados en la propuesta curricular en Costa Rica (Ruíz, 2013). También, el formato de presentación, dirigido a la valoración de la redacción de la tarea, el formato de la pregunta, el vínculo con situaciones auténticas y el uso de representaciones (Ramírez y Moreno, 2016, p. 265).

Las tareas en situaciones auténticas refieren a situaciones extraescolares de la vida real que sirven para introducir una tarea matemática escolar. Se refieren al sentido de un concepto o noción matemática, sus usos y aplicaciones. Siguiendo a Maaβ (2006) las tareas pueden referir a un problema incrustado en el mundo real, un problema relacionado con la realidad, problemas con contexto real y cuestión relevante (didáctica), problemas con contexto real y cuestión relevante, y problemas con contexto real y cuestión auténtica. En consecuencia, las tareas matemáticas escolares pueden clasificarse de acuerdo con su autenticidad y su relevancia. En las tres últimas categorías es que tiene lugar la contextualización activa, pues se desarrollan sobre una manipulación de la información de la realidad circundante mediante el uso y la construcción de modelos matemáticos.

Por último, la secuenciación, que se vincula al plan de trabajo que la persona docente elabora para el proceso de aprendizaje del estudiantado. Esto incluye una caracterización de la tarea según el momento de presentación: inicio, desarrollo y cierre. Para este trabajo se desestima esta característica, ya que la tarea es una y se trata de forma independiente, sin relación con otras posibles tareas escolares para el desarrollo del tema.

Rico et al. (2008) señalan que la planificación de la lección —competencia profesional clave para la persona docente— requiere el desarrollo de un conjunto de conocimientos y capacidades específicas para identificar, organizar, seleccionar y priorizar los significados de los conceptos matemáticos; para establecer las expectativas de aprendizaje, previo al diseño de tareas y necesario para la selección de secuencias de actividades. En este sentido, el análisis y el diseño de las tareas matemáticas escolares, según la visión funcional del aprendizaje matemático que fundamenta el currículo costarricense es un proceso crucial. El cumplimiento de esta enmienda conlleva a que el profesorado ponga en juego sus conocimientos, capacidades y actitudes acerca de las matemáticas escolares, de su enseñanza y de su aprendizaje, así como su experiencia y conocimiento profesional (Sullivan, Clarke y Clarke, 2013).

Finalmente, es relevante apuntar que el conocimiento y las capacidades que debe tener la persona docente para diseñar y analizar tareas matemáticas escolares se pueden sintetizar en las ideas de Chapman (2013), quien destaca la comprensión de la naturaleza de las tareas valiosas, la capacidad de identificación de tareas ricas matemática y pedagógicamente, que interesen al estudiantado y el conocimiento de aspectos didácticos vinculados al aprendizaje y a la instrucción que favorezcan la comprensión y aplicación de las matemáticas.

Marco metodológico

El estudio llevado a cabo es cualitativo de tipo descriptivo-explicativo. Siguiendo a Ricoy-Lorenzo (2006), el carácter cualitativo del estudio conduce a explorar, describir y comprender un fenómeno particular, asociado —en este caso— a la forma en que un grupo de docentes de matemáticas en servicio analiza una tarea matemática escolar y a cómo estas manifestaciones se vinculan a los planteamientos teórico-curriculares del MEP. Las personas informantes fueron cinco docentes de matemáticas en servicio que participaban en un curso de formación, durante el 2022, sobre el desarrollo de la competencia profesional *Reflexión docente* al analizar y diseñar tareas matemáticas escolares. Para su selección se consideraron criterios como: ser docente en servicio, haber recibido capacitación sobre la reforma curricular y tener una experiencia mínima de cinco años en educación secundaria.

Para recoger la información se les facilitó a las personas participantes una tarea matemática escolar sobre el concepto de proporción. Esta estaba disponible en la plataforma virtual del curso de formación y contaron con un plazo de siete días para realizar el ensayo del análisis. En esta se mostraba una situación en la que la cocinera de un colegio debía preparar el refresco para el almuerzo utilizando un concentrado de jugo de piña, de manera que por cada dos vasos del concentrado de jugo de piña se requieren cinco vasos de agua. Se plantearon dos escenarios: (1) en un recipiente ha depositado 45 vasos de agua y (2) en otro recipiente ha vertido 36 vasos de concentrado de jugo. El propósito era determinar la cantidad de vasos de agua o de concentrado necesarios en cada recipiente, y el establecimiento de un modelo que determinara la cantidad de vasos de concentrado, a partir de la cantidad de vasos de agua. Cabe destacar que, para efectos del estudio, las personas participantes no debían resolver la tarea, sino analizar su diseño tomando como base su criterio profesional y las nociones del currículo de matemática costarricense, enfatizando en los elementos conceptuales-matemáticos, el fomento de competencias, el uso de procesos matemáticos, la resolución de problemas y la contextualización activa, las posibles formas de organización grupal para el desarrollo de la tarea y las propuestas de evaluación para calificar la resolución de la tarea. De manera preliminar, la tarea fue analizada por los investigadores como expertos en el área (por cuestiones de espacio no se incluyen los detalles de esta validación).

El análisis de la información se fundamentó en los planteamientos curriculares y en la propuesta de Rico, et al. (2008) y Rico y Fernández-Cano (2013) sobre el análisis didáctico, como referente para el diseño y análisis de tareas matemáticas escolares en la planificación escolar. Para llevarlo a cabo se utilizó una plantilla, conformada por categorías y unidades de análisis, que evidenciara los aspectos relevantes según la fundamentación teórica.

Análisis y resultados

El análisis de la información ha considerado como categorías los aspectos propuestos por Moreno y Ramírez (2016) como elementos de una tarea, que están en sintonía con la propuesta curricular del MEP (2012). Estas son: (a) *Contenido matemático*, que se asocia a las áreas matemáticas y es tratado desde el significado de conceptos, destacando sistemas de representación y estructura conceptual; (b) *Finalidad*, que refiere a las habilidades pretendidas en la propuesta curricular; (c) *Complejidad*, vinculada a los niveles de movilización de los procesos matemáticos; y (d) *Situación*, que expone los usos del concepto en el marco de la contextualización activa propuesta. La tabla 1 presenta las manifestaciones explícitas (E) o implícitas (I) de estas categorías en el análisis de la tarea, realizado por las cinco personas participantes.

Respecto al contenido matemático, la finalidad y la complejidad, las reflexiones de las personas participantes están dirigidas al reconocimiento de la existencia de elementos relacionados con estas categorías, sin identificar y describir de manera directa el concepto, las representaciones, las habilidades, los procesos matemáticos y el nivel de complejidad que caracterizan la tarea, respectivamente. De forma particular, el análisis realizado por los participantes reconocía que la tarea está vinculada a conceptos matemáticos sin precisarlos, a excepción de D2 que menciona la proporcionalidad como el componente matemático central de la tarea y refiere a la incidencia de la representación icónica del concepto —presentada en el enunciado— en la resolución de la tarea. En cuanto a la categoría sobre finalidad, D3 enlista las habilidades específicas vinculadas al concepto matemático abordado en la tarea, según el nivel escolar que propone su abordaje. Las otras personas refieren a la necesidad de asociar la tarea con alguna habilidad matemática, sin precisarlas. Las personas participantes no muestran en su análisis una clasificación de la tarea de acuerdo con el grado de intervención de los procesos matemáticos que se movilizan en esta, es decir, su nivel de complejidad. Por último, es destacable el reconocimiento de la situación real que enmarca la tarea. La mayoría de las personas participantes señalan la utilidad que tiene la tarea por su cercanía con el estudiantado, desde la perspectiva y el fundamento curricular de que las situaciones problemas extraídas de la vida cotidiana (contextualización activa de tareas) potencian el desarrollo de las competencias matemáticas.

Tabla 1
Componentes identificados en las tareas analizadas.

Docente	Contenido matemático	Finalidad	Complejidad	Situación
D1	Sin evidencia	I	I	Sin evidencia
D2	E	Sin evidencia	Sin evidencia	E
D3	I	E	I	E
D4	I	I	I	E
D5	I	I	I	E

Nota. D=Docente participante; E=explícito, I=implícito. Fuente: elaboración propia.

Complementariamente, siguiendo el sustento teórico del estudio, los participantes sugieren otros elementos en sus análisis que encuadran en las categorías de: (a) forma de redacción, asociada al vocabulario empleado, los tiempos verbales, el tipo de oración, entre otros; y (b) la forma de respuesta que tiene que ver con la manera de presentar la respuesta, por ejemplo, de elección múltiple, respuesta cerrada o abierta, entre otros (Ramírez y Moreno, 2016). En cuanto a las categorías de encuadre de la tarea y las representaciones, estas se analizaron en la tabla 1, mediante el estudio de la situación y el contenido matemático.

Sobre la forma de redacción, D1 y D2 destacaron la necesidad de presentar los datos con más especificidad; D2 sugiere, además, que las imágenes estén en correspondencia con la información del texto del enunciado. Para la categoría de forma de respuesta, se omite una aclaración sobre si el estilo de las cuestiones es el adecuado; D1 recomienda la inclusión de más cuestiones; D3 y D4 se inclinan por sugerir cambios en el orden de las cuestiones, procurando una resolución ordenada y que conduzca al razonamiento intuitivo. Fuera de estas categorías, también se ha destacado la necesidad de presentar aspectos sobre la gestión de aula, como indicaciones sobre el tiempo estimado para la resolución de la tarea y la organización del grupo.

Conclusiones

A pesar de las capacitaciones recibidas, como estrategias para la implementación de la reforma curricular en matemáticas y de su vigencia en la Educación Secundaria desde 2013, cuando el profesorado participante analiza una tarea matemática escolar sobre el concepto de proporción manifiesta un tratamiento general e indirecto de los componentes que caracterizan la tarea y que se estipulan en el currículo. Hay una referencia general sobre el contenido matemático, la finalidad y la complejidad de la tarea, pero sin una descripción detallada de las singularidades que las definen. Puntualmente, resalta el énfasis que las personas docentes participantes otorgan a la situación auténtica que se muestra en la tarea. De alguna manera, esto responde a la caracterización que las autoridades educativas han hecho de la propuesta curricular, señalando el desarrollo de habilidades matemáticas en el estudiantado desde la resolución de problemas y la contextualización activa de tareas matemáticas. Aunado a esto, el criterio de las personas participantes prioriza en observaciones sobre la forma del enunciado de la tarea, de manera que esta incluya un mayor número de cuestiones que incidan en el desarrollo de las habilidades vinculadas al contenido de proporción. Por último, los procesos de capacitación han sido, de alguna manera, efectivos en cuanto a la familiaridad de las personas docentes con el uso de tareas en contextos cercanos al estudiantado y al fomento de habilidades. Sin embargo, el estudio deja ver la necesidad de capacitar al profesorado en servicio en especificidades del fundamento curricular y en marcos teóricos que faciliten el reconocimiento de otros aspectos trascendentales en el análisis de tareas y en su diseño, como componentes de la planificación escolar en matemáticas.

Referencias y bibliografía

Baartman, L., Bastiaens, T. y Kirschner, P. (2004). Requirements for Competency Assessment Programmes. Documento presentado en Onderwijs Research Dagen (Jornadas Investigativas de Educación). Open University, Utrecht.

Boston, M. y Smith, M. (2009). Transforming secondary mathematics teaching: Increasing the cognitive demands of instructional tasks used in teachers' classrooms. *Journal for Research in Mathematics. Education, 40*(2), 119-156.

Caraballo, R. M. (2014). *Diseño de pruebas para la evaluación diagnóstica en matemáticas: Una experiencia con profesores* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.

Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education, 16*(1), 1-6. https://doi.org/10.1007/s10857-013-9234-7.

Loría, J. R. (2021). *Diseño de tareas para la evaluación de la competencia matemática escolar. Una experiencia con profesores de Costa Rica* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.

Maaβ, K. (2006). What are modelling competencies? ZDM, 38(2), 113-142.

Ministerio de Educación Pública (2012). Programas de estudios de matemáticas. Autor.

Moreno, A. y Ramírez, R. (2016). Variables y funciones de las tareas matemáticas. En L. Rico y A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp. 244-257). Ediciones Pirámide.

Ramírez, R. y Moreno, A. (2016). Complejidad y estructura de las tareas matemáticas. En L. Rico y A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp. 259-273). Ediciones Pirámide.

Rico, L. (2016). Matemáticas y análisis didáctico. En L. Rico y A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp. 85-100). Ediciones Pirámide.

Rico, L. y Fernández-Cano, A. (2013). Análisis didáctico y metodología de investigación. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Coords.), *Análisis didáctico en la educación matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 1-22). Comares.

Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. L. y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los Números Naturales. *Suma*, *58*, 7-23.

Ricoy-Lorenzo, C. (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación. *Educação*, *31*(1), 11-22.

Ruíz, A. (2013). El nuevo currículo costarricense y la discusión internacional en la Educación Matemática. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 8* (número especial), 62-66.

Ruíz, J. F. y Fernández-Plaza, J. A. (2013). Planificación de unidades didácticas en enseñanza secundaria mediante el uso del análisis didáctico. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 231-252). Ediciones Comares.

Sullivan, P., Clarke, D. y Clarke, B. (2013). *Teaching with Tasks for Effective Mathematics Learning*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4681-1.

Zaslavsky, O. (2008). Meeting the challenges of mathematics teacher education through design and use of tasks that facilitate teacher learning. En T. Jaworski y T. Wood (Eds.), *The mathematics teacher educator as a developing professional* (pp. 93-114). Sense Publishers.

Avaliação de Tecnologias Digitais: uma ação de formação para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental realizada remotamente

Müller Rodrigo de Moura **Santana**
Universidade Federal do ABC
Brasil
muller.moura@ufabc.edu.br
Vivilí Maria Silva **Gomes**
Universidade Federal do ABC
Brasil
vivili.gomes@ufabc.edu.br

Resumo

Este artigo tem por objetivo descrever um recorte de uma pesquisa de mestrado relacionada a uma ação de formação de professores e professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF) no que se refere ao processo de seleção, avaliação e uso de tecnologias digitais (TD) a serem usadas no ensino de matemática. A ação foi realizada remotamente durante os meses de junho e dezembro de 2022. A formação foi baseada na pesquisa-ação colaborativo-crítica com a mediação realizada *online,* tendo como intuito a reflexão dos docentes sobre suas próprias práticas, bem como a emancipação dessas, no que diz respeito ao uso de TD. A escolha metodológica mostrou-se eficiente no processo de formação continuada desses professores, de modo que foi possível perceber que a atividade possibilitou a reflexão sobre suas práticas e um aceno importante à transformação destas.

Palavras-chave: Educação Matemática; Formação continuada de professores; Anos iniciais do Ensino Fundamental; Tecnologias digitais; Pesquisa-ação colaborativo-crítica; Brasil;

Introdução

Este artigo é referente a uma pesquisa de mestrado em finalização, que pretendia identificar como os professores dos anos iniciais do EF selecionam e avaliam TD para sua apropriação, e como esse processo pode auxiliar no processo de ensino realizado mediado por esse tipo de recurso. Assim, durante o levantamento do aporte teórico buscamos identificar quais seriam as potenciais dificuldades enfrentadas por esses profissionais ao usarem as TD em suas salas de aula. Nesse contexto, pudemos identificar que os docentes apresentavam dificuldades no processo de lidar com TD quanto na compreensão da matemática.

Segundo Gatti e Nunes (2009), no Brasil, a formação de docentes para os anos iniciais do EF, atualmente, ocorre em cursos superiores de pedagogia, que possui em sua matriz curricular disciplinas relacionadas a fundamentos teóricos da educação, conhecimentos relativos a sistemas educacionais, formação profissional específica e modalidades de ensino. No que se refere ao conteúdo específico para o ensino da matemática ou ainda às demais disciplinas a serem ministradas, a maior parte dos cursos não privilegia uma formação específica nas disciplinas como matemática ou ciências, de modo que, nesses casos privilegiam principalmente questões referentes a metodologia do ensino, ou ainda contam com uma baixa carga horária (Alencar, 2018; Curi, 2004; Gatti & Nunes, 2009).

Com relação ao uso de TD, de acordo com Marfim e Pesce (2017), que realizaram uma busca em pesquisas acadêmicas ocorridas entre 2006 e 2014, não houve uma grande adesão de disciplinas que favoreciam o uso de TD nos cursos de pedagogia. Quando houve, essas raramente eram obrigatórias e favoreciam a racionalizada técnica, que é tida como um reflexo de uma sociedade capitalista, na qual os trabalhadores – e aqui incluem-se os próprios professores – são subordinados a um contexto de dominação, assim, o uso de TD seriam reduzidos ao processo repetitivo de aprender a operar esses recursos com uma finalidade que aliena, dentro dos padrões vigentes na sociedade capitalista e desconsidera suas individualidades enquanto profissionais e seres humanos.

Com isso, podemos entender que há lacunas na formação dos professores, tanto no que se refere à aprendizagem de matemática, quanto no que se refere à disciplinas e atividades que os preparariam para lidarem com TD no ensino. Com isso, entendemos a importância de compreender como é a relação dos professores com as TD, uma vez que muitos deles não tiveram tempo hábil para lidar com essas, antes que a pandemia compulsoriamente os lançasse à condição de usuários. É preciso que a relação dos professores com as TD seja realizada a partir do conceito que Borba e Villareal (2005) chamam de seres-humanos-com-mídias, de modo que os professores e as TD não sejam necessariamente entes dicotômicos no processo de ensino, dessa maneira os seres humanos e tecnologias atuariam enquanto protagonistas no processo de ensino.

Com isso, optamos por propor um curso de formação denominado "Tecnologias digitais no ensino da matemática: a voz e a vez dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental", que discutisse essas questões, colocando-os em contato com materiais e propostas no que se refere ao uso de TD para lecionar matemática nos anos iniciais, bem como orientar esses professores que realizassem a avaliação e seleção dessas TD a serem utilizadas em sala de aula, levando em conta suas próprias experiências, bem como as experiências compartilhadas pelos colegas durante a ação.

A ação de formação como pesquisa-ação e a avaliação das Tecnologias Digitais

No processo de construção da ação de formação mencionada, primeiramente pensamos na necessidade de desvincular as TD desse padrão racional técnico, fomentando aos participantes uma atitude emancipatória de suas práticas, de modo que esperávamos a formação de sujeitos críticos e reflexivos, porém não no sentido vazio dessas palavras, entendemos que seria importante considerar uma perspectiva crítica que permita uma emancipação, em contraposição da alienação capitalista de mundo e que deixe clara a necessidade de se lecionar, levando em conta a diversidade dos alunos (Thiollent & Collete, 2014). Com relação ao uso de TD, é importante ressaltar que a pandemia afetou de maneira drástica aos alunos mais pobres, que muitas vezes não tinham acesso à internet ou a outros recursos que pudessem ser utilizados para estudarem, ou ainda, atualmente não contam com um número suficiente de computadores e recursos tecnológicos nas suas escolas, refletindo como sua ação docente poderia ser responsável por afetar e mudar a realidade de seus alunos. Assim, seria importante que os sentidos atribuídos às TD aqui não fossem dotados de valores dominantes, mas que proporcionasse a visão do uso de recursos tecnológicos considerando os aspectos sociais e culturais do meio no qual esses são utilizados (Feenberg, 2013).

Nesse sentido optamos pela pesquisa-ação enquanto metodologia, uma vez que, essa pode proporcionar o desenvolvimento de atividades que pudessem atender às nossas necessidades enquanto formadores de professores, de acordo com Thiollent e Colette (2014), a pesquisa-ação pode proporcionar uma participação mais ativa dos professores participantes da ação, uma vez que essa tem sua colaboração nos temas e assuntos discutidos como ponto central, de modo que compreendemos que a realidade dos professores no que diz respeito aos seus alunos e escolas fosse fundamental, não a discussão de um modelo único de ferramentas com critérios fixos e generalistas para a avaliação das TD. Com isso, essa perspectiva soa consonante com a nossa visão das TD e do seu uso em sala de aula.

A pesquisa-ação nos possibilita a coleta dos dados necessários para identificar os processos a partir dos quais os professores se apropriam e avaliam as TD. Em concordância com Corrêa *et al.* (2018), a coleta de dados ocorreu a partir da observação dos participantes, de modo que suas interações durante os encontros eram gravadas, com intuito de observar e registrar como cada um deles compreendia e reagia aos conceitos abordados. Também utilizamos questionário em um primeiro momento e, conforme o grupo diminuía, contávamos com a realização de perguntas dirigidas ao grupo de professores no decorrer de cada encontro. Os participantes também eram convidados a escreverem suas reflexões a respeito dos temas discutidos no decorrer da ação.

De acordo com Pimenta (2005), a pesquisa-ação em uma ação de formação de professores, tende a aproximar seus participantes da pesquisa em busca de transformações permitir uma reflexão sobre suas próprias práticas, além de conhecerem melhor os limites e potencialidades de sua atuação enquanto docentes, de modo que o papel do pesquisador nesse contexto seria cientificizar essas mudanças, a partir do que a autora chama de pesquisa-ação colaborativo-crítica. A autora ainda apresenta cinco aspectos que uma pesquisa-ação deve priorizar de acordo com a obra de Kincheloe, conforme apontado por Pimenta (1995, p. 526), "ter métodos e questões políticas; relacionar valores e compromissos; consciência da construção da profissão; identificar aspectos da ordem dominante, que minam os nossos esforços e [por fim] a melhoria da prática docente."

Nesse sentido, entendemos que a ação mencionada caminhou nessa direção, o que pode ser notado no decorrer das atividades e nos discursos realizados pelos professores participantes, bem como nas respostas de algumas questões levantadas ao final das atividades, que indicam que os professores passaram a refletir sobre tais aspectos em suas práticas docentes.

Optamos por realizar os encontros com os professores de maneira remota, dadas as dificuldades remanescentes da pandemia do Coronavírus. A ação foi realizada em três etapas distintas: discussão a respeito da natureza teórica e os enlaces com a prática docente, experiências práticas de avaliação de TD e, finalmente, uma ação em sala de aula, realizada pelos participantes que se voluntariaram, envolvendo os conceitos discutidos. Essas três etapas são apresentadas no decorrer deste trabalho.

Com intuito de aproximar os professores e professoras da pesquisa durante a primeira etapa da ação, buscamos discutir algumas questões teóricas, como o conhecimento tecnológico-pedagógico do conteúdo (*Technological pedagogical content knowledge* – TPACK), sendo esse, um tipo de conhecimento baseado na intersecção entre os conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e do conteúdo específico das disciplinas que deve ser mobilizado pelos professores para lecionarem baseados em TD buscando a melhor prática para tal (Mishra & Koehler, 2006). Também discutimos a importância da avaliação de TD e do envolvimento dos professores com esse processo. De acordo com Costa (1999), esse envolvimento pode proporcionar aos profissionais momentos de reflexões a respeito das características dos recursos avaliados, não apenas de maneira técnica, mas também das suas potencialidades pedagógicas. Com isso, durante todos os encontros da ação, os participantes eram convidados a refletirem, relacionando essas reflexões às suas práticas docentes a partir de discussões, que tinham por objetivo conhecer suas realidades e perspectivas, no que se diz respeito aos temas levantados.

A segunda etapa da ação de formação foi guiada para a construção de uma ferramenta para a avaliação de TD baseada em critérios específicos, que fossem efetivamente relevantes aos participantes enquanto docentes. A construção dessa ferramenta foi realizada após alguns encontros nos quais os participantes da pesquisa tiveram acesso às TD que poderiam ser utilizadas em sala de aula, de modo que discutimos quais aspectos seriam interessantes de serem levados em consideração no processo de seleção desses recursos. Com isso, discutimos a importância de se considerar alguns dos aspectos apresentados no TPACK, como a mobilização dos conhecimentos pertinentes às dimensões tecnológica, pedagógica e do conteúdo.

No entanto, uma vez que nos dispusemos a construir um instrumento para avaliação de TD que fosse adequado à realidade dos professores, entendemos a necessidade de vincular a esse processo uma dimensão que levasse em consideração suas vivências e necessidades, bem como a dos seus estudantes. Nesse sentido, buscamos também discutir questões relativas à acessibilidade e nos aspectos da cidadania digital que, de acordo com Di Felice (2021), se referem às possibilidades de transformação do ser humano, das relações humanas e sociais, a partir da mediação da tecnologia. Essa dimensão é denominada de cidadania digital.

Por fim, a última etapa, permitiu aos participantes que tivessem disponibilidade, que utilizassem os conceitos apresentados na ação de formação para avaliar algumas TD, realizando posteriormente aplicações em sala de aula, visando compreender como as ações levantadas na ação de formação refletiam em suas práticas docentes. Dos sete participantes, três professoras atuaram nessa terceira etapa, denominadas neste artigo de professoras Azul, Amarela e Vermelha.

A professora Azul realizou uma atividade com turmas do 1º ano do EF, que consistia em um jogo digital que trabalha os conceitos de antecessor e sucessor de números naturais. A professora Vermelha utilizou-se da abertura interdisciplinar dada nos últimos encontros e dos conhecimentos adquiridos, bem como da ferramenta para avaliação de TD para a seleção de vídeos que pudessem auxiliar os alunos a desenvolverem atividades práticas de ciências relativas ao plantio de sementes, além de jogos adaptados ao tema. Essas duas professoras relataram que a avaliação das TD fez com que os recursos utilizados fossem mais bem aproveitados, de modo a atenderem suas necessidades com relação ao ensino com o uso de TD. A professora Amarela motivou-se a construir sua própria atividade em uma plataforma digital, com o auxílio de outro professor da escola em que atua. A atividade em questão ainda está em construção e pretende utilizar os conceitos adquiridos na ação de formação para guiar as características a serem incluídas em um jogo eletrônico.

A ação de formação foi concluída em dezembro de 2022, de modo que dentre os 33 participantes inscritos inicialmente, restaram sete, pois muitos desistiram por falta de tempo hábil para realização das atividades. No entanto, os participantes concluintes dedicaram-se às atividades propostas, colaborando com suas visões e com a exposição de sua realidade como docentes. Os relatos desses docentes, que atuam todos em escolas públicas na cidade de São Paulo, de maneira geral, mostram que as lacunas de formação apresentadas anteriormente se refletem na realidade, tanto no que diz respeito ao ensino de matemática, quanto ao uso de TD para lecionar. De forma que esses profissionais buscam o aperfeiçoamento a partir de cursos de formação como o que ofertamos.

Durante o último encontro da segunda etapa de formação, os participantes tiveram espaço para manifestarem-se no que se refere às suas experiências, de modo que deixaram bastante claras as suas impressões sobre a seleção e avaliação de TD, em especial, para as questões referentes à dimensão da cidadania digital e a importância de se promover valores referentes à acessibilidade, ética e cidadania em sala de aula. Uma das questões tratadas, por exemplo, refere-se à possibilidade de que os recursos avaliados possam promover preconceitos ou ofensas aos alunos que a manuseariam, de modo que uma das participantes mencionou que não olharia para esse tipo de questão antes dos encontros realizados na ação. Para a participante, nossos encontros proporcionaram o desenvolvimento de um olhar mais sensível à essas situações.

Com relação à análise de dados, identificamos a partir das gravações dos encontros quais foram as perspectivas apontadas pelos participantes da pesquisa-ação no que se refere ao processo de uso de TD, com intuito de compreender como era feito o uso dos recursos tecnológicos antes da ação de formação ofertada. Nesse sentido, buscamos realizar uma análise qualitativa interpretativa a partir dos significados apresentados no discurso dos participantes da ação, disponíveis nos dados coletados. Dessa maneira, a partir dos questionários, gravações, textos e interações dos participantes da ação, buscamos analisar os dados coletados em diálogo com os referenciais levantados, principalmente do construto seres-humanos-com-mídias (Borba

& Villareal, 2005), buscando identificar como o uso das TD no processo de ensino molda ou é moldado a partir da relação com esses professores, no que se refere a seu uso, seleção e avaliação antes e depois da formação.

Enquanto esse texto é redigido, o trabalho em questão é analisado, conforme apresentado acima. No entanto, uma análise prévia dos dados coletados nos permitiu perceber que houve uma contribuição para o entendimento desses professores sobre as TD. Os profissionais participantes da pesquisa passaram a refletir a respeito desses recursos a partir de um olhar crítico sobre seu uso e a promoção de valores da cidadania digital, de modo que compreenderam a necessidade de ter as TD como aliadas no processo de ensino, não como um desafio. Essa visão fica evidente, principalmente se comparada com a maneira com a qual eles compreendiam-nas antes dos encontros.

Algumas considerações

As interações apresentadas na ação "Tecnologias digitais no ensino da matemática: a voz e a vez dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental" nos permitiram compreender como esses profissionais entendiam o uso de TD e como foi o processo de adoção desse tipo de recurso durante a adaptação das aulas na pandemia e como tem sido esse uso, após o retorno às atividades presenciais. Conseguimos compreender que antes da intervenção, a seleção de TD para o ensino era realizada de acordo com a afinidade do professor com determinado recurso e o conteúdo ofertado, de modo que a ação pôde proporcionar uma nova maneira de realizar essa avaliação, considerando o contexto no qual estão inseridos, o que favorece o uso desses recursos em sala de aula. Também foi possível identificar como essas ferramentas podem se adequar às suas turmas.

Compreendemos que o andamento da ação de formação como pesquisa-ação atendeu aos critérios mencionados por Pimenta (2005), tanto no que diz respeito a proporcionar a possibilidade dos docentes refletirem sobre suas próprias práticas, como na compreensão da importância dos seus papéis como agentes transformadores da realidade discente, dentro de seus contextos. Os dados coletados e pré-analisados, até o momento, nos permitem compreender que a avaliação das TD indicadas permitiu que os professores participantes da ação ressignificassem o processo de ensinar com o seu uso.

Referências e bibliografia

Alencar, E. (2018). A formação do pedagogo para o ensino de matemática em instituições do observatório internacional. In *Anais do VII SIPEM*, Foz do Iguaçu, PR. http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII_SIPEM/paper/viewFile/396/317

Borba, M. C, Villareal, M. E. (2005) *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modelling, Experimentation and Visualization*. Estados Unidos: Springer, 2005, 232 p.

Corrêa, C., Campos, I., & Almagro, R. C. (2018). Pesquisa-ação: uma abordagem prática de pesquisa qualitativa. *Ensaios Pedagógicos, 2*(1), 62–72. https://www.ensaiospedagogicos.ufscar.br/index.php/ENP/article/view/60/89

Costa, F. A. (1999). Contributos para um modelo de avaliação de produtos multimédia centrado na participação dos professores. In: *1º Simpósio Ibérico de Informática Educativa*. https://repositorio.ul.pt/handle/10451/3153

Curi, E. (2004). *Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos*. [Tese de doutorado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo]. http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Tese_curi.pdf

Di Felice, M. (2021). *A cidadania digital: a crise da ideia ocidental de democracia e a participação nas redes digitais*. São Paulo, SP: Paulus Editora.

Feenberg, A. (2013). Teoria crítica da tecnologia: um panorama. In Neder. R. (org). *A teoria crítica de Andrew Feenberg: racionalização democrática, poder e tecnología* (1a ed. Cap. 3, pp 99-117). Brasília, DF: Unb. https://www.sfu.ca/~andrewf/coletanea.pdf

Gatti, B. A. & Nunes, M. N. R (org) (2009). *Coleção Textos FCC: Formação de professores para o ensino fundamental: estudo de currículos das licenciaturas em pedagogia, língua portuguesa, matemática e ciências biológicas* (vol. 29) São Paulo: FCC. http://www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/textos_fcc/arquivos/1463/arquivoAnexado.pdf

Marfim, L. & Pesce, L. (2017). Formação do pedagogo para o uso educacional das tecnologias digitais de informação e comunicação. *Laplage em Revista*, vol. 3(2), 9-23. https://www.redalyc.org/journal/5527/552756522003/552756522003.pdf

Mishra, P. & Koehler, M. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, vol. 108(6), 1017-1053. https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x

Pimenta, S. (2005). Pesquisa-ação crítico-colaborativa: construindo seu significado a partir de experiências com a formação docente. *Educación e Pesquisa [online]*. vol. 31(3),521-539. https://doi.org/10.1590/S1517-97022005000300013

Thiollent, M. J. M. & Colette, M. M. (2014). Pesquisa-ação, formação de professores e diversidade. *Acta Scientiarum. Human and Social Sciences*, v. 36(2), 207-216. https://doi.org/10.4025/actascihumansoc.v36i2.23626.

Características del sistema de recursos del profesor de matemáticas en contextos rurales

Gilbert-Andres **Cruz**-Rojas
Facultad de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle
Colombia
gilbert.a.cruz.r@correounivalle.edu.co

Resumen

Se presenta la caracterización del sistema de recursos de tres profesores de matemáticas en contextos rurales, para lo cual, se tomó como aproximación teórica el Enfoque Documental de la Didáctica, que da cuenta del trabajo documental del profesor en interacción con los recursos, los cuales configuran a la vez un sistema de recursos. Se utilizó la metodología de la investigación reflexiva a través de un ciclo de observación que contemplo tres fases: planificación, observación y reflexión. con el uso de métodos cualitativos. Para la recolección de información, se utilizaron cuestionario, entrevistas semiestructuradas, rejillas de análisis y registros de observaciones de clase. Para el análisis de la información se toma como referente procedimientos deductivos. Algunos de los resultados muestran el uso limitado de recursos digitales en el aula, la preferencia por uso del libro de texto, la variedad de recursos disponibles para la planificación y el escaso uso de recursos digitales en la implementación de las clases.

Palabras clave: Enfoque Documental de la Didáctica; Recursos; Sistema de recursos; Ciclo de Observación.

Introducción

El estudio de las prácticas de enseñanza en la línea de investigación sobre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas se ha valorado como importante cuando la práctica se concibe como el eje central de la formación de profesores, en la estructuración de ambientes que posibiliten oportunidades para el aprendizaje. Esto implica reconocer la existencia de una discusión en la comunidad de educadores matemáticos, con respecto a la formación docente, tanto inicial como continua, y en especial sobre el sentido, alcances y limitaciones de programas de formación (Arboleda, 2016). Esta discusión genera en el campo de la educación matemática sobre las diferentes aproximaciones que se pueden privilegiar para estudiar las prácticas profesionales de los profesores (Guacaneme et al., 2013; Gonzalez y Cruz, 2018).

Estas prácticas de enseñanza en contextos rurales son de vital importancia para el reporte de investigación que se pretende dar, el cual inscribe la comunicación en el marco de un proyecto de tesis doctoral en curso. Así, en Colombia el Ministerio de Educación Nacional (2018) insiste en la elaboración de planes de formación y en la conformación de comunicades de aprendizaje que posibilite una conexión entre desarrollos teóricos y propios de la práctica profesional. Al respecto, se sugiere:

1. Que los profesores propongan y elijan alternativas de cualificación en función de sus expectativas e intereses de formación continua.
2. Fortalecer las competencias profesionales de los profesores rurales que se desempeñan en el nivel de media, mediante orientación socio-ocupacional y competencias socioemocionales.
3. Acompañar a docentes noveles (educador cuya vinculación al sector educativo oficial es inferior a tres años), a través de un trabajo tutorial con un docente acompañante.

Si bien, se reconoce una preocupación por el Ministerio de Educación Nacional sobre la formación de los profesores, existen algunos estudios que señalan la necesidad de avanzar no solo en propuestas de intervención, si no en investigación en estos contextos. Al respecto, el Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación (2020), sugiere construir un programa que incentive en facultades de educación la elaboración de trabajos de grado que aporten al acompañamiento de los procesos de formación, a partir de la investigación escuelas rurales.

Para avanzar hacia estudios que propendan por lo anterior, se ha propuesto tener en cuenta el Enfoque Documental de la Didáctica (EDD) de las Matemáticas, que según Gueudet y Trouche (2009) se ha propuesto para enriquecer el enfoque instrumental ampliando su visión y ámbito de aplicación, desarrollando sus métodos y conceptos como lo reportan diferentes investigaciones (Artigue, 2019; Xavier et al. 2021; Huang et al. 2022; Cruz-Rojas et al. 2022). Desde estos referentes, Sánchez (2010) define los Recursos como un conjunto de elementos que comprenden, entre otros, los ejercicios de un libro de texto, las producciones de los estudiantes, las sugerencias de otros profesores, los contenidos digitales dispuestos en páginas web, y los documentos curriculares que los maestros puedan utilizar para apoyar en las diferentes etapas de su práctica docente diaria.

Es importante señalar que el EDD se ha empleado principalmente en el tratamiento de los sistemas de los recursos de los profesores (Gueudet y Trouche, 2009; Ruthven, 2011; Trgalová et al., 2019). De esta manera se entiende por Sistema de Recursos el conjunto de recursos utilizados por el profesor dentro de un mismo propósito de su acción, cuya estructura está determinada por actividades profesionales de una misma familia, por ejemplo, preparar clases, diseñar guías de trabajo, corregir exámenes, utilizar en las clases materiales para la enseñanza.

Metodología

El estudio que se reporta da cuenta de una metodología de tipo cualitativo que se asocia a la investigación reflexiva desde el EDD, que toma como referencia los planteamientos de

Gueudet y Trouche (2011b) y de Moraes Rocha (2018) quienes plantean que el EDD se centra especialmente en la investigación reflexiva. Algunos principios para destacar son los siguientes:

1. Un principio de seguimiento a largo plazo.
2. Un principio de seguimiento dentro y fuera de la clase.
3. Un principio de recopilación amplia de los recursos materiales utilizados y producidos en el trabajo de documentación del profesor.
4. Un principio de seguimiento reflexivo del trabajo de documentación.

Para la aproximación teórica que estudia el conocimiento del profesor de matemáticas desde el EDD se realiza un análisis de tipo deductivo. En donde interesa la relación entre el docente y los recursos.

La estructura metodológica para recolectar información y obtener los datos está determinado por ciclos de observación que se desarrollaron con tres profesores seleccionados, siguiendo los planteamientos de Wessels (2018), para realizar una planificación, observación y un análisis reflexivo de manera conjunta con tres profesores.

Es importante tener en cuenta que los resultados que se presentan corresponden a uno de los tres ciclos de observación que se documentaron en todo el proceso investigativo. De esta manera, los instrumentos se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1
Relación instrumentos - ciclo de observación

Tipo de Instrumento	Planificación	Observación	Análisis reflexivo
Entrevista semiestructurada	Conocer los objetivos de enseñanza y aprendizaje que orientan la planificación de una clase, además de los recursos que integra en el diseño.	No se utiliza	Realizar una reflexión conjunta sobre los momentos de enseñanza en donde están presentes oportunidades pedagógicas mediadas por recursos pedagógicos
Registro de análisis para documentos de planificación	Caracterizar el sistema de recursos del profesor y posibles acciones que deriven en oportunidades pedagógicas	No se utiliza	No se utiliza
Registro de observación de clase y análisis de las transcripciones correspondientes	No se utiliza	Identificar momentos de enseñanza en donde están presentes oportunidades pedagógicas mediadas por recursos pedagógicos	No se utiliza

Fuente: elaboración propia

Resultados

Se presenta los resultados de acuerdo con los tres profesores. Para esto se usan seudónimos para presentar los profesores. En primer lugar, se reconoce que los profesores pertenecen a Instituciones Educativas Oficiales y Rurales ubicadas en el Departamento del Valle del Cauca y durante su proceso formativo han recibido apoyo del estado a través de una beca que le permitió realizar su maestría. En el trabajo realizado en su trabajo de grado se logra identificar el interés por integrar recursos digitales y manifiestan un interés por participar en espacios académicos en donde puedan ser acompañados por otros colegas. El primero corresponde a una profesora que la llamaremos Lucia, quien tiene más de 16 años de experiencia como profesora de matemáticas y trabaja en una Institución Educativa Rural ubicada en el municipio de Bolívar – Valle del cauca. Actualmente trabaja con los grados de 6° a 11°. El segundo caso corresponde al profesor Jhon, quien tiene también más de 16 años de experiencia y trabaja en una Institución Educativa ubicada en el Municipio de Cali – Corregimiento EL hormiguero. El profesor trabaja con los grados de sexto y séptimo. El tercer caso es el de la profesora Maribel y se desempeña como profesora en una Institución Educativa ubicada en el corregimiento El Saladito en el área rural del municipio de Santiago De Cali. La profesora tiene a su cargo el trabajo con grado sexto y séptimo.

El caso de Lucia

La profesora Lucia le da un lugar importante al libro de texto en sus planificaciones, puesto que durante el desarrollo del ciclo de observación se vuelve sobre este recurso en reiteradas ocasiones, del cual surgen los talleres que ella propone para la clase. Así mismo, considera que el contexto es un factor que puede ayudar a comprender el eje temático, por lo que lo usa para cambiar las condiciones del ejercicio y ajustarlo a una realidad que es más familiar para el estudiante.

Lucia, menciona en algunos momentos que no realiza trabajo colaborativo, sin embargo, en la entrevista menciona espacios que le permiten abstraer información importante para seleccionar los contenidos. En estos espacios le da más importancia a las reuniones programadas con profesores del Ministerio de Educación nacional, en las cuales se delimita los ejes temáticos a unos que tengan mayor aplicabilidad en el contexto social del estudiante.

Otro de los asuntos que mencionan es que no se usa la tecnología en las clases, lo cual es confirmado en la observación de la clase. Aunque se reconoce su uso durante el ejercicio de la planificación, para consultas a páginas web y al plan de área; se desea incluir este tipo de herramientas en el aula para favorecer el aprendizaje de los estudiantes, dado que se tiene la idea de que mediante la visualización se puede aprovechar mejor el contenido y mirar la aplicabilidad matemática.

Se logra percibir en su práctica que la experiencia docente y los conocimientos previos de los estudiantes son asimilados como recursos y más que esto como fuente de información para la selección de las temáticas. Lo cual pudo confirmarse en la observación de la clase, cuando la profesora colocaba mayor atención a los estudiantes que no tenían las mismas bases teóricas que el resto, por lo que usaba sus inquietudes para permitir discusiones en clase. Con esto se puede evidenciar que, los conocimientos previos toman el papel de recurso, en la medida en que a partir de ellos se planteaban participaciones en todo el grupo.

El caso de Jhon

El profesor Jhon centra su atención en el plan de aula, el cual es fundamental para su proceso de planificación, ya que se distribuye por grado y por periodos a lo largo del año, también menciona el plan de área que se trabaja de forma conjunta con los docentes y es lo único que realiza en trabajo colaborativo. Al abordar el plan de área y plan de aula también integra los referentes curriculares, procesos matemáticos como la ejercitación, la resolución de problemas y el que más destaca el profesor es la comunicación ya que sea de forma oral o escrita le permite llegar a los demás procesos.

Entre los recursos que más usa en su planeación están los libros de texto que ha otorgado el Ministerio de Educación, que retoma particularmente definiciones matemáticas. Otro recurso es su cuaderno de apuntes en el que se encuentran definiciones o ejercicios para integrar en su planeación. Otros recursos que utiliza son las páginas web, talleres individuales o grupales, quizzes, uso de video beam para presentar imágenes o juegos dependiendo del tema a trabajar.

Un aspecto relevante para el profesor es el uso de la tecnología como el video beam, pero no se ven en la observación de clase. Para el profesor usar estos recursos no es recurrente por la falta de estos recursos en la institución.

Para Jhon todas las evidencias que se recogen en clase, como las participaciones, apuntes de los estudiantes, incluso los gestos, los toma como recursos que en próximas planificaciones le permitirán decidir y poder implementar a partir de lo que le ha funcionado, esto se lo puede observar en la planificación cuando Jhon pone atención a cómo interactúan sus estudiantes y como resuelven la actividad que le propuso a sus estudiantes.

El caso de Maribel

La profesora Maribel manifiesta que usa el libro de texto para selección de las temáticas, lo cual es sintetizado y organizado en un cuaderno; el material manipulativo lo usa eventualmente y el uso de recursos digitales dentro del aula aún no se evidencia, aunque para la planeación si lo menciona. Sobre el trabajo colaborativo con los colegas no se reporta información. En relación con los recursos, dice utilizar los libros de texto, la malla curricular y diversas fuentes de internet.

Para el proceso de planeación, se puede decir que la profesora se encuentra en constante documentación, dado que, ella afirma leer artículos de revistas, los cuales le dan luces para organizar su clase, de la misma manera, lo hace con las matemáticas de Singapur, las cuales le muestran un camino para el uso de materiales concretos.

Sobre el material concreto, Maribel hace énfasis en la importancia de su uso dentro de las clases de matemáticas, aunque también menciona no volver mucho a ellos cuando se está trabajando sobre el pensamiento numérico, sin embargo, en la clase observada se muestra todo lo contrario. Así mismo, manifiesta usar ejemplos de la vida real cuando se nota poca comprensión en los estudiantes con respecto a un eje temático, pero en los registros de la clase, no hay intervenciones donde se utilice el contexto, dado que, la explicación solo se limita a la parte matemática.

Con respecto a los recursos que usó en la clase, en especial la regleta de cuisenaire fue fundamental para crear interacciones, se observó que los estudiantes tendían a cuestionarse si se desarrolló bien o no la actividad, es ahí donde interviene la profesora para identificar errores y corregir haciendo uso del mismo recurso para su explicación.

Referencias y bibliografía

Arboleda, L. (2016). La preparación de docentes de Matemáticas en Colombia. Cuadernos de Investigación y Formación En Educación Matemática, 11(15), 409–418. https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/23837/24005

Artigue, M. (2019). Reflecting on a theoretical approach from a networking perspective: the case of the documentational approach to didactics. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.), The' Resource' Approach to Mathematics Education (Springer, pp. 89–118).

Cruz-Rojas, G., Garzón, D., y Arboleda, L. (2022). Estudios de la práctica de enseñanza desde el enfoque documental de la didáctica. Redipe, 11(8), 1–17.

de Moraes Rocha, K. (2018). Uses of Online Resources and Documentational Trajectories: The Case of Sésamath. In L. Fan, L. Trouche, C. Qim, S. Rezat, y J. Visnovska (Eds.), Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources (Springer, Cham., pp. 235–258). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73253-4_11

Gonzalez, M., y Cruz, G. (2018). Estudio de algunas perspectivas teóricas y metodológicas propuestas en las tesis de maestrías realizadas en el grupo de Educación Matemática de la Universidad del Valle , en el periodo 2005-2017 Study of some theoretical and methodological perspectives pr. Revista Virtu@lmente, 6 (1).

Guacaneme, E., Obando, G., Garzón, D., y Villa-Ochoa, J. (2013). Informe sobre la Formación inicial y continua de Profesores de Matemáticas : El caso de Colombia. Cuadernos de Investigación y Formación En Educación Matemática, 8, 11–49.

Gueudet, G., y Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? Educational Studies in Mathematics, 71(3), 199–218. https://doi.org/10.1007/s10649-008-9159-8

Gueudet, G., y Trouche, L. (2011). Teachers' work with resources: Documentational geneses and professional geneses. In G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), From Text to "Lived" Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development (Springer Netherlands, pp. 23–41). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1966-8_2

Huang, X., Huang, R., y Trouche, L. (2022). Teachers' learning from addressing the challenges of online teaching in a time of pandemic: a case in Shanghai. Educational Studies in Mathematics, 1–19. https://doi.org/10.1007/s10649-022-10172-2

Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación. (2020). Colombia hacia una sociedad del conocimiento. Reflexiones y propuestas (1st ed.). Vicepresidencia de la República de Colombia.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2018). Plan especial de educación rural. Hacia el desarrollo rural y la construcción de paz.

Ruthven, K. (2011). Constituting digital tools and materials as classroom resources: The example of dynamic geometry. In G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), From Text to "Lived" Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development (Springer Netherlands, pp. 89–103). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1966-8_5

Sánchez, M. (2010). Orquestación documentacional : herramienta para la estructuración y el análisis del trabajo documentacional colectivo en línea. Recherches En Didactique Des Mathématiques, 10(3), 367–397.

Trgalová, J., Sokhna, M., Assis, C., Alturkmani, M., Espindola, E., Hammoud, R., y Sayah, K. (2019). Teachers' Resource Systems: Their Constitution, Structure and Evolution. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.), The'Resource'Approach to Mathematics Education (Springer, Cham., pp. 197–256). https://doi.org/10.1007/978-3-030-20393-1_9

Wessels, H. (2018). Noticing in Pre-service Teacher Education: Research Lessons as a Context for Reflection on Learners' Mathematical Reasoning and Sense-Making. 731–748. https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5_41

Xavier, A., Ferreira, M., y Trouche, L. (2021). Uma análise da produção acadêmica a respeito da gênese documental entre 2012 y 2020. Educação Matemática Pesquisa: Revista Do Programa de Estudos Pós-Graduados Em Educação Matemática, 23(3), 339–361. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2021v23i3p339-361

Comunicação e Matemática: o Diálogo e a Resolução de Problemas para a Construção de Aprendizagens Matemáticas

Joseane Mirtis de Queiroz **Pinheiro**
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP/Rio Claro - SP
Brasil
mirtis.queiroz@unesp.br
Flávia Sueli Fabiani **Marcatto**
Instituto de Matemática e Computação - Universidade Federal de Itajubá
Brasil
flaviamarcatto@unifei.edu.br

Resumo

Esta pesquisa em andamento tem objetivo compreender e analisar práticas comunicativas que surgem das interações professor-alunos na sala de aula, que podem contribuir para oportunidades de aprendizagens matemáticas para alunos do Ensino Médio, tendo a resolução de problemas como abordagem de ensino-aprendizagem. De natureza qualitativa interpretativa, segue uma metodologia baseada em estudo de caso. A comunicação matemática tem seu reconhecimento como instrumento de ensino-aprendizagem, dispondo de elementos não suficientemente investigados nas diferentes práticas dos professores. Pontua-se a importância de abordar essas práticas por meio do ensino exploratório da Matemática, valorizando a comunicação como elemento de aprendizagem e a resolução de problemas numa abordagem orientada discursivamente. Em parcerias de coaprendizagem, buscamos implementar uma proposta de resolução de problemas com professores de Matemática do Ensino Médio em comunidades de desenvolvimento profissional. Discutiremos como vem evoluindo ao longo do processo de implementação e como as oportunidades de aprendizagem podem emergir ao longo da investigação.

Palavras-chave: Comunicação; Ensino exploratório; Resolução de problemas; Ensino médio; Parceria de coaprendizagem.

Introdução

Construir um pensamento investigativo sobre um tema tão recorrente na sala de aula de matemática como é a comunicação, não é algo fácil, tão pouco simples. Por ser um campo abrangente de pesquisa, seu reconhecimento como instrumento de ensino e aprendizagem está em constante discussão por sempre dispor de elementos não suficientemente investigados e/ou necessariamente refletidos nas diferentes práticas letivas dos professores. Nesse sentido, o que pontua a importância desta pesquisa são as práticas comunicativas dos professores nos processos de interação com os alunos, de forma oral e escrita, que se fazem presentes na sala de aula de Matemática.

As práticas comunicativas é o foco principal desta pesquisa, em andamento, por se fazerem presente a todo instante na sala de aula, sendo um forte componente inserido nas ações do professor e dos alunos. Vivemos tempos de mudanças rápidas e acentuadas. As práticas comunicativas bem como o conhecimento matemático, as formas de ensino e o tratamento dado à comunicação na sala de aula, continuam a emergir e evoluir. Percebe-se um novo enquadramento conceitual para a comunicação na sala de aula, dada a sua relevância atualmente deste importante instrumento de ensino-aprendizagem. Desde os anos 80 do século passado, diante dos movimentos de reforma do ensino, há uma valorização das interações sociais e dos processos de negociação de significados como fator importante nas situações educativas.

A abordagem destas práticas nesta pesquisa, dar-se-á num contexto de ensino exploratório da Matemática apoiado na abordagem de resolução de problemas orientada discursivamente. O ensino exploratório permite ao estudante participar de tarefas matemáticas significativas e desafiadoras, onde possa refletir e entender a Matemática pautada em seus conhecimentos prévios. Pensar sobre ideias importantes da Matemática e compartilhar delas em sala de aula, poderá ajudar os alunos a buscar sentido para sua aprendizagem. O que almejamos com esta pesquisa, é valorizar uma abordagem de ensino exploratório "centrado no trabalho dos alunos quando se envolvem na exploração de tarefas matemáticas" (Ponte, 2005) apoiados no Modelo Exploratório de Resolução de Problemas (MERP) de Koichu (2018), como forma de eliciar as ideias matemáticas dos resolvedores, e no diálogo construído durante a ação de resolver.

A BNCC (Base Nacional Comum Curricular)[1] traz a resolução de problemas como um processo capaz de potencializar as aprendizagens matemáticas, bem como desenvolver o seu letramento. Ressaltamos que "não se trata apenas de escolher uma tarefa interessante e de proporcionar tempo aos alunos para que resolvam e apresentem uma solução" (Canavarro, Oliveira e Menezes, 2014, p. 218). Entendemos que o professor pode desenvolver um diálogo interativo que favoreça o desenvolvimento de estratégias de resolução, individual e coletiva, valorizando conhecimentos prévios, interações e comunicação. Intrínseca à essa ideia está a prática do professor, cuja intervenção junto ao aluno, no processo de construção do conhecimento, é de extrema importância, o que nos faz ter interesse direto por suas intervenções em cada fase da aula, descrevendo-as com detalhes, bem como os diálogo que constrói com os alunos enquanto ensina.

[1] Documento que regulamenta as aprendizagens essenciais a serem trabalhadas nas escolas brasileiras, da Educação Infantil ao Ensino Médio.

A comunicação nesta pesquisa, é entendida como um "conjunto de interações sociais onde participantes interagem entre si, trocam informações e se influenciam mutuamente na construção de significados" (Guerreiro 2011, p. 64). Não se limitando a simples transmissão de informações, mas entendida como um processo de construção que ocorre nos diversos contextos, devendo considerar as representações a eles subjacentes e a forma de expressão utilizadas pelos participantes. Como nosso interesse é ter a comunicação como elemento de aprendizagem na sala de aula de matemática, nos deteremos em investigar práticas comunicativas do professor em interação com os alunos neste ambiente, apoiadas na resolução de problemas e na representação de estratégias de forma oral ou escrita. A resolução de problemas deve ser entendida "como um envolvimento com situações matemáticas às quais o solucionador atribui problematicidade, não tendo um caminho pronto de solução disponível, mas um pano de fundo apropriado para encontrar uma solução" (Koichu et al, 2022).

Entendemos que a comunicação se faz presente na sala de aula por meio de diálogos, representações, gestos, símbolos e que isso vem favorecer um conhecimento matemático reflexivo e com compreensão. A negociação de significados deve estar presente nessas interações promovendo o conhecimento matemático que emerge dessa prática discursiva, desenvolvida na sala de aula decorrente da ação coletiva de comunicação.

Objetivo e questão de pesquisa

Compreender e analisar práticas comunicativas, em Matemática, que surgem das interações entre professor e alunos, expressas por meio de diálogos na sala de aula, que podem contribuir para gerar oportunidades de aprendizagens matemáticas para alunos do Ensino Médio, tendo a Resolução de Problemas como uma abordagem de ensino e aprendizagem, orientada discursivamente.

Nessa perspectiva, pretende-se evidenciar uma melhor compreensão de conteúdos e conceitos abordados na dinâmica do ensino exploratório permitindo ao professor explorar o potencial da tarefa de modo a tornar esse recurso elemento de aprendizagem. Sabendo da complexidade do contexto de sala de aula, e das necessidades de uma formação continuada de qualidade, buscamos abordar uma proposta de implementação da abordagem de resolução de problemas dentro do contexto do ensino exploratório da matemática, no intuito de motivar e desenvolver neste ensino contribuições à aprendizagem dos alunos.

A implementação de resultados de pesquisa em Educação Matemática, no contexto deste estudo, é entendida na perspectiva de Jankvist et al. (2021) como uma perturbação ecológica de um determinado sistema educativo através do apoio gradual à inovação em conjunto com um plano de ação destinado a resolver o que é percebido como um problema por pelos menos uma das partes. O problema percebido foi o pouco ou nenhum envolvimento dos futuros professores com tarefas instrucionais, na visão socioconstrutivista, no decorrer do processo formativo em questão.

É fato importante considerar e não perder o foco sobre aspectos relacionados à vida profissional dos professores e a relação que possuem com a Matemática: como a ensinam, como a comunicam e que relações estabelecem com os alunos durante a resolução de problemas.

Dessa forma, entendemos que a estrutura da tarefa planejada para o aluno tem relação com as ações que o professor deseja desenvolver, considerando a compreensão deles. Tarefas desafiantes tornam-se essenciais para a construção de diálogos na sala de aula, que explicitem o pensar dos mesmos sobre o problema e a intervenção do professor no direcionamento do trabalho pedagógico. A construção da aprendizagem pelo aluno está amparada na prática do professor, que segundo Ponte et al (2013, p. 55) pode ser encarada como a “atividade que ele desenvolve, de modo recorrente, no quadro das suas funções profissionais, e que se desdobra em ações realizadas segundo um plano de ação”. Concordando com o pensamento do autor e considerando o objetivo desta pesquisa, temos a seguinte questão de investigação:

Como as práticas comunicativas construídas por meio de diálogos interativos entre professores e alunos, na sala de aula, durante a resolução de problemas, podem promover oportunidades de aprendizagens matemáticas significativas para alunos do Ensino Médio?

É interessante considerar as experiências sociais, emocionais e de conhecimento que ele possui e fazê-lo avançar em suas expectativas, gerando conhecimentos novos que sejam repletos de significados. O professor tem papel fundamental na realização desta ação, devendo ser mediador entre as experiências que o aluno possui e muitas outras que venha a possuir durante seu percurso escolar.

Metodologia

O ensino exploratório é uma perspectiva metodológica que busca desenvolver o conhecimento matemático do aluno e a comunicação é sustentada por processo de discussão e negociação de significados que alimentam a produção e consolidação desses conhecimentos. Tendo em conta o objetivo, a questão de pesquisa e sua natureza qualitativa, interpretativa, este estudo em uma abordagem metodológica centrada em estudos de caso (Yin, 2010; Ponte, 2006). Esta perspectiva apresenta-se adequada para desenvolver esta pesquisa, por possibilitar que experimentos teóricos de ensino se transformem em práticas que dão significado à aprendizagem, pois sua vertente de estudo é a sala de aula procurando descobrir o que nela há de essencial e característico quando o diálogo impulsiona a construção de conhecimento.

Yin (2010, p. 20) o estudo de caso é um tipo de investigação que permite preservar as características holísticas e significativas dos acontecimentos da vida real, no desejo de compreender fenômenos sociais complexos. Além disso, “no estudo de caso, seja ele qual for, é sempre preciso dar atenção à sua história (o modo como se desenvolveu) e ao seu contexto (elementos externos, realidade local, natureza social ou sistêmica que mais o influenciaram)”, como refere Ponte (2006, p. 5). A investigação qualitativa traz a perspectiva de que as coisas sejam estudadas em seu ambiente natural, sendo a realidade socialmente construída, não de forma única, mas observada e interpretada de diversas formas, pois “pesquisadores não encontram conhecimento, eles o constroem” (Cobb et al., 2003, p. 10). A interação com o outro é de extrema importância para formação de sentidos e significados permutáveis, subjetivos ou não, mas que nos fazem compreender o mundo em que vivemos e atuamos.

Com essa finalidade, a investigação está em andamento, através de uma parceria de coaprendizagem (Koichu 2018) que chamamos de Aliança Professor-Pesquisador para a Investigação da Aprendizagem Matemática (APPIAM), que é uma estrutura teórico organizacional para apoiar, aprimorar o ensino de matemática, onde professores e pesquisadores participam de pesquisas partindo de questões que têm potencial para impactar ambas as comunidades. Este estudo é conduzido através de um projeto de extensão universitária, com vistas ao desenvolvimento profissional de professores de matemática em sala de aula. A investigação está sendo realizada com um grupo de professores do Ensino Médio, de uma escola pública da rede estadual de ensino da cidade de Afogados da Ingazeira – PE e seu desenvolvimento está estruturado em perspectivas pretendida-planejada-decretada-vivenciada (Koichu, 2018). Pesquisador e professores estudam e discutem a resolução de problemas, realizam oficinas de resolução e planejam sua implementação em sala de aula. Durante essas ações, pesquisador e professores de forma colaborativa, estudam e discutem sobre a resolução de problemas; escolhem problemas para resolver de diversas formas; refletem sobre conceitos matemáticos e hipóteses de resolução dos alunos para depois planejar a implementação em suas salas de aula.

Análise de resultados

Os dados serão tratados conforme definem Bogdan e Biklen (1994) que consideram a análise de dados um processo de busca e de organização sistemática de transcrição de entrevistas, notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados. Também tem o objetivo de aumentar a própria compreensão de professores e pesquisadores sobre esses materiais que lhe permitirá apresentar aos outros aquilo que encontrou. Também está envolvido neste processo “o trabalho com dados, a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspectos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros” (Bogdan e Biklen,1994, p. 205)

Os dados serão coletados através de gravações de áudio e vídeo, realizados durante as fases de realização das tarefas planejadas e vivenciadas colaborativamente na cadeia de implementação junto aos participantes da pesquisa em episódios de aulas.

Considerações Finais

Percebe-se, no contexto da Educação Matemática, que práticas comunicativas são cada vez mais valorizadas na sala de aula de Matemática e que estas vêm favorecendo a aprendizagem. O ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos representam uma preocupação eminente atualmente, à medida que se almeja a formação de um estudante crítico e produtor de conhecimentos. O ensino exploratório é uma das formas de abordagem de conteúdo, conceitos e representações que favorece essas práticas, quando bem planejado, pois traz um ensino centrado no estudante, valorizando suas experiências e permitindo a construção de outras por meio das interações e dos diálogos construídos na sala de aula.

A Resolução de Problemas é uma abordagem de ensino e aprendizagem que permite aproximar essa realidade, pois o problema deve estar ligado ao contexto e promover um desafio ao estudante. As práticas comunicativas, a construção de diálogos, as interações e o ensino exploratório da Matemática permitem envolver os estudantes em discussões matemáticas produtivas, fazendo-os refletir e expressar seus conhecimentos, e a partir destes avançar na construção de novos saberes.

Referências e bibliografia

Bogdan, R. C.; Biklen, S. K. (1994) *Investigação Qualitativa em Educação:* Uma Introdução à Teoria e aos Métodos**.** Coleção Ciências da Educação. Portugal: Porto Editora 1994. 337 p. Tradução de: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista.

Cobb, P. et al (2003) Designing experiments. In: *educational research. Educational Researcher, 32*(1), p. 9-13.

Brasil, Ministério da Educação. (2017) *Base Nacional Comum Curricular***.** Brasília: MEC.

Canavarro, A. P., Oliveira, H., Menezes, L. (2014) Práticas de ensino exploratório da Matemática: Ações e intensões de uma professora. In: *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. PONTE, João Pedro da. (Org.) Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. 1ª Edição.

Jankvist, U.. T. et al .(2021) Launching Implementation and Replication Studies in Mathematics Education (IRME), *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, *1*(1), p.1-19.

Koichu, B. A (2019*)* Discursively Oriented Conceptualization of Mathematical Problem Solving. In: *Professional Development*, *Research in Mathematics Education*, P. Felmer et al. (eds.), Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher. Springer nature.

Koichu, B. (2018*).* Mathematical problem solving in choice-affluent environments. In Kaiser, G., Forgasz, H, Graven, M., Kuzniak, A., Simmt, E. & Xu, B. (Eds.) *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematics Education*, ICME-13 Monographs (pp. 307-324). Springer.

Koichu, B., Cooper, J., & Widder, M. (2022). Implementation of Problem Solving in School: From Intended to Experienced. *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education* (2022) 1–31.

Pinto, A. & Koichu, B. (2021*)* Implementation of mathematics education research as crossing the boundary between disciplined inquiry and teacher inquiry. *ZDM - Mathematics Education*.

Menezes, L. et al (2014) Comunicação nas Práticas Letivas dos Professores de Matemática**.** In: *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. PONTE, J. P. (org.). Lisboa.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In: *GTI (Ed.) O professor e o desenvolvimento curricular*. p. 11-34, Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2006) Estudos de Caso em Educação Matemática. *Bolema* 25, pp. 105-132.

Ponte, J.P. et al (2013) Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, 22(2) p. 55-80.

Ponte, J.P. & Martinho, M. H. A (2005*)* Comunicação na sala de aula de Matemática: um campo de desenvolvimento profissional do professor. *Actas do V CIBEM* (CD-ROM), Porto, p. 17-22.

Yin, R. (2010) *Estudo de Caso:* Planejamento e Métodos**.** 3ª edição, Porto Alegre: Bokman.

Conhecimento Interacional-Mediacional mobilizado por professores na aplicação de sequências de atividades de Geometria

Solange Fernandes Maia **Pereira**
PPGECIM, Universidade Luterana do Brasil, ULBRA Canoas
Brasil
prosolangemaia@yahoo.com.br
Carmen Teresa **Kaiber**
PPGECIM, Universidade Luterana do Brasil, ULBRA Canoas
Brasil
carmen_kaiber@hotmail.com

Resumo

Apresentam-se, aqui, parte dos resultados de uma investigação de base qualitativa, desenvolvida no âmbito de uma tese de doutorado e que teve por objetivo investigar o desenvolvimento de conhecimentos e procedimentos referentes ao processo de ensino da Geometria junto a professores e futuros professores de Matemática da Educação Básica, do Município brasileiro de Paulo Afonso/BA, a partir de um processo de formação de professores estruturado sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento (EOS). No contexto de aulas remotas (videoconferencias), contou-se com a participação de cinquenta e quatro professores e futuros professores para o desenvolvimento de vinte e quatro sequências de atividades, cujas estruturações e percursos didáticos foram desenvolvidos considerando, também, o que preconiza a Base Nacional Comum Curricular. Nas análises, referenciadas pelos indicadores do Guia de Análise Interacional-Mediacional, aponta-se alta adequação didática referente a adaptações de materiais de ensino, percursos didáticos e aos níveis cognitivos dos estudantes.

Palavras-chave: Formação de Professores; Enfoque Ontossemiótico; Geometria.

Introdução

Esta comunicação refere-se a um recorte de uma pesquisa que emergiu a partir da seguinte inquietação: “Quais os conhecimentos que um professor deve mobilizar quando da aplicação de uma sequência de atividades de Geometria, com foco na aprendizagem dos estudantes?". A investigação, de base qualitativa, foi desenvolvida no âmbito de uma tese de doutorado e ocorreu em um espaço formativo de professores de Matemática, estruturado com base nos constructos teóricos do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS) (Godino, Batanero & Font, 2008), especificamente, dos chamados Conhecimentos Didático-Matemáticos (CDM), modelados no âmbito desse constructo (Pino-Fan & Godino, 2015). Vale ressaltar, que frente à pandemia da COVID-19, foi implementado o modelo de aula remota, tanto para se efetivar os encontros do curso de formação de professores, quanto para a aplicação das sequências de atividades junto aos estudantes.

Particularmente, se apresenta, aqui, a análise do desenvolvimento dos conhecimentos interacionais-mediacionais mobilizados por um grupo de 54 professores e futuros professores quando da estruturação e aplicação de 24 sequências de atividades explorando tópicos de Geometria com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Para a implementação destas foram considerados os aportes do EOS com o estabelecido na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018), as quais orientaram as tomadas de decisões diante de planejamentos com foco nas expectativas de aprendizagens dos alunos. A análise tem como foco os CDM mobilizados pelos participantes da investigação na aplicação das sequências de atividades envolvendo saberes geométricos, cujas avaliações foram efetivadas por meio dos componentes e indicadores do guia de análise interacional-mediacional, que é um dos protocolos que compõem o Guia de Análise de Idoneidade[1] Didático-Matemática (GAIDM) do EOS (Godino *et al.*, 2013).

Referencial Teórico

O Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS) representa um constructo que "[..] busca construir ferramentas teóricas para analisar conjuntamente o pensamento matemático, os objetos matemáticos que o acompanham, as situações e os fatores que condicionam seu desenvolvimento" (Kaiber, Lemos & Pino-Fan, 2017, p. 535). No que se refere ao professor e sua prática, foi sendo modelizado, no âmbito desse constructo, "[...] um sistema de categorias para analisar o conhecimento do professor de Matemática" (Pino-Fan & Godino, 2015, p. 95), referido como modelo de Conhecimentos Didático Matemático-CDM, que propõe um conjunto de ferramentas e critérios que podem ser utilizados para a análise de programas de formação de professores, para a análise da prática de professores em atuação e, também, como guia para a prática de professores em atuação, sempre com foco na melhoria da qualidade dos processos de ensino e aprendizagem.

Assim, além do domínio de conhecimentos estritamente matemáticos, o profissional professor necessita do domínio de outros conhecimentos, os quais intervêm no desenvolvimento de um conteúdo matemático para aplicação em sala de aula. Nesse contexto, o modelo do CDM é apresentado a partir de três dimensões: dimensão matemática, dimensão didática e dimensão meta didático-matemática, sendo que aqui, serão evidenciadas apenas as características da dimensão didática, por ser esta a representação dos CDM a qual evoca aspectos a serem

[1] Idoneidade Didática é um "[...] sistema de indicadores empíricos identificados em cada uma das facetas que se constitui em um guia para análise e reflexão sistemática que contribui como critérios para a melhoria progressiva dos processos de ensino e aprendizagem" (Godino *et al.*, 2017, p. 95).

considerados pelo professor no sentido de mobilizar os saberes especializados, os quais influenciam diretamente nas ações didáticas.

Assim, as categorias (facetas) que compõem a dimensão didática serão aqui apresentadas por meio do Guia de Análise de Idoneidade Didático-Matemática (GAIDM)[2], o qual pode ser aplicado a processos de instrução matemática conduzidos em qualquer nível educacional, o que inclui cursos de formação de professores e, neste caso, adaptado para estudos dos CDM mobilizados pelos professores por meio da estruturação e aplicação das sequências de atividades, proposta no curso de formação. Para tanto, aponta-se que o GAIDM "[...] se trata, na verdade, de uma família de instrumentos que sintetizam, em cada caso, os princípios didático-matemáticos [...]" (Godino *et al*., 2013, p. 70) tomados para análises de processos instrucionais específicos que compõem a Idoneidade Didática (Epistêmica, Cognitiva, Afetiva, Interacional, Mediacional e Ecológica) do EOS.

No âmbito deste constructo, a análise e avaliação do nível de adequação didática é qualitativa, a partir dos indicadores apontados no Guia de Análise e para o qual são atribuídos graus de adequação (alta, média e baixa), tal como apontado em Godino, Batanero & Font (2008). Assim, a partir da identificação da presença (ainda que parcial) ou não dos indicadores são atribuídos os graus de adequação. Os componentes e indicadores que compõem o Guia de Análise de Idoneidade Didático-Matemática podem ser vistos na íntegra em Godino *et al*. (2013), porém, destaca-se que para a análise apresentada foram tomados os apresentados no Quadro 1:

Quadro 1
Componentes e Indicadores de Análise Interacional-Mediacional.

Componentes	Indicadores
Interação professor-aluno	a) Faz uma apresentação adequada do tema (apresentação clara e bem-organizado, não fala muito rápido, enfatiza os conceitos-chave do tópico. b) Reconhece e resolve os conflitos dos alunos (perguntas e respostas são adequadas ao desenvolvimento da aula) buscando chegar a um consenso com base no melhor argumento. c) Adota vários recursos retóricos e argumentativos para sugerir e capturar a atenção dos alunos e amplificar as aprendizagens dos estudantes.
Interação aluno-aluno	a) O diálogo e a comunicação entre os alunos são favorecidos. b) Os argumentos convencem a si próprios e aos alunos da validade de suas declarações, conjecturas e respostas, baseando-se em argumentos matemáticos.
Recursos materiais e Percursos Didáticos	a) São utilizados materiais de manipulação dinâmica digitais e não-digitais e que permitem a introdução de boas situações, linguagens, procedimentos, argumentos adaptados ao conteúdo alegado. b) As definições e propriedades são contextualizadas diante do uso de situações e modelos concretos que permitam a visualização dos entes geométricos. c) Os percursos didáticos prezam pelos níveis cognitivos dos estudantes, seguindo a lógica de levantamento de conhecimentos prévios articulados com os novos saberes e finalizando com ações didáticas de sintetização destes.

Fonte. Adaptado de Godino *et al*. (2013).

[2] Tradução livre de Guía Valoración Idoneidad Didáctica (GVID-IDM) (Godino *et al*., 2013)

É pertinente abordar-se que a faceta epistêmica funcionou, aqui, como um instrumento de análises dos aspectos estruturais das sequências de atividades e as demais para avaliações do desenvolvimento de conhecimentos didático-matemáticos em sala de sala. Também, reforça-se que diante das análises segue-se a orientação de Pino-Fan e Godino (2015), que no âmbito do CDM, apresentam a Idoneidade Didática organizada em quatro categorias (Epistêmica, Ecológica, Cognitiva-Afetiva e Interacional-Mediacional), sendo estas agrupadas de acordo com as suas articulações e aproximações. Especificamente, para a análise de materiais e para observações *in loco,* foram utilizados os indicadores qualitativos da faceta interacional-mediacional para produzir as análises, que se relacionam a mobilização de conhecimentos didático-matemáticos que possibilitem a promoção de diferentes modos de interação na sala de aula; gestão das dificuldades de aprendizagem e da utilização de recursos materiais no processo ensinar e de condução dos percursos didáticos em sala de aula.

Ainda, levando-se em consideração que o objeto de estudo da investigação teve como foco a Geometria, foi pertinente considerar-se as propostas da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018), as quais, como já destacado, orientaram as tomadas de decisões diante de planejamentos com foco nas expectativas de aprendizagens dos alunos.

Procedimentos Metodológicos

A investigação, de base qualitativa, se processou nos moldes de uma pesquisa-ação, concebida como um conjunto de ações postas em prática, na perspectiva de potencializar os processos de ensino e de amplificar as expectativas de avanços de aprendizagens dos alunos (Prodanov & Freitas, 2013). Para tanto, se promoveu um curso formativo-investigativo junto a um grupo de 54 professores e futuros professores de Matemática da Educação Básica, do município brasileiro de Paulo Afonso-BA, sendo seis destes atuantes na rede pública de ensino, os quais assumem a supervisão dos 48 futuros professores, estagiários do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia.

Contando com a participação da pesquisadora, os professores e futuros professores se constituíram em membros representativos, engajados de forma participativa e colaborativa na proposta de mobilizar conhecimentos na perspectiva de, no primeiro momento, se estruturar e, na fase seguinte, aplicar as 24 sequências de atividades de Geometria, com propostas de ensino para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, com vistas de se potencializar a aprendizagem dos estudantes. A partir destas foi possível investigar os conhecimentos didático-matemáticos referenciados, neste caso, pelos componentes e indicadores do guia de análise interacional-mediacional do modelo do EOS, disposto por Godino *et al.* (2013), os quais serão destacados nas ideias de análises que se seguem.

Resultados

Discute-se, aqui, algumas evidências observadas do grau de adequação obtido através das análises das interfaces propostas pelo protocolo de análises da faceta interacional-mediacional, que se refere as habilidades que o professor mobiliza a partir de aplicações de sequências de atividades, na perspectiva de se adequar os indicadores que tratam da gestão das interações e dificuldades de aprendizagem, inserção dos recursos materiais e condução dos percursos didáticos, na perspectiva de se amplificar as participações e potencializar as aprendizagens dos estudantes.

No quesito que trata da gestão das "interações em sala de aula" observa-se que a maioria dos professores evidenciaram altas adequações concernentes às argumentações e linguagem para o desenvolvimento de determinados tópicos de conteúdos geométricos, apresentando clareza nas falas explicativas, enfatizando os conceitos-chaves e seguindo com discursos pausados e com organização lógica de pensamentos. E, diga-se, esta coerência foi sempre guiada por materiais didáticos utilizados para as apresentações das aulas que, generalizando-se, apresentavam-se com a inserção de questões abertas para serem resolvidas com a participação dos alunos e foram configurados com ilustrações e *applets*[3] angariados, inclusive, na plataforma do *Geogebra*[4], na perspectiva de chamar a atenção dos estudantes e de promover possibilidades de visualizações das características e propriedades dos entes geométricos através de movimentações dinâmicas na tela do computador. E, entende-se que diante destas ações didáticas o professor mobilizou "[...] conhecimento necessário para antecipar, implementar e avaliar sequências de interações, entre os agentes envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem, visando a fixação e negociação de significados estudantis (aprendizados)" (Pino-Fan & Godino, 2015, p. 101).

Ainda, observou-se com alta adequação didática os processos dialógicos dos professores, os quais estavam adaptados aos níveis de ensino e, inclusive, instigando aos alunos para participarem das aulas, comunicando suas dificuldades e argumentando as suas compreensões e, neste sentido, foi pertinente aos professores a mobilização de conhecimentos que amplificaram as suas capacidades de "[...] conhecer as características do desenvolvimento psicológico dos alunos no nível de ensino em que atuam, seus contextos sociais e culturais, bem como suas motivações, [...] para motivar e promover o progresso dos alunos" (Larios *et al.,* 2012*,* p. 30).

No que refere a gestão dos recursos materiais, os professores estiveram preocupados em se utilizarem de recursos e estratégias de ensino diversificadas e mediadas por materiais de ensino digitais e não digitais, incluindo-se os manipulativos e as atividades propostas em formatos de jogos digitais e, dentre estes meios se destaca o *software* de geometria dinâmica *Geogebra*; *slides* elaborados através do *Power Point* e *Canvas*; objetos de aprendizagem organizados através de plataformas digitais como a do *Wordwal*[5] e o *Kahoot*[6] (Figura 1), com a proposta de se amplificar a inserção e inclusão dos alunos na dinâmica da sala de aula e, também, examinou-se com alta adequação as posturas assertivas de "aproveitar" os argumentos dos alunos, implementando as falas equivocadas, na perspectiva de potencializar as suas participações e, em seguida, validava-se, formalmente, as declarações e argumentos matemáticos representativos.

---

[3] "[…] *Applet* é uma pequena aplicação executada em uma janela de uma aplicação [...] Tem por finalidade estender as funcionalidades de *browsers*, adicionando som, animação, etc […]", https://www.inf.pucrs.br/flash/lapro2/aula_applets.html.
[4] https://www.geogebra.org/materials.
[5] https://wordwall.net/pt.
[6] K https://kahoot.com/

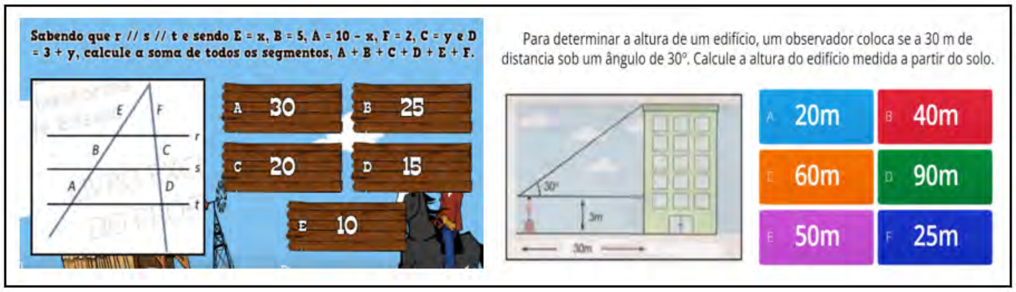


Figura 1. Recortes de questões propostas através de plataformas digitais.
Fonte. a pesquisa, 2022.

Outra ação didática que evidenciou relevante adequação de recursos materiais pelos professores, foi a proposta de oficina de construção dos sólidos geométricos com materiais manipulativos (palitos e pequenas balas ou com moldes em cartolina) e, durante estas aulas, observou-se que os estudantes participaram ativamente do evento e, inclusive, responderam aos questionamentos propostos através da atividade dirigida, quanto as características, nomenclaturas e polígonos que constituíam os entes tridimensionais e, isto, diante de visualizações propiciadas pelas manipulações dos objetos implementados. E, neste contexto, se insere a mobilização da competência dos professores, no sentido de se desenvolver materiais didáticos "[...] para ilustrar situações ou exemplos diretamente na sala de aula. [...] com atividades que envolvem diretamente os alunos de forma ativa" (Larios *et al.*, 2012, p. 25).

Assim, na perspectiva de motivar e promover o progresso dos alunos, os professores executaram, também, adaptações quanto à gestão dos percursos didáticos quando traçaram os caminhos metodológicos com vistas a seguir uma lógica de pensamentos que partia do levantamento de conhecimentos prévios, seguindo pela articulação com os novos saberes e finalizando com a sintetização destes. Estas ações didáticas possibilitaram abordagens dos conteúdos geométricos a partir dos conceitos mais simples para os mais complexos, prezando-se, inclusive, pelos níveis cognitivos da etapa de ensino.

Por fim, se "[...] considera os materiais como parte do conhecimento curricular. No entanto, do nosso ponto de vista, dada as tendências atuais nos currículos de matemática, eles adquirem um papel importante na organização e gestão da aprendizagem" (Pino-Fan & Godino, 2015, p. 101). Portanto, concorda-se que a aplicação, desenvolvimento e análise de curso de formação para professores e futuros professores de Matemática da Educação Básica, tomando como base os constructos do enfoque ontossemiótico (EOS), permite ao professor à amplificação de competências específicas em planejar, implementar e analisar os processos instrucionais, na perspectiva de se promover ensino de forma idôneo (Godino *et al.*, 2013).

Considerações

Evidencia-se que é relevante o investimento em curso de formação de professor de Matemática que proponha a ampliação de conhecimentos didático-matemáticos que potencializem as ações de se utilizar de distintas maneiras de se ensinar, que preze pela elaboração e aplicação de variados materiais de ensino, inclusive, àqueles implementados por recursos tecnológicos e que permitem a movimentação e a visualização dos entes geométricos e, aponta-se que estas práticas oportunizam aos professores investigações diante da própria prática pedagógica e qualificam as trocas de saberes e as interações entre os profissionais em formação e, consequentemente, potencializam a capacidade de aprendizagem dos estudantes, em favor, por exemplo, do desenvolvimento do pensamento geométrico.

Referências e Bibliografia

Brasil. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018.

Godino, J. D., Batanero, C, Rivas, H, Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. *REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática*. Florianópolis, v. 08, n.1, p. 46-74.

Godino, J. D, Batanero, C., Font, V. (2008). Um enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática. *ACTA Scientiae, Canoas, v. 10, n. 2.*

Kaiber, C. T., Lemos, A. V., Pino-Fan, L. R. (2017). Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática (EOS): um panorama das pesquisas na América Latina. *Perspectivas da Educação Matemática*, v.10, n. 23.

Larios, V., Fonte, V., Spindola, P., Sosa, C. & Gimenez, J. (2012). El perfil del docente de Matemáticas. *Em Eureka*, 27, 17-36.

Pino-Fan, L. R., Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada do conhecimento didático-matemático do professor. *Paradigma, Maracay*, v. 36, n. 1, p. 87-109, jun.

Prodanov, C. C., Freitas, E. C. de. (2013). Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. *Novo Hamburgo: Feevale*, 277p.

XVI CIAEM
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education
UNIVERSIDAD DE LIMA
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023
xvi.ciaem-iacme.org

Conocimiento de los profesores de una Comunidad de Práctica cuando enseñan la Función Lineal en el marco del MTSK

Giovanny **Segura** Herrera
Universidad Industrial de Santander
Colombia
giovanny.segura@correo.uis.edu.co
Sandra **Parada** Rico
Universidad Industrial de Santander
Colombia
sanevepa@uis.edu.co
Eric **Flores** Medrano
Universidad Complutense de Madrid
España
erflores@ucm.es

Resumen

El presente reporte presenta algunos resultados de una investigación en curso que se interesa por el conocimiento específico del profesor de matemáticas en el contexto de una comunidad de práctica de educadores matemáticos que reflexiona sobre la atención a la diversidad, esto, con el fin de resaltar las dinámicas de trabajo en equipo de dos profesores cuando plantean e implementan un diseño didáctico para enseñar la función lineal y que además, favorezca la inclusión en el aula de matemáticas, para lograrlo se busca caracterizar su conocimiento especializado por medio del estudio de casos usando como marco teórico y metodológico el modelo MTSK.

Palabras clave: Educación Matemática; Educación secundaria; Enseñanza presencial; Desarrollo profesional; Investigación cualitativa, descriptiva.

Introducción y planteamiento de la investigación

Según, Ponte (1999) el profesor de matemáticas requiere de un vasto conjunto de conocimientos y habilidades para realizar su labor, a los que llama conocimientos profesionales, son estos conocimientos los que dan sentido a la práctica del profesor, esto en concordancia con Flores et al., (2013), quienes aseguran que las concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza que tiene el profesor permean los conocimientos y que, a su vez, dan sentido a las acciones que realiza.

Ponte (2012), considera que la base del conocimiento profesional son las experiencias y las reflexiones sobre estas. El autor quizás busca establecer una relación entre el conocimiento del profesor y la reflexión que realiza sobre su práctica. Adicional a esto el autor plantea "Hay que comprender también la naturaleza de este saber, inseparable de la acción del profesorado y del modo en que es construido en el contexto de la experiencia y por medio de procesos reflexivos" (p.4).

Trabajos como los de Shulman (1986) y Ball et al. (2008), realizan importantes aportes para la caracterización del conocimiento profesional del profesor de matemáticas y que, de acuerdo con Espinoza (2020), son considerados como seminales para proponer el modelo The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK), que, en concordancia con los aportes de (Ponte, 1999; Ponte, 2012), considera el conocimiento del profesor de matemáticas como exclusivo de su profesión, al cual llama conocimiento especializado.

El modelo MTSK, según Escudero (2015), permite identificar la naturaleza del conocimiento específico del profesor de matemáticas, dicho argumento se basa en la siguiente afirmación de la autora:

> El MTSK es un modelo diseñado desde la investigación y para la investigación, cuyo objetivo principal es servir como herramienta teórica y analítica que permita identificar el conocimiento específico del profesor de matemáticas y comprender la naturaleza del mismo, desde un punto de vista sistemático y artificialmente organizado para su análisis. (p.24)

Es así que se considera pertinente caracterizar el conocimiento especializado de profesores cuando reflexionan sobre su práctica y los nuevos retos que deben afrontar en su profesión.

Es por esto que la siguiente investigación (en curso) situa esta investigación en el contexto de una comunidad de práctica (CoP)[1] de educadores matemáticos, en la cual se posibilita un escenario ideal para indagar por el conocimiento especializado de profesores de matemáticas, debido a que es en estas comunidades de práctica se promueve la reflexión de manera constante en cada uno de sus integrantes, tal y como se puede ver en las investigaciones realizadas por (Moreno, 2015; Moreno, 2017; Quintero, 2019)

La característica principal de esta CoP es que reflexionan sobre la atención a la diversidad en la clase de matemáticas, favoreciendo el trabajo colaborativo entre profesores entre profesores en formación inicial y profesores en ejercicio. De este trabajo colaborativo se destaca el de dos profesores que plantean y implementan un diseño didáctico en estudiantes de último año de secundaria de un colegio en una zona rural.

[1] Según (Wenger, 1998, como se citó en Parada y Fiallo, 2022) CoP:

> Es un grupo de personas que comparte una preocupación, un conjunto de problemas o un interés común acerca de un tema, y que profundizan su conocimiento en esta área a través de una estructura social basada en la construcción colaborativa de conocimientos a beneficio de todos sus miembros (p.29)

Debido a que interesa indagar sobre el conocimiento de los profesores en los distintos momentos de su práctica, se considera lo mencionado por Flores et al., (2013) en donde afirma que el modelo MTSK, permite caracterizar el conocimiento del profesor desde sus diferentes prácticas, gracias a sus categorías de conocimiento.

Por lo anterior, se plantea el objetivo de la presente investigación: Caracterizar el conocimiento especializado evidenciado en profesores de matemáticas que enseñan función lineal cuando participan en una comunidad de práctica que reflexiona sobre la atención a la diversidad.

Elementos teóricos: Modelo MTSK

La ilustración 1, permite observar los diferentes aspectos del conocimiento del profesor de matemáticas por medio de los cuales se facilita la caracterización el conocimiento especializado.

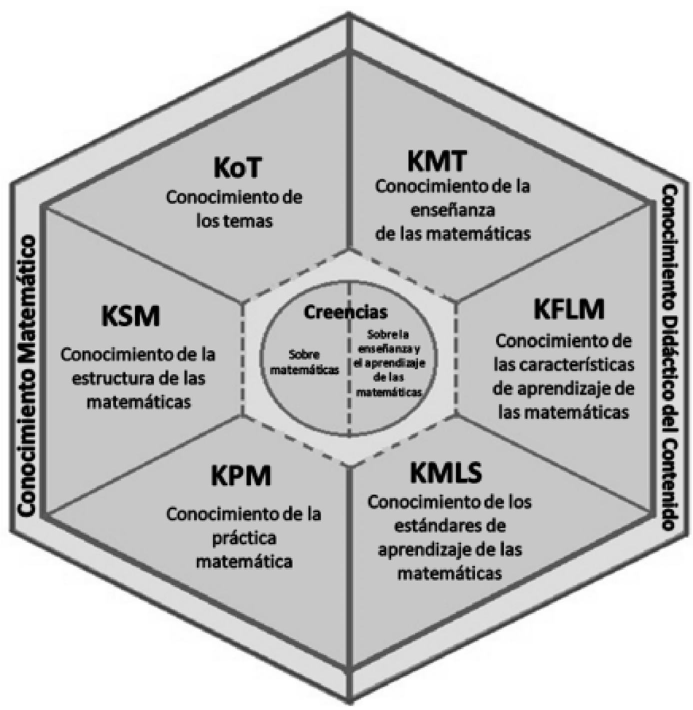


Ilustración 1. Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) con siglas de los subdominios en inglés, Fuente: Escudero (2015, p.25)

En el esquema hexagonal de este modelo se pueden distinguir los aspectos del conocimiento del profesor que facilitan su caracterización (MK: Mathematical Knowledge; KoT: Knowledge of Topics; KSM: Knowledge of the Mathematical Structure; KPM: Knowledge of Practices in Mathematics; PCK: Pedagogical Content Knowledge; KMT: Knowledge of Mathematics Teaching; KFLM: Knowledge of Features of Learning Mathematics; KMLS: Knowledge of Mathematics Learning Standards, en Carrillo et all, (2013)), en donde se destacan dos dominios: a) el dominio del conocimiento de la matemática (MK) y b) el dominio del conocimiento didáctico (PCK). A continuación, se explica brevemente, de acuerdo con Espinoza (2020), la estructura de estos dos dominios (subdominios y sus respectivas categorías) que integran el conocimiento especializado del profesor.

En el MK considera los siguientes tres subdominios:

a) Conocimiento de los temas (KoT): En este subdominio se espera describir qué y de qué forma conoce el tema (función lineal), considerando categorías como:
   i) Definiciones, propiedades y sus fundamentos: En donde se observen aspecto como la distinción o no de función lineal y afín, también la manera como se defina la función (de manera conjuntista, como "regla" de correspondencia, entre otras).
   ii) Representaciones: acá se puede observar las diferentes formas en las que el profesor ilustra el tema, como gráficas (en el plano), representaciones algebraicas, descripciones verbales, tabulación, entre otros.
   iii) Procedimientos: Se refiere a lo que utiliza y hace el profesor en relación al tema, por ejemplo, la forma en la que determina la ecucación de la recta (ya sea función lineal o afín), en caso de ser necesario determinar el dominio de la función, entre otros.
   iv) Fenomenología y aplicaciones: Refiriéndose con esto, a la manera en la que aplica el tema, es el conocimiento del profesor sobre situaciones en las que se modelen por medio del tema, por ejemplo, costo de los servicios públicos que se pueden modelar por medio de funciones lineales o afines.

b) Contenido de la estructura de las matemáticas (KSM): Este subdominio considera el conocimiento de las conexiones interconceptuales precedentes o posteriores al tema que establece/conoce el profesor, en este subdominio se considera la estructura que el profesor conoce o estable de la matemática, estructura que construyó a lo lago de su formación inicial o continua. En ese sentido para este aspecto del conocimiento del profesor, se consideras cuatro conexiones (categorías):
   i) Conexiones de complejización: Se refiere al conocimiento sobre la manera en que se conecta el tema (función lineal) con temas que en la secuencia (temporal) de complejidad se encuentran más avanzados, por ejemplo, cómo relacionar la función lineal y/o afín con funciones cuadráticas, o funciones polinómicas de orden superior, hallar la ecuación de la recta tangente a una función en un punto dado (relacionado a la derivada)
   ii) Conexión de Simplificación: análoga a la anterior, en esta se espera observar conocimiento sobre la relación entre la función lineal y/o afín y temas que le preceden en la secuencia de complejidad, por ejemplo, las operaciones entre expresiones algebraicas, y/o entre números racionales, también, la comprensión de las relaciones de dependencia entre magnitudes,
   iii) Conexiones Transversales: La conexiones en esta categoría no se establecen por la complejidad entre temas, sino a las características comunes entre ellos, por ejemplo, las matrices de orden 2x2 se relacionan a las funciones afines, al tratar de encontrar la intersección de las rectas en el plano, también la relación que guarda la proporcionalidad directa y las funciones lineales.
   iv) Conexiones Auxiliares: Acá se consideran aquellos procedimientos u objetos matemáticos que se encuentran fuera de la estructura conceptual del tema en cuestión, pero, que sirven como herramienta para comprenderlo, por ejemplo, la relación entre función y ecuación, en el caso de calcular la raíz de la función afín, para este caso es

importante establecer la diferencia entre función y ecuación, ya que, de considerarse que sean lo mismo, no podría ser considerada una conexión auxiliar.

c) Conocimiento de la práctica matemática (KPM): Se refiere al conocimiento de las formas en las que crea, conoce, comunica, razona, prueba y sabe matemáticas, en general se refiere a la manera como hace matemáticas, de allí su nombre de "práctica". Es importante distinguirlo del término práctica, relacionado a la labor de enseñar que realiza el profesor, este término va relacionado a la manera hacer o generar matemáticas. Por ejemplo, el uso que le da a los cuantificadores al momento de demostrar o definir, en este caso lo que es una función.

En el PCK, se distinguen los siguientes tres subdominios:

a) Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT): De acuerdo con Espinoza (2020) "… en este subdominio debemos distinguir aquel conocimiento del profesor sobre la enseñanza de la matemática donde el contenido condiciona a esa tarea" (p.52). Entendiendo por esto, que no se puede caracterizar este aspecto del conocimiento (estrategias de enseñanza) sin que se relacione con la función lineal. En este tipo de conocimiento se pueden encontrar estrategias que se basan en la experiencia del profesor, de formación inicial o continua, teorías de enseñanza personales, institucionalizadas o adaptadas. Algunas de las categorías para este subdominio son:
    i) Teorías de enseñanza asociadas al contenido matemático: En general se refiere al conocimiento sobre teoría de la enseñanza de la matemática que le permiten ver el potencial y las limitaciones de las diferentes estrategias de enseñanza cuando se usan para la enseñanza de un contenido específico.
    ii) Recursos materiales y virtuales para la enseñanza de un contenido: Se refiere a todo material concreto o digital que el profesor use para favorecer la comprensión del tema, comprendiendo la potencialidad y/o limitaciones que este aporte asociado al tema. En cuanto a la función lineal, por ejemplo, un recurso digital que favorece la comprensión el GeoGebra, este no solo aporta el dinamismo que no se encuentra en los libros de texto, también, favorece la visualización de diferentes representaciones de una misma función y establecer relaciones entre ellas.
    iii) Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos para la enseñanza del contenido: Se espera observar en esta categoría, las diferentes tareas (problemas, ejercicios y actividades que el profesor planifique) y ejemplos que usa el profesor en la secuencia que considere para estas y la forma en que se presente a los estudiantes, por ejemplo, introducir la noción de función con un problema del contexto real para los estudiantes, y que tengan la posibilidad de utilizar un software que le permita observar la relación entre las dos variables que se consideren para el problema.

b) Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM): Este subdominio hace referencia al conocimiento sobre las características de aprendiza que surgen de las relaciones entre estudiante-contenido derivando así las siguientes categorías:
    i) Teorías de aprendizaje asociadas a un contenido matemático: En esta categoría se pueden encontrar conocimiento con base en teorías formales, adaptadas o basadas en

experiencias previas, por ejemplo, el profesor puede considerar fundamental que el estudiante comprenda y articule las diferentes representaciones de las funciones lineales y/o afines.

ii) Fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje de un contenido: Como su nombre lo dice, es el conocimiento del profesor sobre los errores, obstáculos, facilidades y fortalezas comunes en los estudiantes cuando aprenden el tema en cuestión, errores comunes como la dificultad para diferenciar entre variable e incógnita al comprender el concepto de función.

iii) Formas de interactuar de los estudiantes con un contenido matemático: El estudiante interactúa con el contenido con el fin de generar conocimiento, el conocimiento del profesor sobre las formas en las que se produce dicha interacción es el que se considera en esta categoría, por ejemplo, que el profesor reconozca que el estudiante cuando intenta resolver una ecuación, dice "paso a sumar/multiplicar", incluso los gestos que pueden hacer para (brazo inclinado) para explicar lo que entiende por pendiente.

iv) Intereses y expectativas de los estudiantes al abordar un contenido matemático: Este es el conocimiento del profesor sobre la predisposición que los estudiantes pueden presentar cuando intentan comprender un determinado tema, lo que implica también considerar las expectativas y/o ansiedades que genera comprender un determinado tema.

c) Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS): es el conocimiento que del profesor sobre lo que el estudiante debe/puede alcanzar en un curso escolar determinado. Se incluye también el conocimiento relacionado a los documentos currículo institucional. Las categorías relacionadas a este subdominio son: i) Expectativas de aprendizaje de un contenido matemático en un nivel específico; ii) Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado para un determinado momento escolar; iii) Secuenciación con temas anteriores y posteriores a un determinado momento escolar.

En Colombia cada institución educativa (de primeria y bachillerato) es autónoma de decidir los planes de estudio cada asignatura basándose en el Proyecto Educativo Institucional (PEI), pero, cada PEI de las instituciones tienen como base tres documentos oficiales del Ministerio de Educación Nacional (MEN).

Método de la investigación

El presente trabajo sigue la estructura de una investigación cualitativa, descriptiva, en términos de (Sampieri, Fernández y Baptista, 2006), por otra parte, se decide realizar la investigación por medio del estudio de caso para profundizar en la caracterización propuesta en el objetivo.

En el momento de redactar este escrito, se dará inicio con la recolección de datos. En la tabla 1 se describen los procesos que realizan los dos profesores a quienes se les dan seudónimos. Federico es el profesor en formación y Sabrina, la profesora en ejercicio.

Tabla 1

Procesos en la práctica de los profesores

Proceso	Descripción	Participan
1.Planificación	Diseño de secuencia para el tema de función lineal programado para tres sesiones.	Federico
2. Adaptación	Adecuación del diseño a las características específicas del grupo en el que se aplicará, (sin modificaciones profundas al diseño)	Sabrina
3. Implementación	Puesta en acción del diseño adaptado. Se permitieron nuevas adaptaciones para favorecer la gestión de la clase, sin que estas supusieran cambios mayores en el diseño inicial, pero sí en la planificación de adaptaciones.	Sabrina
4. Reflexión sobre la implementación	Reunión de discusión sobre el funcionamiento e implementación de las actividades propuestas para función lineal.	Federico y Sabrina

De acuerdo a estos procesos se planifica la siguiente secuencia de recolección de datos a partir de las siguientes fuentes de información.

1. Análisis de producciones escritas: esta fuente de información será aplicada en los procesos 1 y 2. Sin hacer sugerencias de cambio se registrará los conocimientos o posibles conocimientos que los informantes están poniendo en juego en las producciones de diseño y adaptación de las actividades para la enseñanza de las funciones lineales.

2. Observación indirecta no participante: en el proceso 3, se analizarán las grabaciones de clase de la implementación de las actividades.

3. Entrevistas: como una última forma de corroboración del análisis, se diseñará una entrevista semiestructurada e individualizada para cada participante en la que se pueda corroborar o desestimar los indicios que aún queden pendientes, así como para poder comprender la intencionalidad de uso de los conocimientos que ya hayan sido catalogados como evidencias.

Esta información recolectada se sistematizará por medio de las categorías de conocimiento descritas en el marco teórico en formato de tablas, se organizan de forma jerárquica (dominios, subdominios y categorías) de tal manera que se puedan establecer relaciones o conexiones entre los diferentes subdominios, logrando así entender la complejidad de este conocimiento especializado, el cual se caracteriza por la integración de todos los subdominios.

Reflexiones finales

Las conclusiones que se reportan en este artículo son más bien algunas reflexiones dado que son resultados parciales de una investigación en curso.

Es posible que el conocimiento especializado evidenciado en estos profesores (en gran medida) sea el resultado de los procesos de reflexión y dinámicas de trabajo en equipo que promueve este tipo de CoP, son estos resultados los que se esperaría se evidencien en los resultados de esta investigación.

Agradecimientos

La publicación de este trabajo de investigación se logra gracias al apoyo del Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación, Colombia – MINCIENCIAS quien está financiando el programa de investigación "Innovar en la Educación Básica para formar ciudadanos matemáticamente competentes frente a los retos del presente y del futuro". Código1115-852 70767, con el proyecto "Diseños didácticos para la inclusión en matemáticas con la mediación de tecnología: procesos de formación y reflexión con profesores". Financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología". Código70783, con recursos del Patrimonio autónomo Fondo Nacional de financiamiento para la ciencia, la tecnología y la innovación Francisco José de Caldas, contrato CT 183-2021.

Referencias y bibliografía

Ball, D., Thames, M., y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*; 59 (5), 389-407. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/255647628_Content_Knowledge_for_Teaching_What_Makes_It_Special/link/54be86780cf2e4062674f8c5/download

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. D. C. (2013, February). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. In *Proceedings of the CERME* (Vol. 8, pp. 2985-2994).

Escudero-Ávila, D. I. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria.* (Tesis Doctoral) Universidad de Huelva no publicada.

Espinoza, G. (2020) *Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de educación media sobre el concepto de función.* (tesis doctoral) Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile

Flores, E., Escudero, D. I., y Aguilar, A. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds*.), Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 275-282). Bilbao: SEIEM

Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. (tesis doctoral) Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Moreno, D. (2015). *Procesos de interpretación y acción de profesores que participan en una comunidad de práctica en la que se reliza el diseño curricular de un curso de precálculo*. Trabajo de grado para optar el título de Magister en educación Matemática. Escuela de Matemáticas. Universiad Industrial de Santander Bucaramnaga, Colombia.

Moreno, S., Parada, S. E., (2017). *Prácticas profesionales tempranas en la formación inicial de profesores de matemáticas.* Tesis de Maestría en Educación matemática. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.

Parada, S., & Fiallo, J. (2022). *Comunidades de práctica de profesores de matemáticas que incorporan tecnologías digitales en el aula.* Ediciones UIS.

Ponte, J. P. D. (1999). Didácticas específicas e construção do conhecimento profissional. *In IV Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação* (pp. 59-72). Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação

Ponte, J.P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. En N. Planas (Ed.). *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 83-96). Barcelona, España: Graó, de IRIF, S. L.

Quintero, A. (2019). *Significados negociados sobre la noción de función en una comunidad de práctica de profesores de matemáticas en formación.* Trabajo de grado para optar por el título de Magister en Educación Matemática. Escuela de Matemáticas. Universidad Industrial de Santander Bucaramanga, Colombia.

Sampieri, R., Férnández, C., y Baptista, P. (2006). Metodología de la investigación. D. F., México: McGrawHill.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, *15*(2), 4-14. Recuperado de: https://www-jstor-org.bibliotecavirtual.uis.edu.co/stable/1175860#metadata_info_tab_contents

Conocimientos didácticos del contenido matemático manifestado por profesores de primaria en una sesión de formación continua

Hugo **Parra-Sandoval**
Universidad del Zulia
Venezuela
hugoparras@hdes.luz.edu.ve
Adelso **Perdomo**
Universidad Científica del Sur
Perú
aperdomo@cientifica.edu.pe
Gabriela **Prieto**
Universidad del Zulia
Venezuela
gabrielacprietof@gmail.com

Resumen

Se presenta un estudio sobre el conocimiento del profesor de matemáticas que busca identificar y analizar los conocimientos de tipo didáctico del contenido, manifestados por profesores de primaria en una sesión de formación sobre la enseñanza de las fracciones. Para su identificación y análisis recurrimos al modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK por sus siglas en inglés). Entre los resultados sobresale la aparición de conocimientos relacionados con los aprendizajes y la enseñanza de la fracción. Se destaca la referencia que hacen los profesores a sus experiencias como docentes para sustentar los conocimientos expresados. Dado que este escrito es parte de un proyecto de investigación en curso, se espera continuar indagando más sobre el papel que juegan las experiencias de los profesores en el aula en la conformación de su conocimiento didáctico matemático.

Palabras clave: Didáctica de las Matemáticas; Educación primaria; Enseñanza presencial; Formación docente continua; Investigación cualitativa

Introducción

El presente trabajo es parte de una investigación en curso donde se estudian los diferentes conocimientos que emergen en un contexto de formación continua. La sesión formativa está dirigida a docentes que ejercen en el nivel de educación primaria. En este caso identificamos en un episodio de una sesión formativa, aquellos conocimientos del contenido didáctico matemático que emergen en el marco de una discusión sobre la enseñanza de las fracciones en educación primaria. Para abordar esta tarea, asumimos el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), el cual nos permite identificar aquellos conocimientos emergentes en los docentes de primaria participantes de este programa de formación continua.

La importancia de estudiar el conocimiento de los profesores relacionado a la enseñanza y aprendizaje de las fracciones radica en que, aun siendo un tópico matemático de la educación primaria y secundaria, los errores persisten en el tiempo, no importando el nivel de escolaridad de la población (Doğan, 2018; Aguerrea et al., 2022). Esta relevancia es aún mayor cuando los errores sobre las fracciones, su enseñanza y aprendizaje se manifiestan en un grupo de profesores en ejercicio, como es el caso que nos ocupa en este escrito.

Referentes teóricos

El modelo MTSK es un modelo analítico que nos permite identificar los diferentes conocimientos de tipo matemático, didáctico matemático, creencias y concepciones del profesor que enseña matemáticas (Carrillo et al., 2018). Para eso contempla dos dominios y cada uno a su vez contiene tres subdominios. El primer dominio es el denominado conocimiento matemático (MK) que está constituido por un conjunto de conocimientos matemáticos estructurados de manera sistémica, que responde a sus propias reglas; esto implica por parte del profesor de matemáticas comprender esta red de conocimientos, con sus nodos, sus conexiones intra y extra - matemáticos, sus reglas y sus características. Al poseer este conocimiento el docente podrá enseñarlos de manera coherente y validar sus propias conjeturas y las de sus estudiantes. Como complemento del MK, el MTSK incluye un segundo dominio denominado Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK); este dominio, a diferencia del planteamiento original de Shulman, no es concebido como la fusión del conocimiento matemático y la pedagogía (Shulman, 1987), sino que se considera como un conocimiento propio del profesor de matemática (Carrillo et al., 2018). La fuente principal del PCK es la misma Didáctica de las Matemáticas que le permite al profesor desarrollar una enseñanza efectiva de un contenido matemático (Carrillo et al., 2018). En este escrito centramos la atención en este último dominio.

El PCK está constituido por tres subdominios, Conocimientos acerca de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM), Conocimiento sobre la enseñanza de las Matemáticas (KMT) y Conocimiento sobre los estándares de aprendizaje de las Matemáticas (KMLS). En este escrito nos centraremos en los subdominios del Conocimientos acerca de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) y el Conocimiento sobre la enseñanza de las Matemáticas (KMT).

El Conocimientos acerca de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM), se refiere a aquel conocimiento que todo profesor posee sobre las particularidades propias del proceso de adquisición del conocimiento matemático por parte de sus estudiantes. Este conocimiento se conforma a partir de las propias experiencias del docente y lo aportado por la Didáctica de las Matemáticas. Un segundo subdominio, denominado Conocimiento sobre la enseñanza de las Matemáticas (KMT), hace referencia al conjunto de teorías que posee todo profesor en relación a la enseñanza de las matemáticas, conocimiento que incluye desde las teorías formales de la Didáctica de las Matemáticas, como las teorías personales que posea el profesor sobre la enseñanza de esta disciplina. Este conocimiento se operativiza en la selección de actividades, estrategias y técnicas que un profesor puede considerar como oportunas al momento de enseñar, incluyendo las posibles limitaciones y obstáculos que se puedan presentar en su aplicación.

Las teorías personales, producto de las experiencias a las que alude el modelo MTSK en los subdominios referidos a la enseñanza y a los aprendizajes de las matemáticas resultan relevantes, ya que ellas ejercen una fuerte influencia en las decisiones que pueda tomar el profesor. Las teorías personales posibilitan al docente interpretar las diferentes situaciones de clase, cumpliendo la función de orientar sus acciones (Martínez & Ahumada, 2016).

Por último, el tercer subdominio del PCK denominado Conocimiento sobre los estándares de aprendizaje de las Matemáticas (KMLS), incluye todo conocimiento producto de la comprensión de diferentes documentos diseñado para orientar y medir niveles de habilidades de los estudiantes en la comprensión, construcción y uso de las matemáticas. Estos documentos incluyen los referentes curriculares oficiales y no oficiales.

Metodología

Este escrito es parte de una investigación de tipo cualitativa que se sitúa en el enfoque interpretativo, lo que nos ha permitido explorar, describir y explicar los hechos tal y como han sucedido, comprendiendo mejor la realidad estudiada (Advíncula-Clemente et al., 2022; Flick, 2015). Bajo este enfoque metodológico hemos analizado e interpretado los diferentes conocimientos de tipo didáctico matemático que han surgido en el episodio reseñado. La población objeto de estudio es un grupo de profesores de primaria en activo, partícipes de un programa de formación en el cual se discutió acerca de la enseñanza del concepto de fracciones. Se seleccionó este episodio de quince minutos de duración por la riqueza de la discusión generada a partir de la reflexión sobre la propia práctica de los participantes. Con el fin de conservar en el anonimato la identidad de los participantes en el episodio registrado, identificamos a los profesores de primaria como M*i*, donde i=1, 2, 3, ….

Para analizar e interpretar los conocimientos manifestados por los profesores, primero hemos observado el registro de la sesión formativa en diferentes oportunidades. En base a lo planteado por el propio modelo MTSK (Carrillo et al., 2018) y lo inicialmente observado, hemos establecido en principio dos categorías de análisis con sus respectivas propiedades pertenecientes al conocimiento pedagógico del contenido (PCK). Estas dos categorías son, el conocimiento sobre la enseñanza de las Matemáticas (KTM) y el conocimiento sobre los procesos de aprendizajes de las matemáticas (KFLM).

Con el establecimiento de estas dos categorías y sus respectivas propiedades hemos procedido de nuevo a observar en diferentes oportunidades el episodio en cuestión, identificando los conocimientos emergentes y precisando mejor las propiedades, adaptándolas al contexto de la enseñanza de las fracciones. Las categorías definitivas y sus respectivas propiedades se muestran en la tabla 1.

Tabla 1
Categorías del conocimiento del profesor

CATEGORÍAS	PROPIEDADES
Conocimiento de las características del aprendizaje de las fracciones	*Conocimiento de las fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje del concepto de fracción *Formas de interacción con un contenido matemático asociadas al concepto de fracción *Teorías formales y/o personales de aprendizaje asociadas al concepto de fracción
Conocimiento sobre la enseñanza de las fracciones	*Teorías sobre la enseñanza del concepto de fracción *Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos referidos a la introducción sobre el concepto de las fracciones

Presentación de los resultados y discusión

Con la intención de identificar los conocimientos surgidos durante el episodio registrado, presentamos los resultados hallados de acuerdo a cada una de las categorías y sus respectivas propiedades (ver tabla 1), En cada categoría y apoyándonos en las propiedades que la definen, presentamos evidencias y las analizamos.

Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM)

En el episodio que aquí reseñamos, el KFLM se manifiesta a través de dos de sus propiedades. Una de ellas es el conocimiento que posee el profesor al momento de identificar las fortalezas y dificultades asociadas al concepto de fracción. El otro es el referido a las formas de interacción de los estudiantes con un contenido matemático, en este caso de la fracción. En los diálogos siguientes veremos ejemplos de lo afirmado.

Fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas

Al inicio de la discusión relacionada con la enseñanza del concepto de fracción M1 manifiesta lo siguiente:

> M1: Y también que queda claro algo: que el niño esté consciente de que la fracción es una parte entera dividida en otras, o sea, es cuando se le da la diferencia de lo que es un numerador y un denominador. El numerador es la parte entera (mostrando una hoja sin dobleces). Yo divido la hoja en tres partes y allí represento una fracción, ¿cuál es? ¡un tercio! Claro, porque mi hoja la dividí en tres partes, pero las partes iguales, porque entonces caen los niños en un error que a veces quieren utilizar una circunferencia (sic) y dividirla en cinco. No se puede dividir en 5 porque no tiene 5 partes iguales, entonces allí es donde está la orientación del docente en decirle: Pueden utilizar un rectángulo, verdad, y hasta los mismos cuadritos del cuaderno cuadriculado se dividen en 4 partes iguales.

Aunque no es tema de este escrito, es bueno aclarar que estamos conscientes que M1 en su intervención comete dos errores; el primero, cuando afirma que “no se puede dividir en cinco” un círculo. El segundo error es el de confundir círculo con circunferencia. Aclarado esto, notamos que M1 posee un conocimiento de las fortalezas y debilidades que manifiestan los estudiantes al momento de representar una fracción como parte – todo a través de una hoja de papel. De acuerdo a M1, los estudiantes se equivocan al momento de representar una fracción con denominador impar si ellos recurren al círculo para su representación. Para subsanar el error, M1 propone sustituir el círculo por un rectángulo, ya que los estudiantes en este caso, si saben cómo representar ese tipo de fracción.

Aunque tal idea planteada por M1 es fácilmente cuestionable, queremos resaltar que M1 se sustenta en su propia experiencia para llegar a esa conclusión. M1 conoce las fortalezas y debilidades de los estudiantes en estos casos porque lo ha experimentado en sus clases. Llama la atención el hecho de que esta afirmación no viene acompañada de una sustentación en la Didáctica de las Matemáticas.

Formas en que los alumnos interactúan con el contenido matemático

Parte de los conocimientos del KFLM incluyen el reconocer en los estudiantes sus procedimientos y estrategias – convencionales o no – a las que recurren para hacer matemáticas. En ese sentido, en el episodio se manifiesta este tipo de conocimientos en M1, cuando hace alusión a la manera como sus estudiantes recurren al círculo para representar una fracción.

> M2: A veces yo, por ejemplo...he estado tres veces enseñando en tercer grado y entonces los niños querían hacer una división de una circunferencia (sic) en cinco partes iguales. Entonces ellos dividían a veces la circunferencia en cuatro y agarraban una de las cuatro y la dividían en dos. Se supone que, si es una fracción, debe ser dividida en partes iguales.

Es claro que M2 tiene conocimiento sobre la manera como sus estudiantes interactúan con la representación de la fracción como parte – todo a través de figuras geométricas, en este caso el círculo. Su experiencia de dar clases en tercer grado en tres oportunidades es el argumento al que recurre para sustentar sus afirmaciones. Se repite de nuevo en M1 la tendencia a basar sus afirmaciones a partir de sus experiencias como docente, sin aludir a argumentos sustentados en la Didáctica de las Matemáticas.

Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)

Este subdominio del Conocimiento Didáctico del Contenido en el MTSK alude a aquellos conocimientos relacionados con la enseñanza de las matemáticas sustentados en las teorías de la Didáctica de las Matemáticas y en las teorías surgidos a partir de la propia práctica y reflexión que haga de ella el profesor. En este episodio, salieron a relucir conocimientos relacionados con las teorías de enseñanza, estrategias y recursos que, de acuerdo a los criterios de los profesores, son los adecuados para iniciar a los estudiantes en el concepto de las fracciones.

Teorías de la enseñanza de las matemáticas

Las teorías sobre la enseñanza son parte del conocimiento del profesor que están contempladas en el KMT. Todo profesor tiene explicaciones de lo que sucede o deja de suceder en el aula, estas explicaciones constituyen sus teorías. En este caso, en el episodio salen a relucir algunas de ellas. Veamos.

> M3: Caen los niños en un error porque quieren dibujar una circunferencia y dividirla en cinco, y no se puede dividir en cinco y ahí es donde está la orientación del docente diciéndole, "puedes utilizar un rectángulo y hasta puedes utilizar los mismos cuadritos del cuaderno cuadriculado y lo divides en cinco partes iguales"
> En esos casos hay que sugerirle al niño cuáles figuras geométricas se pueden dividir en partes iguales y cuales no

Más allá de que en sus afirmaciones se manifiestan errores matemáticos, se evidencia en M3 una teoría sobre cómo enseñar a los estudiantes a representar una fracción en caso de que el denominador sea par o impar. Esta propuesta de enseñanza, errada o no, es producto de su experiencia y vuelve a carecer de sustentación teórica. Se repite en M3 la misma actitud de recurrir a sus aprendizajes basados en lo experimentado en sus clases.

Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos referidos a la introducción sobre el concepto de las fracciones

Por último, el conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas contempla el uso de estrategias, técnicas, tareas y sus recursos que se plantea el profesor alrededor de un tema que enseña. En nuestro caso M4 manifiesta parte de sus estrategias y recursos que utiliza cuando enseña al alumno el concepto de fracción. Un ejemplo de es el que a continuación se presenta.

> M4: Por lo menos, si los niños no dominan la parte de las líneas, los segmentos, las diagonales, todo eso, yo suelo agarrar la hoja, dibujo el rectángulo, ¡Ajá, vamos conmigo! (mostrando una hoja de papel y ejemplificando de forma ostensiva). Vamos partiendo y vamos trazando y ellos (los estudiantes) van a ir observando. A medida que uno va haciendo los dobleces, aja, en cuántas partes lo hemos partido, cómo nos va quedando, y así vamos a ir sucesivamente hasta obtener las divisiones que se puedan obtener en ese rectángulo y luego los mandamos a colorear. Vamos a colorear lo que tenemos aquí, y ellos después que tienen todo eso, lo están palpando, ellos van a observar y entonces van a ver cuántos pedacitos de todos los dobleces están coloreados y podemos llegar a lo que es la fracción.

M4 expone desde su experiencia, una propuesta de uso del recurso de una hoja de papel, para enseñar las fracciones. M4 justifica su recurso cuando los estudiantes muestran no dominar el trazado de líneas, segmentos o diagonales. De esta manera M4 manifiesta un conocimiento sobre una estrategia acompañada de un recurso, la hoja de papel, para representar una fracción.

Consideraciones finales

Las evidencias reseñadas en este escrito resaltan el papel clave que juegan las experiencias en la conformación del conocimiento didáctico del contenido en estos dos profesores. Hay una fuerte tendencia a recurrir a sus experiencias y la reflexión que hacen desde ella. Esto permite en los casos reseñados, que manifiesten sus propias teorías personales sobre los hechos referidos en el episodio; son sus teorías personales las que les ayudan a comprender el aprendizaje de sus estudiantes y tomar decisiones en cuanto a la manera de enseñar y los recursos que utilizar (Martínez & Ahumada, 2016). Sin embargo, sus argumentos en ningún momento están acompañada de una sustentación teórica basada en la Didáctica de las Matemáticas, lo que hace notar un conocimiento didáctico del contenido fundamentalmente empírico.

Estamos conscientes de las limitaciones que tenemos para llegar a conclusiones en base a lo aquí reseñado y analizado; no obstante, consideramos de interés para próximos estudios indagar el papel de las experiencias de clase y el papel de la Didáctica de las Matemáticas en la conformación de las teorías personales del profesor de matemáticas. Conocer esas fuentes del conocimiento podrían resultar de interés en el desarrollo de procesos formativos en la educación continua. En ese sentido el modelo MTSK nos ha permitido identificar esos conocimientos, aunque aun hay mucho por recorrer.

Referencias y bibliografía

Advíncula-Clemente, Elizabeth: Beteta-Salas, Marisel; León-Ríos, José; Torres-Céspedes, Isabel; Montes, Miguel (2022). Conocimiento especializado del profesorado de matemática en formación inicial acerca de los polígonos. *UNICIENCIAS*, 36(1), 1-17 http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.7

Aguerrea, Maitere, Solís, María Eugenia, & Huincahue, Jaime. (2022). Persistent mathematical errors when entering initial teacher math training: the linearity case. *Uniciencia*, *36*(1), 49-65. https://dx.doi.org/10.15359/ru.36/1.4

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, *20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Doğan-Coşkun, S. (2018). Are pre-service elementary teachers able to pose problems for the subtraction of fractions? Osmangazi Journal of Educational Research, 5(2), 94-105. Retrieved from http://ojer.ogu.edu.tr /vol5no1/Number2Autumn/OJER-V5-N2-3.pdf

Flick, U. (2015). El diseño de investigación cualitativa. Ediciones Morata, S.L.

Martínez, David Jorge Cuadra & Ahumada, Jorge René Catalán (2016) Teorías subjetivas en profesores y su formación profesional. *Revista Brasileira de Educação*, pp. 299-324. DOI: https://doi.org/10.1590/S1413-24782016216517

Shulman, L. S. (1986). Those who understand .. Shulman (1986). *American Educational Research Association*, *15*(2), 4–14. https://doi.org/https://doi.org/10.2307/1175860

Contribuições da formação continuada em Matemática para um grupo de profissionais que atua nos Anos Iniciais

Grace Zaggia **Utimura**
Universidade Cruzeiro do Sul
Brasil
mnutimura@gmail.com
Edda **Curi**
Universidade Cruzeiro doSul
Brasil
edda.curi@gmail.com

Resumo

Neste texto pretendemos apresentar quais contribuições para o desenvolvimento profissional docente foram reveladas diante de um curso de extensão desenvolvido em 2021/2022 com professoras que ensinam Matemática e uma coordenadora pedagógica que atuam nos Anos Iniciais da Rede Estadual de Ensino de São Paulo. Um Estudo de Aula foi realizado, a abordagem qualitativa e interpretativa baseou-senos procedimentos e dados gerados na investigação em nível de Pós-Doutoramento.As contribuições profissionais referem-se à: (i) segurança para trabalhar com os materiais da Rede; (ii) o estudo coletivo e aprofundado exercido na prática; (iii) possíveis melhorias no planejamento das aulas envolvendo os números racionais, a leitura e a escrita dos números, as figuras geométricas espaciais e planas, (iv) aprendizagens significativas sobre o processo de ensino e aprendizagem durante a aula de investigação, (v) a reflexão da aula ampliando o olhar a partir da aula planejada coletivamente trazendo ganhos para a prática docente.

Palavras-chave: Educação Matemática; Formação continuada; Desenvolvimentoprofissional; Estudo de Aula; Brasil.

Introdução

Após a formação inicial docente vem a segunda etapa, a formação continuada, que podeser muito diversificada. Como formadoras, desenvolver investigações observando as aulas na Unidade Educacional é sempre muito desafiador e traz elementos muito importantes, principalmente em momento de pandemia causada pela Covid-19, que vem mostrando o impacto imenso na educação. Esta comunicação retrata um panorama de uma investigação de natureza qualitativa e interpretativa em nível de Pós-Doutoramento por meio de um curso de extensão de 100 horas realizado no período de junho de 2021 a junho de 2022. Teve a participação voluntária de professoras que ensinam matemática e uma coordenadora pedagógica de escolas públicas da Rede Estadual de Ensino de São Paulo, localizadas na Diretoria de Ensino Regional-Leste 1.

Temos como objetivos apresentar as principais contribuições para a prática e o desenvolvimentoprofissional das participantes por meio de uma formação continuada que utilizou a estratégia metodológica de formação de professores denominada “Estudo de Aula” que será apresentada mais adiante, pautada por um processo formativo de possibilidades, conhecimento, trocas, empatia, experimentação de uma prática diferenciada no momento que a aula está sendo executada, compromisso de avançar e recuperar as aprendizagens de estudantes dos Anos Iniciais, parceria entre a escola, a Universidade, um Grupo de Pesquisa e um Grupo de Estudo. Para a análise nos apoiaremos nos referenciais teóricos sobre a formação continuada, o desenvolvimento profissional e o Estudo de Aula. Indicaremos registros das participantes, apontamentos e algumas considerações sobre a investigação.

A formação continuada e o desenvolvimento profissional docente

No que se refere a formação continuada e o desenvolvimento profissional Imbernón (2015)destaca três linhas ou eixos de atuação:

1. A reflexão sobre a própria prática (mediante as análises da realidade educativa) e acompreensão, interpretação e intervenção sobre ela.
2. A troca de experiências, a necessidade de atualizar e confrontar com todos os campos daintervenção educativa.
3. O desenvolvimento profissional é centrado por meio do trabalho colaborativo paratransformar essa prática e provocar processos de comunicação (p. 57 – tradução nossa).

Ou seja, para o pesquisador, a capacidade profissional não termina com a formação teórica, sendo alcançada com a prática, aplicando as concepções na ação docente. A formação continuada se apoiará na reflexão dos sujeitos sobre sua prática, permitindo que revejam suas teorias implícitas, suas formas de trabalho, as atitudes, entre outros, promovendo a autoavaliação de forma constante guiando o desenvolvimento profissional. Destaca que o processo de reflexão exige uma predisposição de forma crítica da intervenção educativa (desde as supostas ideologia e atitudes). Nesta perspectiva consideramos que as reflexões perpassam pelos valores, atitudes, concepção do professor e da equipe como um todo.

Imbernón (2010, p. 56) aponta que “na formação, os professores têm situações problemáticas”, ou seja, é necessário partir dos docentes para melhorar a teoria e a prática, de forma que ao considerar os conhecimentos prévios a novas informações em um processo de maneira cíclica envolvendo inovação-formação-prática para contribuir na análise dessas situações problemáticas levando à:

> Promoção da inovação institucional como objetivo prioritário da formação continuada; à crença na capacidade dos professores de formularem questões válidas sobre sua prática e de definirem objetivos que tratem de responder a tais questões, partindo-se do pressuposto de que os docentes podem se propor a uma pesquisa competente, baseada em sua experiência; à tendência dos professores de buscarem dados para responderem a questões relevantes e de refletirem sobre eles para obterem respostas a situações problemáticas do ensino; ao desenvolvimento dos professores de novas formas de compreensão, quando eles mesmo contribuem na formulação de suas próprias perguntas e recolhem seus próprios dados a fim de obter respostas. Assim, é possível que se gere umconhecimento válido mediante a formação (p. 57-tradução nossa).

Diante das propostas com nossos Grupos (de Pesquisa e de Estudo), acreditamos que é de grande relevância ouvir os professores, saber de suas necessidades em sala de aula para que a formação continuada favoreça as aprendizagens dos estudantes, possibilitando que os professores reflitam individualmente e/ou coletivamente sobre as dificuldades que lhe concernem sobre o ensino e a aprendizagem. Neste sentido, partilhamos com o autor (2010), pois quando a formação contempla a prática em sala de aula, os temas escolhidos junto com os professores, as trocas de experiências, práticas exitosas, parceria, sensibilidade, os vínculos que vão sendo construídos entre formador, pesquisador e professores ao longo do processo formativo, a partição dos desafios enfrentados, entre outros aspectos podem impactar positivamente na sala de aula.

Trazemos para o texto alguns apontamentos apresentados por Marcelo (2009, p. 7) sobre o desenvolvimento profissional, entre eles que envolve “um processo a longo prazo, no qual se integram diferentes tipos de oportunidades e experiências” para proporcionar crescimento para o docente em sua profissão. Destaca que “a profissão docente e o seu desenvolvimento constituem um elemento fundamental e crucial para assegurar a qualidade da aprendizagem dos alunos.” (p. 19). Com isso, consideramos a importância dos estudos e pesquisas em loco para garantir trocas e aprendizagens.

A estratégia metodológica de formação de professores Estudo de Aula

O Estudo de Aula tem origem japonesa – expressão jugyou kenkyuu e foi difundida para várias partes do mundo a partir da década de 1990 com o trabalho desenvolvido por Yoshida (1999). Stigler e Hiebert (1999) contribuíram para essa disseminação quando passou a ser utilizada e desenvolvida nos Estados Unidos e os resultados foram socializados em língua inglesa. Podemos encontrar outras expressões ao redor do mundo, Pesquisa de Aula, Lesson Study ou Estudio de Clases, por exemplo. Nós optamos pela tradução de Portugal pela proximidade com pesquisadores portugueses, pioneiros em desenvolver trabalhos científicos utilizando o Estudo de Aula. Envolve o processo de desenvolvimento profissional docente (Lewis, 2016; Takahashi e McDougal, 2016; Ponte et al, 2012 & Ponte et, 2014) centralizada na prática letiva de forma colaborativa e reflexiva (Ponte et al, 2014). Segundo Fujii (2016), ao longo dos encontros os participantes expõem, questionam suas práticas e concepções.

Baseando-nos em Stigler e Hiebert (1999), Fujii (2016), Utimura e Curi (2016), o Estudo de Aula tem como objetivo melhorar o ensino de um conteúdo específico escolhido por um grupo de professores(as) com foco na aprendizagem e no raciocínio dos(as) estudantes. Em geral, há algunas características comuns em todos os países, como o grupo ser formado por professores e pesquisadores; a escolha do objeto matemático diante das dificuldades dos estudantes; o planejamento conjunto e colaborativo da aula; a execução da aula por um professor pertencente ao grupo, esta aula é observada e refletida após a aula. Desta forma consideramos importante aprofundarmos os estudos sobre metodologias de formação de professores, pois atuamos e temos contatos com professores que ensinam matemática e coordenadores pedagógicos que articulam e desenvolvem formações com seus grupos de professores nas Unidades Educacionais.

Procedimentos e encaminhamentos metodológicos

Para esta comunicação utilizamos a abordagem qualitativa e interpretativa. Para Goldenberg (2004), na abordagem qualitativa é preciso descrever detalhadamente as situações para compreender os indivíduos em seus próprios termos. Por englobar um grupo reduzido de participantes é possível analisar os detalhes com aprofundamento e suas particularidades.

Durante o período de junho de 2021 a junho de 2022 foram elaborados sínteses e quadros organizativos, apresentações de seminários produzidos pelas participantes mediados pela Profª Dra. Grace Zaggia Utimura; estudos individuais e coletivos dos volumes 3 e 4 do material *Aprender Sempre-2021* (versão do professor) e do volume 1 – 2022 para os 1º aos 5º anos do Ensino Fundamental; trabalhos individuais e em grupos; foi criado e-mail e um *drive* para compartilhar todos os materiais da formação; para os encontros síncronos utilizamos plataformas digitais; questionários (*forms*), registros individuais reflexivos; *Padlet* (recurso tecnológico*)*; atividades síncronas e assíncronas; fichas de observação utilizadas pelas duas professoras e a pesquisadora que observaram a aula e imagens das produções dos estudantes do 2º ano ao ser desenvolvido um Estudo de Aula

No total, em 2021 foram 11 encontros síncronos de duas horas cada um e 10 encontros em 2022. Estudamos coletivamente sobre alguns conhecimentos que fazem parte da profissão docente, como o conhecimento curricular, o conhecimento didático e o conhecimento do conteúdo matemático para ensinar (Shulman, 2005; Curi, 2005), retomamos a proposta e a estrutura dos respectivos materiais didáticos institucionais da Rede que foram produzidos no momento pandêmico que estão baseados no Currículo Paulista (2019). Os objetos matemáticos estudados no Grupo foram apontados pelas professoras diante das dificuldades dos estudantes e da necessidade de melhorias no ensino, no caso, os números racionais para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, as figuras geométricas espaciais e planas e o Sistema de Numeração Decimal com foco na leitura e escrita dos números utilizando as fichas sobrepostas (recurso didático).

Os nomes das participantes serão mantidos em sigilos e identificados com os nomes fictícios: Simone, Karin, Paloma, Izabel, Gláucia e Cláudia. A idade delas varia de 32 a 58 anos, atuam na educação pública entre 5 a 36 anos e todas têm licenciatura em Pedagogia. Mais informações sobre a proposta do curso, e a constituição do *Grupo de Estudo de Matemática do Ensino Fundamental - GEMEF*, encontra-se no artigo[1] publicado por nós em março de 2022. O ciclo do Estudo de Aula realizado no primeiro semestre de 2022 foi organizado em nove encontros divididos em quatro etapas (Etapa 1: estudo individual e coletivo do volume 1 do

[1] Artigo denominado *Processo formativo envolvendo professoras dos Anos Iniciais que ensinam Matemática e uma coordenadora pedagógica no contexto da pandemia da Covid-19* publicado na Revista Educação Matemática Debate, Montes Claros (MG), Brasil v. 6, n. 12, p. 1-19, 2022.

Aprender Sempre-2022, escolha e estudo coletivo sobre o tema; Etapa 2: planejamento da aula; Etapa 3: execução e observação da aula e Etapa 4: reflexão da aula). A professora Simone se prontificou a lecionar a aula com sua turma de 28 estudantes. Uma atividade do material foi adaptada para a turma, seguindo as orientações e sugestões ao professor que constam no material. A habilidade é *compor e decompor números naturais de até três ordens, com suporte de material manipulável, por meio de diferentes adições.* Salientamos que o planejamento e a reflexão da aula tiveram a presença de todas as participantes que frequentaram assiduamente os encontros no 1º semestre de 2022.

Apontamentos e revelações sobre a investigação

Apresentaremos detalhes resgatados por meio de uns dos instrumentos utilizados no processo formativo que traz revelações sobre a formação continuada e o desenvolvimento profissional docente. Individualmente as professoras analisaram dois anos de escolaridade do volume 3 do material Aprender Sempre – 2021 e a formadora todos os anos de escolaridade. Em outro momento o Grupo socializou seus estudos e refletiram sobre o panorama dos cincos anos dos Anos Iniciais. Com exceção da coordenadora pedagógica todas as professoras utilizavam com suas turmas o *Aprender Sempre*.

A seguir algumas justificativas:

Uso uma vez que o material contempla as habilidades essenciais e está de acordo com o CurrículoPaulista, se torna imprescindível a utilização do mesmo no planejamento das aulas (professora Karin).
O material com suas habilidades contempla as necessidades que o aluno precisa, usando atividadesdiversificadas e consolidar sua vivência cotidiana (professora Gláucia).
Não utilizo mais este material depois que assumi a coordenação. Mas me ajuda a entender parte dotrabalho dos professores que trabalham comigo (coordenadora pedagógica Cláudia).

No que tange o desenvolvimento profissional por meio de um curso de extensão e quais contribuições a experiência com o Estudo de Aula proporcionaram para a prática docente trazemos as seguintes revelações:

Segurança para trabalhar com os materiais da Rede

Após o percurso de análise dos materiais do 1º ao 5º ano do Aprender Sempre-2021 (volumes 3 e 4) e do Aprender Sempre – 2022 (volumes 1 e 2) o panorama foi importante para fazer relações entre o objeto de conhecimento e as habilidades, verificar a intencionalidade do autor ao ler as orientações ao professor presente em cada atividade, verificar quais unidades temáticas estavam presentes em cada unidade do material.

Após ter feito a análise, consegui entender a proposta do material e assim fazer realmente material denosso cotidiano (professora Izabel).

Como um dos focos da formação foi o conhecimento curricular foi solicitada umaavaliação após o término desta parte da formação.

A experiência foi interessante, pois analisar materiais de outros anos nos permite perceber que algumas habilidades estão presentes em todos os anos, e que os mesmos apresentam progressão daaprendizagem (professora Karin).

> *Precisamos desse embasamento, analisar e conhecer o material são facilitadores para as futuraspesquisas (coordenadora pedagógica Cláudia).*

Nesta perspectiva, compreender a concepção e a estrutura dos materiais (São Paulo, 2019) corrobora com Imbernón (2015) quando o desenvolvimento profissional está atrelado ao trabalho colaborativo contribuindo para a prática e promover processos de comunicação ajuda na tomada de decisões.

O estudo coletivo e aprofundado exercido na prática

Os registros trazem importantes pontos de reflexão para a prática escolar, assim como mencionam (Ponte et al, 2014 & Imbernón, 2015), ou seja, a prática letiva de forma colaborativa e reflexiva.

> *Foi bem significativa, à medida que fomos realizando os estudos, percebi o quanto é complexo fazer esse tipo de análise, exige que tenhamos conhecimentos que vão além de levar um conteúdopara o estudante, mas sim prever as dúvidas, os saberes, e realmente observar e analisar para a busca de um objetivo (coordenadora pedagógica Cláudia).*
> *Comecei a identificar as dificuldades dos meus alunos e o melhor de tudo é conseguir levá-los aidentificar os problemas e resolvê-los (professora Simone).*

Adiante seguem as explicações da experiência de cada uma ao analisar individualmente e coletivamente (de forma geral) os materiais institucionais *Aprender Sempre* - volume 3 – 2021, trazendo aspectos de contribuições para a prática docente.

> *Sim, contribuiu para uma outra visão do modo de ensino, na aplicação das atividades (professora Simone).*
> *A análise para mim, tanto no individual como no coletivo, fez com que eu mudasse minha concepção quanto ao material institucional. Contribuiu muito, usando-o no meu planejamento de aula (professora Izabel).*
> *Sim, contribuiu, com isso estou aprendendo a trazer estratégias diferentes e consolidar o conhecimento com outras atividades da mesma habilidade (professora Gláucia).*

Nos registros as professoras apresentam contribuições para o ensino por meio do estudo realizado na formação.

Possíveis melhorias no planejamento das aulas

Os registros a seguir colaboram para demonstrar a potencialidade do Estudo de Aula quando utilizado em uma formação continuada, envolvendo o processo de desenvolvimento profissional docente (Lewis, 2016; Takahashi & McDougal, 2016; Ponte et al, 2012; Ponte et al, 2014).

> *Durante os encontros elas relatavam o atual cenário dos saberes dos estudantes e o impacto negativo ocasionados pela COVID 19, diante disso, as reflexões do grupo quanto as adequações e intencionalidades das aulas foram discutidas e amadurecidas em prol de um bom planejamento, avaliando a pertinência dos materiais de apoio ao currículo e quais conteúdos eram importantes para o aprofundamento das formações (professora Paloma).*
> *O segundo semestre do curso, além da análise do material oficial, também foram estudados e analisados o SND, os números racionais e as figuras geométricas espaciais e planas, itens importantes para o planejamento das aulas (professora Karin).*

A seguir as aprendizagens e reflexões durante e após a aula.

Aprendizagens durante a aula de investigação

A aula investigada trouxe elementos importantes sobre os indícios de aprendizagem em relação a leitura, escrita convencional dos números e a ideia matemática de ordem, além de perceber se a comunicação matemática acontecia ou não e se as intervenções quando necessárias foram potentes para a habilidade ser atingida quando o trabalho em pequenos grupos foram intencionalmente pensado pelo Grupo de acordo com a realidade da turma de 2º ano da professora Simone.

> *A observação de aula com o recurso das fichas sobrepostas foi uma ótima experiência, pois planejamos todo o percurso e vivenciar esse momento nos possibilitou ampliar nosso olhar para a nossa prática desde o planejamento até a execução da aula (professora Karin).*

O registro da professora Karin corrobora com a colaboração para a prática nas aulas de Matemática.

A reflexão da aula: ganhos para a prática docente

Segundo Fujii (2016), ao longo dos encontros os participantes expõem, questionam suas práticas e concepções e respondam suas próprias questões (Imbernón, 2010).

> *O grupo contribui em minha formação. Os apontamentos durante as realizações das atividades, mostra o quanto o material bem trabalhado contribui muito (professora Simone).*
> *Nesta terceira experiência com o Estudo de Aula, foi possível eu ter clareza sobre a finalidade das etapas, o preparo para aula desde o estudo e aprofundamento sobre o objeto de ensino, no caso, o ensino das características do Sistema de Numeração Decimal a partir da escrita e leitura de números, foram bastante significativos, principalmente por eu entender um pouco melhor o percurso de ensino para atender essa finalidade. O estudo minucioso do que é preciso considerar antes, durante e depois da aula, oportunizou observar o detalhamento desse processo de maneira diferente, agora, com o olhar de formadora, que validou a hipótese da necessidade de discutir essas etapas do planejamento de aula com todos os professores (enquanto Rede de Ensino), pois ao final foi possível ver a autoavaliação da professora e sua reflexão diante do desenvolvimento da aula planejada a partir da observação e colaboração do grupo. Foi notório os ganhos para a prática pedagógica da professora Simone na devolutiva do processo (professora Paloma).*

Assim, os registros acima fortalecem a participação e colaboração para o desenvolvimento profissional gradativo ao longo de um processo formativo que durou um ano.

Algumas considerações

Mesmo com tantos desafios de promover uma formação continuada em momento de pandemia causada pela Covid-19, de forma on-line, com professoras que ensinam Matemática e uma coordenadora pedagógica que atuam em Unidades Educacionais dos Anos Iniciais próximas umas das outras, pelas experiências que o Grupo de Pesquisa Conhecimentos, Crenças e Práticas de Professores que ensinam Matemática — CCPPM, coordenado pela Profª Dra. Edda Curi, saberíamos que realizar mais um Estudo de Aula seria importante para as nossas práticas e quem sabe também para as práticas das participantes.

Pensar em uma formação que contribua para uma dimensão funcional, ou seja, que se verifica nas ações, não é tarefa fácil, mas pode ser possível promover o desenvolvimento profissional docente. Consideramos que o Estudo de Aula favorece este desenvolvimento porque incentiva, aguça uma experiência diferenciada, pois desde o planejamento da aula o trabalho é colaborativo e reflexivo com a intencionalidade de verificar os conhecimentos prévios que os estudantes já possuem sobre determinado objetivo matemático/tema escolhido pelas participantes do grupo de acordo com as vivências reais dos territórios, dos estudos teóricos, dos materiais e documentos oficiais, da aula ser observada com foco nos estudantes e o quanto a reflexão conjunta pode trazer elementos que muitas vezes o professor sozinho não dá conta.

> *Quando todo aquele estudo foi posto em prática, ah! Que delícia. Mais uma vez me vi surpreendida com a Matemática (professora Simone).*
> *Diferente de propostas onde temos cursos com conteúdo pré-estabelecidos, este foi sendo delineadode acordo com o contexto relatados pelas participantes. As orientações realizadas pela formadora, eram pontuais e estavam sempre atreladas as necessidades dos estudantes, e também as relacionadas a formação de professores com a finalidade de potencializar à prática de sala de aula. As pautas sempre oportunizaram o diálogo, tendo em vista ouvir as opiniões do grupo, bem como a avanço sobre objeto de ensino (professora Paloma).*

Pensar na possibilidade de conhecer mais trabalhos que estão sendo desenvolvidos no Japão e em outros países com o uso do Estudo de Aula é poder estudar e ampliar com mais profundidade sobre o desenvolvimento profissional docente. Agradecemos todas as participantes, a gestão da Unidade Educacional que a aula foi implementada e o Programa dePós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul.

Referências e bibliografia

Curi, E. (2005). *A Matemática e os professores dos Anos Iniciais*. São Paulo: Musa.

Fujii, T. (2016). Designing and adapting tasks in lesson planning: a critical process of lesson study. *ZDM Mathematics Education*, 48(4), p. 411-423. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0770-3 .

Goldenberg, M. (2004). *A arte de pesquisar*: *como fazer pesquisa qualitativa*. Educação Matemática Debate, Montes Claros (MG), Brasil v. 6, n. 12, p. 1-19, 2022 19 Ciências Sociais. 8. ed. Rio de Janeiro: Record.

Imbernón, F. (2010). *Formação continuada de professores*. Porto Alegre: Artmed.

Imbernón, F. (2015). *La formación y el desarrollo profesional del profesorado*: Hacia una nueva cultura profesional. Barcelona: Graó.

Lewis, C. (2016). How does lesson study improve mathematics instruction? *ZDM Mathematics Education*, 48(4), p. 571-580. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0792-x.

Marcelo, C. (2009). Desenvolvimento Profissional Docente: passado e futuro. *Sísifo. Revista de Ciências da Educação,* 08, pp. 7-22. http://sisifo.fpce.ul.pt

Ponte, J.P. et al. (2012). Aprendizagens profissionais dos professores através dos estudos de aula. *Perspectivas da Educação Matemática*, 5 (n. temático) 7-24, 2012. http://hdl.handle.net/10451/22605 .

Ponte, J.P. et al. (2012). *Os estudos de aula como contexto de desenvolvimento profissional*. Instituto de Educaçãoda Universidade de Lisboa.

Ponte, J. P. et al (2014) Os estudos de aula como processo colaborativo e reflexivo de desenvolvimento profissional. *ResearchGate.* p. 1-15. http://www.researchgate.net/publication/275410215_Os_estudos_de_aula_como_processo_colaborativo_e_reflexivo_de_desenvolvimento_profissional.

São Paulo (2019). *Currículo Paulista*. São Paulo: SEE. https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/.

São Paulo (2021 y 2022). Secretaria de Estado de Educação. *Aprender Sempre*: Língua Portuguesa e Matemática. 2º ano do Ensino Fundamental Material do Professor. São Paulo: SEE.

Shulman, L. S. (2005) Conocimiento y Enseňanza: Fundamentos de la nueva reforma. Profesorado. *Revista de curricculum y formación del professorado*, v. 2, n. 9, p. 1-30.

Stigler, J. W. y Hiebert, J. (1999). *The teaching gap*. Free Press.

Takahashi, A. y Mcdougal, T. (2016). Collaborative lesson research: maximizing the impact of lesson study**.** *ZDM Mathematics Education*, 48, p. 513-526.

Utimura, G. Z. y Curi, E. (2016). *Figuras geométricas espaciais*: *alunos de quinto ano e suas professoras aprendendo juntos*. Curitiba: Appris.

Yoshida, M. (1999). *Lesson study*: casestudy of a Japanese approach to improving instruction through school-based teacher development. [Dissertation (PhdD Education)] – Chicago University, Chicago.

Contribuições do Lesson Study à Aprendizagem de um Grupo de Professoras que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais

Madeline Maia
Universidade Estadual Vale do Acaraú
Brasil
madelinemaia@yahoo.com.br
Dario Fiorentini
Universidade Estadual de Campinas
Brasil
dariof@unicamp.br

Resumo

Este trabalho tem por objetivo compreender e discutir as aprendizagens e os aprendizados desenvolvidos por um grupo de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF), a partir de uma experiência com o Lesson Study (LS). A investigação teve cunho qualitativo e utilizou narrativas para refletir as experiências de aprendizagem docente no contexto colaborativo do estudo de aula de Matemática. Foi desenvolvida com um grupo de professoras dos anos iniciais do EF, de uma escola pública em Sobral-Ceará, Brasil. Os dados foram coletados por meio de narrativas orais e escritas, gravadas em áudio e vídeo. A análise evidenciou que as professoras ressignificaram práticas e experiências, desenvolvendo aprendizagens e aprendizados que mobilizaram novas ações e abriram possibilidades de novas práticas. Neste sentido, o LS revelou ser uma experiência formativa que promove aprendizagem real aos professores e, portanto desenvolvimento profissional (DP).

Palavras-chave: Formação de Professores que ensinam Matemática; Lesson Study; Aprendizagem docente; Comunidade de prática; Desenvolvimento profissional.

Introdução

Escrever este trabalho foi reviver momentos. E reviver momentos é contar histórias. Foram meses de muito aprendizado e de uma convivência tranquila e fluida dentro de uma escola, junto a um grupo de professoras do 3º ano do EF. Sobral está situada no norte do Estado do Ceará/Brasil. É uma cidade que se destaca atualmente pela Educação oferecida na rede pública de ensino, tendo nove escolas entre as 100 melhores do Brasil, apresentando média do IDEB superior ao Estado e país. Neste cenário nos movemos a conhecer um pouco mais sua realidade. Se os “resultados da Educação” evidenciam avanços, é normal pensar que, aliado a isso, exista uma política de formação especializada e de desenvolvimento profissional docente (DPD). E qual seria ela? Como ocorre? Diante disso, conversamos com a Secretaria de Educação – SEDUC/Sobral - e fomos autorizados a desenvolver nosso projeto em uma escola pública, indicada por eles. A escolha da escola foi pela disponibilidade e acessibilidade. Existe uma organização cuidadosa do município em relação as políticas educacionais. Aos professores é dado semanalmente, por escola e série, um dia completo de planejamento. Os docentes de determinado ano, se reúnem um dia inteiro para discutir ações didáticas, conteúdos, atividades, projetos e avaliações. Neste dia, tem-se os professores “apoio”, responsáveis por assumir as turmas, de modo a não prejudicar os trabalhos com os alunos. Sobre os conteúdos, atividades, projetos, ideias, avaliações e objetivos de aprendizagem que os professores consideram em seus planejamentos, há controle da SEDUC/Sobral. Tem-se um órgão externo, chamado Escola de Formação Permanente do Magistério e Gestão Educacional (ESFAPEGE), contratada pela prefeitura, que trabalha em parceria contínua com a Secretaria de Educação. Este órgão terceirizado é responsável por formar os professores da rede. Durante o mês, há uma ou duas formações realizadas pelos formadores da ESFAPEGE. Assim, a formação que os profissionais da Educação de Sobral recebem vem de um grupo teoricamente externo à escola. A ESFAPEGE elabora materiais a serem utilizados pelos professores, embora estes também utilizem os livros escolhidos no Plano Nacional do Livro Didático (PNLD). Porém, há um “Caderno de Formação” que todos recebem nos dias de planejamento. Estes são utilizados e seguidos pelos docentes durante o mês e apresentam: os conteúdos e as habilidades da BNCC a serem desenvolvidos, os descritores das avaliações externas (SAEB), as páginas do livro, atividades impressas e a semana de execução das unidades didáticas. Há determinação do que desenvolver, semana a semana.

Neste cenário, me vi diante de uma realidade bastante controlada e acompanhada pela rede, com um objetivo implícito, que me parecia comum entre os envolvidos em todo o processo educacional: é preciso seguir o que é determinado pela ESFAPEGE e isso garante que os alunos tenham “sucesso na aprendizagem”. As ações e o olhar direcionado das professoras para esses cadernos, bem como para os “descritores” da prova do SAEB durante os planejamentos, foram determinantes para que esta postura não nos parecesse absurda. Assim, alguns questionamentos me impulsionaram a experimentar algo diferente: que papel as professoras assumem nas formações que recebem? Até que ponto estão em sala de aula como sujeitos autônomos, como criadoras de situações de aprendizagem e desenvolvimento dos alunos? A elas é oferecida formação no sentido de promover DP ou assumem um papel de reprodutoras do que o sistema quer? Como saber qual a capacidade delas e de suas criações? Saindo da realidade de Sobral, essas profissionais são capazes de desenvolver práticas transformadoras em outros locais? Movida por estas inquietações, a pesquisa se desenvolveu. Era necessário experimentar algo diferente junto ao grupo, conhecer melhor as professoras, entender o potencial e a capacidade de mobilizarem conhecimentos e atitudes. Fazê-las experimentar algo novo e, talvez, dar oportunidade para que saíssem de uma “jaula inconsciente” construída também inconscientemente pelo sistema. A gestão administrativa da Educação de Sobral não tem interesse de aprisionar ninguém, prova disso é que, desde o início, foi sempre muito receptiva à nossa proposta! Assim, nosso objetivo foi compreender e discutir as aprendizagens e os aprendizados desenvolvidos por um grupo de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do EF, a partir de uma experiência com o LS. Os achados da pesquisa constam nos tópicos que seguem.

A Formação Continuada de Professores: práticas recorrentes

Pensar em formação continuada de professores hoje, é conectar a formação docente às realidades das instituições de ensino na Educação Básica. O professor aprende a ser professor primordialmente no contexto de sua prática, no seio da instituição escola. A visão que tenho, enquanto pesquisadora, é que as propostas formativas devem se basear nessa premissa natural. Quando saímos da universidade temos conhecimento de teorias e práticas que são importantes e entraram no bojo das discussões educacionais. Embora sirvam de base, o local de referência para a aprendizagem da profissão é a escola (Mizukami, 2013). A formação continuada que tendencialmente é promovida pelas redes de ensino e universidades geralmente centraliza a responsabilidade da condução do processo de formação em uma figura formadora externa. As ações desenvolvidas estão muito vinculadas a palestras, cursos ou oficinas (Crecci; Fiorentini, 2012), mas é preciso questionar essas propostas e entender o que se perde quando somente elas são assumidas no contexto da formação de professores. Participar apenas de modelos formativos artificiais do senso comum (palestras, cursos, etc), pode não garantir DPD. Este é adquirido como resultado de experiências e análises sistemáticas das práticas, provocando revisão de ideias pré concebidas e conceitos, proporcionando avanço e crescimento profissional. É nesta perspectiva que destacamos a relevância da formação em comunidades de aprendizagem.

Hargreaves (2010) fala que existem objetivos diferentes para comunidades de aprendizagem profissional e que é preciso ter cuidado, pois esses espaços podem aumentar a capacidade de reflexão dos professores e também inibir essa capacidade, já que, em alguns casos, simplesmente se preocupam com problemas factuais relacionados a Educação. O autor diz que existem diferentes versões para comunidades de aprendizagem profissional e que essas versões podem abranger uma ideia de "contenção e controle" ou impulsionar e empoderar professores. Na primeira ideia, as formações determinam e controlam as práticas docentes. São mais pontuais e destinadas a resolver problemas específicos, o que influencia muito pouco o "ser professor". Contudo, a questão não é abolir palestras, cursos, consultorias educacionais dos processos formativos, mas entender que essas ações, vindas de fora para dentro, não dão conta da complexidade que é desenvolver profissionalmente um professor para atuar em sala de aula. Ao ser pensado por outras pessoas, este tipo de cultura constitui uma colegialidade artificial, uma prisão onde a gestão de todos os pormenores constrange, inibe, impede ou reduz oportunidades (Hargreaves, 2010). No contraponto, tem-se a proposta chamada de "empowerment", que exige um engajamento maior do coletivo não só para as tomadas de decisões relacionadas às práticas escolares, mas no vislumbramento de novas ações, a partir das decisões e análises do que deu certo e não deu certo no contexto real da sala de aula. Nesta proposta, a formação continuada é mais emancipativa, o que promove DP e autonomia dos professores. Trabalhar nesta perspectiva, transforma discursos, ações, implementações e planejamentos, gerando aprendizagens e aprendizados em contextos que mudam profissionalmente o professor.

Crecci & Fiorentini (2018) entendem que a formação continuada dos professores precisa ser realizada em comunidades de prática colaborativa, pois somente nelas, determinados conhecimentos profissionais se revelam e transformam práticas e saberes. Como o objeto de trabalho nestas comunidades é a análise reflexiva e sistemática da própria prática, todos são responsáveis pelo o conteúdo e por toda a ação e discussão que será promovida. Há posturas diferentes, compromissos pré-determinados, onde a busca e construção de novos conhecimentos no processo de examinar os modos de ensinar e aprender nas escolas, revelam novos caminhos e determinam avanços no ser e estar professor, portanto promove DP (Fiorentini, 2013). Em propostas como esta ocorrem aprendizagens e aprendizados diferentes daqueles vividos em outras experiências formativas, surgindo dentro de um contexto de prática de todos os envolvidos. Nesta perspectiva, o conceito de aprendizagem está atrelado às ressignificações que estes espaços proporcionam. Acontece "nos modos como o professor aprende na comunidade de prática, ou seja, por meio da interação, negociação, reificação e transformação proporcionados pelas discussões e análises. Já os aprendizados são os produtos que conscientemente os professores geram nos modos como agem no grupo. Eles podem ser percebidos por meio dos conhecimentos profissionais gerados na experiência formativa e que, portanto, passarão a ser assumidos e vistos no ensino e em novas práticas desenvolvidas nas escolas" (Pina Neves; Fiorentini & Silva 2022). Quando o professor teoriza e sistematiza uma prática, a partir da experiência do grupo colaborativo, vivencia aprendizagens, evidencia aprendizados e se desenvolve profissionalmente. Logo, a cultura colaborativa é a que mais se aproxima de uma cultura transformadora da prática, pois influencia e impulsiona mudanças efetivas no ensino. No bojo das discussões sobre comunidades colaborativas, temos o LS como uma prática de natureza reflexiva que induz a constituição de espaços formativos de troca e produção de conhecimentos a partir das próprias experiências (Pina Neves; Fiorentini & Silva, 2022). Nesses espaços, ocorre a interação entre si e também com os professores pesquisadores e gestores institucionais que, juntos, escolhem por meio do diálogo, o que será estudado, debruçando-se sobre as práticas desenvolvidas e de interesse comum. Os participantes estudam, planejam, socializam, executam e analisam aulas, ao mesmo tempo que produzem relatos orais e escritos sobre os significados que atribuem a essas experiências (Pina Neves; Fiorentini & Silva, 2022). Nesse processo, tem-se as reificações e a geração de aprendizados profissionais, ocasionando transformação da prática (Fiorentini, 2013). É desta forma que acreditamos que o LS possibilita o DPD. A vivência do LS permite aos pesquisadores e professores, de acordo com Lewis et al (2004), perceber melhorias relativas: ao conhecimento dos conteúdos e de seu ensino; a capacidade de observar e perceber as dificuldades e possibilidades dos alunos; ao senso de eficácia; ao fortalecimento de vínculos; a relação entre prática cotidiana e objetivos de ensino; a motivação; e, a qualidade dos planos e atividades de aula. No âmbito da formação de professores que ensinam Matemática é pouco provável que aprendizados desta natureza ocorram em contextos artificiais de formação. Nesta perspectiva, vivenciamos um ciclo de LS com um grupo de professoras. Explanamos, a seguir, como os dados foram revelados e analisados.

Escolhas Metodológicas na vivência de um ciclo de LS

As etapas vividas em nosso ciclo de LS foram 3: (a) estudos e planejamentos; (b) implementação e observação de aula; (c) reflexão pós-aula. Destacamos neste estudo especificamente, as aprendizagens profissionais evidenciadas nas narrativas reflexivas das professoras, no que diz respeito aos aprendizados que mobilizaram novas ações e ideias. As narrativas reflexivas coletadas foram orais. A comunidade de prática colaborativa foi composta por três professoras do 3º ano do EF de uma escola pública da cidade de Sobral/CE. Os encontros aconteceram durante cinco meses, uma vez por semana e tinham 2h e 30 min cada. Os achados da pesquisa encontram-se na narrativa reflexiva a seguir.

A Experiência do LS na realidade de Sobral: reflexões narrativas sobre as aprendizagens

É preciso falar de nossas experiências. Durante cinco meses, vivenciamos um ciclo rico e cheio de trocas, reflexões e revisões profundas sobre nossas práticas, ideias, conceitos e paradigmas. Na 1ª etapa do LS, conversamos sobre práticas cotidianas, o que fazíamos em sala de aula e vislumbramos novas possibilidades e caminhos, ao mesmo tempo que repensávamos conteúdos matemáticos vinculados ao currículo. Essa etapa foi de estudo e planejamento. Em um 2º momento, implementamos e observamos uma aula. Uma professora se responsabilizou de ministrar o que planejamos e as demais observaram a aula em execução. A motivação dos alunos veio ao palco das discussões. Em nossa 3ª e última etapa, realizamos as reflexões pós-aula e projetamos ideias e ações a serem incorporadas em planejamentos e atividades futuras. Esse processo foi fundamental para um mergulho profundo em outras experiências formativas, no sentido de dar às professoras a oportunidade de pensar sobre o quê e como fazem, permitir que recriem caminhos percorridos e descubram papéis e horizontes para si e para os alunos. O primeiro aspecto que surgiu, em nossos estudos, foi relacionado ao conteúdo e práticas das professoras. Elas apontaram grandes desafios que os contextos formativos de Sobral oferecem aos docentes. Silvana trouxe uma fala que evidenciou assumir um papel de técnica executora daquilo que a rede orientava, revelando a ideia de contenção e controle que Hargreaves (2010) nos traz. De acordo com ela, *para a prefeitura, o que vale é o resultado da avaliação e se isso não der resultado, nós vamos ter problemas. Nessa história, eu me sinto presa, então eu sigo o que eles orientam nas formações.* Essa afirmação me pareceu forte. A palavra "presa", no sentido de estar aprisionada a uma proposta vinda de cima para baixo, é algo que deveria pelo menos incomodar. Sobral, por ser hoje referência no contexto educacional, talvez não perceba as sensações que causam em suas profissionais da Educação, só isso já nos pareceu um levantamento importante desta proposta formativa que estávamos vivendo. Estaria a gestão educacional da cidade também "presa" à ideia de que ter uma boa Educação é ter alunos com bons resultados nas avaliações externas? Não seria isso uma colegialidade artificial, como Hargreaves (2010) alerta, de modo a criar nas professoras uma falsa sensação de estarem sendo "bem preparadas" para trabalhar em sala de aula? A ressignificação desta ideia surgiu quando a professora Aureni, em tom de desabafo, falou: *eu não sei se esse caminho que fazemos é o certo, porque o que pode nos parecer perda de tempo, que seria discutir mais com os alunos, pode ser um ganho. O duro é saber como fazer isso sem perder o foco das avaliações.* Neste momento, surgiu uma reflexão que sinalizou a possibilidade de abertura para novas perspectivas de trabalho. As relações mais próximas dentro do grupo colaborativo, nesta etapa, abriu espaço para questionamentos e possibilidades de se examinar os modos de ensinar, sinalizando um momento de aprendizagem que pode conduzir a novos caminhos e avanços no ser e estar professor (Fiorentini, 2013). O grupo, então, trouxe o "conteúdo" que estava sendo trabalhado. Destacaram a habilidade e o descritor indicado para um bloco de atividades específicas. Tudo pronto! Entendi que, oferecer uma nova experiência formativa, com mais participação e discussão não iria avançar muito se a própria realidade não fosse o centro do nosso trabalho. Isso já evidenciava que o cenário de prática delas deveria mesmo ser utilizado para motivar a formação, a participação e o engajamento do grupo colaborativo, como, de fato, é a ideia do LS (Pina Neves; Fiorentini; Silva, 2022). Seria a oportunidade de levar as professoras a terem mais autonomia no que desenvolviam. E seguimos com nossa discussão. Maria de Jesus mostrou a habilidade da BNCC que estava sendo indicada pelo plano mensal: EF01MA01 – tratava do número como quantidade, ordem e código de identificação. Silvana disse que trabalhou com a primeira e segunda ideia. Quando perguntei sobre o número como "código identificador", ela disse: *trabalhei a quantidade quatro bolachas, cinco carros, 1º lugar, 2º lugar, por aí.* Percebi que a professora ignorou em sua ação o último sentido de número destacado na habilidade. Questionei-me se essa mesma ação não foi reflexo dos exemplos que o caderno mensal da ESFAPEGE ofereceu aos professores. Esta reflexão mostrou o que Hargreaves (2010) aponta sobre as formações oferecidas nas escolas, por vezes, inibirem a capacidade reflexiva dos professores. Em relação ao conteúdo matemático, elas não "enxergavam" muito além do senso comum, nem se deram conta de que não trabalharam o número como código identificador, mesmo sendo "indicado"! Mas, aquela vivência quebrou este ciclo. Questionada sobre o lugar ou região, cujo número de telefone DDD é 011, Silvana respondeu que era *de São Paulo* e que as *"cobranças" vinham sempre desse código*. Ela de imediato, atribuiu um significado ao número como código identificador. Refletindo sobre o CEP, conforme propus, Aureni disse: é *identificação, porque se descobre a rua onde alguma coisa vai ser entregue.* Sobre os questionamentos, Silvana comentou que era *engraçado essas perguntas, porque estão me fazendo pensar em algo que eu nunca pensei. Eu não lembro de ter trabalhado isso com meus alunos. Mas por que eu nunca pensei dessa forma?* Nesse momento, vi que havia um tratamento sendo dado, pela primeira vez, em relação ao conteúdo matemático e, junto com ele uma "liberdade" à prática: as professoras perceberam que, dentro das habilidades e descritores, existiam ideias matemáticas relacionadas aos conteúdos, que deveriam ser abordadas. Sobre explorar ideias por trás da habilidade por meio de perguntas, Aureni disse que *o mais interessante é que você está nos fazendo pensar sobre isso por causa das suas perguntas.* Silvana complementou: *suas perguntas me deixam louca, talvez seja isso que eu não faça com os alunos, né? Mas, vou perder tempo assim.* A percepção proporcionada pela prática exploratória que estávamos vivenciando nesta etapa do LS teve um efeito libertador para as professoras. Elas refletiram sobre as vinculações entre as práticas, os conteúdos e a motivação dos alunos. Para Aureni: *da forma como você faz, a gente descobre coisas e isso é mais interessante*! Questionei se a professora achava difícil trabalhar nesta perspectiva, já que Silvana falou em "perder tempo". A resposta foi: *vai demorar muito e eu posso não dar conta do que tenho que dar dentro dos cadernos. Mas, eu acho que vai funcionar mais, porque motiva.* Ou seja, emergia, nesse momento, novas compreensões, questionamentos e olhares em relação aos conhecimentos específicos da profissão docente. O grupo estava ressignificando a ação de ensinar, o que se configurou nos diversos momentos de aprendizagem do LS (Pina Neves; Fiorentini; Silva, 2022). Aproveitando essas oportunidades, decidimos planejar uma questão a ser desenvolvida em sala no molde que chamou atenção do grupo: "por meio de perguntas". Para planejar seguindo essa proposta, Maria de Jesus disse que *precisamos criar perguntas que motivem, mas não é fácil e os próprios alunos vão estranhar, porque não estão acostumados.* Aqui foi possível perceber um aprendizado que ganha "corpo" na vontade de desenvolver uma prática onde os alunos sejam convidados a desempenhar um papel no processo de ensino, mas que se choca com as dificuldades das próprias professoras frente ao que é vivido e agora projetado. A "moldagem" que o trabalho atual delas desenvolve nos alunos, ganha consciência de obstáculo didático, ao passo que a mudança que queriam não era tão simples para nenhum dos envolvidos nas ações de ensinar e aprender. No planejamento, o grupo teve muita dificuldade em estruturar uma discussão sobre o assunto que escolheram e que, na visão das docentes, estava de acordo com a habilidade acima citada: números pares e ímpares. Elas não souberam dizer onde o conteúdo "par e ímpar" se inseria na habilidade e pediram ajuda. Maria de Jesus complementou: *planejar atividades próprias e com essa estratégia das perguntas que instigam e motivam os alunos, é muito complicado, por isso a gente acaba seguindo a ESFAPEGE mesmo.*

Argumentei: vocês já observaram em qual lado da rua, ficam as casas de número par e ímpar? Do lado esquerdo ou direito? A professora Aureni sorriu e disse: *nossa! Então, pode ser o número identificador e localizador! Se é par, é lado direito e se é ímpar, lado esquerdo... Os alunos vão gostar disso!* Nesse momento, a articulação e negociação entre os significados dos conceitos mobilizados em nossos diálogos estavam promovendo aprendizagem e encantamento às professoras. Assim, começaram a criar perguntas para motivar os alunos, vencendo os próprios desafios: *qual o número da casa onde moram? Quais terminam em 0, 2, 4, 6 e 8? E em 1, 3, 5, 7 e 9? Quem mora do lado esquerdo da rua? E direito? Vamos organizar quem mora do lado esquerdo e direito (em uma tabela de duas colunas)? Quem mora do lado esquerdo os números terminam como? E do direito?* O grupo conversou ainda sobre a distribuição do tempo de aula com um olhar mais cuidadoso à participação dos alunos, dando-lhes oportunidades para explorar e socializar pensamentos e estratégias, rompendo com o que até então estavam acostumadas a fazer. A Aureni se ofereceu para implementar a proposta em aula. As demais se dispuseram a observá-la.

Na 3ª e última etapa de nosso ciclo, nas reflexões pós-aula, a primeira fala foi colocada pela professora Maria de Jesus: *me surpreendi com a desenvoltura da Aureni, pois estava muito tranquila e segura*. Aureni por sua vez, disse que tinha se *emocionado com o rendimento e algumas respostas dos alunos*. Os destaques em relação a como a professora se sentia e sua performance em sala, mostrou como estavam muito à vontade no grupo e o quanto aprenderam no processo de condução de aulas exploratórias. Isso me trouxe à mente a ideia de "prisão" levantada por Silvana no início. Acho que houve uma sensação de liberdade sendo revelada na dinâmica que desenvolvemos na vivência do LS. Silvana comentou: *eu acho que o que mais pesou foi o estilo das questões e que isso a gente viu ao longo dos nossos encontros. Nós fizemos com os alunos, o que fazíamos aqui e isso motivou a eles e deixou a Aureni segura*. A professora revelou que o que vivenciam traz consequências diretas às ações delas em sala de aula (Fiorentini, 2013). As aprendizagens, reveladas em nossa experiência de LS, reverberaram diretamente na prática, evidenciando DP. Silvana revelou ainda, um aprendizado em relação à gestão da aprendizagem discente, na condução de aulas "diferentes" e que isso precisa ser pensado nos planejamentos: *é preciso ter cuidado para não se perder no que se quer alcançar*. Por fim, Silvana trouxe outro aprendizado em relação ao que motivou os alunos na aula: *trabalhar assim fez a gente ensinar os meninos a pensar, encontrar caminhos. O que fez isso foi perguntar, deixar falar, chamar para mostrar como pensaram e que não precisa ser uma conta. Tudo depende da maneira que a gente faz.* A professora evidenciou que motivar os alunos depende da maneira como elas agem e que isso foi *transformador* nessa experiência. Encerrando nossas reflexões, as professoras falaram sobre como "planejar para frente". Nas palavras da Maria de Jesus: *acho que o maior aprendizado que tive e que me inquietou para fazer diferente, foi planejar pensando no que eu quero discutir com os alunos e dar espaço para eles. Mas, não é fácil. Para isso eu preciso pensar questões que motivem e que não precise só de uma conta para achar resposta.* Assim, vimos que na vivência do ciclo de LS, o DPD ocorreu de dentro para fora, houve tomada de consciência sobre as práticas e as repercussões disso para os alunos e as aulas. Sobre a reflexão dos aprendizados em ações futuras, Aureni completou: *é possível de ser feito, mesmo seguindo os cadernos da ESFAPEGE. É preciso olhar o que nos entregam e enxergar o quê explorar e como. Não é fácil, mas o resultado é melhor!* Nesta fala, senti um aprendizado se moldando em ação de liberdade por meio de um pensamento!

Considerações Finais

A vivência nas três etapas do ciclo do LS desenvolvida em nossa comunidade de prática colaborativa revelou uma inquietação das professoras simplesmente na tentativa de fazer algo diferente. Executar de modo incontestável o que lhes era enviado pela rede de ensino, era recebido pelas professoras como a única forma que o trabalho "daria certo". A oportunidade de viver uma formação mais discussiva e baseada na própria prática, em processo de LS, abriu possibilidades e horizontes em relação à profissão docente. As professoras passaram a ter um olhar diferente para suas ações e as influências destas na: aprendizagem dos alunos; nas dificuldades; na relação com os objetivos de ensino; nas motivações para ensinar e aprender Matemática; na qualidade dos planos e ações em sala de aula (LEWIS *et al*, 2004). O maior aprendizado foi que, para as professoras, enxergar essas possibilidades não anula o que a ESFAPEGE as impõe. Elas encontraram brechas para seguir o que lhes era exigido de forma diferente, assumindo que podem criar e recriar em suas funções, mesmo que isso não lhes pareça fácil. As percepções foram se modificando ao longo das discussões e reflexões na vivência do LS, o que se configurou como aprendizagem e, consequentemente, DP. Alguns aprendizados foram verificados e mobilizaram ações: as professoras perceberam que nunca tinham pensado em alguns aspectos relacionados ao conteúdo e também à prática; questionaram como os conteúdos poderiam ser abordados e o que matematicamente estava por trás dos descritores do SAEB e habilidades da BNCC; entenderam que considerar isso as levava a extrair ideias que dão mais sentido e significado as suas ações; assumiram uma nova postura quando perceberam que as questões colocadas aos alunos, buscando apenas o resultado da conta, não motivam e que esta motivação pode existir se aprenderem a fazer perguntas que instiguem e deem mais espaço aos alunos. Isso aconteceu, porque elas próprias, se sentiram motivadas pelo que experienciaram nos encontros do grupo colaborativo, revelando a influência das experiências formativas nas práticas docentes (Fiorentini, 2013). As professoras perceberam ainda suas dificuldades em planejar atividades utilizando aquelas práticas e que, colocar os alunos em um novo papel, implica em, elas próprias, terem outra postura no planejamento e execução das aulas. Viram que não podem ser apenas "técnicas executoras" do que vêm de "cima para baixo". Isso nos mostrou um novo olhar sobre as dificuldades e possibilidades delas e dos alunos. Cada etapa foi uma descoberta. Nesse "descobrir" elas se debruçaram em vencer suas reais dificuldades e experimentaram novas aprendizagens. Os processos vivenciados as levaram a pensar em mudanças a serem assumidas em seus cenários de trabalho. As mudanças nos modos de pensar os processos em que estão inseridas, que se concretizaram no planejamento, na execução da aula, bem como na tentativa de pensar questões exploratórias para garantir envolvimento dos alunos, se configurou como DP que emergiu da experiência do LS. Esta por sua vez, proporcionou aprendizagens e aprendizados profissionais que asseguraram, o vislumbramento de que outras práticas "dão certo" e podem ser experimentadas, o que nem sempre é evidenciado em outros modelos formativos.

Referências e bibliografia

Crecci, V.; Fiorentini, D. (2012). Práticas de Desenvolvimento Profissional sob a Perspectiva dos Professores. DiversaPrática. *Revista Eletrônica de Formação Docente.* Volume de lançamento – 2º Semestre, 2012. p. 65 – 76.

Crecci, V.; Fiorentini, D. (2018). Desenvolvimento Profissional em Comunidades de Aprendizagem Docente. *Educação em Revista,* Belo Horizonte. No. 34, p. 1 – 20.

Fiorentini, D. (2013). Learning and Professional Development of the mathematics Teacher in Research Communities. *Susyphus Journal of Education*, v. 1. N.3, p. 152 – 181.

Hargreaves, A. (2010). Leading Professional Learning Communities: moral choices amid Murky realities, In: Blankstein, A. M. Houston, P. D. & Cole, R. W. Sustaing Professional Learning Communities, Thousand Oakes: corwin press, p. 175– 198.

Lewis, C.; Perry, r.; Hurd, J. (2004). A deeper look at lesson study. *Educational Leadership.* v. 61, n. 5, p. 18 – 23.

Mizukami, M. G. N. (2013). Escola e Desenvolvimento Profissional da Docência. In: Gatti, B. A.; Silva Júnior, A. C; Pagotto, M. D. S.; Nicoletti, M. G. Por uma política nacional de formação de professores. São Paulo: editora Unesp, p. 23 – 54.

Pina Neves, R. S.; Fiorentini, D.; Silva, J. M. P. (2022). Lesson Study presencial y la pasantía curricular supervisionada en matemáticas: contribuiciones al aprendizaje docente. *Revista Paradigma*, v. LXIII, Edición temática, n. 1. p. 409 – 442.

Creencias de docentes universitarios sobre Competencia Matemática

Luis Enrique **Eyzaguirre** Espino
Universidad Privada del Norte
Perú
luis.eyzaguirre@upn.edu.pe
Rosa Eulalia **Cardoso** Paredes
Pontificia Universidad Católica del Perú
Perú
rcardoso@pucp.pe

Resumen

En este trabajo describimos las creencias de 7 profesores universitarios sobre la competencia matemática que deben desarrollar en sus estudiantes. Dicho estudio formó parte de la implementación de una propuesta curricular a nivel superior llevada a cabo durante el periodo 2017-2018. Las creencias fueron averiguadas aplicando la Guía de entrevista acerca de creencias sobre competencias matemáticas diseñada y validada por Guzmán, L.A.P. (2015) y analizadas mediante la técnica de Mapas cognitivos (Llinares, 1992). Los resultados sirvieron para determinar los factores que favorecen u obstaculizan las creencias en el cambio didáctico sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática a nivel superior.

Palabras clave: Creencias en matemáticas; Competencia Matemática; Mapas cognitivos. Entrevistas. Docentes universitarios.

Introducción

La inclusión del concepto de competencias es relativamente reciente en el currículum; en el caso de las matemáticas, el proyecto Kom (Niss, 2003) [*acrónimo en danés de Competencies and the Lerning of Mathematics*] fue un aporte importante frente a una serie problemas detectados en el sistema educativo danés; por ejemplo, detectaron la necesidad de determinar cuáles eran las competencias matemáticas que debían ser desarrolladas por los estudiantes en las diferentes etapas escolares (Niss, 2003 y 2004), afirmando que dominar las matemáticas significa poseer la competencia matemática y la define como “la capacidad de entender, juzgar, hacer y utilizar las matemáticas en una variedad de contextos y situaciones intra y extra-matemáticas en las que éstas juegan o podrían desempeñar un papel” (Niss, 2004). Según Niss, el proceso de formación debe ayudar a los estudiantes a conseguir los dos grupos de competencias que se describen y muestran en la tabla 1:

Tabla 1
Competencias matemáticas desde Niss (2004).

La habilidad para plantear y responder cuestiones sobre y con las matemáticas	
1.	Pensar matemáticamente.
2.	Formular y resolver problemas matemáticos.
3.	Ser capaz de analizar y construir modelos matemáticos
4.	Ser capaz de razonar matemáticamente.
La habilidad de manejarse con las herramientas y el lenguaje matemático	
5.	Utilizar diversas representaciones.
6.	Utilizar el lenguaje de los símbolos y de sistemas formales matemáticos.
7.	Ser capaz de comunicarse en, con y sobre las matemáticas
8.	Manejar las ayudas y herramientas matemáticas

Fuente: Adapatado de Niss (2004)

Del mismo modo, Niss (2004) afirma que “las competencias están estrechamente relacionadas -forman un continuo de grupos superpuestos- pero son diferentes en el sentido de que sus centros de gravedad están claramente delimitados y son disjuntos” (p. 9).

Por otro lado, para realizar un análisis de la problemática que sucede en las aulas de matemática de las universidades, partimos primero, por reconocer que hasta hoy, ellas están caracterizada por: tener como principal medio de enseñanza la clase magistral, potenciar los aprendizajes memorísticos, donde el estudiante es considerado como receptor pasivo de aprendizajes; y segundo, en sintonía con Moreno y Azcarate (2003) que el inicio de dicha reflexión y análisis de la problemática debe considerar al docente, concediéndole especial importancia “al estudio, análisis e interpretación de las concepciones y creencias de los docentes universitarios de matemática y determinar en qué medida estas influyen en su práctica docente” (p. 266)

Hay diversas investigaciones que reconocen la importancia del estudio acerca de las creencias que tienen los docentes sobre las competencias matemáticas. En ese sentido, consideramos la definición de Pajares (1992) que la define como:

> Las **creencias** son conocimientos subjetivos, poco elaborados, generados a nivel particular por cada individuo para explicarse y justificar muchas de las decisiones y actuaciones personales y profesionales vividas. Las creencias no se fundamentan sobre la racionalidad, sino más bien sobre los sentimientos, las experiencias y la ausencia de conocimientos específicos del tema con el que se relacionan, lo que las hacen ser muy conscientes y duraderas para cada individuo. (p. 267)

Llinares (1992) utiliza los mapas cognitivos para organizar los datos, como representación gráfica de la estructura de creencias de los profesores en formación y para facilitar las reflexiones que puedan llevar a la generación de una teoría que explique los datos obtenidos. Así también, considera que las creencias y conocimientos del profesor “intentan dar cuenta de la forma de conocer del profesor y de los procesos interpretativos a través de los cuáles dota de significado a las situaciones en las que se encuentra y que le permiten dirigir su acción" (Linares, 2000. pág. 113). De esta manera propone tres componentes de un sistema de creencias: las ideas núcleo, las perspectivas de acción y las razones, que explican tanto los aspectos cognitivos como los afectivos de las creencias y permiten la comprensión de situaciones reales. Indica que l**as ideas núcleo** constituyen los principios, ideas básicas y fundamentos a través de los cuáles se articulan los sistemas conceptuales del profesor, l**as perspectivas de acción** son esquemas proposicionales compuestos por expectativas sobre el conocimiento, motivación y conductas derivadas de las ideas núcleo para realizar una acción posible; y, l**as razones** son los argumentos que apoyan el establecimiento de las ideas núcleo y describen la conexión entre las ideas núcleo y las perspectivas de acción.

Para el caso de los mapas cognitivos*,* Novak y Gowin (1988) son los que elaboran previamente a un mapa conceptual, realizando un mapa patrón que luego utiliza para analizar los mapas de los estudiantes, que en este caso llaman mapas cognitivos, y lo definen como:

> Mapa cognitivo es el término con el cual designamos la representación de lo que creemos que es la organización de los conceptos y proposiciones en la estructura cognitiva de un estudiante determinado. Los mapas cognitivos son idiosincrásicos, mientras que los mapas conceptuales deben representar un área de conocimiento de la manera que considerarían válida los expertos en el tema. (Novak y Gowin 1988, p. 168).

Por lo anterior, nos planteamos una pregunta: ¿Qué creencias tienen los docentes universitarios con respecto a la competencia matemática? ¿Cómo se ven reflejadas estas creencias en el desarrollo de su práctica pedagógica cotidiana?

Objetivos de la investigación

Objetivo General

Comprender la forma en que las creencias de los docentes universitarios sobre la competencia matemática están presentes en su práctica pedagógica cotidiana.

Objetivos específicos

1) Identificar las creencias sobre competencia matemática que tienen los docentes universitarios están presentes en su práctica pedagógica.
2) Determinar la forma en que los docentes incorporan dichas creencias en su práctica pedagógica (Acciones).

Metodología

El estudio que presentamos forma parte de uno más amplio (Eyzaguirre, 2021) donde los docentes que participaron fueron siete, todos profesores de matemáticas de la facultad de Estudios Generales de una universidad privada. Esta investigación tuvo lugar durante los años 2016, 2017, 2018. En este caso participaron aquellos profesores de Estudios Generales que desarrollaron los cursos de Nivelación de Matemática, Matemática 1 y Matemática 2 del periodo 2016-02 al periodo 2017-02 en forma regular, en gran parte dictados durante el periodo en el que se desarrolló la investigación; cuyos perfiles profesionales fueron: matemáticos, licenciados en educación con especialidad en matemática e ingenieros con experiencia en la enseñanza de la matemática, todos ellos con maestría en matemática o educación matemática.

Procedimiento

Para la recogida de los datos se empleó las técnicas como: la observación, las grabaciones y las entrevistas (Marland y Osborne, 1990) y grupos de discusión. Marland y Osborne indican que, las entrevistas etnográficas son la fuente de información en las que se basan las teorías de la acción de los profesores, por ello, se han dirigido, fundamentalmente, a recabar información sobre los tipos de conocimiento que poseen sobre la competencia matemática en este caso y se utilizó un cuestionario abierto semi estructurado, adaptado de la guía de entrevista semi estructurada de Guzmán, L.A.P. (2015). En el procesamiento de los datos se utilizó como técnica el análisis de contenido de respuestas grabada en formato de video y desgravada en formato texto. Para el análisis se utilizó la técnica de los mapas cognitivos que propone Linares (19928) y las categorías analizadas se muestran en el Grafico 1. En esta comunicación solo se presentan resultados de la categoría "Creencias sobre las Competencias matemáticas (Cm).

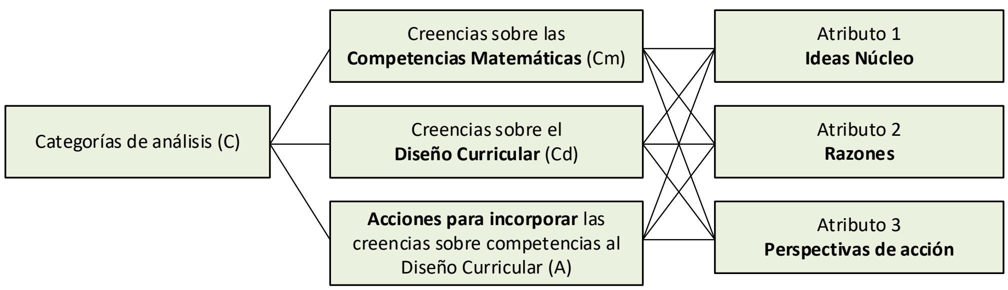


Figura 1. Categorías de análisis de creencias sobre competencias matemáticas

Caracterización de docentes participantes.

Informante 1: Magister y Bachiller en Matemática, tenía con 1 año de experiencia en docencia universitaria en el área de matemática en la institución educativa donde se realizó la investigación; impartiendo los cursos considerados en el programa de intervención. Es considerado como uno de los docentes de menor antigüedad en el área.

Informante 3: Magister en Enseñanza de las Matemáticas y licenciado en Educación Secundaria con mención en Matemática y Física, tenía 12 años de experiencia en docencia universitaria en el área de matemática en la institución educativa donde se realiza la investigación; en el momento de la entrevista tiene 4 años impartiendo los cursos considerados en el programa de intervención. Es considerado uno de los docentes de mayor antigüedad.

Informante 5: Magister y licenciado en Matemática, tiene 5 años de experiencia en docencia universitaria en el área de matemática, de los cuáles en los 2 últimos años se desempeñó como docente en la institución educativa donde se realiza la investigación, impartiendo los cursos considerados en el programa de intervención. Para el interés de la investigación es considerado también como uno de los docentes de menor antigüedad en el área.

Informante 7, Magister en Ciencias de la Educación con mención en Educación Matemática y licenciado en Matemática, tiene 14 años de experiencia en docencia universitaria en el área de matemática, de los cuáles en los 10 últimos años se desempeñó como docente en la institución educativa donde se realiza la investigación; en el momento de la entrevista tiene 5 años impartiendo los cursos considerados en el programa de intervención. Es considerado uno de los docentes de mayor antigüedad en el área.

Resultados

Análisis de la categoría creencias sobre competencia matemática de los docentes informantes. A continuación, en la tabla 1, presentamos la matriz del informante 3, donde se encuentran las 4 primeras unidades de análisis relacionadas a las creencias sobre la competencia matemática.

Tabla 2

Matriz de análisis de creencias sobre Competencia Matemática. Informante 3.

1. ¿Cuáles cree usted que son las ideas de competencia que orientan el desarrollo de su práctica pedagógica?		
UAI3: Bueno yo entiendo que uno de los principios está basado en la metodología por competencias, la interacción que hay con el estudiante basado por competencias, el tipo de interacción que hay con el estudiante y el tipo de evaluación por competencias. Cada una de ellas tiene una característica particular, justamente por competencias. Entiendo que la metodología, la interacción y la evaluación están relacionadas básicamente centrando al estudiante como el actor principal en el proceso de aprendizaje y este proceso por competencias tiene como eje fundamental el aprendizaje autónomo donde se le enseña al estudiante para que pueda aprender sin necesidad de estar en contacto directo con el docente, de esa manera el estudiante puede aprender a aprender		
Ideas núcleo	**Razones**	**Perspectivas de acción**
R311 El estudiante como el actor principal del proceso de aprendizaje	**R312-1**"...y este proceso por competencias tiene como eje fundamental el aprendizaje autónomo…" **R312-2**"…se le enseña al estudiante para que pueda aprender sin necesidad de estar en contacto directo con el docente, de esa manera el estudiante puede aprender a aprender…"	**R313** "…está basado en la metodología por competencias, la interacción que hay con el estudiante basado por competencias, el tipo de interacción que hay con el estudiante y el tipo de evaluación por competencias…"
2. ¿Cuáles cree usted son las ideas de competencia matemática que orientan el desarrollo de su práctica pedagógica?		
UAI3: Competencias en matemáticas. Las competencias en matemáticas, bueno, yo comprendo que un profesor que es competente matemáticamente para desarrollar una praxis en enseñanza y aprendizaje requiere la preparación en dos aspectos: en el aspecto disciplinar de la misma matemática, tener los conocimientos no solamente al nivel que va a enseñar, sino tener los conocimientos sólidos y le permitan a él fundamentar y fundamentarse las cosas que él va a enseñar. El otro aspecto es el aspecto pedagógico en donde el profesor lo que él conoce puede no transmitirlo, sino puede usarlo para que otra persona pueda aprender.		
Ideas núcleo	**Razones**	**Perspectivas de acción**
R321. Formación docente en dos aspectos: disciplinar y pedagógico.	**R322-1.** "… le permitan a él fundamentar y fundamentarse las cosas que él va a enseñar…" **R322-2.** "…donde el profesor lo que él conoce puede no transmitirlo, sino puede usarlo para que otra persona pueda aprender…"	**R323.** No se evidencia

3. ¿Cuáles son los procesos, qué a su criterio, se deben considerar para desarrollar las competencias matemáticas en sus estudiantes?		
UAI3: Los procesos matemáticos, bueno, entiendo yo que son tres denominados competencias matemáticas; uno es la comunicación matemática, el estudiante debe de comunicarse matemáticamente en base a criterios y estándares establecidos en la institución donde se conciba eso; dos que el estudiante pueda matematizar y pueda realizar representaciones entre el mundo real y el mundo matemático; y el otro que es finalmente el objetivo principal de que el estudiante lleva un curso de matemática es resolver problemas, básicamente el tercero engloba todas las otras competencias.		
Ideas núcleo	**Razones**	**Perspectivas de acción**
R331 Resolver problemas.	**R332-1**"… la comunicación matemática… y matematizar … entre el mundo real y el mundo matemático…"	**R333** "…en base a criterios y estándares establecidos en la institución donde se conciba eso…"
4. ¿Qué significa para usted ser competente en matemática?		
UAI3: Ser competente en matemática, yo lo considero de acuerdo al contexto porque para mí un estudiante puede ser competente en matemática I, pero posiblemente no sea competente en matemática, entonces si hablo yo solamente de un curso determinado, el estudiante que termina ese curso es competente en matemática porque puede resolver problemas, para ello trabajo en mi curso los aspectos básicos que mencioné en la primera parte con la comunicación, con la matematización y representación, y la estrategia y cálculo		
Ideas núcleo	**Razones**	**Perspectivas de acción**
R341 Resolver problemas	**R342**"… yo lo considero de acuerdo con el contexto porque para mí un estudiante puede ser competente en matemática I, pero posiblemente no sea competente en matemática…"	**R343**"… para ello trabajo los aspectos básicos que mencioné en la primera parte: con la comunicación, con la matematización y representación, y la estrategia y cálculo.

Fuente: tomado de Eyzaguirre (2021)

Mapas cognitivos de los informantes.

Complementariamente se presentan los mapas cognitivos (Linares, 1992), relacionados con las creencias sobre competencias matemáticas de los 4 docentes informantes.

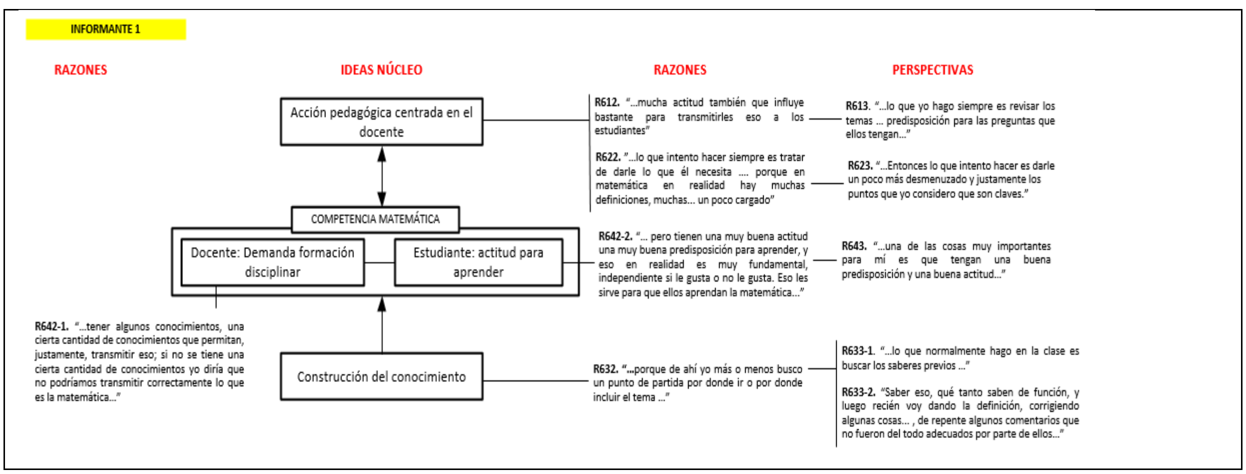


Figura 2. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 1, en relación con la categoría Competencia Matemática.

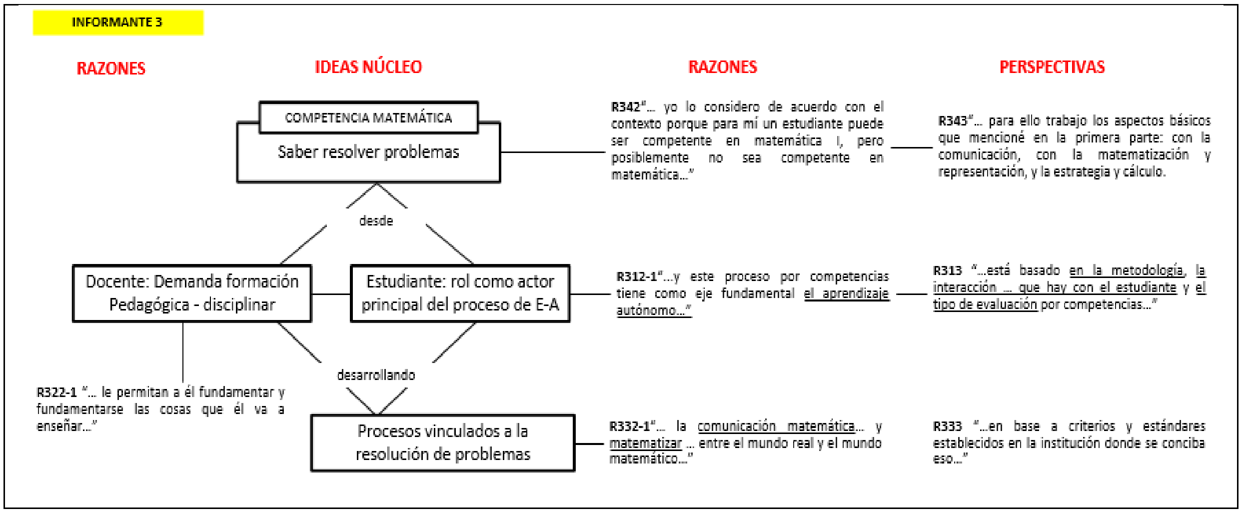


Figura 3. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 3, en relación con la categoría Competencia Matemática.

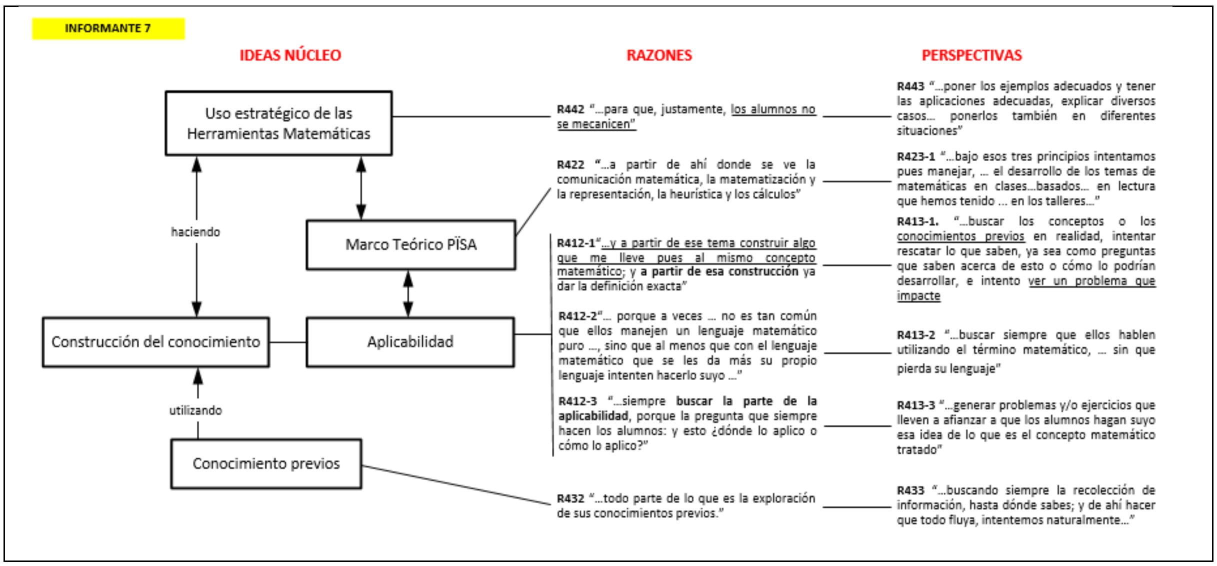


Figura 4. Mapa cognitivo, que describe el sistema de creencias del informante 7, en relación con la categoría Competencia Matemática

A partir de los mapas cognitivos de los informantes (Fig. 2, Fig.3 y Fig. 4) se identifican las creencias sobre competencia matemática que estos tienen. A continuación, se comparan las unidades de análisis correspondientes a las creencias sobre competencia matemática.

Los docentes relacionan a la competencia matemática con la capacidad de resolver problemas (UAI3, UAI5). De la misma manera resaltan la importancia de la construcción del conocimiento (UAI1, UAI5 y UAI7), que considere los saberes previos, así como como la aplicabilidad. En la actividad docente, reconocen que la competencia matemática debe estar centrada en la acción pedagógica que demanda formación disciplinar para un uso estratégico de herramientas matemáticas. Así mismo, se evidencia la diferencia de creencias entre alguno que ubica al estudiante como actor principal en el proceso de enseñanza aprendizaje (UAI3), y otro que reconoce al docente como centro de la acción pedagógica (UAI1). Así mismo, solo uno de los docentes (UAI1) valora la importancia de la actitud para aprender.

A partir del análisis integral de las respuestas de los informantes, se puede determinar que existen una idea ambigua de los informantes sobre lo que es la competencia matemática considerada en esta investigación (Niss,2004). Sin embargo, por su formación profesional, algunos evidencian una idea más clara de lo que creen es ser competente matemáticamente, como se registran en las razones y perspectivas de acción correspondientes.

En el análisis de las creencias relacionadas con la segunda categoría, se refleja un conocimiento parcial sobre los elementos a considerar en un diseño curricular por competencias, el mismo que se reconoce a través del sesgo de todos los informantes hacia el perfil profesional únicamente. De acuerdo con la revisión de las respuestas en la tercera categoría se evidencia un conocimiento parcial de las acciones que se deberían tomar para un diseño curricular por competencias, sin embargo, muestran el conocimiento de las fuentes teóricas que lo sustentarían.

Como se puede observar, los mapas no son lineales sino, como afirma Llinares (1992), «es un proceso que podríamos denominar de «aproximaciones sucesivas» a través de las cuales se van comparando los primeros borradores del mapa con los datos previos» (Llinares, 1992, pág. 88).

Conclusiones

Con respecto a la categoría competencia matemática, los docentes consideran que ella está asociada con la capacidad de resolver problemas, la importancia de la construcción del conocimiento en base a los saberes previos, así como como la aplicabilidad de los conocimientos a la vida diaria; para tal fin el docente debe tener formación disciplinar para hacer un buen uso de la herramienta matemática. Algunos de los docentes ubican al estudiante como actor principal en el proceso de enseñanza aprendizaje, y otros reconocen al docente como centro de la acción pedagógica, solo uno de los docentes valora la importancia de la actitud para aprender. Así mismo, se evidencia que los informantes tienen una idea poco integral o sistémica sobre lo que es la competencia matemática; sin embargo, por la formación profesional evidencian una idea de lo que creen es "ser competente matemáticamente". Se puede determinar que existe una definición de competencia en el sistema de creencias de los docentes participantes, fundamentada en la práctica y la relacionan con los tipos de pensamiento matemático que conocen.

Referencias y bibliografía

Guzmán Solano, L. (2015). *Competencias matemáticas: Creencias y sus implicaciones en el diseño curricular*. Tesis de Magister. Universidad Santo Tomás, Bogotá. Recuperada de http://repository.usta.edu.co/handle/11634/530.

Eyzaguirre, L. E. (2021*) Propuesta curricular para el desarrollo de la competencia matemática y las actitudes hacia la matemática en estudiantes universitarios*. Tesis para optar el grado de doctor en matemática. U. del Santa. Lima.

Llinares, S. (1992). Los mapas cognitivos como instrumento para investigar las creencias epistemológicas de los profesores. En Marcelo, C. (1992) *La investigación sobre la formación del profesorado. Métodos de investigación y análisis de datos*. P. 57-95. Buenos Aires, Argentina. Ed. CINCEL

Llinares, S. (2000). Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas. *Educacao matemática em Portugal, Espanha e Itália: Seccao de Educacao* Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciencias da Educacao, 109-132.

Moreno, M. y Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las Ciencias* (2), 265.280.

Niss, M. (2003). Quantitative Literacy and Mathematical Competencies. En B.I. Madison y L.A. Steen (Eds.), *Quantitative Literacy – Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*. (pp. 215-220). Princeton, NJ: National Council on Education and the Disciplines.

Niss, M. (2004). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish Kom project. En Gagtsis y Papastavridis (Eds.), *3rd Mediterranean Conference on mathematical education, 3-5 January 2003, Athens, Greece*. (pp. 115-124). Athens: The Hellenic mathematical society.

Novak, J.D. y Gowin, D.B. (1988). *Aprender a aprender*. Barcelona: Martínez Roca.

Pajares, M. F. (1992). Teachers' belief and educational research: cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research* 62 (3), 307-332.

Desarrollo del conocimiento matemático para la enseñanza de la geometría en un curso e-learning

Daniela **Rojas** Bastías
Centro de Modelamiento Matemático, Universidad de Chile
Chile
daniela.rojas.b@uchile.cl
Paulina **Araya** Erices
Centro de Modelamiento Matemático, Universidad de Chile
Chile
pauaraya@dim.uchile.cl
Salomé **Martínez** Salazar
Centro de Modelamiento Matemático, Universidad de Chile
Chile
samartin@dim.uchile.cl

Resumen

El desarrollo profesional docente (DP) en formato e-learning presenta distintas ventajas, como permitir el acceso a docentes de distintas zonas geográficas. Resulta relevante conocer en qué medida este tipo de capacitaciones puede contribuir a fortalecer el conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) del profesorado. El presente estudio se propuso describir cómo se movilizó el MKT asociado al eje de geometría de los profesores participantes de un curso de DP online. Se aplicó un pre y post test a los 24 profesores participantes del curso, el que evaluó 3 dimensiones asociadas a las distintas partes que componían el curso. Se calculó el promedio obtenido en pre y post para cada una de las dimensiones evaluadas y para la prueba total, examinando su significancia mediante prueba t. Si bien todas las dimensiones mostraron avances, estos fueron estadísticamente significativos solo para la dimensión asociada a la construcción de definiciones.

Palabras clave: Educación Matemática; Educación superior; Aprendizaje en línea; Desarrollo profesional; Investigación cuantitativa; Enseñanza de la geometría.

Introducción y antecedentes

Mejorar los conocimientos matemáticos de los profesores de Educación Básica es un desafío compartido en muchos países. Si bien desde la investigación educativa se ha avanzado en la identificación y conceptualización de los conocimientos que los profesores movilizan en la tarea de enseñar matemática (Hill, 2010), como el modelo del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT) (Ball et al., 2008), no es evidente cómo los docentes pueden desarrollar este tipo de conocimiento. Según algunos autores, los programas de formación inicial suelen ofrecer pocas oportunidades para que los futuros profesores desarrollen las capacidades requeridas en el ejercicio docente (Blömeke, Suhl & Döhrmann, 2013; Ingvarson et al., 2013), por lo que el desarrollo profesional (DP) es una estrategia clave para ofrecer a los profesores que se desempeñan en el sistema educativo espacios de formación donde puedan fortalecer sus conocimientos y habilidades.

Dentro de los distintos formatos de DP, los programas de formación docente en línea presentan algunas ventajas considerables: por un lado, permiten llegar a un gran número de docentes con un costo menor a un programa presencial; además, pueden participar profesores de distintos lugares, incluyendo zonas remotas y sectores rurales, siempre que cuenten con conexión a internet; por último, conllevan un mayor nivel de flexibilidad horaria y los profesores pueden organizar sus tiempos (Martínez et al., 2020; UNESCO, 2005). A lo anterior, se añade una consecuencia positiva dejada por la pandemia, gran parte de los profesores ha debido adaptar sus clases al formato online por lo que sus capacidades para manejar dispositivos electrónicos son probablemente mayores que hace tres años, lo que mejora su disposición y competencias de usuario para el aprendizaje en entornos virtuales.

Dentro de las distintas áreas que los profesores deben enseñar, la geometría es considerada un tema especialmente crítico. En Chile, las evaluaciones realizadas a quienes finalizan sus carreras de pedagogía han mostrado resultados muy deficientes en esta área tanto para las carreras de Enseñanza Básica como para Enseñanza de la matemática en Educación Secundaria (CPEIP, 2020). Considerando lo anterior, resulta relevante proveer a los profesores formación continua de calidad orientada a fortalecer el MKT relacionado con la enseñanza de la geometría. Intentando aportar en esta línea, el propósito de este trabajo fue describir los avances en el conocimiento matemático para la enseñanza de la geometría de los participantes de un curso de DP en formato online.

Programa de desarrollo profesional "Suma y Sigue"

Este estudio se inserta en el contexto del programa de DP Suma y Sigue (Martínez et al, 2020), un programa en formato e-learning para profesores que enseñan matemáticas en Educación Básica y Media, diseñado para fortalecer el MKT de los docentes (Ball et al., 2008), a través de una experiencia de aprendizaje activa con un enfoque basado en problemas. El programa ofrece a los docentes cursos de capacitación en distintos temas asociados a los ejes del currículo escolar y niveles de enseñanza. Estos cursos tienen una duración de 40 horas, y el trabajo sincrónico a distancia se organiza en tres sesiones de dos horas dirigidas por un instructor. El modelo de instrucción de Suma y Sigue busca favorecer el aprendizaje en línea autónomo y autodirigido, lo que ha hecho posible su masificación. Este se sustenta en un modelo formativo basado en tecnologías, que integran talleres virtuales asincrónicos, con sesiones de trabajo grupal sincrónicas. Los talleres asincrónicos están compuestos de actividades matemáticas contextualizadas, las que incorporan recursos tecnológicos para facilitar una alta interacción con el contenido matemático. El diseño de estas actividades recoge principios identificados en la literatura como relevantes para el desarrollo del MKT, como permitir desempaquetar y analizar las matemáticas elementales desde una perspectiva de la enseñanza (Yackel et al., 2007; Suzuka et al., 2009). Las sesiones sincrónicas del programa brindan oportunidades a los docentes para reflexionar sobre el conocimiento adquirido durante el desarrollo de los talleres virtuales y conectarlos con sus prácticas de aula. También, tienen el propósito de ilustrar prácticas efectivas de aula para la enseñanza de un contenido nuclear abordado en el curso, utilizando el enfoque de discusión matemática (Chapin et al., 2003) como metodología de interacción. Este estudio se enfoca en el curso "Desarrollando el pensamiento geométrico" dirigido a profesores de 3º a 6º año básico.

Curso Desarrollando el Pensamiento Geométrico

Este curso tuvo por propósito fortalecer en los docentes el MKT de geometría centrándose en 3 temas; construcción de definiciones, visualización de figuras 3D y 2D, y construcciones geométricas.

La construcción de definiciones es un proceso fundamental para el aprendizaje de la matemática, particularmente en geometría (Brunheira & da Ponte, 2018.; Ouvrier-Buffet, 2011; Zaskis & Leikin, 2008). Según Ouvrier-Buffet (2011), para que los estudiantes aprecien la importancia de definir en matemáticas, se les debe permitir formular sus propias definiciones y ponerlas a prueba, de modo que se hagan visibles las ambigüedades y surja la necesidad de modificarlas, mejorando sus enunciados iniciales. Sin embargo, los docentes suelen haber aprendido definiciones de un modo estático y despersonalizado (Morgan et al., 2014). En este curso se incorporan actividades que otorgan a los docentes la oportunidad de reflexionar profundamente acerca del trabajo con definiciones en geometría, de modo que puedan abordar estos aspectos con sus estudiantes.

Respecto a la visualización, esta consiste en la capacidad de reflexionar sobre objetos geométricos y sus representaciones, anticipar transformaciones y formular argumentos sobre relaciones geométricas (Battista, 2007). Pese a que es una habilidad central en geometría, se sabe que los docentes muestran un bajo nivel de logro en tareas que requieren visualizar (Godino et al., 2016). En el curso, se incorporan actividades que requieren que los profesores visualicen cuerpos 3D relacionándolos con sus representaciones en 2D, analicen cortes en figuras 3D anticipando los resultados y realicen inferencias acerca de las vistas de un cuerpo.

Por último, el curso incorpora actividades para que los profesores realicen construcciones geométricas, por medio del plegado de papel y el uso de instrumentos como regla y compás, comprendiendo las razones que sustentan estos procedimientos. Mediante este tipo de actividades se espera contribuir a que los profesores sean competentes en la realización de construcciones geométricas, y que puedan abordar su enseñanza de manera conectada al razonamiento geométrico.

A continuación, se muestra parte de una de las actividades del curso, cuyo propósito era poner a prueba distintas definiciones. En ella se utiliza un diálogo de dos estudiantes quienes discuten las consecuencias de variar la manera en que se define un rombo. En la Figura 1, se presenta una definición inicial de rombo, según la cual el aprendiz debe clasificar figuras. Luego, se presenta una definición alternativa (ver Figura 2) y se espera que los docentes identifiquen si un cuadrado es un rombo a partir de dicha definición. Finalmente, se presenta una tercera definición (ver Figura 3) que involucra conceptos distintos a las dos anteriores, pero que parece ser equivalente a una de ellas. Se espera que la actividad de clasificación permita evidenciar tal equivalencia.

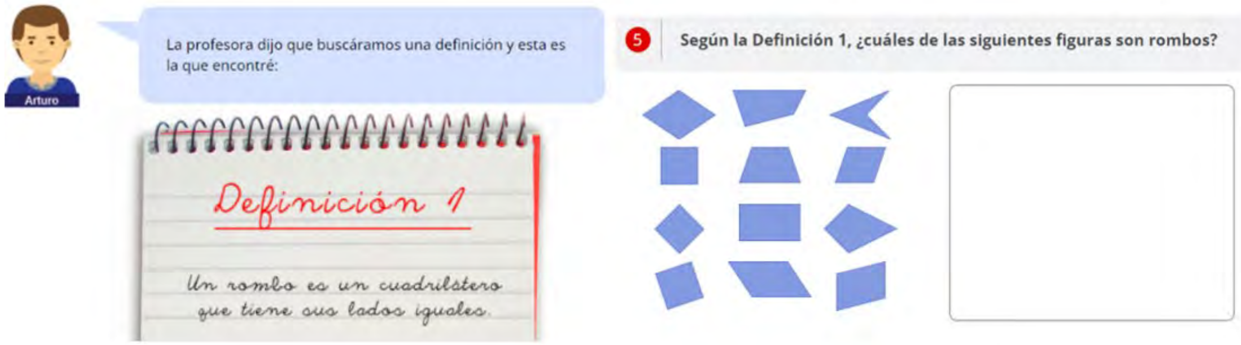


Figura 1. Primera definición de rombo y actividad de clasificación.

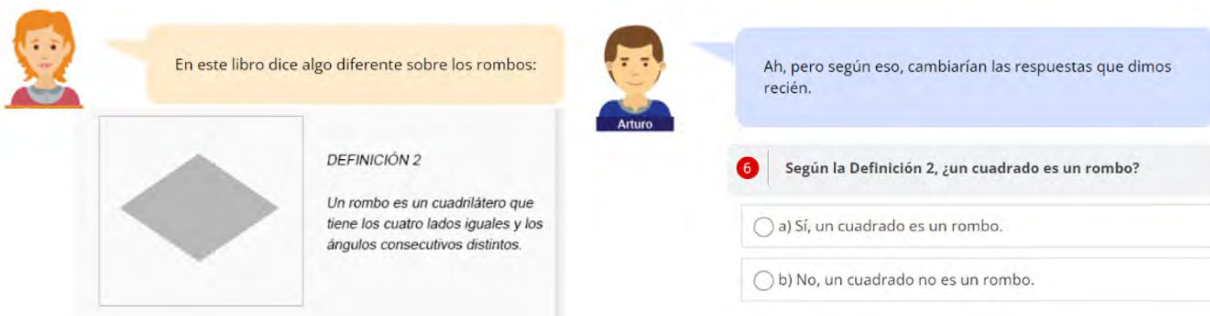


Figura 2. Definición alternativa de rombo y pregunta de aplicación.

Figura 3. Tercera definición de rombo y actividad de clasificación.

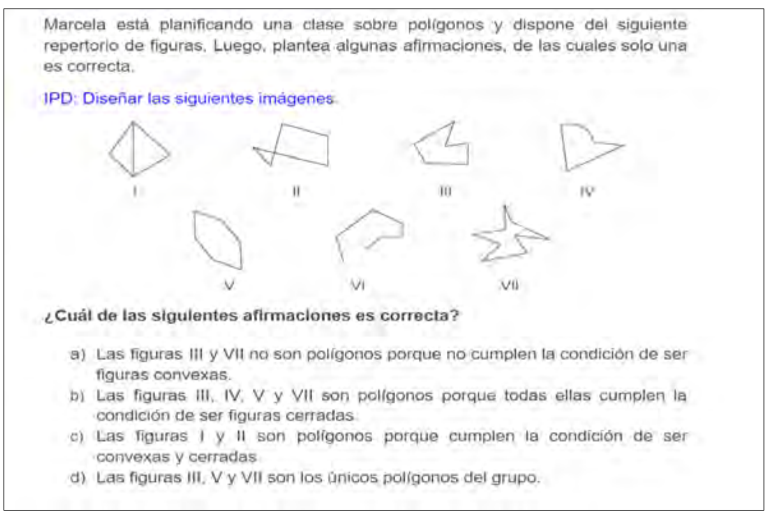
Metodología

Para describir cómo se movilizó el MKT de geometría de los participantes del curso se adoptó un diseño cuasiexperimental con pre y post test. En el estudio participaron 24 profesores de Educación Básica, quienes se inscribieron en el programa de manera voluntaria. Se aplicó el mismo pre y post test, el cual se rindió en la plataforma de los cursos. El test se compone de 12 ítems que evalúan 3 dimensiones. En la tabla 1 se describe cada una de las dimensiones evaluadas, la cantidad de ítem por dimensión y el formato de los ítems. La Figura 4 muestra un ejemplo de ítem asociado a la primera dimensión.

Tabla 1:
Descripción de las dimensiones

Dimensiones	Descripción	Ítems por dimensión
1. Definiciones y propiedades de figuras planas	Analizar definiciones en geometría plana, y deducir propiedades de figuras como ángulos y polígonos.	4 ítems (dos de selección múltiple, uno de Verdadero o Falso y uno de respuesta abierta)
2. Relaciones entre figuras 2D y 3D	Reconocer redes de poliedros, visualizar cortes y vistas de figuras 3D.	5 ítems (3 de selección múltiple y dos Verdadero o Falso)
3. Construcciones geométricas	Establecer deducciones derivadas de construcciones geométricas realizadas mediante pliegues de papel y con regla y compás.	3 ítems (dos de selección múltiple y uno de verdadero o falso)

Para analizar el avance de los profesores que participaron en el curso se calcularon las medias para cada una de las dimensiones evaluadas en el pre y el post test. Se realizaron pruebas t para muestras relacionadas con el fin de determinar si las diferencias observadas eran significativas. La prueba t fue calculada para cada una de las dimensiones evaluadas en el pre y post test y para el logro total definido como el porcentaje de la prueba respondida correctamente.


Marcela está planificando una clase sobre polígonos y dispone del siguiente repertorio de figuras. Luego, plantea algunas afirmaciones, de las cuales solo una es correcta.

IPD: Diseñar las siguientes imágenes

I II III IV V VI VII

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) Las figuras III y VII no son polígonos porque no cumplen la condición de ser figuras convexas.
b) Las figuras III, IV, V y VII son polígonos porque todas ellas cumplen la condición de ser figuras cerradas.
c) Las figuras I y II son polígonos porque cumplen la condición de ser convexas y cerradas.
d) Las figuras III, V y VII son los únicos polígonos del grupo.

Figura 4. Ejemplo de ítem asociado a la dimensión 1.

Resultados

A continuación, se presentan las medias obtenidas en cada una de las dimensiones evaluadas y la prueba total, incluyendo la prueba t para examinar la significancia en las medias. Como se observa en la Tabla 2, los profesores que realizan en curso obtienen en el post test medias mayores a lo que obtuvieron en el pre test; sin embargo, esta diferencia es significativa únicamente para la dimensión 1, referida al trabajo con definiciones. Asimismo, se observa que la media asociada al porcentaje de logro en la prueba completa también muestra un avance significativo de 20 puntos porcentuales entre pre y post test.

Tabla 2:
Logro promedio en pre y post test por dimensión y prueba t.

Dimensión	n	Media pre test (%)	Media post test (%)	Diferencia medias	t	df	p	r
Dimensión 1: Definiciones y propiedades de figuras planas	24	43	82	39	-6.966	46	0.000	0.717***
Dimensión 2: Relaciones entre figuras 2D y 3D	24	65	73	8	-1.741	46	0.088	0.249
Dimensión 3: Construcciones geométricas	24	44	57	13	-1.589	46	0.119	0.228
Logro curso completo	24	52	72	20	-4.63	46	0.000	0.564***

Discusión

Los resultados reportados en este estudio son relevantes para conocer el potencial impacto en el aprendizaje docente que tienen los programas con las características de Suma y Sigue. Los programas de Desarrollo Profesional docente en formato e-learning son una alternativa atractiva por su potencial de masificación, particularmente en este escenario post-pandemia en el cual los docentes tuvieron que enfrentarse a un uso intenso de tecnología. Por esto, avanzar en caracterizar el tipo de aprendizajes que se pueden lograr en este tipo de programas cobra gran relevancia.

De acuerdo al estudio realizado, los profesores que participaron del curso aumentaron su MKT de geometría, siendo este logro significativo en la dimensión asociada al trabajo con definiciones y al logro total. Otras dimensiones como las relaciones entre figuras 2D y 3D mostraron un avance pero este no fue significativo. Este resultado puede explicarse en parte por el gran énfasis que se da en el curso al trabajo con definiciones, intencionando este tipo de razonamientos en los profesores de manera transversal. Consideramos esto como un importante logro si se tiene en cuenta la relevancia que tiene este tema para su labor docente (Ouvrier-Buffet, 2011;). En cuanto a las dimensiones que no mostraron diferencias significativas, esto puede deberse a la complejidad de las tareas involucradas y la necesidad de mayores oportunidades de práctica. Respecto de la visualización geométrica, cabe destacar que la variedad de representaciones posibles de usar en este tipo de curso es limitada al no contar con instancias presenciales, en donde la experimentación con material concreto sea posible. Por otra parte, en los programas de formación docente de profesores de Educación Básica sin especialización en matemática, las construcciones geométricas son escasamente tratadas (MINEDUC, 2016).

Una limitación de este estudio es que sólo consideró el progreso de los profesores en un pre y post test, sin incorporar en los análisis los resultados de las evaluaciones realizadas a lo largo del curso. Para investigaciones futuras es deseable conocer cómo se moviliza el MKT de los docentes considerando los resultados de evaluaciones intermedias.

Agradecimientos

Este estudio es posible gracias al proyecto Fondef ID21I10067, proyecto FONDECYT de Postdoctorado Nº 3220465 y el Fondo Basal FB210005, financiados por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile (ANID); y la Cátedra UNESCO "Formación de docentes para enseñar matemática en el siglo XXI".

Referencias y bibliografía

Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389–407.

Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843–908). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Blömeke, S., Suhl, U., & Döhrmann, M. (2013). Assessing strengths and weaknesses of teacher knowledge in Asia, Eastern Europe, and Western countries: Differential item functioning in TEDS-M. *International Journal of Science and Mathematics Education, 11*(4), 795–817.

Brunheira, L., & da Ponte, J. P. (2018). Desenvolvendo o raciocínio espacial na formação inicial de professores dos primeiros anos. *Zetetike, 26*(3).

Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas CPEIP (2020) *Informe Resultados Evaluación Nacional Diagnóstica de la Formación Inicial Docente*. Recuperado de: https://www.cpeip.cl/wp-content/uploads/2020/08/Informe-Nacional-END-2019_rect.pdf

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2003). Classroom discussions using math talk in elementary classrooms. *Math Solutions, 11*, 1-3.

Godino, J. D., Gonzato, M., Contreras, Á., Estepa, A., & Díaz-Batanero, C. (2016). Assessing didactic-mathematical knowledge of prospective primary school teachers on visualization of three-dimensional objects. *Revista de Investigación en Didáctica de las Matemáticas, 5*(3), 190-235.

Hill, H. C. (2010). The nature and predictors of elementary teachers' mathematical knowledge for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education, 41*(5), 513–545.

Ingvarson, L., Schwille, J., Tatto, M. T., Rowley, G., Peck, R., & Senk, S. L. (2013). *An analysis of teacher education context, structure, and quality-assurance arrangements in TEDS-M countries*. Amsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement.

López, A., Martínez, S., Ramírez, A. & Salinas, R. (2020). Design of a learning unit for pre-service elementary school teachers: Definition of the boundary of a 2D. *The 14 th International Congress on Mathematical Education*. Shanghai, China.

Martínez, S., Guíñez, F., Zamora, R., Bustos, S., & Rodríguez, B. (2020). On the instructional model of a blended learning program for developing mathematical knowledge for teaching. *ZDM, 52*(5), 877-891.

MINEDUC. (2016). *Identificación de elementos críticos para fortalecer la formación de profesores en el área de matemática de Pedagogía en Educación Básica en Chile*. Recuperado de: https://biblioteca.digital.gob.cl/handle/123456789/711

Morgan, C., Craig, T., Schütte, M., & Wagner, D. (2014). Language and communication in mathematics education: An overview of research in the field. *ZDM, 46*(6), 843-853.

Ouvrier-Buffet, C. (2011). A mathematical experience involving defining processes: in-action definitions and zero-definitions. *Educational Studies in Mathematics, 76*(2), 165-182.

Suzuka, K., Sleep, L., Ball, D. L., Bass, H., Lewis, J., & Thames, M. (2009). Designing and using tasks to teach mathematical knowledge for teaching. *Scholarly practices and inquiry in the preparation of mathematics teachers*, *6*, 7-24.

UNESCO. (2005). *Formación docente y TIC: Logros, tensiones y desafíos. Estudios realizados en Bolivia, Chile, Colombia, Ecuador, México, Panamá, Paraguay y Perú*. OREALC/UNESCO, Santiago. Chile. http://unesdoc.unesco.org/images/0014/00141 0/141010s.pdf.

Yackel, E., Underwood, D., & Elias, N. (2007). Mathematical tasks designed to foster a reconceptualized view of early arithmetic. *Journal of Mathematics Teacher Education, 10*(4), 351-367.

Zazkis, R., & Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: a case of a square. *Educational Studies in Mathematics, 69*(2), 131-148.

Determinar el KFLM en planificaciones de patrones de tercero de primaria

María Eugenia **Reyes** Escobar
Universidad de Granada
Chile
e.mreyesescobar@go.ugr.es
Antonio **Moreno** Verdejo
Universidad de Granada
España
amverdejo@.ugr.es

Resumen

Esta investigación determina el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas-KFLM- sobre patrones que manifiestan los profesores en ejercicio, en su evaluación docente.

Se utiliza una metodología cualitativa, estudios de caso y descriptiva. Se analiza la tarea de planificación de portafolios, con las categorías del modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Se definen descriptores relativos al contenido de Patrones y se muestran los indicios y evidencias encontradas en las planificaciones del profesorado.

Para esta comunicación planteamos la siguiente interrogante ¿Qué KFLM manifiesta el profesorado en sus planificaciones de tercer año de primaria hacia el contenido Patrones, en el contexto de su evaluación docente? Por lo tanto, el objetivo del estudio es determinar el KFLM sobre Patrones, en las planificaciones realizadas por el profesorado hacia tercero de primaria en el contexto de su evaluación docente.

Palabras clave: Didáctica del Álgebra, Patrones, evaluación docente, planificación, profesores y MTSK.

Introducción

El sistema educativo en Chile siguiendo lineamientos internacionales implementa evaluaciones de estudiantes y docentes, y modifica las bases curriculares, tratando de eliminar la brecha existente.

Se implementa la evaluación docente desde el año 2013, a través de criterios basados en un marco para la buena enseñanza (MBE) que define los conocimientos y las habilidades mínimas que los docentes deberían cumplir (Roa-Tampe, K.,2017). La evaluación docente se mide a través de cinco instrumentos: portafolio, pauta de autoevaluación, entrevista por un evaluador par, informe de referencia de terceros y prueba de conocimientos disciplinares guiándose por el MBE, que define cuatro dimensiones del adecuado desempeño profesional: planificación y preparación de la enseñanza; creación de ambientes propicios para el aprendizaje; evaluación y reflexión sobre la práctica docente; evaluación sobre las tareas y responsabilidades profesionales (Assael y Pavez, 2016).

El Portafolio es el instrumento fundamental de la evaluación docente, por el peso que se le asigna al clasificar al profesorado en las categorías de desempeño (destacado, competente, básico e insatisfactorio), los docentes son desvinculados del sistema escolar, si obtienen bajas categorías de desempeño en forma consecutiva. Por lo tanto el desempeño en el portafolio es el que presenta el mayor poder discriminatorio (Gajardo, 2020). Los portafolios se solicitaron al sistema de evaluación del desempeño profesional docente, se mantiene la confidencialidad de la información de los datos elaborados y se utilizan únicamente para el fin de esta investigación.

Las nuevas bases curriculares (Ministerio de Educación, 2013) establecen nuevos ejes en la asignatura de matemática, el nuevo eje de Patrones y Álgebra se implementa desde primero de primaria. Este estudio de caso forma parte de una investigación doctoral que indaga en el conocimiento didáctico del contenido que manifiestan los docentes de enseñanza primaria, en sus planificaciones y reflexiones hacia el nuevo eje de Patrones y Álgebra en el contexto de su evaluación docente.

Como lo expresan Blanton y Kaput (2005), la incorporación del álgebra en la educación básica no es un asunto trivial, si se considera que, generalmente, los profesores de estos niveles no cuentan con una formación inicial exclusiva en matemáticas (Ávalos y Matus, 2010), y que ello podría conducir a que su conocimiento carezca de profundidad disciplinar, imposibilitando comprender el cómo y el porqué del álgebra en primaria.

La interrogante planteada para esta comunicación es ¿Cuál es el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas sobre patrones, que manifiesta el profesorado en las planificaciones de tercero de primaria en el contexto de su evaluación docente? Y de esta interrogante surge el objetivo que es “Determinar el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas sobre patrones, a partir de las planificaciones realizadas por el profesorado en tercero de primaria en el contexto de su evaluación docente”.

Metodología

La metodología utilizada es cualitativa, estudios de caso y de acuerdo a su alcance es descriptiva (Hernández- Sampieri 2018).

Es cualitativa, se utiliza como herramienta de análisis el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas y con fines de difusión internacional, el grupo ha adoptado el uso de las siglas correspondientes a la traducción en inglés *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK)*. Un modelo diseñado desde y para la investigación, cuya finalidad es servir como herramienta teórica y analítica, que permita identificar el conocimiento específico del profesor de matemáticas y comprender la naturaleza del mismo, desde un punto de vista sistemático y artificialmente organizado para su análisis (Carrillo et al., 2013; Carrillo et al., 2018).

Se utilizan las categorías del subdominio de las características del aprendizaje de las matemáticas-KFLM- por sus siglas en inglés (Knowledge of Features of Learning Mathematics). Para cada categoría del subdominio se establecieron descriptores relacionados a patrones con su respectiva codificación. Se muestra la información de episodios, fragmentos de episodio, frases o palabras relativas encontradas, en las planificaciones, especificando si son evidencias o indicios de conocimientos del KFLM. El indicio es una señal que permite deducir la existencia de conocimiento, en cambio la evidencia es una certeza de que se manifiesta el conocimiento.

El KFLM, es adquirido por los profesores a través de su quehacer docente y por la difusión de investigaciones en educación matemática. Reconoce al contenido matemático como objeto de aprendizaje, en los conocimientos del profesor sobre las características de aprendizaje inherentes a un contenido matemático en particular o a la matemática en general. En este subdominio, se consideran las categorías: teorías de aprendizaje asociadas a un contenido matemático, fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje de un contenido matemático, formas de interacción de los alumnos con un contenido matemático asociadas a su aprendizaje, e intereses y expectativas de los estudiantes sobre el abordaje de un determinado contenido matemático.

Corresponde a una investigación de estudios de caso, es una revisión del módulo uno del portafolio, analizamos las planificaciones del profesorado. La especialización del profesorado corresponde a dos docentes generalistas y a un docente de educación diferencial especialista en problemas de aprendizaje. Ellos ejercen su labor en escuelas públicas de distintas regiones de Chile, y realizaron su elegibilidad hacia patrones, en los años 2016 y 2017.

La elegibilidad de los docentes en tercero de primaria era hacia el objetivo de aprendizaje (OA)12 "Generar, describir y registrar patrones numéricos, usando una variedad de estrategias en tablas del 100, de manera manual y/o con software educativo". Se revisaron las tres clases planificadas para el OA 12 por lo tanto su alcance es descriptivo.

Resultados

El resultado obtenido en la codificación de las categorías, requirió la redacción de descriptores en relación al contenido de patrones, tal como se aprecia en la tabla 1. El indicio es una señal que permite deducir la existencia de conocimiento, en cambio la evidencia es una certeza de que se manifiesta el conocimiento. Para que se pueda afirmar que dos o más subdominios de conocimientos están relacionados en un episodio, si se identifican indicios o evidencias (Flores- Medrano, 2015) que ayuden a interpretar qué conocimiento han manifestado los docentes y qué relación se establece.

Los resultados demuestran que el profesorado de tercero de primaria manifiesta presencia significativa de evidencia en una de las cuatro categorías del KFLM, tal como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1
Subdominio KFLM

Categoría	Descriptor	Indicio y/o Evidencia
2.1 Teorías sobre aprendizaje	2.1.1 Teorías institucionalizadas y personales que explican y dan sentido al aprendizaje (Zakaryan et al.,2018).	Ausencia de indicio y /o evidencia
2.2 Fortalezas y dificultades	2.2.1 Dificultades que presentan los estudiantes en la identificación de regularidades en el estudio de patrones (Morales et al., 2017; Pinto et al., 2018; Rodriguez et al., 2015).	Docente A: Observar sí utilizaron todos los números del recuadro, pues puede que algunas parejas hayan puesto otros números al formar la secuencia, ya que no determinaron correctamente el patrón de formación. Revisó, pido que expliquen y argumenten sus respuestas mostrando los números que ubican en los espacios vacíos. Concluyendo con ellos que: la secuencia de números puede ser ascendente o descendente, y en ambos casos hay un patrón que permite formar y determinar otros números que son parte de ella. Para determinar el patrón de formación se deben observar dos números consecutivos y a partir de la resta entre ellos se puede saber las características de este patrón /Evidencia
	2.2.2 Errores en la completación o extensión de secuencias (Morales et al., 2017; Morales et al., 2018; Rodriguez et al., 2015).	Ausencia de indicio y /o evidencia
	2.2.3 Errores en el tránsito entres diversas representaciones(Molina,2014, Molina et al., 2017; Rodriguez et al., 2015).	Ausencia de indicio y /o evidencia
	2.2.4 Dificultades o errores en la generalización de patrones (Molina,2014, Molina et al., 2017; Rodriguez et al., 2015).	Ausencia de indicio y /o evidencia
2.3 Formas de interacción con un contenido matemático	2.3.1 Los procedimientos utilizados por los estudiantes para la generalización de patrones (Morales et al., 2017; Morales et al., 2018; Pinto et al., 2018; Rodriguez et al., 2015).	Docente A : Orientar la reflexión para que busquen estrategias que permitan anticipar las respuestas, por ejemplo, agregando 9 a la respuesta anterior, o contando de 3 en 3 las veces que se repite la figura /Evidencia
	2.3.2 El sentido o significado de las respuestas y producciones de alumnos, como en la representación de un patrón (Morales et	Docente B: -Docente invita a comunicar los procedimientos que se utilizaron para determinar las reglas de cada secuencia y las socializan.

	al., 2017; Pinto et al., 2018; Torres et al., 2021).	-A continuación realiza una actividad de refuerzo: escribe en la pizarra el número 10, 15 , ……,y pide a un estudiante que siga la secuencia sumando 5, luego escribe en la pizarra el número 30, 25 , ……, y pide a un estudiante que siga la secuencia sustrayendo 5 /Indicio
	2.3.3 El lenguaje o vocabulario usado comúnmente al abordar patrones (Morales et al., 2017; Pinto et al., 2018).	Ausencia de indicio y /o evidencia
2.4 Intereses y expectativas	2.4.1 El interés de los alumnos por el uso de recursos concretos, pictóricos y digitales en el aprendizaje de patrones (Morales et al., 2017; Pinto et al., 2018).	Ausencia de indicio y /o evidencia
	2.4.2 Las expectativas a corto, medio y largo plazo de los alumnos acerca de las matemáticas (Mineduc, 2012; NCTM 2009).	Ausencia de indicio y /o evidencia
	2.4.3 La actitud de los estudiantes ante la abstracción en la generalización de un patrón (Morales et al., 2017; Torres et al., 2021).	Ausencia de indicio y /o evidencia

Fuente: Portafolios 2016-2017 Chile

En la categoría formas de interacción con un contenido matemático, los docentes presentan mayor cantidad de indicios y evidencias, en esta categoría se engloban los conocimientos que el profesor tiene sobre los procesos y estrategias, asi como también los conocimientos sobre el lenguaje y los procesos a través de los cuales los estudiantes interactúan con el contenido matemático.

Hay ausencia de indicios y evidencias hacia la categoría que se refiere al conocimiento sobre teorías de aprendizaje, es lo que sabe el profesor sobre literatura referente a la educación matemática como disciplina científica, específicamente resultados al respecto del aprendizaje de los contenidos matemáticos.

El profesorado no manifiesta indicios o evidencias significativas hacia la categoría fortalezas y dificultades, solo el docente A presenta una evidencia. Esta categoría asociadas al aprendizaje de un contenido matemático, es el conocimiento del profesorado sobre dificultades, errores u obstáculos que pueden surgir en el aprendizaje de un objeto matemático.

El profesorado no manifestó en las planificaciones indicios y evidencias, en la categoría de conocimiento del profesor sobre intereses y expectativas de los estudiantes en el aprendizaje del objeto matemático.

Conclusión

El objetivo de esta comunicación “Determinar el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas sobre patrones, a partir de las planificaciones realizadas por el profesorado de tercero de primaria, en el contexto de su evaluación docente”, se cumplió parcialmente.

Se manifestaron indicios y evidencias de sus planificaciones hacia la categoria formas de interacción con el contenido matemático, el profesorado no manifiesta indicios y/o evidencias significativas hacia las otras categorías de este subdominio. La instancia de planificación es solo una parte que muestra el conocimiento didáctico de lo que el profesor sabe sobre patrones, este es solo un escenario que es diferente al que tiene, cuando realiza su práctica docente.

Esta investigación aporta al modelo del conocimiento didáctico con la inclusión de descriptores del subdominio KFLM hacia un objeto matemático específico como son los patrones, este modelo presenta categorías, las que no fueron suficientes para el análisis de las planificaciones. Este hecho subraya la importancia de la presente investigación, puesto que representa un paso más en la fundamentación como marco teórico del modelo MTSK y responde a la observación realizada en Sosa et al. (2015): "Aún faltan estudios sobre cómo la investigación sobre el conocimiento del profesor puede afectar a la práctica, además de otras investigaciones que den cuenta de la relación que guardan estas y otras categorías y sus respectivos indicadores" (p. 186). Este estudio ha profundizado en la comprensión del conocimiento especializado de profesores de primaria que enseñan patrones, en el contexto de su evaluación docente, permitiendo visualizar el carácter sistemático y sistémico del MTSK.

Referencias

Assaél, J., & Pavez, J. (2016). La Construcción e Implementación del Sistema de Evaluación del Desempeño Docente Chileno: Principales Tensiones y Desafíos. *Revista Iberoamericana De Evaluación Educativa*, 1(2),42-55. Recuperado a partir de https://revistas.uam.es/riee/article/view/4665

Ávalos, B., & Matus, C. (2010). La Formación Inicial Docente en Chile desde una Óptica Internacional. Informe Nacional del Estudio Internacional IEA TEDS-M.

Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. Journal for research in mathematics education, 36(5), 412-446.

Carrillo, J., Contreras, L.C., Flores, P. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Rico, M.C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, & I. Segovia (Eds.). Investigación en Didáctica de la Matemática (pp. 193- 200). Granada, España: Comares

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L.C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. and Muñoz-Catalán, M.C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253.

Flores-Medrano, E. (2015). Una profundización en la conceptualización de elementos del modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). Tesis doctoral. Huelva: Universidad de Huelva.

Gajardo Ibáñez, L., González González, D., & Gajardo Guevara, L. (2020). La evaluación docente en Chile: la actitud del profesorado hacia los instrumentos que evalúan el desempeño profesional docente.

Hernández-Sampieri, R., & Torres, C. P. M. (2018). Metodología de la investigación (Vol. 4). McGraw-Hill Interamericana.

Ministerio de Educación (2013). Bases Curriculares Primero a Sexto básico. Ministerio de Educación http://www.docentemas.cl/docs/MBE2008.pdf, accessed 15 July 2013.

Molina, Marta (2014). Traducción del simbolismo algebraico al lenguaje verbal: indagando en la comprensión de estudiantes de diferentes niveles educativos. Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 17(3), pp. 559-579.

Molina, M., Rodríguez-Domingo, S., Cañadas, M. C. y Castro, E. (2017). Secondary School Students' Errors in the Translation of Algebraic Statements. International Journal of Science and Mathematics Education, 15(6), 1137-1156.

Morales, R., Cañadas, M. C., Brizuela, B. M. y Gómez, P. (2018). Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de Educación Primaria en un contexto funcional. Enseñanza de las Ciencias, 36(3), 59-78. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2472

Morales, R., Cañadas, M. C. y Castro, E. (2017). Generación y continuación de patrones por dos alumnas de 6-7 años en tareas de seriaciones. PNA, 11(4), 233-252

National Council of Teachers of Mathematics. (2009). Principles and standards for school mathematics [Principios y estándares para las clases de matemáticas]. Reston, VA: Author

Pinto, E. y Cañadas, M. C. (2018). Generalization in fifth graders within a functional approach. PNA, 12(3), 173-184. https://doi.org/10.30827/pna.v12i3.6643

Rodríguez-Domingo, S., Molina, M., Cañadas, M. C. y Castro, E. (2015). Errores en la traducción de enunciados algebraicos entre los sistemas de representación simbólico y verbal. PNA, 9(4), 273-293

Roa-Tampe, K. A. (2017). La evaluación docente bajo la óptica del desarrollo profesional: el caso chileno. *Educación y Educadores*, 20(1), 41-61.

Sosa, L., Flores-Medrano, E., & Carrillo, J. (2015). Conocimiento del profesor acerca de las características de aprendizaje del álgebra en bachillerato. Enseñanza de las Ciencias, 33(2), 173-189

Torres, M. C., Moreno, A. y Cañadas, M. C. (2021). Generalization process by second grade students. Mathematics, 9,1109. https://doi.org/10.3390/math9101109

Zakaryan, D., Estrella, S., Espinoza-Vásquez, G., Morales, S., Olfos, R., Flores-Medrano, E. y Carrillo J. (2018). Relaciones entre el conocimiento de la enseñanza y el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas: caso de una profesora de secundaria. Enseñanza de las Ciencias, 36(2), 105–123. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2260

Diseño de un taller para el desarrollo de la competencia docente mirar profesionalmente

Marianela **Alpízar** Vargas
Escuela de Matemática, Universidad Nacional
Costa Rica
marianela.alpizar.vargas@una.ac.cr
Ceneida **Fernández** Verdú
Universidad de Alicante
España
ceneida.fernandez@ua.es
Salvador **Llinares** Ciscar
Universidad de Alicante
España
sllinares@ua.es

Resumen

El uso que el docente hace de su conocimiento matemático y de didáctica de las matemáticas en un contexto específico deriva en la noción de la competencia docente mirar profesionalmente. El objetivo de esta comunicación es mostrar el diseño de un taller de formación enfocado en desarrollar la competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza de la magnitud y su medida (en particular, el pensamiento matemáticos de los estudiantes). La noción de Trayectoria Hipotética de Aprendizaje es considerada como herramienta y guía para ayudar a los docentes a mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes. Se presentan las características del diseño de un taller y su relación con una manera de entender el desarrollo de competencias docentes en los profesores.

Palabras clave: Educación Matemática; Formación docente, Mirar profesionalmente; Trayectorias hipotéticas de aprendizaje; Educación primaria; Magnitud y medida.

Introducción

El conocimiento de un docente sobre matemáticas y de didáctica de las matemáticas, es un pilar fundamental en el éxito o fracaso del proceso de enseñanza y aprendizaje. El conocimiento del docente es fundamental para interpretar y decidir acerca de las situaciones de enseñanza de las matemáticas (Llinares y Fernandez, 2021).

La competencia docente mirar profesionalmente se conceptualiza como la capacidad de usar el conocimiento de matemáticas y de didáctica de las matemáticas para llevar a cabo tareas de enseñanza de las matemáticas como por ejemplo interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes. Investigaciones previas han mostrado que el desarrollo y adquisición de esta competencia es posible en los programas de formación inicial y también en procesos de actualización y capacitación (Fernández et al., 2018), y han aportado características de su desarrollo tanto en docentes en formación inicial como en servicio (Fernández et al., 2018; Ivars et al., 2020; Sánchez-Matamoros et al., 2018).

Jacobs, Lamb y Philipp (2010) conceptualizan la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes por medio de tres destrezas que se relacionan entre sí: (i) Identificar los detalles matemáticos importantes (elementos matemáticos) en las estrategias usadas por los estudiantes. (ii) Interpretar la comprensión de los estudiantes; es decir establecer relación entre los elementos matemáticos movilizados por los estudiantes en sus respuestas y características sobre la comprensión del concepto matemático implicado. (iii) Decidir cómo continuar el proceso de enseñanza; es decir, decidir con base en la comprensión mostrada por los estudiantes (interpretación realizada).

Entre las herramientas que parecen favorecer el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente está el uso de Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje (THA) como una forma de organizar la información que conforma un modelo de progresión del aprendizaje de tópicos matematicos específicos. Según Samara y Clements (2009) una THA se compone de tres elementos: objetivo de aprendizaje, un modelo de progresion de la comprensión (niveles por los que puede pasar la comprensión del tópico matemático) y un conjunto de tareas o actividades que pueden permitir el avance del niño. Investigaciones recientes señalan que la competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes puede ser apoyada si se proporciona a los docentes información sobre trayectorias de aprendizaje de tópicos matemáticos específicos como guías para mirar (Fernández y Choy, 2020; Ivars et al., 2020).

Uno de los tópicos matemáticos relevantes en la Educación Primaria son las magnitudes y su medida. El MEP (Ministerio de Educación Pública) en Costa Rica (2012) señala que la enseñanza de las “Medidas” debe evolucionar según las características de los niños y las habilidades adquiridas. En ocasiones este tópico es considerado de fácil manejo para los estudiantes de Educación Primaria; sin embargo, el sentido de la medida no se desarrolla adecuadamente en el aula debido a un énfasis en procedimientos mecanizados que se transfieren sin relación con la cotidianidad, y mediante conversiones memorísticas. La enseñanza de las “Medidas” debe contribuir a que los estudiantes adquieran un conocimiento experimental de las principales magnitudes, avanzando de manera paulatina, según la edad, desde las magnitudes más sencillas (longitud, masa) hasta las más complejas (superficie, volumen) (Alsina, 2019).

Además, los estudiantes deben adquirir la noción de unidad de medida a lo largo de la etapa escolar y llegar a conocer las unidades del Sistema Métrico Decimal, junto con el desarrollo de habilidades prácticas que les permitan aplicar las magnitudes a actividades del entorno.

La situación de la enseñanza de la magnitud y la medida en la Educación Primaria y la necesidad de apoyar a los docentes a desarrollar competencias profesionales que les permitan desarrollar buenas prácticas en la enseñanza de este tópico genera la necesidad de centrar nuestra atención sobre los principios de diseño de talleres formativos para apoyar a los docentes. En particular, en esta comunicación se expondrá el diseño de un taller de formación enfocado en desarrollar la competencia docente mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza y aprendizaje de las magnitudes y su medida (en particular, longitud y superficie), haciendo uso de la noción de THA como herramienta y guía para ayudar a los docentes en ejercicio a mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes.

Características del taller de formación

El taller se diseñó con el objetivo de desarrollar la competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes en el tema de "Medidas" y teniendo en cuenta tres ideas. En primer lugar, las tres destrezas que Jacobs, Lamb y Philipp (2010) consideran vinculadas a la competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes. En segundo lugar, la perspectiva de Sarama y Clements (2009) de una THA para la magnitud longitud (superficie) y su medida, y finalmente, la necesidad de usar registros de la práctica para apoyar la relación teoría-práctica en el proceso formativo.

El taller se dividió en 5 bloques los cuales tenían actividades sincrónicas y asincrónicas. En total se llevaron a cabo seis sesiones sincrónicas, una por bloque a excepción del bloque 2 que contó con dos sesiones. Cada sesión sincrónica tuvo una duración de 3 horas. Por cada sesión sincrónica se programó una actividad asincrónica para que los participantes realizaran en un periodo de tiempo definido (se estimaron 32 horas para estas actividades).

En el primer bloque se trabajan los elementos matemáticos involucrados en el estudio de las magnitudes longitud y superficie con su medida respectiva. En el segundo bloque se presentan los documentos teóricos que contienen las características de las dos THA. Durante esta primera parte del taller se proponen seis tareas profesionales relacionadas con la magnitud longitud y su medida (1A,2A y 3A) y sobre la magnitud superficie y su medida 1B, 2B, y 3B).

Los bloques 3, 4 y 5 están enfocados a que los docentes hicieran el planeamiento de una clase relacionada con longitud o con superficie considerando las THA (cada docente elegía la magnitud a trabajar), llevaran a cabo en un aula de educación primaria el planeamiento elaborado y recolectaran evidencias del pensamiento matemático de los estudiantes durante la puesta en práctica del planeamiento para luego analizar dicho pensamiento con base en lo estipulado en las THA (tareas profesionales: 4, 5 y 6).

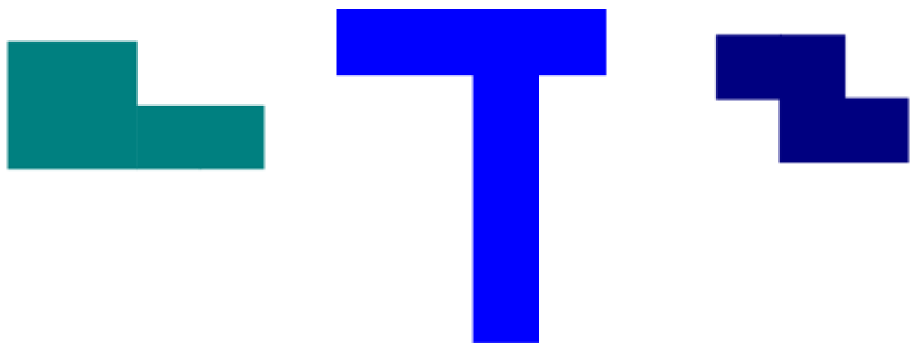
A continuación se da una descripción de cada uno de los bloques que conforman el taller.

Bloque 1. Elementos matemáticos

Los objetivos de este bloque son fortalecer el conocimiento de los docentes de la longitud y superficie considerando los elementos matemáticos que intervienen en el estudio de la magnitud longitud (superficie) y su medida, e identificarlos en actividades matemáticas.

Para ello, se proponía a los participantes como tarea profesional la resolución de cuatro actividades de Educación Primaria, por magnitud (representación de la práctica) que abordaban el tema de las magnitudes y su medida para identificar los elementos matemáticos que intervienen en su resolución (A1 y B1). En la figura 1 se presenta un ejemplo de actividad propuesta en B1.

Antonio tiene las siguientes figuras:



Puede ayudar a Antonio a contestar la pregunta:

¿Cuál de las figuras tiene la superficie mayor?

Figura 1. Ejemplo de actividad de la tarea profesional B1

Es importante que los docentes identifiquen los elementos matemáticos que están implicados en la actividad para posteriormente identificar la comprensión puesta de manifiesto por los estudiantes.

Bloque 2. Identificar e interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes para decidir en la instrucción: Uso de Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje

Los objetivos de este bloque son conocer la progresión de la comprensión de la magnitud longitud (superficie) y su medida a través de la presentación de las THA y usar este conocimiento para resolver tareas profesionales centradas en la identificación de la comprensión de los estudiantes y en las decisiones sobre cómo continuar la instrucción.

Para ello se presentan las THA de longitud y superficie. En cada THA se describen y ejemplifican los elementos matemáticos (atributo físico de los objetos, conservación, transitividad, unidad de medida, relación entre el número y la unidad de medida, medida universal y Sistema Métrico Decimal), la progresión del aprendizaje (seis niveles del desarrollo de la comprensión de la magnitud longitud (superficie) y su medida, Figura 2), y se proporcionan ejemplos de actividades que los estudiantes son capaces de resolver en cada uno de los niveles y dificultades que pueden presentar los estudiantes, Figura 3).

	Nivel	Características
Magnitud	1	• Reconocen la magnitud superficie como un **atributo** de los objetos. • Realizan comparaciones directas considerando la superficie de forma intuitiva.
	2	• Reconocen la **conservación** de la superficie (comprenden que, si se mueve un objeto, se modifica la forma, se particiona o se descompone y recompone su superficie no cambia. • Realizan comparaciones directas por desplazamiento de los objetos para ordenar los objetos por su superficie.
	3	• Utilizan la propiedad **transitiva** para ordenar tres o más objetos por su superficie mediante comparaciones indirectas.

Figura 2. Características de los tres primeros niveles de la progresión de la magnitud superficie y su medida

Según el extracto de la THA expuesto los estudiantes en el tercer nivel pueden usar la propiedad transitiva para realizar ordenaciones de dos objetos utilizando otro como intermediario de menor tamaño que alguno de los objetos a comparar, se presenta un ejemplo de actividad en la Figura 3.

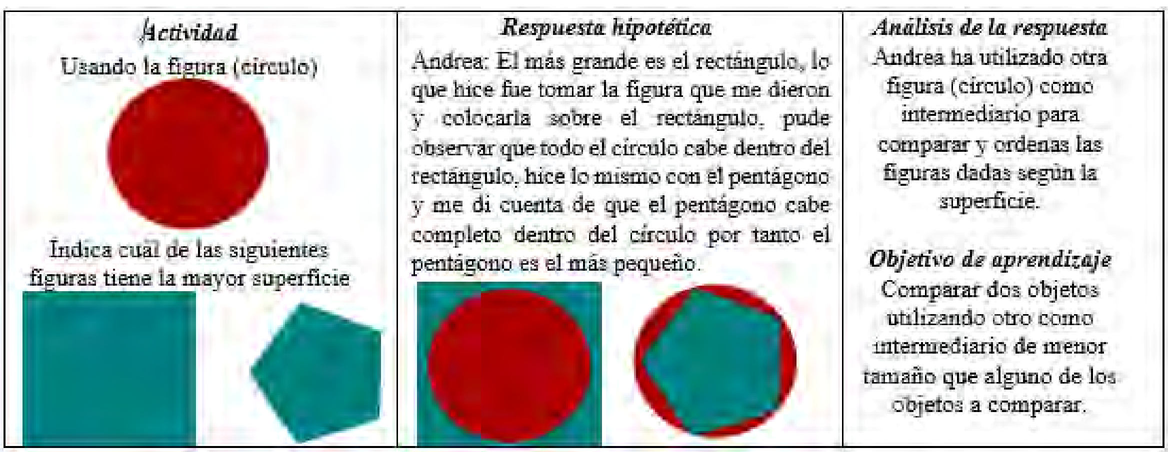


Figura 3. Ejemplo de actividad incluida en la THA de la magnitud superficie y su medida

En las tareas profesionales propuestas, los docentes tenían que identificar los elementos matemáticos movilizados por los estudiantes al resolver las actividades e interpretar su comprensión utilizando la THA como guía para el análisis. Por último, basados en la interpretación de la compresión de los estudiantes deben proponer actividades que ayuden a los estudiantes a progresar (transitar entre niveles) en su comprensión para cada magnitud. Cada una de las tareas propuestas incluía un registro de la práctica y cuatro preguntas, en la Figura 4 se presenta un extracto de la Tarea profesional 2B.

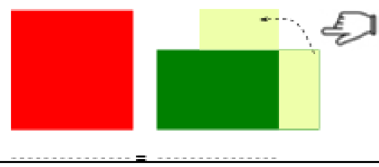
Docente: ¿Cuál de las figuras tiene la superficie más grande?

Ana: Tenemos algunas diferencias con nuestras respuestas, yo creo que la figura más pequeña es la roja, porque tiene la base más corta, pero Mateo piensa diferente.

Mateo: La roja no puede ser la más pequeño, porque estoy seguro de que la verde es más pequeña que la roja.

Docente: Puede justificar su respuesta.

Mateo: Sí, claro. Yo tomé la figura verde y le corté un trozo, para dejar su base igual a la roja, luego puse ese trozo en la parte de arriba y al compararla con la roja veo que es más pequeña su superficie.



1. Identifique qué elementos matemáticos, relacionados con la magnitud superficie y su medida se deben tener desarrollados para resolver la actividad.
2. Identifique las características de la comprensión de los niños, justificándolas mediante fragmentos de las respuestas dadas, e indique los elementos matemáticos que están implícitos.
3. Según las características de la comprensión (pregunta 2) ¿en qué nivel ubicaría a cada uno de los niños?
4. Defina un objetivo de aprendizaje y proponga una(s) tarea(s) para cada niño que le permita seguir avanzando en la comprensión de la magnitud superficie y su medida.

Figura 4. Extracto de la tarea profesional 2B

Bloque 3. Planeamiento de una clase

Los participantes eligen la magnitud (longitud o superficie) para planificar una lección. El objetivo de este bloque es efectuar el planeamiento de una clase de la magnitud longitud (superficie) y su medida considerando la información de la THA respectiva (tarea profesional 4).

Bloque 4. Ejecución de una clase

En este bloque se llevó a cabo la tarea profesional 5. El objetivo es implementar la lección planificada y recolectar evidencias del pensamiento matemático de los estudiantes (videos, fotografías, diálogos, etc.).

Bloque 5. Reflexión sobre la comprensión de los estudiantes

El objetivo de este bloque es que los docentes interpreten el pensamiento matemático de los estudiantes a partir de las evidencias recolectadas para poder justificar cómo podrían continuar la enseñanza (tarea profesional 6).

Implementación del taller: Algunas conclusiones preliminares

El taller se implementó con un grupo de docentes en ejercicio de primaria de Costa Rica, (iniciaron 15 docentes y culminaron 7). La participación se dio por invitación directa de la encargada del taller. El taller se implementó durante el segundo ciclo de 2022 con presencialidad remota.

El taller permitió que los docentes estudien una temática particular desde la perspectiva del conocimiento matemático, así como desde el conocimiento didáctico del contenido. Por ello, los focos del taller sobre identificar los elementos de las matemáticas que los estudiantes movilizan al resolver diferentes actividades sobre magnitud y medida e interpretar el nivel de comprensión que tienen para decidir, cómo continuar la enseñanza son destrezas de los docentes que pueden verse apoyadas con el uso de una THA. Esto es debido a que en las THA se describen los objetivos de aprendizaje, los niveles de la comprensión a adquirir y se dan ejemplos de actividades que pueden trabajarse para transitar en los niveles de la comprensión.

Referencias y bibliografía

Alsina, A. (2019). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas 6 a 12 años*. Editorial Grao.

Callejo, M.L., Perez-Tyteca, P., Moreno, M., & Sánchez-Matamoros, G. (2022). The use of a lenght and measurement HLT by preservice kindergarten teachers's to notice children's mathematical thinking. *International Journal of Science and Mathematics Education, 20,* 597-617.

Fernández, C. y Choy, B. H. (2020). Theoretical lenses to develop mathematics teacher noticing. Learning, Teaching, Psychological, and social perspectives. En S. Llinares y O. Chapman (eds) *International Handbook of Mathematics Teacher Education*: *Volume 2. Tools and Processes in Mathematics Teacher Education (Second Edition)*, 337–360. Brill:Leiden/Boston

Fernández, C.; Sánchez-Matamoros, G.; Valls, J. y Callejo, M. L. (2018). Noticing students' mathematical thinking: Characterization, development and contexts. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, *13*, 39-61.

Ivars, P., Fernández, C. y Llinares, S. (2020). Uso de una trayectoria hipotética de aprendizaje para proponer actividades de instrucción. *Enseñanza de las Ciencias*, *38*(3), 105-124 https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2947

Jacobs, V. R., Lamb, L. C., & Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, *41*(2), 169–202.

Llinares, S. & Fernández, C. (2021). Mirar profesionalmente la enseñanza de las matemáticas: características de una agenda de investigación en Didáctica de la Matemática. *La Gaceta de la RSME*, *24*(1), 185–205.

MEP. (2012). Programas de Estudio en Matemáticas para la Educación General Básica y el Ciclo Diversificado. San José, Costa Rica: autor.

Moreno, M., Sánchez-Matamoros, G., Callejo, M.L., Pérez-Tyteca, P. & Llinares, S. (2021). How prospective kindergarten teachers develop their noticing skills: the instrumentation of a learning trajectory. *ZDM Mathematics Education, 53,* 57-72.

Sanchez-Matamoros, G., Moreno, M., Pérez, T., y Callejo, L. (2018). Trayectoria de aprendizaje de la longitud y su medida como instrumento conceptual usado por futuros maestros de educación infantil. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *2*(2), 203-228. https://doi.org/10.12802/relime.18.2124

Sarama, J. y Clements, C. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research. Learning Trajectories for Young Children*. Routledge.

O estudo do movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos: implicações para a formação de professores

Maria do Carmo de **Sousa**
Universidade Federal de São Carlos
Brasil
mdcsousa@ufscar.br
Marisa da Silva **Dias**
Universidade Estadual Paulista
Brasil
marisa.dias@unesp.br
Maria Lúcia **Panossian**
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Brasil
mlpanossian@utfpr.edu.br
Wania **Tedeschi**
Universidade Federal de São Carlos
Brasil
wtedeschi@ufscar.br

Resumo

Esta comunicação tem como objetivo apresentar apontamentos de estudos teóricos sobre o movimento lógico-histórico de conceitos matemáticos e suas implicações para a formação de professores. É parte integrante de uma pesquisa qualitativa, caracterizada como teórica e que está em andamento. Envolve a participação de pesquisadores de instituições de ensino superior públicas, bem como, pós-graduandos, licenciandos e professores da Educação Básica que participam de grupos de pesquisas. Os resultados até o momento alcançados nos levam a reconhecer a necessidade de articulação entre processos de ensino, pesquisa e extensão para a formação inicial e continuada de professores que discutam a organização do ensino considerando o movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Movimento Lógico-Histórico; História da Matemática; Nexos Conceituais; Rede Compartilhada de Pesquisadores; Conceitos Matemáticos; Historiografias; Teoria Histórico-Cultural.

Introdução

Uma das ações do professor em seu processo de ensino é identificar que conhecimento será ensinado. A determinação deste conhecimento muitas vezes é estabelecida a partir das recomendações curriculares, ou pela presença deste conhecimento apresentado como conteúdo de ensino nos materiais didáticos. Este conhecimento é apresentado pelos professores considerando que a matemática é fruto da necessidade de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, uma vez que reflete o conhecimento científico sistematizado na experiência humana.

Neste sentido pode-se considerar que o estudo da história da matemática é elemento fundamental na formação do professor, para a compreensão sobre a constituição do conhecimento matemático, a partir de suas necessidades e de forma que estas possam ser consideradas no processo de ensino.

Esta comunicação apresenta um recorte da pesquisa em andamento, intitulada "A História da Matemática na formação de professores da Educação", a qual conta com financiamento do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). As temáticas envolvem o estudo da relação entre o movimento lógico-histórico (Rosental, Straks, 1960) e as historiografias da Matemática, bem como, o planejamento e desenvolvimento de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA) no desenvolvimento de Atividades de Ensino (AE); a análise de uma forma mais geral de organização do ensino de Matemática, denominada de Atividade Orientadora de Ensino (AOE) (Moura et al, 2010) e a configuração do movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de Matemática.

Dessa forma, uma das ações relacionadas à pesquisa foi a criação de um programa intitulado "História da Matemática e formação de professores em rede", o qual envolve a participação de pesquisadores do Instituto Federal de São Paulo (IFSP) e de quatro universidades públicas: Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Universidade Federal de Jataí (UFJ), Universidade Estadual Paulista (UNESP) e Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), bem como, pós-graduandos, licenciandos e professores da Educação Básica que participam de grupos de pesquisas dessas universidades. O objetivo é configurar uma rede compartilhada de pesquisadores que atuam na formação de professores e desenvolvam estudos teóricos sobre historiografias da Matemática para criar Situações Desencadeadoras de Aprendizagem de Matemática para a Educação Básica e Ensino Superior, na perspectiva da História da Matemática. Nesse contexto, o objeto de estudo é o movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos. Pressupõe-se que, ao participarem da rede, graduandos, pós-graduandos e professores podem construir espaços coletivos de formação que promovam a compreensão das relações existentes na unidade dialética teoria e prática.

A compreensão sobre movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos

O desenvolvimento do pensar matemático pode ser explicado a partir de diversos pontos de vista, ou seja, a partir de diferentes historiografias, o que nos leva a questionar as verdades matemáticas. A partir do estudo das versões historiográficas sobre a Matemática se revela que relações quantitativas e formas espaciais estão relacionadas às exigências da técnica e das ciências naturais. Inúmeros exemplos podem mostrar que as supostas verdades matemáticas não foram construídas num processo harmonioso de desenvolvimento contínuo e gradual. O desenvolvimento da História da Matemática se dá por meio de uma luta “enfurecida do novo contra o velho”, em que a “luta se revela particularmente forte quando o novo irresistivelmente vence, apesar dos fracassos”, incluindo-se “a morte dos criadores da ciência” (Ríbnikov, 1987, p.15). Conhecer a história do desenvolvimento da Matemática nos permite conhecer seu objeto, bem como “compreender o lugar dessa ciência na atividade produtiva e social dos homens” (Ríbnikov, 1987, p. 12).

> A prática nos ensina que toda ordem lógica de qualquer ciência, sua estrutura, interrelação e inclusive a existência de ramos independentes não constituem algo imutável. Elas são fruto do desenvolvimento histórico. O desenvolvimento histórico das idéias sobre uma ciência não é outra coisa que o reflexo do processo histórico em forma conseqüente, abstrata e teórica (Ríbnikov,1987, p. 18).

Se, desejamos estudar com certa profundidade os métodos e as abstrações do pensamento que envolvem o sistema de numeração decimal, por exemplo, construído de forma lógico-histórica no pensamento, faz-se necessário considerar que, em substância, não há nenhum cientista que trabalhe criativamente sem se dedicar à história de sua ciência (Ríbnikov, 1987).

Neste caso, há necessidade de se estudar a gênese do conceito, a qual está totalmente associada às relações humanas, portanto, está impregnada das necessidades humanas e das diferentes culturas. Há que se investigar em como os diferentes povos realizaram e ainda realizam contagens usando o que denominamos de nexos conceituais: correspondência um a um, agrupamentos (irregulares e regulares), bases numéricas (agrupamentos regulares), valor posicional, sistemas numéricos (posicionais e não posicionais) e representações.

Enquanto categorias do materialismo histórico-dialético, o histórico e o lógico têm papel essencial no processo de compreensão da realidade objetiva e elaboração do conhecimento humano. Tais categorias se constituem na busca pelos nexos e leis universais inerentes à realidade concreta (Rosental, Straks, 1960).

A unidade entre o histórico e o lógico possibilita que a atividade humana historicamente determinada seja analisada e relacionada às outras categorias da lógica dialética como: totalidade; realidade; práxis; movimento; concreto; abstrato, conceito, juízo e dedução (Sousa, 2014).

> Para a lógica dialética, cuja essência consiste no estudo dos objetos em seu desenvolvimento, o problema fundamental é, naturalmente, o problema das relações entre o lógico e o histórico, quer dizer, o problema de refletir o desenvolvimento histórico na lógica dos conceitos. Trata-se do problema de fazer refletir exatamente a realidade, ou seja, o problema da concordância da forma (do lógico) com o conteúdo (com a vida, [...], a prática) (Rosental, Straks, 1960, p. 328).

Considerar o movimento lógico-histórico dos conceitos significa reconhecer nexos, relações entre conceitos que são concretizados na experiência humana em determinados períodos históricos e reelaborados como leis do pensamento que satisfazem as necessidades sociais.

Requer, neste sentido, para além de identificar fatos históricos ou atribuir a criação a determinados matemáticos, o reconhecimento das condições da vida prática e da realidade objetiva que se tornaram determinantes para a constituição de determinado conceito.

Nessa perspectiva, o estudo do movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos por professores pode impactar o processo de organização do ensino, é nesse sentido que se realiza esta pesquisa.

Metodologia

A pesquisa é qualitativa, de cunho teórico e caracterizada, segundo Fiorentini e Lorenzato (2007), como "bibliográfica ou histórico-bibliográfica (...). Esse tipo de pesquisa é também chamado de estudo documental, com ênfase nos "estudos tipicamente históricos", uma vez que, são utilizadas "fontes primárias", tais como: teses, dissertações, artigos e projetos políticos pedagógicos como forma de coletar as informações (p. 102-103). O direcionamento é conduzido pelas seguintes questões: 1) A que história se faz referência na elaboração de SDAs que consideram o movimento lógico-histórico? 2) Que relações pode haver entre a história dos conceitos e as historiografias de Matemática? 3) Como elaborar SDAs que se fundamentam no movimento lógico-histórico e que possam orientar o ensino de Matemática na Educação Básica? 4) Como as universidades públicas federais têm inserido a História da Matemática em cursos de licenciaturas?

A metodologia do estudo se compõe dos seguintes momentos e estratégias: 1) A realização da análise lógica do conteúdo. Essa consiste em um estudo teórico sobre o movimento lógico-histórico de conceitos tratados na Educação Básica. O estudo remete, necessariamente, a uma pesquisa bibliográfica que envolve tanto historiografias da Matemática, quanto às relações que envolvem as historiografias da Matemática e o movimento lógico-histórico. 2) estudos teóricos sobre o movimento lógico-histórico por pesquisadores da Educação Matemática que atuam no Instituto Federal de São Paulo (IFSP) e em quatro universidades públicas: Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Universidade Federal de Jataí (UFJ), Universidade Estadual Paulista (UNESP) e Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), bem como, pós-graduandos, licenciandos e professores da Educação Básica que participam de grupos de pesquisas dessas universidades. 3) Aprofundamento teórico sobre a inserção da História da Matemática nos cursos de licenciatura de Matemática das universidades públicas federais brasileiras. O estudo consiste na análise de projetos pedagógicos dos cursos, bem como, teses, dissertações e artigos publicados em periódicos que tratem da mesma temática.

Esta comunicação está diretamente relacionada ao segundo momento, uma vez que tem como objetivo apresentar apontamentos de estudos teóricos sobre movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos e de suas implicações para a formação de professores.

Concordamos com Lanner de Moura (1995) que, para atingir resultados que promovam o avanço da área de conhecimento em que se insere o problema, é necessário haver uma estreita articulação entre conteúdo da pesquisa e metodologia. Dessa forma, concebemos que, se a teoria é construída no processo da pesquisa, movimento idêntico acontece com a metodologia. Assim, o método não é algo externo à pesquisa, a ela ajustável como se ajusta uma roupa ao corpo, mas é constituído das ideias e ações que vão trançando coerentemente todos os elementos da investigação.

É o método que dá garantia da não-separação entre o conhecedor (o pesquisador), o conhecimento (o que será construído através da pesquisa) e o conhecido (os conhecimentos já produzidos a respeito do tema da pesquisa) de forma que conjugue todos estes elementos num conhecimento não-fragmentado da realidade investigada.

A análise dos dados segue uma linha interpretativa cuja característica é a particularização, ao invés da generalização de resultados. A busca não é de universais abstratos, aos quais se chega, segundo Moreira (1990), por meio de generalizações estatísticas, mas sim de universais concretos, que se atinge mediante estudo detalhado de um caso específico, localizado culturalmente.

Desenvolvimento

As ações de formação de professores que criamos do contexto do Programa: “História da Matemática e formação de professores em rede” partem do pressuposto de que as universidades precisam criar espaços para que professores da Educação Básica, juntamente com pesquisadores da Educação Matemática possam ter a oportunidades de refletirem sobre as diversas interpretações que fundamentam os conceitos matemáticos, especialmente, no que diz respeito ao uso da História da Matemática em sala de aula.

Consideramos, como Miguel (2015), que a história do desenvolvimento formal dos conceitos matemáticos na sala de aula não deve ser entendida como a tábua de salvação para que se aprendam os conceitos que se quer ensinar. Entretanto, entendemos que a história do conhecimento dos conceitos matemáticos, só tem sentido, na sala de aula, quando professores e alunos compreenderem o movimento das abstrações do pensamento que compuseram as formalizações que estudamos. As abstrações, demonstrações e aplicações, são os principais traços característicos da Matemática e são esses traços que, ainda hoje, fundamentam aulas de Matemática. É comum estudar, por exemplo, as multiplicações de números abstratos por outros, não sendo frequente estudar a multiplicação de número exato de pessoas por outras (Aleksandrov et al, 1988).

A história mostra que as abstrações que se processam no pensamento matemático auxiliam o homem a buscar métodos matemáticos universais, de forma que estes tenham a possibilidade de resolver todos ou a maioria dos problemas que planeja (Ríbnikov, 1987). Os métodos matemáticos universais possuem três traços bem distintos: relações quantitativas e formas espaciais, abstraindo-as de todas as demais propriedades dos objetos; sucessão de graus de abstração crescente, como exemplo, as noções fundamentais de número e figura e o movimento quase por completo no campo dos conceitos abstratos e suas inter-relações (Aleksandrov et al., 1988). Parte significativa dos métodos matemáticos universais elaborados pelas abstrações do pensamento humano em sua atividade está diretamente relacionada ao desenvolvimento dos conceitos matemáticos.

Com a intenção de discutir com os professores em formação estas compreensões sobre o desenvolvimento histórico da matemática, destacamos dois tipos de instrumentos usados durante o desenvolvimento da pesquisa, aqueles que estão contribuindo para a construção dos fatos: os textos teóricos já produzidos a partir de pesquisas orientadas na perspectiva do movimento lógico-histórico e a análise das SDAs de Matemática que estão sendo elaboradas, especialmente, por licenciandos e professores da Educação Básica, procurando contemplar o movimento histórico e lógico dos conceitos matemáticos.

Alguns dos materiais analisados até o momento e que constituem fonte da comunicação para o CIAEM são: a dissertação de Fabri (2022), a partir da qual se reconhece como professores em formação continuada em um projeto de extensão intitulado Oficina Pedagógica de Matemática manifestam nexos conceituais da Estatística; a tese de Navarro (2021), que analisou o movimento lógico-histórico e desenvolveu a partir de nexos conceituais, o conceito teórico de pensamento computacional; a tese de Silva (2019) cuja análise documental em confluência com análise histórico-epistemológica, investigou relações estabelecidas no movimento lógico-histórico do conceito de Continuidade que pudessem se caracterizar como essenciais e se configurar como nexos conceituais; as dissertações sintetizadas em Dias e Amaral (2020) e Dias e Silva (2022), a primeira que contempla o movimento lógico-histórico do conceito de área, SDA e AOE envolvendo uma prática educativa com alunos do quinto ano do Ensino Fundamental (em torno de 11 anos) e, a segunda, que cria uma SDA com base no tratado *Del modo de misurare*, de Cosimo Bartoli, do século XVI, e o instrumento quadrante geométrico, e desenvolve uma AOE com estudantes do ensino fundamental (em torno de 14 anos) considerando o movimento do pensamento na apropriação de conceitos matemáticos; a dissertação de Moraes (2017) que, com os mesmos princípios da última, investiga uma prática didática com o uso do instrumento setor trigonal e seu tratado do século XVII; a dissertação de Moraes (2018) que mostra o desenvolvimento de uma AOE com crianças do sexto ano do ensino fundamental (em torno de 12 anos) e a criação de uma SDA, a partir da realização de uma síntese lógico-histórica do conceito de tempo e os instrumentos relógio d'água e ampulheta e a tese de Dias (2007), fundamentada no materialismo histórico dialético e na teoria da atividade, defende que o desenvolvimento da imagem conceitual individual de um conceito matemático, ocorre na relação indivíduo-coletividade e, pode ser coerente com o significado científico elaborado historicamente por meio da realização de uma atividade orientadora de ensino fundamentada em pressupostos lógico-históricos do conceito.

As pesquisas articulam claramente relações da didática da matemática, principalmente com base na Atividade Orientadora de Ensino, a qual pressupõe uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem em sua formulação, análise de textos da história da matemática e criação de síntese do movimento lógico-histórico de conceitos matemáticos orientada pela pesquisa e uso de tratados e instrumentos antigos capazes de constituir uma interface entre história e ensino.

Ainda das análises sobre estes materiais destaca-se os processos coletivos entre pesquisadores e professores e os nexos conceituais no movimento histórico e lógico dos conceitos matemáticos que permitam ampliar a compreensão sobre os conteúdos de ensino propostos em documentos curriculares e materiais didáticos.

Considerações Finais

Os estudos teóricos realizados sobre o movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos e de suas implicações para a formação de professores mostram que quando compreendidos pelos profissionais do ensino podem se constituir em elementos didáticos que impactam a organização das aulas na medida em que orientam os alunos a compreenderem boa parte do percurso das construções teóricas que se apresentam em ideias matemáticas.

Ao se apropriarem dos elementos teóricos do movimento lógico-histórico, os professores podem se tornar autônomos, de forma a romper com a didática tradicional que fundamenta práticas de ensino de Matemática que priorizam a memorização dos conceitos. Nesse sentido, a pesquisa poderá contribuir com a reformulação de cursos de formação inicial de professores e ações de extensão visando a formação continuada, no sentido de se considerar que as ações de formação se preocupem em introduzir reflexões que considerem o movimento lógico-histórico dos conceitos, no sentido de instrumentalizar os professores a se apropriarem do pensamento teórico dos conteúdos que ensinam na Educação Básica.

Por isso, os resultados identificados até o momento nos levam a reconhecer a necessidade de articulação entre processos de ensino, pesquisa e extensão para a formação inicial e continuada de professores que discutam a organização do ensino considerando o movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos.

Referências

Aleksandrov, A. D. et al. (1988). *La matemática:* su contenido, métodos y significado. Alianza Editorial.

Dias, M. S. (2007). *Formação da imagem conceitual da reta real*: um estudo do desenvolvimento do conceito na perspectiva lógico-histórica. [Tese de doutorado em Educação], Universidade de São Paulo.

Dias, M. S. & Amaral, C. C. F. do . (2020). O conceito matemático de área na Atividade Orientadora de Ensino. *Obutchénie*. Revista De Didática E Psicologia Pedagógica, 4(2), 460-482. https://doi.org/10.14393/OBv4n2.a2020-57491.

Dias, M. S. & Silva, A. P. M. (2022). O quadrante geométrico na situação desencadeadora de aprendizagem sob uma interface entre história e ensino. *Ciência & Educação* (Bauru), 28, e22008, 1-16. https://doi.org/10.1590/1516-731320220008.

Fabri, G. J. C. (2022). *Nexos conceituais da estatística manifestados por professores em formação na Oficina Pedagógica de Matemática*. [Dissertação de Mestrado em Formação Científica, Educacional e Tecnológica]. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Disponível em https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/29436.

Fiorentini, D. & Lorenzato, S. (2007). *Investigação em Educação Matemática*. Autores Associados.

Lanner de Moura, A. R. (1995). *A medida e a criança pré-escolar*. [Tese de Doutorado em Educação]. Universidade Estadual de Campinas.

Miguel, A. (2015). *Formas especulares e não-especulares de se conceber a relação entre História, epistemologia e Educação Matemática*. Campinas. Disponível em: http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=62154&opt=1.

Moraes, A. E. (2018). *Interface entre história e ensino de matemática*: um movimento lógico-histórico da medição do tempo e a atividade orientadora de ensino. [Dissertação de Mestrado em Docência para Educação Básica], Universidade Estadual Paulista.

Moraes, M. S. (2017). *Setor trigonal*: contribuições de uma atividade didática na formação de conceitos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática [Dissertação de Mestrado em Docência para Educação Básica], Universidade Estadual Paulista.

Moreira, M. A. (1990). *Pesquisa em Ensino*: o vê Epistemológico de Gowin. E.P.U.

Moura, M. O. de. et al. (2010). Atividade Orientadora de Ensino:unidade entre ensino e aprendizagem. *Revista Diálogo Educacional*, 10(29), 205-229.

Navarro, E. R (2021). *O desenvolvimento do conceito de pensamento computacional na educação matemática, segundo contribuições da teoria histórico-cultura*l. [Tese de doutorado em Educação]. Universidade Federal de São Carlos. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/15112.

Ríbnikov, K. (1987). *Historia de las matemáticas*. Editorial Mir Moscú.

Rosental, M. M. & Straks, Y. G. M. (1960). *Categorias del Materialismo Dialéctico.* Grijalbo.

Silva, R. S. (2019). *Um estudo sobre o movimento lógico-histórico do conceito de continuidade*. {[Tese de doutorado em Educação], Universidade Federal de São Carlos. https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/12220

Sousa, M.C. (2014). Quando professores que ensinam matemática estão em atividades de pesquisa. *Ciência & Educação*, 20, 917-935. https://doi.org/10.1590/1516-73132014000400010.

O processo de significação da atividade de ensino: contribuições de um Espaço Formativo Compartilhado

Cíntia Fogliatto **Kronbauer**
Universidade Federal de Santa Maria
Brasil
kronbauerc@gmail.com
Anemari Roesler Luersen Vieira **Lopes**
Universidade Federal de Santa Maria
Brasil
anemarilopes@gmail.com

Resumo

Esta escrita faz parte de uma pesquisa de Doutorado em Educação, que objetivou compreender como as ações que fazem parte do planejamento organizado no âmbito de um Espaço Formativo Compartilhado podem se constituir como orientadoras da organização do ensino de Matemática levando à significação da atividade de ensino. A aproximação ao objeto de pesquisa deu-se através de um Curso de formação continuada com foco no planejamento. Os encontros de formação aconteceram via plataforma *Google Meet*, os encontros de formação foram gravados em áudio e vídeo com um total de sete participantes. Evidencia-se que quando o planejamento for elaborado de forma coletiva, intencional e compartilhada entre diferentes sujeitos que compõe um espaço de formação, estes atribuem sentidos que coincidem com o seu significado social, então as ações que o compõe tornam-se orientadoras da organização do ensino e o planejamento constitui-se como um elemento do processo de significação da atividade de ensino.

Palavras-chave: Formação continuada de professores; Atividade de ensino; Espaço Formativo Compartilhado; Teoria Histórico-cultural; Brasil.

Introdução

No transcorrer dos anos à medida que professores e pesquisadores foram identificando dificuldades relacionadas ao ensino e aprendizagem de matemática, as pesquisas em Educação Matemática cresceram e possibilitaram solucionar alguns problemas. Entretanto, as diversas mudanças que ocorrem no contexto social ao qual a Educação Escolar está inserida, bem como, às novas políticas públicas educacionais, como Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017), propostas nos documentos oficiais que regem a educação brasileira exigem a constante mudança na qualidade dos modos de ensinar e aprender matemática, principalmente, o quanto esse conhecimento específico é fundamentado em diversas ciências, na vida cotidiana e, por isso, a necessidade de pesquisas nesse âmbito.

Desse modo, o aporte teórico da Teoria Histórico-Cultural (THC) e da Teoria da Atividade (TA), a partir das contribuições, em especial, de Vigotski (1896-1934) e Leontiev (1903-1979) e demais autores que tem por base essa perspectiva de estudo. Os princípios teórico-metodológicos nos permitem compreender a Atividade Pedagógica como objeto de investigação para a pesquisa em Educação Matemática. Desse modo, o professor que ensina matemática é visto "a partir da dimensão humana de formação dos indivíduos que, como seres socialmente determinados, estruturam sua atividade nas relações subjetivas e objetivas presentes nas ações humanas" (Dias; Souza, 2017, p. 183).

Ademais, as autoras completam que dentre as diversas ocorrências que permeiam o processo formativo não devem ser renunciados do entendimento dos verdadeiros motivos dos sujeitos em formação, assim como do sentido atribuído por eles a tais formações. E, afirmam que "os processos de mudanças da prática dos professores dependem de suas mudanças internas, como sujeitos que ensinam na relação com as condições objetivas" (Dias; Souza, 2017, p. 183). A educação escolar com a função central no desenvolvimento do pensamento teórico nos estudantes e o professor, em atividade de ensino, tem a responsabilidade em "organizar o ensino, tendo em vista que os conhecimentos elaborados historicamente pela humanidade possam ser apropriados pelos indivíduos" (Rigon, Asbahr e Moretti, 2010, p. 25). Em especial, ao organizar o ensino de matemática, entendendo como explicam Araújo et. al. (2018)

> Os conhecimentos, fixados em conceitos, foram produzidos em atividades compartilhadas para a concretização das necessidades humanas ao longo da história particular das comunidades, que foram sendo generalizadas e se transformando em formas genéricas constitutivas do humano. O processo de significação do conceito tem possibilidade de se realizar se o sujeito (professor ou estudante) tiver a dimensão de seu movimento histórico, aqui entendido nas suas duas dimensões: a gênese – condições que permitiram determinado conhecimento ser produzido e o desenvolvimento do próprio conhecimento – seu movimento histórico chegando ao contexto "atual", um sistema de conceitos composto pelas suas formas mais simples e as mais desenvolvidas. (Araújo et al., 2018, p. 151-152)

Por entender que no decorrer desse processo, a atividade pedagógica de modo geral torna-se complexa, ampla e por vezes, uma tarefa difícil em decorrência das mudanças que sofre o contexto escolar, seja por meio das políticas públicas educacionais, com imposições curriculares, bem como, as condições objetivas do trabalho do professor. Nessa perspectiva, buscamos ressignificar o planejamento de ensino como um elemento do processo de significação da atividade de ensino do professor que ensina matemática e, portanto, "para construir o conhecimento da complexidade das relações formadoras de sua profissão, só poderá fazê-lo mediante a organização de ações interativas voltadas para essa intenção" (Moura, 2000, p. 24).

A partir desses pressupostos, nesta escrita, temos como objetivo: *Ressignificar as ações que constituem o planejamento de ensino através da constituição de um Espaço Formativo Compartilhado* (EFC).

Metodologia

Nessa construção, no caminho teórico-metodológico do objeto para a pesquisa em Educação, a Atividade pedagógica, encontra-se o nosso objeto particular da investigação, tendo como sujeito o professor que ensina matemática na educação básica em formação continuada. Assim, a aproximação ao objeto de pesquisa ocorreu por meio de um Curso de Extensão, campo de nossa investigação, promovido pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) com vistas a oportunizar um Espaço Formativo Compartilhado (EFC) com estudo, planejamento, desenvolvimento e avaliação de ações para o ensino de matemática. As sete participantes do EFC são as sujeitas da nossa investigação, sendo cinco licenciadas em matemática - uma professora no ensino médio, uma professora nos anos finais do ensino fundamental, uma tutora em um curso de licenciatura em matemática à distância, duas Pós-Graduandas em Educação, uma pedagoga Pós-Graduanda em Educação e uma acadêmica de um curso de licenciatura em matemática.

Os encontros de formação aconteceram de forma remota via plataforma *Google Meet*. Os instrumentos investigativos foram: um questionário e as gravações em áudio e vídeo de um total de 19 encontros que ocorreram quinzenalmente, de forma síncrona, ao longo do ano de 2020. Convém destacar que, limitados pela extensão deste texto, optamos por apresentar os resultados analisados em um momento reflexivo e avaliativo do processo de planejamento de ensino no Curso de Extensão.

A análise dos dados, fundamentada na THC, tem por base a perspectiva materialista histórico-dialética, a qual torna evidente as determinações pelas quais a realidade se apresenta. Desse modo, a organização e análise dos dados será apresentada conforme o exposto na próxima seção.

Resultados e Discussões

Exposto isto, trazemos para discussão o episódio denominado "Reflexões sobre o Espaço Formativo Compartilhado", em que, expressa diálogos que desencadeiam elementos que levam as participantes a avaliar e refletir sobre o espaço de formação, bem como a relevância na inserção de professoras e futuras professoras em espaços de formação continuada. Salientamos que, atendendo às orientações do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP/UFSM), as participantes escolheram nomes fictícios para sua identificação, como forma de preservar sua identidade.

Quadro 01
Espaço Formativo Compartilhado: o que motiva o professor a participar de atividade de formação?

Descrição – Esta cena é oriunda das gravações em áudio e vídeo durante o Curso de Extensão, quando em um momento reflexivo avaliativo, as participantes são impulsionadas a pensar sobre a seguinte questão: *O que motiva o professor a participar de atividade de formação?*
1. Maria: Eu acho que ainda é a esperança de que um dia mude, de que haja reconhecimento, que o pensamento mude, porque eu acho que muitos pensamentos vêm com o amadurecimento da cada um, então para os nossos jovens que estão em desenvolvimento, espero que entendam a importância do conhecimento, como evolução e crescimento na caminhada. Eu acho que nós temos muita paciência, perseverança, porque nós não desistimos e a esperança nunca nos falta, quando temos os dias ruins, como essa situação que estamos vivendo agora [contexto pandêmico], estressante, é triste ver que agora que escancarou a visão que a sociedade tem dos professores, da nossa profissão, independente da área que se atua. Então, cada dia é mais irritante e eu até penso, mas não desisto, porque eu acho que uma hora isso tem que mudar, tem que ampliar os horizontes das pessoas. 2. Luna: O que me motiva... parece meio clichê, mas o que me motiva e sempre me motivou é porque eu acredito muito que uma mudança só tem como acontecer na vida das pessoas por meio da Educação, se não fosse isso talvez eu já teria abandonado a profissão, mas é isso que me motiva, eu sou apaixonada pela minha profissão. Eu sou muito feliz na minha profissão, não é fácil, nós temos muitos desafios, temos que lidar com pessoas que não entendem nada, ficam dando opinião, mas ainda o que me motiva a planejar, a pesquisar coisas diferentes, ir me aperfeiçoando é porque realmente eu acredito que a educação, sim! Ela pode e muda a vida das pessoas, principalmente, daquelas em situação de vulnerabilidade social, para ter um futuro melhor e acho que é isso que nos faz ir enfrentando todas as dificuldades que vão surgindo. 3. Elisa: Eu só queria dizer que eu me identifiquei bastante com a fala da Luna e Maria. E eu acho que é isso, o que nos motiva a ser professora. O nosso envolvimento com planejamento de atividades para motivar o estudante e o fato de saber que estamos contribuindo na vida de alguém, de que o acesso à Educação pode ser determinante na vida dos estudantes. A educação abre muitas portas e poder contribuir, mesmo que não alcancemos a todos. Eu sou nova ainda, nem atuo em sala de aula, as vezes só de encontrar algum aluno da época de estágio e que agora estão continuando os estudos e eles reconhecem a gente, isso que motiva. 4. Lara: Eu enquanto pedagoga é um pouco diferente de vocês, na educação infantil e nos anos iniciais tem muito afeto. E, é isso que me motiva, o carinho que as crianças têm quando a gente chega na escola, nos abraçam, esse retorno que eles demonstram é muito bom. 5. Maria: Agora que a Lara falou em abraçar, é bem isso, a questão do afeto é uma das coisas que mais nos move, a gente pensa na questão mais do que é preciso, para que ensinarmos, mas realmente a afetividade nos move, porque se você tem o retorno do amor que você dá, independente da forma, é isso que nos movimenta, pois muitas vezes estar lá [na escola] é o escape do resto do mundo, momento off está fora da tua realidade, dos teus problemas individuais, familiares e tal.. A escola é outra família, é outro lugar, move muito o coração da gente. 6. Lara: E muitos só tem isso na escola, não tem isso na família. 7. Tiffany: Pensando o que me move, se eu for comparar, porque eu já atuei nos anos iniciais, finais e médio, eu tenho preferência mesmo pelas crianças por causa desse carinho, que parece uma recompensa que a gente tem, essa ligação que eles tem com a gente, o que o professor representa para eles, aquele abraço, aquele carinho, uma coisa que é simples, eles correm e contam para gente que conseguiram fazer... são relações diferentes, eu gosto bastante disso, ter esse retorno, esse carinho.

Fonte: Acervo da pesquisadora.

Nesta cena podemos identificar que a constituição do EFC promoveu nas participantes um momento reflexivo e que os motivos se desvendam na consciência humana quando o sujeito que realiza a atividade toma consciência dele, isto é, confere sentido pessoal a sua atividade. Já sabemos que os motivos como forças internas impulsionam o agir do sujeito, e o conteúdo desses motivos no que tende a motivos pessoais e comuns. A partir dos estudos de Leontiev (1978) entendemos que todo sentido é sentido de alguma coisa, de uma significação. O sentido é pessoal, do sujeito, embora construído de forma social, com o grupo em um EFC.

Esse entrelaçamento desencadeia uma vivência que é interna, que responde às marcas dos acontecimentos da vida humana, suas emoções. São elas que dão um "colorido" às atividades de cada pessoa, cumprindo a função de um sinal interno (Leontiev, 1978) que ao responderem os motivos da atividade satisfazendo uma necessidade, geram sentimentos. A necessidade em questão, é a atividade de formação que tem por base proporcionar às participantes o processo de significação da atividade de ensino. Isso está relacionado a mudança de qualidade na apropriação do conhecimento teórico pelo estudante, na medida em que destacam que o que move a busca pela continuidade dos estudos é a esperança de mudança nas condições sociais da vida dos estudantes, e isso é possível através da função social dos conceitos matemáticos como produto cultural da vida humana.

Com isso, os indícios nos permitem assinalar que a constituição do espaço de formação permitiu às participantes o compartilhamento das vivências no processo de ensino e aprendizagem entre professoras experientes e futuros professores no atual contexto escolar. Destacamos a importância da constituição de espaços formativos entre professores e futuros professores para o desenvolvimento profissional docente. Em outras palavras, defendemos os processos formativos organizados intencionalmente, em que os conceitos e objetos do conhecimento matemático constituem-se como forma e produto do trabalho do professor em sua atividade de ensino. Para isso, investigar o movimento lógico-histórico dos conceitos, as necessidades humanas que motivaram a sua produção em determinado contexto, bem como a sua evolução e organização lógica desses conceitos que hoje aparecem sistematizados nos currículos escolares, colocam-se como princípios norteadores para a organização do ensino de matemática para uma educação humanizadora.

Referências e bibliografia

Araújo, E. S., Cedro, W. L., Moraes, S. P. G., Nascimento, C. P., Lopes, A. R. L. V., Moura, M. O. de. pesquisa em Educação Matemática: a investigação da atividade pedagógica a partir da teoria histórico-cultural. In: Oliveira, A. M. P. De, Ortigão, M. I. R. (Orgs.) *Abordagens teóricas e metodológicas nas pesquisas em educação matemática*. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. p. 149-166, 2018.

Brasil. *Base Nacional Comum Curricular*: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

Dias, M. da S.; Souza, N. M. M. de. A atividade de formação do professor na licenciatura e na docência. In: Moura, M. O. de. (Org.) *Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural*. São Paulo: Edições Loyola, 2017.

Moura, M. O. de. *O educador matemático na coletividade de formação*: uma experiência com a escola pública. Tese (Livre-Docência em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

Leontiev, A. N. *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

Libâneo, J. C. *Didática*. São Paulo Cortez Editora, ,1990.

Rigon, A. J., Asbahr, F. da S, F., Moretti, V. D. Sobre o processo de humanização. In: Moura, M. O. de. (Org.) *Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural*. – São Paulo: Edições Loyola, 2017.

XVI CIAEM
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education
UNIVERSIDAD DE LIMA
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023
xvi.ciaem-iacme.org

Encontros com o conhecimento matemático na Formação continuada de professoras da pré-escola

Isabel Sampaio B. **Santana**
Universidade Federal de Uberlândia
Brasil
isabelsbs08@gmail.com
Altina Abadia da **Silva**
Universidade Federal de Catalão
Brasil
tina@wgo.com.br

Introdução

Esta pesquisa foi desenvolvida por meio das observações das práticas em sala de aula de professoras de pré-escola, com o olhar voltado para o ensino de Matemática em um Centro Municipal de Educação Infantil (CEMEI) de um município do interior do estado de Goiás. A escolha pela Educação Infantil e, mais especificamente, pela pré-escola, se deu pelo fato de ser nesta etapa que o aluno tem o primeiro contato formal com a Matemática. A partir do contato com um grupo de professoras da Educação Infantil organizamos um processo de formação continuada e estruturamos o seguinte problema de pesquisa: Quais as contribuições dos encontros de formação continuada com o conhecimento matemático para as professoras de pré-escola?

Pelos Caminhos da Pesquisa

Entendemos que a formação continuada de professores pode proporcionar momentos de diálogos que contribuem para o desenvolvimento de suas coerências internas e de suas convicções pedagógicas. Tendo em vista a perspectiva de compreender as possibilidades formativas de professoras da pré-escola em relação ao ensino-aprendizagem de Matemática, desenvolvemos nosso estudo utilizando pressupostos da perspectiva histórico-cultural.

Para o desenvolvimento da pesquisa, foram adotados alguns instrumentos e técnicas. De início, foi feito um levantamento bibliográfico nos bancos de dados - Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), Scientific Eletronic Library Online (SCIELO) na busca de conhecer as publicações e produções acadêmicas com relação à essa temática. Posteriormente, buscamos conhecer o lócus da pesquisa: estrutura física do espaço escolar, documentos direcionadores (a parte do Plano Anual da Escola referente à Matemática). Na sequência observações participantes em sala de aula e nos encontros de formação continuada do grupo de professoras da pré-escola. Para finalizar nosso processo de obtenção dos dados, realizamos entrevistas com as docentes participantes da pesquisa.

Resultados e Considerações finais

O processo de análise dos dados foi composto por três eixos: O processo formativo das participantes da pesquisa, suas relações com a matemática enquanto alunas; o desenvolvimento dos encontros de formação continuada com a matemática e os registros das práticas pedagógicas das professoras com matemática posterior aos encontros.

Ao refletir sobre a formação matemática da professora de Educação Infantil, deparamos com o desafio das profissionais de ensinar o que nem sempre aprendeu. Compreender as marcas da experiência no processo formativo na Educação Básica, no Magistério e Ensino Superior, é importante porque revela o contexto histórico e cultural vivenciado pelas professoras. Batista (2017, p. 265), em sua pesquisa sobre as Experiências do Tornar-se Professora, comenta que as participantes da sua pesquisa “apresentam fortes evidências de que fazem suas experiências buscando coerência interna entre suas convicções pedagógicas e aquilo que o ambiente lhes oferece”.

Os encontros de formação continuada, foram organizados de modo a buscar sempre aliar teoria e prática. Os diálogos, as trocas de saberes foram importantes para a formação profissional do grupo. O primeiro encontro foi planejado com o intuito de apresentar a pesquisa ao grupo e conhecer as metodologias que mais agradam as professoras para o processo de ensino-aprendizagem com a Matemática.

A partir do primeiro encontro, através dos diálogos no grupo, as temáticas dos encontros posteriores foram sendo pensadas. O segundo e o terceiro encontro tiveram como temática principal as primeiras noções matemáticas importantes para a compreensão dos demais conteúdos posteriores. O quarto e o quinto encontro, a construção do conceito de número.

Durante as entrevistas, ao indagar as professoras sobre o que lhes chamou mais atenção durante os encontros, uma delas citou uma discussão a respeito do significado do número zero. A partir desse relato foi possível perceber a influência dos encontros nas práticas das professoras, de modo que as discussões e a troca de saberes em grupo enriqueceram seus conhecimentos.

Bibliografia e referências

Batista, D. (2017). *Experiências do tornar-se professora.* [Tese de Doutorado, Universidade Católica de Petrópolis]. Repositório Institucional da UFJF.

Enfoque sistémico en la formación continuada de profesores de matemáticas

Luis Alexander **Castro** Miguez
Colegio Atahualpa I.E.D. - Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Colombia
lacastrom@educacionbogota.edu.co

Resumen

Este trabajo presenta una propuesta para la formación continuidad de profesores de matemáticas de preescolar y básica primaria que, desde la teoría general de procesos y sistemas, articula tres aspectos constitutivos de un sistema: *sustrato, dinámica y estructura* para reconocer situaciones problema de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas escolares emergentes en la práctica educativa. Metodológicamente se cuenta con una estructura de construcción que se nutre desde la ciencia del diseño aplicada a la educación y una estructura de validación que se nutre de técnicas y elementos propios de una investigación cualitativa. La propuesta para la formación continuada de profesores reconoce la necesidad de constituir Comunidades de Práctica Profesional en la Enseñanza de las Matemáticas Escolares que promueva la discusión, los debates y argumentos de los profesores e identifica un carácter sistémico en sus procesos reflexivos desde el reconocer, repensar y reconstruir prácticas de enseñanza de las matemáticas.

Palabras clave: Formación continuada de profesores; sistemas; matemáticas escolares; comunidades de práctica; reflexión; desarrollo profesional.

Breve contextualización y consideraciones teóricas

Formación continuada de profesores.

Al reconocer el *desarrollo profesional de profesores* como uno de los enfoques de la formación continuada de profesores con Villegas-Reimers (2003) se identifican algunas características que permiten orientar este desarrollo, tales como: a) se concibe a los profesores como aprendices activos y profesionales reflexivos, b) es un proceso continuo, c) es un proceso que tiene lugar en contextos particulares y d) es un proceso vinculado a las reformas educativas e innovaciones y a la mejora constante de las prácticas educativas; con ello se hace explicito una relación fundamental entre el aprendizaje del profesor y su desarrollo profesional, pues este desarrollo "se sustenta en el aprendizaje permanente para fortalecer el oficio de enseñar; en otras palabras, para tener la capacidad de ejercer la profesión docente, ser reconocido y sentirse un profesional de la educación" (Flores, 2004, p. 160). Investigar la formación continuada de profesores (Gil, 2019; Guisasola et al., 2001; León et al., 2014) implica considerar la teoría de sistemas (Vasco, 2014) para develar los diferentes tipos de componentes, relaciones, protagonistas, interacciones, tiempos y espacios presentes en la formación. Checkland (1993) identifica cuatro tipos de sistemas: *naturales*; *físicos diseñados*; *abstractos diseñados* y *de actividad humana* menos tangibles que los sistemas naturales y diseñados, cuyos componentes son actividades humanas (política, equipo de futbol, placer, educación, …).

Teoría General de Procesos y Sistemas.

En los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas existen fenómenos que para ser analizados no es conveniente estudiarlos desde partes aisladas puesto que no es suficiente para la comprensión del todo; ni siquiera de sus partes y sus interrelaciones. En el análisis de estos fenómenos debe primar una visión holística en donde el *todo* no puede ser divido en sus partes independientes, es decir no tienen una causalidad lineal; el estudio de estos fenómenos es el interés de la Teoría General de Sistemas (TGS) integrada a la Teoría General de Procesos y Sistemas (TGPS) (Vasco, 2014), en donde los elementos que constituyen el sistema no deben ser, necesariamente, objetos físicos (Ossa, 2016). Con los sistemas se trata de modelar lo que está pasando respecto al fenómeno para facilitar su comprensión y aplicación. Desde la TGPS se reconocen tres aspectos constitutivos de un sistema:

- *Sustrato.* Conjunto de componentes que se seleccionan y recortan del trasfondo o campo subyacente, llamado en inglés 'background'. Al ser el background espacio-temporal los componentes que surgen y se seleccionan en el tiempo pueden cambiar, moverse o desaparecer (Vasco, 2014).
- *Dinámica.* Conjunto de operaciones, transformaciones o transiciones que se construyen mentalmente a lo largo del tiempo "para reparar los cortes y congelamientos temporales y recuperar el dinamismo de los procesos" (Vasco, 2014, p. 48).
- *Estructura.* Conjunto de relaciones que se construyen mentalmente para reparar los cortes espaciales y recuperar la interconexión entre los componentes que se recortaron.

El sistema dinámico (Vasco, 2014) se complementa con la aplicación de un marco de trabajo, el Framework de Gestión del Conocimiento Colaborativo (F-CKM), que tiene el propósito de brindar orientación sobre la arquitectura en capas[1]; en donde cada uno de los componentes y las relaciones que se puedan establecer entre ellos estarán apoyados en el trabajo colaborativo de las personas y "la conciencia que tiene el equipo del rol de cada persona y adaptación de los contenidos de acuerdo con el rol y necesidad" (Guevara et al., 2019, p. 85). La formación continuada de profesores de matemáticas, desde un enfoque sistémico, trata de dar

[1] Es una estructura de naturaleza didáctica (León et al., 2017) en la que se identifican diferentes capas, cada una de ellas constituye un nivel con una función específica. La arquitectura por capas permite agregar o quitar capas de acuerdo a la necesidad de la organización (Guevara et al., 2019) y se constituye en un instrumento que puede guiar un diseño (Wenger, 2001).

solución a problemas no estructurados que se corresponden con los sistemas de actividad humana; como estos sistemas son tan multivariados, y las influencias a las que están sujetos son tan numerosas, hace que la percepción de estos problemas se modifique con el paso del tiempo. Por estas razones, los sistemas de actividad humana nunca se pueden describir (o "modelar") en un solo reporte que sea suficiente, lo que sí se puede procurar es que sirvan como "medio para *organizar la discusión, el debate y el argumento*" (Checkland, 1993, p. 218).

La ciencia del diseño aplicada a la educación como método de investigación

Por la naturaleza compleja del fenómeno y de acuerdo con lo planteado por Hernández et al. (2014) la investigación se sitúa en un enfoque mixto que emplea para su estudio procesos sistemáticos, empíricos y críticos desde la recolección y análisis de datos cualitativos y cuantitativos. Además, se reconoce con Cazau (2006) que de acuerdo a su alcance es de carácter *exploratorio*, donde sus objetos de investigación son sistemas desde los cuales se pretende develar algunos componentes que pueden establecer una línea de trabajo en investigación sobre los aspectos que constituyen un sistema. El diseño metodológico tiene dos componentes: una estructura de construcción que se nutre desde la *ciencia del diseño aplicada a la educación* y una estructura de validación que se nutre de técnicas y elementos propios de una investigación cualitativa.

Reconocidas las situaciones problema de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas escolares emergentes en la práctica educativa, se genera un marco hipotético para los aspectos constitutivos de un sistema para la formación de profesores que hay que poner a prueba. Estas hipótesis entran en un proceso emperico y estructural, a partir de las cuales se diseña un sistema para la formación continuada de profesores de matemáticas como dispositivo[2] que permita mejorar el contexto, tanto social como de conocimiento de la problemática construida; procurando responder preguntas sobre el dispositivo en contexto a partir de Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje y de Trayectorias Hipotéticas de Enseñanza de las matemáticas escolares. Este dispositivo, en tanto es "un conjunto y una disposición de elementos heterogéneos" (Palacio, 2004, p. 121) fruto de un diseño, puede cambiar desde la interacción entre la formación continuada de profesores que incorpora procesos reflexivos y la generación de ambientes de aprendizaje accesibles; y enriquecerse con un análisis periódico como efecto de una trayectoria de investigación. Como resultado, a continuación, se comparte cada uno de los aspectos que constituye el sistema para la formación continuada de profesores de matemáticas.

Sustrato del sistema para la formación continuada de profesores de matemáticas

Con Checkland (1993) se reconoce que el sistema, configurado hipotéticamente, para la formación continuada se enmarca en los sistemas de actividad humana con propósitos comunes que implican realizar actividades para llevarlos a cabo, a partir del conjunto de componentes interconectados de forma organizada y coherente; es decir, se ve un todo integrado no deducible de sus partes. Adicionar o sustraer componentes de este conjunto modifica radicalmente el

[2] Se entiende como espacio abierto que puede cambiar de elementos constitutivos y de centros, dependiendo de los juegos que los diferentes elementos que lo componen realicen en su interior; por ello, no forma un sistema totalizante. En el dispositivo se despliegan diferentes formas de existencia del maestro, en la medida que dibuja el esbozo de múltiples escenarios que configuran al sujeto de saber pedagógico. (Palacio, 2004, p. 122)

sistema. La Figura 1 ha dispuesto en capas, cada uno de los componentes y subcomponentes que constituyen el sistema para la formación continuada de profesores de preescolar y básica primaria que enseñan matemáticas. Además, se explicitan cada una de las categorías establecidas para cada subcomponente.

COMUNIDADES DE PRÁCTICA DE PROFESORES QUE ENSEÑAN MATEMÁTICAS	ETAPAS DE DESARROLLO	Potencial	Fusión	Maduración	Administración	Transformación
	ESTRUCTURA PARA LA PRODUCCIÓN DE SIGNIFICADOS COMPARTIDOS	Dominio de conocimiento	Comunidad de profesores	Práctica compartida		
	EXISTENCIA DE COMUNIDADES DE PRÁCTICAS	Vitalidad	Visibilidad			
AMBIENTES DE DESARROLLO PROFESIONAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS	TIPOS DE TRANSFORMACIÓN	Del Ser	En las capacidades teóricas y prácticas	Social		
	TIPOS DE APRENDIZAJE	Como devenir	Como hacer	Como experiencia	Como afiliación	
	PRÁCTICAS COMUNITARIAS DE REFLEXIÓN SOBRE ENSEÑANZA	Re-conocer prácticas de enseñanza	Re-pensar prácticas de enseñanza	Re-construir prácticas de enseñanza		
INFRAESTRUCTURA DE SOPORTE Y DESARROLLO	INSTITUCIÓN EDUCATIVA	Comunidad educativa	Política educativa	Organizaciones educativas		
	TECNOLOGÍAS DE INFORMACIÓN, COMUNICACIÓN Y GESTIÓN	Servidores virtuales	Plataforma de colaboración	Sistema de gestión del conocimiento		
	REPOSITORIO DOCUMENTAL	Base de datos	Administración y acceso a archivos	Producción de documentos		

Figura 1. Componentes, subcomponentes y categorías del sistema de formación continuada de profesores dispuestos en una arquitectura en capas. *Nota:* Fuente adaptada de Guevara et al. (2019).

Implementada la técnica de la rejilla (Feixas et al., 2003) es posible determinar el estado de desarrollo de las Comunidades de Práctica Profesional en la Enseñanza de las Matemáticas Escolares, capa visible del sistema que se soporta tanto en los ambientes de desarrollo profesional de profesores de matemáticas como en la infraestructura de soporte y desarrollo.

Dinámicas del sistema para la formación continuada de profesores de matemáticas

El sistema, configurado hipotéticamente, para la formación continuada de profesores identifica dos dinámicas desde las cuales se pretende representar el conjunto de operaciones, transformaciones o transiciones que se construyen mentalmente a lo largo del tiempo “para reparar los cortes y congelamientos temporales y recuperar el dinamismos de los procesos” (Vasco, 2014, p. 48) que se pueden establecer desde el sustrato enunciado anteriormente.

Dinámica 1. Sistema de interacción para la comunicación en la formación continuada de profesores. El sistema de interacción para la comunicación, configurado hipotéticamente, está pensado como herramienta que promueve y favorece los espacios de discusión y reflexión sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares entre los profesores. El sistema, desde lo planteado por León et al. (2020), hace una distinción entre contexto y escenario. El contexto reconoce la especificidad del espacio educativo y los escenarios, que pueden concebirse como micro o meso escenarios, permiten identificar la escala educativa sobre la cual se desea actuar. El micro escenario se desarrolla en el ámbito del aula y el macro escenario en el ámbito de la institución.

Dinámica 2. Sistema de interacción para la reflexión desde el desarrollo profesional del profesor. El sistema de interacción para la reflexión de los profesores de matemáticas, configurado hipotéticamente, está pensado como herramienta metodológica para diseñar, implementar y evaluar estrategias que puedan dar respuesta a los problemas que encuentran los profesores en cuanto a su actuación pedagógica y didáctica cuando procuran ambientes de aprendizaje accesibles (León et al., 2017). El sistema desde su aspecto dinámico se compone de tres elementos: los *ámbitos* concebidos como zonas de prácticas diferenciadas en las que emergen situaciones problemáticas ligadas al desarrollo profesional del profesor; los *escenarios naturales* concebidos como los espacios de formación de los profesores que pueden ser físicos, virtuales o mixtos y el *estudio de clase* concebido como aquel corredor que abre una comunicación entre los ámbitos para favorecer el desarrollo profesional del profesor al diseñar, enseñar, observar y analizar críticamente sus prácticas de enseñanza. La Tabla 1 permite relacionar cada uno de los ámbitos, con los respectivos escenarios naturales y algunos de los principios y pautas del estudio de clase.

Tabla 1

Ámbitos, escenarios naturales y estudio de clase

		ESCENARIOS NATURALES	ESTUDIO DE CLASE
ÁMBITOS	**De realización profesional**	• Escenario institucional de manifestación de situaciones problemáticas. • Escenario institucional de certificación de la solución del problema.	Las etapas que se han contemplado en el estudio de clase son: 1. Identificación del problema desde el grupo de profesores. 2. Elaboración de las Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje. 3. Identificación de indicadores y valoración de la progresión en niveles de aprendizaje de los niños. 4. Elaboración de las Trayectorias Hipotéticas de Enseñanza incorporando la Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje. 5. Evolución del diseño didáctico. 6. Evaluación de la evolución del diseño didáctico. Cada una de estas etapas podría estar acompañada de alguno de los siguientes aspectos: • Trabajo colaborativo desde Comunidades de Práctica Profesional en la Enseñanza de las Matemáticas Escolares. • Mesas de trabajo para el análisis de los datos de observación y devolución de resultados al ámbito correspondiente. • Plataformas de gestión del conocimiento para la organización de información proveniente del ámbito de realización; para el debate y la comunicación de resultados en el ámbito de solución de problemas y para producción de teorías en el ámbito de cristalización.
	De solución de problemas	• Laboratorio de identificación del problema. • Laboratorio de recepción y sistematización de la información. • Laboratorio de análisis de identificación de acciones y procesos para las soluciones del problema. • Laboratorio de producción y verificación de resultados.	
	De cristalización	• Escenario de revisión de hipótesis y soluciones del problema. • Escenario de producción de teoría • Escenario de evolución y valoración del diseño didáctico.	

Nota: Fuente propia

La Figura 2 muestra la articulación entre los diferentes elementos para la interacción de los profesores en Comunidades de Práctica Profesional en la Enseñanza de las Matemáticas Escolares.

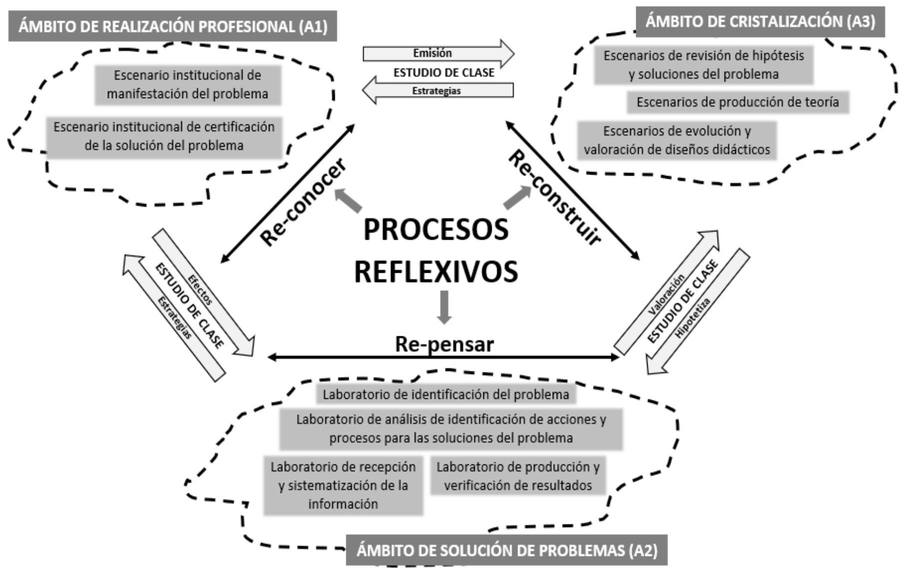


Figura 2. Sistema de interacción para la reflexión desde el desarrollo profesional del profesor. *NOTA:* Fuente propia adaptada de León et al. (2017).

Ámbito de realización profesional (A1). Ámbito en el que toma forma la práctica de su ejercicio profesional de enseñanza y es fuente de aprendizaje desde escenarios institucionales en los que se manifiestan situaciones problemáticas y a la vez se certifican posibles soluciones. Desde este ámbito se hace nicho al *Reconocer*. Se reflexiona con el fin de ampliar el significado de lo que sucede, ampliar una mirada al nos-otros (identidad/alteridad) lo que podría favorecer el "entendernos mejor como personas y al mismo tiempo abrirnos el camino para comunicarnos con el resto de nuestros semejantes, encontrar respuestas a nuestras inquietudes, nuestros deseos y necesidades" (Arboleda, 2015, p. 631).

Ámbito de solución de problemas (A2). Ámbito en el que el refinamiento de las prácticas de enseñanza promueve en el profesor el ser miembro de pleno derecho en una comunidad de profesores (Wenger, 2001) que reflexionan sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas, identifican situaciones problemáticas, proponen acciones para la solución de problemas, reciben y sistematizan la información, producen y verifican resultados desde un laboratorio de análisis. Este ámbito hace nicho al *Repensar,* guarda una relación directa con el proceso de reflexión, libera al sujeto de la actividad meramente impulsiva y puramente rutinaria, y le permite actuar deliberada e intencionalmente para alcanzar los objetivos de los que es consciente, a partir de una planificación; y así procurar un dominio de lo ausente y alejado del presente (Dewey, 1998). Este repensar es un proceso de indagación, observación e investigación.

Ámbito de cristalización (A3). Ámbito en el que desde el refinamiento de las prácticas de enseñanza se constituyen elementos teóricos, en el que se consolidan procesos de reflexión, se revisan hipótesis y posibles soluciones a los problemas construidos y se valoran instrumentos pertinentes con la didáctica que acoge diversidad de poblaciones que se encuentra en situación de vulnerabilidad educativa. Desde este ámbito se hace nicho al *Reconstruir.* "La reconstrucción no puede ser menos que la tarea de desarrollar, de formar, de producir (en el sentido literal de este vocablo) los instrumentos intelectuales que habrán de llevar de una manera progresiva" (Dewey, 1993, p. 27) a aquello que se desea complementar, fortalecer, enriquecer, etc.

Estructura de interacción y reflexión para la formación continuada de profesores de matemáticas

La Figura 3 ilustra la funcionalidad del sistema, configurado hipotéticamente, para la formación continuada de profesores a través de una estructura de interacción y reflexión entre los tres componentes: comunidades de práctica de profesores que enseñan matemáticas, ambientes de desarrollo profesional de profesores de matemáticas e infraestructura de soporte y desarrollo, los cuales favorecen la gestión de procesos en el sistema para la formación continuada de profesores de preescolar y básica primaria que enseñan matemáticas escolares.

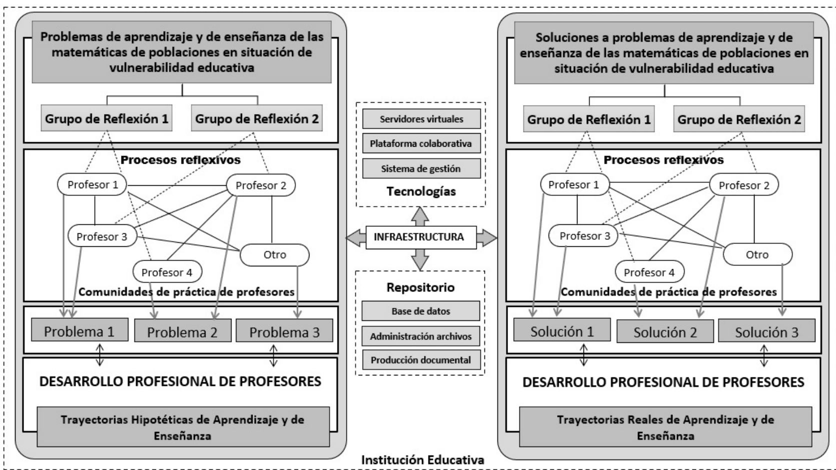


Figura 3. Funcionalidad entre los componentes: comunidad de práctica, desarrollo profesional de profesores e infraestructura de soporte y desarrollo. *Nota:* Fuente propia

Identificadas las situaciones problemáticas de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, desde los espacios de discusión y reflexión en cada uno de las Comunidades de Práctica Profesional en la Enseñanza de las Matemáticas Escolares, se intenta plantear posibles soluciones a las problemáticas construidas; donde los profesores son portadores de saberes y experiencias previas y en continuo aprendizaje profesional.

Este sistema para la formación continuada se configuró e implementó con 38 profesores de prescolar y básica primaria durante el 2020 y el primer semestre del 2021, época en la que se debió atender la contingencia generada por la pandemia de la COVID-19, con los cuales se conformaron nueve grupos de reflexión. La infraestructura de soporte y desarrollo junto con el sistema de interacción para la comunicación jugó un papel fundamental al favorecer espacios de discusión y reflexión entre los profesores. Específicamente, se utilizó la plataforma: Microsoft Teams. Se conforman grupos de reflexión, se cuenta con un repositorio documental y se pone en práctica algunas de las etapas del estudio de clase. Desde estos espacios de discusión y reflexión algunos grupos plantean un macro-problema que se formula a través de la siguiente pregunta: ¿Cómo darle continuidad institucional al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares bajo las condiciones dadas por la pandemia? y un sistema de micro-problemas presentes en la práctica profesional del profesor de matemáticas, concebidos desde una trayectoria de análisis de situaciones problemáticas que reconocen precariedades en: la comunicación; las condiciones de la familia y la escuela; en el diseño de ambientes de aprendizaje para estudiantes en situación de discapacidad y en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemáticas escolares que refieren a la ausencia del proceso de subitización en el desarrollo de la comprensión del número y la cantidad.

Estructurar el sistema para la formación continuada de profesores en escenarios naturales que incorpore procesos reflexivos sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas escolares como dispositivo para la discusión, el debate y el argumento sobre posibles soluciones a los problemas que plantea una educación matemática para todos implica construir una estructura, Comunidades de Práctica Profesional en la Enseñanza de las Matemáticas Escolares, que permita explorar y tejer relaciones desde la formulación de hipótesis para ver que tanto se soportan las prácticas de enseñanza de las matemáticas. Además, es necesario reconocer un carácter sistémico en los procesos reflexivos de los profesores desde el reconocer, repensar y reconstruir prácticas de enseñanza de las matemáticas.

Referencias y bibliografía

Arboleda, J. (Ed.). (2015). *Innovaciones y educación para la paz. Simposio internacional de educación, pedagogía y formación*. Redipe.

Cazau, P. (2006). *Introducción a la investigación en ciencias sociales* (3ª ed.). Universidad de Buenos Aires.

Checkland, P. (1993). *Pensamiento de sistemas, práctica de sistemas*. LIMUSA, Noriega editores.

Dewey, J. (1993). *La reconstrucción de la filosofía* (Vol. 49). Planeta-Agostini.

Dewey, J. (1998). *Cómo Pensamos. Nueva exposición de la relación entre el pensamiento reflexivo y proceso educativo* (1ª ed.). Paidós.

Feixas, G., De la Fuente, M., & Soldevilla, J. (2003). La Técnica de Rejilla como instrumento de evaluación y formulación de hipótesis clínicas. *Revista de psicopatología y psicología clínica*, *8*(2), 153–172.

Flores, I. (Ed.). (2004). ¿Cómo estamos formando a los maestros en América Latina? En *Encuentro internacional. El desarrollo profesional de los docentes en América Latina*. Programa de Educación Básica de la Cooperación Alemana al Desarrollo.

Gil, D. (2019). *Una perspectiva sistémica para el estudio de los programas de formación de profesores de matemáticas (Tesis Doctoral)*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Guevara, J., Cavanzo, G., & Quijano, A. (2019). *Modelo conceptual. Proyecto ACACIA* (P. Espitia (Ed.)). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Guisasola, J., Pintos, M., & Santos, T. (2001). Formación continua del profesorado, investigación educativa e innovación en la enseñanza de las ciencias. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, *41*, 207–222.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6ª ed.). Mc Graw Hill Education.

León, O., Bonilla, M., Romero, J., Gil, D., Correal, M., Ávila, C., Bacca, J., Cavanzo, G., Guevara, J., Saiz, M., García, R., Saiz, B., Rojas, N., Peralta, M., Florez, W., & Márquez, H. (2014). *Referentes curriculares con incorporación de tecnologías para la formación del profesorado de matemáticas en y para la diversidad* (Á. López & M. Borja (Eds.); 1ª ed.). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

León, O., Castiblanco, R., Bravo, F., Molano, G., Rocha, R., Lopes, M., Nevai, B., Alfonso, G., Romero, J., López, H., & Laguna, O. (2020). *Ambientes de aprendizaje accesibles que fomentan la afectividad en contextos universitarios* (O. León & J. Romero (Eds.); 1ª ed.). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

León, O., Romero, J., Carranza, E., Sánchez, F., Suárez, W., Castro, C., & Gil, D. (2017). Arquitectura de validación de diseños didácticos para la formación de profesores de matemáticas. *Revista Colombiana de Educación*, *73*, 235–260. https://doi.org/10.17227/01203916.73rce233.258

Ossa, C. (2016). Teoría general de sistemas: conceptos y aplicaciones. En *Colección Textos Académicos Facultad Ciencias Ambientales UTP*. Universidad Tecnológica de Pereira.

Palacio, L. (2004). Elementos para configurar un dispositivo de formación de maestros. *Revista Educación y Pedagogía*, *XVI*(40), 117–130.

Vasco, C. (2014). Procesos, sistemas, modelos y teorías en la investigación educativa. En C. Mosquera (Ed.), *Perspectivas Educativas. Lecciones inagurales* (pp. 25–79). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Villegas-Reimers, E. (2003). *Teacher professional development: Remote podcasting and metacognitive strategies*. International Institute for Educational Planning. https://doi.org/10.4018/978-1-4666-8632-8.ch112

Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica. Aprendizaje, significado e identidad*. Paidós.

Etnomatemática e Formação Continuada de Professores de Escolas Indígenas: dialogando com os Estudos da Decolonialidade

Hélio Simplicio Rodrigues **Monteiro**
Universidade Federal de Goiás
Brasil
simplicio@ufg.br
Daniel Gabriel **Borges**
Secretária de Estado da Educação de Goiás
Brasil
daniel.borges@seduc.go.gov.br

Este trabalho é o relato de uma experiência formativa em que o primeiro autor deste texto desenvolveu em um curso de formação continuada para professores de escolas indígenas das etnias Javaé e Karajá de Xambioá, com a ajuda do segundo autor na elaboração do material desenvolvido na formação. Etnias que estão localizadas no estado brasileiro do Tocantins, região norte do país. A formação aconteceu no período de 21 a 25 de agosto de 2022, e foi desenvolvida em um dos cinco dias de formação. Os cursistas que participaram dessa formação são professores indígenas e também professores não indígenas, mas que trabalham nas escolas indígenas das aldeias onde essas escolas estão localizadas.

O objetivo dessa atividade foi o de discutir as possibilidades holísticas de entendimento de mundo, que um ensino de matemática com pressuposto na Etnomatemática poderá desenvolver nos alunos e alunas das comunidades indígenas, problematizando os conteúdos da matemática em diálogo com os outros componentes curriculares e os conhecimentos dos povos originarios.

Para alcançar nosso objetivo, nos alicerçamos nos estudos da Decolonialidade por entendermos que a abertura ao diálogo, a coexistência entre epistemologias distintas não eurocentradas, que respeita e valoriza outras formas de conhecimento, como os conhecimentos produzidos por povos originários, como características centrais da Decolonialidade, estão intrinsecamente presentes na Etnomatemática, pensando outras formas de ensinar e aprender junto com os povos subalternizados. Para tanto, nos ajudam nesse entendimento autores como Mignolo (2014), D’Ambrosio (2002) e Freire (2021).

A atividade em questão teve como inspiração inicial o Guia do Formador do Programa Parâmetros em Ação de Educação Escolar Indígena. As atividades consistiam nos seguintes direcionamentos:

- Fazer um levantamento de situações cotidianas(práticas sociais) na aldeia e na cidade nas quais apareçam elementos que vocês identifiquem como práticas matemáticas;
- Fazer um levantamento de conteúdos que, na visão de vocês, precisam ser ensinados para uma ação mais consciente nas situações cotidianas listadas anteriormente;
- Por que é importante ensinar esse conteúdo?
- De que forma eu posso trabalhar esse conteúdo relacionando com a prática social?
- Com quais disciplinas é possível dialogar com esse conteúdo inicialmente pensado para ensinar matemática?
- De que forma é possível trabalhar esse conteúdo nas disciplinas elencadas anteriormente?

A atividade foi desenvolvida em grupos de no máximo seis pessoas cuja formação dos grupos ficou livre entre os cursistas. Os grupos foram formados por professores e professoras de aldeias e escolas diferentes, possibilitando uma discussão mais rica e abrangente acerca do cotidiano vivido por esses professores e professoras.

Acreditamos que nosso objetivo foi alcançado no desenvolvimento da atividade dada a riqueza e profundidade com que aconteceram os debates, gerando muitas reflexões, discussões e proposição de atividades por parte dos cursistas para suas aulas de Matemática em diálogo com os estudos da Decolonialidade e da Etnomatemática.

Para a confecção do poster a ser apresentado no evento vamos colocar mais exemplos das atividades desenvolvidas pelos cursistas para que seja possível melhor visualizar na apresentação do poster as discussões e reflexões realizadas durante o Curso de Formação Inicial para Professores das Escolas Indígenas do Estado do Tocantins – Brasil.

Referências e bibliografia

D'Ambrosio, U. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica, 2002 (Coleção Tendências em Educação Matemática).

Freire, P. *Pedagogia do Oprimido*. 77 ed. Rio de Janeiro/São Paulo: Paz e Terra, 2021.

Mignolo, W. *Desobediencia Epistémica: retórica de la modernidad, lógica de la colonialidad y gramática de la descolonialidad*. 2ª ed. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Del Signo, 2014.

Formação continuada de professores que ensinam Matemática e ciências da natureza nos anos iniciais do ensino fundamental em diferentes contextos: problematizações à luz da lesson study

Ieda Maria **Giongo**
Universidade do Vale do Taquari
Brasil
igiongo@univates.br
Hilbert **Blanco-Álvarez**
Universidad de Nariño
Colombia
hilbla@udenar.edu.co
Marli Teresinha **Quartieri**
Universidade do Vale do Taquari
Brasil
mtquartieri@univates.br
Márcia Jussara **Hepp Rehfeldt**
Universidade do Vale do Taquari
Brasil
mrehfeld@univates.br
Maria Madalena **Dullius**
Universidade do Vale do Taquari
Brasil
madalena@univates.br
Sônia Elisa **Marchi Gonzatti**
Universidade do Vale do Taquari
Brasil
soniag@univates.br

Resumo

O presente trabalho tem por objetivo examinar como o desenvolvimento de grupos de estudos com docentes que ensinam matemática e ciências da natureza no ensino fundamental, na perspectiva de Lesson Study e considerando aspectos sócio-econômicos, pode contribuir para a emergência de políticas públicas de formação continuada de docentes. O projeto conta com a participação de pesquisadores e professores da escola básica do Brasil, Colômbia e Itália. Os referenciais teóricos que sustentam a investigação estão alinhados à perspectiva da etnomatemática em seus entrecruzamentos com ideias atinentes à decolonialidade. Inicialmente, foram desenvolvidas ações entre pesquisadores brasileiros e colombianos, cujos resultados apontam o adensamento teórico-metodológico das investigações e a emergência da mobilidade discente e docente.

Palavras-chave: Matemática; ciências da natureza; lesson study; ensino fundamental; Brasil

Introdução: do que trata a temática

Pesquisas desenvolvidas no grupo de pesquisa PEC/CNPq/Univates - como as de Agapito (2020) e Formigosa (2021) - têm demonstrado a relevância de investigar processos de formação continuada de docentes, sobretudo os que ensinam matemática e ciências da natureza nos anos iniciais do ensino fundamental. No entanto, tem também emergido a necessidade de se pensar em políticas públicas de formação destes docentes que atentem para algumas especificidades. A primeira de las diz respeito a considerar que o Brasil, com suas dimensões continentais, apresenta distintos contextos sociais, culturais e econômicos. Portanto, um mesmo tipo de formação para todos os docentes brasileiros não parece ser adequado. A segunda aponta que, usualmente, os cursos de Licenciatura em Pedagogia, com baixa carga horária para a matemática e ciências da natureza, não tem permitido que se problematizem questões vinculadas aos distintos contextos escolares. Nessa seara, vigoram conteúdos atinentes à matemática e ciências da natureza clássicas, ocorrendo um apagamento das diferenças. Assim, é produtivo pensar em processos inclusivos que requerem "[...] a miscigenação dos domínios de conhecimento, de profissionais das diferentes áreas, de aprendizes que se diferenciam, de espaços e momentos de aprendizagem singulares" (Orrú, 2017, p. 66).

Nesse sentido, é produtivo galgar diferentes formas de mediar aprendizagens, respeitar, valorizar as potencialidades de todos os seus educandos, valorizando "singularidades no momento de planejar a aula, na intencionalidade pedagógica, a abertura ao novo, a curiosidade frente ao desconhecido, o desejo de aprender, a iniciativa para estudar, pesquisar" (Oliveira e Weschenfelder, 2017, p. 96), entre outros aspectos de igual importância.

Nessa seara, emergem os seguintes questionamentos:

- Quais as problemáticas dos processos de formação continuada de professores que que ensinam matemática e ciências naturais nos anos iniciais do ensino fundamental, a partir das diferenças regionais?
- Que elementos devemos ter em conta para pensar políticas públicas e institucionais desde a formação continuada de professores que ensinam matemática e ciências naturais nos anos iniciais do ensino fundamental, a partir das diferenças regionais?

Ferramentas teórico-metodológicas

Para dar conta destas questões, emergem referenciais metodológicos atinentes aos estudos de aula podem. Estudos como de Blanco-Álvarez e Castellanos (2017) apontam a potência da metodologia para o adensamento teórico-metodológico de docentes. Para eles, ao possibilitar o exame crítico de suas práticas pedagógicas, ocorrerá inovação curricular. Em síntese:

> Esta metodología busca por parte de los maestros una cualificación permanente, un trabajo reflexivo y crítico sobre su práctica. El estudio de clase permite abrir el aula de clase a la mirada crítica de los colegas, lo que permite un enriquecimiento mutuo con las experiencias y especialidades de cada uno. Esta metodología debe mirarse siempre como un proceso de mejoramiento y no de evaluación descalificadora (Blanco-Álvarez e Castellanos, 2017, p. 9).

Os autores propõem quatro etapas. Na primeira, ocorre o planejamento conjunto das atividades a serem desenvolvidas em sala de aula. Nesta etapa emerge também a observação mais acurada da turma em questão, bem como a discussão dos objetivos da atividade. Finda esta etapa, a seguir as atividades elaboradas são efetivadas em sala de aula com a presença do professor e de um observador (que pode ser um colega professor ou um investigador). As observações vão desde o modo como os estudantes resolvem as questões, a pedagogia do docente e as dificuldades apresentadas pelos discentes. A terceira etapa consiste em avaliar, novamente no grupo de professores, as atividades desenvolvidas. Na terceira etapa ocorre a avaliação e a auto-avaliação. Nesta fase é importante os professores terem clareza no que deve ser avaliado. Os autores em questão salientam a importância de examinar a relação das competências com a atividade selecionada, bem como sua pertinência, o tempo dado para a tarefa e a forma de trabalho dos estudantes, dentre outros. Critérios próprios também podem ser criados, de acordo com a necessidade evidenciada pelo grupo de docentes e/ou pesquisadores.

Esta parte da investigação será desenvolvida em uma escola de cada região brasileira e estrangeira expressa no projeto. No âmbito teórico, o grupo de investigadores avançará nos estudos acerca da decolonialidade, conforme expresso por Tamayo (2021, p. 5). Para ela, pensar em movimentos de decolonização do pensamento e do saber "é possível quando emergem outras formas de se desenhar o que se entende por conhecimento a partir de outras matrizes que não as colocadas pela colonialidade/modernidade". Assim, há que se problematizar imagens naturalizadas sobre a Matemática como efeito da colonialidade do saber. E concluem que "assumir uma atitude decolonial nos coloca numa posição de crítica contínua a todo processo de colonização epistêmica, para que não sejamos capturados pelas armadilhas da colonialidade/modernidade, armadilhas que mantém um único referencial epistêmico como válido para pensar as matemáticas, no plural" (Tamayo, 2021, p. 1). E aqui acrescentamos os cuidados com as armadilhas que mantêm um único referencial para as ciências da natureza.

No que se refere aos referenciais teóricos, estudos acerca da decolonialidade, como os de Tamayo (2021, p. 5) também evidenciam que operar com questões atinentes às diferenças e interculturalidade pressupõe "um deslocamento de olhar, um pensar de outro modo, deixar-se ver de outros modos e deixar-se afetar por outros modos de ver o mundo". E completam afirmando que,

> Nesse caminho é que despontou as discussões em torno da decolonialidade do poder, do saber, do ser e da natureza a partir de autoras e autores latino-americanos que propõem uma inversão do olhar de onde estamos acostumados a pensar, impregnados de uma racionalidade forjada nas relações da modernidade com a colonialidade (Tamayo, 2021, p. 6).

Participam do projeto pesquisadores e professores dos anos iniciais das cinco regiões brasileiras, da abrangência da Universidade de Narino, Colômbia, e Pisa, Itália. As etapas da investigação serão descritas em semestres:

Semestre 1: Estudos acerca dos referenciais teórico-metodológicos e discussão sobre problemática de formação continuada de professores que ensinam matemática e ciências da natureza nos anos iniciais do ensino fundamental. A ênfase será na metodologia de estudos de aula, com reuniões sistemáticas, via Formação continuada de professores que ensinam matemática e ciências da natureza nos anos iniciais do ensino fundamental em diferentes contextos: problematizações à luz da metodologia de estudos de aula. Também serão contemplados estudos das políticas públicas vigentes de formação de professores de cada país participante. Em adição, serão feitas rodas de conversas com os professores participantes com o intuito de verificar o que dizem sobre as formações continuadas que lhes são ofertadas.

Semestre 2: Implementação da metodologia de estudos de aula em uma escola de cada país participante. As escolas de educação básica já foram contatadas e grupos de professores aceitaram participar. Neste semestre também serão priorizados os intercâmbios de estudantes de pós-graduação e pesquisadores entre as diferentes regiões brasileiras e estrangeiras com o intuito de acompanhar os professores da escola básica, participantes da pesquisa, desenvolvendo as tarefas com seus estudantes. Ressalta-se que serão priorizados o planejamento, a aplicação e o replanejamento das tarefas propostas.

Semestre 3: Continuação da metodologia de estudos de aula e dos intercâmbios entre estudantes e pesquisadores. Neste período também ocorrerão a participação em eventos, divulgando resultados parciais da investigação.

Semestre 4: Neste período, ocorrerá um congresso, provavelmente on line, para que os participantes da pesquisa possam apresentar os resultados. Este será amplamente divulgado para que todos os interessados possam participar. Também serão priorizadas as escritas de artigos, participação em eventos e composição dos livros a serem disponibilizados às comunidades escolares e acadêmicas. Por fim, produzir-se - á um manual contendo ideias para políticas públicas de estado no que se refere à formação continuada de professores, considerando as diferenças regionais. Um produto educacional será formatado contendo as tarefas desenvolvidas com os estudantes, especificando todas as etapas da metodologia de estudos de aula.

Passos iniciais

No segundo semestre de 2022, estão ocorrendo ações envolvendo, inicialmente, pesquisadores e professores da escola básica brasileiros e colombianos. Ocorreu o intercâmbio de dois pesquisadores, Brasil-Colômbia e Colômbia-Brasil, ocasiões em que participaram de diversas atividades nas instituições e junto aos grupos de pesquisa, tais como: palestras, visita a escolas de educação básica, discussões teórico-metodológicas e reuniões burocráticas. Em particular, firmaram-se parcerias acadêmicas com o intuito de fomentar grupos de estudos com professores que ensinam matemática e ciências da natureza no ensino fundamental. Uma doutoranda brasileira permanecerá, por três meses, na Universidade de Narino, com vistas a adensar os referenciais metodológicos acerca de Lesson Study.

A análise de um conjunto de tarefas criadas, desenvolvidas e (re)avaliadas por professores do ensino fundamental dos dois países, participantes da pesquisa, permitiu que fosse programado, para o primeiro semestre de 2023, um evento on line, ocasião em que serão apresentados os primeiros resultados. Cabe ressaltar que a configuração do evento já aponta uma significativa mudança com relação aos usualmente ofertados no âmbito acadêmico. Neste, professores do ensino fundamental brasileiros e colombianos, participantes da investigação, apresentarão as práticas pedagógicas que efetivaram durante o segundo semestre de 2022. Ou seja, as apresentações de trabalhos e consequentes discussões não serão exclusivamente vinculadas à investigações geradas em programas de pós-graduação. Outro ponto significativo diz respeito à constante interação entre professores da escola básica, estudantes de graduação, pós-graduação e pesquisadores, por meio da constituição de grupos de estudos nos dois países.

Passos a seguir

A divulgação científica se dará por várias vias, como criação de materiais audiovisuais para o público em geral. Em efeito, os resultados da investigação, que contará com a participação de pesquisadores e professores, serão disponibilizados contínua, gratuita e virtualmente, sendo encaminhados via redes sociais a grupos de secretarias municipais e estaduais de educação, escolas particulares, pesquisadores e demais interessados. Também serão postados no Youtube e amplamente divulgados nos sites das instituições participantes da investigação. Estão igualmente previstos programas de rádio e TV das instituições participantes e de veículos de comunicação das regiões abrangidas. Há possibilidade de membros da equipe de pesquisadores e professores participantes escreverem colunas para jornais impressos e on line. As páginas web das instituições participantes possuem vários acessos diários e notícias do desenvolvimento, resultados parciais e finais da investigação serão constantemente nelas referenciadas.

Em adição, a parceria já estabelecida com a rede internacional de etnomatemática será fundamental para a divulgação, tendo em vista que congrega muitos pesquisadores, professores e interessados na temática de distintos países. A assessoria do professor Abraham Arcavi, da Universidade de Tel Aviv, Israel, prevê que palestrará para as comunidades acadêmica, escolar e demais interessados, com ampla divulgação. Também ocorrerão videoconferências on line, abertas aos interessados, com a participação do renomado pesquisador. Por fim, é importante pontuar que os resultados parciais e finais da investigação poderão reverberar nos cursos presenciais e on line de formação inicial de professores nas instituições participantes e nos programas de pós-graduação stricto sensu, no âmbito da educação e do ensino, a elas vinculados. Por fim, almeja-se a elaboração de ações propositivas de formação continuada de professores da Escola Básica, a partir da escuta de professores e gestores de escola bem como a consolidação da metodologia *Lesson Study* nas escolas de Educação Básica, como uma alternativa de formação continuada de professores, por meio da formação de pequenos grupos de estudos nas próprias escolas.

Bibliografia e referências

Agapito, F. M. (2020). *Tessituras Etnomatemáticas nos Anos Iniciais na Perspectiva da Educação Bilíngue para Surdos no Município de Imperatriz/MA*. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Ensino. Lajeado: Universidade do Vale do Taquari.

Blanco-Álvarez, H. e Castellanos, M. T. (2017). La formación de maestros reflexivos sobre su propia práctica y el estudio de clase. En I. M. Giongo y A. V. Munhoz (Eds). *Observatório da Educação Univates III: práticas pedagógicas na escola básica* (pp. 7-18). Evangraf.

Formigosa, M. (2021). *As Etnomatemáticas dos alunos ribeirinhos do Rio Xingu: jogos de linguagem e formas de resistência.* Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Ensino. Lajeado: Universidade do Vale do Taquari.

Tamayo, C. (2021). A colonialidade do saber: Um olhar desde a Educação Matemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 10(3), 39 - 58.

Oliveira, S. e Weschenfelder, V. I. (2017). Práticas in/exclusivas e os modos de ser profesor(a) na contemporaneidade. En C. B Loureiro e R. R. Klein (Orgs.) *Inclusão e aprendizagem: contribuições para pensar as práticas pedagógicas* (pp. 77-99). Editora Appris.

Orrú, S. E. (2017). *O re-inventar da inclusão: desafios da diferença no processo de ensinar e aprender*. Vozes.

Formação de professores para a utilização de jogos e brincadeiras no ensino da Matemática: o trabalho colaborativo em ênfase

Audrey Rodrigues **dos Santos Dias**
Universidade Estadual Paulista (UNESP), Campus Bauru
Brasil
audrey.dias@unesp.br
Luciana Aparecida **da Cunha**
Universidade Estadual Paulista (UNESP), Campus Bauru
Brasil
luciana.cunha@unesp.br
Alice **Assis**
Universidade Estadual Paulista (UNESP), Campus Guaratinguetá
Brasil
alice.assis@unesp.br

Introdução

O presente trabalho almeja reunir reflexões frutos de pesquisas e práticas pedagógicas aplicadas por Cunha (2019) e Dias (2021), que enfatizaram a necessidade da formação continuada de professores, para a utilização de jogos e brincadeiras no ensino da Matemática. As pesquisas em questão foram desenvolvidas com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental (1º a 5º ano), em duas escolas municipais da cidade de Bauru, São Paulo-Brasil.

Os resultados dessas pesquisas demonstraram, respectivamente, o quanto os jogos de tabuleiro auxiliaram no desenvolvimento do Cálculo mental, bem como os benefícios da brincadeira de "jogos de papéis" à interpretação e solução de problemas matemáticos, em razão da possibilidade de vivência de situações cotidianas.

A partir de tais resultados, percebe-se a necessidade de se discutir a formação continuada de professores, com ênfase em um trabalho colaborativo, a fim de que eles possam romper com sentimentos de insegurança e, concomitantemente, ampliar situações efetivas ao processo de ensino e de aprendizado da Matemática.

Trabalho colaborativo

A abordagem dos conteúdos curriculares da disciplina de Matemática gera preocupação aos educadores. Nesse sentido, defendemos, tal como Brito (2001, p.60), a importância de se "discutir e propor soluções, baseadas em pesquisas relevantes na área, para os problemas e dificuldades que ocorrem comumente na aprendizagem-ensino da Matemática escolar".

Nessa perspectiva, as pesquisas de Cunha (2019) e Dias (2021) remetem a reflexões acerca da relevância do uso de jogos e brincadeiras no processo de ensino e aprendizado da Matemática.

Nos estudos de Dias (2021), foi possível verificar, a partir do desenvolvimento de cinco brincadeiras de "jogos de papéis" (brincadeira de "faz de conta"), com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, que a vivência de situações rotineiras facilitou a interpretação e a solução de problemas de forma adequada pelos discentes. Os dados levantados por essa pesquisa mostrou que 22 alunos dentre os 25 participantes, contemplaram adequadamente as categorias de análise: "tradução/interpretação do problema", "planejamento de estratégia para solução", "execução" e "avaliação", após a realização dessas brincadeiras.

Já, nos estudos de Cunha (2019), verificou-se a possibilidade de desenvolvimento do Cálculo mental, também junto a alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir da utilização de jogos de tabuleiro com intuito de desafiar o aluno a refletir e criar suas próprias estratégias de cálculo.

A utilização de jogos no ensino da Matemática recebe a contribuição de grandes teóricos. Para Vygotsky (2012), por exemplo, o uso de jogos e brincadeiras auxilia no aprendizado e no desenvolvimento dos discentes, uma vez que esses fazem parte do cotidiano das crianças desde a mais tenra idade.

Moura (2011, p.89) também defende a importância dos jogos aliados ao ensino da Matemática defendendo-os enquanto promotores "[...] da aprendizagem e do desenvolvimento, [...] já que colocar o aluno diante de situações de jogo pode ser uma boa estratégia para aproximá-lo dos conteúdos culturais [...]".

Perante o exposto, salienta-se, contudo, a necessidade de que os professores possam gozar de uma formação continuada que lhes permitam utilizar esses recursos de forma consciente e planejada, bem como incentivar o trabalho colaborativo, de forma que esses educadores sintam-se seguros em inovar suas práticas de ensino.

A percepção dessa necessidade teve origem na insegurança demonstrada por alguns professores em usarem tais recursos em sala de aula ao tomarem conhecimento dos resultados das pesquisas de Cunha (2019) e Dias (2021). Mediante essa percepção, surgiu a proposta da elaboração de um curso de formação continuada de professores por meio de um trabalho colaborativo, o que sucederá resultados para a pesquisa em andamento em nível de Doutorado. Acreditamos que por meio da metodologia de trabalho colaborativo, possa propiciar interações entre um grupo de professores, no qual desencadeará para o processo do aprender a ensinar Matemática.

Referências e bibliografia

Brito, M. R. F. (2001). Psicologia da Educação Matemática. Insular.

Cunha, L. A. (2019). Jogo de tabuleiro: estratégia para o ensino de Cálculo mental. *Anais da 19ª Semana da Educação Municipal e 9º Congresso Municipal de Educação de Bauru, Prefeitura Municipal de Bauru*, (pp 34-35) https://sites.bauru.sp.gov.br/arquivos/website_semanaeduca/arquivos/anais2019.pdf.

Dias, A. R. S. (2021). *Os jogos de papéis como recurso lúdico colaborativo à interpretação e solução de problemas matemáticos por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental*. UNESP. https://repositorio.unesp.br/handle/11449/202772

Moura, M. O. (2011). A séria busca no jogo: do lúdico na Matemática, In Kishimoto, T. M. (Ed.), *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação* (pp. 81-99). Cortez.

Vigotsky, L. S. (2012) Vigotsky, Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar, In Vigotsky, L. S, Luria, A. R. y Leontiev, A. N. (Ed.), *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem* (pp. 103-119). Ícone.

XVI CIAEM
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education
UNIVERSIDAD DE LIMA
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023
xvi.ciaem-iacme.org

Formar professores para ensinar Matemática com o uso de histórias: o caso de duas investigações

Edvonete Souza de **Alencar**
Faculdade de Educação , Universidade Federal da Grande Dourados
Brasil
edvonetealencar@ufgd.edu.br
Silvia Regina da Silva **Cassimiro**
Prefeitura de Dourados
Brasil
silviamullerddo@hotmail.com
Patricia dos Santos de **Jesus**
Secretária Estadual de Educação do Mato Grosso do Sul
Brasil
pathy_dejesus@hotmail.com

Resumo

Esta comunicação científica , traz o excerto de ações desenvolvidas no projeto de pesquisa Criação de Histórias de Literatura Infantil para o ensino de Matemática. Nosso objetivo é identificar como podemos utilizar a literatura infantil nas formações de professores para ensinar matemática. A metodologia utilizada é o Design Experiment na qual os professores envueltos na formação realizaram tarefas que puderam revelar seu conhecimento especializado dentro dos domínios e subdomínios do modelo MTSK. Portanto o referencial teórico utilizado de análise é o Mathematics Teacher's Specialised Knowledge. Apresentamos aqui dois casos formativos desenvolvidos em pesquisas de mestrado profissional. Os resultado demonstraram a literatura como um potencial recurso formativo aos docentes para o ensino de Matemática .

Palavras- chave: Educação Matemática; Ensino; Formação continuada; aprendizagem; literatura.

Considerações iniciais

Sabemos que muitas são as potencialidades que histórias infantis podem proporcionar ao ensino de diferentes áreas e principalmente o de Matemática à crianças da Educação Infantil e dos anos iniciais do ensino Fundamental. Do mesmo modo proporcionar formações com esses recursos linguísticos e que proporcionam a fantasia e o desenvolvimento de relações entre diferentes áreas é um forte potencializador de aprendizagens para os docentes. Assim apresentamos um excerto de ações desenvolvidas no projeto Criação de Histórias de Literatura Infantil para o ensino de Matemática. As ações aqui apresentadas foram desenvolvidas em duas dissertações de mestrado profissional ligadas ao projeto maior citado e nos fazem refletir sobre a formação de professores com os recursos das literaturas.

Portanto nosso objetivo foi identificar como podemos utilizar a literatura infantil nas formações de professores para ensinar matemática. Organizamos essa comunicação apresentando inicialmente a metodologia desenvolvida e posteriormente o referencial teórico de análise e as ações formativas.

Caminhos metodológicos

A metodologia adotada no projeto foi *Design Experiments*, fundamentado por Cobb, Confrey, di Sessa, Lehrer e Schauble (2003), que consisti em um modo diferenciado de abordar os conceitos matemáticos. Essa metodologia de investigação tem como objetivo elaborar um pequena teoria sobre o processo de aprendizagem, proporcionando reflexões sobre diferentes conteúdos e aprendizagens matemáticas. Utilizaremos essa metodologia adaptando-a para o desenvolvimento de uma formação de professores.

Assim as etapas desenvolvidas na investigação do projeto maior foram:1) Aplicação do questionário; 2) Estudo sobre a Literatura infantil e a Matemática e apresentação de uma sequência didática aos professores; 3) Criação de histórias infantis coletivamente para o desenvolvimento de conceitos matemáticos; 4) Discussão e análise das criações coletivas para reescritas e adequações; 5) Criação das ilustrações e suas análises; 6) Diagramação para e-book animado e para os livros convencionais.

Cabe salientar que ambas as dissertações aqui apresentadas tiveram suas investigações realizadas na etapa 2 descrita anteriormente. Uma das dissertações intitulada “Formar professores para ensinar medidas de tempo com a literatura na educação infantil na pandemia” e de autoría de Silvia Regina da Silva Cassimiro esta direcionada aos professores da Educação Infantil e outra intitulada “A literatura infantil para o ensino de simetria à professores dos anos iniciais do ensino fundamental: uma sequência didática formativa” destinada aos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental e possui como autoria de Patricia dos Santos de Jesus.

Referencial teórico: MTSK

O referencial teórico utilizado para a análise das ações formativas foi o modelo do Conhecimento Especializado em Professores de Matemática – MTSK (*Mathematics Teachers' Specialised Knowledge*), fundamentado em Carrillo-Yañez, Climent, Miguel Montes, Contreras, Flores-Medrano, Escudero-Ávila, Vasco, Rojas, Flores, Aguilar-González, Ribeiro e Muñoz-Catalán (2018). Este modelo teórico apresenta, conforme Figura 1 o conhecimento do professor de Matemática em dois domínios e subdomínios, apresentando ainda as crenças e aspectos afetivos.

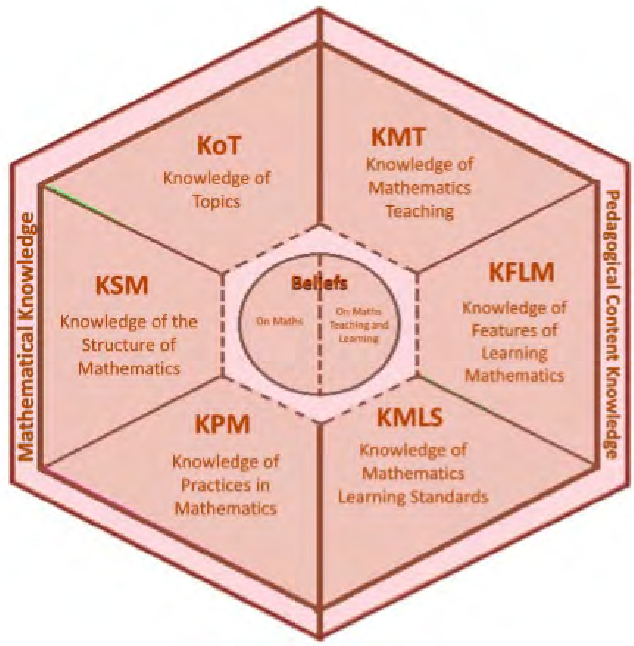


Figura 1 Modelo de Conhecimento Especializado do Professor de Matemática, MTSK - Carrillo-Yañez, et. al (2018)

Identificamos na figura sua organização em dois grandes domínios: conhecimento do conteúdo – MK – e conhecimento pedagógico do conteúdo – PCK.

O Conhecimento Matemático (MK) refere-se ao conhecimento do professor sobre as características e elementos da Matemática. Este domínio é composto pelos subdomínios: Conhecimento dos Tópicos (KOT), Conhecimento da estrutura Matemática (KSM) e o Conhecimento da Prática Matemática (KPM).

O Conhecimento didático do conteúdo (PCK) são os recursos utilizados para o ensino de Matemática, este é composto pelo subdomínio: conhecimento das características da Matemática de Aprendizagem (KFLM), Conhecimento do ensino de Matemática (KMT) e o Conhecimento de padrões de aprendizagem da Matemática (KMLS).

Cabe salientar ainda que todos os subdomínios possuem inter-relações para a promoção do ensino de aprendizagem de Matemática.

As ações formativas

Cassimiro (2022) criou uma história A surpresa do 9 para desenvolver a formação . As atividades foram pensadas de modo a revelar e desenvolver os conhecimentos necessários para se ensinar de acordo com o MTSK. Assim podemos ver no quadro:

Quadro 1
Síntese das atividades.

Domínios	**Subdomínios**	**Tarefas**	**Descrição**
Conhecimento matemático (MK)	KoT	Questionário aberto e reflexivo O que é medida? O que é unidade de medidas?	Reflexão sobre as concepções dos professores e o que estes mencionam sobre conhecimento de medida
	KoT	Conhecendo a história e refletindo sobre ela.	Identificar na história o conteúdo de medidas de tempo.
	KSM	Quais conhecimentos são preciso saber para ensinar medidas de tempo? Quais conteúdos estão relacionados: Localização no tempo (hora, dias, semanas, meses) Exploração do calendário. O conteúdo de medidas de tempo auxiliará em qual outra aprendizagem?	Observar no convite quais os elementos que abordam o conteúdo de medidas de tempo (dia, mês e hora) e como este contribui para identificar os conhecimentos prévios do aluno. Apresentar tarefas de análises de diversos tipos de relógios, digitais, analógicos e ampulheta sugerindo uma reflexão sobre como se media o tempo no passado. O conteúdo tem importância pois auxiliará em aprendizagens posteriores. Medir a passagem do tempo, englobar outras áreas de conhecimento, principalmente, as ciências humana e da natureza.
	KPM	Questionário Qual a importância das medidas de tempo para a Educação Infantil? De que maneira as pessoas se localizavam no tempo e como se localizam hoje?	Por meio da explanação dos docentes será analisado se estes conseguem compreender a importância do conteúdo e propor situações aos alunos a partir de trechos da história, identificando a relação entre a linguagem escrita e a ilustração.
Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK)	KFLM	Como os alunos pensam e aprendem a se localizar no tempo? Diálogo fictício entre professora e aluno	Identificar em partes da história “Uma Surpresa para o 9” a proposta interdisciplinar entre a literatura e o ensino de medidas de tempo na Educação Infantil e de que maneira esta pode contribuir para o processo ensino-aprendizagem dos alunos?
	KMT	Análises das imagens. Analisar a história apresentada para o ensino de medidas de tempo.	Analisar como os professores utilizam o recurso da história infantil para o ensino de matemática. Como utilizam as imagens?, Como utilizam os recursos linguísticos?
	KMLS	Conhecimento do currículo Analisar o conhecimento dos docentes em relação à Base Nacional Comum Curricular e o ensino de medidas tempo para alunos da Educação Infantil.	Com base na história apresentada, como podemos contemplar os campos de experiências da BNCC que têm como objetivos de aprendizagem e desenvolvimento os conceitos básicos de tempo? (agora, antes durante, depois, ontem, hoje, amanhã, lento, rápido, devagar.)

Fonte: Cassimiro (2022, p.39)

A dissertação de Jesus (2021) selecionou três livros de texto escrito com ilustrações com o objetivo de formar uma sequência didática formativa. Os livros selecionados são: Chapeuzinho Amarelo;O gato Massamê e aquilo que ele vê;Trudi e Kiki.

A intenção desta proposta foi apresentar exemplos concretos para que o professor possa refletir sobre a temática discutida neste livro. Essas atividades foram apresentadas aos professores por meio de uma plataforma digital. O acesso a essa plataforma é disponibilizado pela Secretaria Municipal de Educação de uma cidade do interior do estado do Mato Grosso do Sul. Apresentamos a seguir, as atividades apresentadas para os professores. Ao analisarmos o texto de Chapeuzinho Amarelo (Figura 2), identificamos uma boa história para a iniciação da sequência didática.

A sequência de atividades propostas a partir dessa obra é: **Atividade 1:** Reconhecimento de figuras simétricas nas ilustrações do livro. **Atividade 2:** Exploração das simetrias por meio da dobradura e do recorte, formando os personagens principais da história. **Atividade 3:** Construção de figuras, objetos e animais que fazem parte da história, na plataforma do Geoplano virtual.

A história do *gato Massamê e aquilo que ele vê* oferece elementos para atividades promotoras de reflexões sobre as características da simetria. As atividades apresentadas com esses libro foram: **Atividade 1:** Reconhecimento de figuras simétricas e assimétricas nas ilustrações do livro. **Atividade 2:** Confecção de pipas, **Atividade 3:** Desenho do personagem principal em papel quadriculado.

Ao analisarmos a história do *Trudi e Kiki* encontramos imagens e uma narrativa que possibilita a interdisciplinaridade.

A sequência de atividades propostas a partir dessa obra é:**Atividade 1:** Explorar conceitos de diferenças e semelhanças a partir do contexto da história, **Atividade 2:** Simetria com espelhos

Atividade 3: Reconhecimento de figuras simétricas nas ilustrações do libro. **Atividade 4:** Confecção de máscaras de fantasías simétricas

Ambas as atividades desenvolvidas proporcionaram além da percepção das possibilidades com o trabalho com a literatura, também conhecer mais sobre os conhecimentos.

Algumas considerações

Essa comunicação vê refletir sobre como a literatura infantil pode ser utilizada nas ações de formação de professores para se ensinar matemática. Por ser um recurso interdisciplinar ele tem forte potencial para a elaboração de situações problemas, a observações de ilustrações no livro, assim como a sua relação com a realidade. Portanto histórias infantis devem ser mais exploradas nas ações formativas para o ensino de matemática.

Referências e bibliografia

Carrillo-Yañez, J.; Climent, N.; Montes, M.; Contreras, L. C.; Flores-Medrano, E.; Escudero-Ávila, D.; Vasco, D.; Rojas, N.; Flores, P.; Aguilar-Gonzáles, A.; Ribeiro, M.; Muñoz-Catalán, M. C. (2018)The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. Research in Mathematics Education, London, v. 20, n. 3, p. 1-18.

Cassimiro, S. R S. (2022) Formar professores para ensinar medidas de tempo com a literatura na educação infantil na pandemia68 f. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Matemática da Universidades Estadual do Mato Grosso do Sul.

Cobb, P.; Confrey, J.; Disessa, A. A.; Lehrer, R.; Schauble, L.(2003) Design experiments in educational research. Educational Researcher, v. 32, n. 1, p. 9-13. http://doi.org/10.3102/0013189X032001009

Jesus, P. S. (2021) A literatura infantil para o ensino de simetria a professores dos anos iniciais do ensino fundamental: uma sequência didática formativa. 83 f. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Matemática da Universidades Estadual do Mato Grosso do Sul.

Génesis instrumental de profesores de Matemática a partir de un Recorrido de Estudio e Investigación (REI)

María Rita **Otero**
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
Argentina
rotero@niecyt.exa.unicen.edu.ar
María Paz **Gazzola**
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
Argentina
mpgazzola@niecyt.exa.unicen.edu.ar
Viviana Carolina **Llanos**
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
Argentina
vcllanos@niecyt.exa.unicen.edu.ar

Resumen

En este trabajo se describe la génesis instrumental de 62 profesores de matemáticas en servicio, durante un curso universitario on-line, que conciben la enseñanza a partir de un Recorrido de Estudio e Investigación (REI) relativo a nociones matemáticas de la escuela secundaria. Se emplean la Aproximación Instrumental de lo didáctico y la noción de esquema de Vergnaud (2013) para describir la génesis instrumental de los profesores, que enfrentan dos clases de situaciones: estudiar y analizar el REI y luego diseñar una enseñanza hipotética a partir de él. Se analizan la totalidad de las respuestas individuales escritas de los profesores en ambas situaciones y se reconstruyen sus esquemas e instrumentos. La investigación evidencia la diversidad y la riqueza de la génesis instrumental de los profesores y las modificaciones que realizan al recurso, principalmente vinculadas con la situación de enseñanza y caracterizadas por reducir el saber a enseñar y su cuestionamiento.

Palabras clave: Formación continua; Educación matemática; Esquema; Génesis Instrumental; Recorridos de estudio e Investigación.

Introducción

La distancia entre las prácticas habituales de los docentes y el tipo de enseñanza que se pretende con un Recorrido de Estudio e Investigación (REI), enmarcado en el paradigma del cuestionamiento del mundo (Chevallard, 2013), es muy grande. Pocos artículos hacen referencia a cómo los docentes utilizan y transforman un REI mientras enseñan o piensan en enseñar con él (Wozniak, 2015; Otero & Llanos, 2019). En un estudio de caso (Gueudet, Lebaud, Otero, & Parra, 2018) analizamos la génesis instrumental/documental de una profesora de la escuela secundaria francesa mientras enseñaba con un REI relacionado con el funcionamiento de las antenas parabólicas. Por otro lado, también se identificaron y clasificaron los invariantes operatorios presentes en el caso mencionado (Parra y Otero, 2021), poniendo en evidencia que aun cuando por iniciativa propia, la docente quería enseñar con un REI, los invariantes operatorios que generaban su actividad no eran compatibles con el paradigma del cuestionamiento ni con un uso apropiado del recurso. Aquí asumimos que se requiere una preparación y formación de los profesores en la TAD y sobre los REI, y que, además, los primeros pasos deben realizarse con dispositivos más acotados, que por ejemplo, involucren cuestiones intramatemáticas, que no resulten excesivamente alejadas de los saberes propuestos por los programas que los docentes enseñan habitualmente (Gazzola & Otero, 2022; Otero & Gazzola, 2022). En este trabajo nos interesamos en la génesis instrumental de 62 profesores en servicio que participan de un curso de capacitación en la universidad, donde se les propone concebir la enseñanza con un REI, relativamente simplificado. Los marcos teóricos son el Enfoque Instrumental (Rabardel, 1995) y la Teoría de los Campos Conceptuales (TCC) (Vergnaud, 1990, 2013) que permiten analizar la actividad en situación y la génesis instrumental de los docentes mencionados.

Situación, acción, actividad, esquemas y génesis instrumental

La TCC es una teoría pragmática de la conceptualización de lo real que, mediante la noción de esquema, permite analizar la actividad del sujeto en situación, la forma de la actividad, lo que en ella se conserva y lo que cambia, los esquemas que el sujeto pone en juego, y las condiciones pragmáticas y epistémicas que producen el aprendizaje, así como la conceptualización en la acción y el desarrollo en un cierto dominio. La TCC estudia el desarrollo de la conceptualización en la acción a todo nivel, es decir en la escuela, en la vida y en el desarrollo profesional. Según Vergnaud (1990, 2013) un esquema es la organización invariante de la actividad para una clase de situaciones. En consecuencia, mientras la actividad y la conducta observable que el esquema engendra son variables, la organización de la actividad es invariante. Un esquema está compuesto necesariamente por cuatro clases de componentes: una meta o varias, submetas y anticipaciones, las reglas de acción, de toma de información y de control, los invariantes operatorios (conceptos en acto y teoremas en acto) y las posibles inferencias.

El enfoque instrumental fue propuesto por Rabardel (1995) a partir de la Teoría de la Actividad de Vygotsky y de la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud, 1990, 2013). En las situaciones en las cuales las personas utilizan un artefacto, ya sea material o no, tiene lugar un proceso de apropiación, que requiere distinguir entre el artefacto en sí y el instrumento que la apropiación genera. Es mediante este proceso, denominado por Rabardel (1995) génesis instrumental, que el artefacto se vuelve un instrumento para el usuario. La actividad del usuario y la situación que la promueve son determinantes. Los instrumentos se generan por las interacciones que ocurren entre un artefacto y los esquemas (Vergnaud, 2013) del sujeto en una cierta situación. Un instrumento es entonces una entidad mixta, compuesta al menos por una parte del artefacto más un esquema de uso de dicho artefacto. La génesis instrumental, comprende dos procesos interrelacionados (Rabardel, 1995): instrumentación e instrumentalización. La instrumentalización está relacionada con la personalización del artefacto y la instrumentación con la aparición de esquemas en el sujeto.

Recorridos de estudio e investigación (REI)

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) define los REI como dispositivos didácticos cuya principal función es proponer el estudio escolar en términos de preguntas. El cuestionamiento comienza por una pregunta en sentido fuerte, llamada generatriz, de la cual se derivan una multitud de nuevos interrogantes, que no están establecidos de antemano. Se trata de estudiar los saberes, en este caso matemáticos, que conducen tanto a la elaboración de una o varias respuestas posibles -no inmediatas, ni arbitrarias, ni únicas- como a nuevos cuestionamientos y nuevos estudios. Estudiar e investigar dialécticamente requieren acciones o gestos tales como: formular preguntas y construir respuestas, explorar disciplinas y delimitar áreas, entrar y salir de los temas, estudiar lo pertinente y necesario, fabricar el medio de estudio justificando la incorporación de un cierto saber, repartir las tareas del estudio, cooperar y colaborar en la construcción de respuestas, deconstruir y reescribir respuestas existentes, difundir y recibir respuestas. Para enseñar con un REI, antes de llevarlo al aula, el profesor tiene que estudiar la pregunta generatriz y su arborescencia, así como su potencialidad didáctico-matemática.

Metodología

En esta investigación intervinieron 62 profesores de matemática en servicio que realizaron un curso universitario on-line de didáctica de las matemáticas durante cuatro meses. La mayor parte de ellos se desempeña en la enseñanza secundaria y su experiencia docente es entre 2 y 36 años. En el curso se enseñan los fundamentos de la TAD y de los REI. En el último mes, los profesores enfrentan dos tipos de situaciones: a) estudiar un REI en profundidad, b) proponer una organización hipotética de la enseñanza con el REI (no es posible que cada profesor lleve al aula su propuesta durante curso). Los profesores subieron todas las respuestas a la plataforma Moodle. En este trabajo se analizan los protocolos correspondientes a la primera situación de estudio y a la última situación de enseñanza, que son de respuesta individual. Para identificar los componentes de los esquemas así como las acciones “observables” se emplean técnicas de análisis y meta-análisis. El problema es conocido como “la caja del pastelero” (Chappaz & Michon, 2003) y se presentó de la siguiente manera:

> Hay que construir cajas, siguiendo las instrucciones del video:
> https://www.youtube.com/watch?v=gxjpF4bUdDY
> ¿Cuáles son el alto, el ancho y el largo de las cajas que se obtienen si se considera cualquier hoja, y cómo se calcularían el volumen, la superficie de la base, el perímetro total, etc.?
> ¿Cómo podemos fabricar cajas anidadas con las hojas A0, A1, A2, A3, A4, etc.?

Analizando la geometría de la caja desplegada se obtienen las relaciones que vinculan las dimensiones de la hoja con las de la caja, que se expresan mediante funciones polinómicas en dos variables (Figura 1). Para reducir las variables se pueden parametrizar uno o ambos lados de la hoja, o la superficie, o el volumen o el perímetro de la caja.

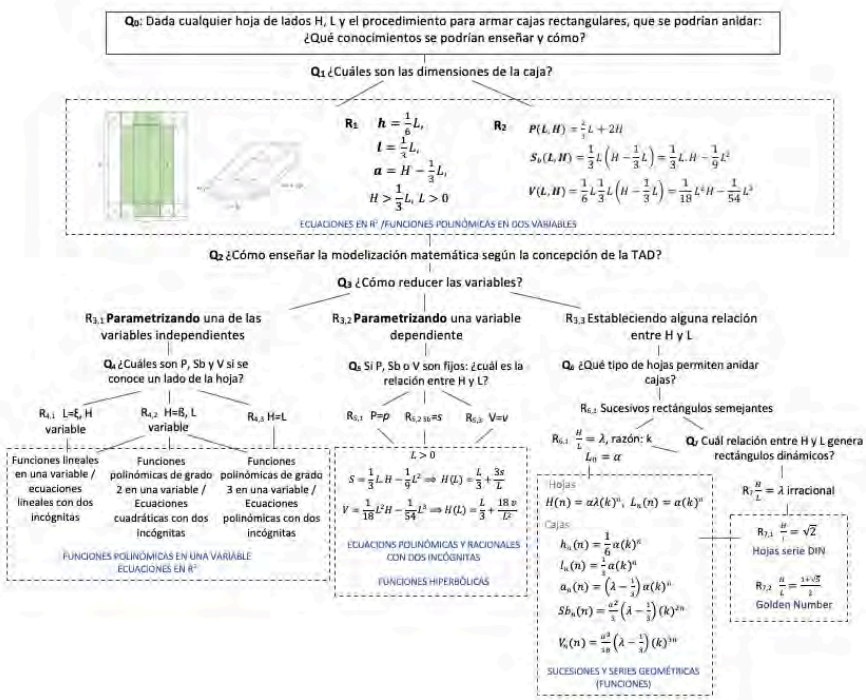


Figura 1. *Posibles alternativas de solución.*

Según cuál de los lados de la hoja sea un parámetro, todas las funciones serán lineales o no. Si se fija el volumen o a la superficie, se obtienen ecuaciones racionales en dos variables y es posible expresar un lado en función del otro, generando familias de funciones hiperbólicas representadas por curvas de isosuperficie y de isovolumen. El problema de "anidar" las cajas, requiere considerar posibles series de hojas rectangulares, cuyas dimensiones conforman progresiones geométricas. Si los lados mayor y menor de cada una de las hojas conservan la proporción $\frac{H}{L}=\tau$, siendo τ un número irracional, los rectángulos son dinámicos. Un caso particular es la serie de hojas DINA donde $\frac{H}{L}=\sqrt{2}$ y la superficie de la primera hoja es un metro cuadrado. Así, surge la pregunta por la utilidad de esta proporción, que resuelve el problema de la división en dos o de la duplicación de rectángulos semejantes, puesto que, al doblar la hoja por la mediatriz del lado mayor, se obtienen sendas hojas iguales del formato siguiente, que conservan la proporción de los lados de su antecesora. Es posible considerar otras proporciones notables entre los lados de las hojas, tales como la del número áureo, cuyo descubrimiento se relaciona con el estudio de la difundida sucesión de Fibonacci. Si la constante de proporcionalidad entre los lados de los rectángulos es un número racional, estos son estáticos, los cuales, bajo ciertas condiciones, permiten construir cajas anidadas. Para que las cajas se aniden, la proporción entre los lados de cada hoja debe ser igual a la existente entre los lados homólogos de dos hojas sucesivas. Este estudio involucra también interesantes técnicas y propiedades geométricas sintéticas de la división de segmentos y de los rectángulos.

Resultados

En la situación propuesta para estudiar el problema, los profesores evidencian dos metas: escribir las fórmulas que relacionan las dimensiones de la caja y de las hojas, y anidar las cajas (Figura 2). Para la primera, se identifican al menos dos tipos de esquemas diferenciados según la manera de obtener las fórmulas. Los profesores que tienen el esquema E_{11} obtendrían las fórmulas por “generalización numérica” de las relaciones, mediante ciertas medidas que ellos proponen priori. Aquí, la caja desarmada tiene un papel secundario. Los IO de E_{11} son: *“Hay que establecer las medidas de las hojas”, “Hay que armar las cajas”, “Las dimensiones de las cajas se calculan con números”, “Los estudiantes obtienen las fórmulas a partir de los números”*. Los profesores que tienen el esquema E_{12}, buscan establecer y formular matemáticamente las relaciones geométricas emergentes del proceso de construcción de la caja. Para armar la caja utilizaron una hoja de lados desconocidos, en este caso, es tan importante armarla como desarmarla. Así, formularon las relaciones entre la hoja y los lados de caja, el perímetro, la superficie y el volumen. Los IO distintivos son: *“Hay que usar cualquier hoja”, “Hay que armar la caja”, “Hay que desarmar la caja”, “Las fórmulas surgen del análisis de la caja desplegada”*. Se observa que todos los profesores escribieron todas las dimensiones de la caja en dos variables.

La otra meta es anidar las cajas y da lugar a cuatro esquemas, que se diferencian en cómo los profesores usan la información sobre las características de las hojas. Una primera diferenciación se debe a si las hojas DIN A son tomadas en cuenta o no. Si no se toman en cuenta, los profesores asumen que las cajas se anidan si se construyen con hojas cuya área decrece arbitrariamente y eligen hojas cuyos valores de los lados son conocidos E_{21} (13/57). Así, calculan numéricamente el alto, ancho y largo de la caja y/o alguna dimensión (superficie de la base o volumen) y analizan si esos valores son cada vez menores. Los IO son: “*Hay que usar hojas cada vez menores”, “Las dimensiones de las cajas anidadas son cada vez menores”, “Armando las cajas se comprueba que se anidan”*. El esquema E_{22} (13/57) es diferente porque genera un criterio para variar el tamaño de las hojas. El IO distintivo es: *“Hay que establecer un criterio para variar las hojas”* y los otros dos invariantes son los mismos. Se remarca que casi la mitad de los profesores no toma en cuenta las hojas DIN A, y asumen erróneamente que es necesario y suficiente usar hojas cada vez menores para que las cajas se aniden.

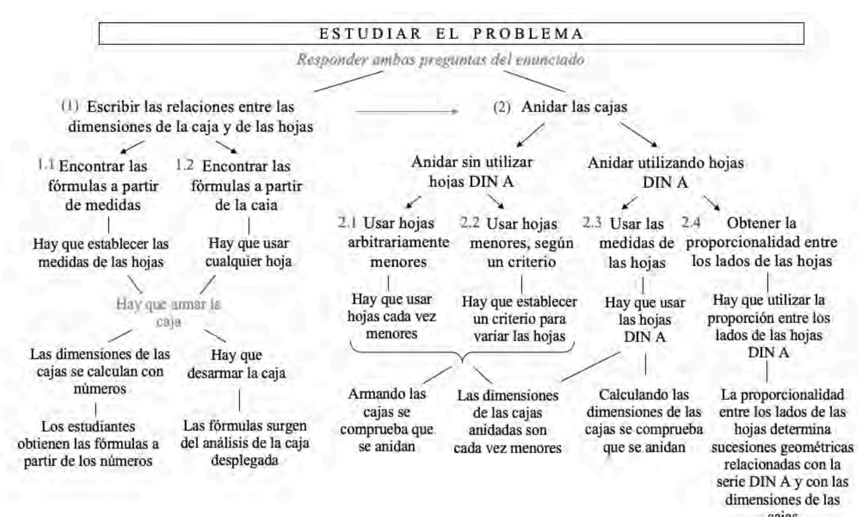


Figura 2. *Esquemas identificados en la situación de estudio.*

Si se toman en cuenta las hojas DIN A, los esquemas difieren por considerar estrictamente las medidas de las hojas, y enfocarse en los números o en la proporcionalidad entre sus lados. Los profesores que tienen el esquema E_{23} (15/57) obtuvieron en internet las medidas de las hojas de la serie y calcularon numéricamente una o varias dimensiones de la caja y elaboraron tablas. Los invariantes identificados son: *"Hay que usar las hojas DIN A", "Las dimensiones de las cajas anidadas son cada vez menores", "Calculando las dimensiones de las cajas se comprueba que se anidan"*. Los que tienen el esquema E_{24} (16/57) también utilizan la serie DIN A, pero toman en cuenta la razón de proporcionalidad entre los lados de las hojas y la emplean para escribir las sucesiones (de las hojas, de lados de la caja, del perímetro, de la superficie de la base y o del volumen). Los IO son: *"Hay que utilizar la proporción entre los lados de las hojas DIN A", "La proporcionalidad entre los lados de las hojas determina sucesiones geométricas relacionadas con la serie DIN A y con las dimensiones de las cajas"*.

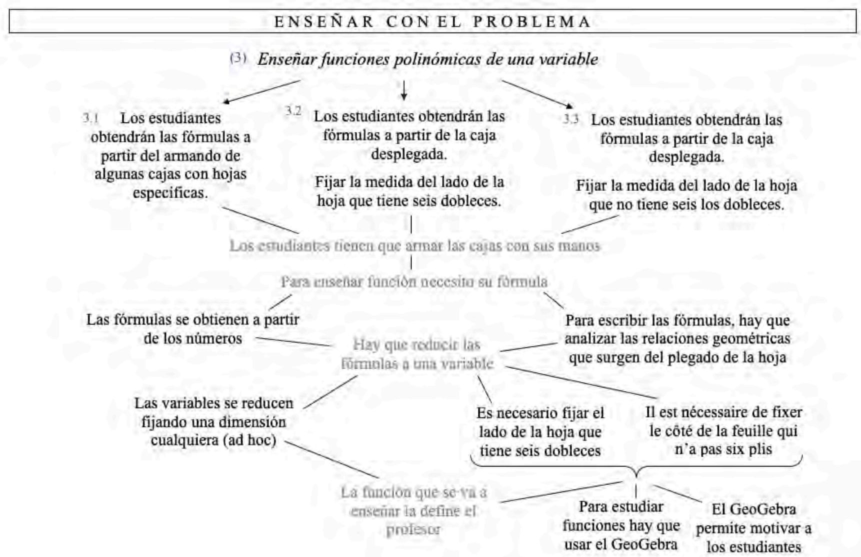


Figura 3. *Esquemas identificados en la situación de enseñanza sobre las funciones polinómicas.*

En la situación de enseñanza, se identificaron dos metas disyuntas: enseñar funciones polinómicas en una variable de grado uno a tres, o enseñar sucesiones geométricas. Esto produce modificaciones en el dispositivo y genera instrumentos diferentes. En el primer caso (Figura 3), surgen tres submetas, según cómo los docentes proponen obtener las fórmulas a los estudiantes. Ellos deciden parametrizar un lado de la hoja, sin analizar las consecuencias didáctico matemáticas de esta acción. Una vez obtenida la fórmula deseada, el profesor define la función correspondiente. En el esquema E_{31} (8/25) la submeta es que los estudiantes obtengan las fórmulas a partir del armado de algunas cajas con hojas específicas. Los IO son: "*Los estudiantes tienen que armar las cajas con sus manos", "Para enseñar función necesito su fórmula", "Las fórmulas se obtienen a partir de los números", "Hay que reducir las fórmulas a una variable", "Las variables se reducen fijando una dimensión cualquiera* (ad hoc*)", "La función que se va a enseñar la define el profesor"*.

Alternativamente, en los esquemas E_{32} y E_{33} las fórmulas se obtienen de las relaciones geométricas que se evidencian al armar y desarmar la caja. Por otro lado, surge el uso del GeoGebra como una herramienta para el estudio y por su carácter motivador. La diferencia reside en qué lado de la hoja se fija. Los profesores que poseen el esquema E_{32} (4/25) fijan el lado de la hoja que tiene los seis dobleces y sólo podrán enseñar la función afín. Los IO son: *"Hay que reducir las fórmulas a una variable", "Es necesario fijar el lado de la hoja que tiene seis dobleces", "Los estudiantes tienen que armar las cajas con sus manos", "Para enseñar función necesito su fórmula", "Para escribir las fórmulas, hay que analizar las relaciones geométricas que surgen del plegado de la hoja", "La función que se va a enseñar la define el profesor", "Para estudiar funciones hay que usar el GeoGebra", "El GeoGebra permite motivar a los estudiantes"*. En el esquema E_{33} (13/25) los profesores fijan el lado de la hoja al que no se le realizan los seis dobleces y entonces podrán enseñar funciones polinómicas de grado uno a tres. El único IO diferente es *"Es necesario fijar el lado de la hoja que no tiene seis dobleces"*.

Cuando la meta es enseñar sucesiones geométricas, ya solo se utilizan las hojas DINA y siempre se propone obtener las fórmulas desde la caja desplegada. Se identifican tres esquemas que difieren en cómo se obtendrá la razón de proporcionalidad entre los lados de las hojas (
4). En el esquema E_{41} (10/30) dicha razón se obtiene a partir de las medidas específicas de las hojas. Los IO característicos son: *"Los estudiantes tienen que armar las cajas con sus manos", "Para escribir las fórmulas, hay que analizar las relaciones geométricas que surgen del plegado de la hoja", "Para los estudiantes la manera más sencilla de obtener las relaciones entre los lados de las hojas es numéricamente", "Hay que formular el término enésimo para cada sucesión", "Las fórmulas de las sucesiones se obtienen a partir de los números", "El profesor es quien define la sucesión", "Las cajas se pueden anidar si las magnitudes calculadas son sucesivamente menores"*. En E_{42} (12/30) el profesor informa la razón de proporcionalidad entre los lados, o indica a los estudiantes buscarla en internet. Los IO diferentes son: *"Hay que informar a los estudiantes el valor de la constante de proporcionalidad entre los lados de las hojas", "Las sucesiones se formulan algebraicamente"* y *"Las cajas se anidan si se pueden colocar una dentro de la otra"*. Los profesores que poseen el esquema E_{43} (8/30) proponen obtener y justificar geométricamente la proporción entre los lados de las hojas DINA, mediante el teorema de Thales. Los IO que lo diferencian son: "*La razón de proporcionalidad entre los lados de las hojas DINA se obtiene geométricamente"* y *"Las cajas se anidan si todos sus lados y dimensiones son proporcionales"*.

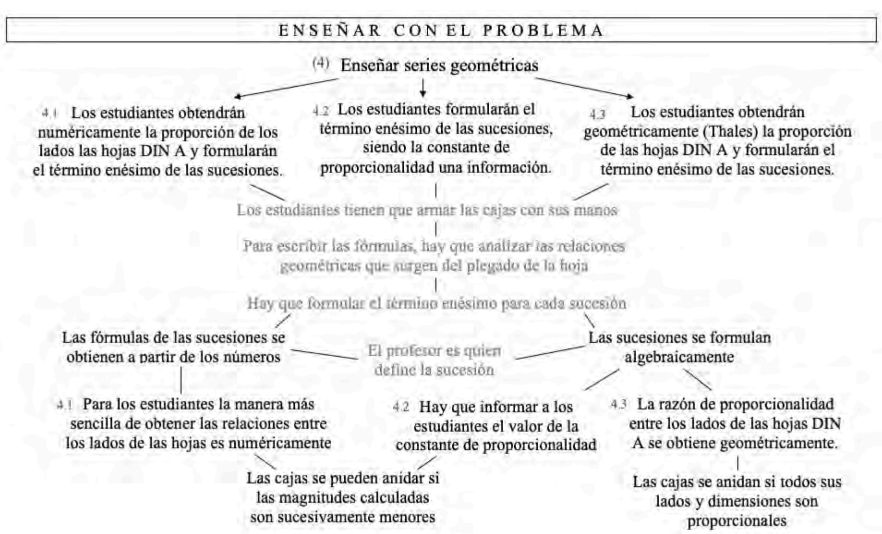


Figura 4. *Esquemas identificados en la situación de enseñanza sobre las series geométricas.*

Consideraciones finales

En la situación de estudio, el objetivo de los profesores es responder y solo unos pocos relacionan explícitamente el problema con nociones matemáticas. En la situación de enseñanza, los profesores segmentan el recurso generando tres instrumentos con sus respectivos esquemas para enseñar funciones polinómicas, mientras los restantes profesores, producirán otros tres instrumentos para sucesiones geométricas. Esta segmentación se debería a invariantes operatorios que asocian un problema a un único tema del programa enseñado (Gazzola & Otero, 2022), siendo esto un obstáculo para desarrollar enseñanza por investigación, porque el profesor no concibe ni habilita el reparto de tareas de estudio y de investigación en simultáneo, a cargo de diferentes estudiantes del mismo curso. También le resulta inconcebible el estudio simultáneo de saberes que en el programa están separados. En la situación de estudio casi todos los profesores usarían la caja desplegada para obtener el modelo matemático, mientras en la situación de enseñanza, 1/3 de quienes enseñarán funciones polinómicas pretende modelar con números. Esto puede relacionarse con la ausencia de actividades genuinas de modelado en la enseñanza habitual. Los profesores escribieron las expresiones en dos variables, pero, rápidamente las descartaron, porque no serían enseñables en la escuela secundaria. En la situación de enseñanza, la mayoría fijó en acto, el lado que permite tratar las funciones polinómicas hasta el grado tres, sin evidenciar un análisis previo durante la situación de estudio, donde no hubo interrogantes sobre la reducción de las variables, ni sobre qué podría estudiarse fijando alguna de ellas, ambas, u otra dimensión. Frente al problema de la anidación, en la situación de estudio y como primera respuesta, los profesores no relacionaron la pregunta con las series geométricas. Los instrumentos propuestos circunscriben las preguntas o problemas solo al inicio de un “tema”, continuando luego de manera tradicional, lo cual es un obstáculo para mantener “viva” la cuestión. Las acciones identificadas muestran que los aspectos productivos de la actividad de los profesores prevalecen sobre los constructivos (Pastré, Mayen & Vergnaud,2006), es decir que ésta, reposa sobre los invariantes operatorios que les aseguran cierto “éxito” en la enseñanza. Aún en el marco de un curso de capacitación, durante la concepción de una enseñanza hipotética con un dispositivo “nuevo”, sus esquemas los dirigen a vincularlo con un único saber matemático escolar del programa. En la práctica profesional habitual, no es necesario, ni seguro, cuestionar el saber a enseñar, ni es productivo expandir las posibilidades de una cuestión, ni asumir que el conocimiento es siempre intencional e incompleto. Todo lo expuesto continúa interpelándonos sobre las características de la formación para producir un cambio de paradigma de enseñanza.

Referencias

Chappaz, J. ; Michon, F. (2003). Il était une fois…. La boite du pâtissier. *Grand N. 72*, 19-32.

Chevallard, Y. (2013). *Éléments de didactique du développement durable. Leçon 1. Enquête codisciplinaire & EDD*. Disponible en http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Didactique_du_DD_2012-2013_1.pdf

Gazzola, M. P.; Otero, M. R. (2022). Instrumentalización de problemas escolares de los profesores de matemática en servicio. *PNA, 16*(4)*,* 281-307. http://doi.org/10.30827/pna.v16i4.22040

Gueudet, G. ; Lebaud, M. P. ; Otero, M. R. ; Parra, V. (2018). Travail documentaire des professeurs et parcours d’étude et de recherche : une étude de cas en Première S. *Recherche en Didactique des Mathématiques, 38*(3), 275-314.

Otero, M. R.; Llanos, V. C. (2019). Formación de profesores de matemática en servicio: La organización de una enseñanza basada en preguntas. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education, 8*(2)*,*193-225.

Otero, M. R.; Gazzola, M. P. (2022). Instruments and schemes of in-service mathematics teachers during the design of teaching based on questioning. *Review of Science, Mathematics and ICT Education 16*(2), 5 - 25.

Parra, V.; Otero, M. R. (2021). Operational Invariants and Instrumentalization of Artefact Study and Research Path for High School: A Case Study. *Acta scientiae, 23*(6), 334-362. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6167

Pastré P., Mayen P. y Vergnaud G. (2006). La didactique professionnelle. *Revue française de pédagogie, 154,* 145-198. https://doi.org/10.4000/rfp.157

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 10*(23), 33-170.

Vergnaud, G. (2013). Pourquoi la théorie des champs conceptuels ? *Infancia y aprendizaje, 36*(2),131-161.

Wozniak, F. (2015). La démarche d'investigation depuis la théorie anthropologique du didactique : les parcours d'étude et de recherche. *Recherches en éducation, 21*. https://doi.org/10.4000/ree.7578n

"Historias de Mate Mundial" una herramienta para fomentar el pensamiento crítico y la justicia social

Ana Paola **Castillo** Domenech
Directora de Educación, Mathkind Global
Ecuador
pao@mathkind.org
Jorge Luis **Gutiérrez**
Coach de Matemáticas, Mathkind Global
Ecuador
jorge@mathkind.org
Callie **Herring** Montiel
Directora Global de Educación, Mathkind Global
Ecuador
callie@mathkind.org

Resumen

Una educación matemática de calidad es la clave para construir un mundo más equitativo. Sin embargo, este tipo de transformación no ocurre por accidente ni de manera aislada, demanda de docentes de matemáticas eficaces, preparados para formar a sus estudiantes para que puedan "resolver problemas con conocimientos y habilidades de pensamiento crítico que los capaciten para romper sistemas injustos, crear soluciones efectivas y liderar a sus comunidades" (Mathkind, 2022).

En este taller se explorará la matemática en algunas "Historias de Mate Mundial", un recurso pedagógico gratuito diseñado para apoyar a los docentes a crear conexiones culturales y fomentar el razonamiento crítico y el compromiso equitativo de sus estudiantes. Acompáñanos en este viaje para aprender sobre diferentes culturas. Recorramos juntos algunos lugares maravillosos, mientras dialogamos sobre varios conceptos matemáticos de la vida cotidiana y modelamos el uso de preguntas de justicia social para crear conexiones culturales en el aula de matemáticas.

Palabras clave: Educación Matemática; Justicia social; Resolución de problemas; Historias de Mate Mundial; Matemáticas del mundo real; Espejos y ventanas; Principios de Enseñanza Eficaz de Mathkind.

Introducción

La misión de Mathkind Global es construir programas de educación matemática de calidad a través de la colaboración con alianzas que impulsen una mayor justicia social. La organización sin fines de lucro fue fundada en 2014, y desde entonces trabaja con escuelas y comunidades que están comprometidas con brindar una educación matemática de alta calidad pero que enfrentan barreras sistémicas. Los programas de base de Mathkind son diseñados junto con las alianzas locales en respuesta a las necesidades que éstas comunican. Cada programa tiene como objetivo incluir tres componentes fundamentales: apoyo educativo, recursos de calidad y espacios colaborativos.

Figura 1. Componentes de los programas de Mathkind Global.

Los programas de formación que la organización ofrece valoran la capacidad de los y las docentes para dirigir su propio aprendizaje. Las sesiones de capacitación utilizan los Principios de Enseñanza Eficaz de Mathkind (PEE), que son una compilación de ideas recogidas de varios de los autores que crearon "De los Principios a la Acción" (NCTM, 2015), con el apoyo y la revisión del equipo de educación de la organización. Abarcan prácticas diseñadas para funcionar en diversos contextos y brindan formas alternativas de comprender y resolver tareas matemáticas culturalmente relevantes. La Figura 2 muestra los cinco principios de Mathkind.

Figura 2. Principios de Enseñanza Eficaz de Mathkind.

Más que estrategias específicas de enseñanza, estos principios son descripciones amplias y abiertas que les permiten a los docentes reflexionar y profundizar su entendimiento sobre la práctica de una enseñanza eficaz. No son recetas para copiar y pegar en las clases de matemáticas, deben ser adaptados a cada contexto y dejan espacio para la creatividad y al arte de enseñar.

Las Historias de Mate Mundial

Entre los recursos que la organización ofrece de manera gratuita a la comunidad educativa se encuentran las "Historias de Mate Mundial" (GMS por sus siglas en inglés correspondientes a Global Math Stories). Las historias fueron originalmente escritas en inglés, pero hoy en día se cuenta con más de 50 relatos traducidos al español (https://mathkind.org/mate-mundial/). Dichas historias provienen de todas partes del mundo y tienen como objetivo el apoyar a los docentes en sus clases de matemáticas, de todos los niveles, para crear conexiones culturales y fomentar el razonamiento crítico y el compromiso equitativo de sus estudiantes. Además de las historias en sí, se incluyen también:

- Actividades de aprendizaje con tareas desafiantes y retadoras que respaldan el aprendizaje centrado en el estudiante.
- Preguntas de justicia social que pueden ser incorporadas en las clases de matemáticas para propiciar el diálogo y la reflexión. Existe una variedad de temas que fomentan el pensamiento crítico, desde el cambio climático hasta la equidad de género.
- Presentaciones de diapositivas listas para copiar y/o personalizar de modo que se adapten al aula de cada docente.

Las Historias de Mate Mundial son recursos educativos matemáticos que se pueden adaptar a diversos contextos locales. Estas herramientas motivan a los y las estudiantes, promueven el razonamiento e inspiran la colaboración. Son además accesibles para cualquier docente y pueden ser utilizados para trabajar contenidos culturalmente relevantes.

A continuación, se comparte una Historia de Mate Mundial que los y las docentes podrían utilizar como ejemplo para comprender cómo este recurso podría enriquecer sus actividades matemáticas.

Una historia más loca que una cabra

En el noroeste del continente africano, en la región del Sous de Marruecos, un fenómeno curioso acontece. Jenny McGlone (2018), en su relato compartido en el sitio web oficial de Mathkind, lo describe así:

> ¡Es un pájaro! ¡Es un avión! Es un… ¿una cabra? En el suroeste de Marruecos, las personas saben una sorprendente verdad acerca de las cabras: estas pueden escalar. De hecho, las cabras pueden escalar mejor que los humanos gracias a su fisiología única e instintos. Ellas pueden escalar árboles, rocas y superficies empinadas tan fácilmente como nosotros podemos subir los escalones en nuestra entrada principal. Esto es bastante sorprendente, considerando que las cabras más grandes pueden llegar a pesar hasta 300 libras. Debido a que las cabras no solo son ágiles sino también inteligentes y curiosas, su búsqueda por alimento puede llevarlas a lugares inesperados. (p.1)

Las cabras marroquíes pueden escalar árboles de hasta 10 metros de altura con el fin de alcanzar el fruto del Argán tal como lo muestra la Figura 3.

Figura 3. Cabras trepando a los árboles en Marruecos.

A través de explorar esta historia, los maestros y maestras pueden despertar la curiosidad de los y las estudiantes y plantear problemas matemáticos basados en contextos de la vida real. Historias llamativas como la de las cabras no solo permiten comprender otras realidades, sino también compararlas con las propias de cada aprendiz, para así ampliar su perspectiva y fomentar el pensamiento crítico. Para ello es importante que las historias estén siempre acompañadas de preguntas y actividades que puedan motivar a los estudiantes a empezar un diálogo matemático y profundizar su entendimiento en múltiples áreas y niveles. A continuación, se comparten algunos ejemplos de preguntas que podrían usarse en clases para empezar un diálogo. Las preguntas son sólo el inicio, pues la conversación puede llegar tan profundo como el o la docente y sus estudiantes lo deseen. Nótese que los ejemplos mostrados difieren tanto en tópicos como en niveles de dificultad.

- ¿Qué te llama la atención de la fotografía? ¿Qué cosas te preguntas?
- ¿Qué tan alto es un árbol de Argán de 10 metros? Si tú mides xxx metros, ¿cuántas veces "tú" se necesitan para llegar a lo más alto del árbol? Si yo mido 1.5m, ¿se necesitan menos o más "yo" que "tú"? ¿Qué árboles has visto en tu ciudad que tengan una altura similar?
- ¿Cómo crees que las cabras pueden lograrlo? ¿Qué rol crees que juega la simetría de las patas de los animales en su capacidad de escalar? ¿Dónde has visto este tipo de simetría antes? ¿Puedes nombrar al menos 3 objetos que tengan simetría dentro de la historia y explicar brevemente por qué los elegiste y qué tipo de simetría tienen?
- Entre más lejos se encuentra una cabra de la base de la rama, mayor es la fuerza que ejerce sobre esa rama. ¿Puedes escribir una ecuación que modele la relación entre la distancia a la base de la rama y la fuerza ejercida?
- ¿Sabes dónde está Marruecos? ¿Cuál es la ruta más corta para llegar desde donde tú estás hasta allá? ¿Quién está más cerca, tú en xxx o yo en Ecuador? ¿Cómo lo sabes?

- Las nueces de Argán que no fueron digeridas por las cabras, y quedan en el excremento, contienen aproximadamente 3 semillas en forma de almendra. De estas semillas se obtiene un valioso líquido cosmético y culinario vendido en los mercados a un precio de hasta $400 por litro. Puede que se necesiten hasta 88 libras de semillas de Argán para lograr obtener un solo litro de aceite. ¿Cuánto aceite de argán se puede producir con un kilo de semillas? Si una semilla de Argán pesa 2g. aproximadamente, ¿cuántas nueces se necesitan para producir 10 litros de aceite? ¿Sabes cuáles son los riesgos del auge del aceite de Argán? Si no lo sabes, investígalo, y luego reflexiona ¿cómo te sientes al respecto?

Para conocer más sobre la historia de las cabras de Marruecos o explorar más recursos asociados a esta historia, se puede consultar: https://mathkind.org/global-math-stories/morocco/.

La metodología detrás de la propuesta

El objetivo de este taller es explorar las matemáticas del mundo real y la justicia social mediante el uso de algunas Historias de Mate Mundial para que los y las docentes participantes aprendan sobre este recurso de manera activa y colaborativa. Las y los facilitadores del taller aplicarán los PEE de Mathkind como modelamiento en acción y guiarán la reflexión. Según el NCTM (2015) una enseñanza eficaz debe involucrar al estudiante en un aprendizaje significativo mediante "experiencias individuales y colaborativas que fomenten su habilidad para dar sentido a las ideas matemáticas y para razonar de una manera matemática" (p.4). La utilización de las Historias de Mate Mundial permite a los y las estudiantes tener esas experiencias que ayudan a conectar el mundo real con la matemática y dar sentido a los conceptos tratados en el aula de una manera natural y profunda.

Espejos y ventanas

A medida que los y las estudiantes se involucran en tareas significativas ancladas en un contexto global, tienen la oportunidad de explorar las diferentes maneras en que las matemáticas forman parte de la vida diaria de otras personas en diversos países o contextos y sirven de "ventanas" para conocer y comprender el mundo exterior. La vista hacia contextos nuevos ayuda a expandir una mentalidad global de humanidad compartida y la resolución de problemas reales relacionados a la justicia social. A la vez, al hacer conexiones con las matemáticas que usan en su propia vida cotidiana a modo de "espejo", tanto a docentes como estudiantes, pueden sentirse identificados con lo que enseñan y aprenden, y generan el sentido de apropiación y pertenencia que tan importante es para una educación significativa (Rodríguez-Izquierdo y González-Faraco, 2021). La combinación de aprender de nuevos contextos, fenómenos y culturas (ventanas) conectados con su propia cultura e intereses (espejos), apoya a que las y los estudiantes construyan su identidad matemática (Gutierrez, 2012), mientras que comprenden que cada persona es una persona matemática.

Cuando se exploran nuevas situaciones matemáticas en contextos reales, se desarrolla una competencia estratégica y razonamiento adaptativo, lo que finalmente fortalece las habilidades de pensamiento crítico y la capacidad para crear una sociedad más equitativa (Kilpatrick, 2001). Los momentos de "ventanas y espejos" aprovechados mediante el uso de Historias de Mate Mundial crean oportunidades para garantizar una participación equitativa de nuestros estudiantes.

Pedagogía Culturalmente Relevante

La pedagogía culturalmente relevante se basa en el hecho de que el aprendizaje se hace significativo cuando se relaciona con la vida diaria y la forma de pensar del aprendiz. Sirve para romper la idea equivocada de que las matemáticas son competencia de un grupo selecto. Hay muchas pruebas estadísticas que indican que las oportunidades educativas no son iguales para algunos grupos de estudiantes, y esto sucede en todas partes del mundo. "Los profesores y los investigadores deben buscar formas de hacer que las matemáticas sean significativas y accesibles a todos los alumnos y no sólo a unos pocos selectos" (Adajian, Fennema, y Secada, 1997, p.156).

Gloria Ladson Billings utilizó el término *Pedagogía Culturalmente Relevante* por primera vez en su libro The Dreamkeepers: Successful Teachers of African American Teachers. Hoy en día, aunque la idea es bastante común, se pueden encontrar diferencias en el uso del nombre. Por ejemplo, algunos autores prefieren utilizar el término de *Enseñanza Culturalmente Relevante*, o *Educación Culturalmente Relevante y Sostenible*, entre otros. Basado en el trabajo de Ladson Billings (2022), la Pedagogía Culturalmente Relevante sirve para empoderar a los estudiantes intelectual, social, económica y políticamente. Cuando se habla del empoderamiento político, se trata de la capacidad de impactar un cambio social. Tiene la función de preparar a los y las estudiantes a pensar y actuar en una sociedad democrática multicultural. Se realiza mediante el uso de referentes culturales para trabajar conocimientos, habilidades y actitudes. Según su investigación, los maestros y las maestras que tuvieron éxito con la enseñanza culturalmente relevante no sólo se preocupaban por desarrollar conocimientos y destrezas, sino también por incentivar las actividades y disposiciones de sus estudiantes. Ladson Billings demostró que los alumnos y las alumnas de esos docentes exitosos disfrutaban de estar y aprender en la escuela.

Existen tres diferentes áreas que los y las estudiantes logran desarrollar cuando participan en un aula culturalmente relevante: el rendimiento académico, la competencia cultural y la conciencia crítica. Estos tres componentes señalados por Ladson Billings son reflejados en las Historias de Mate Mundial cuando se las utilizan en las clases de matemáticas para enseñar desde una perspectiva culturalmente relevante, de modo que los estudiantes puedan obtener un alto rendimiento académico, aprender sobre sí mismos y sobre los demás, y usar su educación para pensar críticamente. Esto sucede en todas las disciplinas o áreas académicas, pero es aún más fuerte y evidente en las matemáticas, ya que está claro que cuando los y las estudiantes puedan usar las matemáticas para dar sentido al mundo que los rodea y para resolver problemas en su comunidad y en el mundo, se está construyendo un mundo más equitativo.

Referencias y bibliografía

Adajian, L., Fennema, E. y Secada, W.G. (1997). *Equidad y enseñanza de las matemáticas: nuevas tendencias*. Ediciones Morata, S. L.

Gutierrez, R. (2012). Embracing Nepantla: Rethinking "knowledge" and its Use in Mathematics Teaching. *REDIMAT* - Journal of Research in Mathematics Education, 1(1), 29-56. https://doi.org/10.4471/redimat.2012.02

Kilpatrick, J. (2001). Understanding Mathematical Literacy: The Contribution of Research. *Educational Studies in Mathematics*, 47(1), 101–116. http://www.jstor.org/stable/3483255

Ladson-Billings, G. J. (2022). *The dreamkeepers: Successful teachers of African-American children (3rd ed.)*. Jossey-Bass Publishers.

McGlone, J. (2018) *This One Will Get Your Goat*. Mathkind Global. Recuperado de: https://mathkind.org/global-math-stories/morocco/

Mathkind Global (2022). *Principios de Enseñanza Eficaz*. Recuperado de: https://mathkind.org/wp-content/uploads/2022/03/PET_Mar2022_ESP_Landscape.pdf

National Council of Teachers of Mathematics (2015). *De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos*. Reston, Va: NCTM

Rodríguez-Izquierdo, R. M., y González-Faraco, J. C. (2021). La educación culturalmente relevante: un modelo pedagógico para los estudiantes de origen cultural diverso. concepto, posibilidades y limitaciones. *Teoría de la Educación. Revista Interuniversitaria*, 33(1), 153–172. https://doi.org/10.14201/teri.22990

Idoneidad Didáctica de Textos Escolares para Enseñar Matemáticas en Escuelas Rurales

Juan Sebastián **Cuartas** Carmona
Facultad de Educación, Universidad de Antioquia
Colombia
sebastian.cuartas@udea.edu.co
Walter Fernando **Castro** Gordillo
Facultad de Educación, Universidad de Antioquia
Colombia
walter.castro@udea.edu.co

Resumen

El documento explora la pertinencia de textos escolares utilizados por profesores en escuelas rurales colombianas, los cuales pueden carecer de programas de formación inicial en educación rural o en educación matemática, y habitualmente trabajan de manera solitaria. Por esto, se pretende analizar la Idoneidad Didáctica de textos escolares para enseñar matemáticas en escuelas rurales. Dado que la Idoneidad Didáctica de textos escolares de matemáticas refiere al grado de adaptación de los textos a la enseñanza, se propone una investigación cualitativa, en la cual se emplea un análisis cualitativo de contenido. Vale mencionar que, durante el año 2023, esta investigación estará en la fase de recolección de información para el análisis.

Palabras clave: Idoneidad Didáctica; texto escolar; enseñanza de las matemáticas; investigación cualitativa; análisis de contenido.

Planteamiento del problema

El *desarrollo humano* es un proceso que permite el mejoramiento de las condiciones de vida de las personas, el cual se analiza en diversas dimensiones (Feres y Mancero, 2001; Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo [PNUD], 2016). La *dimensión educativa del desarrollo* se ocupa de la generación de oportunidades de enseñanza y aprendizaje, para mejorar condiciones de vida en sociedad (Rambla et al., 2013, Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO], 2017). Se han reportado múltiples retos para generar oportunidades tanto de enseñanza como de aprendizaje; sin embargo, se enfatiza en aquellos que refieren a escuelas rurales, debido a las desfavorables brechas que existen con respecto a escuelas urbanas (Rambla et al., 2013). Además, se delimita este problema al componente de *pertinencia*, en el cual se evidencia un desajuste entre el aprendizaje de los estudiantes en América Latina y las demandas productivas (PNUD, 2016).

La enseñanza de las matemáticas en escuelas rurales, reporta problemas relacionados con: escasez de estudios locales en relación con la matemática escolar en instituciones educativas rurales, y posibles aportes para los PEI (Hernández, 2011); percepciones de estudiantes rurales acerca de su propio conocimiento matemático y la aplicabilidad que pueden encontrarle (Cademartori y Broitman, 2016); aparente desconexión entre las vivencias de los estudiantes y las matemáticas escolares (Marcos y Carpintero, 2001). Dado que la pertinencia se asume como la adecuación del proceso de enseñanza al contexto de los estudiantes (Naciones Unidas, 2018; PNUD, 2016, 2019; UNESCO, 2017), esta investigación reconoce el aporte del constructo *Idoneidad Didáctica* a la solución del problema, el cual se vincula con la pertinencia del proceso, o de una parte del proceso, de enseñanza.

La elección del proceso de enseñanza que orienta la presente investigación, se asume a partir del reconocimiento de que el conocimiento didáctico producido y reportado por investigadores en educación matemática, queda reflejado en diversas fuentes; sin embargo, los profesores acceden a estos conocimientos, con más facilidad, a partir de libros de texto escolares (Font y Godino, 2006). Se ha reportado que los profesores de matemáticas habitualmente utilizan libros de texto en el proceso de enseñanza y aprendizaje (Font y Godino, 2006; Jamieson-Proctor, y Byrne, 2008; Monterrubio y Ortega, 2011). Por esto, se han realizado investigaciones de educación matemática acerca de la comprensión del libro de texto; sin embargo, carecen los estudios relacionados con el uso de este material (Rezat, 2006). Además, se reportan pocas investigaciones que propongan un marco teórico para la utilización de libros de texto de matemáticas (Rezat, 2006). Para el contexto colombiano, Gómez (2010) afirma que el Ministerio de Educación Nacional [MEN] realiza convenios con empresas editoriales privadas, para diseñar y distribuir textos escolares para todas las escuelas rurales, lo cual permite reducir costos; sin embargo, la producción de un material generalizado para todo el país, ocasiona dificultades para el profesor, puesto que los contenidos resultan descontextualizados, desactualizados y no existen investigaciones que informen adaptaciones.

Dado que la Idoneidad Didáctica es la adecuación del proceso de enseñanza, o de una parte del mismo, al entorno de los estudiantes a partir de unas facetas, que se mencionan en el Marco de Referencia, esta investigación pretende *analizar la Idoneidad Didáctica de textos escolares para enseñar matemáticas en escuelas rurales*.

Marco de referencia

De acuerdo con Godino (2009), la Idoneidad Didáctica es la articulación coherente y sistémica entre los siguientes componentes: epistémica, es la representatividad de significados del profesor; cognitiva, es la proximidad entre significados logrados por el estudiante y significados pretendidos o implementados por el profesor; interaccional, es la negociación de significados; mediacional, son recursos disponibles; emocional, es el interés del estudiante en el proceso de estudio; ecológica, es la adaptación del proceso de estudio al contexto del estudiante.

En esta investigación, se estudian las adecuaciones de libros de texto, los cuales son usados para la enseñanza de las matemáticas, tanto en la preparación como en la implementación de las clases. La Idoneidad Didáctica de textos escolares de matemáticas refiere al grado de adaptación de los textos a la enseñanza; es decir, es el nivel de adecuación del texto para el profesor, tanto en la preparación como en la implementación y evaluación. En esta investigación, la Idoneidad Didáctica de un texto escolar de matemáticas, se asume en función del nivel de adaptabilidad al estudiante o al grupo de estudiantes, a partir del análisis de las facetas de la Dimensión Didáctica, y su correspondencia con la Idoneidad Didáctica, tales como epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica (Alsina y Domingo, 2010). La Idoneidad Didáctica de textos escolares puede valorarse a partir de los componentes e indicadores que se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1
Componentes e Indicadores de Idoneidad Didáctica-matemática

Faceta de Idoneidad	Componente	Indicador
Epistémica	SPE: Situación-Problema	El texto propone situaciones de generación de problemas, es decir, el texto problematiza.
	LE: Lenguajes	El texto usa diferentes modos de expresión matemática -verbal, gráfica, simbólica-, traducciones y conversiones entre las mismas.
	RRE: Reglas y relaciones	Los objetos matemáticos del texto -problemas, definiciones, proposiciones-, son claros, correctos, y se relacionan entre sí.
	AE: Argumentación	Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones contenidas en el texto están adecuadas para el nivel educativo del estudiante. Además, el texto promueve la argumentación en el aula.
Cognitiva	CPC: Conocimientos previos	Los estudiantes tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema propuesto en el texto.
	AC: Adaptaciones a diferencias individuales	El texto incluye actividades de ampliación y de refuerzo.
	EC: Evaluación del aprendizaje	El texto propone diversos modos de evaluación para verificar que los estudiantes logran la apropiación de los conocimientos pretendidos.
Afectiva	IA: Intereses y necesidades	El texto propone situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.
	AA: Actitudes	El texto favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.
	EA: Emociones	El texto resalta las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.
Interaccional	IPEI: Interacción profesor-estudiante	El texto promueve la participación del profesor, en la presentación del tema.
	IEI: Interacción entre estudiantes	El texto favorece el diálogo y la comunicación entre los estudiantes.
	EFI: Evaluación formativa	El texto contiene pautas -de manera permanente- que le permite, al profesor, realizar observación sistemática del progreso cognitivo de los estudiantes.
Mediacional	RMM: Recursos materiales	El texto propone el uso de materiales manipulativos e informáticos disponibles para los estudiantes.
	CM: Condiciones del aula	La cantidad de textos disponibles, permite llevar a cabo la enseñanza pretendida.

	RTM: Recursos temporales	El tiempo disponible -presencial y no presencial- es suficiente para la enseñanza pretendida, de acuerdo con la extensión de los contenidos del texto.
Ecológica	ACE: Adaptación al currículo	Los contenidos del texto, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares.
	IE: Innovación	El texto contiene innovaciones, con base en la investigación y la práctica reflexiva.
	CE: Conexiones intra e interdisciplinares	Los contenidos matemáticos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinares, en el texto.
	SPCE: Adaptación socio-profesional y cultural	Los contenidos del texto se vinculan con las principales actividades productivas del municipio.

Fuente: Elaboración propia, a partir de Godino et al. (2013).

La Figura 1, favorece integrar tanto los componentes como los indicadores de idoneidad didáctica, para el análisis que realizan profesores que enseñan matemáticas en escuelas rurales.

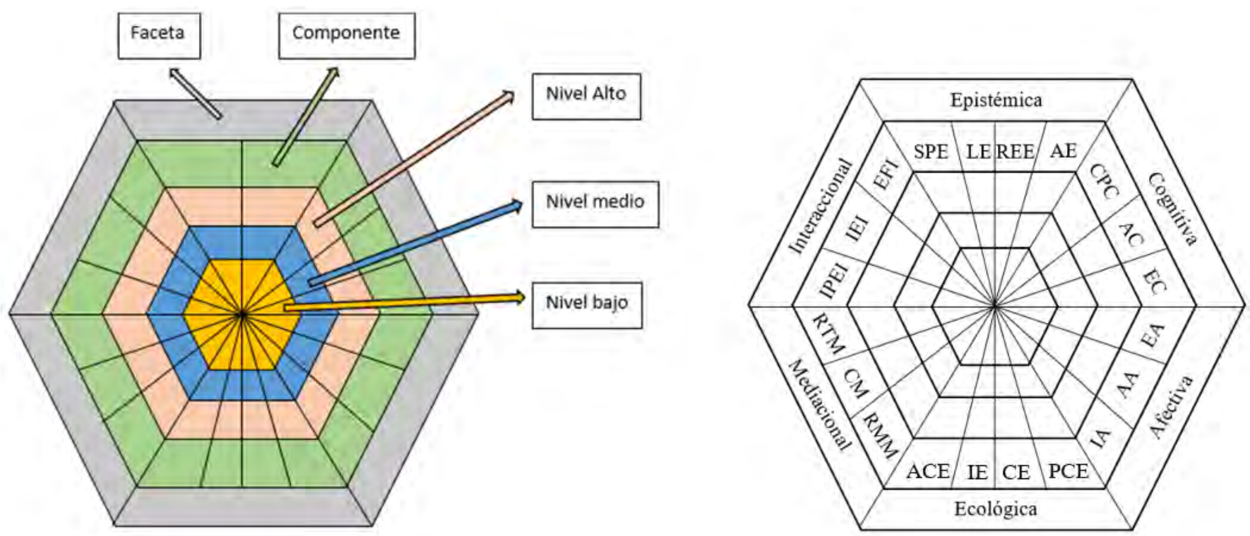


Figura 1. Instrumento para registrar el análisis, a textos escolares, realizado por profesores.

Metodología

La manera de analizar la Idoneidad Didáctica de textos escolares, sugiere un diseño cualitativo el cual enfatiza en la comprensión y profundización de los fenómenos, y otorga importancia a la cotidianidad y al contexto de los participantes; además, se busca otorgar significados a un fenómeno a partir de los puntos de vista de los participantes (Creswell y Creswell, 2018; Hernández-Sampieri y Mendoza, 2018). Lo anterior implica el reconocimiento de un grupo que comparte una cultura, para estudiar sus prácticas en condiciones espaciales y temporales. En este proyecto, es pertinente el análisis cualitativo de contenido, el cual es una aproximación empírica, de análisis metodológicamente controlado de textos en sus contextos, siguiendo reglas analíticas de contenido y modelos paso a paso, que prescinden de procesos o herramientas de cuantificación (Cáceres, 2003; Krippendorff, 1997). La Tabla 2, sintetiza el análisis cualitativo de contenido pretendido para esta investigación.

Tabla 2

Pasos para el análisis cualitativo de contenido

Paso	Descripción
Objeto de análisis	Análisis de Idoneidad Didáctica del texto escolar de matemáticas para escuelas rurales.
Pre-análisis	Documentos: (1) Publicaciones acerca de Idoneidad Didáctica, disponibles en la página[1] del Enfoque Ontosemiótico de la Universidad de Granada. Las referencias de tales publicaciones, remiten al investigador a la búsqueda de otros documentos, ya sea de los mismos autores o de otras publicaciones relacionadas. (2) Transcripción de sesiones de entrevista semi-estructurada, realizadas durante las sesiones 1, 2 y 8. (3) Texto escolar que será entregado a cada profesor, durante las sesiones 3 y 4. (4) Textos producidos por los profesores, que contienen adecuaciones sugeridas a textos escolares, durante las sesiones 3, 4, 5, 6 y 7. Guía para el análisis: Preguntas para orientar tanto la entrevista semi-estructurada como las reuniones por grupo de enfoque. Indicadores para el análisis: Indicadores de Idoneidad Didáctica para textos escolares, los cuales pueden visualizarse en la Tabla 1.
Unidades de análisis	Cada una de las Facetas de Idoneidad Didáctica, presentes en el objeto de análisis –Idoneidad Epistémica del texto escolar, Idoneidad Cognitiva del texto escolar, Idoneidad Mediacional del texto escolar, Idoneidad Interaccional del texto escolar, Idoneidad Afectiva del texto escolar, Idoneidad Ecológica del texto escolar-.
Reglas de análisis	Tratamiento de la información -consentimiento informado y uso de ATLAS.ti-, y códigos de clasificación para agrupar la información y la producción de datos.
Desarrollo de categorías	Categorías emergentes.
Integración de los hallazgos	Aunque se han propuesto unidades de análisis, la integración de tales unidades permite reconocer la complejidad de la cuestión, que se enunció a partir de una teoría articuladora y sistémica –Idoneidad Didáctica-.

Fuente: Elaboración propia, a partir de Cáceres (2003).

A modo de cierre

Este proyecto contribuye tanto a profesores en ejercicio como a estudiantes en proceso de formación inicial, que eventualmente serán profesores de escuela primaria o escuela rural. Este proyecto también podría beneficiar entidades que diseñan textos escolares, así como investigadores que realizan estudios asociados con el desarrollo en la dimensión educativa, la enseñanza de las matemáticas en escuelas rurales, la enseñanza de las matemáticas en educación primaria, el enfoque Ontosemiótico del conocimiento matemático, la producción o el análisis de textos escolares.

Referencias y bibliografía

Alsina, Á. y Domingo, M. (2010). Idoneidad Didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *RELIME, 13*(1), 7-32.

Cáceres, P. (2003). Análisis cualitativo de contenido: una alternativa metodológica alcanzable. *Psicoperspectivas, 2*, 53-82.

[1] Esta información se encuentra disponible en el siguiente enlace: http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/

Cademartori, P. y Broitman, C. (2016). Matemáticas escolares y extraescolares. Una mirada de los pobladores rurales de la provincia de Buenos Aires hacia sus propios saberes. En: D. Juárez (Ed.), *Educación rural: Experiencias y propuestas de mejora* (pp. 105-126). México DF: Colofón.

Creswell, J. W. y Creswell, J. D. (2018). *Research design: qualitative, quantitative and mixed methods approaches (5th ed.)*. SAGE.

Feres, J. C. y Mancero, X. (2001). *Enfoques para la medición de la pobreza: Breve revisión de la literatura*. Naciones Unidas.

Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educ. Mat. Pesqui., São Paulo, 8*(1), 67-98.

Godino, J. D. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *Unión*, 20, 13-31.

Godino, J. D., Batanero, C. Rivas, H. y Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de Idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. *REVEMAT, 8*(1), 46-74.

Gómez, V. M. (2010). Una visión crítica sobre la Escuela Nueva de Colombia. *Revista Educación Y Pedagogía*, *7*(14-15), 280-306.

Hernández, I. (2011). Educación matemática en la escuela rural: currículo y PEI, algunas ideas. En A. Ruiz (Presidente). *XIII Conferencia interamericana de educación matemática.* Recife.

Hernández-Sampieri, R. y Mendoza, C. P. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw Hill.

Jamieson-Proctor, R. y Byrne, C. (2008). Primary Teachers' Beliefs About the Use of Mathematics Textbooks. In M. Goos, R. Brown, & K. Makar (Eds.), *Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 295-302). MERGA Inc.

Krippendorff, K. (1997). *Metodología de análisis de contenido: teoría y práctica*. Paidós.

Marcos, A. y Carpintero, E. (2001). Actividades matemáticas fuera del aula: Cuaderno de campo. *Suma, 38*, 73-83.

Monterrubio, M. C. y Ortega, T. (2011). Diseño y aplicación de instrumentos de análisis y valoración de textos escolares de matemáticas. *PNA, 5*(3), 105-127.

Naciones Unidas (2018). *La Agenda 2030 y los Objetivos de Desarrollo Sostenible: Una oportunidad para América Latina y el Caribe*. CEPAL. https://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/40155/24/S1801141_es.pdf

PNUD (2016). *Progreso multidimensional: Bienestar más allá del ingreso.* http://www.alianzaporlaninez.org.co/wp-content/uploads/2016/06/PNUD_IDH2016Final.pdf

PNUD (2019). *Informe sobre desarrollo humano 2019. Más allá del ingreso, más allá de los promedios, más allá del presente: Desigualdades del desarrollo humano en el siglo XXI.* https://hdr.undp.org/sites/default/files/hdr_2019_overview_-_spanish.pdf

Rambla, X., Saldanha-Pereira, R. y Espluga, J. L. (2013). La educación y las dimensiones del desarrollo humano en América Latina. *Papeles de Población, 19*(75), 1-25. http://www.scielo.org.mx/pdf/pp/v19n75/v19n75a9.pdf

Rezat, S. (2006). A model of textbook use. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 409-416). PME.

UNESCO (2017). *La UNESCO avanza: La Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible.* https://es.unesco.org/creativity/sites/creativity/files/247785sp_1_1_1.compressed.pdf

Implicaciones de las subjetividades éticas de los docentes en las prácticas matemáticas

Martha Cecilia **Clavijo** Riveros
Secretaria de Educación de Bogotá
Colombia
mcclavijor@udistrital.edu.co

Resumen

Como resultado de una investigación doctoral se tiene como objetivo argumentar la existencia de implicaciones de las subjetividades éticas de los docentes en las prácticas matemáticas y los alcances para redefinir la naturaleza de la educación matemática y proporcionar la base para un punto de vista alternativo sobre formación docente. Para esto se realizó un estudio teórico práctico en el cual se describen desde la teoría y la práctica estas implicaciones. Para el estudio teórico se desarrolló un análisis de contenido en las publicaciones de expertos en el campo de la ética en educación matemática acompañado de un diálogo continuo con ellos para la validación de los datos. Esto permitió la realización de unos laboratorios de prácticas en los cuáles se hicieron explícitas y objeto de crítica estas implicaciones. Permitiendo documentar en prácticas reales el objeto de investigación, la autocomprensión de sus prácticas docentes y un eje problematizador para un posicionamiento crítico.

Palabras clave: Ética Imperante; Prácticas Matemáticas.

Introducción

Como resultado de una investigación doctoral en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas bajo la dirección del Dr. Bruno D'Amore y con apoyo de la Secretaría de Educación, se llevó a cabo una investigación que da un aporte teórico en educación matemática al poner en evidencia las implicaciones de las subjetividades éticas de los docentes en las prácticas matemáticas y un aporte empírico al desarrollar un laboratorio de prácticas docentes con profesores que juntos tienen a cargo la clase de matemáticas de aproximadamente mil estudiantes. Esto permitió documentar en prácticas reales el objeto de investigación, la autocomprensión de sus prácticas docentes y un eje problematizador para un posicionamiento crítico. A su vez posibilitó que docentes en ejercicio reconsiderar sus prácticas matemáticas escolares desde las consideraciones de las éticas imperantes presentes y re imaginar la clase de matemáticas desde una sensibilidad ética.

Se tuvo como propósito a largo plazo que este reporte de investigación sea un aporte a la formación continuada de docentes para redefinir la naturaleza de la educación matemática y proporcionar la base para un punto de vista alternativo. Otros resultados de la investigación estuvieron en: i) Caracterización de las subjetividades éticas de los docentes en las prácticas matemáticas y diseño de instrumentos para este fin. ii) Caracterización de las éticas imperantes de las prácticas matemáticas escolares y diseño de instrumentos para este fin. iii) Propuesta de un laboratorio docente para considerar las implicaciones de las subjetividades éticas y de la ética imperante.

Presupuestos teóricos

Algunos de los principales presupuestos teóricos que orientaron la investigación doctoral son las Subjetividades Éticas, Laboratorios de prácticas docentes, Ética Imperante, Prácticas Matemáticas. De acuerdo con D'Amore (2021), la primera distinción que se debe tener en cuenta es que no nos referimos a la moral en términos del conjunto de normas y valores que fundamentan el comportamiento humano de una sociedad, o a una ética del bien y el mal, en términos de juzgar lo que es o no virtuoso, pero sí más cercana a ser un criterio descriptivo relativo a los comportamientos tanto propios como de los otros.

Específicamente, concebimos: **la ética** como el componente que guía las formas de relación con el otro, que implica responsabilidad entre el uno y el otro, es decir, como una forma de alteridad (Lasprilla & Radford, 2020); que está mediada por la tríada propuesta por Arendt (2003): pensamiento, juicio y acción en contextos de relaciones sociales, culturales y de poder. Reconocemos también que los sujetos hacen parte de instituciones que condicionan las éticas emergentes (D'Amore, 2021).

Esta definición podría tomarse como una visión posmoderna de la ética, pues se reconoce como una crítica al individualismo de la modernidad, confrontando las paradojas inherentes al ser humano y a la sociedad. Lasprilla y Radford (2020) también sugieren la relevancia de abordar la ética en educación matemática desde una acepción de esta naturaleza. Así, la ética se vuelve una óptica en sí misma de la relación con otro, no busca proponer leyes o reglas morales, no busca determinar una moralidad, sino la esencia de la relación ética en general; de esta manera lo ético se convierte en un adjetivo que califica el hecho de ser humano, que conlleva estar inmerso en una relación con el otro (Andrade & Valero, 2019). Podría tomarse como una Ética de la Ética (Farías, 2021).

Es importante reconocer los antecedentes históricos de las maneras en las que se han concebido la moral y la ética, por ejemplo, con la crisis de la razón pura contra la razón práctica. Kant (1797, como se cita en D'Amore, 2021) propone el paso de una moral objetiva desde la razón y no desde la religión, como era la creencia típica de la época; una de las principales objeciones a esto es el uso obligatorio de la verdad y del deber con exclusión del sentir. Nietzsche (1887, como se cita en D'Amore, 2021) subraya que los códigos morales y las éticas que estudian o fundamentan estos códigos morales se presentan como reveladoras o, a veces, por el contrario, encubridoras de profundas verdades sobre el ser humano. Desde esta mirada los valores morales son en realidad estratagemas de dominio de unos hombres sobre otros. Para descubrir estas “ocultaciones”, Nietzsche (1887, como se cita en D’Amore, 2021) argumenta que las morales y las éticas hacen pasar por “verdaderos” y “universales” unos valores que son “morales de esclavos”. Para Wilson (1988, como se cita en D’Amore, 2021) el sistema de valores de determinada sociedad, incluyendo las creencias, virtudes y normas relacionadas con ellas, resultó ser útil para el éxito evolutivo de los grupos que lo practicaron. Una crítica a esta idea es: existen buenas razones para creer que, por evolución biológica y por desarrollo cultural, la ética y la moral ha evolucionado de forma progresiva hasta tener una concepción más abstracta del bien y del mal. En este orden de ideas, Moore (1903) ha argumentado que en ética se deben evitar r crítica y revisión teórica.

Marco metodológico

En este orden de ideas el enfoque epistemológico de investigación resonante con la metodología implicó de variadas acciones para la recolección y análisis de la información por ejemplo las enunciadas en Camacho (2000), sin embargo, el enfoque epistemológico investigativo es uno de tipo analítico - práctico y con una forma de trabajo principalmente empírica. A continuación, se presenta el esquema que sintetiza el camino metodológico llevado a cabo.

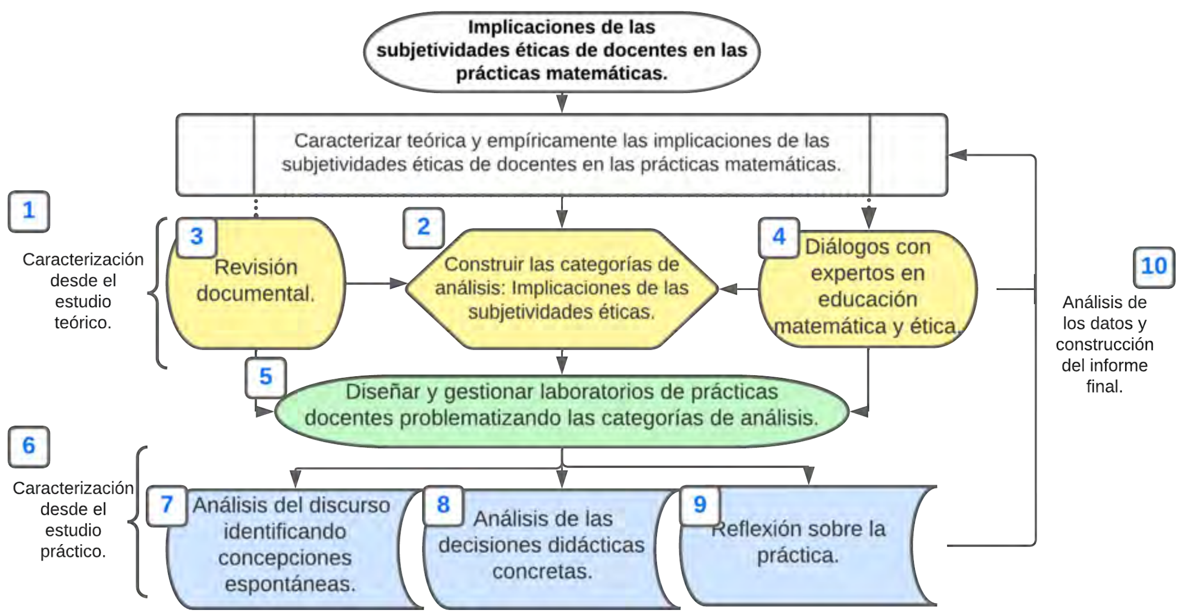


Figura 1: Ruta metodológica

Hallazgos y reflexiones

Durante la evolución de la didáctica de las matemáticas los enfoques han argumentado, implícitamente, sobre cierto tipo de ética y la pertinencia de ésta para el aprendizaje de las matemáticas. Las prácticas matemáticas escolares han tenido cierto tipo de ética imperante cercanas a las que Radford (2016) denomina de ética de la sumisión o ética de la autonomía, estas éticas han gestado desde la escuela la sociedad que conocemos a través de prácticas matemáticas. Este contexto posmoderno evidencia que esas prácticas matemáticas no han sido neutrales y que al haber funcionado sobre ese vacío ético ha traído problemas contra la humanidad. Se puede afirmar entonces que existe una necesidad por describir las implicaciones que tienen las subjetividades éticas de los profesores de matemáticas y la ética imperante en sus prácticas. Esto es posible a través de laboratorios docentes y el estudio de las concepciones espontaneas de los profesores posibilitando la toma de conciencia de esto.

Bibliografía

Andrade, M., & Valero, P. (2019). Lo ético-político en la educación matemática. *Uno. Revista de Didáctica de Las Matemáticas.*, *84*, 7–14. https://www.grao.com/es/producto/lo-eticopolitico-en-la-educacion-matematica-un08495592

Arendt, H. (2003). *Responsabilidad y juicio.* (J. Kohn (ed.); 2007th ed.). Paidós.

Camacho, H. (2000). *Enfoques Epistemológicos Y Secuencias Operativas De Investigación* [Universidad Rafael Belloso Chacín]. http://padron.entretemas.com.ve/Tesistas/TesisHermelinda.pdf

Clavijo, M. (2022a). La actual complejización del rol del profesor desde la mirada de las nuevas generaciones de educadores matemáticos. Las consideraciones éticas en las concepciones de profesores en formación. *CIEG, Revista Arbitrada Del Centro de Investigación y Estudios Gerenciales*, *56*(2244–8330), 20–30. https://revista.grupocieg.org/wp-content/uploads/2022/06/Ed.5620-30-Clavijo-Riveros.pdf

Clavijo, M. (2022b). La ética imperante en la clase de matemáticas como elemento base para la formación inicial y continuada de los docentes. *Congreso de Ética, Ciencia y Educación*, *3*(4), 263–281.

D'Amore, B. (2021). Some basic reflections on the issue of the relationship between ethics and mathematics education Riflessioni di base sul tema delle relazioni fra etica e didattica della matematica. *La Matematica e La Sua Didattica*, *29*, n.*2*, 145–158.

Farías, E. (2021). La sensibilidad ética ofrecida a la educación. In Luis Radford & M. Silva (Eds.), *Ética: entre educación y filosofía* (pp. 3–28). Universidad de los Andes.

Radford, L. (2016). On Alienation in the Mathematics Classroom. *International Journal of Educational Research*, *79*, 258–266.

Radford, L, & Lasprilla, A. (2020). De por qué la ética es ineludible de considerar en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *La Matematica e La Sua Didattica*, *28*, n. *1*, 107–128.

La influencia del lenguaje en actividades relacionadas a la demostración matemática

Estela A. **Vallejo** Vargas
Pontificia Universidad Católica del Perú
Perú
e.vallejo@pucp.pe

Resumen

La demostración matemática ha sido ampliamente reconocida en el campo de la educación matemática como un componente crucial para el desarrollo matemático de cualquier individuo. En ese contexto, el lenguaje y notablemente la interpretación de ciertos términos y expresiones pueden tener un importante impacto cuando entran a tallar actividades relacionadas con la demostración. El uso de una interpretación pragmática en vez de una interpretación matemática/lógica conduce a potenciales obstáculos, por ejemplo, cuando se determina el valor de verdad de una proposición matemática y su demostración. En este artículo ilustraré algunos de los efectos que el lenguaje tiene para una profesora de primaria en ejercicio y su comprensión de proposiciones existenciales del tipo *"Algunos… (no) son…"* y la negación de proposiciones universales, del tipo *"No todos… son…"*.

Palabras clave: Demostración matemática; lenguaje; formación de profesores.

Introducción

La educación matemática ha destacado el importante rol que juega en general la demostración matemática (p.ej., Harel & Sowder 2007; NCTM 2000; Stylianides & Stylianides 2008). Sin embargo, la tarea de desarrollar habilidades relacionadas con esta actividad suele ser un reto (p.ej., Stylianides, Stylianides & Weber 2017). Stylianides et al. (2013) observaron que la demostración matemática tiende a tener un lugar secundario en la educación primaria. Las dificultades que se presentan son en alguna medida el resultado de similares retos que futuros profesores y profesores en servicio enfrentan para entender la naturaleza y el rol de la demostración matemática en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, y por tanto cuando ellos mismos intentan hacer demostraciones (p.ej., Knuth 2002). Stylianides and Ball (2008) subrayan que "a menos que los profesores tengan un buen entendimiento de la demostración, no podemos esperar que ellos sean capaces de promover efectivamente demostración entre sus alumnos" (p. 309). Aunque se han realizado algunos esfuerzos para ayudar a que *futuros* profesores tengan éxito al enseñar demostración en aulas (p.ej., Stylianides & Stylianides 2009), no se ha explorado mucho en términos del apoyo que profesores *en ejercicio* necesitan para involucrar exitosamente a sus alumnos en actividades relacionadas con la demostración matemática. Con este trabajo quiero contribuir en este campo al identificar la influencia que tiene el lenguaje en actividades relacionadas con la demostración de profesores de primaria en ejercicio.

Base Teórica

La forma en que el lenguaje es usado en la vida diaria es usualmente diferente de la forma en que es usado en matemática. En palabras de Halliday (1978), "el lenguaje, a diferencia de la matemática, no es preciso" (p. 203). En el proceso de formalización de algunos términos que ya son usados en el lenguaje cotidiano se podrían desencadenar algunas dificultades. Al respecto, Halliday (1978) afirmó que en ese caso dicho término podría "arrastrar con toda su carga semántica" (p. 203).

Halliday (1978) definió la noción de "registro", en general, como "un conjunto de significados que es apropiado para una función particular del lenguaje, conjuntamente con palabras y estructuras que expresan estos significados". En particular, definió un "registro matemático" como "los significados que pertenecen al lenguaje de las matemáticas (el uso matemático del lenguaje natural, eso es: no matemático en sí mismo), y que un lenguaje debe expresar si es usado para propósitos matemáticos" (p. 195).

Un reto importante es permitir el tránsito desde usos informales del lenguaje en el registro coloquial hacia usos formales, y en concreto, el tránsito desde el registro coloquial al registro matemático. Schleppegrell (2007) señala que, "aprender el lenguaje de una nueva disciplina es una parte de aprender la nueva disciplina; en efecto, el lenguaje y el aprendizaje no pueden separarse" (p. 140). Esto implica muchos retos para los estudiantes (vea Schleppegrell 2007 para una revisión del tema).

En cuando al registro coloquial es importante considerar los principios que rigen las conversaciones. Grice (1989, p. 26–27) distinguió las siguientes cuatro categorías o máximas de toda conversación: (1) *Cantidad* se refiere a la cantidad de información a ser proporcionada y abarca dos máximas: (1.a) Haz tu contribución tan informativa como es requerida, y (1.b) No hagas tu contribución más informativa de lo que se necesita. (2) *Calidad*, bajo la cual se encuentra la máxima principal "Trata de hacer que tu contribución sea verdadera", y comprende dos sub-máximas: (2.a) No digas lo que crees que es falso, y (2.b) No digas aquello para lo que no tienes evidencia adecuada. (3) *Relación*, que incluye la máxima "Sé relevante". (4) *Formas*, que no está directamente relacionado con lo que se dice, sino con *cómo* lo que se dice se espera que sea dicho. Incluye cuatro sub-máximas: (4.a) Evita la falta de claridad; (4.b) Evita la ambigüedad; (4.c) Sé breve; (4.d) Sé organizado. Estos principios, al ser usados en el contexto cotidiano, influyen en el tránsito del lenguaje hacia el registro matemático.

Método

Este trabajo es parte de una investigación más amplia, que es una investigación basada en el diseño (IBD, ver p.ej., Bakker & van Erde 2015) desarrollada para mi doctorado. Esta investigación constó de dos ciclos de IBD e incluyó el diseño de una intervención para profesores de primaria en ejercicio. Los objetivos de la intervención fueron el desarrollo de la comprensión de profesores de primaria en ejercicio acerca de la naturaleza de la demostración y del rol que ésta tiene en la matemática y su enseñanza. En particular, los casos que incluyo aquí son tomados del segundo ciclo de IBD, en el que participaron tres profesoras de tercer grado de primaria en ejercicio de un colegio privado de Lima, Perú. Las profesoras no habían recibido formación previa sobre demostración matemática y/o análisis de proposiciones matemáticas desde esa mirada. Muy concretamente, aquí reporto el caso de Ana (un pseudónimo).

La data ha sido derivada de dos etapas de la investigación: la intervención y las implementaciones de las profesoras en sus aulas. Recogí los trabajos escritos de las profesoras durante la intervención. Las sesiones de ambas etapas fueron grabadas en videos y estos fueron transcritos para su análisis. Realicé un análisis retrospectivo de toda la data recolectada. Este consistió en un análisis refinado de las afirmaciones hechas por las profesoras en ambas etapas. Especialmente mi atención se enfocó en las afirmaciones referidas a modos de argumentación y en las explicaciones que las profesoras usaron para respaldar estas. Además, me concentré en establecer una línea de tiempo para estas formas de argumentación, así como el vínculo que podía establecer entre ellas.

Resultados

El caso de los cuantificadores existenciales “algunos” y “hay”

Antes de discutir el caso de proposiciones existenciales del tipo *“Algunos… (no) son…”* y su valor de verdad, pedí primero a las profesoras que compartan lo que ellas entendían por la palabra “algunos”. Ana explicó que ella la entendía como *“de todos, un grupo”*.

Determinar el valor de verdad de una proposición del mismo tipo estuvo directamente vinculada a su interpretación inicial del cuantificador “algunos”. Proposiciones matemáticas verdaderas como P1 estaban alineadas con el significado que Ana usaba para “algunos”.

P1: *Algunas divisiones de números naturales son divisiones exactas*
Ana consideraba que P1 era verdadera porque P1 y P2 eran verdaderas.
P2: *Algunas divisiones de números naturales no son divisiones exactas*

Más aún, el significado inicial que ella usaba para “algunos” descartaba la posibilidad para *todos*. Es decir, Ana asumía que la proposición *“Algunos… son…”* no podía ser verdadera si esta era verdadera universalmente. Un ejemplo del uso de esta suposición es sugerido por su consideración de que la proposición P3 era falsa.

P3: *Algunos números divisibles por 4 son números pares*

Ana sabía que todos los números divisibles por 4 eran pares y por ello concluía que P3 era falsa.

En resumen, Ana usaba tres suposiciones sobre proposiciones existenciales de la forma *"Algunos… (no) son…"* que estaban relacionadas entre sí:

S1: *"Algunos X son Y"* implica que *"Algunos X no son Y"*, y viceversa;
S2: Si *"Algunos X son Y"* es verdadera, entonces *"Todos los X son Y"* es falsa;
S3: Si *"Todos los X son Y"* es verdadera, entonces *"Algunos X son Y"* es falsa.

Las suposiciones de Ana estaban vinculadas entre sí por su interpretación del cuantificador "algunos", la que era compatible con una interpretación en el registro del lenguaje coloquial, donde "algunos" significa "algunos, pero no todos" (Epp 2003), mientras que su significado en el registro matemático no niega la posibilidad de que sea cierta en *todos* los casos involucrados: en matemática "algunos" significa "algunos y quizás todos". Lee y Smith III (2009) explicaron que, "desde una perspectiva lingüística, los usos de estos términos con frecuencia siguen las máximas del pragmatismo en la conversación diaria" (p. 22). Específicamente, Lee y Smith III se refirieron a la máxima de conversación *cantidad* (ver arriba) como un factor que podría explicar el uso coloquial de "algunos": "[algunos] es también informativo de acuerdo al mejor conocimiento del que habla, o de otro modo usaría 'todo'" (p. 22).

Por otra parte, Ana usaba una interpretación diferente para el cuantificador existencial "hay". Esta fue exhibida al analizar el valor de verdad de una proposición de la forma "Hay… son…". Las profesoras debían elegir de una lista de doce proposiciones aquellas que afirmaran lo mismo que la proposición *"Todos los números «Vallejo» son números pares"*. Ana dudaba si ella debía elegir o no la proposición P4.

P4: *Hay números «Vallejo» que son números pares*

Para explicar su razonamiento, ella dijo:

Ana: *No estoy segura de esta [P4], porque aquí dice, hay números Vallejo que son números pares. Todos [los números Vallejo] son pares. Pero también se cumple que hay números Vallejo que son pares… si elijo cualquiera de ellos, o sea, es par también. O sea, aquí [P4] no se da una cantidad. Por eso es que esta [P4] puede ser también.*

Primero, mientras que las profesoras debían concentrarse en determinar las proposiciones que afirmaran lo mismo que P4, la atención de Ana estaba puesta en hallar lo que se podía inferir de P4. Segundo, a diferencia del caso de las proposiciones de la forma "Algunos… son…", Ana suponía que, si la proposición *"Todos los X son Y"* era verdadera, entonces la proposición *"Hay X que son Y"* también era verdadera (su suposición S4).

S4: Si *"Todos los X son Y"* es verdadera, entonces *"Hay X que son Y"* es verdadera

Su suposición inicial acerca del valor de verdad de proposiciones de la forma *"Hay X que son Y"* podría ser explicado en términos del cuantificador "hay" y la forma en que éste es usado en el registro coloquial. El cuantificador "hay" no tiene una connotación que comunique precisión. Este comunica *existencia*, aunque no una especificación real del número de objetos. Esto podría haber llevado a Ana a dudar si debía elegir P4, ya que podía ser que esta proposición involucrara a todos los números *«Vallejo»*.

El caso de la negación

Con el fin de hallar una proposición equivalente para la negación implícita de una proposición universal Ana recurrió a su interpretación de "no todos" como "algunos". El contexto del episodio es la discusión de la proposición P5 y su negación implícita P6.

P5: *Todas las divisiones de números naturales son divisions exactas*
P6: *No todas las divisiones de números naturales son divisions exactas*

Empezamos la discusión identificando las diferencias entre P5 y P6. Ana enfatizó que las proposiciones eran diferentes porque la primera era universal, mientras que la segunda era particular (existencial) ya que "no todos" era lo mismo que "algunos". Cuando se le pidió una respuesta más precisa y completa, ella exhibió el uso de su substitución.

Ana: *porque ese "no todos" es "algunos".*
Yo: *¿algunos qué exactamente? Completa la proposición. O sea, si tú dices que es lo mismo a algunos, ¿algunos qué exactamente?*
Ana: *algunas divisiones de números naturales son divisions exactas.*

Para Ana, el "no" en P6 únicamente afectaba al cuantificador "todos" y así mantenía la segunda condición de P6 intacta, en su forma afirmativa. En otras palabras, ella usaba la suposición S5.

S5: No todos los X son Y = **No todos** los X son Y = **Algunos** X son Y

De aquí que para Ana P6 era equivalente a P7, donde:

P7: *Algunas divisiones de números naturales divisiones exactas*

De acuerdo con Dawkins y Cook (2017), la interpretación de Ana de *"No todos los X son Y"* implicaba una *substitución semántica* de "no todos" por "algunos". De hecho, su suposición S5 es consistente con el significado que ella usaba para "algunos": "algunos, pero no todos" (ver arriba).

P8: *Algunas divisions de números naturales no son divisions exactas*

La afirmación de Ana sobre la diferencia de las proposiciones P5 y P6 debido a que P5 era universal y P6 era existencial estaba basada en una *substitución semántica*. A pesar de que la negación de Ana también era una proposición existencial, la negación matemática de P5, P8, tiene la segunda condición en su forma negativa ("no son divisiones exactas"), mientras que la negación de Ana (P7) está en su forma afirmativa.

Conclusiones

Los dos casos presentados en este artículo claramente revelan la cercana relación entre las proposiciones existenciales y universales y la influencia del lenguaje en su comprensión. En base a las suposiciones de Ana (S1–S5), es claro que la principal referencia que ella usó para sus interpretaciones fue el registro coloquial. Más aún, Ana interpretaba las proposiciones de la forma *"Algunos X son Y"* y *"Hay X que son Y"* de manera distinta. Dichas proposiciones para ella tenían significados diferentes, lo que contrasta con su interpretación en el registro matemático. Esto claramente sugiere que la forma de la proposición existencial influenciaba la interpretación que Ana le daba a las proposiciones existenciales y así al criterio que ella usaba para determinar su valor de verdad.

La interpretación de "algunos" en el registro coloquial como "algunos, pero no todos" llevaron a que Ana interprete "no todos" como equivalente a "algunos", lo que directamente afectaba su negación de proposiciones universales, del tipo *"No todos los X son Y"*. Adicionalmente, la interpretación de "algunos" en el registro de lenguaje común llevó a Ana a inferir que, si algunos *X* eran *Y*, entonces algunos *X* debían no ser *Y*, separando el conjunto *X* en dos partes, una parte que debía satisfacer *Y* y la otra que no.

Estos casos muestran además la importancia que tiene particularmente para los profesores y para los mentores de profesores conocer los problemas que podrían surgir con el lenguaje que se usa en clases. Como he mostrado, estos podrían desencadenar algunos obstáculos cuando se involucran actividades relacionadas con la demostración (por ejemplo, ciertas inferencias asumidas como válidas). En mi tesis de doctorado incluyo formas de cómo abordar estos (y otros) problemas que se pueden presentar cuando profesores de primaria en ejercicio desarrollan su comprensión de aspectos relacionados con la demostración matemática.

Referencias y bibliografía

Bakker, A. y van Eerde, D. V. (2015). An introduction to Design-Based Research with an example from statistics education. En Bikner-Ahsbahs, A.; Knipping, C., and Presmeg, N. (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education: Examples of Methodology and Methods*, Advances in Mathematics Education, (pp. 429–466). Springer, Dordrecht.

Balacheff, N. (2008). The role of the researcher's epistemology in mathematics education: an essay on the case of proof. *ZDM*, *40*(3), 501–512.

Dawkins, P. C., y Cook, J. P. (2017). Guiding reinvention of conventional tools of mathematical logic: students' reasoning about mathematical disjunctions. *Educational Studies in Mathematics*, *94*(3), 241-256.

Epp, S. (2003). The role of logic in teaching proof. The American Mathematical Monthly, 110(10), 886–899. doi:10.2307/3647960

Halliday, M. A. K. (1978). *Language as social semiotic: The social interpretation of language and meaning*. Hodder Education.

Harel, G., y Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, *2*, 805–842.

Grice, P. (1989). *Studies in the Way of Words*. Harvard University Press.

Knuth, E. J. (2002a). Secondary school mathematics teachers' conceptions of proof. *Journal for research in mathematics education*, *33*(5), 379–405.

Lee, K., y Smith III, J. P. (2009). Cognitive and linguistic challenges in understanding proving. En *Proceedings of the ICMI Study 19 Conference: Proof and Proving in Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 21-26).

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and standards for school mathematics. Reston*, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Reid, D. y Knipping, C. (2010). *Proof in Mathematics Education. Research, Learning and Teaching*. Rotterdam: Sense.

Schleppegrell, M. J. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review. *Reading & Writing Quarterly*, *23*(2), 139–159.

Stylianides, A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*(3), 289–321.

Stylianides, A. J., y Ball, D. L. (2008). Understanding and describing mathematical knowledge for teaching: Knowledge about proof for engaging students in the activity of proving. *Journal of mathematics teacher education*, *11*(4), 307-332.

Stylianides, G. y Stylianides, A. (2008). Proof in School Mathematics: Insights from psychological research into students' ability for deductive reasoning. *Mathematical Thinking and Learning, 10,*103-133.

Stylianides, G. J., y Stylianides, A. J. (2009). Facilitating the transition from empirical arguments to proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, *40*(3), 314-352.

Stylianides, G. J., Stylianides, A. J., y Shilling-Traina, L. N. (2013). Prospective Teachers' Challenges in Teaching Reasoning-and-Proving. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *11*(6), 1463-1490.

Stylianides, G., Stylianides, A., y Weber, K. (2017). Research on the teaching and learning of proof: Taking stock and moving forward. En J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (pp. 237–266). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

La mirada profesional para la equidad en educación primaria.

Wildebrando **Miranda-Vargas**
Facultad de Educación y pedagogía – Universidad del Valle
Colombia
wildebrando.miranda@correounivalle.edu.co
Diego **Garzón-Castro**
Facultad de Educación y pedagogía – Universidad del Valle
Colombia
diego.garzon@correounivalle.edu.co

Resumen

Se reporta el caso de una profesora de educación primaria quien desarrolla una clase de geometría sobre poliedros en grado cuarto de educación básica primaria Usando la aproximación teórica de la mirada profesional para la equidad (teacher noticing for equity) se aborda la problemática ¿Qué formas de participación promueve la docente para que todos los estudiantes se involucren en las actividades matemáticas de la clase?. Para esto, se contrasta la información de una grabación de clase en video con dos entrevistas semiestructuradas (una inicial en el proceso de planificación y una final de reflexión sobre la clase desarrollada).
A través del trabajo en parejas, la profesora generó espacios de discusión sobre el tema abordado logrando que todos los estudiantes se involucraran en la actividad y pudieran participar del tema abordado.

Palabras clave: mirada profesional para la equidad; educación primaria; característica de Euler para poliedros; participación.

Introducción

La investigación sobre la formación de profesores en la línea de lo que se denomina mirada profesional o teacher noticing ha centrado su interés principalmente en el pensamiento matemático del estudiante, tratando de describir y analizar diferentes fenómenos que se dan en las interacciones de clase durante una sesión de enseñanza y tratando de establecer patrones que se dan en dichas interacciones para caracterizar la práctica del profesor de matemáticas.

Sin embargo, se sabe que lo que sucede en el aula de clases de matemáticas es mucho más complejo y aquellos aspectos relacionados con la manera en cómo el profesor identifica e interpreta para tomar decisiones sobre qué hacer para lograr que todos los estudiantes se involucren en las actividades matemáticas de la clase, son igualmente importantes, es decir, la investigación desde esta perspectiva de la equidad, manifiesta que los profesores prestan atención no sólo a aspectos cognitivos sino que también se preocupan por dimensiones de la enseñanza relacionas con la participación, el acceso y la oportunidad (Louie, Adiredja & Jessup, 2021).

En este sentido, este trabajo tiene como objetivo fundamental describir la práctica de enseñanza de una profesora de educación primaria para lograr que todos sus estudiantes participen de manera activa en la clase motivando no sólo la participación con ella sino entre los mismos estudiantes mediante técnicas que le permiten aprovechar al máximo el tiempo para generar discusiones alrededor de un tópico geométrico: Los poliedros.

Este trabajo hace parte de un estudio doctoral actual más amplio que se viene realizando sobre prácticas equitativas en el aula de clases con profesores de educación primaria en la ciudad de Cali (Colombia). En dicho estudio, se han venido caracterizando las prácticas de tres profesores en algunos de los tópicos geométricos presentes en los planes de aula de las instituciones educativas abordadas. En esta comunicación se presenta uno de los tres casos estudiados.

Si bien la perspectiva del noticing for equity en este estudio se centra en la pregunta ¿Qué formas de participación promueve la docente para que todos los estudiantes se involucren en las actividades matemáticas de la clase? hay que aclarar que en muchos de los estudios sobre el noticing han primado aspectos sobre el género o la etnia, resaltando una perspectiva de brechas entre grupos más favorecidos y aquellos más vulnerables. Este foco de atención ha sido cuestionado por perspectivas más recientes quienes asumen los acercamientos sobre la equidad desde un punto de vista de las oportunidades (Louie et al., 2021). Estos autores evidenciaron por ejemplo que no estaba muy claro en las investigaciones ¿qué era lo que notaban los profesores en sus estudiantes cuando éstos participaban en las clases? Es decir, se reconocía que la participación de los estudiantes implicaba que se involucraran en las discusiones sobre las temáticas matemáticas propuestas, pero no era muy evidente o comprensible en qué era lo que los profesores focalizaban su mirada ni que acciones realizaban (de manera reiterada o sistemática) para lograr que los estudiantes pudieran involucrarse activamente en la clase.

La mirada profesional para la equidad (teacher noticing for equity)

La mirada profesional (teacher noticing) es una aproximación teórica que se circunscribe a una línea de investigación sobre la formación de profesores y ha venido representando un interés cada vez más creciente en el campo de la educación matemática (Van Es y Sherin, 2021). El término noticing se centra en lo que los profesores prestan atención en una sesión de clase y que permite o impide la compresión de los estudiantes en los procesos y conceptos matemáticos que se pretenden enseñar (Jacobs, Lamb & Philipp , 2010).

El noticing destaca el desarrollo de tres habilidades que permiten analizar el estado de competencias en los docentes: Identificar, Interpretar y Decidir. Estas tres habilidades están relacionadas entre sí (Garzón, 2017) e intentan caracterizar el estado de competencia de los profesores por lo que es una aproximación que se enfoca en las habilidades situadas, es decir, aquellas que intentan explicar lo que sucede en el aula mientras se lleva a cabo la enseñanza.

La idea de competencia aquí expuesta se fundamenta en el trabajo de Blömeke et al. (2016) el cual caracteriza la competencia como un continuo que incluye tres aspectos: disposiciones cognitivas, disposiciones afectivas (motivacionales) y habilidades situadas y desempeños (rendimiento).

El noticing tiene varios acercamientos desde aquellos más clásicos que se centran en aspectos cognitivos como por ejemplo el pensamiento matemático del estudiante (Jacobs, Lamb & Philipp , 2010) hasta aquellos que se centran en analizar la mirada profesional del docente sobre los materiales curriculares también denominado Noticing curricular (Dietiker et al., 2018; De Guzmán, 2020) y más recientemente hay enfoques que analizan la mirada profesional sobre la equidad, es decir, aquellos aspectos de tipo sociocultural que emplea el docente para acercar a todos los estudiantes a los aprendizajes deseados (Louie et al., 2021).

Este último es que se utiliza en este trabajo y se centra específicamente en lo que una docente de educación primaria identifica, interpreta y decide con relación a la participación de los estudiantes en el aula de clases para que se puedan involucrar en el trabajo geométrico propuesto por ella y de esa manera, puedan avanzar en su proceso de aprendizaje, que en este caso se centra sobre la identificación de características comunes a los poliedros: Caras, vértices, aristas con el objetivo de que encuentren una propiedad común que los relaciona: La Característica de Euler para poliedros.

Los estudios sobre el noticing en la educación primaria revisten importancia ya que en estos niveles de escolaridad los profesores no suelen tener una especificidad disciplinar y deben abordar distintos aspectos en el aula de clase desde aquellos que tienen que ver con el contenido (no sólo en el área de matemáticas) hasta aquellos relacionados con aspectos de tipo sociocultural.

Este último aspecto es de particular relevancia pues trabajos como los de Wager (2014) y Dindyal et al (2021) han mostrado que aquellos docentes que tenían un discurso posicionado sobre la importancia de la relación entre la equidad y las matemáticas eran los que mayor habilidad mostraban a la hora de notar la participación de los niños en el aula de clases de educación primaria. Esto sugiere que tanto los aspectos de contenido como aquellos articulados con ítems de tipos sociocultural son igualmente importantes en el momento de promover la participación en las aulas y podrían tener un impacto mayor en los aprendizajes que si se hubiesen centrado exclusivamente sólo en uno de ellos.

Vale la pena mencionar que los trabajos sobre el noticing for equity son comparativamente menores que aquellos que enfatizan en el pensamiento matemático del estudiante o en otras perspectivas del noticing (Santagata, 2021). Esto muestra la importancia de profundizar en esta perspectiva con distintos acercamientos investigativos.

Metodología

El trabajo utilizó una metodología cualitativa de estudio de caso múltiple, de los cuales se reporta uno de ellos: La mirada profesional para la equidad de la profesora Laura. El caso se selecciona por ser representativo de una profesora que es reconocida en la institución por promover prácticas equitativas dando oportunidad a todos los estudiantes para que participen y trabajen en clase, dirigiéndolos así, hacia los aprendizajes matemáticos deseados.

Se realizó una entrevista inicial que pretendía identificar aquellos aspectos de tipo sociocultural que la profesora abogaba con mayor frecuencia y mayor insistencia para el proceso de planificación de la clase. Posteriormente se realizaron tres grabaciones en video de las clases de 1 hora cada una. Las grabaciones fueron grabadas con dos cámaras (una fija y otra móvil) en una institución educativa urbana de carácter oficial de la ciudad de Cali. El reporte aquí expuesto se centra en lo sucedido en la sesión dos de trabajo. Finalmente se hizo una entrevista final que indagaba sobre distintos aspectos del desarrollo de la clase y que contrastaban con lo expresado por la profesora en la entrevista inicial.

La entrevista inicial se llevó a cabo antes de iniciar la sesión de clase en un tiempo de 48 minutos. La entrevista final se llevó a cabo una vez culminó todo el proceso de grabación de la clase y duró 36 minutos.

En la sesión de clase que se reporta en esta comunicación los estudiantes ya habían trabajado previamente con los poliedros. Habían identificado características comunes como las caras, la vértices y las aristas sin que se hubiesen institucionalizado dichos términos. La clase consistió entonces en formalizar los términos y posteriormente cuantificar la cantidad de caras (C), vértices (V) y aristas (A) para determinar la característica de Euler para poliedros ($C+V-A=2$). Los estudiantes trabajaron con 6 poliedros distintos (5 convexos y 1 cóncavo) que estaban construidos en cartulina para facilitar el conteo de las partes mediante su manipulación. El registro del conteo se hacía en una tabla de datos que la profesora suministró a cada pareja.

Tanto las grabaciones en video como las entrevistas grabadas en audio fueron transcritas y se procesaron mediante codificación abierta empleando la técnica de comparación constante. Se empleó el software de Atlas ti para Mac Versión 8. Los códigos resultantes de la codificación se sintetizaron y clasificaron en 6 grandes categorías de las cuáles se describirán en los resultados tres de ellas por ser más representativas de lo sucedido en la clase. Estas categorías fueron posteriormente contrastadas con los trabajos recientes sobre el teacher noticing for equity encontrando similitudes en los resultados de algunas de las categorías, pero aparece un fenómeno relativamente reciente que la profesora gestiona de una manera muy particular al que le hemos denominado: *Escuchando a los demás*.

Si bien los aspectos relacionados con el contenido matemático son importantes en la sesión de clases, no se hace una descripción detallada de este aspecto en esta comunicación, pues el interés central está puesto en cómo logra la profesora Laura que todos los estudiantes participen y se involucren en las actividades propuestas por ella.

Resultados

En el proceso de codificación se encontraron en total 208 códigos (57 en la entrevista inicial, 87 en el video y 64 en la entrevista final)

Estos códigos se clasificaron y sintetizaron en 6 categorías (Escuchando a los demás, usando el error para avanzar, volviendo al objeto, refinando lo que se va comunicar, gestionando mi estado emocional para lidiar con algún proceso difícil o incomprensible, apoyando mi compañero con una acción cálida para que retome la tarea). Se detallan las tres categorías que más relevancia han tenido en el trabajo.

Escuchando a los demás**:** fue una de la categorías centrales con mayor relevancia que albergó en total no sólo mayor cantidad de códigos sino mayor cantidad de relaciones. La profesora hizo hincapié en este desarrollo tanto en las entrevistas como en la clase. Constantemente reiteraba la importancia de entender lo que decía los compañeros para abordar las observaciones que debían hacer los estudiantes de las características de los poliedros. Cada estudiante debía parafrasear a su compañero cuando la profesora lo solicitara. Esta práctica era justificada por la profesora con la idea de que "*sólo escuchando detenidamente a los demás y entendiendo lo que dicen, se puede avanzar en la comprensión*". *Escuchar a los demás* no era sólo una práctica que efectuaba la profesora para entender el pensamiento matemático del estudiante. Era una práctica para que los demás también compartieran sus razonamientos y promover que realmente fueran escuchados por todos.

Usando el error para avanzar*:* Esta categoría se concretaba en la manera en que se usaban los errores de la clase. Algunos estudiantes cuando un compañero se equivocaba, le decían, "revisa que quizás estés en un error". El compañero tomaba esto de una manera poco usual expresando ideas como "bueno, entre más me equivoque y piense en mis errores, más aprenderé". La profesora explicaba este tipo de conductas por normas explicitas que ella propicia y que fueron también evidentes en la sesión de clase como en las entrevistas (sobre todo en la entrevista final).

El error fue un aspecto usado para involucrar a los estudiantes en la clase. En lugar de evitarlos, la profesora los promovía utilizando frases como "cada vez que encontremos un error debemos alegrarnos, porque entre todos lo vamos a corregir y así, todos vamos a aprender". Había estudiantes que se emocionaban cuando encontraban un error y lo compartían con sus compañeros, lo que hacía que otros estudiantes se involucraran muchos más en los análisis.

La profesora seleccionaba algunos de esos errores y los compartía con la clase permitiendo que quienes los habían cometido los compartieran con el grupo y reflexionaban sobre la razón del error y de cómo se debía corregir. En la entrevista final la profesora explicaba que esta práctica reducía en gran medida las burlas cuando alguien se equivocaba. Reflexionó que cuando el error se usaba como una oportunidad para que los estudiantes hablaran y razonaran sobre los procesos incorrectos no sólo se avanzaba en un aprendizaje matemático más, sino que se construía un clima más tranquilo para equivocarse y no hacer sentir mal a los demás cuando alguien se equivocaba. Alegrarse ante un error fue un aspecto importante en el noticing de la profesora Laura que usaba esta mirada para que los estudiantes pudieran participar sin que sintieran que estaban siendo censurados o castigados cuando se equivocaban.

Volviendo al objeto: En la clase, sucedía que a veces los estudiantes se dispersaban hablando de otros temas ajenos al trabajo sobre los poliedros. La profesora entonces ejecutaba una serie de estrategias (sentarse al lado un rato de los estudiantes que estaban dispersos sin decir nada, seguir el hilo de lo que estaban hablando para irlos llevando paulatinamente de nuevo al tema del trabajo en clase, sonreír y hacer una broma frente al tema que estaban hablando y luego se retiraba para luego volver y constatar que ya habían retomado el trabajo).

Todas estas interacciones tenían el objetivo de que los estudiantes se centraran de nuevo en el tema pero sin necesidad de usar frases impositivas. La profesora Laura argumentó que lo importante era que tener en cuenta las personalidades de los estudiantes y que ella usaba ese conocimiento para saber en qué momento debía intervenir en sus conversaciones y de qué manera. No hacía lo mismo con todos pero sus acciones tenían el mismo propósito: Lograr que se centrarán en la actividad dejando incluso que hablaran un rato de otra tema.

La profesora explicaba sus actuaciones con un énfasis marcado en su interés por intentar que todos se sintieron parte del proceso.

“Yo debo lograr que nadie se sienta excluido y cuando veo que un estudiante no se está concentrando o no es aceptado en el grupo por alguna razón, busco la manera de que se involucre. A veces sólo basta con mirarlo para que entienda. No sólo a él si no al compañero con el que trabaja. Entienden que se deben apoyar y que deben aprovechar mucho el tiempo porque ellos saben que son parte de un gran equipo que es nuestro salón. Cada aporte de ellos es valioso. (Apartes de la entrevista final).

Esta manera de actuar de la profesora Laura deja ver que si bien busca con distintas estrategias que los estudiantes aprovechen al máximo el tiempo para avanzar en los aprendizajes matemáticos deseados (En este caso, la característica de Euler para poliedros), centra su atención también en aquellos aspectos de tipo más sociocultural -en este caso, el énfasis por la participación de todos en la clase- que le permiten que sus estudiantes no sólo aprovechen más el tiempo de la sesión, sino que lo hagan con un compromiso más consciente del aporte de cada uno en el grupo.

Dejó ver por ejemplo cómo no encontraba diferencias marcadas entre hombres o mujeres, o entre estudiantes de diferentes niveles socioeconómicos. Para ella, lo que encontraba en el aula, era una persona a la cual debía hacer todo lo posible porque se interesara por los aprendizajes, por el estudio y poseía una ambiciosa expectativa sobre cada uno de los estudiantes. Utilizaba siempre la broma como una forma de reflexión. "*Cualquiera de ellos podría ser mi jefe en un futuro y darme la mano, debo ofrecerles lo mejor que pueda y creo mucho en cada uno de ellos*" (apartes de la entrevista inicial).

Conclusiones

Las estrategias utilizadas por la profesora Laura que fomentaban prácticas equitativas (en el sentido de la participación sugeridas en este trabajo) durante el trabajo con los poliedros permitieron evidenciar algunos de los hallazgos que ya ha venido reportando la literatura sobre la mirada profesional del profesor, en particular aquellos relacionados con la participación en clases en las que empleaba diferentes estrategias para que todos hicieran parte del proceso, se involucraran en los aprendizajes y generaran discusiones matemáticas que permitían las interacciones constantes centradas en la temática abordada.

Las categorías descritas en los resultados muestran que si bien siguen siendo importantes los aspectos del contenido matemático que articulan la narrativa de la clase (en torno al tema de los poliedros) la categoría *Escuchando a los demás* marca un énfasis en la observación profesional de la profesora Laura que le permiten identificar, interpretar y decidir qué hacer con relación a la participación en la clase con un objetivo fijo de que nadie quede excluido de la oportunidad para trabajar en los aprendizajes esperados.

En este sentido, cobra fuerza la idea de Blömeke de caracterizar la competencia como un continuo entre aspectos cognitivos, habilidades situadas y aspectos motivacionales. Igualmente se resalta la idea de la equidad en el aula de clases como un campo próspero para fomentar prácticas de enseñanza cada vez más inclusivas.

Como trabajo pendiente se encuentra la revisión más exhaustiva de la relación entre las categorías encontradas y los referentes de las investigaciones afines al teacher noticing for equity.

Referencias y bibliografía

Blömeke, S., Gustafsson, J.-E., y Shavelson, R. (2015). Beyond dichotomies: Competence viewed as a continuum. *Zeitschrift für Psychologie, 223*(1), 3-13. https://doi.org/10.1027/2151-2604/a000194

De Guzman, A. B., y Adamos, J. l. (2020). like the layers of an onion: curricular noticing as a lens to understand the epistemological features of the Philippine K to 12 secondary mathematics curriculum materials. *Educational Research for Policy and Practice, 19*(3), 389- 409. https://doi.org/10.1007/s10671-020-09264-8

Dindyal et al. (2021). Exploring the terrains of mathematics teacher noticing. ZDM – Mathematics Education (2021) 53:1–16. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01249-y

Garzón, D. (2017). Análisis de las decisiones del profesor de matemáticas en su gestión de aula. *Educación Matemática, 29*(3), 131-160. https://doi. org/10.24844/em2903.05

Jacobs, V. R., Lamb, L. L., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking*. Journal for Research in Mathematics Education, 41*(2), 169–202.

Louie, N, Adiredja, A y Jessup, N (2021). Teacher noticing from a sociopolitical perspective: the FAIR framework for anti-deficit noticing.

Dietiker, l., Males, l. M., Amador, J. M., y Earnest, D. (2018). Curricular noticing: A framework to describe teachers' interactions with curriculum materials. *Journal for Research in Mathematics Education, 49*(5), 521-532 https://doi.org/10.5951/jresematheduc.49.5.0521

Santagata et al. (2021). Mathematics teacher learning to notice: a systematic review of studies of video-based programs. ZDM – Mathematics Education (2021) 53:119–134 https://doi.org/10.1007/s11858-020-01216-z

Van Es, E. A., y Sherin, M. G. (2021). Extending on prior conceptualizations of teacher noticing. *ZDM Mathematics Education, 53*(1), 17-27. https://doi. org/10.1007/s11858-020-01211-

Wager, A. A. (2014). Noticing children's participation: Insights into teacher positionality toward equitable mathematics peda- gogy. Journal for Research in Mathematics Education, 45(3), 312–350.

Lección de problemas multiplicativos con números decimales en Canva. Una oportunidad para favorecer el conocimiento especializado del profesor de Matemáticas

Ana María **Reyes** Camacho
Escuela Normal Rural "Gral. Matías Ramos Santos"
México
zac03.areyesc@normales.mx
Cindy Gabriela **Alonzo** Segovia
Escuela Normal Rural "Gral. Matías Ramos Santos"
México
cindy_gu92@hotmail.com
Eugenio **Lizarde** Flores
Escuela Normal Rural "Gral. Matías Ramos Santos"
México
life_genio@yahoo.com.mx
Francisco Javier **Hernández** Gutiérrez
Escuela Normal Rural "Gral. Matías Ramos Santos"
México
frajaher_79@hotmail.com
José Luis **Monreal** Reyes
Escuela Normal Rural "Gral. Matías Ramos Santos"
México
simbadzee8010@gmail.com
Erik **Ayala** del Villar
Escuela Normal Rural "Gral. Matías Ramos Santos"
México
erikayaladelvillar1001@gmail.com

Resumen

La formación inicial y continua de profesores de primaria requiere de actividades que desarrollen y consoliden su conocimiento matemático y didáctico. En esta comunicación, se identifica el conocimiento especializado (MTSK) que una profesora de educación primaria muestra en el diseño de una lección en Canva, en relación con la multiplicación y división con números decimales en el escenario de una ingeniería didáctica. El análisis descriptivo y predictivo que acompañan el diseño de la lección de matemáticas, muestra que cuando la profesora construye sus propios recursos materiales tiene la oportunidad de fortalecer su conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (teoría de las situaciones didácticas, diseño de tareas y recursos materiales), conocimiento de los temas (registros de representación numérica, definiciones y procedimientos) y conocimiento de características de aprendizaje de las matemáticas (formas de interacción con un contenido matemático y, fortalezas y dificultades) en relación con los problemas multiplicativos.

Palabras clave: Educación Matemática; Formación continua de profesores; Problemas multiplicativos; Decimales; Lecciones; Canva; MTSK; Primaria.

Introducción

Desde hace décadas, la formación inicial y continua de profesores de primaria en el campo de las matemáticas es un tema que ocupa la atención de investigadores a nivel internacional, nacional y local, en particular porque no sólo enseñan matemáticas, sino también, otras asignaturas; lo anterior, centra la atención en los conocimientos matemáticos y didácticos que les permiten gestionar los procesos de enseñanza y aprendizaje desde sus planificaciones de clases.

En el contexto internacional, en Chile, Pincheira et al. (2021), realizaron un estudio con 157 profesores en formación para evaluar conocimientos didácticos y matemáticos. En este trabajo, muestran que el nivel de desempeño obtenido por futuros profesores de educación básica es limitado respecto del conocimiento didáctico-matemático para enseñar matemáticas elementales. Así que, señalan la necesidad de plantear programas de apoyo a la formación inicial, para tener éxito en la enseñanza de las matemáticas.

En Costa Rica, Alpízar-Vargas y Alfaro-Arce (2019) señalan que, “un docente que imparte matemáticas, a cualquier nivel, debe ser capaz de proponer actividades a sus estudiantes de acuerdo con los conocimientos previos de estos y en concordancia con el contenido que se quiere enseñar” (p. 111). De esta manera, las autoras destacan la importancia de que los futuros profesores posean conocimientos didácticos en relación con los aprendizajes de los alumnos y los estándares curriculares vigentes. Además, mencionan que una propuesta de formación puede contribuir al desarrollo de los conocimientos necesarios.

En el contexto español, Mallart-Solaz (2018), realiza un estudio con 94 futuros maestros donde sostiene la hipótesis de que debido a que se practica poco la creación de problemas, también tienen dificultades para su resolución, lo cual tienen impacto en la enseñanza de las matemáticas, es decir, no identifican como herramienta de enseñanza la creación de problemas. Desde esta mirada, sostenemos que, si se plantean propuestas de formación donde los profesores sean los que diseñen sus propios materiales didácticos, por ejemplo, lecciones de matemáticas en sitios de diseño gráfico como Canva, tienen la oportunidad de fortalecer sus conocimientos matemáticos y didácticos, caso contrario, si sólo descargan materiales de internet sin una revisión profunda de su impacto en el contexto en el que laboran, por ejemplo, el uso de hojas de trabajo de un contexto español en un contexto mexicano cuando el tipo de moneda es diferente y, se insiste en que las y los alumnos resuelvan una serie de problemas cuando no cuentan con los conocimientos mínimos.

En relación con el uso de Canva, Sánchez-Chávez (2020) la define como una herramienta competente en el ámbito educativo "[…]puesto que ello facilita a los estudiantes a poder crear sus propios contenidos, pero de una manera muy diferente, más creativa e innovadora donde se puede desempeñar diferentes habilidades para mejorar su proceso de conocimiento exitoso" (p. 16). Sin embargo, Arcentales-Fajardo et al. (2020) mencionan que muchos estudiantes no conocen la diversidad de beneficios de dicha herramienta, por lo cual, es imperante su incorporación en el aula, porque a través de ella se pueden construir materiales y recursos de forma gratuita en donde se promueve la creatividad. Por lo tanto, se pretenden establecer espacios de formación donde las y los profesores tengan la oportunidad de diseñar lecciones en Canva en relación con los aprendizajes esperados de las escuelas primarias.

Conocimiento especializado del profesor de matemáticas

El conocimiento del profesor de matemáticas y que enseña matemáticas se ha convertido en el objeto de estudio de diferentes investigadores. Al respecto, Carrillo et al. (2017), presentan el modelo Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés). Desde este modelo, se asume que todo el conocimiento del profesor es especializado. En la Figura 1 se presentan los componentes del conocimiento especializado del profesor de matemáticas a través de la representación gráfica del modelo MTSK mediante un hexágono.

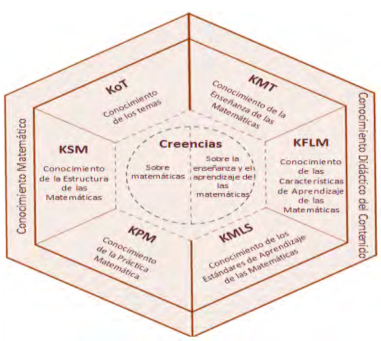


Figura 1. Modelo MTSK

En función del contenido de la Figura 1 y las aportaciones de Carrillo et al. (2017) se identifica que el MTSK, está integrado por el dominio del conocimiento matemático (MK), el dominio del conocimiento didáctico del contenido (PCK) y las creencias en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que se ubican en el centro de la Figura 1. Cabe mencionar que cada uno de los primeros dos dominios está conformado por tres subdominios, es decir, pequeños grupos que comparten ciertas características.

El MK se relaciona con el conocimiento que el profesor tiene de la disciplina que enseña, en este caso, matemáticas. Así, está constituido por tres subdominios: conocimiento de los temas matemáticos (KoT), conocimiento de la estructura matemática (KSM) y conocimiento de la práctica matemática (KPM). El KoT está integrado por diferentes categorías como conocimientos de registros de representación, procedimientos, definiciones, propiedades y sus fundamentos, así como fenomenología y aplicaciones. En el KSM se ubican cuatro categorías: conexiones de complejización, conexiones de simplificación, conexiones transversales y conexiones auxiliares. Por último, en el KPM están las categorías de conocimiento de la práctica de demostrar, conocimiento de la práctica de definir, conocimiento de la práctica de resolver problemas y conocimiento del papel del lenguaje matemático.

Por su parte, el PCK hace referencia a una parte de lo que el profesor requiere para su trabajo docente, en particular, en lo que respecta a la enseñanza y el aprendizaje, lo cual se complementa con el MK. En este sentido, el PCK se integra por tres subdominios: conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM), conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) y conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS). Así, el KFLM contiene como categorías el conocimiento de teorías de aprendizaje, fortalezas y dificultades, formas de interacción con un contenido matemático e intereses y expectativas de aprendizaje. En el caso del KMT, aparecen los conocimientos sobre teorías de enseñanza, recursos materiales y virtuales y, estrategias, técnicas tareas y ejemplos. En el subdominio del KMLS, se ubican los conocimientos sobre expectativas de aprendizaje, nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado y, secuenciación con temas anteriores y posteriores.

En esta comunicación, la perspectiva del MTSK se convierte en el lente teórico para identificar los conocimientos matemáticos y didácticos que aparecen en el diseño de una lección de multiplicación y división con números decimales elaborada en Canva en el escenario de una ingeniería didáctica.

La ingeniería didáctica como perspectiva metodológica

En el campo de la Educación Matemática, la ingeniería didáctica se reconoce como una perspectiva metodológica que plantea una serie de fases para guiar la experimentación de clases en función de un proceso didáctico para aprender un tema concreto de un contenido (Artigue, 2015). Así, entre las fases que integran esta perspectiva se encuentran: 1) Análisis preliminares (epistemológico, cognitivo y didáctico), 2) Concepción y análisis a priori (diseño de secuencias e hipótesis del comportamiento de los estudiantes), 3) Realización, observación y recopilación de datos (aplicación de las secuencias y recuperación de información) y, 4) Análisis y validación a posteriori (contraste del análisis a priori con el análisis a posteriori).

En el escenario original de la presente investigación, se diseñó una ingeniería didáctica para abordar el estudio del obstáculo epistemológico de la multiplicación y la división con números decimales, en un grupo de quinto grado de educación primaria, en México. Dicha ingeniería está constituida por siete situaciones didácticas y, cada una de ellas, tiene como recurso fundamental para el trabajo con las y los alumnos una lección de matemáticas diseñada en Canva.

En esta comunicación se presentan algunos resultados parciales de la ingeniería didáctica citada, en particular, lo que corresponde al análisis a priori de la lección 1 “Multiplicación y división con números decimales”, de una profesora de educación primaria que promueve la enseñanza y el aprendizaje de problemas multiplicativos con números decimales en un grupo de quinto grado.

El MTSK presente en el análisis descriptivo y predictivo de una lección de números decimales

En este trabajo, el diseño de lecciones de matemáticas en Canva, en el escenario de una ingeniería didáctica, emerge en un espacio de formación continua de profesores de educación básica. Aquí se presentan las producciones de una docente en relación con el análisis a priori de la lección 1 "Multiplicación y división con números decimales", la cual se acompaña de un análisis descriptivo y predictivo de su contenido redactado por la profesora; lo anterior, para identificar el conocimiento matemático y didáctico que pone en juego desde la perspectiva del MTSK. A continuación, en la Figura 2 se muestran las imágenes de algunos fragmentos de la lección 1:

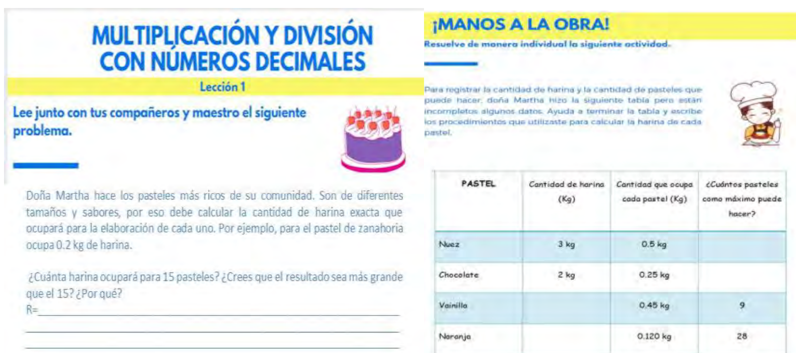


Figura 2. Estructura de la lección 1. Multiplicación y división con números decimales (Parte I)

En la Figura 2, la profesora que diseña la lección muestra conocimientos del KMT en relación con el diseño de tareas y recursos materiales (diseño de lección). Pero, para conocer lo que fundamenta el diseño de la lección enseguida se presenta el análisis descriptivo que la profesora realiza de su aplicación:

> *El docente proyecta la lección1, mostrando la situación sobre la elaboración de pasteles y la cantidad de kilogramos que necesita para cada uno. En la fase de acción se resuelven cuatro problemas multiplicativos con números decimales menores al entero (dos de división medida y dos de multiplicación). En la validación se analiza la magnitud de los resultados y su relación a la operación aritmética (si el resultado aumenta o no aumenta), como también la posición del punto decimal en el resultado y los distintos procedimientos de los alumnos; priorizar los procedimientos erróneos, después los exitosos. Se institucionaliza tal paradoja: la multiplicación no agranda y la división no achica cuando el factor es un número decimal menor que uno.*

En el fragmento anterior, la profesora evidencia conocimiento del KMT sobre teorías de enseñanza, en especial de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) cuando destaca los momentos de acción, validación e institucionalización de la aplicación de la lección en la clase. En el caso del contenido de la fase de institucionalización, además de estar presente en el análisis predictivo se ubica en la última parte de la lección 1, la cual se muestra en la Figura 3. En la descripción de las interacciones de la fase de acción, la profesora confirma su conocimiento del KMT sobre el diseño de tareas a través del planteamiento de cuatro problemas. En este sentido, se hace presente su KoT en relación con el conocimiento de problemas multiplicativos de estructura de división medida y de multiplicación. Cuando la profesora hace referencia al momento de validación e institucionalización de la clase, se muestran indicios de conocimiento del KoT sobre registros de representación, procedimientos y operaciones aritméticas, al señalar que la magnitud de los resultados varía en función de las cantidades en juego, es decir, si un factor es un número decimal menor que uno se rompe con el síndrome de que la multiplicación siempre agranda y la división achica.

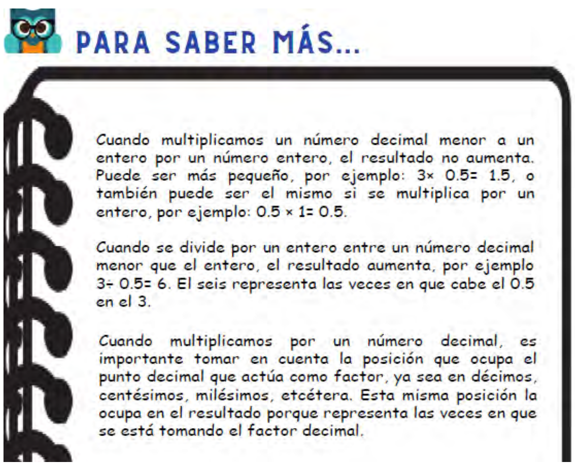


Figura 3. Estructura de la lección 1. Multiplicación y división con números decimales (Parte II)

En el caso del análisis predictivo del contenido de la lección 1, la profesora externa lo siguiente:

> *En la resolución de la tabla se ponen en juego cuatro problemas multiplicativos: dos del tipo división medida, y dos de multiplicación. En el primer problema, los alumnos deben calcular el total de pasteles que se pueden hacer con 3 kg de harina, donde cada pastel contiene 0.5 kg. Por la facilidad y manejo del número decimal (0.5), propicia a resolverse con cálculo mental, siempre y cuando el alumno contemple esta medida como la expresión decimal en gramos que representa la mitad del kilogramo. En el problema dos, se agrega densidad en la cantidad del pastel (0.25 kg) para saber cuántos pasteles se completan con 2 kg.*
> *El modo de resolución puede ser parecido al problema 1, sin embargo, es probable que algunos alumnos tengan dificultad para dar significado a la expresión decimal como la cuarta parte del entero (kilogramo), y originen otro tipo de cálculo como la conversión de los 2 kg y 0.25 a gramos, para operar con las equivalencias por medio de la suma iterada o la división. Estas situaciones emplean la división para contrastar con la expresión matemática de la operación (parte de la validación e institucionalización) que el resultado aumenta, lo contrario a lo que sucede con las últimas dos situaciones multiplicativas.*

Como se puede observar, el fragmento del análisis predictivo que se muestra da cuenta del KFLM que tiene la profesora, en relación con las formas de interacción de los alumnos con los problemas 1 y 2, así como conocimientos de algunas dificultades que pueden experimentar.

Conclusiones

En esta comunicación se evidencia que cuando el profesor o profesora diseña sus propios materiales, como en este caso una lección de matemáticas en Canva, acompañada de un análisis descriptivo y predictivo, tiene mayores posibilidades de desarrollar y consolidar su MTSK sobre un tema en particular, por ejemplo, los problemas multiplicativos con números decimales. De acuerdo con Romero (2019), una ventaja más de Canva es que "[…] podemos crear materiales que se adapten a diferentes metodologías y que nos permitan fomentar una forma de trabajo dinámica dentro del aula" (p. 6). Así, en las imágenes de la lección 1 y los fragmentos de los análisis descriptivo y predictivo de la misma, que elabora la profesora, el tipo de interacciones que se gestionan entre docente, alumnas y alumnos, evidencian el conocimiento de la docente sobre el KMT (teorías de enseñanza, diseño de tareas y recursos materiales), KFLM (formas de interacción con un contenido matemático y, fortalezas y dificultades) y KoT (definiciones, registros de representación numérica y procedimientos).

En comunicaciones posteriores se presentará el desarrollo y consolidación de los diferentes componentes del MTSK de la profesora, en el diseño de cada una de las siete lecciones sobre problemas multiplicativos diseñadas en Canva. Además, se plantea la pertinencia de replicar este tipo de propuestas en la formación inicial y continua de profesores de primaria, debido a sus ventajas en la formación profesional y en los procesos de enseñanza y aprendizaje en educación básica.

Referencias y bibliografía

Alpízar-Vargas, M., & Alfaro-Arce, A. L. (2019). La formación universitaria de docentes de educación primaria: el caso de matemáticas. *Uniciencia, 33*(2), 110-154.

Arcentales-Fajardo, M. C., García-Herrera, D. G., Cárdenas-Cordero, N. M., & Erazo-Álvarez, J. C. (2020). Canva como estrategia didáctica en la enseñanza de Lengua y Literatura. *CIENCIAMATRIA, 6*(3), 115-138.

Artigue, M. (2015). Perspectives on Design Researh: The Case of Didactical Engineering. En *A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping, & N. Presmeg, Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education. Examples of Methodology and Methods* (págs. 467-493). New York: Springer.

Carrillo, J., Montes, M., Contreras, L. C., & Climent, N. (2017). El conocimiento del profesor desde una perspectiva basada en su especialización: MTSK. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 22*, 185-206.

Mallart-Solaz, A. (2018). Interés de los futuros maestros en saber crear problemas de matemáticas para enseñar a resolverlos. *Educational Psychology, 25*(1), 31-41.

Pincheira, N., Vásquez, C., & Giacomone, B. (2021). Una aproximación al conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores de Educación Básica para enseñar matemáticas elementales. *Uniciencia, 35*(2), 119-128.

Romero-López, A. (2019). Canva: diseño de materiales didácticos y juegos educativos. *Red de Información Educativa*. http://hdl.handle.net/11162/196343

Sánchez-Chávez, M. Y. (2020). Herramienta Canva para mejorar la creatividad en estudiantes de primer año en informática en la IE Simón Bolívar. Universidad San Ignacio de Loyola.

XVI CIAEM ICMI
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education
UNIVERSIDAD DE LIMA
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023
xvi.ciaem-iacme.org

Lesson Study como estratégia formatica: potencialidades envolvendo professores e formadores no ensino de Matemática

Priscila Bernardo **Martins**
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, Brasil
priscila.bmartins8@gmail.com
Edda **Curi**
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, Brasil
Edda.curi@gmail.com
Suzete de Souza **Borelli**
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, Brasil
suzeteborelli@gmail.com

Resumo

Neste texto pretendemos apresentar as potencialidades da metodologia "*Lesson Study*", como estratégia formativa no Ensino de Matemática usando materiais curriculares. Para tanto, adotamos a abordagem qualitativa de tipologia documental. Utilizaremos como corpus de análise os relatórios que foram produzidos pelas instituições da Rede Municipal de Educação de São Paulo que participaram do Projeto de Pesquisa denominado "Discussões Curriculares: contribuições de um grupo colaborativo para a implementação de um novo currículo de Matemática e o uso de materiais curriculares na rede pública Municipal de São Paulo". A partir destes dados levantados, acreditamos ser possível formar comunidades colaborativas de aprendizagens de professores que tenham propósitos comuns para melhoria das aprendizagens de seus estudantes e de suas práticas e no próprio ambiente educativo no qual estão inseridos.

Palavras-chave: Educação Matemática; *Lesson Study*; Grupo Colaborativo; Rede Municipal de Educação; Brasil.

Apresentação

O referido texto é fruto de um trabalho dialógico e colaborativo, desenvolvido por formadores e professores da Rede Municipal de Educação de São Paulo que participaram do Projeto de Pesquisa denominado "Discussões Curriculares: contribuições de um grupo colaborativo para a implementação de um novo currículo de Matemática e o uso de materiais curriculares na rede pública Municipal de São Paulo". Desenvolvido no ano de 2019, o referido projeto teve fomento da UNESCO[1], no âmbito do Programa Prodoc e a parceria entre a Universidade Cruzeiro do Sul e a Secretaria Municipal de Educação de São Paulo.

No Projeto em questão, como estratégia formativa, empregamos a metodologia de formação de professores denominada "*Lesson Study*". Originária do Japão, incorpora um contexto dinâmico e colaborativo, desdobrando-se em 3 etapas principais: planejamento das aulas (coletivo e individual), consecução das aulas planejadas e reflexão sobre as aulas desenvolvidas, o que pode acarretar um replanejamento de aulas futuras. Essa metodologia vem sendo utilizada em vários países do mundo com adaptações aos sistemas de ensino e culturas locais.

Nesse processo objetiva-se melhorar as aprendizagens dos estudantes e o desenvolvimento profissional de professores, uma vez que esse processo não abrange apenas aspectos cognitivos dos participantes, mas valoriza também os aspectos afetivos e relacionais.

Desde meados de 2014, essa metodologia vem sendo usada pelo grupo de pesquisa Conhecimentos, Crenças e Práticas de Professores que ensinam matemática — CCPPM- coordenado pela Dra. Edda Curi. Os resultados têm sido muito promissores e vêm sendo divulgados em periódicos, dissertações, teses e em eventos nacionais e internacionais da área.

Neste texto pretendemos apresentar as potencialidades da metodologia "*Lesson Study*", como estratégia formativa no Ensino de Matemática usando materiais curriculares. Assim, adotamos a abordagem qualitativa de tipologia documental. Utilizaremos como *corpus* de análise os relatórios que foram produzidos para as instituições envolvidas no projeto.

De acordo com Minayo (2009, p. 21), "a pesquisa qualitativa trabalha com o universo dos significados, dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes". Em se tratando da análise documental, Cellard (2008) nos mostra que essa tipologia se caracteriza quando se analisa documentos, que não tiveram tratamento analítico, visando extrair informações empregando técnicas apropriadas de manuseio, perpassando por procedimentos, organizando dados a serem categorizados e analisados para produzir sínteses e conclusões.

A organização do Projeto e seus desdobramentos

O Projeto teve início em fevereiro de 2019, com a participação inicial de 55 professores efetivos da Rede municipal de São Paulo, que atuavam do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental, 10 formadores e uma Coordenadora Geral. Os formadores eram mestrandos e doutorandos do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do

1. UNESCO: Unesco é a sigla para Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura. Foi fundada logo após o fim da Segunda Guerra Mundial, com o objetivo de contribuir para a paz e segurança no mundo, através da educação, da ciência, da cultura e das comunicações.

Sul (UNICSUL), outros eram formadores das Diretorias Regionais de Educação do próprio município e havia, ainda, um estudante de Pós-Doutorado que acompanhava um dos grupos.

As formações aconteceram com periodicidade quinzenal, nas dependências da Universidade Cruzeiro do Sul-UNICSUL, *campus* Liberdade. Os professores foram organizados por Ciclo de Aprendizagem — Alfabetização, Interdisciplinar e Autoral — de acordo com o ano de escolaridade em que atuavam, utilizando a mesma estrutura proposta pela referida Rede.

Nestes encontros, os professores tiveram a oportunidade de aprofundar seus conhecimentos a respeito dos Objetos de Conhecimentos e os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento, referentes ao ano em que atuavam, possibilitando o estabelecimento de correlações entre o que era proposto em um ano de escolaridade e os anos subsequentes.

O Projeto foi dividido em duas partes. Na etapa inicial, primeiro semestre de 2019, discutimos os elementos constitutivos do Currículo da Cidade. A ideia era a compreensão dos raciocínios matemáticos, nas ideias fundamentais, mostrando que essas podiam ser articuladas entre si e entre os Objetos de Conhecimento e os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento ao longo do Ensino Fundamental. Para essas análises os professores utilizaram o Caderno da Cidade: Saberes e Aprendizagens buscando identificar as ideias fundamentais envolvidas nas unidades e nas atividades propostas. Durante esse processo, os formadores faziam indicações de leituras complementares de textos para ampliar seus conhecimentos sobre a Matemática e seu ensino e sobre os elementos constitutivos do referido Currículo.

A segunda etapa do Projeto, foi destinada às discussões do fazer pedagógico na sala de aula, objetivando discutir a prática do professor que ensina matemática e o alcance dos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento a partir da metodologia de formação denominada *Lesson Study*.

Nosso propósito na segunda etapa foi o de fazer uma articulação entre as concepções que embasam o Currículo da Cidade com o ensino realizado pelos professores, em sua sala de aula, de maneira que pudessem estabelecer uma relação entre as concepções subjacentes com os materiais curriculares oferecidos pela Rede e para a Rede. O uso da metodologia de formação já citada permitiu o protagonismo dos participantes, uma vez que este processo valoriza as experiências de todos, formadores e professores, abrindo espaço para o diálogo de maneira intencional, se tornando, com o tempo, colaborativo e possibilitando que as concepções e crenças implícitas em suas práticas sejam confrontadas e trabalhadas, ampliando a visão de cada um sobre as concepções do currículo de Matemática, da própria Matemática e seu ensino, celebrando, com isso, novos consensos no âmbito do grupo.

A *Lesson Study* no Grupo de Pesquisa CCPPM

Nas pesquisas do Grupo Conhecimentos, Crenças e Práticas de Professores que ensinam Matemática — CCPPM, utilizando a metodologia de *Lesson Study* priorizam-se as etapas de planejamento das aulas, de observação das aulas e de reflexão sobre elas. Em algumas das pesquisas, houve uma fase anterior de formação de formadores (mestrandos, doutorandos e formadores de Diretorias Regionais de Educação que acompanham o grupo de pesquisa) principalmente pela falta de vivência como formadores de professores com esta metodologia de formação.

Todas as pesquisas realizadas por esse Grupo até o momento utilizaram matérias curriculares produzidos pelas redes estaduais ou municipais de São Paulo. Esses materiais apresentam os objetivos de cada aula e uma sequência de ensino que atende aos objetivos e seja adequada ao currículo. Esse é, sem dúvida, um diferencial da metodologia usada em outros países. Por esse motivo, a fase de formulação de objetivos usada em muitos países é suprimida e os professores, em vez de formularem objetivos, analisam cada atividade a ser desenvolvida com os alunos, identificam os objetivos da atividade e fazem a adequação à atividade proposta em função dos conhecimentos dos seus estudantes.

Nos últimos anos houve a defesa de teses e uma dissertação de mestrado usando essa metodologia de formação que agrega reflexões importantes sobre o uso da *Lesson Study*, suas principais potencialidades e desafios para seu uso como política pública (UTIMURA, 2015, 2019; MERICHELLI, 2019; BORELLI, 2019; SILVA, 2020; MARTINS, 2020).

Adaptação da metodologia *Lesson Study* para o Projeto de Pesquisa em questão

No Projeto em questão sentimos a necessidade de fazer adaptações da metodologia *Lesson Study.* Assim, além das etapas principais de planejamento, observação da aula e reflexão da aula, acrescentamos mais duas: a formação de formadores e a divulgação dos resultados. Na **formação de formadores** foram discutidos temas emergentes que surgiram nos encontros; organizavam as pautas a partir de um esboço prévio organizado em conjunto com a coordenação do projeto; combinavam os temas dos encontros e escolhiam as estratégias de formação, de modo que todos tivessem uma visão clara do desenvolvimento do Projeto visto que os encontros aconteciam simultaneamente em três salas com duplas ou trios de formadores que acompanhava um Ciclo de Aprendizagem.

Para a etapa destinada ao **planejamento das aulas**, o grupo de formadores organizava um roteiro de aprendizagem, de modo que todos os envolvidos no grupo tivessem uma visão sistêmica do processo de planejamento. O roteiro era organizado priorizando alguns elementos que os formadores consideraram importantes e que foram discutidos no primeiro módulo do curso, tais como: os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento; as ideias fundamentais presentes na atividade; os tipos de raciocínios matemáticos envolvidos; os conhecimentos prévios dos estudantes; as dúvidas que os estudantes poderiam ter ao realizar a atividade; as estratégias que os professores poderiam utilizar para responder as dúvidas; o tempo destinado à realização da atividade; a organização dos estudantes na sala de aula; e alguns indicadores de avaliação que possibilitassem o professor a averiguar o alcance dos objetivos propostos.

Assim, os professores, no coletivo, estudaram a atividade escolhida, analisavam cada um destes elementos em função da atividade que seria foco de observação. Além disso, identificavam o ano de escolaridade; o Eixo Estruturante; a Unidade; e argumentavam sobre a escolha da atividade, pensando em seus estudantes, no que estava proposto para ser ensinado naquele período, entre outros fatores.

A ideia central foi de possibilitar aos professores a vivência de como se pode planejar colaborativamente uma atividade, de modo que cada um trouxesse seus conhecimentos sobre o tema a sua experiência da prática de sala de aula para compor o plano de trabalho, a fim de refletir a necessidade de ampliação dos conhecimentos docentes sobre o *Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens de Matemática*, sobre o conteúdo da Matemática e de seu ensino, e dos estudantes com os quais estavam trabalhando (SHULMAN,1987).

Já na fase **observação da aula**, um professor do grupo, por ano de escolaridade, se dispunha a desenvolver a aula planejada que foi filmada e acompanhada por formadores que atuavam como observadores. O professor que teria sua aula filmada tinha o compromisso de seguir o planejamento organizado coletivamente, pois isto traria para a reflexão posterior os elementos que proporcionariam uma avaliação sobre os aspectos que foram organizados no planejamento, buscando compreender qual o alcance desse planejamento realizado, verificando se ele serviu de apoio ao professor em sua atividade de ensino e se contribuiu, de alguma forma, para a aprendizagem do tema matemático escolhido.

A **reflexão da aula** foi uma etapa muito importante na *Lesson Study*, na medida que os professores e formadores avaliaram o percurso de organização e de desenvolvimento da aula, verificando o impacto nas aprendizagens dos estudantes, e se os objetivos foram ou não alcançados. A análise buscava compreender se os procedimentos utilizados pelo professor estavam de acordo com o que foi planejado; se houve a necessidade de fazer novos ajustes no planejamento; ou se indicou a necessidade de aprofundar o conhecimento do conteúdo desenvolvido em razão da observação da aula, ou das dúvidas ocorridas que não foram previstas. Nesse sentido, também o grupo organizou um instrumento com roteiro de análise, fornecendo parâmetros para esta etapa de reflexão, de modo a acompanhar se o planejamento organizado contribuiu para o desenvolvimento da aula, retirando do foco as impressões pessoais, desconectadas do processo construído anteriormente.

Por fim, na última etapa denominada **divulgação dos resultados**, que perpassou por vários procedimentos, entre eles: os próprios relatórios de pesquisa enviados para a Unesco, as reuniões pedagógicas das escolas envolvidas, as participações de professores, formadores e coordenação em congressos nacionais e internacionais e em outros veículos de comunicação na área de Educação Matemática, como periódicos; e no meio acadêmico por meio de dissertações e teses já concluídas.

Algumas considerações

Nas primeiras reuniões de planejamento observamos que muitos professores tinham dificuldades em identificar os conhecimentos prévios de seus estudantes para a realização de uma determinada atividade. Falavam de forma genérica que os estudantes sabiam pouca Matemática, ou que eram indisciplinados e por este motivo apresentavam dificuldades em suas aprendizagens. Contudo, com a realização projeto envolvendo a *Lesson Study* em que grupo de professores escolheram o tema em função das dúvidas e/ou dificuldades apresentadas pelos estudantes e do planejamento realizado colaborativamente tiveram mais clareza do que seus estudantes precisavam saber para desenvolver a referida atividade e alcançar o objetivo elencado. Isto possibilitou uma mudança de direção no trabalho dos professores, deixando o foco das reclamações iniciais genéricas para buscar aprofundamentos teóricos sobre o conhecimento matemático desenvolvido na atividade e sobre os recursos didáticos que possibilitassem um planejamento mais adequado frente aos conhecimentos dos seus estudantes.

A preparação de uma aula em que foram usados estudos teóricos e pesquisas e a elaboração de um instrumento com indicadores permitiu direcionar o olhar para aspectos relevantes e que precisam ser considerados durante o planejamento da aula. Na etapa de Observação, o instrumento elaborado também permitiu um olhar direcionado às aprendizagens dos estudantes e dos professores. Na etapa de reflexão, a participação dos professores foi bem mais efetiva, tanto em relação à socialização das atividades desenvolvidas como em função das intervenções dos formadores e dos próprios professores. Ficaram nítidas algumas fragilidades dos professores e dos estudantes, mas houve também a percepção de que este percurso possibilitou avançar, quando retomassem os conceitos com a sua turma.

A partir destes dados levantados, acreditamos ser possível formar comunidades colaborativas de aprendizagens de professores que tenham propósitos comuns, compartilhem seus saberes e experiências, busquem junto às equipes pedagógicas das escolas e da Secretaria subsídios para melhoria das aprendizagens de seus estudantes e de suas práticas e no próprio ambiente educativo no qual estão inseridos.

Referências e bibliografia

Borelli, S. S. (2019). *Estudos de Aula na formação de professores de Matemática em turmas do 7º ano do Ensino Fundamental que ensinam números inteiros.* 247f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) — Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo.

Borelli, S.S., Reis, D.P.; Pires, C.M.C. (2016). Professores do 1º ano que ensinam Matemática no Ensino fundamental da rede estadual de São Paulo: uma possibilidade de mudança da prática a partir da formação. *Revista do Ensino de Ciência e Matemática – RenCiMa,* (7)4, 49-62.

Cellard, A. (2008). A análise documental. In: Poupart, J. et al. *A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos.* Petrópolis, Vozes.

Curi, E. (2012). Contribuições de um grupo colaborativo no desenvolvimento profissional de seus participantes. In: Curi, E.; Nascimento, J. C. P. (Org.). *Educação Matemática: grupos colaborativos, mitos e práticas*. 1ª ed. São Paulo: Terracota.

Curi, E. (2018). Reflexões sobre um Projeto de Pesquisa que envolve grupos colaborativos e a metodologia *Lesson Study*. In: Curi, E., Nascimento, J. C. P. & Vece, J. P. (org.). *Grupos Colaborativos e Lesson Study: contribuições para a melhoria do ensino de matemática e desenvolvimento profissional de professores*. São Paulo: Alexa Cultural, pp. 17-33.

Curi, E. & Martins, P. B. (2018). Contribuições e desafios de um projeto de pesquisa que envolve grupos colaborativos e a metodologia Lesson Study. *Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia: REBCT*, Ponta Grossa, (11)2, 268-287.

Minayo, M. C. S. (2009). Trabalho de campo: contexto de observação, interação e descoberta. In: Minayo, M. C. S.; Deslandes, S. F. Gomes, R. (Org). *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. 28ª. ed. Petrópolis: Vozes.

Merichelli, M. A. J. & Curi, E. (2016). Estudos de Aula ("Lesson Study") como metodologia de formação de professores. *Rencima*, São Paulo, (7)4, 15-27.

Martins, P. B. (2020). *Potencialidades dos estudos de aula para a formação continuada de um grupo de professores que ensinam matemática na rede municipal de São Paulo no contexto de uma pesquisa envolvendo implementação curricular.* 251f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) — Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

Silva, A. J. N. (2020). O Laboratório de Educação Matemática e a Formação Inicial de Professores de Matemática. *Revista Internacional Educon*, 1(1), e20011001-e20011001.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, (57)1, 1-22.

Utimura, G. Z. (2015). *Docência compartilhada na perspectiva de Estudos de Aula (Lesson Study): um trabalho com as figuras geométricas espaciais no 5º ano*. 190f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) — Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo.

Utimura, G. Z. (2019). *Conhecimento professional de professoras de 4º ano centrado no ensino dos números racionais positivos no âmbito do estudo de aula*. 195f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) — Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo.

Livro do Professor da Educação Infantil: objeto para a formação de professores

Ana Paula Bolsan **Sagrilo** Silveira
Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD)
Brasil
anapaulabsagrilo@hotmail.com
Edvonete Souza de **Alencar**
Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD)
Brasil
edvonete.s.alencar@hotmail.com

Resumo

Este trabalho objetiva apresentar quais os conhecimentos do professor de matemática são apresentados por autores didáticos e editora em um dos quatro livros escolhidos para integrar o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD/2019) da Educação Infantil. Para tanto, trata-se de um estudo de abordagem qualitativa, no qual, segundo Gil (2008, p. 175), o processo de análise de dados está relacionado ao modo e à capacidade do pesquisador em lidar com as informações. Ainda, é uma pesquisa de cunho documental, porque contribui com dados já levantados ou encontra novas visões de um tema (Lüdke e André, 1986, p. 38). Logo, ao analisar a obra *Aprender com a criança experiência e conhecimento*, percebe-se que alguns conhecimentos do professor de matemática estão presentes no decorrer do material, porém enquanto determinados conhecimentos ganham evidência, outros aparecem de maneira mais tímida ou não se manifestam.

Palavras-chave: Matemática; Educação Infantil; Formação de Professores; Livro

Introdução

O trabalho em questão faz parte de uma pesquisa de mestrado stricto-sensu do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECMat) da Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD), na linha de pesquisa 1, Formação de Professores de Ciências e Matemática. Sendo que, a pesquisa tem como título "*O Conhecimento do Professor de Educação*

Infantil para o Ensino de Matemática: análise dos livros do PNLD/2019" sob a orientação da professora doutora Edvonete Souza de Alencar.

Assim, esta escrita traz dados parciais da pesquisa. Sendo que, ela tem como objetivo apresentar quais os conhecimentos do professor de matemática são apresentados por autores didáticos e editora em um dos quatro livros escolhidos para integrar o primeiro Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD/2019) da Educação Infantil.

Vale ressaltar que o PNLD é um programa brasileiro que segundo Zambon e Terrazzan (2013) "[…] têm a intenção de contribuir para a garantia de materiais didáticos de qualidade, disponíveis para subsidiar o desenvolvimento dos processos de ensino e de aprendizagem nas escolas […]" (p. 587) e foi criado por meio do Decreto nº 91.542, de 19 de agosto de 1985, com o propósito de substituir o Programa do Livro Didático (PLID). Porém, desde que o PNLD surgiu, várias trasnformações ocorreram com ele. Entre elas está a sua expansão, pois aos poucos as mais diversas etapas e modalidades educacionais foram sendo inseridas ao programa como, por exemplo, em 2009 o Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio (PNLEM) e o Programa Nacional do Livro Didático para Alfabetização de Jovens e Adultos (PNLA) passaram a ser incorporados ao PNLD (Zambon e Terrazzan, 2013, p.588). Mais recentemente, em 2019, a etapa da Educação Infantil, também, começou a ser contemplada com materiais destinados aos docentes, os quais possuem elementos conceituais e um viés de formação de profesores, coordenadores e diretores de creches e pré-escolas.

Deste modo, dos quatro livros que foram selecionados para compor o primeiro PNLD da Educação Infantil – *Práticas comentadas para inspirar: formação do professor de educação infanti; Cadê? Achou! Educar, cuidar e brincar na ação pedagógica da creche; Pé de brincadeira: pré-escola 4 a 5 anos e 11 meses* e *Aprender com a criança: experiência e conhecimento* - optamos em trazer para esta escrita o último material, o qual foi produzido pela editora Autêntica e é das autoras Monique Deheinzelin, Priscila Monteiro e Ana Flávia Castanho.

Logo, o interesse por esse objeto de estudo surgiu por vários motivos, entre eles está a experiência empírica de uma das pesquisadoras, pois ao usar livros para ensinar crianças da Educação Infantil, presenciou um ensino mecânico e sem sentido. Assim, tal situação foi de encontro com a ideia de ensino que é pensada para a Educação Infantil, já que ele precisa ser lúdico e pautado por brincadeiras dirigidas, as quais devem ter a intenção de levantar questões e, consequentemente, despertar nos pequenos o gosto e engajamento pela matemática e; ainda partir de uma prática em que a linguagem esteja constantemente sendo explorada, pois é por meio do que as crianças já dominam e expressam que o professor poderá possibilitar a inserção de nomenclaturas mais "técnicas" da área matemática (Escudero-Domínguez, Escudero-Ávila, Aguilar-González, Vasco-Mora, 2019, p. 221).

Frente a essa conjuntura, esta pesquisa é relevante, pelo fato de discutir como os conhecimentos de matemática podem ser mobilizados nos profissionais da Educação Infantil a partir de um dos livros do professor, o qual possui a capacidade de influenciar o ensino desde o começo da primeira etapa da educação básica, pois, de maneira mais ampla, esse objeto de estudo é um relevante meio de transmissão de cultura, conhecimentos, valores, ideias, entre outros aspectos formais ou informais.

Nessa perspectiva, convém lembrar que Choppin (2004, p. 553), ao discorrer sobre os livros, principalmente livros didáticos, menciona que eles apresentam quatro funções distintas. A primeira é a *Função referencial.* A partir dessa visão, o livro é visto como um reprodutor dos programas, já que, nele há todos os conteúdos, métodos e habilidades que determinado grupo social pretende disseminar. A segunda é a *Função Instrumental.* Segundo ela, esse material visa desempenhar técnicas que auxiliam no processo educativo, pois contém inúmeras atividades com esse intuito. A terceira é a *Função ideológica e cultural*, a qual é a mais antiga e é crucial para disseminar cultura, língua e valores das classes dominantes. Por fim, a *Função documental* que destaca a importância que o livro desempenha na construção de um pensamento crítico dos discentes, entretanto, para essa função ser concretizada, se faz necessário uma elevada formação dos professores, os quais precisam estar preparados para trabalhar diversos aspectos dos alunos, entre eles, a autonomia.

Dessa forma, percebe-se que o livro carrega várias finalidades e que sempre esteve presente no âmbito escolar ressignificando seu papel no processo de ensinar e de subsidiar a formação dos educadores. Sendo que, no campo da matemática, ele sempre foi um recurso presente, pois:

> Desde os seus primórdios, ficou assim caracterizada, para a matemática escolar, a ligação direta entre compêndios didáticos e desenvolvimento de seu ensino no país. Talvez seja possível dizer que a matemática se constitua na disciplina que mais tem a sua trajetória histórica atrelada aos livros didáticos. Das origens de seu ensino como saber técnico-militar, passando por sua ascendência a saber de cultura geral escolar, a trajetória histórica de constituição e desenvolvimento da matemática escolar no Brasil pode ser lida nos livro didáticos (Valente, 2088, p. 141).

Para organizar seu campo teórico de análise este trabalho contou com o modelo *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (MTSK), o qual emergiu a partir de projetos de pesquisa realizados por um grupo de estudiosos em Didática da Matemática, mais precisamente, o *Seminario de Didáctica de lá Matemática* (SIDM), da Universidade de Huelva, situada na Espanha e, cuja dedicação é a de investigar uma variedade de assuntos a respeito do professor de Matemática.

Desse modo, os procedimentos metodológicos que guiaram o estudo foram apoiados pela abordagem qualitativa. Essa pesquisa foi sustentada pelas reflexões de Gil (2008, p. 175), pois ele afirma que o proceso de análise de dados desse tipo de estudo está relacionado ao modo e a capacidade do pesquisador em lidar com as informações. Para além disso, o estudo contou com a pesquisa de cunho documental, a qual pode contribuir com dados já levantados ou encontrar novas visões de um problema ou tema (Lüdke; André, 1986, p. 38).

Assim, para discorrer essas discussões, este trabalho, além de conter a introdução, foi sistematizado em outras três seções. A primeira, "Referencial teórico", constitui em uma breve apresentação do modelo MTSK. A segunda, "Matemática no Livro do Professor da Educação Infantil: possibilidades de discussões", trata de apresentar a análise selecionada para esta escrita. E, por último, são destacadas algumas considerações finais sobre os resultados alcançados.

Referencial teórico

Com base no exposto, este estudo contou com a perspectiva teórica do modelo MTSK, o qual possui dois vieses, pois de um lado ele é compreendido como uma proposta teórica que organiza os saberes cruciais dos professores da área da matemática e, por outro lado, realiza a função de ser um instrumento metodológico capaz de viabilizar a análise das mais diversas práticas desenvolvidas pelos professores de matemática (Flores-Medrano; Escudero-Ávila; Montes; Aguilar; Carrillo-Yañez, 2014, p. 64).

Para exercer suas funções ele está estruturado em dois domínios, o Conhecimento Matemático (MK) e o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK). O primeiro domínio possui três subdomínios, são eles: Conhecimento de Tópicos ou Temas (KOT), o qual envolve os conteúdos disciplinares da Matemática; pode ser encontrado em livros ou documentos escritos pertencentes à área da matemática; apresenta uma gama de fenômenos que conduziram ao surgimento de determinados conceitos ao longo do tempo; abrange as definições de determinados nomenclaturas e, também, exemplos que retratam o assunto trabalhado (Montes, Contreras, Carrillo-Yañez, 2013, p. 405).

O segundo subdomínio é o Conhecimento da Estrutura Matemática (KSM), este, assim como o anterior, atinge os conceitos matemáticos. Porém, o que lhe diferencia do primeiro é que visa inserir essas definições/conteúdos de maneira integrada (Montes et al., 2013, p. 405).

O terceiro é o Conhecimento da Prática Matemática (KPM), que surge para complementar o domínio (MK), porque compreende a ideia do educador de Matemática saber ser reflexivo em relação a essa área do conhecimento, além de incorporar a capacidade de dominar distintas maneiras de definir um conceito, assim como explicar, exemplificar, realizar inferências, compreender a função de contraexemplo, entender a lógica implícita a cada uma dessas ações, além de deter o conhecimento de construir matemática (Montes et al., 2013, p. 405).

O segundo domínio, Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK), possui o subdomínio Conhecimento de Ensino de Matemática (KMT), que abarca a forma que o processo de ensino pode ser colocado em prática, por isso, engloba saber as mais variadas estratégias para ensinar, as quais oportunizam os educadores dominarem competências matemática procedimental ou conceitual. Ademais, leva em consideração conhecer recursos e materiais que oportunizam o docente guiar os seus discentes a descobrirem algo a partir do uso de determinados conceitos matemáticos e alguns exemplos (Montes et al., 2013, p. 405).

Na sequência há o Conhecimento das Características da Aprendizagem Matemática (KFLM), o qual trás os conhecimentos dos aspectos que fazem parte do processo de entendimento dos distintos conteúdos por parte dos educandos, isto significa que o professor precisa conhecer além das teorias que tratam do desenvolvimento dos discentes, pois necessita saber dos erros, dificuldades e empecilhos referentes a cada tópico trabalhado e, ainda, saber as terminologias utilizadas pelos alunos em cada conteúdo estudado (Montes et al. , 2013, p. 406).

E, por fim, há o Conhecimento dos Padrões de Aprendizagem Matemática (KMLS), o qual discorre a respeito do conhecimento do currículo para o ensino de matemática que norteia o fazer pedagógico, logo ele se refere ao saber que deve ser ensinado em cada etapa educacional. Contudo, ele não fica somente nesses documentos, pois ainda pode envolver os assuntos de pesquisas e produções concretizadas na área da didática da matemática ou opiniões apresentadas por educadores especialistas que focam na aprendizagem que se almeja em cada etapa da educação. Logo, este subdomínio ultrapassa o contexto institucional do professor (Montes et al., 2013, p. 406).

Partindo dessa compreensão da teoria que guiará este estudo, o MTSK, passamos na seção seguinte a apresentar a análise do objeto da pesquisa.

Matemática no Livro do Professor da Educação Infantil: possibilidades de discussões

Nesta seção apresentamos a análise do livro escolhido para este trabalho, pois ao averiguá-lo na sua totalidade foi possível constatar que alguns conhecimentos do professor de matemática são apresentados e mobilizados ao longo de todo o material, uma vez que em cada um dos capítulos há proposta pedagógicas com o intuito de ensinar matemática. Deste modo, para demonstrar como os conhecimentos se manifestam no material, elegemos a unidade "Jogos e contrução de conhecimento". Optamos por essa parte, porque há o ensino de matemática a partir de sugestões educativas pautadas em jogos e, porque ela sinaliza a presença de elementos pertencentes ao conhecimento especializado, os quais compreendemos que os professores da Educação Infantil devem mobilizar e se apropriar para ter uma formação adequada e desencadear um trabalho de qualidade com seus discentes.

Assim, ao verificar as propostas pedagógicas, foram encontradas três, são elas: *Os jogos e suas variantes, Todos se foram* e o *Jogo "Dados coloridos"*. No primeiro é discorrido que o jogos podem estar presentes nas mais diversas ocasiões da sala de aula como, por exemplo, no momento da roda e dos cantos e, que a por meio deles diferentes estratégias podem ser colocadas em práticas para fazer acontecer o processo de ensino e aprendizagem. Já no segundo jogo, o qual foi descrito por Constanci Kamii, é colocado que existe a possibilidade dos educadores ensinarem relações entre quantidades por meio da seguinte prática: cada criança receberá um prato com 20 fichas, após deverão jogar o dado e a quantia que sair corresponderá a quantidade de palitos que devem ser retirados do prato. A criança que esvaziar seu prato primeiramente será o ganhador. E, o último jogo é composto por uma sequência de trabalho, pois primeiramente o jogo deverá ser colocado em prática, sendo que a turma será organizada em grupos de 4 alunos, esses receberão dados coloridos e, cada cor será equivalente a uma determinada pontuação, conforme as crianças vão jogando, um participante do grupo vai anotando os pontos e ao final ele indicará o ganhador. Na sequência, vem a etapa 1, essa menciona que o professor, no segundo momento de jogo, deve circular durante a concretização dele e ficar atento a maneira como estão sendo registradas as pontuações, pois caso haja alguma confusão ele poderá fazer uma intervenção sugerindo a anotação dos pontos, mas não o procedimento que os educandos devem adotar. Posteriormente, na etapa dois, é sugerido que seja retomado os registros feitos pelos grupos, a fim de observarem quem foram os ganhadores. No entanto, se por algum motivo não for possível achar os vencedores, o educador pode fazer uma mediação conduzindo os alunos a encontrarem a solução (maneira como deveria ter acontecido o registro dos pontos). Já, a etapa 3 é o espaço que serve para retomar o cartaz com as anotações dos pontos e comparar os grupos, dado que, mais uma vez será possível anotar as conclusões, as quais viabilizarão retomar novas partidas. Para ilustrar, segue abaixo, a imagen de uma das propostas educativas que descrevemos.

Figura 1. Proposta pedagógica do livro Aprender com a criança: experiência e conhecimento.

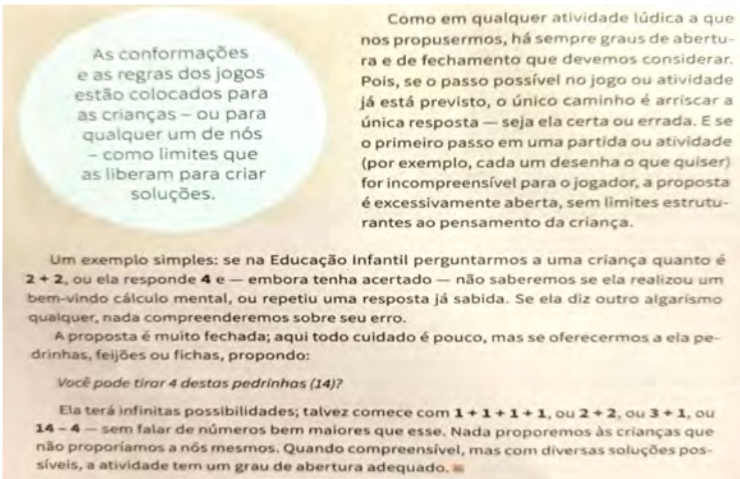
Ao concluir essa análise nota-se a presença do Conhecimento de Ensino de Matemática (KMT), pois na descrição dos jogos há os diversos instrumentos e as variadas maneiras de apresentar os conteúdos as crianças. Ainda, evidencia-se o Conhecimento das Características de Aprendizagem (KFLM), uma vez que, ao constar, em algumas ações, momentos de interação dos discentes e docentes para discutirem sobre a realização das tarefas como, por exemplo, a respeito de como está acontecendo o registro das pontuações, é possível verificar quais são os pontos fortes e as dificuldades associadas à aprendizagem das crianças, além das maneiras de interação delas com os conteúdos matemáticos.

Ademais, observou-se a presença de três ícones que estabelecem ligação entre conteúdo do livro e material gráfico ou de avaliação disponíveis no material digital para o professor, pois um deles menciona que há um vídeo sobre jogos matemáticos e resenha de um livro, outro traz uma resenha de livro sobre jogos em grupo na educação infantil e, o terceiro coloca que ele trata sobre jogos de contagem. Para demonstrar, trouxemos um dos ícones:

Figura 2. Ícone que estabelece relação do livro com o material digital.

Ao verificar essa parte é possível averiguar que o Conhecimento de Ensino de Matemática (KMT) se manifesta, pois ele abarca publicações de pesquisas na área matemática. Mas o Conhecimento dos Padrões de Aprendizagem em Matemática (KMLS), também é notado, já que ele corresponde aos materiais de produção do campo matemático.

Ainda, há dois textos que evidenciam temas importantes para a Educação Infantil, referências de autores e reflexões sobre a prática pedagógica, os quais podem ser lidos e estudados por todos os professores. O primeiro ocupa-se em trazer uma explicação sobre os procedimentos que geram esquemas de aprendizagem. Já, o segundo dispõe de uma reflexão sobre as regras dos jogos. Para ilustrar, tomamos como exemplo o seguinte texto:


As conformações e as regras dos jogos estão colocados para as crianças – ou para qualquer um de nós – como limites que as liberam para criar soluções.

Como em qualquer atividade lúdica a que nos propusermos, há sempre graus de abertura e de fechamento que devemos considerar. Pois, se o passo possível no jogo ou atividade já está previsto, o único caminho é arriscar a única resposta — seja ela certa ou errada. E se o primeiro passo em uma partida ou atividade (por exemplo, cada um desenha o que quiser) for incompreensível para o jogador, a proposta é excessivamente aberta, sem limites estruturantes ao pensamento da criança.

Um exemplo simples: se na Educação Infantil perguntarmos a uma criança quanto é **2 + 2**, ou ela responde **4** e — embora tenha acertado — não saberemos se ela realizou um bem-vindo cálculo mental, ou repetiu uma resposta já sabida. Se ela diz outro algarismo qualquer, nada compreenderemos sobre seu erro.

A proposta é muito fechada; aqui todo cuidado é pouco, mas se oferecermos a ela pedrinhas, feijões ou fichas, propondo:

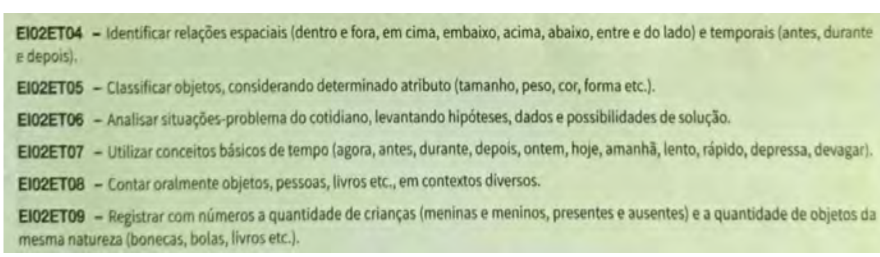
Você pode tirar 4 destas pedrinhas (14)?

Ela terá infinitas possibilidades; talvez comece com **1 + 1 + 1 + 1**, ou **2 + 2**, ou **3 + 1**, ou **14 – 4** — sem falar de números bem maiores que esse. Nada proporemos às crianças que não proporíamos a nós mesmos. Quando compreensível, mas com diversas soluções possíveis, a atividade tem um grau de abertura adequado.

Figura 3. Fragmento de um dos textos que destacam temas relevantes.

Ao sondar esses textos o Conhecimento de Ensino Matemático (KMT), mais uma vez, vem à tona, assim como o Conhecimento dos Padrões de Aprendizagem em Matemática (KMLS). Tais conhecimentos ficam evidentes pelo mesmo motivo do item anterior.

Por último, constatamos a presença do quadro que transcreve a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Isso ocorre, porque ele é formado pelos jogos propostos no livro, os códigos alfanuméricos e os objetivos de desenvolvimento e aprendizagem de cada um dos cinco campos de experiência da BNCC correspondentes a esses jogos apresentados no material. Isso pode ser visto na imagem a seguir.


EI02ET04 – Identificar relações espaciais (dentro e fora, em cima, embaixo, acima, abaixo, entre e do lado) e temporais (antes, durante e depois).

EI02ET05 – Classificar objetos, considerando determinado atributo (tamanho, peso, cor, forma etc.).

EI02ET06 – Analisar situações-problema do cotidiano, levantando hipóteses, dados e possibilidades de solução.

EI02ET07 – Utilizar conceitos básicos de tempo (agora, antes, durante, depois, ontem, hoje, amanhã, lento, rápido, depressa, devagar).

EI02ET08 – Contar oralmente objetos, pessoas, livros etc., em contextos diversos.

EI02ET09 – Registrar com números a quantidade de crianças (meninas e meninos, presentes e ausentes) e a quantidade de objetos da mesma natureza (bonecas, bolas, livros etc.).

Figura 4. Fragmento de um dos quadros.

Diante do exposto é mobilizado o Conhecimento dos Padrões de Aprendizagem em Matemática (KMLS), pois é esse conhecimento que está ligado as questões curriculares e, a BNCC é o currículo que está em ênfase na atual conjuntura da educação brasileira.

Com base no que foi discorrido, vê-se que o Conhecimento de Ensino de Matemática (KMT) e o Conhecimento dos Padrões de Aprendizagem em Matemática (KMLS) são os que mais ganham visibilidades seguidos do Conhecimento das Características de Aprendizagem (KFLM). Já os outros conhecimentos do MTSK não são mobilizados nesse fragmento que trouxemos, tal fato não indica que eles não apareçam em outros espaços dos livros, mas sinaliza que eles não ganham tanta importância como os que aqui se manifestaram. Logo, isso indica a existência de algumas lacunas em relação a formação dos professores e o ensino de matemática, as quais precisam ser sanadas com novos estudos e maior cuidado na constituição dos próximos livros.

Conclusão

Ao término da análise deste livro, em especial da parte que trouxemos para demonstrar, concluímos que não são mobilizado todos os conhecimentos do professor de matemática pertencentes ao modelo MTSK, pois o Conhecimento de Tópicos ou Temas (KOT), Conhecimento da Estrutura Matemática (KSM) e Conhecimento da Prática Matemática (KPM) não foram encontrados, assim deixando evidente que o Conhecimento da Matemática (MK) não é considerado tão importante quanto o outro domínio. Tal fato, causa inquietações e preocupações, pois não há como disponibilizar um ensino de qualidade as crianças das creches e pré-escola sem os educadores terem domínio desses conhecimentos.

Já o Conhecimento de Ensino de Matemática (KMT), o Conhecimento dos Padrões de Aprendizagem em Matemática (KMLS) e o Conhecimento das Características de Aprendizagem (KFLM) estão permeando o livro, algo que direciona ao entendimento de que o Conhecimento Didático do Conteúdo é o que mais preocupa os autores e editora. No entanto, ficar apenas nesses tópicos não é interessante, pois se há o desejo de realizar um ensino de matemática significativo é essencial quebrar paradigmas e desconstruir a ideia simplista de ensinar matemática nessa primeira etapa. E isso só ocorrerá quando os conhecimentos que não foram encontrados também forem anexados com o mesmo grau de importância dos que já estão presentes.

Portanto, é preciso realizar mais pesquisas com esse tipo de objeto (livro), pois é a partir da reflexão desses materiais que, futuramente, serão produzidos livros de melhor qualidade. E essa produção "ideal" é necessária, visto que, todos os professores da Educação Infantil da rede pública brasileira estão recebendo esses livros e quanto mais bem estruturados eles estiverem, melhor será a formação dos profissionais e consequentemente seu exercício de ensinar matemática.

Referências e bibliografia

Brasil. (2017). *Base Nacional Comum Curricular – BNCC***:** Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica.

Choppin, A. (2004). Histórias dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Educação e Pesquisa***.** São Paulo, v. 30, n. 3, p. 449.

Escudero-Domínguez, A., Escudero-Ávila, D., Aguilar-González, Á., Vasco-mora, D. (2019). El Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas em Educación Infantil para la Enseñanza de Geometría. In: Carrillo, J.; Codes, M.; Contreras, L. C. *IV Congresso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas.* Huelva: Universidad de Huelva, p. 219 – 227.

Flores-Medrano, E.; Escudero-Ávila, D.; Montes, M.; Aguilar, A.; Carrillo, J. (2014). Nuestra Modelación del Conocimiento Especializado del Professor de Matemáticas, el MTSK. *Um Marco teórico para el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas*. España.

Gil, A. C. (2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social.* 6. ed. São Paulo: Atlas.

Lüdke, M. A, André, M. E. D.A. (1986). *Pesquisa em Educação*: Abordagens qualitativas. São Paulo: EPU..

Montes, M. A., Contreras, L. C. y Carrillo., J. (2013). *Conocimiento del profesor de matemáticas*: Enfoques del MKT y del MTSK. In A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVII (p. 403-410). Bilbao: SEIEM.

Valente, W. (2008). *Livro didático e educação matemática*: uma história inseparável. Zetetiké – Unicamp, v. 16. n. 30.

Zambon, L. B, Terrazzan, E. (2013). *Políticas de material didático no Brasil:* organização dos processos de escolha de livros didáticos em escolas públicas de educação básica. Rev. bras. Estud. Pedagogia. (online). Brasília, v.94, n. 237.

Fonte consultada

Deheinzelin, M., Monteiro, P., Castanho, A. F. (2018). *Aprender com a criança:* experiência e conhecimento. Belo Horizonte: Autêntica Editora.

Movimento lógico-histórico na formação de professores de Matemática

Maria do Carmo de **Sousa**
Universidade Federal de São Carlos
Brasil
mdcsousa@ufscar.br

Resumo

Esta comunicação tem como objetivo apresentar dados de uma pesquisa que está em andamento, cuja problemática está na necessidade de se desenvolver situações desencadeadoras de aprendizagem de conceitos matemáticos para a Educação Básica, na perspectiva do movimento lógico-histórico, em ações de formação que contam com a participação de licenciandos e professores de Matemática. A pesquisa é qualitativa, de cunho teórico, fundamenta-se na teoria histórico-cultural e é denominada de estudo documental. São utilizadas fontes primárias, tais como: situações de aprendizagem elaboradas coletivamente, teses, dissertações, artigos e projetos políticos pedagógicos como forma de coletar as informações. Os resultados têm permitido que licenciandos e professores de Matemática compreendam como os nexos conceituais (internos e externos) de conceitos matemáticos podem ser definidos a partir do estudo de historiografias que possuem diferentes vertentes teóricas, bem como, elaborar, coletivamente, situações desencadeadoras de aprendizagem de conceitos que ensinam na Educação Básica, dentre eles, o de geometria esférica.

Palavras-chave: Teoria histórico-cultural; Historiografias de Matemática; Pensamento teórico; Nexos conceituais; História da Matemática; Situações desencadeadoras de aprendizagem; Atividade de Ensino; Geometria esférica; Conceitos matemáticos; Ações de formação.

Introdução

Ao investigarmos a formação de professores de Matemática, tanto inicial, quanto continuada, partimos do pressuposto de que se faz necessário que as universidades e seus respectivos cursos de licenciaturas e de extensão se preocupem em promover diferentes ações de formação relacionadas à História da Matemática, de forma que licenciandos e os professores de Matemática possam ter acesso e se apropriarem dos nexos conceituais (internos e externos) dos conceitos matemáticos que ensinam na Educação Básica.

Entendemos que nexos conceituais podem ser considerados elos existentes entre conceitos, os quais são elaborados historicamente pelas diversas culturas humanas. Tais nexos podem ser definidos e compreendidos por licenciandos e professores que atuam nas escolas de Educação Básica, na medida em que entram em contato com as diferentes vertentes de historiografias de Matemática, as quais indicam o movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos.

Do ponto de vista de Caraça (1998), esses nexos conceituais foram denominados de conceitos fundamentais da Matemática.

Aqui, o papel da História está relacionado ao elo existente entre a causalidade dos fatos e a possibilidade de criação de novas definibilidades do conceito, que permitam compreender a realidade estudada. Há aqui, a necessidade de se elaborar juízos sobre os conceitos.

Dessa forma, sugere-se que as ações de formação não apresentem aos licenciandos e professores de Matemática da Educação Básica, os conceitos prontos e acabados, mas que convidem licenciandos e professores a pensarem sobre tais conceitos, considerando-se que os ensinam, diariamente, para crianças e adolescentes com culturas matemáticas diferentes.

Nesse contexto, o movimento lógico-histórico contém nexos conceituais (internos e externos), os quais são construídos historicamente, nas diversas práticas sociais, em diferentes contextos políticos, culturais e sociais. Pode ser compreendido como perspectiva didática para o ensino de Matemática.

O movimento lógico-histórico dos conceitos quando compreendidos pelos profissionais do ensino podem se constituir em elementos didáticos que orientam os alunos a compreenderem boa parte do percurso das construções teóricas que se apresentam em ideias matemáticas. Ao se tornarem autores de situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA), os professores podem se tornar autônomos, de forma a romper com a didática tradicional que fundamenta práticas de ensino de Matemática que priorizam exclusivamente a memorização dos conceitos.

As temáticas estudadas nesta pesquisa que está em andamento e conta com financiamento do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) envolvem o estudo da relação entre o movimento lógico-histórico e as historiografias da Matemática, bem como, o planejamento e desenvolvimento de SDA no desenvolvimento de Atividades de Ensino (AE); a análise de uma forma mais geral de organização do ensino de Matemática, denominada de

Atividade Orientadora de Ensino (AOE) e a configuração do movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de Matemática.

E, as questões que vem sendo respondidas são: 1) a qual história estamos nos referindo quando pensamos em elaborar SDA que considerem o movimento lógico-histórico?; 2) que relações podem haver entre a história dos conceitos e as historiografias de Matemática?; 3) como elaborar SDA que se fundamentam no movimento lógico-histórico que possam orientar o ensino de Matemática na Educação Básica? 4) como as universidades públicas federais têm inserido a História da Matemática em cursos de licenciaturas?

Para esta comunicação mostraremos como estamos respondendo a terceira questão. Dessa forma, nos próximos itens apresentaremos os fundamentos teóricos, a metodologia da pesquisa, bem como, os nexos conceituais (internos e externos) da geometria esférica que foram estudados coletivamente, em uma ação de formação ocorrida no ano de 2020, em formato remoto, devido ao contexto de pandemia do Covid 19 e envolveu licenciandos e professores de Matemática.

Nesse contexto, elaboramos uma SDA, na perspectiva do movimento lógico-histórico, sobre geometria esférica, a partir do estudo da historiografia de Karlson (1961). Tal SDA é parte integrante da Iniciação Científica elaborada por Teixeira (2021), a qual contou com financiamento da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Fapesp).

Fundamentos teóricos e metodológicos

Entendemos que as aulas ministradas nos diversos níveis de ensino devem ter como objetivo convidar o estudante a humanizar-se pelo conhecimento. Devem permitir que haja um encontro afetivo com o conceito. No nosso caso, temos nos preocupado em, durante as ações de formação que ocorrem tanto nas disciplinas que ministramos, tais como: Metodologia de Ensino de Matemática, Estágio Supervisionado de Matemática para a Educação Básica, bem como, no contexto do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e em Atividades Curriculares de Ensino, Pesquisa e Extensão (Aciepes), na Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) chamar a atenção tanto dos licenciandos, quanto dos professores que ensinam Matemática na Educação Básica para o fato de que seria muito interessante que, durante o desenvolvimento de suas aulas, considerassem o movimento lógico-histórico dos conceitos que ministram.

Temos defendido que, entender o lógico e o histórico da vida, significa entender a relação existente entre a mutabilidade e a imutabilidade das coisas, bem como entender a relatividade existente entre o pensamento e a realidade objetiva.

A teoria de conhecimento, preconizada por Kopnin (1978), esclarece-nos que o histórico consiste no processo de mudança do objeto, nas etapas de seu surgimento e desenvolvimento.

O lógico é o meio pelo qual o pensamento realiza esta tarefa no processo de reflexão sobre o histórico, de forma que o lógico reflete os principais períodos da história do objeto.

Pensar o conceito de determinados objetos envolve pensar “a confluência, a síntese das mais diversas ideias, o resultado de um longo processo de conhecimento” (Kopnin, 1978, p. 191). Entender o movimento lógico-histórico do pensamento e dos objetos por ele estudado envolve entender o porquê nós seres humanos não nos habituamos em viver sob o jugo do imutável.

Segundo Kopnin (1978) o pensamento se desenvolve da teoria (ou lógica) à história e desta novamente à teoria (lógica) mediante as abstrações que se apresentam durante o seu desenvolvimento. É um processo contínuo e dinâmico que nunca tem fim.

Ora o formal do pensamento se transforma em histórico, ora o histórico se transforma no formal do pensamento, uma vez que o formal do pensamento está relacionado ao último estágio de rigor e abstração a que determinados povos ou civilizações conseguiram chegar, ou seja, o formal do pensamento está atrelado ao reconhecimento científico de uma determinada comunidade. É por este motivo que, defendemos uma proposta de ensino pela educação do conceito com base na dinâmica do movimento lógico-histórico dos conceitos.

Entendemos que quando uma proposta curricular enfatiza apenas o aspecto analítico e funcional dos conceitos está priorizando o conceito em seu aspecto simbólico, o qual representa o último estágio de rigor e de abstração do pensamento elaborado pela humanidade. As SDA decorrentes destas propostas e que são elaboradas pelo professor ao ensinar os conteúdos tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio priorizam o lógico, o formal e a fragmentação dos conceitos.

De forma geral parece que as áreas do conhecimento não se relacionam entre si. Aqui a relação lógica e formal se apresenta na intencionalidade do professor ao ensinar, fazendo com que o conteúdo concreto dos conceitos seja apreendido pelos alunos do Ensino Fundamental como sendo algo que está pronto e acabado, uma vez que, tanto alunos como professores não o (re)constroem para si, em sua subjetividade, na sala de aula.

Temos como hipótese e estamos comprovando, à medida que elaboramos e refletimos sobre as SDA que estudamos *com* licenciandos e professores de Matemática da Educação Básica que o entendimento do lógico-formal dos conceitos, ou seja, o entendimento do conteúdo concreto dos conceitos se dará a partir do momento em que as SDA priorizarem o movimento lógico-histórico do desenvolvimento dos conceitos presentes nos conteúdos.

Os estudos de Lanner de Moura e Sousa (2002) atentaram para o fato de que a dinâmica cognitiva presente no movimento dialético lógico-histórico da construção do conceito está presente, com características atuais para aquele que aprende, hoje, o conceito elaborado por aquela dinâmica. Educar seria proporcionar ao aluno um encontro pedagógico com os conceitos; a formação de uma visão de transformação e de movimento contínuo da realidade humana. Para que o professor e o futuro professor que atuará na Educação Básica possa reconstruir e (re)criar os conceitos que vai ensinar a partir de leituras da realidade em que vive torna-se necessário planejar SDA que tenham este processo como objetivo.

Ao acenarmos para um ensino que se fundamente no movimento lógico-histórico, estamos compartilhando do pensamento de Moisés (1999) que defende a relação lógico-histórica na prática pedagógica do professor, uma vez que tal relação "se configura, (...) no centro da ação pedagógica comprometida com a dinâmica que combina as dimensões do relacionamento humano do indivíduo/particular até o coletivo/geral" (Moisés, 1999, p. 68).

Faz-se necessário tornar este construto teórico dos conceitos tratados na Educação Básica. O que vem sendo proposto até então, nas inovações curriculares, ao nosso ver, não tem permitido a ele adquirir um conhecimento mais profundo que lhe permita entender as dificuldades dos estudantes e, esta obstrução não permite nem a um nem a outro entender o conhecimento científico como um processo de elaboração do próprio homem.

Metodologia da pesquisa

A pesquisa é qualitativa, de cunho teórico e caracterizada, segundo Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 102-103), como "bibliográfica ou histórico-bibliográfica (...). Esse tipo de pesquisa é também chamado de estudo documental, com ênfase nos "estudos tipicamente históricos", uma vez que, são utilizadas "fontes primárias", tais como: SDA, teses, dissertações, artigos e projetos políticos pedagógicos como forma de coletar as informações.

A metodologia do estudo se compõe dos seguintes momentos e estratégias: 1) A realização da análise lógica do conteúdo. Essa consiste em um estudo teórico sobre o movimento lógico-histórico de conceitos tratados na Educação Básica. O estudo remete, necessariamente, a uma pesquisa bibliográfica que envolve tanto historiografias da Matemática, quanto as relações que envolvem as historiografias da Matemática e o movimento lógico-histórico. 2) A proposição de SDA de Matemática. Essa consiste em um estudo teórico sobre o movimento lógico-histórico e análise e elaboração de SDA de Matemática que tratem de conteúdos da Educação Básica. A elaboração das situações conta tanto com a participação de licenciandos do curso de Matemática da UFSCar, quanto com a participação dos professores da Educação Básica que desenvolvem pesquisas, em programas de pós-graduação em Educação (Acadêmico e Profissional), em nível de Mestrado e Doutorado que estejam inseridos do "Grupo de Pesquisa Formação Compartilhada de professores – Escola e Universidade (GPEFCom)", o qual está sob a nossa coordenação. 3) Aprofundamento teórico sobre como a História da Matemática vem sendo inserida nos cursos de licenciatura de Matemática das universidades públicas federais brasileiras. Essa consiste em um estudo sobre projetos pedagógicos dos cursos de Matemática de universidades públicas federais brasileiras, bem como, do levantamento e análise de teses, dissertações e artigos publicados em periódicos que tratem da mesma temática.

Essa comunicação está diretamente relacionada ao segundo momento, uma vez que tem como objetivo apresentar as ideias centrais de uma SDA que foi elaborada, conjuntamente com os licenciandos e profesores de Matemática, em uma ação de formação, em março de 2020, no formato remoto, devido à pandemia do Covid-19. Todos os momentos do processo fazem parte do diário de campo da pesquisadora para a configuração dos dados da investigação.

Concordamos com Lanner de Moura (1995) que, para atingir resultados que promovam o avanço da área de conhecimento em que se insere o problema, é necessário haver uma estreita articulação entre conteúdo da pesquisa e metodologia.

Dessa forma, concebemos que, se a teoria for sendo construída no processo da pesquisa, movimento idêntico deverá acontecer com a metodologia.

Nesse sentido, o método não é algo externo à pesquisa, a ela ajustável como se ajusta uma roupa ao corpo, mas é constituído das ideias e ações que vão trançando coerentemente todos os elementos da investigação.

É ele que dá garantia da não-separação entre o conhecedor (o pesquisador), o conhecimento (o que será construído através da pesquisa) e o conhecido (os conhecimentos já produzidos a respeito do tema da pesquisa) de forma que conjugue todos estes elementos num conhecimento não-fragmentado da realidade investigada.

Por esses motivos, nos detemos a traçar os aspectos metodológicos possíveis de serem previstos antes de desencadear o processo de investigação. Destacamos dois tipos de instrumentos usados durante o desenvolvimento da pesquisa, aqueles que estão contribuindo para a construção dos fatos: os textos teóricos já produzidos e as SDA de Matemática que estão sendo elaboradas, especialmente, por licenciandos e professores da Educação Básica.

Esses instrumentos possibilitam considerar o movimento mais geral da pesquisa.

A SDA abrange duas características essenciais para cumprir os objetivos da pesquisa: 1) Constituir-se num instrumento de ensino e de pesquisa, isto é, ser planejada pela pesquisadora com ou sem a participação de licenciandos do curso de Matemática, da UFSCar e/ou professores de Matemática da Educação Básica, tendo por meta a obtenção de dados reveladores da relação que podem envolver a organização do ensino na sala de aula. 2) Ser instrumento de formação dos professores, especialmente, nos cursos de licenciaturas, ao proporcionar-lhes a aprendizagem de como se elabora uma SDA, a partir do movimento lógico-histórico.

A análise dos dados segue uma linha interpretativa cuja característica é a particularização, ao invés da generalização de resultados. A busca não é de universais abstratos, aos quais se chega, segundo Moreira (1990), através de generalizações estatísticas, mas sim de universais concretos, que se atinge através do estudo detalhado de um caso específico, localizado culturalmente. Para tanto estamos construindo categorias que representem quais nexos conceituais (internos e externos) foram estudados para elaborar a SDA de geometria esférica, considerando-se a historiografía de Karlson (1968).

Estudo do movimento lógico-histórico da geometría esférica na formação de professores

No período de 31/08/2020 à 14/01/2021 desenvolvemos uma ação de formação *com* licenciandos e profesores de Matemática da Educação Básica, no formato de curso de extensão intitulado: “O ensino de geometria esférica para alunos do ensino médio: como trabalhar remotamente?”, o qual estava diretamente relacionado ao projeto de Iniciação Científica "O estudo de geometria esférica para alunos do ensino médio: cenário para investigação em sala de aula e a interdisciplinaridade" (Teixeira, 2021), financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Fapesp), o qual teve como objetivo desenvolver uma proposta *com* alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola de São Carlos.

Para tanto, estudamos o movimento lógico-histórico da geometria esférica a partir da historiografía de Karlson (1961) e pudemos definir os nexos conceituais (internos e externos) do conceito de geometría esférica e elaboramos uma SDA, que foi denominada de situação problema por Teixeira, Zampieri e Sousa (2021).

Karlson (1961, p. 273-275) apresenta-nos o movimento lógico-histórico da geometria esférica a partir de afirmações e questões, tais como: "esta proposição básica da geometria 'comum' [da soma dos ângulos internos de um triângulo ser 180°] tornou-se para nós uma afirmação natural evidente; não precisamos ir muito longe, porém, para abandonarmos o domínio que ela vigora", ou ainda, pensarmos sobre: "Que é um triângulo sobre a superfície esférica?", ou "Que são, porém os lados do triângulo, as linhas que unem os vértices?", ou "que propriedades distingue a reta de todas as outras linhas? podemos tomar o planeta Terra como um experimento. Em seguida, o mesmo autor propõe alguns cortes que permitem visualizar um triângulo esférico, cuja soma dos ângulos dá 270°, conforme mostra a figura 1 a seguir:

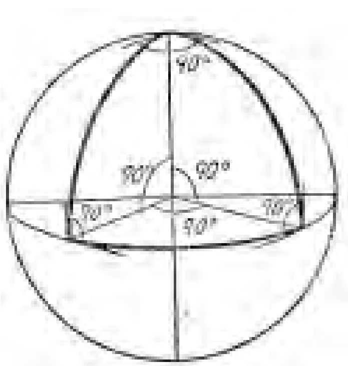


Figura 1. Imagem estática com a representação de um triângulo esférico, cujo valor da soma dos ângulos é 270°.

Na sequência, o autor propõe alguns questionamentos que nos levam a refletir sobre o conceito de excesso esférico. Sugere ainda dividir o triângulo do experimento ao meio, convidando-nos, novamente, para nos atentarmos ao que acontece com o excesso esférico do novo triângulo. E, por fim, sugere que pensemos acerca de uma divisão sucessiva em cada triângulo resultante do experimento, observando o que acontece com o excesso esférico em cada novo triângulo (Karlson, 1961).

Essa abordagem do conceito de geometria esférica nos propiciou compreender os elos existentes entre conceitos, os quais denominamos de nexos internos: triângulo esférico com três ângulos retos, axiomas e teoremas euclidianos (e como eles se aproximam e ao mesmo tempo destoam dos fundamentos da geometria esférica), excesso esférico e relações com a área dos triângulos, biângulo esférico (ou fuso esférico).

O estudo permitiu-nos elaborar uma SDA coletiva que abordasse os referidos nexos conceituais (internos e externos) por meio de experimentos com laranja, os quais foram estudados durante a ação de formação para serem propostos aos estudantes do Ensino Médio, por meio de vídeos, com perguntas que os levassem a compreender o que vem a ser triângulo e excesso esférico, conforme mostra a figura 2 a seguir:

Figura 2. Imagem estática do vídeo produzido por Teixeira (2021) para abordar triângulo esférico e excesso esférico.

A configuração da SDA nos levou a um aprofundamento acerca das funcionalidades das tecnologias digitais com as quais abordamos os conceitos, tanto para a produção do primeiro vídeo com o intuito de convidar os estudantes a fazer o experimento com as laranjas, quanto para dar sequência à SDA, que envolveu a produção de um segundo vídeo que propunha a ampliação do experimento por meio do uso da realidade aumentada com uso do GeoGebra.

O estudo acerca dessa historiografia, nos proporcionou obter certo avanço teórico acerca dos conceitos de geometria esférica e inspiradas no experimento proposto pela historiografia de Karlson (1961), na interação com os artefatos tecnológicos a que recorremos para a produção dos vídeos e para as construções realizadas com o GeoGebra, conseguimos adaptar a SDA desejada, de modo a valorizar a compreensão conceitual em detrimento dos procedimentos algébricos que levariam imediatamente às fórmulas e, consequentemente, à memorização delas, caso fizéssemos uso apenas dos elementos teóricos que compõem a lógica formal.

Considerações finais

Ao estudar historiografias de Matemática com vertentes teóricas distintas, licenciandos e professores de Matemática da Educação Básica têm a oportunidade de construir para si, tanto o conceito de nexos conceituais (internos e externos), quanto de AOE, bem como, compreender as SDA como parte da AE. No caso da AOE a SDA é o problema que desencadeia os processos de aprendizagem do conceito como objeto da atividade.

Ao propormos que o movimento lógico-histórico seja considerado perspectiva didática para o ensino de Matemática chamamos a atenção para o fato de que é possível romper com a didática tradicional que frequenta a maioria das escolas e, consequentemente, com uma organização de ensino de Matemática que desconsidera, que ignora a história dos conceitos matemáticos.

Dessa forma, licenciandos e professores de Matemática da Educação Básica podem compreender porque as SDA consideram: 1) o movimento lógico-histórico do conceito que está sendo estudado; 2) os momentos dialéticos de sua formação e 3) a vivência na participação dos sujeitos vinculada a um processo reflexivo-ativo-explicativo, dimensionado pela dinâmica relacional indivíduo-grupo-classe.

Referências e bibliografia

Caraça, B. J. (1998). *Conceitos fundamentais da Matemática*. Portugal – Gradiva.

Fiorentini, D.; Lorenzato, S. (2007). *Investigação em Educação Matemática. Campinas*: Autores Associados.

Karlson, P. (1961). A Magia dos Números: a matemática ao alcance de todos. Coleção Tapete Mágico XXXI, Editora Globo.

Kopnin, P. V. (1978). *A Dialética como Lógica e Teoria do Conhecimento*. R. J., Editora Civilização Brasileira.

Lanner de Moura, A R. e Sousa, M.C. (26 a 29 de maio de 2002). O lógico-histórico: uma perspectiva didática da álgebra na formação de professores. *Goiânia, XI Endipe - Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino*,

Lanner de Moura, A. R. (1995). A medida e a criança pré-escolar. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação da UNICAMP

Moisés, R. P. (1999). *A resolução de problemas na perspectiva histórico/lógica: o problema em movimento*. Faculdade de Educação. USP/SP. Dissertação de Mestrado.

Moreira, M. A. (1990). *Pesquisa em Ensino: o vê Epistemológico de Gowin*. S.P., E.P.U.

Teixeira, F., Zampieri, M.T. e Sousa, M.C. (2021). Triângulo esférico, sua área e outros conceitos: experimentos por meio de vídeos e do geogebra em um curso de formação de profesores. *Educação Matemática em pesquisa: perspectivas e tendências* - volume 3. Editora Científica. https://www.editoracientifica.com.br/articles/code/210404378

Noticing docente para promover la modelación y argumentación

Horacio **Solar** Bezmalinovic
Facultad de Educación, Pontificia Universidad Católica de Chile
Chile
hsolar@uc.cl
Chile
Andrés **Ortíz** Jiménez
Facultad de Educación, Universidad Católica de la Santísima Concepción
aortiz@ucsc.cl
Chile
Sara **Rivera** Herreros
Facultad de Educación, Universidad Católica de la Santísima Concepción
sriveraherreros@gmail.com

Resumen

Gran parte de los estudios en mirada profesional (noticing) del docente de matemáticas tienen como foco el pensamiento matemático de los estudiantes. El estudio del noticing docente en competencias matemáticas, como la modelación o argumentación, requiere de una ampliación en el foco del noticing, para incluir aspectos relacionados con la naturaleza de las competencias matemáticas como son actividades matemáticas más informales y la interacción en grupo. A partir de un análisis, de 186 episodios de verbalizaciones, de 5 estudios de caso de docentes que participaron en un programa formativo para promover argumentación y modelación en el aula, se elaboró una caracterización del noticing docente en competencias con dos focos: Caracterización de la argumentación y modelación, y promoción de la misma. Se encontraron distinciones importantes sobre cómo se interpreta cada competencia, según una mirada simple o especializada de ellas.

Palabras clave: Noticing docente; Competencias matemáticas, Argumentación; Modelación; Desarrollo profesional docente.

Introducción

Cada vez hay más países que han realizado reformas profundas en el currículum de matemáticas para que los estudiantes puedan desarrollar competencias matemáticas (Mineduc, 2013, 2019; BOE, 2022). Estas reformas se sustentan en la visión de competencias matemáticas (Niss y Højgaard, 2019) que se extendió en la comunidad internacional a través de los informes PISA (OCDE, 2019). Para estos cambios, se requieren a docentes que posean una visión profesional (Mason, 2002) para promover competencias matemáticas en los estudiantes. Una de las competencias importantes a desarrollar en los docentes de matemáticas, es la competencia de mirar profesionalmente o *noticing* en inglés (Llinares, 2013). Si bien existen varias conceptualizaciones de noticing (Santagata y Yeh, 2016), una de las más conocidas es la de van Es y Sherin (2002), entendida como una habilidad constituida por tres dimensiones: *atender* a acontecimientos relevantes en una situación de enseñanza, *utilizar* el conocimiento del contexto para el razonamiento sobre los acontecimientos identificados y *establecer conexiones* entre acontecimientos específicos y principios más amplios de enseñanza y aprendizaje. Gran parte de los estudios en noticing docente tienen como foco el pensamiento matemático de los estudiantes (Sánchez-Matamoros et al., 2019).

El desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes, requiere de maneras distintas de entender los procesos de enseñanza de los objetos matemáticos. La realidad en muchos países es que la prácticas de los docentes se siguen direccionando principalmente al logro de objetivos de aprendizaje centrados en los "contenidos", con patrones de interacción cerrados (Solar y Goizueta, en prensa;). En cambio, el promover competencias matemáticas se centra en el estudiante e involucra actividades más informales, experienciales e inspiradoras (Cevikbas et al., 2022).

Dada esta necesidad de cambiar el foco en las prácticas de los docentes, cabe preguntarse si poner únicamente el foco en el pensamiento de los estudiantes es suficiente para el desarrollo del noticing en competencias matemáticas, lo que lleva a ampliar su foco a cómo un docente promueve competencias matemáticas en los estudiantes, lo que eventualmente incluiría miradas de las interacciones entre el docente y el estudiante, para identificar e interpretar aspectos relacionados con la naturaleza de las competencias matemáticas. De todas las competencias matemáticas (Niss y Højgaard, 2019), varias investigaciones y propuestas han puesto el foco en promover competencias de modelación, donde a partir de un fenómeno real que requiere ser modelado, los estudiantes transitan por un ciclo de procesos matemáticos (Borromeo y Blum, 2009; Maaß, 2006); y de argumentación, donde los estudiantes deben convencerse a sí mismo, como a otros, de la validez de un razonamiento (Krummheuer, 1995). Incluso se ha estudiado las relaciones entre ambas competencias matemáticas (Tekin-Dede, 2019; Solar et al, 2022), dando cuenta que la modelación y argumentación se relacionan con aspectos esenciales de la actividad matemática de los estudiantes.

La problemática descrita y los intereses de estudio manifestados se pueden formular en la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuál es el foco del noticing docente en el análisis de la modelación y argumentación en el aula de matemáticas?

Metodología

Se ha diseñado una investigación cualitativa con un enfoque de estudio de casos múltiples exploratorio (YIN, 2014). Este estudio se enmarca dentro de un proyecto mayor en el que se implementó un proceso formativo destinado a profesores de educación primaria en ejercicio, cuyo propósito principal fue analizar la importancia y las características de las competencias de modelación y argumentación en el aula de matemáticas. Se realizó un programa de desarrollo profesional con nueve profesoras de matemática para apoyarlas a promover argumentación y modelación en el aula. El programa consistió en 15 sesiones de tres horas cada una. Concluido el proceso formativo, se consideraron como casos a cinco docentes que participaron de más del 75% del proceso formativo: Carola de 1º grado, Soledad de 3º grado; Estrella de 7º grado, Matilde de 7º grado y Ángela de 8º grado. Todas estas docentes contaban con un experiencia en la promoción de la argumentación, pero no en la modelación.

El proceso formativo se registró por medio de grabaciones de audio y video. Para este estudio se utilizaron 9 sesiones de las 15 sesiones en que las docentes analizaron situaciones de aprendizaje por medio de un video, excluyendo las sesiones en que no hubo análisis de situaciones de aula, tales como exposiciones del facilitador o que estuvieron destinadas a un trabajo individual de las docentes.

Estrategia de análisis

A partir de los videos de las sesiones filmadas, se realizó una transcripción de todos los episodios en que se observó a los cinco casos de estudio realizar verbalizaciones de noticing sobre las competencias de modelación y argumentación. Se identificaron un total de 186 episodios de verbalizaciones, los cuales se agruparon por sesión y por caso. Se utilizaron dos dimensiones para codificar las verbalizaciones de noticing de los casos: la *caracterización de las competencias matemáticas y la promoción de las competencias matemáticas*. En cada una de estas dimensiones, se generaron códigos por episodio, y por medio de un proceso de comparación constante, los códigos fueron clasificados en categorías y subcategorías para caracterizar el foco del noticing de las docentes acerca de las competencias matemáticas. Para el primer foco de *caracterización de las competencias matemáticas* se levantaron cuatro categorías, con sus respectivos subcategorías, y para el foco *promoción de las competencias matemáticas* se levantaron 4 categorías, con sus respectivas subcategorías. Estas clasificaciones fueron revisadas en conjunto con el equipo de investigadores por medio de un contraste con la literatura.

Resultados

Un resultado importante en la codificación de los episodios, fueron las identificaciones del noticing de las docentes acerca de las competencias matemáticas. En el foco de caracterización de la modelación, un primer tipo de identificación denominada “caracterización curricular”, asocia la modelación a aspectos como la resolución de problemas o a un tipo de representación; en cambio un segundo tipo de identificación es asociarla como un proceso cíclico (Maaß, 2006), en que a partir de un fenómeno de la vida real se realizan simplificaciones, matematizaciones, interpretaciones y otros procesos que permiten identificar, usar y evaluar modelos matemáticos. En el foco de la caracterización de la argumentación, un primer tipo de identificación que también se denominó como “caracterización curricular” asocia la argumentación a procesos atomizados de explicación o justificación, o en lograr una demostración; en cambio, un segundo tipo de identificación se asocia a una visión de convencerse a sí mismo, como a otros, de la validez de un razonamiento (Krummheuer, 1995).

En el foco de cómo promover la argumentación y modelación, de igual modo que en el foco anterior, se encontraron dos tipos de identificación para cada competencia matemática. En modelación, un primer tipo denominado "promover modelación según caracterización curricular de la modelación", se caracteriza porque el docente se focaliza en procesos atomizados, en intervenciones directivas y en tareas con condiciones insuficientes para favorecer la modelación; en cambio, un segundo tipo de identificación tiene relación con promover la modelación como proceso, la cual involucra acciones docentes de propiciar distintas fases del ciclo de modelación, proponer tareas que permiten promover modelación a partir de argumentación, o cuando se refieren a gestiones de los procesos internos del ciclo de modelación para andamiarlos. Para el foco de promover la argumentación, una primera identificación denominada "promover argumentación según visión curricular de la argumentación" se asocia a estrategias aisladas de participación, tareas que no consideran la aparición de diferentes respuestas o procedimientos, o cuando se consideran todas las instancias de participación y discusión de los estudiantes como instancias argumentativas; en cambio un segundo tipo de identificación es promover argumentación como convencer a otros cuando las docentes hacen observaciones o proponen acciones en las que apuntan al uso de tareas que permitan la aparición de respuestas o estrategias abiertas para su resolución, cuando emplean estrategias comunicativas especializadas para fomentar la discusión, o cuando emplean prácticas para la orquestación de discusiones. En la tabla 1 se presenta los dos focos, descritos en términos de la identificación y los distintos tipos que hemos encontrado.

Tabla 1
Caracterización del noticing docente en torno a argumentación y modelación

Foco	Identificación	Tipo de identificaciones
Caracterización modelación y argumentación	Caracterización curricular de modelación	Modelación como parte de la resolución de problemas - Modelación como un tipo de representación
	Caracterización curricular de argumentación	- Procesos atomizados: Explicar, Justificar, - Demostración- Argumentación matemática
	Caracterización modelación como proceso (Borromeo y Blum, 2009; Maaß; 2006)	- Modelación como un ciclo que incluye fases - Diferencia de pertinencia de modelos (curricular, realización de cálculos, representatividad) - Modelación de fenómenos reales (físicos, sociales, etc.)
	Caracterización de argumentación como convencer a otros (Krummheuer, 1995)	- Argumentación como estructura argumentativa - Foco en contraponer razonamientos

Promover argumentación y modelación	Promover modelación según caracterización curricular de la modelación	- Foco en procesos atomizados - Foco en intervenciones directivas - Foco en condiciones de tareas matemáticas insuficientes u obstaculizadoras
	Promover argumentación según visión curricular de la argumentación	- Foco en estrategias aisladas de participación - Foco en condiciones de tareas cerradas - Foco en instancias de participación o discusión como un proceso argumentativo
	Promover modelación como proceso (Schukajlow et al., 2015; Tropper et al., 2015)	- Foco en condiciones de tareas matemáticas que propician la aparición de modelos - Gestión de procesos internos de modelación - Distinción en énfasis de gestiones de modelación y argumentación
	Promover argumentación como convencer a otros (Solar y Deulofeu, 2016)	- Foco en condiciones de tareas abiertas - Foco en estrategias comunicativas especializadas - Foco en uso de prácticas para la orquestación de discusiones.

Discusión y conclusiones

En el primer foco, que tiene relación con el noticing docente acerca de la caracterización de la argumentación y modelación, se encontraron dos tipos de identificaciones: La primera identificación, responde a una visión más simple, que puede estar asociada a una interpretación del docente de lo que señala el curriculum acerca la modelación o de la argumentación, por ello se ha denominado como caracterización curricular. Las Bases Curriculares en Chile han tenido cambios importantes en las competencias matemáticas, desde una mirada más simplista (Mineduc, 205) a una más compleja (Mineduc, 2021), lo que puede estar influyendo en las percepciones de los docentes de matemáticas. La segunda distinción en cambio responde a una mirada más especializada, basada en lo que la investigación señala acerca de la modelación o de la argumentación. En el segundo foco que tiene relación con el noticing docente de cómo promover la argumentación y modelación, la primera distinción se basa en una mirada instruccional que habitualmente implica clases muy estructuradas con tareas matemáticas cerradas (Solar y Goizueta, 2022), en cambio la segunda distinción va de la mano de poner el acento en la interacción en el aula entre estudiantes, con clases menos estructuradas (Cevikbas et al., 2022)

Una discusión relevante de este estudio son las diferencias entre un noticing centrado en el pensamiento del estudiante de uno centrado en competencias como lo son la argumentación o modelación. En la primera, el desarrollo del noticing docente tiene relación con un avance en el conocimiento profesional, en el aprendizaje de la disciplina y pone un foco en como el docente es capaz de interpretar el pensamiento del estudiante. En cambio, desde la mirada de la argumentación o modelación, en este estudio se aprecian visiones en los docentes con distinciones en su mirada, una más simple basada en su visión curricular, o específica que se asocia a lo que la literatura ha reportado.

Los resultados tienen implicaciones importantes para el profesorado, ya que las dimensiones encontradas del noticing docente pueden aportar para el desarrollo de pautas de observación para el aula de matemáticas en competencias matemáticas. Otra implicación importante es dar un mayor énfasis a las acciones docentes para promover competencias matemáticas en la formación inicial y permanente.

Referencias y bibliografía

Borromeo-Ferri R. & Blum, W. (2009). Insight into Teachers' Uncinscious Behaviour in Modeling Contexts. En R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students´ Mathematical Modeling Competencies* (pp. 423-432). New York, NY: Springer. DOI 10.1007/978-1-4419-0561-1_36

Creswell, J. (2011). *Educational research: planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research (4th ed).*

Cevikbas, M., Kaiser, G., & Schukajlow, S. (2022). *A systematic literature review of the current discussion on mathematical modelling competencies: state-of-the-art developments in conceptualizing, measuring, and fostering*. *Educational Studies in Mathematics* (Vol. 109). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10104-6

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM – Mathematics Education*, 38(2), pp. 113-142.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. Routledge Falmer: Londres.

Llinares, S. (2013). Professional Noticing: a component of the Mathematics teachers' professional practice. *SISYPHUS- Journal of Education*, 1(3), 76-93.

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. En P. Cobb y H. Bauersfeld (Eds.), T*he emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229–269). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Niss, M. & Højgaard (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics* 102, 9–28

MINEDUC (205). *Bases curriculares 7º básico a 2º medio*. Santiago: Autor.

MINEDUC (2021). *Bases curriculares 3º medio a 4º medio*. Santiago: Autor.

OECD (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework (PISA*). OECD Publishing: Paris. https://doi.org/10.1787/b25efab8-en

BOE (2022). Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria.España. Boletín Oficial del Estado: España

Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C., & Llinares, S. (2015). Developing Pre-Service Teachers' Noticing of Students' Understanding of the Derivative Concept. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(6), 1305–1329. https://doi.org/10.1007/s10763-014-9544-y

Santagata, R., & Yeh, C. (2016). The role of perception, interpretation, and decision making in the development of beginning teachers' competence. *ZDM – Mathematics Education*, 48(1–2), 153–165. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0737-9

Solar, H. y Goizueta (en prensa). Emergencia de patrones de interacción al promover la argumentación en el aula de matemáticas. *Educación Matemática*

Solar, H., Ortiz, A., Arriagada, V., & Deulofeu, J. (2022). Argumentative orchestration in the mathematical modelling cycle in the classroom. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *18*(8), em2141.

Tekin-Dede, A. (2019). Arguments constructed within the mathematical modelling cycle. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* 50(2), 292-314. https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1501825

Van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2002). Learning to Notice : Scaffolding New Teachers ' Interpretations of Classroom Interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10, 571–596.

Yin, R (2014). *Case study research: design and methods (5th. ed.).* Sage.

O estágio supervisionado e a formação inicial de professores: a construção do "ser docente"

Karla Aparecida **Lovis**
Instituto Federal do Paraná - Campus Capanema
Brasil
karla.lovis@ifpr.edu.br
Gabriel dos Santos e **Silva**
Instituto Federal do Paraná - Campus Capanema
Brasil
gabriel.santos22@gmail.com
Ani Tais **Witt**
Instituto Federal do Paraná - Campus Capanema
Brasil
aniwitt.capanema@gmail.com
Bibiana **Canton**
Instituto Federal do Paraná - Campus Capanema
Brasil
bibianacantton@hotmail.com.br
Joice **Carpenedo**
Instituto Federal do Paraná - Campus Capanema
Brasil
joice.carpenedo@hotmail.com.
Leticia Thais **Keil**
Instituto Federal do Paraná - Campus Capanema
Brasil
leticiakeil15@gmail.com
Luana Michele Kramer **Heinen**
Instituto Federal do Paraná - Campus Capanema
Brasil
luanamkramer@gmail.com

Resumo

O objetivo deste trabalho é apresentar as reflexões oriundas das experiências vivenciadas por 5 acadêmicas de um curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública, localizada no sudoeste do estado do Paraná-Brasil, nas componentes curriculares de Estágio Supervisionados I e II, para os anos finais do Ensino Fundamental e Estágio Supervisionado I para o Ensino Médio, evidenciando a formação inicial de professores. As práticas de estágio foram realizadas em escolas públicas da região. Os relatos apresentados demonstram a importância dos estágios na formação inicial. Observa-se que, as experiências de cada acadêmica influenciaram em como lidaram com seu estágio e com a sua constituição do "ser professor". Além disso, tiveram a oportunidade de conhecer as dificuldades de ser professor em sua própria vivência. Outro aspecto observado foi a relação entre teoria e prática.

Palavras-chave: Educação Matemática; Estágio Supervisionado; Formação de Professores; Relatos de Experiência; Construção do Ser Docente.

Introdução

Este relato é fruto das experiências vivenciadas nos Estágio Supervisionados I e II, para as séries finais do Ensino Fundamental e Estágio Supervisionado I para o Ensino Médio, componentes curriculares obrigatório presente na matriz curricular do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Paraná - Campus Capanema.

Os estágios apresentam-se como uma importante etapa para formação dos futuros docentes de matemática. O estágio supervisionado tem como um dos principais objetivos introduzir o acadêmico ao seu futuro ambiente de trabalho, visando conhecer o espaço físico, seus aspectos sociais, econômicos e históricos, por meio da iniciação à docência, da realização de oficinas, regência, escrita de relatórios, entre outros.

O objetivo deste trabalho é apresentar as experiências de 5 acadêmicas do curso de Licenciatura em Matemática, durante a realização dos Estágios Supervisionados I e II, nos anos finais do Ensino Fundamental e do Estágio Supervisionado I, no Ensino Médio, evidenciando seu processo de formação inicial. Até o momento foram executadas atividades para conhecer o espaço físico da escola, seus aspectos sociais, econômicos e históricos, por meio da análise do Projeto Político Pedagógico da instituição, das observações das aulas, realização de oficinas, regência e produção de relatórios dos estágios.

Fundamentação teórica

No âmbito dos cursos de formação de professores, especificamente, de Matemática, o Estágio se constitui como um momento privilegiado de aprendizagem e de desenvolvimento profissional (Teixeira, 2013). É durante a realização do Estágio, em suas diferentes etapas, que os futuros professores têm contato com a realidade das escolas, com estudantes em situações de aprendizagem, vindo dos mais diversos contextos e com as mais diversas dificuldades. É nesse ínterim que se busca promover um espaço para que os futuros professores se insiram nas tensões provocadas pelas realidades escolares.

Pimenta e Lima (2006, p.14) apresentam uma concepção de Estágio em que se busca uma superação da dicotomia entre teoria e prática, entendendo-o como pesquisa. Para as autoras, essa perspectiva

> [...] se traduz pela mobilização de pesquisas que permitam a ampliação e análise os contextos onde os estágios se realizam. Mas também e, em especial, na possibilidade de os estagiários desenvolverem postura e habilidades de pesquisador a partir das situações de estágio, elaborando projetos que lhes permitam ao mesmo tempo compreender e problematizar as situações que observam.

Nesse sentido, os futuros professores se tornam, além de estudantes e estagiários, pesquisadores de sua própria prática. Com isso, o futuro professor,

> [...] por ter sólida formação teórica, consegue criar respostas aos desafios encontrados em sua práxis docente, considera o ato docente situado nos contextos escolares; com amplo e sólido conhecimento dos contextos social e político que envolve o ensino; sobre as realidades onde vivem seus alunos; com conhecimentos da teoria da educação e da pedagogia em conexão com a práxis pedagógica docente, para analisar, compreender e criar procedimentos de ensino para assegurar as aprendizagens; para serem participantes ativos na reinvenção das práticas e das escolas; com sólida formação teórica que lhes permita compreender as realidades nas quais atua/atuará e propor coletivamente caminhos para assegurar as aprendizagens e o desenvolvimento de todos os alunos que passaram a ter acesso à escolaridade (Pimenta, 2019, p.24).

Godoy e Soares (2014) afirmam que as diferentes etapas do estágio contribuem para a formação de um professor pesquisador de sua própria prática. Para as autoras, a observação auxilia no conhecimento do ambiente escolar e no planejamento das aulas, oficinas e intervenções pedagógicas, a partir do momento em que os futuros professores se deparam com as práticas existentes na realidade em que atuará; além da observação, o estudo dos projetos pedagógicos e de outros documentos também auxiliam no conhecimento das particularidades da escola. A regência, por sua vez, torna-se um momento para que os futuros professores tenham um papel ativo em seus processos de aprendizagem, podendo lançar mão de diferentes métodos e estratégias de ensino (Teixeira, 2013). A etapa da produção do relatório de estágio constitui-se um espaço para reflexão das práticas vivenciadas no âmbito da observação e da regência em um movimento de "ação-reflexão-ação" (Godoy & Soares, 2014).

Aspectos metodológicos

O curso de Matemática do IFPR – Campus Capanema, iniciou suas atividades no ano de 2019. O curso tem 4 anos de duração, sendo dividido em 8 semestres. Uma das etapas do curso é o estágio supervisionado. Os estágios iniciam no 5º período do curso e estão divididos em 4 componentes curriculares, a saber: Estágio Supervisionado I e II, para as séries finais do Ensino Fundamental e Estágio Supervisionado I e II para o Ensino Médio. Cada componente curricular tem duração de 33 horas e cada etapa do estágio tem duração de 100 horas.

As horas do estágio são organizadas da seguinte forma: para as etapas I, tanto do estágio do ensino fundamental quanto do ensino médio, os acadêmicos fazem o processo de reconhecimento do ambiente escolar, dos documentos institucionais, tais como o projeto político pedagógico, bem como observação das aulas, escrita e aplicação de oficinas pedagógica e escrita de relatório. Para as etapas II, tanto no estágio do ensino fundamental quanto do ensino médio, os acadêmicos realizam observações de aulas, escrita dos planos de aula, para posteriormente realizarem a regência. Por fim, produzem um relatório do estágio.

Os dados da pesquisa foram obtidos durante a realização das 3 primeiras etapas dos estágios, por meio dos relatórios de estágio e de relatos de experiências apresentados pelas acadêmicas (Canton & Silva, 2022; Carpenedo & Silva, 2022; Heinen & Silva, 2022; Keil & Silva, 2022; Witt & Silva, 2022). Participaram da pesquisa 5 acadêmicas do curso, que também auxiliaram na escrita deste trabalho. Os estágios foram realizados em escolas públicas de ensino fundamental e médio, localizadas no sudoeste do estado do Paraná-Brasil.

Destaca-se que, neste trabalho, serão apresentados recortes dos relatórios de estágios e dos relatos de experiência descritos pelas acadêmicas, evidenciando o processo de formação inicial e da construção do "ser professor".

Relatos das experiências das acadêmicas

Relato 1: O estágio como experiência de transformação

Durante as atividades realizadas nos estágios, foi possível mensurar que praticamente toda a turma estava conseguindo desenvolver as atividades e principalmente, entender que não é errado contar nos dedos, ou ainda, que não é errado pedir ajudar ou falar que não entendeu. Ainda, destaca-se a autonomia da turma na realização das atividades. Também foi possível visualizar as partilhas de conhecimento e experiências dos estudantes entre si e com os professores.

Ao final do período dos estágios foi notória a minha evolução enquanto "Ser professora". Se antes eu tinha dúvidas, agora tenho certeza de que a Educação é transformadora. Nesse processo foi possível realizar troca de aprendizados com os estudantes, avaliar meu trabalho, e refletir sobre minhas expectativas. Ou seja, a docência para mim é um meio de transformação na sociedade em que nós professores atuamos como parte dos processos de ensino e de aprendizagem.

Relato 2: A difícil tarefa de exercer a docência na conjuntura contemporânea

Os momentos vivenciados durante os estágios me proporcionaram boas experiências, mas também momentos assustadores. Destaca-se a importância desta etapa na formação profissional, sendo o primeiro contato com a sala de aula, no qual são necessários conhecimentos, metodologias e interação para fazer o ensino acontecer.

Apesar de ter um amplo aparato de recursos didáticos, observou-se um ambiente diferente do imaginado: tive dificuldade em ensinar. A turma era muito numerosa e agitada, com alunos oriundos de vários aspectos sociais e culturais, além de uma pós pandemia, eles tinham dificuldades em manter o foco na aprendizagem.

Consegui fazer a regência de 10 das 15 aulas propostas. Senti que o ensino/aprendizagem não estava acontecendo e resolvi parar. A minha experiência no estágio não considero um fracasso, pelo fato de ter desistido. O fato é que me nego aceitar aquele ambiente que estive para fazer a educação. Eu poderia ter seguido mais uma semana no mesmo ritmo e dizer: "concluí o estágio com sucesso". Mas concluir o tempo proposto para mim não é o suficiente.. O sucesso é quando alcançamos os objetivos de ensinar. Como professores queremos contribuir para a formação do ser humano.

Relato 3: Uma experiência decisiva na formação do professor

Realizar o estágio foi uma experiência desafiadora e bastante positiva, uma vez que foi o primeiro contato significativo com a docência. O início das atividades foi difícil: a cada dia eram necessárias mudanças nos planos de aula, nas estratégias e no cronograma. Em algum momento da elaboração do trabalho, foi esquecido que cada um dos alunos têm necessidades diferentes. A partir do momento que percebi este fato, as aulas e a relação com os alunos mudaram para melhor.

Finalizei a experiência com a compreensão de que na docência é preciso haver adaptações para uma experiência positiva tanto dos alunos, quanto do professor. Cada aluno em uma sala de aula tem suas especificidades que precisam ser respeitadas. É preciso conduzir da melhor maneira possível o aluno que apresenta alguma dificuldade, mas não se pode esquecer daquele que tem facilidade na compreensão e desenvolvimento dos conteúdos, é importante que todos sigam juntos, mas não podemos cortar as asas de quem pode voar alto.

Relato 4: Uma experiência formativa e transformadora de estágio

Vivenciar e experienciar a sala de aula, durante o processo formativo foi um momento de muito aprendizado, tanto no planejamento das aulas, compreendendo o tempo para a execução, o aprofundamento do conteúdo, bem como a importância de promover a aprendizagem. A etapa de observação foi muito importante para replanejar as aulas, devido ao tempo dos estudantes para concluírem as atividades.

Ao final da regência foi compreensível tamanha dificuldade de lecionar em turmas numerosas e a individualidade de cada aluno no processo de aprendizagem.

Quanto à avaliação realizada pelos estudantes em relação a execução das atividades, alguns alunos compreenderam o desenvolvimento e aconselharam-me, dando dicas, como explicar o conteúdo com mais calma e outros alunos apenas deram uma nota baixa, sem explicações e sugestões, ficando uma dúvida quanto às falhas executadas.

O estágio foi um grande divisor de águas, para mim, pude compreender melhor o que é ser professor e como aprimorá-lo. Pude perceber minha intenção em seguir nessa profissão, dar aulas e atender a todas as demandas, enfrentando o maior número de dificuldades possíveis, por um resultado significativo no mundo.

Relato 5: Uma experiência significativa no processo de ensino e de aprendizagem

O estágio foi a primeira experiência docente vivenciada. Durante a escrita dos planos de aula, busquei apresentar atividades que pudessem dinamizar as aulas, trazendo modelos que fugissem do modo tradicional, com o objetivo de atrair os alunos e, consequentemente, torná-los presentes no processo de ensino e de aprendizagem.

A partir de todo o processo, a experiência do estágio foi de grande valia para a minha trajetória como futura professora, pois a teoria estudada no curso de graduação se aliou à prática em sala de aula, e ainda, pude ver com clareza que o processo de ensino e de aprendizagem conta tanto com a participação do professor quanto do aluno, ou seja, o professor tem o papel de mediador, de facilitador da aprendizagem e não aquele que detém a informação, e o aluno, de construir o conhecimento, com a ajuda do professor.

Considero que, com o estágio, consegui me ver atuando como professora de fato, mesmo tendo em mente que foram poucas aulas e que o contato foi somente com uma turma de alunos, o prazer de estar ali ensinando algo e aprendendo também, é algo maravilhoso. Aliás, o processo consiste nisso: desafios, planejamento, estudo e aprendizado.

Considerações finais

Os relatos apresentados demonstram a importância dos estágios na formação inicial. No caso das acadêmicas, os estágios contribuíram para a construção de sua identidade docente. Observa-se que as experiências de cada acadêmica influenciaram em como lidaram com seu estágio e com a sua constituição do "ser docente".

No que diz respeito à profissão, as estudantes observaram que a docência exige muito estudo, tanto na formação inicial, quanto na continuada. Além disso, tiveram a oportunidade de conhecer as dificuldades de ser professor em sua própria vivência.

Outro aspecto observado foi a relação entre teoria e prática. As estagiárias relataram a importância dos conteúdos e questões metodológicas trabalhadas nos componentes curriculares para a execução dos estágios.

Por fim, destaca-se os desafios da docência, destacando o contexto social da profissão docente.

Referências e bibliografia

Canton, B., & Silva, G. S. (2022). Relato de experiência de uma futura professora no Estágio Supervisionado. *Anais do III Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática (ENOPEM)*.https://matematicanaescola.com/eventos/index.php/3enopem/catalog/view/76/14/167.

Carpenedo, J. M. V, & Silva, G. S. (2022). Relato de experiência de uma licencianda em Matemática no Estágio Supervisionado do Ensino Fundamental - Anos Finais. *Anais do III Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática (ENOPEM)*. https://matematicanaescola.com/eventos/index.php/3enopem/catalog/view/73/15/169.

Godoy, M. A. B., & Soares, S. T. (2014). *Estágio Supervisionado no Curso de Pedagogia*. Unicentro.

Heinen, L. M. K., & Silva, G. S. (2022). Reflexões a respeito da formação de uma professora de Matemática: relato de experiência. *Anais do III Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática (ENOPEM)*.https://matematicanaescola.com/eventos/index.php/3enopem/catalog/view/72/13/165.

Keil, L. T., & Silva, G. S. (2022). Um relato sobre autoavaliação e avaliação da professora na regência do Estágio Supervisionado. *Anais do III Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática (ENOPEM)*. https://matematicanaescola.com/eventos/index.php/3enopem/catalog/view/70/17/173.

Teixeira, B. R. (2013). *O Estágio Supervisionado e o Desenvolvimento Profissional e Futuros Professores de Matemática*: *uma análise a respeito da identidade profissional docente* [Tese de doutorado]. Repositório da Universidade Estadual de Londrina.

Pimenta, S. G., & Lima, M. S. L. (2006). Estágio e docência: diferentes concepções. *Revista Poíesis*, 3(3-4), 5–24

Pimenta, S. G. (2019). Estágios Supervisionados: unidade teoria e prática em cursos de Licenciatura. In C. Cunha, & C. C. França (Orgs.), *Formação Docente: fundamentos e práticas do estágio supervisionado* (pp. 19–50). Cátedra UNESCO.

Witt, A. T., & Silva, G. S. (2022). Relato de Experiência: os desafios da etapa de regência no Ensino Fundamental. *Anais do III Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática (ENOPEM)*. https://matematicanaescola.com/eventos/index.php/3enopem/catalog/view/74/16/171.

XVI CIAEM
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education
UNIVERSIDAD DE LIMA
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023
xvi.ciaem-iacme.org

O impacto provocado pela pandemia do COVID-19 no sistema de recursos do professor de Matemática: um estudo de caso no Amazonas

Francisco **Eteval** da Silva Feitosa
Bolsista do Programa de Apoio à Pós-Doutores – PRODOC/FAPEAM
Universidade Federal do Amazonas
Brasil
sfeitosa@ufam.edu.br
Verônica **Gitirana** Gomes Ferreira
Universidade Federal de Pernambuco
Brasil
veronicagitirana@gmail.com
Roberta **dos Santos** Rodrigues
Universidade Federal do Amazonas
Brasil
roberta10rodrigues@gmail.com

Resumo

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa de Pós doutorado que visa a analisar o impacto do cenário pandêmico do Covid-19 no sistema de recursos de professores de matemática da educação básica. Trazemos aqui um estudo de caso qualitativo fenomenológico realizado com 4 professores do Amazonas. Os referenciais teóricos e metodológico da pesquisa são a Abordagem Documental do Didático e a investigação reflexiva. Os dados foram obtidos a partir de entrevista semiestruturada gravada em vídeo. A pesquisa vem evidenciando que os professores de escolas privadas foram impactados pela pandemia, porém não com tanto como os professores da rede pública, e em especial, professores de escolas públicas de regiões remotas. O estudo vem demonstrando o quanto a pandemia escancarou a desigualdade que há entre as escolas públicas e as escolas privadas e o que é mais assustador, que a pandemia vai deixar seu legado por muito tempo.

Palavras-chave: Educação Matemática; Recursos; Amazonas; Pandemia.

Introdução

Em dezembro de 2019, na China, pesquisadores identificaram pela primeira vez um novo coronavírus que passou a ser denominado de SARS-CoV-2, responsável pela doença que ficou conhecida como Covid-19 (Oliveira et al., 2020). No Brasil, a doença tornou-se evidente a partir do mês de fevereiro de 2020, período em que o país declarou emergência de saúde pública de importância nacional. Como consequência, o ensino presencial foi suspenso de forma imediata e abrupta e buscou-se materializar condições básicas necessárias para a efetivação de uma nova proposta de ensino-aprendizagem com foco no ensino remoto emergencial, que, de acordo com Hodges et al. (2020), possui o intuito de ofertar acesso temporário aos conteúdos curriculares que seriam desenvolvidos presencialmente.

O professor foi afetado em diversos aspectos, como nas condições de trabalho, na relação professor-aluno e na relação com recursos digitais (Mendes da Rocha Marques, Santos de Carvalho & da Conceição Esquincalha, 2021). As novas possibilidades decorrentes desse novo contexto tiveram um efeito significativo nas discussões sobre educação matemática devido a seu impacto nos recursos disponíveis para os professores e a forma de projetá-los. Ademais, o contexto pandêmico, que pode ser considerado como um evento simbólico de transição (Rocha, 2018), originou novas relações dos professores com esses recursos, o que nos levou à seguinte questão: quais os efeitos das mudanças provocadas pela pandemia, no sistema de recursos de professores de matemática da educação básica? Dessa forma, esta pesquisa tem como objetivo investigar os impactos trazidos pelo contexto da pandemia do Covid-19 no sistema de recursos dos professores de Matemática no contexto amazônico.

Referencial Teórico: Abordagem Documental do Didático

A abordagem documental do didático – ADD (Gueudet & Trouche, 2008) repousa sobre uma compreensão do trabalho do professor fundamentada na noção de recursos e considera em sua especificidade e sua continuidade, como o trabalho com/para os recursos, que são objeto de ensino. A ADD distingue o que está disponível para a atividade dos professores, os recursos, e o que eles desenvolvem para apoiar a sua atividade de ensino: os documentos (Bellemain & Trouche, 2016). Gueudet e Trouche (2008) definem documento como suporte da ação didática do professor estabelecendo a representação: documento = recursos + esquema de utilização. O fenômeno de criação de documentos é denominado de gênese documental e ocorre por meio de dois processos: instrumentalização (quando o sujeito coloca suas mãos nos recursos) e instrumentação (formação de esquemas de utilização dos recursos) que são inter-relacionados (Bellemain & Trouche, 2016). O termo "utilização" no "esquema de utilização" deve ser entendido em sentido amplo, isto é, "trata-se de toda a ação didática do professor, desde a seleção dos recursos até sua adaptação, sua estruturação, sua implementação na sala de aula, sua revisão *a posteriori*, etc." (Bellemain & Trouche, 2016, p.11). A noção de esquema é central na ADD e inspira-se nas contribuições de Vergnaud (1989), segundo o qual, esquema é a organização invariante do comportamento para uma classe de situações voltadas à aprendizagem específica de um conceito. Situação é, para Vergnaud uma combinação de tarefas, às quais é importante conhecer suas naturezas e dificuldades próprias.

A ADD mantém o ponto de vista de Adler (2000), segundo o qual os recursos voltados para o ensino da matemática estão além dos materiais básicos e dos recursos humanos, pois é necessário considerar: recursos matemáticos, culturais e sociais. A ADD considera um amplo espectro de recursos, como tudo o que poderia reabastecer a atividade documental do professor, por exemplo, livros didáticos, livros digitais, troca de e-mails com colegas, folhas de trabalho dos alunos, etc. O conjunto de princípios que norteiam a concepção de outros recursos é denominado de metarecurso (Prieur, 2016). Os recursos selecionados no planejamento da aula são chamados de recursos mãe e, após serem ajustados e modificados, temos os recursos filhos (Hammoud, 2012).

Considerando que o professor, ao selecionar seus recursos para ensinar os conteúdos matemáticos na sala de aula, constrói, seleciona e modifica uma variedade de recursos, constituindo um conjunto que é denominado por Gueudet e Trouche (2008) de Sistema de Recursos (SR). Rocha (2018, p.3) define trajetória documental de um professor "como um percurso (que expressa continuidades e mudanças) que articula os eventos profissionais (individuais e/ou coletivos) vivenciados pelo professor e as transformações em seu trabalho documental ao longo do tempo". A análise da trajetória documental visa a identificar eventos "chaves" que nos possibilite mostrar as transformações nesse trabalho (Rocha, 2021). É interessante que, na análise da trajetória documental do professor, busquemos identificar os chamados eventos simbólicos, isto é, "eventos que revelem rupturas no trabalho documental dos professores, desencadeando uma nova forma de criação de recursos" (Rocha, 2021, p.48). Em nosso estudo, usamos esses conceitos para investigar os efeitos das mudanças provocadas pela pandemia, no sistema de recursos de professores de matemática da educação básica.

Metodologia

Neste artigo apresentamos parte de um estudo desenvolvido durante o Estágio de Pós-Doutorado do primeiro autor sob supervisão do segundo autor. O estudo tem uma abordagem qualitativa, que, segundo Creswell (2021, p. 26) "é um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um problema social ou humano" e caracteriza-se como uma pesquisa fenomenológica, que "procura resgatar os significados atribuídos pelos sujeitos ao objeto que está sendo estudado" (Gil, 2008, p.15). Dessa forma, o estudo tem sua ênfase no fenômeno da pandemia da Covid-19, a ser explorado em termos do seu impacto no sistema de recursos do professor de matemática. Os resultados são referentes a um estudo de caso (Yin, 2015) desenvolvido com 4 professores de Matemática do Amazonas. Os dados foram obtidos a partir de uma entrevista semiestruturada gravada em áudio e vídeo. Para esclarecer e compreender o sistema de recursos explorado e construído pelo(a) professor(a) antes, durante e após o ensino remoto emergencial, optamos pela Investigação Reflexiva, proposta por Gueudet e Trouche (2010), como metodologia de pesquisa.

Resultados e discussões

Ao selecionar os participantes desta investigação, partiu-se do pressuposto de que os professores deveriam lecionar matemática para as turmas dos Anos Finais do Ensino Fundamental ou Ensino Médio, além da exigência de terem atuados nesse mesmo nível de ensino, antes, durante e após o período de pandemia da COVID-19. Buscamos analisar contextos diferenciados. Desse modo, trazemos nesse recorte os dados referentes a 3 (três) professores que atuam em uma escola da zona rural do interior do Amazonas e 1 (um) professor de uma escola privada de alto padrão de Manaus. Com a intenção de preservar as identidades dos participantes desta pesquisa, adotou-se os seguintes nomes fictícios: Marcos, Antônio, Moisés e Eduardo.

Os professores Marcos e Antonio trabalham na mesma escola que fica localizada em uma comunidade da zona rural do município de Presidente Figueiredo, distante 153 km de Manaus. O professor Marcos graduou-se em 2019 em licenciatura em Ciências Biológicas, enquanto o professor Antonio concluiu a licenciatura em Matemática em 2010, ambos por uma Universidade pública do Amazonas. O professor Marcos atua na escola desde 2020 e o professor Antonio desde 2011. Os professores afirmam ser escassos os cursos e treinamentos específicos para a área de ensino de matemática oferecidos pelas secretarias de educação e que não houve nenhum tipo de treinamento para orientá-los e/ou prepara-los para a realidade do ensino remoto emergencial. Alegaram que a escola não possui sala de informática montada, os quadros brancos são pequenos, do tamanho de quadros de avisos e ficam apoiados em cima de uma mesa, pois não estão fixados na parede. Antes, durante e após a pandemia, no retorno às aulas presenciais, o professor Marcos atuou no 6º ano do Ensino Fundamental anos finais e o professor Antonio em turmas do 7º ao 9º ano e na Educação de jovens e Adultos (EJA). Antes da pandemia, o único recurso utilizado pelos dois professores no planejamento de suas aulas era o recurso mãe livro texto. Durante as aulas remotas, o professor Marcos usou, além do livro texto, o metarecurso *sites* e no retorno às aulas presenciais, manteve os *sites* como recursos para preparação de suas aulas, além do livro texto. Isso demonstra que o metarecurso "*site*" se manteve estável no sistema de recursos do professor no retorno às aulas presenciais. Por outro lado, o professor Antonio usou como principal recurso mãe, o livro texto, antes, durante e após a pandemia, demonstrando que este recurso é estável em seu sistema de recursos.

O professor Moisés possui licenciatura em Matemática por uma universidade privada do Amazonas e atua na escola desde 2021. A escola está localizada em uma outra comunidade da zona rural de Presidente Figueiredo. O professor costuma planejar suas aulas tanto na residência onde fica quando está na comunidade como na escola e tem à sua disposição os recursos mãe livro didático e o caderno do futuro (caderno de exercícios) que conheceu pelo metarecurso internet. O professor Moisés é o único professor de matemática da escola e atuou em turmas do 6º ao 9º ano, antes, durante e após a pandemia. Antes da pandemia, usava como recursos o livro didático, consultas na internet em *sites* e vídeo aulas do *Youtube*, régua, compasso, transferidor. Durante a pandemia, preparava como recursos filhos atividades acompanhadas de tutoriais e também links de vídeo aulas para os alunos que tivessem acesso à internet. Na preparação do material usava como recurso mãe o livro didático e fazia algumas pesquisas em *sites* (metarecurso). Nesse período, o recurso mais usado por ele, junto aos alunos que tinham acesso à internet, foi o *WhatsApp*, por onde mandavam suas dúvidas da pergunta, por mensagem ou por foto, e o professor respondia de volta. No retorno às aulas presenciais, voltou a usar os mesmos recursos de antes da pandemia.

O professor Eduardo é licenciado em Matemática por uma universidade privada do Amazonas, possui mestrado profissional por uma universidade pública e atua na escola atual há 9 anos. A escola é privada, considerada de alto padrão e, segundo o professor, dá todo o suporte aos professores quanto à aquisição de recursos, além de investir muito em capacitação. A escola possui sala de professores, biblioteca, sala de reuniões e laboratórios de informática e de ciências. Em casa, o professor tem como recursos lousa, mesa digitalizadora, *notebook*, *webcam* 4K, microfone, internet, gravador de áudio e livros didáticos. Em 2019 a escola passou a usar a plataforma educacional *Geekie One*, oferecendo treinamento para seu uso, o que evidencia um processo de instrumentalização do professor. Ademais, cada aluno fazia uso de um *chromebook* contendo todo o material didático, não utilizando mais os livros físicos. Isso fez com que a transição para o ensino remoto fosse automática, pois, na fala do professor, "*as escolas fecharam na sexta feira, e na segunda feira a nossa escola estava funcionando normalmente pelo M*eet". Antes da pandemia o professor atuava com turmas do 6º ano a 3ª série do ensino médio. Durante as aulas remotas e após o retorno às aulas presenciais, passou a atuar somente em turmas de 2ª e 3ª séries do ensino médio.

Antes da pandemia, o professor usava os seguintes recursos: plataforma educacional *Geekie One*, *notebook*, mesa digitalizadora, projetor, quadro, pincel, televisores, *slides* com as questões, PDF dos *slides* das aulas (com as questões resolvidas), App Xournal, livros didáticos e *sites* da internet. Durante a pandemia, usava no planejamento os recursos mãe: livros didáticos próprios, vídeo aulas do *Youtube* e a plataforma educacional *Geekie One*. Durantes as aulas, usava a plataforma *Geekie*, *Chromebook* (os alunos), *Google Meet*, mesa digitalizadora, câmera, papel e lápis e *Google Classroom* para postar materiais e avisos. O professor destaca uma diversidade de esquemas que empregou em suas aulas remotas, caracterizando, assim, o processo de instrumentação. Após o retorno às aulas presenciais, o professor manteve os mesmos recursos e a escola dava a possibilidade ao aluno de assistirem aula pelo *Google Meet* estando em casa, caso fosse necessário. Entretanto, durante a pandemia, os esquemas do professor foram mais diversificados, voltando nas aulas presenciais mais ao modelo tradicional de ensino. Isso porque, segundo o professor, embora a escola tenha um foco na inovação tecnológica, do ponto de vista pedagógico, o modelo de aula tradicional e o cumprimento integral do programa é priorizado pela gestão da escola.

Considerações finais

O contexto pandêmico originou novas relações dos professores com seus recursos e esse fenômeno nos levou à seguinte questão: quais os efeitos das mudanças provocadas pela pandemia no sistema de recursos de professores de matemática da educação básica? Dessa forma, esta pesquisa teve como objetivo investigar os impactos trazidos pelo cenário da pandemia do Covid-19 no sistema de recursos dos professores de Matemática no contexto amazônico. Para tanto, realizou-se um estudo de caso com quatro professores de matemática que atuaram em diferentes escolas no Estado do Amazonas (Brasil).

Podemos constatar que a escola privada estava muito mais preparada para a transição do ensino presencial para o remoto. Além disso, o modelo implementado nas escolas da zona rural não pode ser caracterizado como ensino remoto, uma vez que a grande maioria dos alunos não possuía acesso à internet e as atividades eram preparadas e levadas as suas residências pelos próprios professores em condições extremamente adversas. Os professores da zona rural tiveram como principal recurso para o planejamento de suas aulas, em todos os momentos, o livro texto e, eventualmente, *sites* da internet. Nenhum novo recurso foi agregado ao sistema de recursos desses professores, nem tão pouco foram instrumentalizados para enfrentar o desafio que foi a realidade imposta pela pandemia.

Por outro lado, o professor da escola privada, na transição para o ensino remoto, agregou novos recursos e os manteve no retorno às aulas presenciais. Contudo, mesmo a escola disponibilizando todo e qualquer recurso ao professor, o mesmo é impelido por ela a esquematizar suas aulas no modelo tradicional visando unicamente o cumprimento do conteúdo programático com vista às provas de vestibulares.

Por fim, esta pesquisa vem evidenciando que os professores de escolas privadas foram impactados pela pandemia, porém não com tanto como os professores da rede pública, e em especial, professores de escolas públicas de regiões remotas, como as que aqui foram trazidas. O estudo vem demonstrando o quanto a pandemia escancarou a desigualdade que há entre as escolas públicas e as escolas privadas e que este trágico evento vai deixar seu legado por muito tempo.

Referências e bibliografia

Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *3*(3), 205-224.

Bellemain, F., & Trouche, L. (2016). Compreender o trabalho dos professores na concepção e utilização recursos no seu ensino. *I Simpósio Latinoamericano de Didática da Matemática*, *1*.

Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2021). Projeto de pesquisa-: Métodos qualitativo, quantitativo e misto. Penso Editora.

Gil, A. C. (2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6. ed. Editora Atlas SA.

Gueudet, G., & Trouche, L. (2008). Do trabalho documental dos professores: gêneses, coletivos, comunidades: o caso da Matemática. *EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, *6*(3), 43-p.

Gueudet, G., & Trouche, L. (2010). Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. In G. Gueudet, & L. Trouche (dir.) Ressources vives. La documentation des professeurs en mathématiques 57-74, INRP et PUR

Gueudet, G., & Trouche, L. (2012). Teachers' work with resources: Documentational geneses and professional geneses. In *From text to'Lived'resources* (pp. 23-41). Springer, Dordrecht.

Hammoud, R. (2012). *Le travail collectif des professeurs en chimie comme levier pour la mise en œuvre de démarches d'investigation et le développement des connaissances professionnelles: contribution au développement de l'approche documentaire du didactique* (Doctoral dissertation, Lyon 1).

Hodges, C. B., Moore, S., Lockee, B. B., Trust, T., & Bond, M. A. (2020). The difference between emergency remote teaching and online learning. EDUCAUSE Review. Disponível em: https://er.educause.edu/articles/2020/3/the-difference-between-emergency-remote-teaching-and-online-learning#fn3. Acesso em: 10 de outubro de 2022.

Mendes da Rocha Marques, P. P. ., Santos de Carvalho, T. R. ., & da Conceição Esquincalha, A. (2021). Impactos da Pandemia de COVID-19 na Rotina Profissional de Professores que Ensinam Matemática: Alguns Aspectos de Precarização do Trabalho Docente . Revista Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática, 11(3), 19-40. https://doi.org/10.37001/ripem.v11i3.2565.

Oliveira, W. K. D., Duarte, E., França, G. V. A. D., & Garcia, L. P. (2020). How Brazil can hold back COVID-19. Epidemiologia e Serviços de Saúde, 29.

Prieur, M. (2016). La conception codisciplinaire de métaressources comme appui à l'évolution des connaissances des professeurs de sciences: Les connaissances qui guident un travail de préparation pour engager les élèves dans l'élaboration d'hypothèses ou de conjectures (Doctoral dissertation, Université de Lyon).

Rocha, K. M. (2018). Um estudo das transformações na prática do Professor oriundas da sua interação com os recursos: o aporte do conceito da trajetória Documental. S. Ag Almouloud & G. Pastre de Oliveira, Atas do II Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática. Jarinu: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Rocha, K. D. M. (2021). O Aporte do Conceito de Trajetória Documental para Análise do Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática: o estudo do caso de uma professora francesa. Compreender o trabalho dos professores brasileiros do Ensino Básico: Uma abordagem pelos recursos, 41-63.

Vergnaud, G. (1989). La théorie des champs conceptuels. Publications mathématiques et informatique de Rennes, (S6), 47-50.

Yin, R. K. (2015). Estudo de Caso-: Planejamento e métodos. Bookman editora.

O Laboratório de Ensino de Matemática da Universidade de Brasília (LEMAT): história e evolução

Aritane Carvalho **Hashimoto**
Universidade de Brasília
Brasil
tanyhashimoto@gmail.com
Celine Vitória Cursino **Porto**
Universidade de Brasília
Brasil
190125390@aluno.unb.br
Maria Dalvirene **Braga**
Universidade de Brasília
Brasil
dalvirenebraga@gmail.com
Sarah Gusmão de Souza **Marques**
Universidade de Brasília
Brasil
sarahgsmarques@hotmail.com
Rui **Seimetz**
Universidade de Brasília
Brasil
rseimetz@unb.br

O presente estudo versa sobre a história e evolução do Laboratório de Ensino de Matemática (LEMAT) da Universidade de Brasília (Brasil), a partir de depoimentos da criadora do LEMAT, de duas das primeiras colaboradoras, da coordenação atual composta por duas professoras coordenadoras, uma colaboradora e quinze estudantes de graduação em licenciatura de matemática; bem como de artigos, trabalhos e vídeos que relatam desdobramentos da história, da evolução e produção do LEMAT. Sendo assim, tem como objetivo descrever aspectos de seu desenvolvimento histórico, relacionando-os aos contributos que apresenta ao ensino, á pesquisa e á extensão enquanto pilares formativos da licenciatura em matemática.

Vejamos alguns depoimentos dos professores que atuaram ou atuam no LEMAT:

> No Laboratório de Ensino, organizamos arquivos separados com textos sobre o ensino de álgebra, aritmética, geometria, tratamento da informação. Ao cursarem a disciplina de estágio no laboratório, os alunos liam, escolhiam temas, discutiam, preparavam materiais para aulas e, em duplas, aplicavam a proposta para um ou dois alunos do ensino básico, que se inscreviam para a atividade. Era um modo de conhecerem como reagia e pensava o aluno real frente às propostas que apresentavam" (Profa. Criadora do LEMAT); 2) "Um espaço de estímulo para os alunos de Matemática exercerem sua criatividade, desenvolverem o raciocínio lógico, descobrirem, que o ensino de Matemática pode ser agradáve"l (Profa. Colaboradora 1); 3) "Acho que os professores do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, em geral, perceberam que o curso de licenciatura teve um currículo melhorado, e a maioria hoje aceita que é um espaço necessário para o futuro exercício da profissão" (Profa. Colaboradora 2). 4) "Acho que os professores do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, em geral, perceberam que o curso de licenciatura teve um currículo melhorado, e a maioria hoje aceita que é um espaço necessário para o futuro exercício da profissão" (Profa. Colaboradora 2); 5) "O LEMAT cresceu em espaço físico e em seus objetivos de formação inicial e continuada, atendendo alunos e profesores da escola básica, alunos da graduação e profesores da universidade" (Profas. Coordenadoras atuais|).

O espaço do LEMAT deu início dos anos 1980 tendo à frente sua criadora a professora Nilza Eigenheer Bertoni[1], voltado para os estudantes dos cursos de graduação, mais especificamente da licenciatura em Matemática. Desde então, tem sido consolidado a partir da história e das ações de muitas pessoas. Teve como motivação as discussões da época acerca do que deveria compor o currículo de um profissional em formação, que ocasionou a reestruturação curricular da Licenciatura em Matemática. Foi criado como um espaço para coordenar e promover a formação de professores, acessando fundamentos teóricos e metodológicos, sendo utilizado pela primeira vez em um curso de verão para estudantes do Ensino Médio.

Desde a época de sua criação, tem sido um espaço de contribuição a três importantes eixos da licenciatura em matemática: ensino, pesquisa e extensão.

No que diz respeito ao ensino, o Laboratório é um espaço de apoio às disciplinas de educação matemática do departamento, gradualmente se expandindo às disciplinas de matemática pura. Desde a sua criação, provoca intencionalmente uma mudança de ambiente, desde a organização espacial da sala de aula - desconstruindo a ideia do professor à frente, cadeiras enfileiradas - a um ambiente que proporciona melhor colaboração e discussão entre os discentes. Oportuniza ao aluno "o seu envolvimento direto, participativo e reflexivo em todas as etapas do processo, experimentando, desenhando, criando, com orientação do professor" (Moran, 2018, p. 3).

No âmbito da Pesquisa, são desenvolvidos dentro do Laboratório objetos de estudos a partir de práticas elaboradas pelos discentes e docentes, transformando-os em dados para Dissertações, Artigos Científicos, Iniciação Científica, Mestrado e Doutorado em Ensino. Com isso, o LEMAT torna-se o espaço de prática e análise que antecede à docência, fazendo com que as validações de teorias e metodologias sejam analisadas e pontuadas dentro do campo específico de cada pesquisa.

O LEMAT atua no planejamento, no desenvolvimento e na avaliação da prática extensionista, promovendo uma relação em que a escola é o interlocutor, convidando estudantes

[1] Professora aposentada da Universidade de Brasília (UnB), Brasil. Universidade de Brasília (2010). Tem experiência na área de Matemática e com ênfase em Educação Matemática.

e professores a conviverem na universidade. Tem como um dos seus objetivos difundir o projeto, para que mais pessoas possam ter a oportunidade de participar e se beneficiar de suas ações, promovendo a inclusão. A difusão do projeto e suas ideias se dá em eventos como a Semana Universitária da Universidade de Brasília, a Semana Nacional de Ciência e Tecnologia (SNCT), a Feira da Matemática do Distrito Federal, a Sociedade Brasileira para o Progresso da (Ciência (SBPC), nos quais são apresentados trabalhos, oficinas e atividades organizados por estudantes, membros do projeto. Após aplicação e participação nas atividades, os e as estudantes falam de suas aprendizagens e visão em relação nas atividades e o ambiente do laboratório:

> 1)"Aprendi que somos capazes de nos superar, que o mundo é bem maior do que nos foi apresentado, que o conhecimento tem que ser compartilhado, que precisamos estar sempre estudando"; 2) "Aprendi a desenvolver minhas capacidades de trabalho em equipe, organizar tarefas/ oficinas, lidar com públicos de diferentes idades, além de me mostrar que a matemática pode ser ensinada e aprendida por pessoas de diversas idades" ; 3) "É um ambiente bem lúdico com cores e isso é atrativo, pode despertar uma curiosidade nos alunos a experimentar os recursos disponíveis"; e 4) "Acredito que as atividades propostas são motivadoras e podem despertar o interesse dos alunos em aprender matemática".

Ao longo dos anos, foram confeccionados pelos integrantes do projeto diversos materiais que são hoje usados dentro e fora da Universidade, tanto para o Ensino de Matemática, quanto para a preparação de uma nova geração de educadores que promovam o uso de metodologias ativas em sala de aula. Nas metodologias ativas de aprendizagem, o aprendizado se dá a partir de problemas e situações reais; os mesmos que os alunos vivenciarão depois na vida profissional, de forma antecipada, durante o curso. Os materiais variam de modelos geométricos a jogos matemáticos, promovendo o ensino lúdico nas escolas, de reproduções a criações autorais. O projeto já conta com planos de futuramente serem confeccionados jogos digitais.

A pesquisa permitiu situar-se da atual situação do LEMAT. Todos os esforços até agora foram desenvolvidos no sentido de contribuir de forma mais efetiva com as atividades da licenciatura de matemática e a comunidade acadêmica em geral. Foi possível observar que comparecer em projetos do LEMAT faz grande diferença na formação profissional e também no processo de aprendizado e desenvolvimento de capacidades da educação básica.

Referências e bibliografia

Moran, J. Metodologias ativas para aprendizagem mais profunda. (2018). In: Bacich, L.; Moran, J. (Org.). *Metodologias ativas para uma educação inovadora*. Porto Alegre. (pp. 1-16). Penso.

O papel e as ações do formador de professores ao utilizar tarefas de aprendizagem profissional: uma experiência formativa envolvendo o raciocínio matemático

Marcia **Aguiar**
Universidade Federal do ABC
Brasil
marcia.aguiar@ufabc.edu.br
Alessandro Jacques **Ribeiro**
Universidade Federal do ABC
Brasil
alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br

Resumo

Neste trabalho buscamos identificar e compreender de que maneira o papel e as ações do formador, ao utilizar tarefas de aprendizagem profissional em um processo formativo, geram oportunidades de aprendizagem profissional aos professores acerca do desenvolvimento dos processos de raciocínio matemático. O processo formativo tinha por objetivo promover a (re)construção de conhecimentos algébricos dos professores na interface dos processos de raciocínio matemático e o ensino de álgebra. Trata-se de uma pesquisa qualitativa e interpretativa, cujos dados foram recolhidos por meio de gravações em vídeo. Os resultados mostram que a interação entre o papel e as ações dos formadores e o uso de tarefas de aprendizagem profissional elaboradas com tarefas matemáticas potencialmente desafiadoras proporcionaram oportunidades de aprendizagem profissional aos professores no que se refere a eles passarem a perceber que tipos de tarefas matemáticas podem ser usadas para desenvolver seus processos de raciocínio matemático, bem como de seus alunos.

Palavras-chave: Formador de professores; Aprendizagem profissional; Formação de professores; Tarefas de aprendizagem profissional; Raciocínio matemático.

Introdução

Pesquisas nas últimas décadas no Brasil destacam um crescimento no número de formações continuadas, sejam cursos mais estruturados e formalizados, sejam as horas de trabalho pedagógico na escola (Gatti et al., 2019). Além disso, pesquisas apontam também para a necessidade de se investigar a formação continuada dos professores de matemática, em particular, com foco no formador (Fiorentini et al., 2016), na importância da construção de tarefas destinadas à aprendizagem profissional (Ball & Cohen, 1999), e na constituição e desenvolvimento da aprendizagem profissional do professor (Webster-Wright, 2009). Os estudos apontam que é fundamental considerar a prática do professor como elemento significativo do processo formativo (Ball & Cohen, 1999) e frisam a importância de levar em conta que, ao se organizar processos formativos que auxiliem o professor em sua aprendizagem profissional, é imprescindível compor novas investigações sobre a interação entre o Papel e as Ações do Formador e as Tarefas de Aprendizagem Profissional (Ribeiro & Ponte, 2020).

Diante disso, o modelo das Oportunidades de Aprendizagem Profissional para Professores (PLOT)[1], conforme proposto por Ribeiro e Ponte (2020), considera a interrelação de três domínios: as Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), as Interações Discursivas entre os Participantes (IDP) e o Papel e as Ações do Formador (PAF). Neste artigo, focaremos nossa atenção em compreender como a interação entre as TAP e o PAF podem oportunizar aprendizagens profissionais aos professores em processos formativos.

Situamos nossa investigação no desenvolvimento do raciocínio matemático e na sua relevância para o ensino de matemática (Jeannotte & Kieran, 2017). Em especial, nesta pesquisa, tematizamos o trabalho com os processos de raciocínio matemático (Lannin et al., 2011).

Assim, temos por objetivo nesta comunicação *identificar e compreender de que maneira o papel e as ações do formador, ao utilizar tarefas de aprendizagem profissional em um processo formativo, geram oportunidades de aprendizagem profissional aos professores acerca do desenvolvimento dos processos de raciocínio matemático*.

Enquadramento teórico

Aprendizagem docente e o modelo PLOT

Para compreender como são constituídas as oportunidades para os professores aprenderem, precisamos entender primeiramente como os professores aprendem. Para isso, adotamos a compreensão de que a aprendizagem do professor está localizada em sua prática, incluindo não apenas os momentos de sala de aula, mas também momentos focados no planejamento, avaliação e colaboração com colegas e outros (Davis & Krajcik 2005), bem como a participação em processos formativos, especialmente aqueles baseados na prática letiva. Com esses princípios, Ribeiro e Ponte (2020) organizaram o modelo Oportunidades de Aprendizagem

[1] Ao nos referirmos ao modelo conceitual "Oportunidades de Aprendizagem Profissional de Professores", optamos pelo acrônimo "PLOT", oriundo de "Professional Learning Opportunities for Teachers", pelo fato do artigo no qual o modelo é apresentado pela primeira vez por seus propositores estar publicado em inglês.

Profissional para Professores (PLOT), o qual se constitui como um modelo teórico-metodológico cuja finalidade é organizar o desenho de processos formativos que visam promover a aprendizagem para professores e gerar oportunidades para que os professores aprendam durante esses processos formativos. O modelo está organizado a partir de três domínios interligados: Papel e Ações do Formador (PAF); Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP); e Interações Discursivas entre Participantes (IDP). Estes três domínios contribuem, de forma articulada, para a criação de Oportunidades de Aprendizagem Profissional, a partir de um determinado contexto. Ao considerar a aprendizagem docente situada e mediada por tarefas, pessoas e contexto, o modelo PLOT propõe que seus domínios são decisivos na concepção, realização e avaliação de processos formativos que visam oportunizar aos professores aprenderem uns com os outros.

O domínio PAF indica as habilidades necessárias aos formadores de professores, como promover a: *Aproximação entre a Matemática Acadêmica e a Matemática Escolar* (Kilpatrick, 2019) e a *Articulação entre as dimensões matemática e didática* para o ensino (Ponte, 1999). Faz-se importante também notar a *Gestão do processo formativo*, valorizando a sua organização e desenvolvimento por meio de uma *Abordagem Exploratória* (Ponte & Quaresma, 2016), e que promova a *Orquestração das discussões didáticas e matemáticas* entre os participantes (Stein et al., 2008). Para promover as discussões no processo formativo, apoiamo-nos no trabalho de Stein et al. (2008), o qual se utiliza de cinco práticas para o efeito: antecipar as possíveis resoluções da tarefa durante o planejamento, monitorar as discussões no trabalho autônomo, selecionar as ideias que apareceram no trabalho autônomo, sequenciar a ordem de apresentação das ideias selecionadas na discussão e conectar as ideias discutidas (Stein et al., 2008).

No domínio TAP, destaca-se que os professores precisam de oportunidades para aprender coletivamente e por meio de experiências relacionadas com as suas próprias práticas de ensino (Ball & Cohen 1999). Para isso, as TAP são compostas por *tarefas matemáticas de alto nível cognitivo* para os estudantes e por *registros de prática* (Ball et al., 2014), que podem ser, por exemplo, materiais didáticos, planos de aula, e resoluções de estudantes. As TAP devem ser permeadas por questões que possibilitem a mobilização e (re)construção do conhecimento necessário ao ensino (Ball et al., 2008). Além disso, devem ser exploradas pelos professores em formação de acordo com a perspectiva do *Ensino Exploratório* (Ponte & Quaresma, 2016), considerando seus três momentos específicos: abertura da TAP; trabalho autônomo dos professores, individualmente e/ou em grupos, e a discussão entre todos os participantes do processo formativo. O desenvolvimento da TAP nesta perspectiva tem a finalidade de mobilizar o *Conhecimento Profissional do Professor* (Silver et al., 2007), tanto matemático como didático.

Raciocínio Matemático e os seus processos

O desenvolvimento do raciocínio matemático é uma competência básica na aprendizagem da Matemática, desempenhando um papel fundamental em todos os níveis de escolaridade. Atualmente, essa competência já faz parte de vários documentos curriculares, tanto brasileiros (Brasil, 2018) quanto internacionais (NCTM, 2009); além de ser reconhecida por vários pesquisadores (Jeannotte & Kieran, 2017; Lannin et al., 2011).

Diferentes autores buscam conceituar o raciocínio matemático, como, por exemplo, Lannin et al. (2011), autores que concebem o raciocínio “como um processo evolutivo de conjeturar, generalizar, investigar porquê e desenvolver e avaliar argumentos" (p.10). Esse raciocínio envolve uma variedade de processos que incluem a formulação de questões, a formulação e teste de conjecturas, e a justificação. Destacamos em Jeannotte e Kieran (2017) a identificação de dois aspectos do raciocínio matemático: a estrutura e o processo. As formas da estrutura são a dedução, a indução e a abdução. Já no que diz respeito aos processos de raciocínio, as autoras identificaram oito processos. Nessa comunicação damos destaque a três processos de raciocínio matemático que consideramos fundamentais: conjecturar, generalizar e justificar.

De acordo com Morais et al. (2018, p. 555), conjecturar consiste em "um processo que envolve raciocínio sobre relações matemáticas, desenvolvendo declarações, nomeadas como conjeturas, que requerem maior exploração para verificar se são verdadeiras ou não verdadeiras". Para Mata-Pereira e Ponte (2017), construir uma generalização matemática envolve uma afirmação sobre uma propriedade, conceito ou procedimento que se pretende validar para um conjunto grande de objetos ou condições matemáticas. Dessa forma, a generalização "parte de uma conclusão ou conjectura específica para formular uma conjectura de âmbito mais geral" (Ponte et al., 2012, p. 358). Por fim, a justificação pode ser definida como uma argumentação lógica baseada em ideias já compreendidas (Lannin et al., 2011). Dessa forma, justificar envolve avaliar a validade de argumentos (Lannin et al., 2011).

Metodologia da pesquisa

Contexto do estudo

O processo formativo no qual os dados foram recolhidos foi desenvolvido ao longo de 18 encontros semanais de 4 horas cada, e tinha por objetivo *promover a (re)construção de conhecimentos algébricos dos professores, por meio da utilização de Tarefas de Aprendizagem Profissional sobre os processos de raciocínio matemático no Ensino de Álgebra*, ao mesmo tempo que se buscava *compreender como decorre a aprendizagem destes professores*. Os encontros foram dinamizados por três formadores sendo dois deles os autores dessa comunicação e conjugavam momentos de trabalho (i) individual, (ii) em pequenos grupos e (iii) em discussão coletiva. Os participantes eram professores de matemática (formados e em formação inicial), e os encontros foram realizados em formato remoto, sendo dois deles no contexto de escolas de educação básica, mas também em formato remoto. As sessões de trabalho contemplavam momentos de estudos teóricos, realizados em formato de workshop, e momentos de trabalho *hands-on*, os quais eram mediados por TAP elaboradas pelos dinamizadores dos encontros.

O processo formativo foi inicialmente planejado para ocorrer em formato presencial, mas devido à pandemia do Covid-19, os encontros passaram para o formato remoto sem mudanças significativas. Para esta comunicação traremos as discussões do 5º workshop.

O 5º workshop foi elaborado durante o processo formativo devido as falas dos professores que ressaltavam que ainda tinham muita dificuldade em elaborar e/ou analisar tarefas que pudessem ser potenciadoras para desenvolver os processos de raciocínio matemático em sala de aula. Assim, o workshop foi elaborado com o objetivo de oportunizar aos professores compreenderem e identificarem tarefas matemáticas potenciadoras para desenvolver os processos de raciocínio.

Participantes e desenvolvimento do workshop

Os participantes do estudo eram professores de matemática de escolas públicas e privadas de diferentes estados do Brasil (São Paulo, Maranhão, Minas Gerais e Pará). Durante o 5º workshop contamos com a participação de nove professores (surgem nesta comunicação: Alex, Gil, Luca, Raul e Ana, nomes fictícios) e três formadores (Marcia, Alessandro e João (nome fictício)), e um professor em formação inicial (Paulo, nome fictício) que atuava como monitor.

O workshop foi constituído por meio de uma TAP e realizado em 3 momentos: a abertura, com a explicação do objetivo e da forma de trabalho; o trabalho autônomo dos professores, dividido em duas fases: individual e em grupo; e a discussão coletiva com professores e formadores. A TAP continha três tarefas matemáticas (TM) e um roteiro de questões sobre os processos de raciocínio que cada tarefa matemática estava potenciando, assim como sobre os processos de raciocínio potenciados pelos professores ao resolvê-las. Trazemos para essa comunicação a discussão coletiva de duas TM: TM2-*Contando Rodas* (Figura 1) e TM3-*Sequência de pontos* (Figura 2).

Tarefa Contando rodas

Uma loja de bicicletas possui um total de 36 bicicletas e triciclos em estoque. Coletivamente, são 80 rodas. Responda:

a) Quantas bicicletas e quantos triciclos existem? Explique como você chegou ao resultado.
b) Encontre uma expressão algébrica que represente esse cálculo.
(Adaptado de Imenes & Lellis, 2020.)

Figura 1. Recorte da TAP- TM2-Contando Rodas

Tarefa Sequência de pontos

1. Observa a seguinte sequência de figuras formadas por pontos.

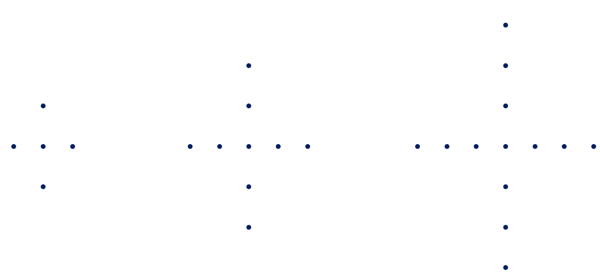


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

a) Indica o número total de pontos da figura 4.
b) Sem desenhar a figura, indica o número total de pontos da figura 8. Explica como obtiveste a tua resposta.
c) Existirá alguma figura com 86 pontos? Justifica a tua resposta
d) Qual o número da figura com 65 pontos? Explica como chegaste à tua resposta.
e) Escreve a expressão algébrica que representa o número de pontos da figura n.
(Retirado de Mata-Pereira & Ponte, 2016)

Figura 2. Recorte da TAP- TM3- Sequência de pontos

Abordagem, recolha e análise de dados

Este estudo segue uma abordagem de pesquisa qualitativa (Bogdan & Biklen, 1994), sob o paradigma interpretativo (Crotty, 1998). Para a análise de dados foi considerado o vídeo da discussão coletiva que foi analisado na íntegra. Os dados foram analisados segundo os indicadores: (i) como a TAP, aliada ao papel e ações do formador (Ribeiro & Ponte, 2020), proporcionou oportunidades de aprendizagem profissional aos professores acerca dos (ii) tipos e processos de raciocínio matemático (Jeannotte & Kieran, 2017) envolvidos nas TM.

Resultados da discussão coletiva da TAP

Durante o trabalho autônomo, os formadores foram monitorando as discussões e, a partir disso, decidiram selecionar e sequenciar a ordem das apresentações das TM na discussão coletiva começando pela TM2. Os formadores perguntaram então como resolveram a TM2 (Figura 1) e quais os processos de raciocínio que utilizaram para resolver a TM2. Luca começou dizendo:

> **Luca:** *Então, isso foi uma discussão legal no grupo, porque a gente iniciou pensando que a gente não tinha utilizado raciocínio matemático nenhum, até a Marcia* [formadora] *intervir porque, como a gente olhou e já jogou no sistema* [de equações] *tão automaticamente, a gente teve dificuldade de entender o tipo de raciocínio que a gente estava usando*.

Parece-nos que os professores reforçam e valorizam o quão necessário foi, durante o trabalho autônomo, a ação da formadora para que eles percebessem os processos de raciocínio da TM2. Assim, Ana concluiu:

> **Ana:** *Quando a gente monta um sistema é uma conjectura, eu 'tô' raciocinando para montar o sistema, conjecturando, certo? Quando ele está montado, eu 'tô' olhando, eu tenho uma generalização. Quando eu vou resolver – e eu provo que ele* [o sistema] *estava certo – é uma justificativa. 'Tô' errada?*

Percebemos o quanto os professores compreenderam os processos de raciocínio envolvidos nas suas resoluções. Assim, o formador Alessandro sintetiza as discussões da TM2:

> **Alessandro:** *É! Não existe* [processo de] *raciocínio nenhum aí por trás? Sim, existe! É justamente o raciocínio de generalizar. Porque você está tirando de um contexto* [e] *'tá' generalizando aquilo. Uma generalização que é baseada até em um tipo de justificativa, porque você sabe que é um sistema* [de equações].

Com essa fala, o formador procurou conectar as discussões apresentadas para ressaltar o quanto a TM2 pode ser potenciadora para promover os processos de raciocínio. Vale ressaltar que foi intencional a ação dos formadores de inserir na TAP, uma TM "comum" aos materiais didáticos, uma vez que era uma antecipação dos formadores, a dificuldade dos professores em perceber os processos de raciocínio existentes em TM com essa característica. Na continuação, a formadora incentiva os professores a comparar as duas tarefas.

Marcia: *Vocês fizeram a tarefa anterior no automático. A próxima tarefa* [TM3] *ela já foi ao contrário. Essa cada um resolveu individualmente e cada um apresentou a sua forma de raciocinar. Vocês querem contar para as pessoas?*
Alex: *Eu acredito que o que deu mais discussão e até o jeito de fazer é o que está relacionado com a tarefa anterior. Ela* [a TM3] *não é padrão, e não é como a outra que em todo livro tem. Ela é um pouco mais diferente e você tem que pensar em formas diferentes. É uma tarefa mais aberta. Precisa pensar mais para resolver e isso gerou um pouco mais de discussão.*

A formadora vai conectando como os professores vivenciaram as formas distintas de resolver as duas TM, e os próprios professores perceberam o quanto a TM3 (Figura 2) possibilitou mais estratégias de resolução e mais discussões matemáticas. A respeito dos processos de raciocínio utilizados nas resoluções da TM3 (Figura 2), durante o trabalho autônomo, Luca ressalta:

Luca: *Então aqui nós concordamos no conjecturar e no generalizar. Mas o justificar a gente ficou dividido.*
Marcia: *E qual foi o problema do justificar?*
Luca: *O problema do justificar é que, por exemplo, eu entendi que quando eu estava utilizando a expressão que eu generalizei, por exemplo, nas questões c e d* [da TM3, Figura 2]. *Eu entendi que eu estou justificando também essa minha generalização* [4.n +1], *mas isso o Gil discorda.*

Com isso, começa a discussão sobre as dúvidas em relação ao processo de justificar.

Luca: *Na figura com 86 pontos, o Alex, por exemplo, colocou que não tinha como ser par, porque na fórmula já exige que seja ímpar quando tem o mais um alí depois de um 4.n. Isso 'pra' mim já é uma justificativa, porque estou me baseando na expressão que eu construí.*

Com o incentivo da formadora, Gil também apresenta as suas dúvidas sobre o justificar.

Gil: *Eu vejo que não há o processo de justificar porque nós estamos explicando como foi feito. Eu acho que é uma generalização, sempre que a quantidade tirando o ponto central vai ser dividido por 4. Se a gente provasse, demonstrasse que isso é válido e se esse fosse o nosso objetivo, eu acho que isso seria uma justificativa. Como a gente fez, eu não vejo uma justificação só uma explicação.*

Gil ressalta que, para ele, o processo de justificação só é válido se for feito uma demonstração ou prova. A validação de uma generalização não é considerada, por ele, uma justificação. A formadora apresenta as suas considerações sobre a TM3.

Marcia: *Essa questão do justifique, a gente sempre usa questões matemáticas 'pra' justificar, mas sempre dentro da nossa conjectura. Porque na verdade, o caminho que nós vamos do a ao d* [TM3, Figura 1] *a gente 'tá' levantando a*

> *conjectura, cada um fez de um jeito e, na verdade, todos chegam na generalização que é a expressão algébrica 4.n + 1. A tarefa matemática, ela parte da conjectura e ela chega na generalização. A justificativa eu vejo como os conceitos matemáticos que nós utilizamos para validar essa conjectura.*

Assim, a formadora sintetiza os processos de raciocínio existentes na TM3. Com a finalização dessa discussão, Marcia inicia o momento da sintetização da TAP. Ela incentiva os professores a avaliarem as TM envolvidas na TAP e a ação dos professores diante de cada TM.

Os professores conseguiram perceber a diferença das TM e o quanto cada uma poderia potenciar o desenvolvimento dos processos de raciocínio. Com isso, a formadora questiona os professores sobre como os seus estudantes se motivariam ou não com essas TM. Assim, Luca conclui:

> **Luca:** *Nossa! Com certeza! Quando você passa vários exercícios repetidos ninguém se debruça para isso. Mas sempre que você instiga que traz algo novo. O que não é comum é sempre algo mais interessante e desafiador.*

Com essas discussões, percebemos que todos refletem sobre o uso dessas TM nas salas de aula e a importância delas para desenvolver os processos de raciocínio.

Discussão e Considerações finais

Durante o encontro percebemos a presença e a articulação dos três domínios do modelo PLOT (Ribeiro & Ponte, 2020), ainda que nosso foco nessa comunicação seja a TAP e o PAF. A elaboração da TAP, contemplando registros de prática de uma TM muito usual nos materiais didáticos, e outra TM, mais inovadora (Ball et al., 2014), foi importante para que os professores refletissem sobre os processos de raciocínio associado às TM e nas suas resoluções (Jeannotte & Kieran, 2017). As discussões coletivas orquestradas pelos formadores a partir das cinco práticas da Stein et al. (2008), assim como o ambiente exploratório para a resolução da TAP (Ponte & Quaresma, 2016), oportunizaram aos professores refletirem sobre os processos de raciocínio matemático (Jeannotte & Kieran, 2017). Com isso, parece-nos que eles conseguiram mobilizar e ampliar seus conhecimentos sobre os tipos de processo de raciocínio matemático utilizados nas TM (Ball et al., 2008). Por fim, percebemos que a TAP, articulada ao papel e às ações dos formadores, oportunizaram aprendizagens profissionais aos professores (Ribeiro & Ponte, 2020), no sentido de reconhecerem e perceberem as potencialidades dos possíveis processos de raciocínio matemático associados às TM (Jeannotte & Kieran, 2017).

Agradecimentos

Este estudo foi financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq. Processo: 403031/2021-4.

Referências e bibliografia

Ball, D.L., & Cohen, D.K. (1999). Developing practice, developing practitioners: towards a practice-based theory of professional education. In G. Sykes & L. Darling-Hammond (Eds.), *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice* (pp. 3-32). Jossey-Bass.

Ball, D.L., Ben-Peretz, M., & Cohen R.B. (2014). Records of practice and the development of collective professional knowledge. *British Journal of Educational Studies*, *62*(3), 317–335.

Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto Editora.

Brasil (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação.

Crotty, M. (1998). *The foundations of social research: Meaning and perspective in the research process*. Sage.

Davis, E.A., & Krajcik, J.S. (2005). Designing educative curriculum materials to promote teacher learning. *Educational Researcher*, *34*(3), 3–14.

Fiorentini, D., Passos, C. L. B., & Lima, R. C. R. L. (org.). (2016). *Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001–2012*. FE/UNICAMP.

Gatti, B. A., Barretto, E. S. S., Andre, M. E. D. A. & Almeida, P. C. A. (2019). *Professores do Brasil: Novos cenários de formação*. UNESCO.

Imenes, L. M., & Lellis, M. (2020). *Matemática:8.º ano*. Editora Moderna.

Jeannote, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *96*(1), 1-16. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8.

Kilpatrick, J. (2019). Double discontinuity and a triple approach: Felix Klein's perspective on mathematics teacher education. In H.-G. Weigand, W. McCallum, M. Menghini, M. Neubrand, & G. Schubring (Eds.). *The legacy of Felix Klein* (pp. 215-226). Springer.

Lannin, J.K., Ellis, A.B., & Elliott, R. (2011). *Developing essential understanding of mathematical reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8*. NCTM.

Mata-Pereira, J. & Ponte, J. P. (2016). Ações do professor para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos. *Educação e Matemática*. Espaço GTI, 137, 38-41.

Mata-Pereira, J., & Ponte, J.P. (2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: Teacher actions facilitating generalization and justification. *Educational Studies in Mathematics*, *96*(2), 169-186.

Morais, C., Serrazina, L. & Ponte, J.P. (2018). Mathematical reasoning fostered by (fostering) transformations of rational number representations. *Acta Scientiae*, *20*(4), 552–570.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2009). *Focus in high school mathematics: Reasoning and sense making*. NCTM.

Ponte, J.P. (1999). Didácticas específicas e construção do conhecimento profissional. In J. Tavares, A. Pereira, A. P. Pedro, & H. A. Sá (Eds.), *Investigar e formar em educação: Actas do IV Congresso da SPCE* (pp. 59-72). SPCE.

Ponte, J.P., Mata-Pereira, J., & Henriques, A. (2012). O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior. *Práxis Educativa*, *7*(2), 355-377.

Ponte, J.P., & Quaresma, M. (2016). Teachers' professional practice conducting mathematical discussions. *Educational Studies in Mathematics*, *93*(1), 51-66.

Ribeiro, A.J., & Ponte, J.P. (2020). Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar Matemática. *Zetetiké*, *28*, 1-20. https://doi.org/10.20396/zet.v28i0.8659072.

Silver, E.A., Clark, L.M., Ghousseini, H.N., Charalambous, C.Y., & Sealy, J.T. (2007). Where is the mathematics? Examining teachers' mathematical learning opportunities in practice-based professional learning tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *10*, 261-277.

Stein, M., Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*, 313–340.

Webster-Wright, A. (2009). Reframing professional development through understanding authentic professional learning. *Review of Educational Research*, Washington, *79*, 702-739.

O(a) professor(a) pesquisador(a) da própria experiência

Everaldo Gomes **Leandro**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Câmpus Campos do Jordão
Brasil
everaldo.gomes@ifsp.edu.br
Cármen Lúcia Brancaglion **Passos**
Universidade Federal de São Carlos
Brasil
carmen@ufscar.br

Resumo

A presente pesquisa, recorte da tese do primeiro autor, tem por objetivo compreender a experiência como elemento central para que professores(as) possam se tornar e se reconhecer enquanto pesquisadores(as). Coloca-se a provocação de se pensar a pesquisa de professores(as) a partir da categoria experiência, em que a prática se torne um meio, não um fim. Esta investigação se insere no campo da Pesquisa Narrativa e utiliza o Paradigma Indiciário para interpretação de narrativas. Ao longo da investigação surgiram indícios que as práticas foram somente os meios utilizados para que as professoras participantes conseguissem pesquisar suas próprias experiências. A pesquisa constatou que o(a) professor(a) pesquisador(a) da própria experiência é aquele(a) que produz conhecimentos, a partir da investigação sobre suas práticas, ao sistematizar suas reflexões sobre os saberes da experiência.

Palavras-chave: Educação Matemática; Pesquisa Narrativa; Paradigma Indiciário; Pesquisa sobre a Própria Experiência.

Introdução

O foco com a presente pesquisa está no(a) professor(a), que movido(a) pelas suas necessidades pessoais, nos indicia que a categoria experiência é potente para pensar o processo de tornar-se professor(a) pesquisador(a), não de práticas, enquanto fim em si mesmas, mas da sua própria experiência. Coloco a provocação de se pensar a pesquisa de professores(as) a partir da categoria experiência, em que a prática se torne um meio, não um fim. Assim, objetivo compreender a experiência como elemento central para que professores(as) possam se tornar e se reconhecer enquanto pesquisadores(as).

Para cumprir tal objetivo, escolhi compreender esse processo por meio das narrativas – tanto pelas que criei quanto pelas criadas pelas professoras participantes dessa pesquisa. Desse modo, esta investigação se insere no campo da Pesquisa Narrativa e utiliza o Paradigma Indiciário (Ginzburg, 1989) para interpretação dessas narrativas. Essas escolhas partem do princípio de que as narrativas trazem indícios ligados à história do sujeito. Indícios pequenos, mudos e, às vezes, imperceptíveis estão entranhados no enredo da narrativa.

Para a compreensão do meu movimento de pesquisa, o texto a seguir foi estruturado em quatro partes (i) Prática e Experiência: categorias que moldam as pesquisas de professores(as); (ii) Caminhos metodológicos: da entrevista narrativa as escolhas feitas para interpretação das narrativas (iii) Indícios narrativos de Dora Megid: das práticas à experiência; (iv) Provocações finais.

Prática e Experiência: categorias que moldam as pesquisas de professores(as)

O professor Jorge Larrosa Bondía propõe pensar a educação para além da relação da teoria e da prática, pensá-la a partir do par experiência/sentido. Algumas vezes os termos prática e experiência são tomados como sinônimos, porém o termo prática está associado com a noção de ação, enquanto a experiência é acontecimento (Silveira et al., 2009, p. 2). A experiência é o que nos acontece, o sujeito da experiência é um território de passagem e o saber da experiência relaciona-se com a elaboração do sentido dado ao que nos acontece (Bondía, 2002).

O professor José Contreras Domingo e a professora Nuria Ferré vão além, relacionam a educação como experiência com a investigação educativa. Eles defendem que a educação é uma experiência concreta e singular que envolve pessoas, histórias, circunstâncias e acontecimentos e perguntam-se "como entramos em conversação com esta realidade particular, como nos interroga, como nos desestabiliza, como nos obriga a pensar de novo, a pensar o pensado?" (Contreras Domingo & Ferré, 2010, p. 41, tradução minha). Dessa maneira, a pesquisa em Educação parte do vivido pelas pessoas em contextos específicos. É a experiência que dá sentido à investigação educativa, não a prática, e é "essa relação viva que permite que esse saber pedagógico possa ser revivido como nova e original experiência por outros" (Contreras Domingo & Ferré, 2010, p. 44, tradução minha).

Nessa perspectiva, compreendo que tornar-se pesquisador(a) da própria prática é tornar-se pesquisador(a) da própria experiência e isso não quer dizer que prática e experiência são a mesma coisa, mas indica que durante a carreira, nos longos processos de tornar-se, as práticas começam a ser entendidas por alguns/algumas professores(as) como parte da ampla experiência que vivenciaram.

Além de desenvolver a capacidade de relacionar a teoria com a prática, tornar-se pesquisador(a) da própria experiência está associado à percepção da educação como experiência, com o que é vivido por sujeitos referenciados temporal e espacialmente, no encontro com o outro.

O par teoria/prática pode dar a entender que o foco da pesquisa do professor está somente no conteúdo disciplinar e nas respostas dos alunos, porém o termo "própria prática" está relacionado também à análise das relações, aprendizagens, dificuldades e inquietações dos sujeitos frente ao conteúdo apresentado em aula.

Na noção de prática "tem mais força uma ideia de fazer, e não do que se passa, do que nos passa" (Contreras Domingo & Ferré, 2010, p. 32, tradução minha). Pesquisar a própria prática está associado à investigação do que nos acontece, das experiências vividas enquanto professores(as). No termo "própria prática", entendo que a palavra que precisa ser destacada é própria. A pesquisa volta-se para si, para o que nos aconteceu.

No próximo tópico indico os caminhos metodológicos que fizeram com que identificasse, nas narrativas de uma das professoras participantes, como o pesquisar a própria experiência foi elemento central para que se tornasse e se reconhecesse professora pesquisadora.

Caminhos metodológicos: da entrevista narrativa as escolhas feitas para interpretação das narrativas

Ao estruturar a experiência por meio da narrativa, professoras podem dar indícios do processo que queremos compreender: o de tornar-se professora pesquisadora da própria experiência.

Em uma pesquisa anterior (Leandro & Passos, 2019) identificamos, eu e professora Cármen Passos, três professoras que poderiam narrar suas histórias e assim contribuir com a compreensão de processos de tornar-se professora pesquisadora. A princípio o objetivo era entender esse processo de tornar-se e a hipótese era que a categoria "práticas" era central para o entendimento desse processo. Ao ler as pesquisas dessas três professoras o que "gritava" não eram as práticas, mas sim as práticas que elas decidiram que marcaram, as práticas que elas decidiram contar, as práticas que se constituíram em experiência.

Dessa forma decidi que gostaria de ouvir suas narrativas para entender esse "grito". É do entendimento que "as pesquisas (auto)biográficas nascem e se articulam a partir de princípios da pesquisa qualitativa e da constituição de outros modos de ver/escutar/narrar a vida" (Souza & Meireles, 2018, p. 285) que esta pesquisa tomou as narrativas como meio para compreender o biográfico relacionado aos processos de tornar-se professora pesquisadora da própria experiência.

Decidido que queria ouvir as histórias das três professoras, a maneira selecionada para tal tarefa foi a partir de entrevistas narrativas, pois concordo que a experiência, em grande medida, precisa da narração para se expressar (Contreras Domingo & Ferré, 2010).

A partir das entrevistas, busquei indícios - aos quais denomino de narrativos - que me permitiram decifrar essa realidade, esse processo de tornar-se professora pesquisadora da própria experiência. No próximo tópico, discuto os indícios encontrados na narrativa de uma das três professoras, a Dora Megid. Selecionei a professora Dora Megid como uma participante da pesquisa por toda trajetória profissional que teve e por ser uma professora do século XXI que iniciou sua profissão no século XX. Entendo que a professora seja uma fonte *sui generis* (Ginzburg, 1989) para compreender os caminhos que fazem uma professora se tornar pesquisadora. Apresento a seguir a narrativa criada e que possibilitou entender como a experiência se torna categoria central para uma professora se tornar pesquisadora.

Indícios narrativos de Dora Megid: das práticas à experiência

Quando ouvi a narrativa da professora Dora Megid, ela estava em sua casa na cidade de Campinas – SP e eu em minha casa em Poços de Caldas – MG. Nossa conversa online começou em um ambiente de descontração. Perguntei a ela se tinha recebido as perguntas (13 no total) que preparei para guiar nossa conversa e ela me respondeu “estou com arquivo aberto aqui. Vi que são 13 perguntas, já gostei disso. 13 é sempre um número bom”[1.] Foi nesse clima amistoso que dei prosseguimento à entrevista narrativa.

Nos tópicos abaixo, seleciono alguns fragmentos da vasta narrativa de Dora Megid que auxiliam a cumprir o objetivo proposto para este curto texto:

Do isolamento docente à interlocução

Uma característica na narrativa de Dora Megid é que ela conseguiu fazer um movimento de saída do isolamento à interlocução. Foi por meio desse movimento que a professora começou a pesquisar.

> Nesse contexto, existiam também algumas insistências para que continuasse os estudos:
> O meu marido nessa época fazia mestrado e depois em seguida entrou no doutorado e ele falava: mas por que você não vai fazer pós-graduação? e eu: Deus me livre, eu nunca fiz nada para ninguém, eu vou me defender do que? Eu sou uma pessoa muito legal {risos}. Eu ficava assim. Apareceu um curso na UNICAMP chamado Ciência, Arte e Prática Pedagógica[2] destinado aos professores que estavam na ativa. Curso para professores de Matemática, de ciências e de artes. Eu fiz seleção, teve processo seletivo e eu fui selecionada. [...]Enfim, aí eu fiz esse curso de dois anos, que resultou naquele livro “Por trás da porta, que matemática acontece?”. Já ouviu falar desse livro?

Afirmo à professora que conheço o livro (Fiorentini & Miorim, 2001) e que durante minha graduação tive a possibilidade de lê-lo. Com organização de Maria Ângela Miorim e Dario Fiorentini, o referido livro foi publicado em 2001 e essa primeira pesquisa sobre a prática foi decisiva para Dora Megid.

Picada pelo bichinho da pesquisa

O título de seu capítulo no livro foi “Construindo matemática em sala de aula: uma experiência com os números relativos” (Megid, 2001). Ao ver que o produto de seu trabalho e de

---

[1] 13 é o número do Partido dos Trabalhadores (PT). Na época da entrevista, o país estava diante de notícias de vazamento de conversas entre juiz e promotores da acusação sobre a operação que levou à prisão o presidente Luiz Inácio Lula da Silva.

[2] Curso de Especialização realizado entre 1996 e 1997. Dora Megid defendeu o trabalho de conclusão de curso intitulado “Construção de Noções sobre Números Relativos - uma tentativa de inovação da prática pedagógica” sob orientação dos professores Dario Fiorentini e Maria Ângela Miorim.

sua pesquisa em sala de aula são reconhecidos, ela mudou. Sua postura alterou e a forma de ver seu trabalho também se modificou:

> Aí eu gostei, fui picada pelo bichinho da pesquisa. Eu costumo dizer que esse livro para mim foi um divisor de águas, porque eu me considerava uma boa professora, os meus alunos tinham bons resultados nas avaliações e eles gostavam bastante de mim, mas eu fui percebendo que, mesmo ouvindo os alunos, eu tinha um outro tipo de ouvido. Tinha respostas muito prontas.

A especialização foi o espaço que possibilitou à Dora Megid os primeiros passos no seu processo de tornar-se professora pesquisadora. Ela aprendeu por meio da experiência vivenciada que "as certezas do professor, muitas vezes, são prejudiciais às descobertas ou redescobertas dos alunos" (Megid, 2002, p. 3). Ela recordou a experiência selecionada para investigação e posterior publicação no livro:

> Eu tinha intenção de fazer um outro trabalho, na verdade eu estava buscando um tema. Números inteiros nunca passou pela minha cabeça que fosse um tema para eu trabalhar, não tinha nenhuma dificuldade na minha cabeça, naquela época, para trabalhar com números inteiros. Os alunos, com muita perfeição, trabalhavam com as regras de soma, subtração, multiplicação e divisão com números inteiros e com o jogo de sinais. Qual era o problema? Não existia problema algum. Mas, nesse momento, eu que morei em casa térrea desde que me casei, tive meus filhos lá, fui comprar um apartamento. Subi no elevador e no elevador tinha um quadro com os números, tinha o 0 e tinha o -1. Minha filha caçula, que então tinha 10 anos de idade, olhou o quadro do elevador e falou: nossa! Está tudo errado nesse quadro de elevador aqui. Eu falei: errado por quê? ela disse: imagina, está escrito 1, 0 e -1. Tinha que ser 1, -1 e 0. Eu: ué por quê? Ela: ah mãe, você não sabe? você é professora de Matemática. E ela não quis conversar comigo. Aquilo ficou na minha cabeça e eu levei lá no grupo da matemática desse curso [de especialização]. Eu falei [no grupo]: nossa, que coisa, minha filha que eu que amamentei, como pode falar uma bobagem dessas? Filha de professora de Matemática, criada aqui em casa. Aí uma das colegas [do curso] disse assim: olha, qual é o significado que essa criança de 10 anos dá para esse sinal? É a subtração. Então, de fato, 1- 1 é 0. O zero para ela não é um divisor, um campo de separação dos inteiros positivos e dos negativos. Aí eu pensei: puxa vida, o que pensam os meus alunos a respeito disso?

Aqui a professora se recorda não de uma prática qualquer, se recorda de uma experiência com a filha em um elevador que culminou em uma experiência em sala de aula. A pesquisa realizada pela professora durante o curso de especialização se tornou formativa.

Foi por meio dessa especialização, não da instituição escola, que Dora começa a fazer suas pesquisas. Na trajetória de Dora Megid também aparece que a escola não foi suficiente para o desenvolvimento de pesquisas, apesar de ser um ambiente que a incitava a querer sempre mais.

Esse indício revela que a escola é um lugar de incentivo para a pesquisa, mais pelas dificuldades que residem nesse ambiente do que pelas facilidades. Porém, nos processos de tornar-se professora pesquisadora o ambiente escolar não foi suficiente. Dora Megid buscou a universidade, ainda os lugares entendidos como detentores dos conhecimentos sobre a Educação, para olhar para a escola.

Por outro lado, na escola a professora Dora estava imersa em várias práticas no seu dia-a-dia. Mas é na universidade que ela começa a refletir sobre a sua experiência e não foi toda prática que se converteu em experiência para ela.

Não sou pesquisadora desde sempre

Há um grande período entre o fim de sua graduação e o início de seu mestrado e posteriormente seu doutorado. Dora Megid relembra e dá um panorama de todo esse período:

> Entrei no mestrado em 2001, eu já tinha mais de 40 anos. Eu comecei a dar aula [de Matemática] aos 19. Então, fazia 22 ou 23 anos que eu dava aula de Matemática. Depois de 25 anos [somados os anos da atuação na Educação Infantil] que eu era professora que fui fazer mestrado. Aí eu fiz um mestrado, fiquei um ano fora [do país] e engrenei no doutorado. Então minha trajetória é mais ou menos assim, não sou pesquisadora desde sempre.

Se, por um lado, Dora Megid afirmou que não foi professora pesquisadora desde sempre, por outro, quando se tornou pesquisadora – com os primeiros passos dados na época da especialização – privilegiou as pesquisas sobre as próprias experiências que partem das suas práticas.

Por meio das narrativas de Dora Megid, apresentadas acima, pude perceber esse processo de tornar-se professora pesquisadora. Uma professora pesquisadora *sui generis* que se constituiu a partir das experiências vividas. Algumas dessas experiências podemos denominar também de práticas.

Provocações finais

Pesquisamos realmente uma prática? Quais os motivos de selecionarmos uma prática e não outra para investigar? Quais as práticas que nós encarnamos? Quais as práticas que nos constituem? São práticas que nos fazem professores pesquisadores?

A partir da vida da professora Dora Megid foi possível perceber indícios de que as práticas foram os meios para que ela investigasse a própria experiência. Se a experiência é a relação do pensamento que criamos com o que vivemos (Contreras Domingo, 2015), a professora Dora Megid me mostrou que essa relação foi feita a partir do contexto de sua sala de aula e para além dele.

Por fim, está investigação coloca a provocação de se pensar a pesquisa de professores(as) a partir da categoria experiência, em que a prática se torne um meio, não um fim.

Referências e bibliografia

Bondía, J. L. (2002). Notas sobre a experiência e o saber de experiência. Trad. João Wanderley Geraldi. *Revista Brasileira de Educação*. n.19. http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n19/n19a02.pdf.

Contreras Domingo, J. & Ferré, N. P. L. (2010). La experiencia y la investigación educativa. Contreras Domingo, J., & L., Núria Pérez de (Comps.). *Investigar la experiencia educativa*. Ediciones Morata, p. 21-86.

Contreras Domingo, J. (2015). Profundizar narrativamente la educación. Souza, E. C. de (Orgs.). *(Auto)biografias e documentação narrativa: redes de pesquisa e formação.* EDUFBA, p. 37-61.

Fiorentini, D., & Miorim, M. A. (2001). *Por trás da porta, que matemática acontece?* Editora Gráfica FE/UNICAMP – CEMPEM.

Ginzburg, C. (1989). *Mitos, emblemas e sinais: morfologia e história. Tradução:* Federico Carotti. – Companhia das Letras.

Leandro, E. G., & Passos, C. L. B. (2019). Estado do conhecimento sobre as pesquisas de professores sobre a própria prática (2001-2012): aspectos físicos, temáticos e motivacionais. *Revemop*, v. 1, p. 143-159.

Megid, M. A. B. A. (2001). Construindo matemática em sala de aula: uma experiência com os números relativos. Fiorentini, D., & Miorim, M. A. (Org.). *Por trás da porta, que matemática acontece?.* Editora Gráfica FE/UNICAMP – CEMPEM.

Megid, M. A. B. A (2002). *Professores e alunos construindo saberes e significados em um projeto de Estatística para 6ª série: estudo de duas experiências em escolas pública e Particular.* Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP).

Silveira, P. D., Alves, E., & Axt, M. (2009). Experiência docente e produção de sentidos. *Travessias* (UNIOESTE. Online), v. 4.

Souza, E. C., & Meireles, M. M. (2018). Olhar escutar e sentir: modos de pesquisar-narrar em Educação. *Revista Educação e Cultura Contemporânea*. v. 15, n.39. https://concursopublico.ifsp.edu.br/editais/edital-7282018-docentes.

Os saberes manifestados por um professor que atua na Licenciatura em Matemática

Rogério Fernando **Pires**
Universidade Federal de Uberlândia
Brasil
Rfpires25@hotmail.com

Resumo

Este trabalho tem por objetivo apresentar os resultados de uma pesquisa que visou identificar os saberes docentes manifestados por um professor de Matemática que atuava em um curso de Licenciatura em Matemática de universidade pública, localizada em uma cidade do interior do estado de São Paulo. A pesquisa de cunho qualitativo, caracterizada por um estudo de caso, contou com a participação de um docente que colaborou com a coleta de dados respondendo a um questionário acerca do seu perfil e concedendo uma entrevista semiestruturada, que versou sobre a sua prática docente, na tentativa que fazer emergir os saberes docentes construídos por ele. Os resultados apontam que os relatos do entrevistado revelam certa predominância dos saberes disciplinares e curriculares, com relação aos demais, em sua fala. Contudo, isso possivelmente seja fruto do contexto criado pelas disciplinas que estava ministrando no momento, que eram novidade para o docente.

Palavras-chave: Saberes Docentes; Formação de Professores; Ensino de Matemática; Estudo de Caso; Conceito de Função.

Introdução

Um tema que vem sendo bastante debatido no âmbito educacional é a formação do professor e os desafios dos profissionais que decidem seguir essa carreira. Um dos fatores que motivam o debate dessa temática está relacionado à complexidade intrínseca da profissão, pois para ser professor não é suficiente ter conhecimento apenas do conteúdo específico a ser ensinado.

Ser professor exige que o sujeito possua uma amalgama de saberes proveniente das mais diversas fontes, sendo que muitas delas não são os centros de excelência de formação de professores.

O cotidiano da sala de aula possibilita que o professor se depare com situações das mais variadas e o enfrentamento delas exige do sujeito uma gama de conhecimentos que vão além do conteúdo que está ensinando. Tardif (2011) compara o professor com um artesão que possui uma caixa com diferentes ferramentas, sendo que muitas delas são improvisadas para realizar um trabalho específico. Para o autor, o professor também possui uma caixa como essa, porém suas ferramentas são os saberes construídos durante a vida que modelam o seu "eu profissional".

Na tentativa que conhecer um pouco de conhecer o perfil profissional de um professor de Matemática que atua no curso de licenciatura em Matemática em uma universidade pública localizada em Sorocaba, no interior do estado de São Paulo, foi realizada uma pesquisa cujo objetivo foi identificar os saberes docentes manifestados por esse professor de Matemática que atuava na formação inicial de professores, a partir de um questionário acerca do perfil profissional e de uma entrevista semiestruturada.

Assim, procurou-se evidenciar os saberes manifestados no discurso do professor e desvelar a origem de tais saberes.

Saberes docentes

Ao falar de saberes docentes, deve-se ter em mente que eles não são provenientes somente da formação universitária. Não se pode vincular os saberes dos professores apenas à sua formação acadêmica; eles são constituídos de elementos provenientes de diferentes fontes. Na verdade, o saber docente é composto por diferentes saberes, tais como: os disciplinares, curriculares, profissionais (os educacionais e da pedagogia) e experienciais.

Os saberes profissionais são constituídos pelo conjunto de saberes adquiridos nas instituições de formação de professores. São aqueles que o indivíduo adquire durante a sua formação, seja ela inicial ou continuada, nos cursos voltados para essa finalidade e estão relacionados aos conhecimentos educacionais e pedagógicos.

Os saberes disciplinares são aqueles saberes sociais que são definidos e selecionados pela instituição universitária. São incorporados à prática docente por meio conhecimentos adquiridos nas diversas disciplinas que compõem os cursos de formação inicial ou continuada de professores oferecidos pelas universidades. São os saberes que correspondem aos diversos campos do conhecimento e são reconhecidos socialmente. São exemplos de saberes disciplinares, a Matemática, a Física, a História etc., os conhecimentos transmitidos nos cursos e departamentos universitários, independentemente das faculdades de Educação e dos cursos de formação de professores.

Os saberes curriculares compreendem os discursos, objetivos, conteúdos e métodos a partir dos quais as instituições escolares organizam e apresentam os saberes sociais por elas definidos e selecionados como modelo de cultura erudita.

Por seu turno, os saberes experienciais são saberes específicos que os professores desenvolvem com base em seu trabalho cotidiano e conhecimento do meio em que atuam, eles emergem da experiência e por ela são validados. Segundo Tardif (2011, p. 39), "eles incorporam à experiência individual ou coletiva sob forma de habitus, habilidades de saber fazer e de ser". Esse saber fazer depende dos saberes experienciais do professor, pois os saberes adquiridos por meio da experiência profissional constituem os fundamentos de sua competência, e é a partir dos saberes experienciais que os professores concebem os modelos de excelência profissional dentro de sua profissão.

Os saberes docentes são compostos por saberes provenientes de diferentes fontes, sendo que muitas delas não estão diretamente relacionadas com o ambiente escolar, visto que muitas vezes no fazer da profissão o docente recorre a outros saberes distantes do ofício de ensinar, provenientes de lugares sociais anteriores à carreira docente. Por exemplo, alguns desses saberes o professor os adquire com a sua família, outros da escola em que formou a cultura pessoal, da universidade, dos pares com os quais convive diariamente, dos cursos de formação continuada etc. Tardif (2011) afirma que: "o saber profissional está, de certo modo, na confluência entre várias fontes de saberes provenientes da história de vida individual, da sociedade, da instituição escolar, dos outros atores educativos, dos lugares de formação etc.". (p. 64).

Outra questão que não se pode deixar de lado é o fato de os saberes dos professores receberem grande influência da temporalidade. Portanto, a história de vida do professor e a sua construção ao longo da carreira são fatores que influenciam em seus saberes.

Nesse sentido, Tardif (2011, p. 68) afirma que "o desenvolvimento profissional é associado tanto às suas fontes e lugares de aquisição, quanto aos seus momentos e fases de construção". Sendo assim, é possível evidenciar que muitos saberes evocados pelo professor no cotidiano de sua prática foram adquiridos até mesmo antes do exercício da profissão.

Metodologia

O estudo de caráter qualitativo na modalidade estudo de caso (Yin, 1994), contou com participação de um professor, que atuava no curso de licenciatura em Matemática em uma universidade pública localizada na cidade de Sorocaba, no interior de São Paulo.

Com o intuito de identificar o perfil profissional desse professor e ao mesmo tempo preservar o seu anonimato, ele recebeu o nome fictício Pablo. Ele era um professor que possuia 26 anos de carreira, sendo que destes 20 anos dedicados ao Ensino Superior e 6 anos a Educação Básica.

A coleta dos dados, foi realizada por meio de um questionário acerca do perfil do profissional e uma entrevista semiestruturada, cujas questões tratavam dos conhecimentos sobre a carreira até as dificuldades que enfrentava na profissão.

A coleta das informações ocorreu em um encontro marcado antecipadamente com o professor, no qual, a princípio, foi explicitado o objetivo da pesquisa. Após essa primeira conversa que foram expostas as intenções do pesquisador, foi dado início a coleta de dados, começando pelo questionário e na sequência a realização da entrevista.

Análise e discussão dos resultados

Como dito anteriormente, Pablo na época era professor de uma universidade pública localizada em Sorocaba, interior do Estado da São Paulo. Ele possuía 26 anos de carreira, sendo que desses, 20 foram dedicados ao Ensino Superior e os outros seis, nos anos finais do Ensino Fundamental e Médio.

Na época, Pablo lecionava a disciplina de Fundamentos de Matemática Elementar I para os cursos de Licenciatura em Matemática, Física, Química e Biologia e a disciplina de Informática Aplicada ao ensino para os alunos do curso de Licenciatura em Matemática. Quando questionado sobre a quantas vezes havia lecionado tais disciplinas, o respondente disse que era a primeira vez que estava trabalhando com ambas.

Essa resposta, leva inferir que os saberes experienciais acerca dessas disciplinas, em específico, estavam em construção, uma vez que estava vivenciando experiências dentro daquela instituição que ainda não tinha vivenciado, o que reforça a ideia de Tardif (2011) que os saberes docentes é composto por uma amálgama de saberes de diferentes naturezas, ou seja, para desenvolver seu trabalho pela primeira vez com essas disciplinas, era demandado de Pablo conhecimentos curriculares, disciplinares e profissionais, sendo que os experenciais também eram exigidos, porém, poderiam ser transformados ao longo do desenvolvimento do seu trabalho, devido as diferentes experiencias que por ventura tenha vivenciado.

Sobre o conceito de função, o pesquisador perguntou se o estudo das funções fazia parte do plano de ensino do docente. Ele respondeu da seguinte maneira:

> *Pablo:* É somente funções que trabalho. Desde funções de primeiro grau até função trigonométrica.
> *Pesquisador:* E a de informática?
> *Pablo:* A de informática, na verdade trabalha o ambiente informatizado, é a parte de ambientes mesmo, a parte de objetos de aprendizagem e de software, porque o foco da disciplina é o software. Aí estou dando aula com o Implot voltada a funções, e depois a parte de Geogebra discutir mais a questão de geometria. (Pablo, 2019 – Entrevista)

Com relação às noções de função, o professor deixa claro ter conhecimento curricular ao dizer o que ministra em cada uma das disciplinas, explicitando os saberes curriculares, que certamente adquiriu estudando a grade curricular do curso. Contudo, vale ressaltar que o docente na disciplina de Informática, foca nos aplicativos e ambientes de aprendizagem, sem fazer uma associação dos conceitos matemáticos que podem ser explorados com esses aplicativos e ambientes de aprendizagem. Isso leva a inferir, que ele deixou passar oportunidade de relacionar os saberes curriculares e disciplinares, o que possibilitaria a seus estudantes a construção de saberes provenientes de diferentes fontes, trazendo mais solidez a formação desses futuros professores.

Mesmo na disciplina de Fundamentos de Matemática Elementar I, o professor mostra dar mais ênfase aos aspectos disciplinares, parecendo focar mais nos conhecimentos teóricos, preparando os estudantes teoricamente para cursar outras disciplinas. Isso é evidenciado no excerto a seguir:

> *Pesquisador:* Considerando que o conceito de função é tido como base para o estudo em outras disciplinas, como o Cálculo Diferencial Integral. Como você faz para preparar os alunos para prosseguir nessa nova disciplina?
> *Pablo:* Todos os cursos aqui nessas (quatro licenciaturas) vão ter Cálculo. Aí o curso de Fundamentos, no projeto pedagógico da instituição, ele é tido como um curso de nivelamento. A ideia é que o aluno seja capaz ao fim do semestre, ter uma linguagem matemática compatível para o que se espera nas discussões de Cálculo Diferencial Integral. (PABLO, 2019 – Entrevista)

No excerto fica evidente que o professor foca nos conhecimentos teóricos, que podemos chamar aqui de saberes disciplinares, não mencionando as aplicações e contextualizações em suas abordagens, o que evidencia uma valorização de sua parte aos saberes disciplinares em detrimento dos demais saberes. Isso pode ser explicado pelo fato de que era a primeira vez que o professor estava lecionando essa disciplina, o que talvez impedisse que ele evocasse seus saberes experienciais acerca de diferentes contextos para essa disciplina, uma vez que Tardif (2011), enfatiza que os saberes advindos da experiência são temporais.

Quando questionado acerca da importância de se abordar o conceito de função na Educação Básica, Pablo manifesta ser favorável de que seja realizado um trabalho com esse conceito nos Ensino Fundamental e Médio, conforme os extratos a seguir.

> *Pesquisador:* E falando um pouco sobre a educação básica, você acredita que o trabalho com função deve ser iniciado apenas no ensino médio ou já pode ser trabalhado no ensino fundamental?
> *Pablo:* Pode ser trabalhado a partir do ensino fundamental, quando você coloca a perspectiva da linguagem algébrica, e aí trabalhar a com os pares ordenados e a lei de associação entre os pontos.
> Pesquisador: Em que ano o senhor acha que poderia ser trabalhado lá no ensino fundamental?
> *Pablo:* De acordo com a proposta curricular vigente, no nono ano do ensino fundamental.
> *Pesquisador:* Você pode dar um exemplo de como iniciar esse trabalho do ensino fundamental?
> *Pablo:* Nós trabalhamos a ideia de partir, por exemplo, de sequências numéricas e identificar leis de formação. (PABLO, 2019 – Entrevista)

É possível observar que o professor reconhece a importância de se iniciar um trabalho com as noções de função desde o ensino fundamental, contudo, sua fala revela que o seu entendimento acerca do conceito está ancorado na representação algébrica de uma função, uma vez que além de citar a parte algébrica, ele ainda manifesta um trabalho com sequências numéricas, generalizações e pares ordenados. Nesse momento explicitou seus saberes curriculares, uma vez que a forma como ele diz que o trabalho precisa ser realizado e a partir de qual ano escolar, eram orientações da época da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo.

Contudo, foi possível perceber que Pablo apresentava um conflito entre os saberes curriculares, disciplinares e os experenciais, quando menciona algumas das dificuldades que enfrentava ao abordar o conceito de função com seus alunos no ensino superior.

> *Pesquisador:* Quais as maiores dificuldades que você enfrenta quando trabalha o conceito de função com os seus alunos?
> *Pablo:* De eles compreenderem a multiplicidade de representações, e geralmente o aluno, quando ele tem a questão do ensino de função mais aprofundado, basicamente você tem 3 formas de representação apenas. A questão da fórmula, o gráfico e a tabela, quando você diversifica isso, acho que é onde tem uma dificuldade, aí tem uma dificuldade em entender que conceito de função precisa ter uma maior amplitude para você, efetivamente, ter essa construção conceitual. (PABLO, 2019 – Entrevista)

A fala de Pablo revela que existe um descompasso entre a afirmações anteriores, nas quais ele traz à tona os saberes curriculares e valoriza os aspectos algébricos para o ensino das funções na Educação Básica. Todavia, quando se trata do Ensino Superior, ele menciona outras formas de representar função que muitas vezes não são abordadas na Educação Básica e, são fatores que acarretam dificuldades no Ensino Superior.

Como o entrevistado trouxe à baila alguns aspectos dos saberes curriculares, a conversa se aprofundou, no seu final, para esse aspecto, conforme o excerto a seguir.

> *Pesquisador:* Você considera que o currículo dessa universidade, propicia uma boa formação para os alunos quanto ao conceito de função?
> *Pablo:* Por exemplo, porque essa disciplina, temos 4 horas aulas para todos os cursos. Então você consegue ter uma base razoável para atender os objetivos, e a estrutura dos cursos são montadas principalmente para o primeiro semestre, com salas de 50 alunos no máximo. Então é um número razoável de alunos. (Pablo, 2019 – Entrevista)

Aqui o entrevistado mostra certa insegurança ao falar sobre a organização curricular da universidade em que atua, uma vez que sua resposta é direcionada para a quantidade de horas semanais destinadas à disciplina de Fundamentos de Matemática Elementar I e o número de alunos em cada turma. Era esperado para esse momento uma discussão acerca de currículo e, que o professor utilizasse seus saberes curriculares para apontar os aspectos positivos e negativos dessa estrutura. Isso nos leva a inferir que uma discussão mais aprofundada não se desenvolveu devido ao fato de o professor estar ministrando a disciplina pela primeira vez e, seus saberes advindos da experiência acerca daquele assunto em específico ainda estavam em construção.

Considerações finais

Ao realizar esta pesquisa o intuito era analisar os saberes manifestados pelo professor Pablo, considerando o questionário acerca do seu perfil e a entrevista realizada com ele e, o fato dele lecionar as disciplinas Informática Aplicada ao ensino e Fundamentos de Matemática Elementar I, foi decidido realizar uma conversa que apresentasse um elo entre as disciplinas, de repente, um conteúdo de Matemática que pudesse ser explorado nas duas disciplinas. Assim, foi feita a opção durante a entrevista tratar do conceito de função, que na disciplina de Fundamentos de Matemática Elementar I é predominante e na de Informática Aplicada ao Ensino é possível explorá-lo em diversos softwares.

Sobre esses saberes, foi possível evidenciar certa predominância dos saberes disciplinares e curriculares sobre os demais, em especial os experenciais. Isso provavelmente é devido ao fato de que Pablo ao longo de sua carreira sempre trabalhou em cursos de formação de professores, seja com disciplinas específicas de Matemática, ou com aquelas que são voltadas para uma formação pedagógica do professor. Assim, talvez esteja aí uma explicação para uma certa predominância dos saberes disciplinares e curriculares nas respostas dadas pelo professor, uma vez que ao lecionar nas disciplinas específicas, o professor consolida seus saberes disciplinares e, as disciplinas de formação pedagógica permitem discussões e reflexões acerca do currículo, tanto da Educação Básica, quanto do Ensino Superior.

Contudo, vale ressaltar que outros saberes, em especial, os experienciais não ficam tão evidentes nas respostas dadas pelo professor, pelo fato de que eles foram em sua maioria relacionadas às disciplinas que ele estava lecionando no momento e, por ser a primeira vez que ele trabalhava com elas, sua experiência ainda era pouca. Isso não quer dizer que num contexto mais amplo sobre saberes experenciais, o professor não tenha desenvolvido esse tipo de saber.

Referências e bibliografia

Tardif, M. (2011). *Saberes docentes e formação profissional*. Tradução de Francisco Pereira. 12ª Edição. Petrópolis: Vozes.

Yin, R. K. (1994). *Pesquisa Estudo de Caso:* desenho e métodos. 2ª Edição. Porto Alégre: Bookman.

Pensando com a calculadora científica dentro do TPACK para a formação continuada de professores do Ensino Médio

Jalman **Lima**
Université Catholique de Louvain
Bélgica
jalmanlima@gmail.com
Ana Claudia Cossini **Martins**
Secretaria de Educação de São Paulo
Brasil
anacmartins@hotmail.com
Yuriko **Baldin**
Universidade Federal de São Carlos
Brasil
yuriko@ufscar.br

Resumo

As mudanças recentes no sistema educacional brasileiro, principalmente na etapa do Ensino Médio, que está alinhada com a Formação Geral Básica (FGB) e Aprofundamentos Curriculares, a partir dos Itinerários Formativos intensificam o uso de recursos tecnológicos como ferramentas para a construção e desenvolvimento de ideias matemáticas. Nesse sentido, a proposta deste trabalho é discutir sobre o pensar-com a calculadora científica com o propósito de consolidar, aprofundar e ampliar a formação integral dentro da formação de professores da rede pública do Estado de São Paulo através do quadro teórico TPACK (Conhecimento Pedagógico, Tecnológico de Conteúdo) e como a formação continuada pensando-com tecnologias pode mudar a percepção dos professores sobre esse recurso didático.

Palavras-chave: Educação Matemática; Ensino Médio; Formação de Professores; Pensando-com-a-calculadora; Itinerários Formativos; Educação Pública; Brasil.

Introdução

O sistema brasileiro de ensino, em específico a etapa do Ensino Médio, nesses últimos anos, têm sido foco de debate acadêmico por suas mudanças legais a partir da Lei nº 13.415, de fevereiro de 2017. Nesta etapa de escolarização, o Currículo passou a ser composto pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento normativo em que estão definidas aprendizagens essenciais para a Formação Geral Básica (FGB) e por Itinerários Formativos, que corresponde à flexibilização curricular. Os Itinerários Formativos (IF) são o conjunto de disciplinas, projetos, oficinas, núcleos de estudo, entre outras situações de trabalho, que os estudantes poderão escolher no ensino médio e têm como objetivo consolidar, aprofundar e ampliar a FGB e a formação integral, contribuindo para que os estudantes possam construir e realizar seu projeto de vida. Os IF são organizados em torno de eixos estruturantes que permitem a apropriação de procedimentos cognitivos, uso de tecnologias digitais e metodologias que favorecem o protagonismo juvenil.

Os documentos normativos mencionados indicam o uso das tecnologias digitais nas práticas de sala de aula como mediação do conhecimento científico e suporte que promova aprendizagens reflexivas e significativas (Souza & Lemgruber, 2020). Considerando essas mudanças no cenário educativo e a intensificação do uso de tecnologias nas práticas docentes, nos deparamos com as necessidades formativas para a implementação do Novo Ensino Médio. Nesse sentido, a Diretoria de Ensino de José Bonifácio (Secretaria de Educação do Estado de São Paulo–SEDUC/SP) por meio da parceria com a Divisão Educativa da Casio buscou alternativas para profissionalizar os docentes no que tange a integração da calculadora científica como recurso para desenvolver e aprofundar conceitos.

No que tange a integração da tecnologia no ensino, há uma carência de formação para o uso de tecnologias em sala de aula (Neves & Bittar, 2015) e o Novo Ensino Médio só reforça a necessidade de atividades desse nível de forma efetiva. A Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OECD, 2015) já observou que esta não é uma tarefa fácil, considerando que os educadores precisam de tempo e esforço para aprender a usar a tecnologia, além do seu uso em suas práticas pedagógicas. Por essa razão, (Mishra & Koehler, 2006), introduziram o quadro teórico Conhecimento Pedagógico, Tecnológico de Conteúdo (TPACK, em inglês, Technological Pedagogical Content Knowledge) como uma estrutura conceitual destinada a entender e descrever os tipos de conhecimentos necessários a um professor para que sua prática pedagógica seja efetiva em um ambiente de aprendizagem integrado com tecnologia.

O nosso propósito é trazer a discussão sobre o pensar-com (Rosa, 20 a calculadora científica com o propósito de consolidar, aprofundar e ampliar a formação integral dentro da formação de professores norteados pelo quadro teórico TPACK. Para isso, mostraremos exemplos de como integrar esse recurso e como a formação continuada pode mudar a percepção dos professores sobre esse recurso didático tão controverso.

A estrutura desse artigo apresenta a seguir tópicos de discussão sobre o quadro teórico TPACK – Conhecimento Tecnológico e Pedagógico de Conteúdo, em que se fundamenta a proposta dos Itinerários Formativos para promover aprendizagens significativas e reflexivas com o uso da tecnologia, o potencial da calculadora como recurso para desenvolver conceitos e ideias, além de oportunizar a interdisciplinaridade e a análise do desenvolvimento de estudos e programas que auxiliam o professor a pensar-com este recurso em suas práticas.

Conhecimento Pedagógico, Tecnológico de Conteúdo (TPACK) e o Conhecimento Contextual

O framework TPACK (Conhecimento Pedagógico, Tecnológico de Conteúdo) identifica e descreve os tipos de conhecimentos necessários pelos professores para a integração bem-sucedida da tecnologia em sua prática. O TPACK propõe um quadro teórico que combina as seguintes áreas de conhecimento: conhecimento tecnológico, conhecimento pedagógico e conhecimento de conteúdo, e estuda como estes conhecimentos se conectam entre si, levando ao contexto de ambiente escolar, gestão da sala de aula e das características sociais dos alunos envolvidos. Além desses, é introduzido por (Mirsha, 2019) o Conhecimento ConteXtual (XK), o qual refere-se a tudo, desde a conscientização do professor sobre as tecnologias disponíveis no ambiente de trabalho até o conhecimento do professor sobre a escola, diretoria regional ou as políticas nacionais em que operam.

Isso, por sua vez, implica que o conhecimento contextual é algo sobre o qual nós (como educadores de professores) podemos agir, mudar e ajudar os professores a se desenvolverem. Assim como buscamos desenvolver os tipos de conhecimento dos professores e o TPACK geral, fica claro que devemos trabalhar para aumentar seu conhecimento contextual também. O conhecimento contextual torna-se de importância crítica para os professores, e a falta dele limita a eficácia e o sucesso de qualquer desenvolvimento de TPACK ou as tentativas de integração tecnológica de um educador.

No nosso trabalho, a calculadora científica é a tecnologia que utilizamos para potencializar as atividades didáticas e que permite propiciar alternativas para o ensino e aprimoramento da aprendizagem significativa dos problemas de matemática e física, dentro do contexto de atualização curricular. Além disso, esta é a tecnologia disponível na Diretoria de Ensino de José Bonifácio que conversa com o tema proposto no Material de Apoio ao Planejamento e Práticas do Aprofundamento (MAPPA), utilizado como suporte para o desenvolvimento do Aprofundamento Curricular - parte do Itinerário Formativo do estudantes, o qual traz como sugestão de atividade o estudo da modelagem matemática para descrever comportamentos, investigar situações reais e a aplicabilidade da regressão linear aos fenômenos presentes na Área de Ciências da Natureza.

Para tanto, realizamos um mapeamento com base (Shin et all, 2009) adaptado para o contexto do ensino de Matemática e Física pensando com a calculadora, a fim de detectarmos os conhecimentos a serem desenvolvidos durante a formação. Um ponto importante em nossa pesquisa é destacar a calculadora para além do saber-fazer-com. Esta é trabalhada no contexto de pensar-com, conforme (Rosa, 2008), a qual permite a construção de conhecimentos matemáticos e discussão de ideias matemáticas e suas relações com o mundo e com os outros.

Isso posto, para que os recursos tecnológicos sejam utilizados com efetividade, se torna imprescindível o aprimoramento dos professores como processo permanente e contínuo, (...) que deve ser entendido como componente essencial da sua profissionalização, na condição de agentes formativos de conhecimentos (Resolução CNE/CP 01, 2020), capazes de transformar suas práticas pedagógicas.

Desenvolvendo o pensar-com a calculadora dentro do TPACK através da formação continuada de professores

Ainda há uma visão primária para integrar calculadoras para a construção de ideias matemáticas previamente em sala de aula nas escolas brasileiras. As calculadoras – de calculadoras limitadas de quatro funções a calculadoras científicas – foram restritas das salas de aula com a crença de que essas ferramentas banalizariam a matemática em vez de envolver os alunos no aprendizado da matemática.

Em (Schiffl, 2006) argumentava que “[...]. passei a acreditar que não se pode ignorar a existência da calculadora, posto que os alunos acabam utilizando-a, e de maneira incorreta. Penso ainda que os professores de Matemática devem buscar meio de inseri-la no cotidiano escolar, sem que isso comprometa o desenvolvimento do raciocínio matemático”.

De fato, (Lima & Baldin, 2019) já destacaram exemplos do uso de calculadoras para a construção de conceitos, para o melhor entendimento do conceito numérico e promover o letramento matemático, entendimento de diferentes representações numéricas, desenvolvimento do pensamento matemático e computacional. Para que esta construção seja levada para sala de aula e os professores possam pensar-com a calculadora científica em suas práticas no contexto escolar, já afirmávamos a necessidade de um trabalho fundamentado pelo quadro teórico TPACK.

Em nossa pesquisa, utilizamos o material disponibilizado pela SEDUC/SP MAPPA no qual consta o componente "Medidas para Existência da Vida", o qual está organizado em cinco atividades que tem como premissa, oferecer aos estudantes um percurso de aprendizagem com foco no aprofundamento de habilidades da FGB e dos eixos estruturantes: Investigação científica, Processos Criativos, Mediação e Intervenção Social e Empreendedorismo, cujo objetivo é desenvolver uma modelagem matemática por meio da regressão linear.
A calculadora científica que usamos foi a calculadora CASIO fx-991LA X, a qual permitiu investigar através de uso da calculadora e compreender noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, como podemos observar em alguns exemplos utilizados durante a formação.

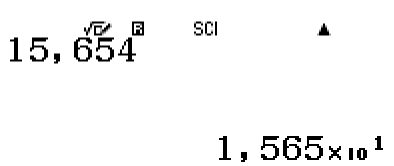


Figura 1. Representação do número 15,654 com quatro dígitos significativos com a calculadora científica.

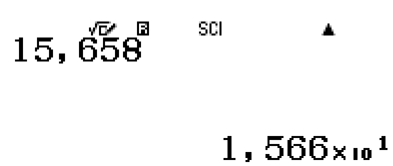


Figura 2. Representação do número 15,658 com quatro dígitos significativos com a calculadora científica.

Os professores puderam ter uma melhor compreensão de algarismos significativos e algarismos duvidosos, bem como entender propriedades através da experimentação com o uso da calculadora. Ainda neste contexto, utilizamos planos de aulas já aplicados no Ensino Médio para um aprofundamento maior no que tange os arredondamentos feitos e suas consequências nas aplicações práticas do dia a dia, com o estudo de erros absolutos e relativos. A investigação implementa um estudo exploratório consistente para os conceitos pedagógicos, de conteúdo e tecnológicos com 51 professores de ensino médio da DER de José Bonifácio.

Ainda dentro do componente "Medidas para a existência da vida" trabalhamos a Estatística, pudemos retomar e aprofundar os conceitos de medidas de tendência central e de dispersão e pensarmos em atividades para evidenciar a importância dessas medidas num conjunto de dados.

Figura 3. Aplicativo Estatística na calculadora científica.

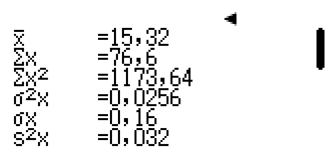


Figura 4. Lista de estatísticas referente ao conjunto de dados trabalhados na formação.

Através do aplicativo Estatística da calculadora, podemos introduzir e aprofundar a ideia matemática sobre modelagem matemática por meio da regressão linear, com perguntas norteadores tais como: O que é Regressão Linear Simples? Para que serve? Como funciona? Quais os conceitos e cálculos matemáticos envolvidos? E através do QR Code, podemos trabalhar com o ambiente ClassPad.net para desenvolver as principais ideias envolvendo o conceito de Regressão Linear. Através das explorações com a calculadora, os professores tiveram a oportunidade de fazer descobertas e aproveitar para sistematizar os principais pontos sobre a Regressão Linear. Enfatizamos que a calculadora científica teve um papel importante também na construção do Conhecimento de Conteúdo dos professores com relação às principais ideias acerca da Regressão Linear, bem como a introdução desta ideia no Ensino Médio e suas aplicações também na Área de Ciências da Natureza.

Nas figuras seguintes, podemos ver algumas das explorações utilizadas durante a formação para o desenvolvimento da sequência didática do componente destacado.

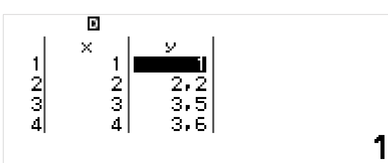


Figura 5. Aplicativo Estatística na calculadora científica para exploração dos conceitos de Regressão.

Figura 6. Código QR gerado para integração com o ambiente ClassPad.net.

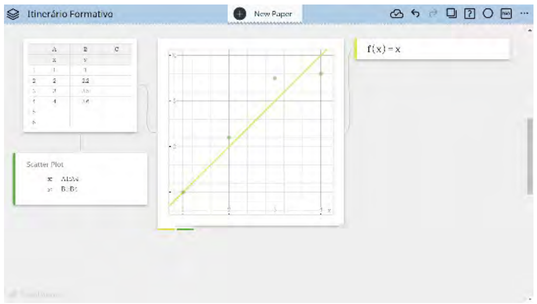


Figura 7. Visualização do QR no ClassPad.net explorando com a função f(x)=x.

Figura 8. Visualização do QR no ClassPad.net explorando com a função f(x)=0.8x+0.5.

Tivemos 51 professores da rede na formação "Medidas para a existência da vida" descobrindo novas formas de ensinar e aprofundar conteúdo de forma significativa integrados ao uso da tecnologia. Além disso, os professores durante a formação puderam visualizar aplicações da calculadora neste componente curricular em outras sequências didáticas da Formação Geral Básica e Itinerários Formativos. Os professores presentes que ainda não aplicaram a aula-pesquisa, são esperados que se sintam motivados a executar o roteiro e participar da análise.

Em nosso projeto, percebemos que a percepção sobre a tecnologia tem mudado drasticamente. No gráfico abaixo, uma pesquisa realizada com os 51 professores, tivemos que 27 professores dos 51 participaram de alguma formação para a integração da calculadora científica e 28 professores já usaram a calculadora em sala de aula. 41 professores concordam que podem usar estratégias que combinam conteúdo, calculadora e abordagens de ensino e que 38 estão pensando criticamente sobre como usar a calculadora em sala de aula.

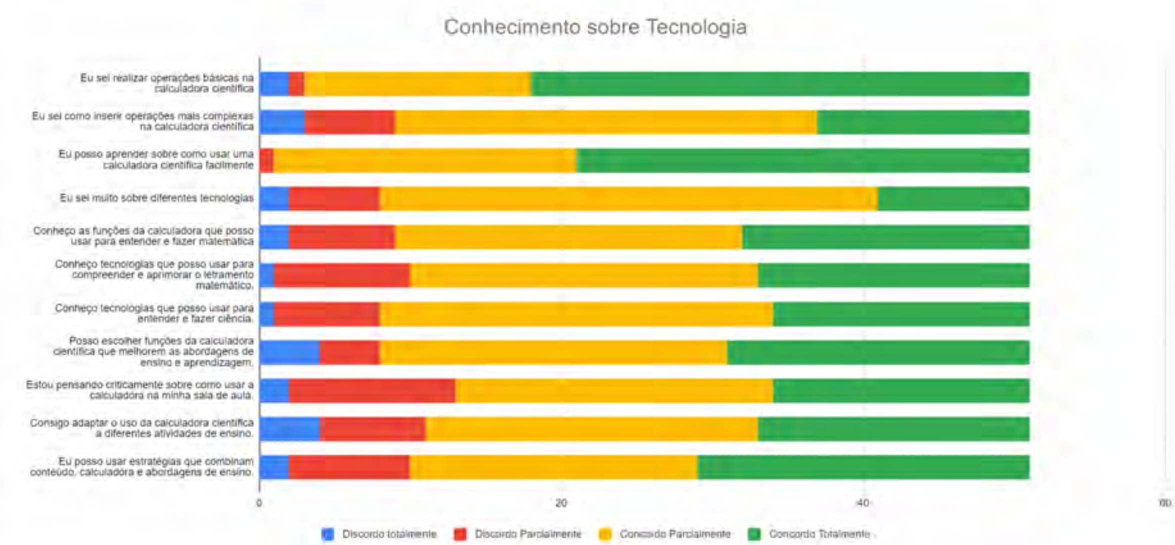


Figura 9. Visualização gráfica da pesquisa feita até o dia da formação sobre os conhecimentos sobre tecnologia.

Conclusões

Diante dos desafios da implementação de um novo currículo e desenvolvimento de habilidades e competências, com vistas a aprendizagem e o aprofundamento participativo e significativo dos estudantes, acreditamos que o quadro teórico TPACK no contexto de pensar-com a calculadora no contexto escolar está trazendo respostas promissoras para o desenvolvimento profissional dos professores e alternativas para cursos de formação continuada com integração de tecnologias nas práticas pedagógicas. Por último, e igualmente importante, este projeto contribuirá para o desenvolvimento de Itinerários Formativos e outras atividades de acordo com a Base Nacional Comum Curricular.

Referências e bibliografia

Lima, J. & Baldin, Y. (2019) A abordagem TPACK para a integração da calculadora científica na prática docente através da metodologia Lesson Study. *XV CIAEM* .

Ministério da Educação (2018). *Referenciais para elaboração dos itinerários formativos conforme preveem as Diretrizes Nacionais do Ensino Médio*. Brasil

Ministério da Educação (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasil.

Ministério da Educação (2018). *Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio*. Brasil.

Mishra, Punya; Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A new framework for teacher knowledge. *Teachers College Record, 108 (6),* 1017-1054.

Mishra, Punya (2019). Considering Contextual Knowledge: The TPACK Diagram Gets an Upgrade*, Journal of Digital Learning in Teacher Education, 35:2,* 76-78. https://doi.org/10.1080/21532974.2019.1588611

Neves, T., & Bittar, M. (2015). Análise da Prática de um Professor no Ensino da Matemática: Possíveis Reflexões em um Processo de Integração de Tecnologia. EM TEIA Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-Americana, 5, número 3.

OECD (2015), Students, Computers and Learning: Making the Connection. *PISA, OECD Publishing*. http://dx.doi.org/10.1787/9789264239555-en

Resolução CNE/CP 1/2020 (2020). *Diário Oficial da União*. Seção 1, pp. 103-106.

Rosa, M. (2008). A Construção de Identidades Online por meio do Role Playing Game: relações com o ensino e aprendizagem de matemática em um curso á distância. *Tese (Doutorado em Educação Matemática) - UNESP, Rio Claro.*

Schiffl, D. (2006). Um estudo sobre o. uso da calculadora no ensino da matemática. *Santa Maria. Dissertação de Mestrado, UNIFRA.*

Shin, T., Koehler, M., Mishra, P., Baran, E., &. Thompson, A. (2009). Changing technological pedagogical content knowledge (TPACK) through course experiences. 2009 *International Conference of the Society of the Information and Technology. & Teacher Education.*

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher,* 4-14.

Souza, D. & Lemgruber, M. (2020). O papel das tecnologias na BNCC e nos Itinerários Formativos. *Anais do CIET:EnPED:2020 - (Congresso Internacional de Educação e Tecnologias | Encontro de Pesquisadores em Educação a Distância), São Carlos, ago.* ISSN 2316-8722.

Pensar una clase de proporcionalidad para una escuela unitaria. Saberes entre docentes

Ana **Arceo** Luna
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional
México
ana.arceo@cinvestav.mx

Resumen

Los profesores de escuelas multigrado atienden estudiantes de más de un grado escolar simultáneamente, con frecuencia, sin haber recibido una capacitación específica para ello, por lo que movilizan diversos saberes para llevar a cabo las tareas de enseñanza de las matemáticas. El propósito de este trabajo es identificar los saberes que movilizaron los profesores en el diseño de una clase de proporcionalidad. Se trata de un estudio que aún está en proceso, de tipo cualitativo en el que se utilizan herramientas etnográficas. Se reporta cómo los profesores de escuelas multigrado, en un taller en modalidad a distancia, adecuaron una lección de los libros de texto para trabajar la proporcionalidad en un aula con estudiantes de los seis grados de primaria. Entre los principales saberes movilizados los profesores emplearon algunas variables didácticas como modificar las cantidades, presentar o no el valor unitario y otras relacionadas con la gestión de la clase.

Palabras clave: Didáctica de la matemática; Educación primaria; Enseñanza a distancia; Formación docente continua; Investigación Cualitativa; Enseñanza de la aritmética; Querétaro; México.

Introducción

En las escuelas primarias multigrado en México, un docente atiende más de un grado escolar simultáneamente (INEE, 2019), incluso los seis grados escolares como sucede en el tipo “escuela unitaria”. Esta organización escolar presenta a los profesores varios retos que surgen por el contexto económico y social en que se enmarcan las escuelas, las formas en que se relacionan los estudiantes, las demandas más allá de las labores docentes, el lugar que ocupa esta organización en los sistemas educativos y el estrecho vínculo entre la escuela y la comunidad.

Para enfrentar dichas situaciones particulares los docentes suelen realizar ajustes a los programas y tomar múltiples decisiones en torno a la gestión de la clase y su práctica en general (Block, Ramírez y Reséndiz, 2013; García & Solares, 2022)

Entre los estudios con los que se cuenta sobre la labor de los docentes en escuelas multigrado, se reconoce que los profesores requieren de saberes particulares para enfrentar los retos mencionados y, con frecuencia, tales saberes no son desarrollados en su formación inicial como maestros de escuelas graduadas (INEE, 2019) por lo que durante su práctica los docentes construyen diversos *saberes cotidianos* (Mercado, 2002). Tales saberes se definen como un conjunto de conocimientos sobre la realidad que permiten actuar en la vida cotidiana, se trata de conocimientos de los docentes que sustentan gran parte de su quehacer, van más allá de un acumulado de aspectos conceptuales, disciplinares y de teoría pedagógica; son una serie de elementos de índole afectiva, social e intelectual que se cruzan en la labor docente y que en muchas ocasiones no han sido sistematizados o incluso no se han explicitado como tal (Rockwell & Mercado, 1988). Es a través del ensayo de ciertas ideas y la resolución de los problemas que se presentan en el aula como los profesores hacen suyos los saberes de su práctica cotidiana (SEP & Mercado, 1988).

Diversos estudios coinciden en señalar que cuando los profesores enseñan matemáticas movilizan saberes de distinta naturaleza (Block, Ramírez & Reséndiz, 2013) en los que el contenido tiene un papel relevante tanto en las decisiones de planeación, en las que se suele elegir un tema común y graduarlo, como en el trabajo dentro del aula con los estudiantes (García & Solares, 2022).

En este sentido, se considera que la proporcionalidad es un tópico útil para estudiar los saberes que los profesores movilizan en el aula multigrado, primero por tratarse de un contenido transversal en los planes y programas de educación primaria en México ya que tiene un estrecho vínculo con las relaciones multiplicativas, el estudio de las magnitudes,3 las fracciones y las escalas (SEP, 2017). En segundo lugar, por su relación con otras asignaturas.

Esta investigación se propuso identificar los saberes que movilizan los profesores para enseñar la proporcionalidad directa en el aula de primaria multigrado. Esta investigación está en proceso por lo que a continuación se informará solo sobre el primer momento de la toma de datos; Un taller para profesores que permitirá reconocer los saberes sobre la enseñanza de la proporcionalidad que los docentes movilizan en un contexto entre iguales, al resolver problemas y establecer intercambios de diálogo.

Cabe mencionar que tanto para el diseño del taller como para el análisis de los datos se retoman conceptos centrales de la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1986) ya que proporcionan elementos teóricos para analizar las tareas que la investigadora planteó a los docentes en el taller así como las tareas que los profesores proponen para implementar con sus alumnos.

La TSD (Brousseau, 1986) aporta herramientas para comprender las formas en que se ponen en funcionamiento los conocimientos matemáticos, así como para analizar la relación del alumno con el conocimiento, o, de manera más amplia, para analizar la "situación didáctica", entendida como las interacciones entre alumnos, maestro, saber y medio. Otras nociones relevantes en este estudio son el "contrato didáctico", y las "variables didácticas".

Metodología

Considerando la relevancia de que los docentes asuman un papel activo en el estudio se diseñó un taller sobre la enseñanza de la proporcionalidad dirigido a profesores de escuelas multigrado. Se plantearon dos objetivos para dicho taller: identificar los saberes que los profesores movilizan en relación con otros docentes, y establecer una relación de confianza con los profesores que participarán en el segundo momento del estudio (observación y entrevistas en el aula). Para las interacciones entre los profesores se procuró establecer un espacio de diálogo, entendido como el compartir conocimientos y posiciones con los interlocutores, buscando una conversación "entre pares" en la que participaran los docentes y los talleristas. Siguiendo a Rockwell (2011), el diálogo se logra por el tipo de preguntas que se hacen, las referencias que se dan y aceptan, y hasta los gestos menos conscientes que se expresan y perciben así como la escucha de las narraciones, evitando dar por sentado que se conoce de antemano lo que los profesores comparten.

El taller se diseñó en modalidad a distancia para ser implementado a través de la plataforma de *zoom,* además de tener como apoyo para la comunicación e intercambio de materiales las plataformas de *whatsapp y drive*. La duración fue de 8 sesiones quincenales, con duración de 3 horas. A lo largo de las sesiones las actividades principales fueron la resolución de problemas de proporcionalidad, la discusión sobre los procedimientos que podrían emplear los estudiantes, el análisis de la proporcionalidad en los planes y programas de estudio y el diseño de situaciones para tratar la proporcionalidad en el aula multigrado. Las actividades fueron retomadas, principalmente, del libro *¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica* (Block, Mendoza & Ramírez, 2010). Como parte del diseño de las secuencias didácticas para cada sesión, la investigadora elaboró un análisis previo que permitió suponer lo que podría ocurrir durante el taller y contrastar hipótesis que se hacen sobre la marcha.

Para contactar a los participantes el Centro de Investigación y Docencia Narciso Bassols A.C abrió una convocatoria para docentes de escuelas multigrado que residieran en la zona de San Juan del Río, Querétaro, México, en la que se les invitaba a participar en un taller gratuito sobre enseñanza de la proporcionalidad en primarias multigrado. A lo largo de las sesiones se mantuvieron 8 docentes y 4 talleristas, la investigadora fungió también como tallerista por lo que de acuerdo con Cohen, Manion & Morrison, 2018) puede decirse que asumió un rol de *observador como participante* en donde los profesores que colaboraron en el taller reconocían el papel de la investigadora y su función de observar, recuperar materiales, hacer preguntas, gestionar el envío de materiales, etc.

Rediseño de una clase de proporcionalidad para una escuela unitaria

En la última sesión los talleristas organizaron en dos equipos a los profesores y les dieron la consigna de rediseñar para una escuela unitaria una lección de los libros de texto actuales, se trata de una situación de proporcionalidad que se propone para niños de 10 años aproximadamente que cursan el 5to grado de primaria: La fonda de la Tía Chela.

El problema propuesto plantea el costo de una orden de tacos y a partir de allí los estudiantes deben calcular cuánto deben pagar dos mesas y cuánto consumieron otras dos según lo que deben pagar. Se trata de un problema de valor faltante (Block et al., 2010) relacionado con la vida cotidiana, la forma de presentación es con dibujos y las operaciones que se requieren para resolverlo son principalmente multiplicación y división. Además, el problema permite utilizar diversos procedimientos como calcular el valor unitario, utilizar los factores internos etc.

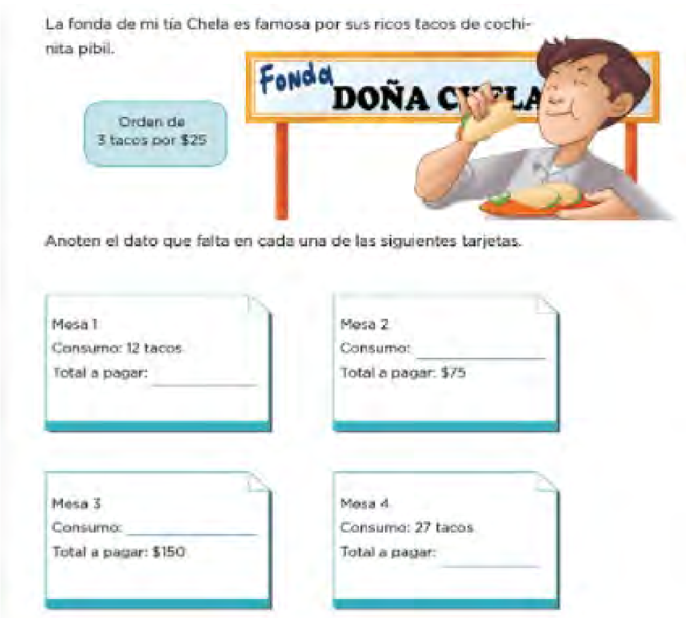


Figura 1. Lección del libro desafíos matemáticos 5to grado, "La fonda de la Tía Chela", SEP, 2017.

Para rediseñar la lección de modo que pudiera ser implementada en una escuela unitaria, los profesores propusieron distintas adecuaciones. En el primer equipo los docentes atendieron aspectos de la organización de los estudiantes y la forma de presentar la información, principalmente, por lo que propusieron que antes de plantear la situación a los alumnos como "la fonda de la tía chela" simular una tienda que pudieran enriquecer con más productos, yendo así "más allá de la propuesta del libro". La propuesta del equipo fue la siguiente:

1. Actividad inicial: preguntar al grupo "*si han tenido alguna experiencia en la compra o venta de tacos o algo parecido a la actividad, ¿qué han hecho para calcular el total? ¿Cómo le harían si les tocara cobrar los tacos?"* De modo que se generara una lluvia de ideas.
2. Actividades para plantear a cada ciclo: trabajar con material concreto, por ejemplo monedas, hacer agrupamientos.
3. Forma de organizar al grupo: *se trabajará en equipos integrados por alumnos de todos los grados para la actividad del juego de <la taquería>", posteriormente se trabajará en ciclos en la resolución de algunos problemas de proporcionalidad. Por último en plenaria se compartirá qué se les facilitó o les gustó de la actividad y qué se les dificultó.*

4. Los recursos a utilizar serían: *dinero didáctico, formatos comandas, resolución de problemas, hojas de colores, lápiz, libro de texto, plastilina, plumones y tijeras.*
5. Para cerrar la sesión: escucharían las problemáticas encontradas a la hora de realizar la actividad, el cómo le hicieron para llegar al resultado y preguntarían ¿de quién se apoyaron para solucionar el problema? ¿A qué acuerdos llegaron?

Además, los profesores comentaron que esta actividad podría tener una intención transversal:

> *Profesor M: aquí y podemos manejar otras materias, por ejemplo de qué material viene con lo que se hace los tacos. Aquí podemos intervenir, hacer uso de esta actividad.*

En este ejercicio los profesores del equipo utilizaron sus saberes sobre cómo trabajar en el aula multigrado independientemente de la asignatura, se centraron en aspectos de organización y gestión de la clase. En su propuesta sugieren trabajar en equipos, tanto del mismo grado como en plenaria. Un aspecto que tomaron muy en cuenta fue el relacionar la situación con la "vida cotidiana".

En el segundo equipo se centraron en cómo plantearían el problema para cada ciclo estableciendo variables didácticas primero en las cantidades, cambiando los valores por números enteros, segundo en promover el uso de la técnica de razones internas al sugerir que se usen dobles, y tercero en la forma de presentación de la información al hacer uso de tablas. En este equipo propusieron las siguientes adecuaciones a la lección:

> *Profesora R: Para primer ciclo sugerimos cambiar que en lugar de un paquetito de tacos se diera el precio de 1 solo taco y que el rango numérico fuera de $5 y la pregunta sería ¿de dos tacos cuánto se pagaría? Seria accesible para los niños porque es el doble.*
> *Para segundo ciclo platicamos que fuera un paquete de 3 tacos por $24, el valor unitario sería entero y buscaríamos un número 72 y preguntar cuántos tacos puedes comparar. Les pondríamos una tablita.*
> *Para tercer ciclo dejaríamos los datos así como están con una tabla.*

El ejercicio anterior pone en evidencia que cuando los profesores gradúan un problema, por ejemplo para implementarlo en una escuela multigrado, tienen en mente aspectos que pueden variar dentro de la situación como los datos o la forma de presentación, y también piensan en otros elementos relacionados con la gestión de la clase y que son necesarios para el trabajo en el aula.

A lo largo del taller hubo otros momentos en los que se les preguntó a los profesores qué modificarían en determinados problemas para graduarlos de acuerdo con los niños que atienden. Con frecuencia los profesores se centraron en el contexto, así como en los números que utilizaban, por ejemplo, la profesora R, a partir de un empaque de panecillos que mostraba un costo promocional propuso el planteamiento "*un paquete de mantecadas cuesta $18, ¿cuánto cuesta una mantecada?* Y una de las talleristas preguntó al grupo *¿Qué le cambiarían para hacerlo más difícil?* Y algunas de las respuestas fueron:

> *Profesor M: yo le pondría cuánto tendría que pagar un señor por cajas o un camión, o la producción.*
> *Profesora RR: para 6° podríamos utilizar fracciones o decimales por ejemplo ¿cuánto se pagaría por media mantecada?*
> *Profesora E: a lo mejor trabajar esa misma cantidad pero en otro contexto.*

Aunque con frecuencia los profesores de multigrado se enfrentan a la necesidad de graduar problemas, las situaciones anteriores dejan ver que consideran aspectos múltiples y que no siempre son los mismos, en ocasiones "*depende del niño*" y no solo del grado que cursa. Algunas de las variables didácticas a las que recurrieron con mayor frecuencia fueron el modificar cantidades que se utilizan, dar el valor unitario, promover alguna técnica y añadir o cambiar elementos del contexto. Estas variables las utilizan en función de lo que ellos conocen de sus estudiantes y el contexto, entendido como el conocimiento del entorno en que se desarrollan los niños.

Conclusiones

Los intercambios entre docentes mediados por un taller resultan un espacio relevante para movilizar saberes relacionados con el diseño y la adecuación de propuestas para el trabajo en el aula. Cuando los docentes de escuelas multigrado diseñan una clase de proporcionalidad, utilizan saberes que están relacionados con el contexto, con aspectos a los que suelen recurrir para la gestión de la clase y algunas variables didácticas propias de un problema de matemáticas como el cambio de cantidades y formas de presentación. Cabe destacar que las variables que llegan a utilizar los profesores no son uniformes, dependen de sus conocimientos de los estudiantes y se vinculan con saberes didácticos provenientes de distintas fuentes como su experiencia, la propuesta de otros programas e incluso ajenos al contenido matemático. Estas decisiones de los docentes de escuelas multigrado plantean saberes y formas de trabajo que son necesarias estudiar a fin de identificar aspectos que podrían ser útiles en la enseñanza de las matemáticas también en aulas graduadas.

Referencias y bibliografía

Block, D., Ramírez, M. & Reséndiz, L. (2013). Tejer currículo: la planeación de la clase de matemáticas en una escuela multigrado. *Memoria electrónica del XII Congreso Nacional de Investigación Educativa.* Guanajuato, México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa.

Block D., Mendoza, T., & Ramírez, M. (2010) Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica. México: Somos maestros/ Cinvestav.

Brousseau, G. (1986). *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques.* Vol 7. Nº2. 33-115.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2018). *Research methods in education*. New York: Routledge.

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE] (2019). *La educación multigrado en México*. México: autor.

García, E., & Solares, D. (2022). Intervenciones didácticas en multigrado para la enseñanza de las matemáticas. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas,* (96), 32-39

Mercado, R. (2002). *Los saberes docentes como construcción social. La enseñanza centrada en los niños*. México: FCE Rockwell, E., & Mercado, R. (1988). La práctica docente y la formación de maestros. *Investigación En La Escuela*, *2*(4), 65–78.

Rockwell, E. (2011). *La experiencia Etnográfica: historia y cultura en los procesos educativos*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.

Rockwell, E., & Mercado, R. (1988). La práctica docente y la formación de maestros. *Investigación en la escuela*, 2(4), 65–78

Secretaría de Educación Pública (2017). Plan y programas de estudio para la educación básica. Aprendizajes Clave para la educación integral. México: SEP.

Problemas com a operação de divisão: interpretação, solução e planejamento em Lesson Study

Maria Alice Veiga Ferreira de **Souza**
Instituto Federal do Espírito Santo
Brasil
alicevfs@gmail.com
Carolina Veiga Ferreira de **Souza**
Universidade Federal Fluminense
Brasil
carolvfs@gmail.com

Resumo

Este estudo qualitativo e interpretativo apresenta, discute e analisa êxitos e constrangimentos de 12 professores de Matemática de uma escola básica brasileira engajados em um planejamento de aulas à luz de um Lesson Study sobre problemas com a operação de divisão. Ademais, verifica contribuições do planejamento colaborativo para a compreensão e condução de professores sobre aulas nesse tema. As análises revelaram que 60 das 180 soluções apresentaram constrangimentos na interpretação dos textos e na compreensão do algoritmo da divisão. O trabalho colaborativo no Lesson Study mostrou-se potencial para construção e desenvolvimento de compreensões, conceitos e procedimentos, matemáticos e pedagógicos, que os professores ainda não dominavam.

Palavras-chave: Educação matemática; Matemática; Educação superior; Ensino; Formação continuada de professores; Pesquisa qualitativa; Aritmética; Brasil.

O contexto a discutir

A propositura de problemas faz parte (ou deveria fazer) do dia a dia de professores que ensinam Matemática e, por isso, é útil que esse tema seja investigado em formações de professores, vez que podem gerar êxitos ou constrangimentos na compreensão da matemática no texto e, consequentemente, na(s) resolução(ões) (Souza & Guimarães, 2015). Diferentes soluções podem revelar modos particulares de entendê-los e, nesse ínterim, surgirem oportunidades potenciais para professores ampliarem o pensamento matemático em voga.

A iniciar, pelo caráter nuclear desta investigação, doravante definimos "êxito" como compreensão ampla, profunda e diversificada sobre o contexto do problema e respectivo reflexo em solução(ões) matemática(s). Ao contrário, "constrangimento" é aqui entendido como uma restrição na interpretação textual e matemática do problema, acarretando solução limitada a pouca reflexão e(ou) com rasa sintonia com a realidade cotidiana. Alguns desses êxitos e constrangimentos foram investigados por autores da Educação Matemática, visando a explicar reflexos sobre o pensamento dos resolvedores (*e.g.*, Abedi & Lord, 2001; Pólya, 1945; Souza & Guimarães, 2015).

Aulas baseadas em resolução de problemas requerem dos professores desenvolvimento de competências específicas que podem ser promovidas em planejamentos colaborativos de aulas, a exemplo do Lesson Study – um modo japonês de formar professores (Takahashi & McDougal, 2016). A reflexão colaborativa pode ser fonte para conhecimento profissional e trazer ao primeiro plano amplitude e profundidade em temas eleitos pelo grupo como de difícil ensino ou aprendizagem. Nesse sentido, a justificativa dada por 12 professores para realização de um Lesson Study foi a baixa compreensão pelos alunos do ensino básico na resolução de problemas de divisão.

Nesse tema, interessa conhecer potenciais êxitos e constrangimentos emersos dos protocolos de professores ao resolverem e planejarem aulas sobre problemas com a operação de divisão. Ademais, no que tange ao Lesson Study, importa verificar as contribuições da colaboração mútua para a compreensão e condução de aulas sobre problemas com operação de divisão. Para esse fim, foram perseguidos os seguintes objetivos: 1) verificar a(s) solução(ões) dos professores para os problemas; 2) verificar os significados produzidos por professores que justificassem a(s) solução(ões); 3) avaliar a contribuição da reflexão colaborativa sobre os significados dos problemas durante o Lesson Study.

Enquadramento teórico

Os estudos de Pólya (1945) mantiveram-se como referência e como inspiração para outros saberes ligados à resolução de problemas. Para Pólya (1945), a resolução de problemas de Matemática é um processo constituído por quatro etapas: 1- compreensão do problema; 2- elaboração de uma estratégia de resolução; 3- execução da estratégia, e; 4- análise retrospectiva (*looking back*). Duas delas, a fase da compreensão do problema e do *looking back*, inspiraram investigadores sobre impactos da compreensão na resolução por alunos. Abedi e Lord (2001), por exemplo, tomaram problemas de Matemática com enunciados verbais do National Assessment of Educational Progress, e constataram carência de conferência e reflexão sobre adequação da solução.

A propositura de problemas de Matemática requer dos professores, segundo Schön (1991, 1992), de que haja: 1- um conhecimento na ação - conhecimento emerso na prática; 2- uma reflexão na ação – pensar sobre o que se faz, enquanto se faz e; 3- uma reflexão sobre a ação – pensar sobre o que se fez. Esse é um dos objetivos de um planejamento colaborativo:

proporcionar experiências que revelem aos professores um repertório de conhecimentos e reflexões que, possivelmente, levariam muito tempo para ocorrer, se ocorrerem, ao longo de sua trajetória profissional.

As indicações de Pólya (1945) e Schön (1991) para o processo de resolução são úteis, mas esse singular conhecimento não é suficiente para professores implementá-las. Esse é um dos objetivos do Lesson Study: o de promover experiências, discuti-las e levar o professor ao conhecimento na ação, à reflexão na ação e à reflexão sobre a ação (Souza, 2017). O planejamento colaborativo preconizado pelo Lesson Study faz mais do que compartilhar experiências ou alertar sobre didáticas. Ele pode contribuir para a formação da própria identidade profissional do professor por meio de reflexões colaborativas e de investigações sobre sua maneira de pensar e fazer matemática. As aulas, seguidas de reflexões, contribuem para a modelagem de um estilo próprio e, portanto, idiossincrático sobre sua maneira de conceber e de ensinar conteúdos escolares.

Procedimentos metodológicos

Esse trabalho qualitativo e interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994) apresenta, discute e analisa êxitos e constrangimentos emersos de protocolos escritos e verbais de 12 professores de Matemática engajados em planejamento de aulas à luz de um Lesson Study, todos pertencentes a uma escola básica municipal brasileira. Além desses participantes, uma professora, pesquisadora e formadora de professores, doutora em Educação Matemática, atuou como observadora participante, com intuito de compreender a realidade do grupo no tema eleito e, uma pesquisadora, engenheira e doutora em Computação, atuou em conjunto na revisão, interpretação e análise dos dados, ambas autoras deste trabalho.

O Lesson Study foi levado a efeito em 15 encontros semanais de três horas, ao longo de um semestre letivo, registrados em áudio, imagem, diário de bordo e resoluções escritas de problemas que se constituíram nos principais instrumentos de coleta de dados, cujas análises de conteúdo foram realizadas à luz dos autores atrás mencionados e de Bardin (1977/2016). Os primeiros encontros foram pautados, sobretudo, em: (1) discussões sobre as dificuldades epistemológicas de aprendizagem dos alunos; (2) estudos de materiais científicos sobre o tema e; (3) sugestões sobre como conduzir as aulas para alunos do ensino básico. Em meio aos estudos sobre operação de divisão, o debate revelou sintonias e contradições de concepções e compreensões que levaram a professora formadora a propor resolução de 15 problemas que envolviam a mesma operação de divisão (47÷8), a fim de estimular argumentações mais específicas. Os textos de alguns problemas mereceriam discussões e (até) reescritas, a depender dos objetivos da aula. A professora formadora sugeriu que, inicialmente, cada participante resolvesse individualmente os problemas para, em seguida, analisá-los conjuntamente em suas soluções, nos significados, e como deveriam conduzir o ensino. Os 15 problemas estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1
Problemas envolvendo a operação de divisão 47÷8

1	Se dispusermos 47 azulejos para a parede do banheiro e colocarmos 8 azulejos em cada fila, quantas filas poderão ser feitas?
2	Se contarmos para trás de 8 em 8, a partir de 47, qual será o último número?
3	De uma vara de madeira de 47cm, quantos pedaços de 8cm são possíveis?
4	De uma vara de madeira de 47cm se quer 8 varas de mesmo comprimento. Qual será esse comprimento?
5	As caixas para DVD comportam 8 DVD cada. Quantas caixas são necessárias para guardar 47 DVD?
6	Se são repartidas equitativamente 47 bolinhas de gude entre 8 crianças, dando a cada uma delas o máximo possível, quantas bolinhas receberia cada uma?
7	Se repartirmos equitativamente 47 bolinhas de gude entre 8 crianças, dando a cada uma delas o máximo possível, quantas bolinhas não seriam dadas às crianças?
8	Se repartirmos equitativamente R$47 entre 8 pessoas, quanto é dado a cada uma?
9	Devemos repartir 47 litros de vinho em garrafões de 8 litros. Quantos garrafões serão necessários?
10	47 litros de combustível serão distribuídos em 8 veículos que têm tanque de mesma capacidade. Qual a capacidade do tanque de combustível de cada veículo?
11	Oito pessoas recebem de herança um terreno de $47km^2$ e decidem repartir em 8 lotes de mesma superfície. Qual será a superfície de cada lote?
12	Pedro ficou hospitalizado por 47 horas consecutivas e começou a tomar injeção de 8 em 8 horas, desde o momento em que foi hospitalizado. Quantas injeções Pedro recebeu?
13	Hoje é sexta-feira. Daqui a 47 dias haverá um passeio da escola. Em que dia da semana será o passeio?
14	Os 47 alunos do 9º ano foram ao parque de diversões. O brinquedo que eles mais gostaram é a montanha-russa que tem 23m de altura. Cada carrinho leva, no máximo, 8 pessoas. Os alunos do 9º ano ocuparam quantos carrinhos da montanha-russa?
15	Um grupo de 8 amigos ganhou um prêmio de 47h de acesso à internet. Se os amigos dividirem o prêmio igualmente, quanto tempo de acesso cada um terá direito?

Fonte: acervo das autoras, 2022.

Para fins de investigação, estabelecemos como um dado de pesquisa toda solução escrita, significados e contribuições (verbais e escritos) emersos dos protocolos e reflexões colaborativas sobre os problemas que se constituíram como êxitos ou constrangimentos em meio aos encontros de Lesson Study.

Apresentação, discussão e análise dos dados

Pelo espaço deste texto, serão apresentados, discutidos e analisados apenas os protocolos dos problemas 1 e 8 (Tabela 1), no que diz respeito à compreensão e resolução dos problemas. No problema 1, 12 professores operaram corretamente 47÷8. Dois desses declararam 6 filas (êxito), alguns afirmaram 5,875 filas, outros tomaram apenas a parte inteira da divisão e ignoraram o resto ou a parte não inteira (0,875) e indicaram 5 filas (constrangimento), outros alegaram 5 filas com sobra de 7 azulejos (constrangimento). A compreensão do problema parece ter sido limitada e(ou) o *looking back* pode não ter sido eficaz ou realizado para os que não declararam 6 filas, mesmo para quem afirmou 5 filas com 7 azulejos, pois o objetivo era o de comunicar a quantidade de filas. Os professores que não realizaram a operação de divisão corretamente e os que desprezaram a parte não inteira foram levados a refletir sobre os significados de suas soluções. A reflexão conjunta sobre o primeiro problema foi gatilho para que alguns professores já reconhecessem e declarassem equívocos em compreensões dos outros 14. Mesmo assim, os protocolos escritos não foram alterados por solicitação da primeira autora. Houve consenso sobre a resposta correta serem 6 filas, e a opção pela condução da aula foi pelos estímulos à reflexão pelos alunos sobre as soluções e concepções equivocadas.

O problema 8 solicitava algo que não era possível de ser realizado, ou seja, repartir igualmente R$47,00 entre 8 pessoas, pois a divisão gera um resto indivisível para valores monetários. Dois professores levaram em conta esse fato – "cada um receberá R$5,87 e sobrarão 4 centavos". Outros dois declararam R$5,87, pois o problema perguntava quanto cada pessoa receberia, independentemente de haver resto. Os demais declararam R$5,875, R$5,00 ou dividiram equivocadamente (R$5,08). Nesse sentido, inferimos que 4 professores ponderaram sobre os dados e o objetivo do problema (êxito) em detrimento dos outros 8 (constrangimento), ao falharem, provavelmente, na compreensão e no *looking back*. A essa altura do Lesson Study, após as análises dos problemas anteriores, as discussões fluíram com consenso sobre o núcleo de cada problema e o que deveria ser considerado para a compreensão e solução. Igualmente, o grupo concordou que o modo de condução do raciocínio de seus alunos deveria estar pautado nos equívocos e correções surgidos nos encontros de planejamento, pela riqueza das discussões.

À guisa de apresentação geral dos resultados, a Tabela 2 expõe os êxitos (E) e constrangimentos (C) dos protocolos dos 12 professores a partir das análises dos 15 problemas.

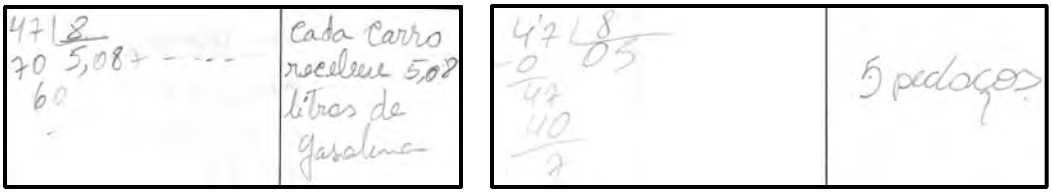
Tabela 2
Êxitos (E) e constrangimentos (C) apresentados pelos 12 professores na resolução de 15 problemas

Professores	Problemas														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	E	C	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E
2	C	C	C	C	E	C	E	C	C	E	C	E	E	C	E
3	C	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	C	E
4	C	E	E	E	E	E	E	E	E	C	E	E	C	C	C
5	C	C	E	C	E	C	E	C	C	E	E	E	C	C	C
6	C	E	E	E	E	E	E	C	C	E	E	E	E	C	E
7	C	C	E	E	E	E	E	C	E	C	C	E	E	E	E
8	C	E	C	E	E	C	C	C	C	C	C	E	C	C	E
9	C	E	E	E	E	E	E	C	C	C	E	C	E	C	E
10	C	E	E	E	E	C	E	C	E	C	E	E	E	E	E
11	C	E	E	E	E	E	E	E	C	C	E	E	E	C	E
12	E	E	E	E	E	E	E	C	E	E	E	E	E	E	E

Fonte: acervo das autoras, 2022.

A respeito das soluções e dos significados dos problemas, as análises revelaram que 60 das 180 soluções apresentaram alguma restrição na compreensão ou carência de *looking back*, gerando reflexos nas respostas aos problemas. Os constrangimentos mais frequentes foram a ausência de interpretação da parte não inteira da divisão 47÷8 e o limitado repertório sobre as diferentes maneiras de interpretação textual e, por isso, foram os principais ingredientes que alimentaram os debates no grupo, a partir de ponderações e questionamentos que pareceram ser decisivos para convencer professores de suas limitadas visões (*e.g.*, um professor perguntou ao grupo sobre o problema 14: "E se cada aluno ocupar um carrinho?").

Quanto ao algoritmo da divisão, alguns participantes demonstraram embaraços no uso do zero no quociente (Figura 1: (a) resposta ao problema 10; (b) resposta ao problema 3). Outros necessitaram do processo de contagem para a solução (Figura 2: resposta ao problema 1).



(a) (b)

Figura 1. Uso do zero no quociente da operação de divisão.

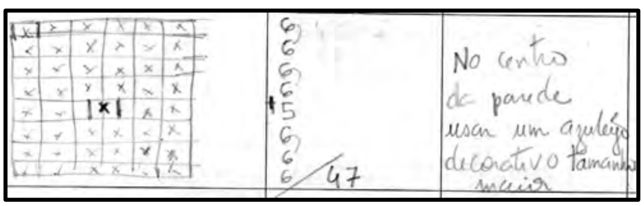


Figura 2. Contagem para declaração da solução.

Ao final dos 15 encontros, os professores demonstraram domínio conceitual ampliado e consenso sobre como deveriam conduzir aulas baseadas naqueles problemas. A contribuição da reflexão colaborativa sobre os significados dos problemas durante o Lesson Study pareceu ser *sine qua non* para ampliar, aprofundar e diversificar as diferentes soluções dos problemas e de como lidar com a divisão de 47÷8 nos diferentes contextos.

A concluir

O planejamento colaborativo de aulas sob o modo japonês Lesson Study contribuiu para a ampliação, profundidade e diversidade do conhecimento emerso na prática de solução dos problemas e a partir de pensar sobre o que se faz ou o que se fez. No contexto do planejamento de aulas e em meio à colaboração dos parceiros e dos estudos trazidos para o grupo, os professores concluíram que deveriam conduzir aulas sobre os problemas mediante estímulos às diversas visões e respectivos impactos das soluções. Nesse ínterim, foi possível rever conceitos e procedimentos inerentes ao algoritmo da operação de divisão, ainda rasos para alguns participantes. Importante dizer que a motivação inicial para o planejamento de aulas no Lesson Study foi pelas dificuldades de aprendizagem de alunos. Entretanto, a prática colaborativa mostrou que os professores também necessitavam de rever concepções e compreensões no tema.

Referências e bibliografia

Aledi, J., & Lord, C. (2001). The language factor in Mathematics tests. *Applied Measurement in Education*, *14*(3), 219-234. https://doi.org/10.1207/S15324818AME1403_2

Bardin, L. (2016). *Análise de conteúdo* (L. A. Reto & A. Pinheiro, Trans.). Edições 70. (Original published 1977)

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto Editora.

Pólya, G. (1945). *How to solve it; a new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.

Schön, D. (1991). *The reflective practitioner: how professionals think in action*. Avebury.

Souza, M. A. V. F. de. (2017). Impactos da gestão de aulas baseadas em problemas verbais de Matemática sobre a aprendizagem. *Educar em Revista*, *64*, 231-246. https://doi.org/10.1590/0104-4060.46978

Souza, M. A. V. F., & Guimarães, H. M. (2015). A formulação de problemas verbais de matemática: porquê e como. *Quadrante*, *24*(2), 135-162. https://quadrante.apm.pt/article/view/22919

Takahashi, A., & McDougal, T. (2016). Collaborative lesson research: maximizing the impact of lesson study. *ZDM Mathematics Education*, *48*, 513-526. https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-015-0752-x

Razonamiento configural y procesos involucrados en la resolución de problemas de probar en un contexto geométrico

Isamar **Flores-Sandoval**
CIMATE-UAGro. Universidad Autónoma de Guerrero
México
isamarfloressandoval@gmail.com
Guadalupe **Cabañas-Sánchez**
CIMATE-UAGro. Universidad Autónoma de Guerrero
México
gcabanas@uagro.mx

Resumen

El estudio describe el razonamiento configural que movilizan dos futuros profesores de matemáticas al resolver un problema en un contexto geométrico que contiene una configuración geométrica inicial. El análisis de los datos empíricos se apoyó del modelo cognitivo del razonamiento configural y de los aspectos visuales para identificar la conjetura que establecen y los procesos lógico-deductivos que desarrollan para probarla. Los hallazgos muestran que la coordinación que establecieron de las aprehensiones discursiva/operativa favoreció el desarrollo de procesos lógico-deductivo de tal forma que desembocó el razonamiento configural y el desarrollo de un proceso de truncamiento y con ellos la prueba del problema.

Palabras clave: Razonamiento configural; Futuros profesores de Matemáticas; Problemas de probar; Truncamiento.

Introducción

La geometría es un aspecto fundamental en el currículum de matemáticas. Su relevancia radica, en que promueve procesos de razonamiento y visualización. Sin embargo, se le considera una de las áreas de las matemáticas que resulta difícil para los estudiantes "porque demanda una actividad cognitiva más completa, ya que apela al gesto, al lenguaje y a la mirada" (Duval, 2016a, p. 13).

El estudio se contextualiza en los problemas clásicos de probar en geometría. La literatura ha reportado que la prueba es una dimensión importante en el contexto de la geometría en particular y de la matemática en general, y es fundamental para la comprensión de la matemática y la verificación de enunciados a los que se articulan figuras geométricas (Komatsu et al., 2017). Otro aspecto, consiste en la relación entre los conceptos geométricos y el papel que juega la visualización en la identificación de estas relaciones en las figuras geométricas (Llinares y Clemente, 2014).

El objetivo de la presente investigación es caracterizar el razonamiento configural en futuros profesores de matemáticas al resolver problemas de probar en geometría. Nos basamos en un modelo cognitivo que explica la coordinación entre dos tipos de aprehensiones, la discursiva y la operativa, las que permiten evidencia, los procesos involucrados en la resolución de problemas de probar en geometría.

Marco conceptual

Configuración geométrica. Para fines de este estudio, una configuración geométrica se entiende el sentido de Prior y Torregrosa (2013) “como la representación plana de objetos geométricos” (p. 343). En los procesos de resolución de los problemas de probar en geometría, el estudiante realiza interacciones físicas o mentales entre una configuración geométrica inicial y las subconfiguraciones que identifica en su prueba.

Razonamiento. Entendemos el razonamiento en el sentido de Torregrosa y Quesada (2007), quienes lo conciben como “cualquier procedimiento que nos permita desprender nueva información de informaciones previas, ya sean aportadas por el problema o derivadas del conocimiento anterior” (p. 288).

Visualización. El concepto de visualización se adopta de Hershkowitz et al. (como se citó en Torregrosa y Quesada, 2007), quienes lo entienden como “la transferencia de objetos, conceptos, fenómenos, procesos y sus representaciones a algún tipo de representación visual y viceversa. Esto incluye también la transferencia de un tipo de representación visual a otra” (p. 279).

Modelo del razonamiento configural

El modelo del Razonamiento Configural propuesto por Torregrosa y Quesada (2007), se sustenta del modelo cognitivo de razonamiento geométrico propuesto por Duval (1995) y de la teoría de los conceptos figurales de Fischbein (1993), se comprende de dos tipos de aprehensiones, la *aprehensión operativa* y la *aprehensión discursiva*. Torregrosa y Quesada (2007) las caracterizan de la siguiente manera:

a) *Aprehensión discursiva*: Es la acción cognitiva que produce una asociación de la configuración identificada con afirmaciones matemáticas (definiciones, teoremas, axiomas). Puede ir *del anclaje visual al anclaje discursivo*, y *del anclaje discursivo al anclaje visual*.
b) *Aprehensión operativa:* La aprehensión operativa se produce cuando el sujeto lleva a cabo alguna modificación (mental o física) a la configuración inicial para resolver un problema geométrico. Este cambio puede ser de dos tipos, *de aprehensión operativa de cambio figural* y de *aprehensión operativa de reconfiguración*.

A la coordinación que se establece entre las aprehensiones discursiva y operativa se conoce como un el proceso configural. La cual puede desembocar en dos situaciones: 1) cuando la coordinación proporciona una solución al problema, de los cuales se clasifican a su vez en los procesos de Truncamiento y Conjetura sin demostración, y 2) Cuando la coordinación no consigue ninguna solución (Torregrosa y Quesada, 2007).

Aspectos metodológicos

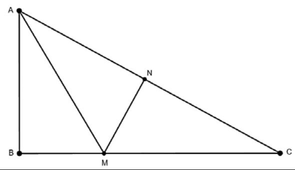
El presente estudio sigue un enfoque de investigación cualitativa (Creswell, 2013), en el cual se exploró un estudio de caso de tipo instrumental (Stake, 1999). Nos apoyamos del modelo cognitivo del Razonamiento Configural propuesto por Torregrosa y Quesada (2007) para profundizar en los procesos involucrados en la resolución de problemas en un contexto geométrico.

Participaron dos Futuros Profesores de Matemáticas (FPM en adelante), matriculados en una universidad pública ubicada al suroeste de México. En el momento del estudio, los FPM cursaban los últimos semestres de una licenciatura en Matemáticas. Su incorporación como unidades de caso se guió por los siguientes criterios: a) estar matriculados en una licenciatura en matemáticas con orientación en matemática educativa, b) haber experimentado con la prueba en geometría durante su formación académica, c) resolver los problemas de probar, y d) participar en una entrevista a profundidad.

En un contexto de papel y lápiz se aplicaron dos problemas de probar de geometría, que incluían una configuración geométrica inicial y desafiaron a los FPM a utilizar relaciones de congruencia para probar una conjetura y con ello, la demanda planteada. Los procesos identificados ponen en evidencia el papel de la visualización para reconocer elementos matemáticos que usaron para establecer una conjetura y probarla. El análisis lo centramos en el problema de probar 2, descrito en la Tabla 1.

La solución del problema demandó el uso de varios elementos matemáticos (aprehensión discursiva), explícitos e implícitos en el enunciado, así como en la configuración geométrica dada. Su solución no requirió de trazos auxiliares. Los aspectos visuales fueron fundamental en la identificación de las subconfiguraciones que componen la configuración geométrica inicial (aprehensión operativa), aunque, solo dos de ellas fueron útiles para guiar el proceso de resolución. Las afirmaciones matemáticas (aprehensión discursiva) necesarias para el proceso de solución fueron conceptos y propiedades geométricas, como: segmento, segmentos perpendiculares, bisectriz, ángulo, triángulo, triángulo rectángulo, suma de ángulos internos de un triángulo y la utilización del criterio de congruencia A.L.A.

Tabla 1
Problema de probar

Problema 2	*Descripción/Características*
P2: En la figura, ΔABC es rectángulo en B, $\overline{AM}$ es bisectriz de $\angle BAC$, y $\overline{MN} \perp \overline{AC}$ en N. Probar que $\overline{BM} \cong \overline{MN}$.  	*Retomado de Aguilar et al. (2009).* La configuración geométrica que representa al problema está constituida a partir de un triángulo rectángulo, que a su vez se subdivide en tres triángulos, los cuales se forman a partir de una bisectriz y una recta perpendicular.

Fuente: Elaboración propia.

Análisis. El análisis de los datos empíricos se apoyó del modelo cognitivo del Razonamiento Configural (Torregrosa y Quesada, 2007) así como de los aspectos visuales. Los aspectos que guiaron el análisis fueron los siguientes:

1) Qué subconfiguraciones desencadenan el razonamiento configural de los FPM.
2) El papel de la visualización en el desarrollo de los procesos deductivos que siguieron.
3) Qué conceptos y propiedades geométricas movilizaron los FPM para establecer una cadena de argumentaciones y con ello la tesis a probar.

Resultados

Futuro Profesor de Matemáticas 1. La primera acción del FPM1 fue leer el problema. Seguidamente, distinguió la hipótesis y la tesis y las representa, para iniciar el proceso de solución (ver Tabla 2). La lectura del enunciado propició identificar la configuración geométrica inicial y sus elementos, identificó dos subconfiguraciones (*aprehensión operativa*) en las cuales desarrolló procesos lógicos-deductivos que lo llevaron a probar la tesis. Estableció una conjetura, que consistió en probar que $\Delta ABM \cong \Delta ANM$, y con ello la tesis a probar.

Tabla 2
Proceso de solución al problema 2

Acciones	Aprehensión discursiva	Aprehensión operativa	Proceso configural
Identifica y representa las hipótesis iniciales. **FPM1:** *Para iniciar detecto las hipótesis "tenemos que:* $\overline{MN} \perp \overline{AC}$ *y también que* $\overline{AM}$ *es bisectriz del* $\angle BAC$*".*	Concepto de: Segmento Segmentos perpendiculares Bisectriz Ángulo	Modifica mentalmente la configuración geométrica, y decide las etapas a seguir.	La coordinación entre las aprehensiones contribuye a tener un referente visual más amplio del problema de probar.
Reconoció dos subconfiguraciones formadas por dos triángulos. **FPM1:** *Para ambos triángulos*(ΔABM *y* ΔANM).	Triángulo Triángulo rectángulo Ángulo	Identificó dos subconfiguraciones en la configuración geométrica inicial y sus elementos.	La coordinación *aprehensión discursiva/operativa*, contribuyó a tener dos subconfiguraciones geométricas.

Asocia los elementos de la subconfiguración geométrica con la propiedad de congruencia, mediante el criterio A.L.A. **FPM1:** *...por el criterio Ángulo-Lado-Ángulo, los triángulos son congruentes, por esta razón sus lados homólogos son congruentes. Por lo que:* $\overline{BM} \cong \overline{MN}$*, que era lo que se quería demostrar.*	Triángulo rectángulo Suma de ángulos internos de un triángulo Criterio de congruencia A.L.A.	Relacionó los elementos: $\angle BAM \cong \angle MAN$ $\overline{AM}$ $\angle AMB \cong \angle NMA$	La coordinación *aprehensión discursiva/aprehensión operativa* propicia probar que los segmentos son congruentes.

Fuente: Elaboración propia.

Futuro Profesor de Matemáticas 2. La lectura al enunciado del problema y la relación que estableció con la configuración geométrica inicial propició que distinguiera los elementos matemáticos correspondientes a la hipótesis y los de la tesis. Visualizó dos subconfiguraciones (*aprehensión operativa*), en las que basó su proceso de solución. A partir de los elementos matemáticos identificados (*aprehensión discursiva*), estableció una conjetura, que consistió, en que resolver el problema, implicaba probar una congruencia de triángulos y con ello lo que se le demandó demostrar (tesis). En la Tabla 3 se muestra el procedimiento de solución que siguió FPM2.

Tabla 3
Proceso de solución al problema 2

Acciones	Aprehensión discursiva	Aprehensión operativa	Proceso configural
Distingue entre hipótesis y tesis, luego las representa. **FPM2:** *Las hipótesis que tengo son tres:* *1) que él* ΔABC *es rectángulo en* B*,* *2) Que* $\overline{AM}$ *es bisectriz del* $\angle BAC$*, y* *3)* $\overline{MN} \perp \overline{AC}$ *en* N*. Y la tesis a probar es* $\overline{BM} \cong \overline{MN}$*.*	Concepto de: Triángulo Triángulo rectángulo Segmentos Perpendicularidad Bisectriz Ángulo	Mentalmente modifica la configuración geométrica, y decide las etapas a seguir para la resolución del problema.	La coordinación entre las aprehensiones *discursiva/operativa,* contribuyen para tener un referente visual más amplio y poder seguir una vía de resolución.
De la configuración geométrica inicial "reconoció" dos subconfiguraciones formadas por dos triángulos. **FPM2:** *Ubique los triángulos (*ΔABM *y* ΔANM*).*	Triángulo. Triángulo rectángulo. Ángulo	Identifica dos subconfiguracione s en la configuración geométrica inicial y sus elementos.	La coordinación *aprehensión discursiva/operativa*, contribuyó a tener dos subconfiguraciones geométricas.
Asocia los elementos de la subconfiguración geométrica mediante el criterio (erróneo) A.A.L. **FPM2:** *...por el criterio (A-A-L) aseguro que los triángulos son congruentes* ($\Delta ABM \cong \Delta ANM$)*, por lo tanto, concluyo que* $\overline{BM} \cong \overline{MN}$*.* *...sé que el criterio A.L.A, no tiene un orden…*	Triángulo rectángulo. Ángulos. Criterio de congruencia (erróneo) L-L-A.	Relaciona los elementos $\angle MBA \cong \angle ANM$ $\overline{AM}$ $\angle BAN \cong \angle NAM$	La coordinación *aprehensión operativa/aprehensión discursiva* propicia una prueba errónea.

Fuente: Elaboración propia.

Conclusiones

El análisis de los datos empíricos contribuyó a identificar una situación de desenlace del proceso configural en la situación, donde la coordinación da una solución al problema. Se reconoció el proceso cognitivo de *truncamiento,* el cual se desarrolla cuando la coordinación entre las aprehensiones discursivas y las aprehensiones operativas proporciona la "idea" para resolver el problema (Torregrosa y Quesada, 2007). Los FPM establecieron una *conjetura,* es decir, en ese momento identificaron la vía de solución, por lo que su razonamiento configural se interrumpió y dio paso a un proceso lógico-deductivo encaminado a probar la conjetura establecida.

Para el caso del FPM1 su proceso de solución evidenció la utilización correcta de elementos y propiedades matemáticas al establecer su conjetura (un proceso de *truncamiento*), así como su proceso de prueba. La conjetura que estableció fue probada de manera correcta. De igual modo para el FPM2, se identificó un proceso de *truncamiento.* En la prueba que realizó, se identificó que planteó una conjetura relevante en el contexto del problema de probar planteado. Sin embargo, el proceso lógico-deductivo que desarrolló, lo condujo a una prueba errónea. Ello se debió a que utilizó como criterio de congruencia una relación que desde el punto de vista de la matemática es errónea.

Referencias y bibliografía

Aguilar, A., Bravo, F., Gallegos, H., Villegas, M., y Figueroa, R. (2009). *Geometría y trigonometría*. Pearson Educación.

Creswell, J.W. (2013). *Qualitative inquiry research design. Choosing among five approaches*. Sage Publications.

Duval, R. (2016a). Las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría. Desarrollo de la visualización, diferenciaciones de los razonamientos, coordinación de sus funcionamientos. En R. Duval; A. Sáenz-Ludlow (Eds.), *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas Énfasis* (pp. 13-60). Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Duval, R. (1995). Geometrical pictures: Kinds of representation and specific processes. En R. Sutherland y J. Mason (Eds.), *Exploiting Mental Imagenery with Computers in Mathematical Education* (142-157). Belín, Germany: Springer.

Fischbein, E. (1993). The theory of Figural Concepts. *Educational Studies in Mathematics, 24*(2), 139-162. http://www.jstor.org/stable/3482943

Komatsu, K., Jones, K., Ikeda, T. y Narazaki, A. (2017). Proof validation and modification in secondary school geometry. *The Journal of Mathematical Behavior , 47(*1) , 1-15. http://dx.doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.05.002

Llinares, S., y Clemente, F. (2014). Características del razonamiento configuracional de futuros maestros de primaria. *Pensamiento y aprendizaje matemático, 16*(3), 234-250. https://doi.org/10.1080/10986065.2014.921133

Prior, J., y Torregrosa, G. (2013). Razonamiento configural y procedimientos de verificación en contexto geométrico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 16*(3), 339-368.

Stake, R. (1999). Investigación con estudio de casos. Ediciones Morata, S. L. https://www.uv.mx/rmipe/files/2017/02/Investigacion-con-estudios-de-caso.pdf

Torregrosa, G., y Quesada, H. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en geometría. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 10*(2), 275-300.

XVI CIAEM
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education
UNIVERSIDAD DE LIMA
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023
xvi.ciaem-iacme.org

Reflexiones de profesores sobre representaciones matemáticas usadas para atender la diversidad de estudiantes

Angélica Mayerly **Velasco** Méndez
Universidad Industrial de Santander
Colombia
angelica2208098@correo.uis.edu.co
Sandra Evely **Parada** Rico
Universidad Industrial de Santander
Colombia
sanevepa@uis.edu.co
Daniela Geraldiny **Soto** Soto
Universidad de Santiago de Chile
Chile
daniela.soto.s@usach.cl

Resumen

Investigaciones como las de Pineda (2018) y Lindenskov y Lindhardt (2019) manifestaron la necesidad de contar con profesores de matemáticas que tengan formación en Educación Especial, con el fin de mitigar la brecha entre el conocimiento matemático y la forma de acercarlo a los estudiantes según sus Necesidades Educativas. Al respecto, se desarrolló una investigación que buscó caracterizar los significados construidos por una Comunidad de Práctica de profesores de matemáticas en ejercicio que reflexionaron sobre la atención a la diversidad. El estudio se fundamentó teórica y metodológicamente en el modelo de Reflexión y Acción de Parada (2011). El análisis de los resultados se hizo mediante los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje. En esta comunicación se exhiben algunos significados negociados por la CoP alrededor del principio de proporcionar múltiples formas de representación que permite plasmar actividades para atender a todos los estudiantes según sus ritmos y estilos de aprendizaje.

Palabras clave: Atención a la diversidad; Formación de profesores; Representaciones matemáticas; Comunidad de Práctica; Reflexión; Acción.

Introducción

Durante los últimos años se han desarrollado varias investigaciones sobre la formación de profesores y atención a la diversidad, dado que desde las normativas nacionales e internacionales se exige a los maestros incluir a todos sus estudiantes en el aula, no obstante, hace falta una formación clara sobre cómo hacerlo. Investigaciones como las de Serrano y Camargo (2011) y Pérez (2016) dan a conocer que algunos profesores se les dificulta atender las particularidades de sus estudiantes por la limitación didáctica y ausencia de programas de capacitación.

Enmarcando esta problemática a nuestro contexto de interés (Santander/Colombia) desde la Universidad Industrial de Santander (UIS) se han realizado varias investigaciones con el fin de brindar formación a los futuros docentes de Matemáticas sobre la manera de atender a las características diversas de sus estudiantes. Por un lado, Pineda (2018) muestra una experiencia en la formación inicial de profesores para sensibilizarlos ante la necesidad de prepararse para atender las particularidades de sus estudiantes, por otro lado, Echeverría y Parada (2020), trabajaron con futuros profesores que son tutores de cálculo diferencial y reflexionaron sobre cómo ayudar a estudiantes con dificultades de acceso a la universidad a mitigar las barreras para el aprendizaje.

Aunque se han realizado investigaciones en la UIS alrededor de esta problemática, los estudios se han enfocado en la formación de futuros profesores y poco se ha trabajado con profesores en ejercicio. Por lo anterior, surge esta investigación que busca caracterizar los significados (en términos de aprendizaje) construidos por profesores en ejercicio que reflexionan sobre la atención a la diversidad en clase de matemática al interior de una CoP.

Aspectos Teóricos

El estudio se fundamentó teórica y metodológicamente en el modelo de Reflexión y Acción (R-y-A) de Parada (2011), el cual está sustentado en la teoría social de las CoP de Wenger (1998). Para Wenger una CoP es un grupo de personas que comparten preocupaciones en común y se caracterizan por: ser una empresa conjunta, tener compromiso mutuo y un repertorio compartido.

Dentro de los elementos de estas dinámicas se resaltan tres que son fundamentales para esta investigación: negociación de significados, se construyen nuevas interpretaciones de un saber a partir del saber de otros; cosificación, surge cuando los participantes de la comunidad plasman en sus prácticas los significados negociados en la CoP; y participación, cada profesor contribuye en la construcción de un aprendizaje colectivo. El modelo R-y-A promueve la reflexión del profesor en CoP antes, durante y después de la clase alrededor del pensamiento matemático, didáctico y orquestal, pensamientos que a continuación se describen.

- Pensamiento matemático: Según Parada (2011), son los conocimientos matemáticos que el profesor utiliza para promover actividad matemática en el aula. Este se refleja cuando el docente propone tareas, se comunica en aula, realiza adaptaciones curriculares, diseña, selecciona y usa recursos. Por lo anterior, se requiere que primero el profesor comprenda críticamente el conjunto de ideas que van a enseñarse para luego comunicarlas.

- Pensamiento Orquestal: Resalta la forma en que el profesor selecciona los recursos (hojas de trabajo, materiales didácticos, tecnologías digitales, libros, calculadora, videos, etc.) que utilizará para promover la actividad matemática según las características particulares de sus estudiantes. Por lo anterior, es necesario que el profesor primero reflexione sobre cómo, cuándo, para qué utilizar un recurso y no otro, Pineda (2018).
- Pensamiento didáctico de la matemática escolar para atender la diversidad en el aula: Surge cuando los profesores reflexionan sobre las diferentes estrategias para acercar el conocimiento matemático a los estudiantes, teniendo en cuenta sus características particulares, contexto, habilidades y dificultades en la comprensión del objeto de estudio.

Parada (2011) afirma que este pensamiento se encuentra en los tres momentos de reflexión: i) antes de la clase, al realizar adaptaciones curriculares, diseñar situaciones adaptables y flexibles según la actividad matemática esperada; ii) durante la clase, cuando se conduce la actividad matemática prevista en la clase atendiendo a las características de los estudiantes; iii) sobre la acción, al evaluar los aprendizajes de los estudiantes para nuevamente realizar las adaptaciones curriculares y de esta manera pensar en una nueva acción.

Dada la pregunta de investigación, este estudio se centra en el pensamiento didáctico del profesor, por ende, se toman otros aspectos teóricos que coadyuvaran al profesor en la búsqueda de estrategias para atender a la diversidad de estudiantes, entre ellos, el decreto 1421 del Ministerio de Educación Nacional MEN (2017) sobre las adaptaciones significativas, no significativas, ajustes razonables y el DUA propuesto por el grupo CAST (2011). El DUA es una propuesta pedagógica que facilita un plan curricular enfocado en atender a las necesidades de todos los estudiantes mediante diferentes métodos, apoyos, recursos, evaluaciones que se formulan partiendo de las características de los educandos. Para implementar el DUA en el aula, se consideran los siguientes tres principios:

a) El principio I, proporcionar múltiples formas de representación: Enfatiza en que los alumnos son diferentes en la forma en que perciben y comprenden la información, por ende, es necesario que el profesor ofrezca diversas alternativas para dar a conocer la información. Alternativas como: ajustar el tamaño de letra, usar subtítulos, diagramas, gráficos, descriptores de texto y de voz, etc… Este principio también considera importante la interacción entre las diferentes representaciones (gráfica, tabular, algebraica, geométrica, lenguaje simbólico, etc.) en matemáticas para proporcionar a los estudiantes más herramientas que hagan accesible y comprensible la información, porque se activa la percepción auditiva, visual y táctil de los estudiantes, Laos (2017) y Gutiérrez (1991).

b) El principio II, proporcionar múltiples formas de expresión: Enfatiza en la necesidad de proporcionar múltiples formas de expresión al estudiante, dado que cada persona tiene diferentes maneras de aprender y expresar sus conocimientos. Por tal motivo, es fundamental no imponer un único método de respuesta, pues hay estudiantes que se expresan mejor usando un texto escrito, otros de manera oral, otros a partir de gráficas, etc. Al respecto Santos Trigo (2008) enfatiza en la importancia de ampliar las formas en que un estudiante presenta su respuesta a un problema.

c) El principio III, proporcionar múltiples formas de implicación: Busca captar la atención de los estudiantes para comprometerlos y motivarlos en el proceso de aprendizaje, siendo importante variar las dinámicas de la clase para que todos los estudiantes se involucren en la actividad matemática pues a algunos les motiva lo tradicional y a otros lo novedoso.

Aspectos metodológicos

El estudio adoptó una metodología de investigación acción-colaborativa, en términos de Elliot (2000) porque surge de la reflexión sobre la práctica de los profesores y la investigadora tiene una función dual (participante y moderadora de la CoP). En esta ocasión las preocupaciones de los profesores giraron alrededor de las múltiples estrategias que se podrían implementar en el aula para atender la diversidad de estudiantes en clase de matemáticas, motivo por el cual se reflexionó principalmente sobre los principios y pautas que propone el DUA, las cuales fueron adaptadas al contexto de interés (Educación Matemática).

La investigación se planificó en seis fases: (1) Acercamiento a la CoP mediante una carta de invitación y encuesta online; (2) Planificación de dinámicas de trabajo, se diseñó un cronograma de actividades sincrónicas (vía zoom) y asincrónicas (vía Moodle) sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas; (3) Proceso de reflexión sin intervención, se reflexionó sobre la manera en que los profesores promovían la actividad matemática atendiendo a las particularidad de sus estudiantes; (4) Proceso de reflexión con intervención, se programaron conferencias de expertos nacionales e internacionales sobre el DUA, actividades flexibles y adaptables a las habilidades de los estudiantes; (5) Caracterización de los significados negociados sobre las categorías de análisis emergentes (principios del DUA); 6) Reporte de resultados de investigación.

Es importante señalar que para la recolección de los datos usaron las herramientas que propone el modelo R-y-A (Parada, 2011), entre ellos se encuentran: rutas cognitivas (instrumento para estructurar los contenidos matemáticos a estudiar), planeaciones de clase, episodios de videos de clase. Estos instrumentos de recolección de datos permiten analizar las reflexiones de los profesores sobre la actividad matemática planeada versus la actividad matemática lograda.

En esta comunicación presentamos resultados del proceso de reflexión y acción sobre los significados negociados por dos profesoras alrededor de las múltiples formas de representación en Matemáticas. Ellas fueron seleccionadas porque realizaron un proceso de reflexión completo (diseñaron, implementaron y reflexionaron) además de mostrar evidencias relevantes que ayudaron al acercamiento de las realidades de la problemática de estudio.

Algunos resultados

La encuesta realizada y las primeras planeaciones diseñadas por los profesores en el proceso de reflexión sin intervención mostraron que las guías de trabajo planificadas son superficiales al no tener en cuenta investigaciones previas alrededor del objeto matemático de estudio y al no considerar los ritmos y estilos de aprendizaje de sus estudiantes.

Lo mencionado es posible que sea causa de la falta de formación pedagógica y didáctica que tienen los profesores para diseñar actividades en las que se tengan en cuenta las características de sus estudiantes. Lo anterior se deduce dado que el 75% (21 de 28) de los profesores que respondieron la encuesta consideraron no haber tenido ningún tipo de formación para atender las necesidades educativas de sus estudiantes. Lo mencionado, pone en manifiesto la brecha entre el profesor de matemáticas y de educación especial, tal como lo menciona Bruno y Noda (2010).

Otro resultado importante por destacar son las dificultades que presentaron algunos profesores de la CoP en época de pandemia para promover la actividad matemática en todos sus estudiantes, debido a las dificultades de acceso a internet y recursos insuficientes para una educación virtual. Esta dificultad fue más latente en los estudiantes que tenían alguna Necesidad Educativa Especial, dado que con esta metodología de trabajo los estudiantes se dispersaban con más frecuencia de las actividades que estaban realizando, afectando la concentración y atención de los estudiantes, así lo manifestaron los profesores.

Para mitigar las dificultades mencionadas y poder atender a las características particulares de los estudiantes surge la necesidad de estudiar el DUA relacionado con las matemáticas, dado que este enfoque aporta significativamente al diseño curricular mediante la flexibilización de objetivos educativos, métodos, materiales y evaluación a través de los tres principios y las 9 pautas.

En cuanto a las múltiples formas de representación en matemáticas los profesores de la CoP, en el proceso de reflexión sin intervención sí consideraban importante la estrategia de proporcionar múltiples formas de representación de un objeto matemático de estudio al ofrecer a los estudiantes la información de manera auditiva y visual, no obstante, este planteamiento no se reflejaban en sus planeaciones, porque se encontraron con la dificultad de ¿cómo implementar e integrar diferentes representaciones matemáticas de un objeto de estudio? y en consecuencia al intentar responder a la pregunta, proporcionaban situaciones fuera del objeto de interés. Un ejemplo de ello se dio con Jesús, quién por usar la gráfica, la expresión algebraica y la tabla de datos eligió la situación de lanzar un objeto en una rampa inclinada, que se relaciona con el Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA) y no con la función lineal.

Lo anterior, fue un significado negociado por los profesores en el proceso de reflexión con intervención, dado que las conferencias nacionales e internacionales constantemente se enfocaron en la necesidad de integrar y ofrecer diversas representaciones (gráfica, tabular, algebraica, geométrica, simbólica, etc) de los objetos matemáticos, situación que fue implementada en la nueva planeación realizada por los profesores al estudiar la noción de derivada y la potenciación.

Otra de las dificultades identificadas en el proceso de planeación y que hace parte de proporcionar múltiples formas de representación se da con relación a identificar los saberes previos de los estudiantes con el fin de partir de los conocimientos que los estudiantes ya saben, para de esta manera relacionarlo con los nuevos objetos de estudio. En el proceso de reflexión sin intervención ninguno de los profesores considero importante este aspecto, por lo que, muchos ejes temáticos fueron dados por visto y en consecuencia hubo dificultad en la comprensión de la actividad matemática propuesta.

Por lo anterior, también se trabajó en el proceso de reflexión con intervención alrededor de estos aspectos, lográndose que los profesores que participaron plenamente en los encuentros de la CoP implementaran esta estrategia antes del diseño de sus actividades. Por ejemplo, la profesora Sonia antes de trabajar la noción de derivada a partir del problema del rectángulo de mayor área da a conocer conceptos previos de parábola, rectángulo, área y perímetro. Por otra parte, la profesora Libia considera importante iniciar la clase con una situación exploratoria (ver figura 1) que le permite indagar sobre los conocimientos previos para llegar al objeto matemático de interés (potenciación) y además integrar las diferentes representaciones que coadyuvan a la compresión y cumplimiento de la actividad matemática a promover.

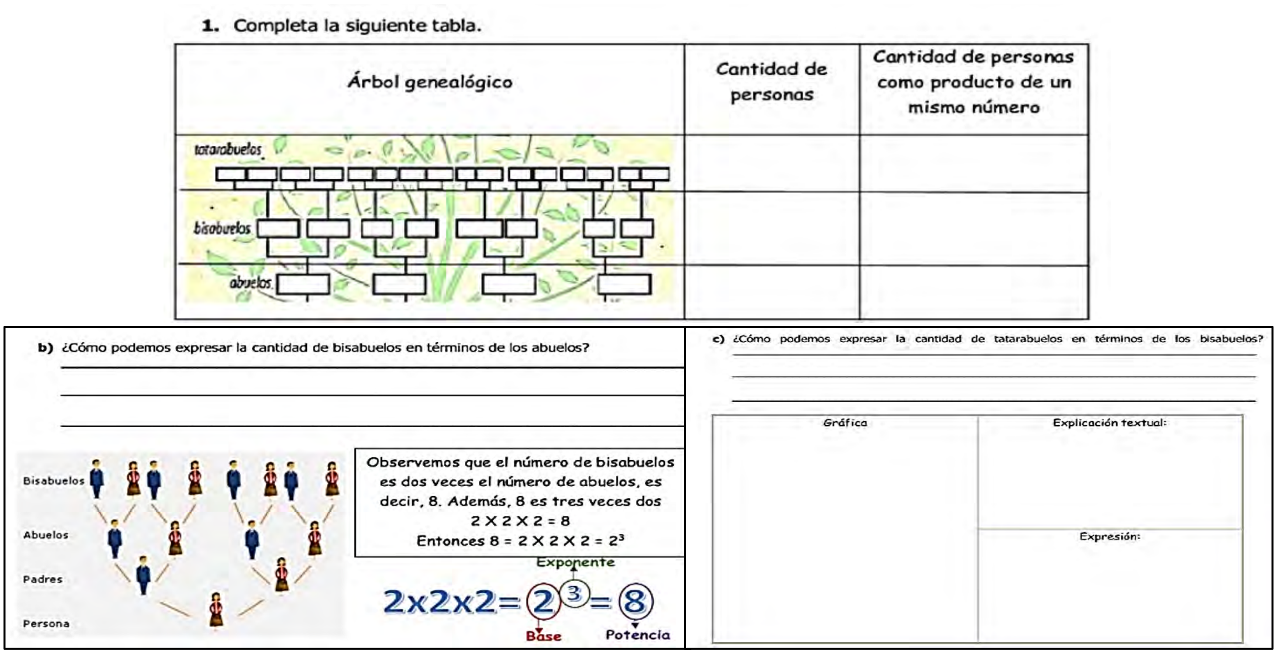


Figura 1. Actividad de exploración para comprender la potenciación

Algunas reflexiones

Los principales significados negociados por los profesores giran alrededor de:

- Diseñar guías sobre un mismo objeto matemático de estudio, pero con diferentes niveles de complejidad de tal manera que se adapte a las características, ritmos y estilos de los estudiantes.
- La importancia de realizar adaptaciones significativas y no significativas para brindar a los educandos múltiples representaciones de un objeto de estudio para su mayor comprensión.
- Identificar los conocimientos previos de los estudiantes y promover la comunicación constante docente-estudiante, estudiante-estudiante desde las particularidades de cada uno de ellos, pues es un proceso fundamental en matemáticas.

Algunos significados negociados por los docentes en cuanto a su pensamiento reflexivo son: a) pensamiento matemático, se negoció la actividad matemática particularizada según las características de cada estudiante, b) pensamiento didáctico, importancia de realizar adaptaciones curriculares, diseñar actividades adaptables y flébiles usando el DUA para hacer guías de trabajo accesible a todos, y c) pensamiento orquestal se lograron articular diferentes recursos tecnológicos, material concreto, entre otros, de tal manera que estuviera acorde a las Necesidades Educativas de los estudiantes.

Agradecimientos

La publicación de este trabajo de investigación se logra gracias al apoyo del Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación, Colombia – MINCIENCIAS quien está financiando el programa de investigación "Innovar en la Educación Básica para formar ciudadanos matemáticamente competentes frente a los retos del presente y del futuro". Código1115-852 70767, con el proyecto "Diseños didácticos para la inclusión en matemáticas con la mediación de tecnología: procesos de formación y reflexión con profesores". Financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología". Código70783, con recursos del Patrimonio autónomo Fondo Nacional de financiamiento para la ciencia, la tecnología y la innovación Francisco José de Caldas, contrato CT 183-2021.

Referencias bibliográficas

Bruno, A., Noda, A. (2010). Necesidades educativas especiales en matemáticas. El caso de personas con síndrome de Down. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), Investigación en Educación Matemática XIV (pp. 141-162). Lleida: SEIEM.

CAST (2011). Universal Design for Learning Guidelines version 2.0. Wakefield, MA.

Echeverria, C. y Parada, S. (2020). Teachers-in-training´s reflections on the teaching of Calculus to people with distinct characteristics. In: Sacristán, A.I., Cortés-Zavala, J.C. & Ruiz-Arias, P.M. (Eds.). (2020). *Mathematics Education Across Cultures: Proceedings of the 42nd Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*,

Elliott, J. (2000). El cambio educativo desde la investigación-acción, Madrid: Morata. Mexico. Cinvestav / AMIUTEM / PME-NA. https:/doi.org/10.51272/pmena.42.2020.

Laos, M. (2017). *Percepción visual y habilidades matemáticas en estudiantes de inicial-5 años-instituciones educativas Red 03*. (Tesis de maestría). Universidad César Vallejo, Perú.

Lindenskov, L. y Lindhardt, B. (2019). Exploring approaches for inclusive mathematics teaching in Danish public schools. Mathematics Education Research Journal, 32(1), 57-75.

MEN. (29 de agosto de 2017) Por el cual reglamenta en el marco de la educación inclusiva la atención educativa a la población con discapacidad. [Decreto 1421 de 2017].

Parada, S. (2011). Reflexión y acción en comunidades de práctica: Un modelo de desarrollo profesional. Tesis de doctorado. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Distrito Federal, México.

Pérez, R. (2016). Praxis inclusiva para la atención de necesidades Educativas Especiales en el sector rural de Bucaramanga. Praxis & Saber, (7)15,127-145

Pineda, S. (2018). Formación inicial de profesores de matemáticas alrededor de la atención a la diversidad. (Tesis de maestría). Universidad Industrial de Santander.

Santos-Trigo (2008). La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Cinvestav-IPN

Serrano, C. y Camargo, D. (2011). Políticas de inclusión educativa del discapacitado Salud. Barreras y facilitadores para su implementación: Bucaramanga, 2010. Rev. Fac. Nac. Pública 2011. 29(3): 289-298

Wenger, E. (1998*). Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity*. Cambridge: Cambridge University Press.

Sentido numérico en las aulas de primaria en Colombia. Una mirada desde el profesorado.

Luz Dary **Jiménez-Rubiano**
Departamento de didáctica de la Matemática, Universidad de Granada
España
luzjimenez@correo.ugr.es
Elena **Castro-Rodríguez**
Departamento de didáctica de la Matemática, Universidad de Granada
España
elenacastro@ugr.es
Juan Luis **Piñeiro**
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Chile
juanluis.pineiro@umce.cl

Resumen

Este estudio describe las ideas que profesoras de educación primaria colombianas manifiestan respecto a la enseñanza del sentido numérico. Desde una perspectiva cualitativa, con un carácter descriptivo y exploratorio, se entrevistaron a ocho profesoras colombianas. En el discurso de las profesoras se aboga por la enseñanza del número y las operaciones en contexto para que el estudiante le de utilidad y sentido en sus actividades diarias. Admiten incluir estrategias de cálculo planteadas por los estudiantes, siempre y cuando estén justificadas. Asimismo, son conscientes de la necesidad de incluir la estimación y cálculo mental en los procesos de enseñanza de las matemáticas. En su discurso hay evidencias de que en alguna medida se está desarrollando sentido numérico en sus aulas de clase.

Palabras clave: Sentido numérico; Educación primaria; Profesor de primaria; Colombia.

Introducción

El número puede usarse de diversas maneras y es fundamental para describir el mundo Kilpatrick et al. (2001). Por ejemplo, las diversas transacciones realizadas a diario exigen que las personas usen los números, lo que implica: a) comprender los números y las operaciones; y b) tener ciertas capacidades para desarrollar estrategias útiles para desenvolverse fácilmente con ellos ante situaciones de su entorno. El dominio de estos dos aspectos ha sido catalogado por diversos autores como un indicador de tener sentido numérico, de ahora en adelante SN (e.g, Castro y Segovia, 2015; McIntosh et al., 1992; Tsao, 2004). Este uso constante del número y de las operaciones ha hecho que desarrollar SN sea una de las principales tareas de la escuela primaria (NCTM, 2003). De hecho, diversos currículos como los de Australia, Reino Unido y Chile presentan detalladamente un desarrollo del SN desde los primeros cursos sin usar el término SN. Otros países, como Estados Unidos y España fomentan explícitamente el desarrollo del SN en su currículo. En el caso de Colombia, se expresa el término SN, sin explicarlo y sin dar indicaciones de cómo desarrollarlo, solo exponiendo un listado de contenidos a abordar.

Sin embargo, a pesar de su inclusión en el currículo, las diferentes investigaciones con estudiantes de primaria, secundaria y estudiantes para profesor de varios de estos países arrojan un bajo desarrollo del SN y dificultad al juzgar la razonabilidad de los resultados (e.g, Almeida y Bruno, 2014; Courtney-Clarke y Wessels 2014; Tsao, 2004; Yang et al., 2008). Por ejemplo, Yang et al. (2009) consideran que los bajos resultados de los estudiantes quizá se deban a la falta de SN del maestro. Esto se reafirma con el estudio de Tsao (2012) en el que se señala que si el profesor desconoce qué es el SN, pocas ventajas y herramientas tendrá para incentivar el desarrollo de éste en las aulas de clase.

El hecho de que los profesores desempeñen un papel fundamental para ayudar a los niños a desarrollar SN (e. g, Alsawaie, 2012) ha hecho que los estudios se centren también en indagar el conocimiento del profesor (e.g. Zübeyde y Artut, 2016) y las interpretaciones de profesores sobre SN. Concretamente para esta última línea, Tsao y Lin (2012) realizaron un estudio con maestros de escuelas primarias, concluyendo que la idea de SN que describen los profesores es buena. Sin embargo, la literatura aún es escasa y es por ello que este estudio pretende explorar las ideas y opiniones de un grupo de profesores colombianos de educación primaria sobre la enseñanza del sentido numérico. Este hecho hace que esta investigación tome una perspectiva desde del pensamiento del profesor, explorando sus ideas sobre la enseñanza del número y de las operaciones en primaria.

Perspectiva teórica

El SN se comprende como la competencia que desarrolla una persona para usar los números y operar con ellos de manera versátil, interrelacionando los conceptos y conocimientos numéricos que tiene permitiéndole desenvolverse en determinadas situaciones de su actividad cotidiana (Castro y Segovia, 2015; Sowder, 1992; McIntosh et al., 1992; Tsao, 2004; Yang et al., 2008). McIntosh et al. (1992) y Sowder (1992) han desarrollado marcos referenciales de categorías del SN, de los cuales diversos autores han partido para expandir o comprimir las categorías. Tras la revisión de la literatura para este estudio se seleccionaron 8 componentes. A continuación, se describen:

C1. Uso de las diferentes representaciones del número. Las representaciones son una herramienta que posibilita la comunicación de ideas matemáticas y facilitan procesos de pensamiento y desarrollo del cálculo. Por tanto, reconocer las distintas representaciones de un mismo número facilita su uso.
C2. Uso del número en contexto. Usar el número requiere diferenciar sus representaciones, identificar para qué se utilizan los números (por ejemplo, 5 céntimos de 5 euros, 5 años). Cuando una persona logra contextualizar al número y sabe para qué se utiliza, facilita su uso en las actividades de la vida cotidiana, pues de nada sirve que se tenga claridad en los conceptos si estos no se usan o se aplican en algún contexto.
C3. Uso de la composición y descomposición de un número. Implica expresar un número en una forma equivalente, lo que permite tener otra representación y puede facilitar esta nueva equivalencia operar en los números recompuestos.
C4. Uso de las operaciones en contextos. El aprendizaje matemático implica la construcción de múltiples significados y adquiere valor en contextos de uso real que van más allá del dominio mecánico de reglas, rutinas algorítmicas.
C5. Uso flexible de las propiedades de las operaciones. Implica que el sujeto diferencie las propiedades, las comprenda, lo que permite tener varias representaciones de un número al momento de realizar el cálculo y facilite la solución de la operación.
C6. Relacionar las operaciones. Implica diferenciar las operaciones, comprender cuál es su estructura y ver las operaciones que están inmersas dentro de otra, por ejemplo, lograr ver que la división es el proceso inverso a multiplicar permite construir diversidad de formas de resolución.
C7. Crear estrategias de cálculo escrito, mental, estimación o aproximación. Inventar un algoritmo y aplicarlo, implica recurrir a facetas de SN como la descomposición/recomposición y la comprensión de las propiedades numéricas (por tanto, estos cálculos se realizan cuando una persona tiene dominio flexible del número y de las operaciones en general).
C8. Razonabilizar los procedimientos y los resultados. Debe estar presente en cada uno de los procedimientos que realiza un sujeto de tal manera que pueda considerar la validez de un cálculo, esta categoría contribuye sustancialmente al desarrollo de SN.

Metodología

Esta investigación es cualitativa con enfoque descriptivo de tipo exploratorio. El estudio se realiza con ocho profesoras seleccionadas con un muestreo autoseleccionado (Hernández et al., 2014) de diferentes regiones de Colombia. Las participantes debían cumplir el criterio de haber abordado la enseñanza de las matemáticas en educación primaria y estar en activo en centros públicos y privados de educación primaria, rurales y urbanos. Para mantener la confidencialidad se asignó una letra a cada profesor A, B, C, D, E, F, G y H, en adelanta PA, PB, etc.

La técnica de recogida de datos fue una entrevista semiestructurada. El procedimiento de recogida de datos se realiza a través de cinco preguntas realizadas de manera individual y sincrónicamente a través de la plataforma online Zoom que permitió grabar todo el proceso, previo consentimiento de los participantes. Cada entrevista duro aproximadamente 30 minutos. Las respuestas fueron analizadas de acuerdo con las 8 categorías. Además, la pregunta 5 fue analizada de manera separada con el objeto de indagar en la percepción sostenida por las profesoras sobre su propia competencia profesional respecto al SN. La Tabla 1 consolida las cinco preguntas, sus objetivos y las categorías (componentes de SN) que indaga cada una.

Tabla 1.
Descripción de preguntas y categorías que atiende cada una

Pregunta	Categoría(s)	Objetivo
1. ¿En cuáles de los aspectos que se listan a continuación habría que hacer más hincapié para desarrollar SN?	C1, C2, C3, C,4 C5, C6, C7, C8	Identificar cuáles componentes de SN emplea más el profesor al momento de enseñar el número y las operaciones.
2. ¿Qué opina sobre trabajar en la educación primaria la estimación, aproximación y el cálculo mental?	C7	Determinar la relevancia otorgada por los profesores al cálculo mental, la estimación y la aproximación en su trabajo de aula.
3. ¿En qué aspectos considera que se debe hacer más y menos hincapié cuando se enseña el número y las operaciones en la educación primaria?	C1, C2, C3, C,4 C5, C6, C7, C8	Indagó los aspectos en los que considera el profesor se debe hacer más y menos hincapié cuando se enseña el número y las operaciones.
4. Para resolver un problema un estudiante aplica una estrategia original (propia del estudiante) que no se le ha enseñado en el colegio ¿Se le debe aceptar esta estrategia?	C7 y C8	Relevancia dada a alas estrategias creadas por los estudiantes.
5. ¿Se siente con la competencia necesaria para enseñar sentido numérico? ¿necesita formación adicional? Explique su respuesta.	Sin C*	Pretendía comparar la coherencia a las respuestas dadas a las 4 preguntas anteriores.

Nota: *Sin C: No se especifica en ninguna componente.

Resultados

A continuación, se muestran los resultados de los discursos de las profesoras de primaria en función de las 8 componentes de sentido numérico seleccionadas para este estudio.

C1. Uso de las diferentes representaciones del número. Aunque es mencionada por 4 de los participantes ante las diferentes preguntas, solo la justifica la PB. En su respuesta se resalta la importancia de trabajar desde las diferentes representaciones del número para que los estudiantes los identifiquen ya que: “los números no solamente los representamos gráficamente con números, también lo hacemos con cantidades, con símbolos, con letras, entonces, es importante que ellos encuentren esa relación”.

C2. Uso del número en contexto. Cinco de las profesoras coinciden que al momento de enseñar los números se debe hacer más hincapié en la comprensión del significado de número. Otras cinco, hacen referencia a que los estudiantes comprendan el valor posicional y puedan trabajar el número en contexto. Por ejemplo, la PD comenta que: “hay que hacer mucho enfasis en eso (contexto), más que en la operación, que el niño sepa responder a una operación en un contexto especifico" y la PG dice que: "El niño qué hace: mira u, d y c y me da la respuesta, ahí lo está haciendo mecanico, pero si yo lo sitúo desde un problema, dentro de un contexto sería mejor porque lo estoy llevando más allá de que sea un simple número…, es decir, que eso representa algo".

C3. Uso de la composición y descomposición de un número. Esta componente la resaltan 5 profesoras. Una participante la considera un punto importante al momento de hacer aproximaciones o crear estrategias de cálculo. En sus palabras "para que ellos aproximen deben tener muy claro la parte de la descomposición de número, de cifras, ese es otro aspecto que me parece muy importante que ellos aprendan y tengan claro". El resto de las participantes no justifican su elección.

C4. Uso de las operaciones en contextos. Siete profesoras manifestaron hacer hincapié en que los estudiantes comprendan por qué es necesario usar una determinada operación. Este comentario fue muy repetido en las respuestas. Asimismo, se valora que los estudiantes comprendan el significado de la operación y sobre todo, que las operaciones partan de un contexto. Por ejemplo, la PB comenta que: "es importante trabajar más situaciones contextualizadas para que ellos (estudiantes) puedan hallarle un sentido a la operación que van a hacer, de lo contrario va a ser más complejo para los estudiantes plantearlas y resolverlas". Asimismo, la PE dice que: "en cuanto a las operaciones: haría énfasis en su comprensión y para qué me van a servir, en las relaciones de unas con otras… la importancia que tienen en la resolución de problemas, empezaría porque los niños entiendan para qué se utiliza".

C5. Uso flexible de las propiedades de las operaciones. Esta componente no fue mencionada por las profesoras en ningún momento. Puede que las participantes no le encuentren relación con el proceso de desarrollo del SN, o quizá y lo vean como parte de los procesos algorítmicos tradicionales. Esto debido a que en su discurso señalan que: "menos repetición de ejercicios".

C6. Relacionar las operaciones. Aunque cuatro participantes consideran relevante esta componente para desarrollar SN, no en todas las preguntas hacen alusión a ella y solo dos profesoras la explican. Específicamente las PB y PC dan importancia a que los estudiantes encuentren la relación de las operaciones para desenvolverse fácilmente con los cálculos y encuentren alternativas para dar solución a las situaciones numéricas con las que se enfrentan. Por ejemplo, la PC comenta que el estudiante: "si está haciendo una multiplicación sepa que la puede hacer también con una suma, que se puede hacer más extensa pero que puede resolverla … que él sepa que una operación le ayuda a resolver la otra, que si está dividiendo también la multiplicación le ayuda a resolver la división". Sin embargo, la PB manifiesta que "es muy dificil que los niños encuentren la relación entre las operaciones, lo que dificulta mucho los procesos de análisis y de resolución de situaciones problemicas".

C7. Crear estrategias de cálculo escrito, mental, estimación o aproximación. Esta categoría fue detectada en los discursos de todos los maestros a todas las preguntas. Las profesoras consideran relevante trabajar el cálculo mental, la aproximación y la estimación durante el proceso de enseñanza y aprendizaje del número y de las operaciones. Las razones que se expresen tienen relación con que son usadas con frecuencia en la cotidianidad. Asimismo, se señala estos aspectos como habilidades de pensamiento que se deben desarrollar y/o potenciar desde la primaria para que los estudiantes sean ágiles y se les facilite realizar operaciones, hallen relaciones entre las operaciones y solucionen situaciones problema. Ademas, observan que a los niños les gusta esta temática. Por ejemplo, la PC considera que “el cálculo mental sirve mucho en la vida cotidiana porque es la habilidad que uno tienepara manejar los números en los diferentes problemas que se le presentan en la cotidianidad…”.

Respecto a aceptar la estrategia de cálculo creada por el estudiante, todas las profesoras concuerdan en que se debe aceptar, pero la condicionan a verificación, nivel de coherencia y a razonarla con la clase. Las participantes coinciden en que lo que busca la escuela es precisamente que los escolares indaguen y planteen diferentes alternativas para resolver un problema y aprendan de su experiencia al indagar. Asimismo, comentan que el profesor debe propiciar espacios para que el estudiante construya diferentes caminos o alternativas de solución. Por ejemplo, la PB dice: “¡por qué no aceptarla! si está llegando a tener una respuesta correcta y es una estrategia que a él se le facilita y puede ser que esta estrategia puede ayudarle a otros compañeros”. Por su parte, la PD dice que: “todos tenemos diferentes maneras de aprender o de resolver situaciones... por ejemplo, yo tengo en el aula muchos niños `inquietos` por la matemática, a veces ellos me muestran cosas (procedimientos) que yo no he visto…”

C8. Razonabilizar los procedimientos y los resultados. Tres de las profesoras expusieron esta categoría como relevante. Ellas explican que desearían que los estudiantes realizaran cuestionamientos a sus procesos y manifiestan estar trabajando para ello. Sin embargo, declaran que es un proceso complejo para los estudiantes.

Para indagar en la percepción sostenida por las profesoras sobre su propia competencia profesional se realizaron dos preguntas al final de la entrevista (Pregunta 5 en Tabla 1). Todas las profesoras consideran que necesitan formación adicional. Sin embargo, 6 profesoras presentan indicios de promover el desarrollo del SN en 5 categorías y contestan que no se sienten capaces de enseñarlo (Profesoras B, C, E, F y G, en columna profesoras de la Tabla 2) a excepción de la PD que manifiesta sentirse con la competencia para enseñarlo. Dos profesoras no presentan indicios de desarrollar componentes del SN pero si se consideran competentes para enseñar SN (Profesoras A y H en columna profesoras de la Tabla 2). Destacamos el caso de 2 profesoras que al iniciar la entrevista preguntaron sobre el significado de SN (Columna “Pregunto qué es SN” en Tabla 2). La primera de ellas considera contar con la competencia para enseñar SN, pero su discurso se contradice ya que durante la entrevista solo se percibe que moviliza una de las componentes de SN (C7).) La otra participante respondió: “yo no diría que tengo la competencia, siento que cualquier otra enseñanza que reciba servirá mucho”. No obstante, el discurso de esta participante durante la entrevista permite inferir que moviliza las 8 componentes del SN abordadas en este estudio**.**

Tabla 2

Componentes que moviliza cada maestro y su consideración para enseñar SN

Profesora	Preguntó qué es SN	Componentes que se infiere movilizan en el aula las profesoras	Considera que está capacitada para enseñar SN	Necesita formación adicional para enseñar SN
A	No	C2, C3, C4, C6	Sí	Sí
B	No	C1, C2, C3, C4, C6, C7, C8	No	Sí
C	Sí	C1, C2, C3, C4, C6, C7, C8	No	Sí
D	No	C1, C2, C3, C4, C6, C7	Sí	Sí
E	No	C1, C2, C3, C4, C6, C7, C8	No	Sí
F	No	C1, C2, C3, C4, C6, C7	No	Sí
G	No	C1, C2, C3, C4, C6, C7	No	Sí
H	Sí	C7	Sí	Sí

Reflexiones finales

En el discurso de cinco de las profesoras se puede inferir la importancia otorgada a que el estudiante use el número en contexto (C2) y que comprendan por qué se hace necesario hacer una operación aritmética (C4). Estos hallazgos son compatibles con el estudio de Tsao y Lin (2012), quienes señalan que para los profesores es importante que el estudiante conozca cómo y para qué usar el número. Respecto a las componentes: uso de las diferentes representaciones del número (C1), uso de la composición y descomposición de un número (C3) y relacionar las operaciones (C6), los resultados muestran que son consideradas por las profesoras, pero poco explicadas. El uso flexible de las propiedades de las operaciones (C5) no surge durante el discurso de las maestras. Por tanto, es posible inferir que no es prioridad para ellas abordarla durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las operaciones.

Asimismo, se evidencia una receptividad por parte de todas las profesoras a aceptar una estrategia de cálculo creada por el estudiante (C7). Estos discursos muestran coincidencia con el planteamiento de Kilpatrick et al. (2001) que invita al profesor a ser suficientemente abierto para evaluar las diversas soluciones de los estudiantes para validar los procedimientos correctos y corregir errores productivamente. Además, las profesoras manifiestan que no harían hincapié con sus estudiantes en escribir números y solucionar algoritmos de manera repetida, sino que enfatizarían el proceso para resolverlo ya que es más importante. Esta postura en el discurso de las participantes es contraria a lo reportado por Tsao (2004) que señala que al responder preguntas relacionadas con SN, los estudiantes para profesor se basan en su mayoría en algoritmos escritos.

En conclusión, se evidencia en el discurso de todas las profesoras pretensión de fomentar el desarrollo del SN, unas con más intensidad que otras. Todo el tiempo, las participantes evocaban situaciones con sus estudiantes. Esto deja ver que, aunque el currículo de Colombia no mencione explícitamente el termino, nuestros sujetos están convencidos de enseñar matemáticas que sean útiles para los estudiantes, aspecto por el que aboga el sentido numérico. Asimismo, las profesoras consideran que necesitan constante formación para desarrollar el SN ya que la universidad no las preparó para ello. Este hallazgo concuerda con los planteamientos de Yang et al. (2008) quienes consideran esencial sensibilizar a los profesores de matemáticas sobre la importancia del SN en el desarrollo matemático de los niños de primaria.

Referencias

Almeida, R. y Bruno, A. (2014). Respuestas de estudiantes de secundaria a tareas de sentido numérico. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 127-136). SEIEM.

Alsawaie, O. N. (2012). Number sense-based strategies used by high-achieving sixth grade students who experienced reform textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education, 10*(5), 1071-1097. 10.1007/s10763-011-9315-y

Castro, E. y Segovia, I. (2015). Sentido numérico. En L. Rico y P. Flores (Ed.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación primaria* (pp. 109-126). Pirámide.

Courtney-Clarke, M. y Wessels, H. (2014). Number sense of final year preservice primary school teachers. *Pythagoras*, 35(1), 1-9.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6a ed.). McGraw-Hill Education.

Kilpatrick, J., Swafford, J. y Findell, B. (2001). *Adding it up. Helping children learn mathematics*. National Academy Press.

McIntosh, A., Reys, B. J. y Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics, 12*(3), 2-44.

NCTM. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Autor.

Sowder, J. T. (1992). Estimación y sentido numérico. En D. Grouws (Ed.), *Manual de investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (págs. 371-389). Nueva York: Macmillan.

Tsao, Y. (2004). Effects of a problem-solving-based mathematics course on number sense of preservice teachers. *Journal of College Teaching and Learning (TLC), 1*(2), 33-50.

Tsao, Y. (2012). Number sense of pre-service teachers. *Research in Higher Education Journal, 16*, 1-12.

Tsao, Y. y Lin, Y. (2012). Elementary school teachers' understanding towards the related knowledge of number sense. *US-China Education Review B, 1,* 17-30.

Yang, D., Li, M. y Lin, C. (2008). A study of the performance of 5th graders in number sense and its relationship to achievement in mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education, 6*(4), 789-807. 10.1007/s10763-007-9100-0

Zübeyde, E. R., y Artut, P. D. (2016). An investigation of elementary school teachers' sense of number. *US-China Education Review*, *6*(4), 205-217.

XVI CIAEM ICMI
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education
UNIVERSIDAD DE LIMA
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023
xvi.ciaem-iacme.org

Significados sobre didáctica de las Matemáticas que otorgan algunos profesores mexicanos de nivel básico

María del Carmen **Fajardo** Araujo
Universidad Pedagógica Nacional, Unidad 22 Querétaro
México
fajardomaraujo@gmail.com

Resumen

Las reflexiones que se presentan derivan de un curso de formación continua donde participaron un grupo de profesores que imparten clases en los niveles de preescolar y primaria. El objetivo del curso era ofrecer alternativas, desde diversas miradas teóricas, para trabajar las matemáticas en diferentes niveles educativos. Para conocer sobre los significados que atribuyen los profesores a la disciplina científica denominada didáctica de las matemáticas, se aplicó un cuestionario exploratorio con preguntas como lo que se entiende por didáctica, didáctica de las matemáticas, así como su funcionalidad. Se encontró que, los profesionales en educación, consideran que la didáctica de las matemáticas refiere a generar material "divertido" y "concreto" para que los alumnos se interesen en aprender matemáticas.

Palabras clave: Didáctica de la matemática; Educación; Enseñanza presencial; Formación docente continua; Matemáticas; México.

Introducción

El incremento de oferta de formación continua en México no es nuevo, pero se dio un impulso desde 2018, sobre todo, a las Escuelas Normales y a la Universidad Pedagógica Nacional para la creación de cursos que respondieran a las demandas de los cambios educativos en el país y además contribuyeran a los requisitos de ingreso, así como de promoción de profesores (Secretaría de Educación Pública, 2019). El curso de formación continua ofrecido por la Universidad Pedagógica Nacional, tenía como objetivo proporcionar herramientas teóricas y metodológicas que le permitieran al profesor de matemáticas consolidar el proceso de reflexión sobre su práctica, así como de mejora, a partir de argumentos basados en algunos marcos teóricos que brinda la didáctica de las matemáticas.

La didáctica de las matemáticas

Los orígenes de la didáctica se atribuyen a Comenio que consideraba fundamentos como la facilidad, la solidez, así como la abreviada rapidez para enseñar y aprender, estos, menciona Civarolo (2019) han repercutido en el campo pedagógico moderno. De la didáctica general se desprenden didácticas específicas como la de las matemáticas.

La *didáctica de las matemáticas* ha tomado otras formas de denominarla dependiendo del lugar donde se encuentre, por ejemplo, Educación matemática designada así en España, *Mathematics education* en el contexto anglosajón y Matemática educativa, llamada en México y algunos países de América Latina. A pesar de la diversidad de expresiones, en todas se reconoce como disciplina científica que se alimenta de la riqueza de otras (Godino, Gómez, Gutiérrez y Rico, 1999), como la sociología, la pedagogía, la psicología, la historia de las matemáticas, la matemática misma, etc.

De acuerdo con D'Amore (2005) se pueden considerar dos formas de entender la didáctica de las matemáticas, la primera refiere a una *didáctica A*, cuyas características radican en que fija su atención en la fase de enseñanza, por lo tanto, se concibe como un proceso en donde el docente, dotado de atributos que no se aprenden ni trasmiten y para quien la investigación didáctica no tiene uso alguno, prepara y elige actividades, tareas, ejercicios, etc., con el fin de motivar el interés de los alumnos haciendo más *fácil* el estudio de las matemáticas.

Por su parte la *didáctica B*, implica la investigación empírica, esto es que lo propuesto en la didáctica A, instrumentos o diseños, ya sean concretos o abstractos, cuenten con una base argumentada en los resultados de investigación didáctica, para reconocer los efectos en el aprendizaje de lo formulado en *A*. Entonces se pude considerar a la didáctica *A* como *práctica*, lo que hace el profesor en su cotidiano y a la *B* como *teoría*, lo que emerge de las investigaciones producto de la aplicación de diversos marcos teóricos, así como metodológicos. Ahora bien, para establecer una conexión entre ambas didácticas se ha dado especial ánimo al uso de la reflexión como instancia de mejora de la práctica del profesor, un método, no exclusivo, para lograrlo es la investigación acción.

Además de lo referido a la didáctica de las matemáticas, en cuanto a sus alcances e importancia para la práctica cotidiana del profesor, se utilizó para el análisis de las respuestas de los docentes participantes en el curso, la noción de *significados* tomada del Enfoque Ontosemiótico, EOS (Godino, Batanero y Font, 2009; Godino, Batanero, Giacomo y Font, 2017). Dichos significados están contenidos en el sistema de prácticas, que pueden ser personales y/o compartidas en un grupo de individuos.

Los significados del profesor

El docente es el encargado, social e institucionalmente, de hacer que funcione el sistema didáctico compuesto además por el saber y el alumno. A la didáctica de las matemáticas le interesa estudiar qué sucede entre el polo *Saber* y el polo *Profesor*, el cual se revela a partir de representaciones, epistemologías y transposiciones que se hacen de dicho saber (Chamorro, 2005). En el EOS aparece la noción denominada *sistema de prácticas* entendidas como todo actuación o manifestación verbal o escrita que un individuo realiza para resolver una situación, comunicarla, validarla o generalizarla, en este proceso aparecen las posturas idiosincráticas, ya sea de forma personal o adoptadas en una institución. La *institución* es considerada como un grupo de personas que comparten modos de funcionamiento, definiciones, etc., Godino (2022) menciona que la correspondencia entre un objeto y el sistema de prácticas donde interviene tal objeto se interpreta como el significado de dicho objeto, por ello el significado global cobra relevancia, ya que se usa como modelo epistemológico y cognitivo de referencia. En este trabajo estas nociones (sistema de prácticas, significados e institución) se emplea para mostrar lo que un grupo de profesores de un curso de formación continua comparten al implementar la didáctica de las matemáticas en su quehacer cotidiano.

Las tipologías de significados comprenden dos grandes grupos, el primero refiere a los *institucionales*, que incluyen a su vez los significados institucionales-implementados, institucionales-evaluados, institucionales-pretendidos, así como el institucional-referencial, que se toma para este trabajo pues sus características se centran en el conjunto de prácticas que utiliza el profesor para elaborar otros significados y considera para ello sus conocimientos adquiridos previamente, las orientaciones curriculares, entre otros. El significado-institucional-referencial requiere un estudio epistemológico sobre el origen y evolución del objeto en cuestión, además de reconocer los contextos donde se pone en juego este.

El segundo grupo de significados refiere a los *personales*, dentro de los cuales están los personales-declarados, personales-logrados y los que apoyan este análisis son los personales-globales que incluye la totalidad de prácticas propias del individuo que potencialmente manifiesta respecto a un objeto matemático. Estas nociones funcionan como base para explicar cómo la epistemología del profesor (significado personal-global) sobre la didáctica de las matemáticas es compartida (significado institucional-referencial) por sus semejantes y que esa forma de concebir la didáctica influye para el tipo de tareas que diseñan e implementan en su práctica cotidiana.

Metodología y resultados

Este apartado enuncia a grandes rasgos cómo se procedió en el curso de formación continua que tenía por objetivo proporcionar herramientas teóricas y metodológicas que le permitieran al profesor de matemáticas consolidar el proceso de reflexión sobre su práctica, así como de mejora, a partir de argumentos basados en algunos marcos teóricos que brinda la didáctica de las matemáticas. El curso se organizó en dos módulos, el primero sobre tendencias actuales de la enseñanza de las matemáticas con el objetivo de reconocer la importancia de la didáctica de las matemáticas como tecnociencia para explicar fenómenos que suceden en el aula. El segundo módulo pretendía analizar y aplicar enfoques teóricos-metodológicos para el diseño de situaciones didácticas, de modo que identificaran cómo eran sus planteamientos didácticos antes de la revisión teórica y después de ella, con la intención de orientarse a la reflexión de su quehacer docente. Es preciso mencionar que se muestra solo lo obtenido durante el inicio del módulo uno del curso de formación continua.

Los participantes fueron dos profesores normalistas con título de profesor de primaria, dos profesoras de universidad privada con título en pedagogía, pero que han trabajado con niños de primaria baja y alta, de edades 6-12 años; dos profesoras egresadas de universidad pedagógica con título en intervención educativa, con línea terminal en educación inicial, cuyo trabajo se ha desarrollado en el nivel preescolar con niños de 3-6 años y la otra profesora que ha trabajado solo en primaria baja con infantes de 6-9 años.

A partir de cuestionar a los profesores inscritos cuáles eran sus expectativas, llamó la atención que enunciaban "aprender a hacer material didáctico", "hacer más didácticas mis clases de matemáticas", "hacer más fáciles las matemáticas". Debido a lo anterior se decidió explorar representaciones escritas mediante un cuestionario de ocho preguntas abiertas que versaron sobre la definición de la didáctica, luego de didáctica de las matemáticas, su funcionalidad, competencias docentes desarrolladas y por desarrollar, así como nivel de efectividad de su práctica. Se precisa que mediante consentimiento escrito se obtuvo el permiso para usar la información derivada de la aplicación del instrumento diagnóstico.

Los resultados se muestran en la tabla 1, se consideraron cuatro aspectos: didáctica en su definición general, didáctica de las matemáticas, competencias docentes y efectividad de la práctica docente. Los significados personal-global se tomaron de cada respuesta de los profesores y se organizaron en categorías que generaron los significados institucionales de referencia mostrados en la tabla. En el caso de la definición de didáctica y didáctica de las matemáticas, así como su funcionalidad, hay concordancia en las respuestas sobre que refieren a *maneras* de enseñar matemáticas por medio de *juegos,* matemática *lúdica,* así como hacer *atractivas* y *divertidas* las clases de matemáticas. Lo cual se interpretaría como esa necesidad imperante de que los profesores diseñen situaciones didácticas, secuencias, tareas o problemas con características divertidas, mayormente basadas en juegos, donde se corre el riesgo de perder el objetivo del aprendizaje del concepto matemático pretendido.

Sí las situaciones didácticas, tareas, problemas, etc., carecen de los rasgos mencionados, el grupo de profesores consideró que no poseen competencias docentes, porque estás, refirieron, están en el diseño de estrategias didácticas que permitan hacer *atractivas* y *divertidas* las clases de matemáticas, ello también está ligado a la efectividad en la práctica docente pues al no generar interés en los alumnos por medio de *matemáticas lúdicas-divertidas* consideran que sus clases son ineficaces.

Tabla 1
Significados institucionales de referencia sobre conceptos alrededor de la didáctica de las matemáticas.

Aspecto	Significado institucional-referencia
Didáctica	Forma/modo de enseñar
Didáctica de las matemáticas	Enseñar por medio de juegos, matemática lúdica, matemáticas divertidas
Competencias docentes	Estrategias didácticas
Efectividad en la práctica docente	Interés por las matemáticas

Fuente: elaboración propia.

Comentarios finales

Las respuestas iniciales de los profesores alertaron porque de acuerdo con D'Amore y Civarolo respectivamente, están en una didáctica A, en una dimensión artística-técnica donde la principal preocupación es la creación de ambientes lúdicos, estrategias divertidas, etc., para que el alumno se interese por las matemáticas, pero no hay un reconocimiento a marcos teóricos propios de la didáctica de las matemáticas de modo que permitan hacer reflexiones sobre lo que se está aplicando, cómo y qué mejoras se harían con base en el análisis de dichas propuestas. Font, Godino, Goñi y Planas (2011) menciona que dentro de los niveles de competencia profesional están el profesor como proponente de un diseño de investigación, su aplicación y valoración para dar respuesta a un problema detectado, por lo menos el grupo de profesores participantes no había considerado explicar lo que sucede en su clase de matemáticas con fundamentos emanados de la investigación en educación matemática.

Surgen entonces cuestionamientos sobre cómo ha sido la formación inicial del profesor, qué tipo de marcos teóricos y metodológicos en didáctica de las matemáticas se revisan, cómo y dónde se aplican, pero sobre todo cómo prevalecen en la práctica profesional o por qué se abandonan. Es innegable que el tipo de significados, así como la epistemología del profesor repercuten en el tratamiento que da a lo que pretende enseñar, inquieta que, a pesar de los resultados de investigación en didáctica de las matemáticas, estos sigan en un estrato distante de ser considerados para el quehacer cotidiano del docente.

Referencias y bibliografía

Chamorro, C. (2005). Didáctica de las matemáticas. Madrid: Pearson.

Civarolo, M. (2019). La idea de didáctica, antecedentes, génesis y mutaciones. México: Neisa.

D´Amore, B. (2005). Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de la matemática. España: Reverté.

Font, V., Godino, J., Goñi, J., & Planas, N. (2011). Matemáticas, investigación, innovación, nuevas prácticas. España: GRAÓ.

Godino, J. (2022). Emergencia, estado actual y perspectivas del enfoque ontosemiótico en educación matemática. REVEM. 2(2). 1-24.

Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2009). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción. Obtenido de http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/pages/configuraciones.html

Godino, J., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. Bolema, 31(57), 90-113.

Godino, J., Gómez, A., Gutierrez, Á., & Rico, L. (1999). Área de conocimiento. Didáctica de la matemática. España: Síntesis.

Secretaría de Educación Pública, SEP, (2019). Unidad del Sistema para la Carrera de las Maestras y los Maestros. Obtenido de http://usicamm.sep.gob.mx/nosotros.html

Taller: Diseño de tareas matemáticas fenomenológicas para la enseñanza y el aprendizaje de las Funciones

Luis Fabián **Gutiérrez-Fallas**
Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica
Costa Rica
luisfabian.gutierrez@ucr.ac.cr

Resumen

Este taller tiene el objetivo de reconocer y movilizar los principios de la fenomenología didáctica en el diseño de tareas matemáticas para la enseñanza y el aprendizaje de Funciones desde un enfoque funcional. Buscando ser una experiencia de desarrollo profesional docente, este taller va dirigido a docentes de educación secundaria y educación superior, y abordará las temáticas de fenomenología didáctica, análisis fenomenológico y tareas matemáticas. Se espera que los docentes participantes diseñen una tarea matemática movilizando los principales elementos del ciclo de análisis fenomenológico, reconociendo principios para elaborar tareas matemáticas fenomenológicas.

Palabras clave: Taller de desarrollo profesional docente; Educación secundaria; Educación superior; Enseñanza y aprendizaje de las Funciones; Resolución de problemas; Fenomenología Didáctica; Análisis Fenomenológico; Tareas Matemáticas.

Introducción

El desarrollo profesional docente supone una actitud indagatoria, de experimentación e innovación por parte del profesor, así como compromiso con su aprendizaje profesional continuo y colectivo. Este taller va dirigido a docentes de educación secundaria y educación superior, como una propuesta de su desarrollo profesional docente, particularmente, sobre el diseño de tareas matemáticas fenomenológicas para la enseñanza y el aprendizaje de funciones.

El currículo en Matemática se puede visualizar desde cuatro enfoques (Lupiañez, 2013), enfoque instrumental o tecnológico, enfoque estructural o técnico, enfoque funcional y enfoque integrado**.** Con respecto al enfoque funcional, pruebas internacionales como PISA y directrices educativas internacionales, fomentan el uso de este enfoque para la enseñanza de la Matemática, promoviendo aprendizaje basado en la resolución de problemas; donde se espera que el estudiante sea capaz de utilizar el conocimiento matemático para solucionar problemas en diferentes situaciones o contextos. Pero ¿cómo identificar, organizar y potencializar el uso de estas situaciones o contextos? Este taller tiene el objetivo de reconocer y movilizar los principios de la fenomenología didáctica en el diseño de tareas matemáticas para la enseñanza y el aprendizaje de Funciones desde un enfoque funcional. El enfoque funcional busca responder el para qué en diferentes nociones matemáticas, destacando así su utilidad ante fenómenos cercanos a la realidad (Lupiañez, 2013).

Fundamentación teórica

Desarrollo profesional docente

Los talleres forman parte de las modalidades metodológicas para promover el desarrollo profesional docente. Al respecto, Ponte (2014) hace una distinción entre formación de profesores y desarrollo profesional; para este autor, la formación de profesores es un proceso de afuera hacia adentro: del curso y del formador hacia el formando, el cual es concebido como un objeto; mientras que el desarrollo profesional es un proceso de adentro hacia afuera: del docente hacia el ambiente/escenario donde está integrado, bajo esta perspectiva, el docente es concebido como un sujeto. Las experiencias de desarrollo profesional deben promover la realización integral del docente en sus dimensiones afectivas, cognitivas y relacionales, buscando potencializar lo que el docente revela que es capaz de hacer (Ponte, 2014).

> Se concibe el desarrollo profesional docente como una variedad de instancias formales e informales que ayudan a un profesor a aprender nuevas prácticas pedagógicas, junto con desarrollar una nueva comprensión acerca de su profesión, su práctica y el contexto en el cual se desempeña (Montecinos, 2003, p. 108).

Según Ponte (2014), las experiencias de desarrollo profesional docente, dentro de las cuales se puede considerar los talleres, deben contemplar siete principios en su diseño e implementación:

+ Trabajo colaborativo.
+ Práctica como punto de partida en la formación.
+ Foco en el aprendizaje del estudiante.
+ Integración entre contenido y pedagogía: didáctica de la matemática.
+ Investigación sobre su propia práctica profesional.
+ Cambios en los contextos profesionales.
+ Tecnologías y usos de recursos.

La planificación y la metodología de implementación de este taller, tomará como referencia estos siete principios orientadores, con el propósito de potencializar la experiencia formativa en este taller.

Fenomenología didáctica

Según Puig (1997), el término fenómeno proviene de la palabra '*phainómenon*', que en griego, significa "lo que aparece", es decir, los fenómenos son las apariencias de las cosas. En particular, este mismo autor señala que un concepto matemático es el medio de organización de uno o varios fenómenos.

La fenomenología hace referencia a un campo disciplinar de la filosofía que se enfoca en el estudio de los fenómenos (Gómez & Cañadas, 2011). Sin embargo, estas ideas pasan a formar parte de la Didáctica de la Matemática con las propuestas de Hans Freudenthal quien, influenciado por diversos filósofos como Husserl y, a partir de la idea de que "las matemáticas son un instrumento cognitivo para organizar, estructurar y matematizar partes de la realidad" (Rico, 1995, p. 21), se enfocó en la afirmación de que el individuo puede apropiarse de la Matemática, por medio de esta organización, estructuración y matematización. Dicho de otro modo, este matemático alemán-holandés formuló la hipótesis de que, cuando los estudiantes se enfrentan a la resolución de una serie de fenómenos en los que la Matemática se encuentra inmersa, estos se apropian del conocimiento matemático emergente.

Tomando como base lo anterior, surge la *fenomenología didáctica*, la cual hace referencia a "un camino para mostrar al profesor los lugares por donde el aprendiz debe caminar en el proceso de aprendizaje humano" (Rico, 1995, pp. 21-22). Es decir, se enfoca en la aplicación de la fenomenología para favorecer el aprendizaje de contenidos matemáticos, de forma que los alumnos puedan desarrollar ciertas habilidades y conocimientos, por medio de la resolución de tareas matemáticas vinculadas con fenómenos específicos.

Análisis Fenomenológico

En cuanto al análisis fenomenológico, es un proceso que "consiste en describir cuáles son los fenómenos para los que (el concepto o la estructura matemática) es el medio de organización y qué relación tiene el concepto o la estructura con esos fenómenos" (Gómez & Cañadas, 2011, pp. 79-80).

El análisis fenomenológico es un proceso de dos fases interconectadas entre sí: (i) la identificación de contextos y (ii) la identificación de subestructuras. La primera de ellas, se enfoca en la organización y agrupación de fenómenos a partir de las características estructurales de estos, las cuales se consideran relevantes con base en criterios matemáticos, de manera que cada una de estas clasificaciones hace referencia a un contexto. El segundo, se asocia principalmente a la identificación de algunas secciones de la estructura conceptual de una temática que se considera que tiene "identidad propia", ya sea porque hacen referencia a diversos tipos del objeto de estudio o a propiedades específicas de este. Estas dos fases permiten clasificar los fenómenos y facilitan la selección de estos para el estudio de la temática (Gómez & Cañadas, 2011). Asimismo, es importante destacar que "los contextos se delimitan en virtud de principios naturales, sociales o matemáticos (…) y las subestructuras organizan los fenómenos en virtud de sus elementos, relaciones y propiedades" (Gómez & Cañadas, 2011, p. 86).

En Gómez (2007) se presenta este proceso como el ciclo del análisis fenomenológico (Figura 1). Los dos procedimientos subrayados son los que el docente debe realizar a la hora de diseñar una tarea matemática: (i) el análisis fenomenológico, se refiere al procedimiento que le permite establecer la relación entre fenómenos y la subestructura matemática; y (ii) la simplificación del fenómeno o problema, que se refiere a la transformación que el profesor debe hacer del problema del mundo real a un texto del tipo que comúnmente se conoce como problema de palabras (Gómez & Cañadas, 2011).

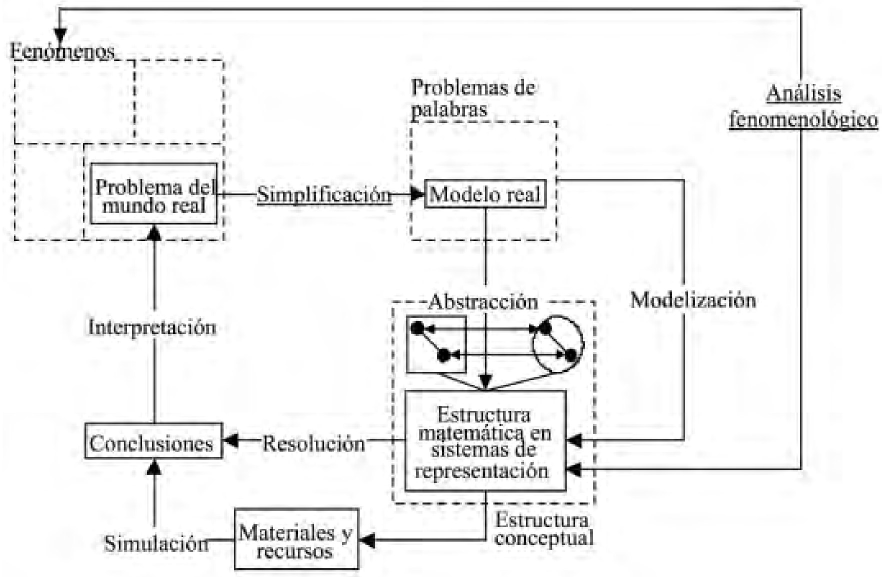


Figura1. Ciclo del análisis fenomenológico. Fuente: Gómez (2007, pág. 88)

Tareas matemáticas

Ponte (2005) realiza una clasificación de las tareas matemáticas a partir del grado de desafío matemático y la estructura que esta posee, de forma que se tienen cuatro categorías principales: problemas, ejercicios, investigaciones y exploraciones.

En primer lugar, se tienen los problemas, que hacen referencia a aquellas tareas matemáticas en las que se desafía a los alumnos y sus capacidades matemáticas en un grado muy alto. Sin embargo, la resolución de este tipo de tareas es cerrada, es decir, se presenta de manera explícita o clara los datos que el estudiante puede aplicar en su resolución y, al mismo tiempo, se debe obtener una respuesta específica. Además, se espera que, por medio de la resolución de este tipo de tareas, los alumnos desarrollen un aprendizaje significativo. En segundo lugar, se destacan los ejercicios, los cuales, aunque también se caracterizan por presentar una estructura cerrada, tienen como característica principal que su nivel de dificultad es muy bajo pues se basa en aplicar conocimientos. Es decir, "cuando el estudiante conozca el proceso de resolución o sea capaz de aplicarlo, la tarea será un ejercicio" (Ponte, 2005, p. 14). De manera específica, este tipo de tareas matemáticas suelen proponerse cuando se tiene como principal objetivo que el alumno ponga en práctica los conocimientos que ya ha adquirido anteriormente.

En tercer lugar, las investigaciones se caracterizan por tener un nivel de dificultad elevado, pues se le asigna una gran responsabilidad y protagonismo de la resolución al estudiante, por medio de la elaboración de estrategias. Es decir, se tienen varias vías para resolverlo y el seguimiento de una u otra depende de la creatividad del alumno, lo que significa que se puede identificar como una tarea cuya estructura es abierta y a la cual se le debe dedicar una mayor cantidad de tiempo para su aplicación y resolución.

Finalmente, en cuarto lugar, las tareas matemáticas de exploración, las cuales son abiertas y de desafío reducido, debido a que presentan ciertas indeterminaciones ya sea en los datos con los que cuenta el estudiante o en la respuesta que se espera que brinde, pues dependiendo de la argumentación que el alumno realice, puede existir más de una solución adecuada. Sin embargo, también se caracterizan porque el alumno puede resolverla sin realizar un análisis muy detallado de las estrategias (Ponte, 2005).

Metodología

La metodología del taller tendrá por base los siete principios de diseño e implementación de experiencias de desarrollo profesional docente (Ponte, 2014), mencionados anteriormente.

Particularmente en la implementación del taller se trabajará en subgrupos, se contará con una ficha de trabajo individual que guiará el trabajo de cada participante en los distintos momentos del taller, se hará uso de tecnologías dinámicas como medios de interacción y registro de información como (padlet, genially, quizziz, formularios Google) y se promoverá las discusiones colectivas.

La agenda del taller consistirá en 7 actividades, desde la bienvenida hasta el cierre. Dos de las actividades serán de naturaleza teórica, una teórica-práctica y otra práctica. El detalle de la agenda se presenta en el documento adjunto *Formulario adicional del taller.*

Resultados esperados

Se destaca la importancia de ofrecer a los docentes una experiencia de desarrollo profesional que le permita repensar y reflexionar sobre su propia práctica docente y las vías para potencializar su quehacer en cuanto al diseño de tareas que promuevan la enseñanza y el aprendizaje de Funciones desde un enfoque funcional.

Cuando los docentes tienen acceso a este tipo de experiencias, se espera que ellos vayan ampliando y complejizando la base de conocimientos para tomar decisiones fundadas respecto de lo que adoptarán y adaptarán de las propuestas teórico-prácticas que tendrán lugar durante el taller.

Al final del taller, se espera que los docentes participantes movilicen elementos del ciclo de análisis fenomenológico en el diseño de una tarea matemática para abordar contenidos asociados al tema de Funciones.

Referencias y bibliografía

Gómez, P. & Cañadas, M. (2011). La fenomenología en la formación de profesores de matemáticas. *Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de Educación*, 2, 78-89.

Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria.* Tesis doctoral, Universidad de Granada, Granada.

Lupiañez, J. (2013). El Análisis didáctico: La planificación del aprendizaje desde una perspectiva curricular. En L. Rico, J. Lupiañez, y M. Molina, *Análsis Didáctico en Educación Matemática. Metodologia de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 81-102). Granada: Comares S.L.

Montecinos, C. (2003). Desarrollo profesional docente y aprendizaje colectivo. *Psicoperspectivas*, *2,* 105-128

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. En GTI (ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2014). Formação do professor de Matemática: Perspetivas atuais. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas profissionais dos professores de Matemática* (pp. 351-368). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Puig, L. (1997). Análisis Fenomenológico. En L. Rico, *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (págs. 61-94). Horsori.

Rico, L. (1995). *Conocimiento Numérico y Formación del Profesorado.*

Tarefas de aprendizagem profissional em Álgebra Linear na perspectiva da Educação Matemática Crítica

Janaína Mendes Pereira da **Silva**
Universidade Federal do ABC
Brasil
jmps8113@gmail.com
Evonir **Albrecht**
Universidade Federal do ABC
Brasil
evonir.albrecht@ufabc.edu.br

Resumo

Este trabalho tem por objetivo reunir parte dos estudos de uma pesquisa de doutorado em andamento e apresentar como vem ocorrendo o seu desenvolvimento. A pesquisa doutoral busca compreender como a concepção colaborativa de Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), para o ensino do tópico curricular de Sistemas Lineares em uma disciplina de Álgebra Linear, oportuniza a aprendizagem profissional para um formador de professores. Para tanto, apresentam-se elementos da revisão de literatura sobre o ensino de Álgebra Linear e o formador de professores de Matemática, algumas etapas da pesquisa em andamento e como os caminhos estão sendo desenvolvidos.

Palavras-chave: Trabalho colaborativo; Tarefas de Aprendizagem Profissional; Álgebra Linear; Formador de professores.

Introdução

A proposta desta comunicação é reunir parte dos estudos de uma pesquisa de doutorado, em andamento, da primeira autora, sob orientação do segundo autor e apresentar como vem ocorrendo o seu desenvolvimento. O objetivo da pesquisa é "compreender como a concepção colaborativa de Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), para o ensino do tópico curricular de Sistemas Lineares em uma disciplina de Álgebra Linear, oportunizam aprendizagem profissional para um formador de professores".

Para atender esse objetivo da pesquisa doutoral, em desenvolvimento foi necessário a realização de um processo formativo mediado por um trabalho colaborativo entre uma doutoranda e um formador de professores, organizado em três etapas: (i) compreender a organização dos documentos curriculares de um curso de Licenciatura em Matemática para o ensino de Sistema Lineares na disciplina de Álgebra Linear, analisar as narrativas de um formador de professor sobre as características do organização do ensino da disciplina de Álgebra Linear e compreender como o perfil acadêmico/profissional de um formador de professores modela e/ou interfere o planejamento da disciplina de Álgebra Linear e do ensino de Sistemas Lineares; (ii) compreender como o desenvolvimento de um processo formativo colaborativo proporcionou à um formador de professores oportunidades de aprendizagem profissional para o ensino do tópico curricular de Sistemas Lineares na Licenciatura em Matemática, e (iii) compreender como o trabalho colaborativo permitiu o desenvolvimento de novas competências profissionais e oportunizou a aprendizagem profissional de uma doutoranda e um formador de professores. Nesta lógica, para atender ao objetivo e à proposta dessa comunicação, a próxima seção tratará de relatar três etapas do desenvolvimento da pesquisa de doutorado em andamento. A primeira subseção é destinada à apresentação de breves elementos da revisão de literatura; a segunda trata da organização da análise narrativa e a terceira é voltada para a apresentação da primeira parte do trabalho colaborativo em desenvolvimento, o estudo teórico.

Desenvolvimento

O objetivo deste trabalho é reunir parte dos estudos de uma pesquisa de doutorado em andamento e apresentar como vem ocorrendo o seu desenvolvimento. Esse estudo doutoral é uma pesquisa qualitativa interpretativa (Creswell, 2014), para compreender o objeto, foi realizada uma revisão na literatura com recorte temporal de 2015 a 2020, pois se considerou observar as pesquisas recentes compreendidas entre esses anos. Antes da pesquisa empírica, foi necessário realizar uma análise narrativa (Riessman, 2005) que foi um processo inicial importante para a organização do processo formativo que está em andamento, ocorrendo por meio de um trabalho colaborativo (Fiorentini, 2004). Cabe destacar que a apresentação da pesquisa doutoral será o formato multipaper (Mutti; Kluber, 2018), pretendendo desenvolver cada uma das três etapas mencionadas de forma a publicar seus resultados por meio de diferentes artigos científicos. Essa seção será composta por três subseções. A primeira subseção é destinada à apresentação de breves elementos da revisão de literatura; a segunda aborda a organização da análise narrativa e a terceira traz o estudo teórico, que consiste na apresentação da primeira parte do trabalho colaborativo em desenvolvimento.

Revisão da literatura

Esta revisão reuniu fontes que foram primordiais e que culminaram na apresentação de lacunas, justificativa que possibilitou as escolhas dos delineamentos do campo de estudo e forneceu a base para as escolhas do embasamento teórico e metodológico da pesquisa doutoral. Para as buscas em publicações científicas, foi delimitado o período de 2015 a 2020, relativas aos eixos elegidos para revisão da literatura: (i) ensino e aprendizagem de Álgebra Linear; (ii) aprendizagem profissional do professor que ensina matemática, (iii) uso de tarefas para a formação de professores, e (iv) formação inicial de professores que ensinam Matemática. Para a realização desta etapa, foram escolhidos e delimitados os últimos cinco anos, por considerar o período curto para análise das produções acadêmicas, que possibilita aprofundar-se na compressão por serem pesquisas atuais. Nesse sentido, optou-se por registrar o material em planilhas separado em categorias: Teses; Eventos Internacionais; Revistas Internacionais e Revistas Nacionais. As buscas foram realizadas no Banco de Dados – Catálogo de Teses e Dissertações – da CAPES, no campo da Educação Matemática em três eventos de renome internacional: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM), Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME), International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME). Em três revistas internacionais: Education Studies in Mathematics, ZDM Mathematics Education e Journal of Mathematics Teacher JMTE. Além de quatro revistas nacionais vinculadas a programas de pós-graduação: Educação Matemática em Pesquisa (PUC), Acta Scientiae, Boletim de Educação Matemática (Bolema) e Zetetiké.

Com relação aos apontamentos encontrados na revisão de literatura, tem-se as dificuldades dos estudantes nos tópicos curriculares da disciplina de Álgebra Linear, devido seu contexto formalizado, simbólico e abstrato (Bianchini; Lima; Gomes, 2018). Consideramos necessário observar as possíveis interações discursivas e as linguagens mobilizadas na disciplina de Álgebra Linear, sejam elas voltadas aos anos finais do Ensino Básico ou à própria formação inicial. Neste processo de ensino desta disciplina, os formadores de professores são os sujeitos importantes para a formação inicial de professores que ensinarão matemática e, dentre as poucas pesquisas encontradas, algumas estão voltadas a compreender a identidade, as práticas docentes e as bases de conhecimento destes sujeitos, bem como identificaram a escassez de estudos que envolvam este formador de professores (Coura & Passos, 2017; Vasco *et al*., 2017; Beli, 2018; Li & Superfine, 2018; Ramírez-Montes, 2020). As pesquisas apresentaram preocupações sobre a formação de professores e suas abordagens tradicionalistas dos conteúdos matemáticos (Ponte et al., 2016; Vasco et al., 2017; Li & Superfine, 2018). Nesse sentido, observam-se lacunas relacionadas à necessidade de futuras pesquisas voltadas às práticas, a identificação dos sujeitos que formam os futuros professores de matemática, de modo que aprofundem o desenvolvimento do conhecimento matemático e do conteúdo específico matemático destes profissionais (Vasco et al., 2017; Coura & Passos, 2017; Li & Superfine, 2018).

Alguns estudos afirmam que os professores e/ou formadores de professores criam oportunidades de aprendizagem por meio do uso de tarefas que, em sua adaptação e apropriação, reforçam os seus conhecimentos matemáticos e a sua capacidade de concepção da matemática e da didáctica e a aprendizagem de Álgebra Linear, oportunizada em contexto de modelação matemática (Ramírez-Montes, 2020). Atrelado a isso, no trabalho dos professores com seus alunos, foi apresentada a lacuna na direção em tornar uma atividade ou aula e/ou tarefa matemática uma abordagem exploratória mais investigativa em vez de apenas seguir uma abordagem tradicional de ensino (Ramírez-Montes, 2020). A respeito desses formadores de professores de matemática, outras pesquisas dedicam-se a compreender o desenvolvimento profissional destes e apontam a necessidade em ter estes sujeitos para participarem de formações voltadas ao desenvolvimento profissional que oportunizem aprendizagem, de modo que estes sujeitos sintam-se interessados e/ou cativados em querer fazer parte dessas formações (Ponte et al., 2016; Li & Superfine, 2018). Ao articular os resultados que a literatura apontou, procurou-se organizar a problemática do estudo na intersecção dos quatro eixos norteadores. Assim, essa revisão de literatura refletiu que ocorrem o processo de constituição da profissionalidade docente e o desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática por meio da colaboração, tendo por referência a necessidade de formação continuada dos formadores pautada nos conhecimentos, que possibilitam emergir soluções e alternativas dentro do trabalho docente, abrangendo a ação pedagógica, bem como a importância de se oferecerem propostas didáticas para que futuros professores de matemática aprendam sobre a prática docente.

Análise narrativa

Após a etapa de revisão de literatura e estruturação dos objetivos e questionamentos, o próximo passo da pesquisa doutoral foi compreender a organização dos documentos curriculares de um curso de Licenciatura em Matemática para o ensino de Sistema Lineares na disciplina de Álgebra Linear, analisar as narrativas de um formador de professores sobre as características da organização do ensino da disciplina de Álgebra Linear e compreender como o perfil acadêmico/profissional de um formador de professores modela e/ou interfere no planejamento da disciplina de Álgebra Linear e do ensino de Sistemas Lineares. Para inteirar-se destes objetivos, foi necessário realizar, inicialmente, um processo descritivo em duas etapas voltado à natureza do trabalho docente de um formador de professores e as tensões vivenciadas por quem trabalha na licenciatura, entre o mundo da matemática acadêmica e o mundo da matemática escolar. Para a primeira etapa, realizou-se a construção de um estudo e a descrição documental a partir da leitura dos seguintes documentos: Diretrizes Curriculares Nacionais da Licenciatura em Matemática (DCNLM)[1]; Sistemas Lineares na Base Nacional Comum Curricular (BNCC)[2] (Brasil, 2017); Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática (PPC)[3]; Plano de Ensino (PE)[4]. A segunda etapa foi realizada para a ampliação e o aprofundamento da descrição dos documentos por meio da inclusão de trechos narrativos provenientes de uma entrevista episódica[5] (Flick, 2015) com o formador de professores[6].

Nesse contexto, foi possível realizar uma análise narrativa dos dados apoiados na proposta de Riessman (2005, p. 5), denominada “análise performativa” que, segundo a autora, é uma abordagem interacional. Assim, a análise narrativa performativa do formador de professores esteve orientada a partir do estudo e da descrição dos documentos analisados, organizados nos critérios apresentados para focos analíticos, categorizados com base no conteúdo ou na estrutura narrativa. Ao longo deste processo, foram utilizadas diferentes fontes de dados para complementação e versões preliminares foram compartilhadas com o formador de professores, com vistas a oportunizar alterações e correções por este participante da pesquisa. Essa parte do estudo doutoral foi concluída, com os resultados organizados em um artigo submetido em uma revista científica brasileira.

[1] São diretrizes que regulamentam os cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil.
[2] Com relação à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), esta apresenta que o Ensino Médio (no caso o 2º ano), tenha o ensino de matrizes, determinantes e sistemas lineares.
[3] A escolha pelo PPC analisado justifica-se pelo fato de que o presente estudo se constitui como uma etapa de uma pesquisa doutoral, na qual, posteriormente, tem-se o desenvolvimento da pesquisa empírica (etapa de intervenção da referida tese) com um formador de professores e como espaço formativo determinado um curso de Licenciatura em Matemática.
[4] Documento elaborado pelo formador de professores, no qual são descritos todo o conteúdo e a distribuição da carga horária que será desenvolvida na disciplina de Álgebra Linear.
[5] O encontro teve duas horas de duração.
[6] Encontro realizado por videoconferência, utilizando a ferramenta Zoom Meetings.

Trabalho colaborativo - estudo teórico

A partir dos resultados da análise narrativa performativa e dos estudos teóricos para estruturação da pesquisa, observou-se a possibilidade de realizar um processo formativo tendo um formador de professores, por meio de um trabalho colaborativo (Fiorentini, 2004). O processo de trabalho colaborativo foi planejado tendo como objetivo compreender como a concepção colaborativa de Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), para o ensino do tópico curricular de Sistemas Lineares em uma disciplina de Álgebra Linear, oportuniza a aprendizagem profissional de um formador de professores, considerando-se a prática letiva para esse trabalho colaborativo. Tendo em vista as preocupações apontadas e refletidas sobre a formação de professores pelas diversas pesquisas e suas abordagens tradicionalistas dos conteúdos matemáticos, a Educação Matemática Crítica (EMC) foi considerada para esta pesquisa por possibilitar o entendimento de bases para refletir sobre a neutralidade do ensino e da aprendizagem da matemática e para propor alternativas que podem contribuir para reflexão sobre a universalidade da matemática escolar e da matemática acadêmica. A referida teoria mostrou-se como possibilidades para o desenvolvimento de propostas pedagógicas carregadas de valores ligados à vida social e política, bem como sua significação (Skovsmose, 2006).

O trabalho colaborativo foi organizado para o desenvolvimento teórico-prático (Fiorentini, 2004), para um processo de elaboração/construção de algumas TAP para o desenvolvimento na formação inicial. Por meio de etapas da prática letiva, o trabalho colaborativo tem sua imersão e incorporação, vislumbrando-se oportunizar a análise de aspectos relativos ao seu trabalho diário e sua ação, a qual ocorre com a participação de todos os envolvidos no estudo doutoral, doutoranda-orientadores[7] e doutoranda-formador de professores "numa prática também investigativa, em que todos cooperam e colaboram na realização conjunta do processo investigativo que vai desde sua concepção, planejamento, realização à fase de análise e escrita do relato final" (Fiorentini, 2004, p. 51). Nesse sentido, a organização e a construção levou em conta a prática letiva sistematizada pelo trabalho colaborativo da doutoranda e do formador de futuros professores. Desse modo, o trabalho iniciou-se por um estudo teórico realizado à distância, com encontros síncronos[8], que teve duração de aproximadamente quatro meses. O estudo teórico foi organizado com as seguintes temáticas: (a) Trabalho colaborativo (b) Tarefa de Aprendizagem Profissional (TAP); (c) Educação Matemática Crítica (EMC); (d) Tarefa Matemática; (e) Registro de Práticas; (f) Ensino Exploratório e (g) Conhecimento Profissional (Matemático e Didático).

Durante o estudo teórico da doutoranda e do formador de professores, foi estabelecida a perspectiva de que ambos trabalhariam em conjunto com o objetivo comum na construção de tarefas formativas (TAP), tendo por base a Educação Matemática Crítica. Refletiu-se que a natureza da participação, neste ambiente, se daria pelo trabalho colaborativo, mesmo iniciando com estudo teórico, também foi acordado que o conteúdo seria voltado à disciplina de Álgebra Linear no tópico de sistemas lineares, pois este tópico permitiria a relação com a Educação Básica.

---

[7] A pesquisa tem coorientação da Profa. Dra. Regina da Silva Pina Neves, Departamento de Matemática, Universidade de Brasília.

[8] Utiliza-se a plataforma digital Zoom, para videoconferência, no qual esta ferramenta possibilita realizar as gravações destes encontros em vídeo, no computador pessoal da doutoranda, que são dados importantes e necessários para esta pesquisa.

Considerações finais

A pesquisa doutoral está em fase de recolha de dados, com o trabalho colaborativo entre a pesquisadora e o formador de professores para, no decorrer do processo, avançar rumo à etapa de organização, análise dos dados e apresentação dos resultados que comporão a escrita dos artigos restantes do estudo. A partir da revisão de literatura e da análise narrativa, foi possível organizar uma formação voltada ao desenvolvimento profissional por meio de exemplos práticos da prática profissional que oportunizem melhorar a compreensão do conteúdo e das práticas de ensino que envolvam o ensino de sistemas lineares e a relação matemática escolar e matemática acadêmica por meio da organização de tarefas formativas significativas.

Agradecimentos

Ao Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação em Ciências, Matemática e Sexualidade (GECIMAS/UFABC); ao Grupo de Investigação em Ensino de Matemática (GIEM/UnB); ao Programa de Pós-graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática (PEHCM/UFABC) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências e bibliografia

Belo, E. S. V. (2018). *Cartografias experienciais de formadores de professores de matemática: consciência de si e autoformação*. [Tese Doutorado em Educação em Ciências e em Matemática, Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém]. http://repositorio.ufpa.br:8080/jspui/handle/2011/13333

Bianchini, B. L., Lima, G. L., & Gomes, E. (2018). *Cálculo, Análise e Álgebra Linear: indicações para novas pesquisas a partir das investigações do GT04*. [apresentação de comunicação]. VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Foz do Iguaçu/BR.

Brasil (2001). Ministério da Educação. *Parecer CNE/CES nº 1.302/2001*. Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura.

Brasil (2017). Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Brasília, DF.

Creswell, J. W. (2014). Pressupostos Filosóficos e Estruturas Interpretativas. In J. W. Creswell. *Investigação Qualitativa e Projeto de Pesquisa:* Escolhendo entre cinco abordagens (pp. 29-47). Penso.

Coura, F. C. F., & Passos, C. L. B. (2017). Estado do conhecimento sobre o formador de professores de Matemática no Brasil. *Zetetiké*, *25*(1), 7-26.

Fiorentini, D. (2004). Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In M. C. Borba, & J. L. Araújo (Org.). *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. (pp. 47-76) Autêntica.

Flick, U. (2015). Entrevista episódica. In: M. W. Bauer, & G. Gaskell (Org.). *Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som*: um manual prático. (p.p. 114-136). Vozes.

Mutti G. de S. L., & Klüber T. E. (2018). *Formato multipaper nos programas de pós-graduação stricto sensu brasileiros das áreas de educação e ensino: um panorama*. [apresentação de comunicação]. V SIpeq, Foz do Iguaçu.

Li, W. & Superfine, A. (2018). Mathematics teacher educators' perspectives on their design of content courses for elementary preservice teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*. *21*(5).

Ponte, J. P., Quaresma, M., Mata-Pereira, J., & Baptista, M. (2016). O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática. *Bolema*, *30*(56), 868-891.

Ramírez-Montes, G. E. (2020). *Aprendizagem da álgebra linear num contexto de modelação matemática*: *Uma experiência de ensino com estudantes Costarriquenhos do Ensino Superior*. [Tese de doutoramento, Educação Didática da Matemática, Universidade de Lisboa, Instituto de Educação]. http://hdl.handle.net/10451/45285

Riessman, C. K. (2005). Narrative Analysis. *Narrative, Memory & Everyday Life.* (pp. 1-7). University of Huddersfield, Huddersfield,.

Skovsmose, O. (2006). *Educação matemática crítica: incerteza, matemática, responsabilidade*. Cortez.

Vasco, D., Moriel Junior, J. G., & Contreras, L. C. (2017). Subdominios KoT y KSM del Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK): definición, categorías y ejemplos. In J. Carrillo & L.C. Contreras (Eds.), *Actas del III Jornadas de Investigación en Didáctica de las Matemáticas* (pp. 29-37). Universidad de Huelva.

Tarefas dialógicas para a aprendizagem: o resgate da escrita em sala de aula de Matemática

Raquel Carneiro **Dörr**
Departamento de Matemática**,** Universidade de Brasília
Brasil
raqueldorr@unb.br
Márcia Rodrigues **Leal**
Faculdade de Educação, Universidade de Brasília
Brasil
marcialeal629@gmail.com

Resumo

A Matemática em sala de aula deveria ser apresentada de tal modo que fossem criados ambientes, desafiadores da curiosidade e motivadores da criatividade e do pensamento crítico. Nesse sentido, a *Aprendizagem Dialógica* coloca-se como uma alternativa instrucional para professores que ensinam Matemática em todos os níveis educacionais. Ela utiliza instrumentos metodológicos que estão ao alcance de todos os educadores e ainda possibilita aos estudantes o desenvolvimento do pensamento matemático aplicado à resolução de problemas. Com o objetivo de apresentar os fundamentos dessa aprendizagem em forma de exemplos práticos, este minicurso caracteriza e discute o embasamento teórico associado a essa aprendizagem aliado à implementação de atividades práticas entre os participantes a fim de que sejam ilustradas as possíveis vivências e dinâmicas das ações em salas de aula.

Palavras-chave: Aprendizagem Dialógica; Aprendizagem Investigativa; Registros Escritos; Metodologias; Resolução de Problemas.

Introdução

Docentes e educadores matemáticos em todos os níveis educacionais têm se dedicado ao estudo e à experimentação de metodologias diferenciadas para a sala de aula de Matemática. Entre os motivos para esse interesse está a possibilidade de poderem colocar em prática no ambiente escolar atividades alternativas às aulas expositivas, mas, sobretudo, eles têm buscado pela transformação da sala de aula em um espaço promotor de aprendizagens significativas da Matemática. Isso tem ocorrido não somente devido ao caráter da Matemática como um componente curricular essencial e obrigatório na formação educacional, mas também pelo anseio de que essas aulas sejam ambientes onde os estudantes sintam-se dispostos a se engajarem na investigação matemática de modo cooperativo, participativo e empático. Ou seja, que passem de meros ouvintes a participantes ativos da construção do conhecimento (D'Ambrósio, 2014; Lutz-Westphal, 2019; Skovsmose, 2007; Dörr, Lutz-Westphal, 2020).

Estratégias metodológicas alternativas dessa natureza têm sido desenvolvidas para serem usadas em aulas de Matemática desde o ensino básico até o superior e têm revelado resultados de sucesso nas aprendizagens, bem como gerado interesse nos estudantes pela busca do conhecimento matemático. São muitos os exemplos que corroboram essa afirmação. Entre essas estratégias, estão aquelas que usam a resolução de problemas (Baig, 2015; Lessani *et al*., 2017), as tecnologias de informação (Nóbriga, 2015; 2019), atividades lúdicas (Araújo, Amorim, 2019), entre outras.

Nesse minicurso tem-se como objetivo principal destacar um recurso prático marcado pelo uso do que tem sido denominado por Gallin (2022) e Ruf, Keller, Winter (2008) de *Aprendizagem Dialógica*. Como o nome sugere, o diálogo é o elemento central dessa aprendizagem e ele ocorre por meio dos registros escritos dos estudantes quando da investigação de algum conteúdo curricular.

Genericamente falando, nas práticas com uso da aprendizagem dialógica, as aprendizagens efetivam-se através da proposição de perguntas relacionadas ao tema matemático que está sendo estudado no momento. Essas perguntas devem ser construídas pelo professor para que funcionem como ativadoras da curiosidade do estudante sobre o tema. Desse modo, em sua aplicação, são construídos ciclos de trabalho marcados por questionamentos, reflexões, discussões e aprendizagens.

Para que tenham resultados satisfatórios de aprendizagem, em todo o seu processo de aplicação, os registros escritos dos estudantes são o principal instrumento. Isso porque é fundamental que fiquem anotadas todas as suas descobertas ou resultados de investigação.

Desta forma, o objetivo principal deste minicurso é proporcionar uma vivência dessa alternativa metodológica de modo diferenciado e inédito. Para esse fim, nas seções seguintes é apresentado o referencial teórico básico associado à aprendizagem dialógica. Em seguida, a estratégia instrucional é descrita e exemplificada. Finalmente, é feita uma breve discussão acerca do seu uso, importância e questões ainda a serem investigadas.

Fundamentação Teórica

O que fundamenta e orienta as ações no processo metodológico da Aprendizagem Dialógica é o chamado *diálogo investigativo*. Espera-se que ele aconteça em cada fase da atividade matemática e se concretize por meio dos registros escritos dos estudantes e nas reações feitas pelos professores, também de forma escrita, diante das respostas recebidas. Nesse sentido, pretende-se que os estudantes se engajem e sejam motivados na construção desse diálogo com o professor. Se esse mecanismo de comunicação se concretiza, terá sido assegurado que manifestações da investigação matemática e do diálogo aconteçam simultaneamente.

Essas propostas de atividades apresentam-se como abordagens alternativas às aulas meramente expositivas ou de resoluções de exercícios e buscam trazer mais autenticidade às aulas de Matemática (Lutz-Westphal, 2019; Dörr, Lutz-Westphal, 2020).

Ao falarmos em diálogo, em um primeiro momento somos levados a considerar o diálogo que ocorre de forma oralizada. Tal forma de comunicação é um elemento essencial para o ensino e a aprendizagem efetivos da Matemática, uma vez que contribui para a formulação de pensamentos, para a consolidação, esclarecimento e elaboração mais significativa das ideias dos estudantes (Marino, 2005), entre outros. Entretanto, a formação de um espaço de discussão matemática produtivo é um desafio para os educadores (Schoenfeld, 2019) e, às vezes, pode ser uma tarefa complexa de ser colocada em prática, considerando o tipo de estudantes, o tópico matemático a ser tratado, além da pré-disposição dos sujeitos envolvidos pela interação com seus pares.

Um caminho para desenvolvimento da comunicação em sala de aula é o uso do diálogo escrito. Essa alternativa não é nova, tem sido usada ao longo dos tempos no ensino, entretanto, tem sido deixada de lado em aulas de Matemática.

Há diferentes modos de se expressar o pensamento matemático por escrito com o intuito de se obter o desenvolvimento das aprendizagens dos estudantes. Wille (2017) apresenta em seu estudo exemplos no ensino de Matemática verificados no uso dos diálogos matemáticos como estratégia de suporte didático-pedagógico. Entre os resultados de aprendizagem mostrados, destaca-se que, inicialmente, os diálogos têm o potencial de conectar as formas de comunicação matemáticas falada e escrita, eles oferecem a possibilidade de entendimento daqueles processos de pensamentos associados com o desenvolvimento, tanto dos aspectos escritos, quanto orais da linguagem matemática dos estudantes. Acrescenta-se a isso, o potencial de oportunizar ao estudante uma alternativa de expressão de forma individual, aberta, honesta de modo que ele não se sinta ameaçado se cometer erros. Por fim, é um espaço aberto para apresentação escrita de tentativas e alternativas para soluções de problemas matemáticos que poderão ser modificadas ao longo do processo.

Na abordagem de aula dialógica aqui considerada, o diálogo entre educador e educando será feito, primordialmente, por meio de anotações escritas. Portanto, o diálogo escrito estabelecido durante o processo de aprendizagem é um dos elementos centrais nesse processo de aprendizagem. Espera-se que, por meio da escrita dos estudantes, seja viabilizada uma comunicação investigativa que permita aos professores conhecerem os pensamentos, emoções além de outras expressões dos educandos (Dörr, Lutz-Westphal, 2020; Gallin, 2008, Canavarro, 2011).

De forma geral, nos diálogos orais que acontecem em sala de aula, muitas vezes não há oportunidade para participação de todos devido ao tamanho do grupo, limitação de tempo ou ainda inibição ou receio de envolvimentos dos estudantes. Assim, o uso da escrita tem a vantagem de possibilitar a participação e a expressão individual de todos do grupo. Isso poderá resultar em trabalhos escritos repletos de manifestações de ideias, visões e criações dos estudantes. São momentos marcados pela subjetividade e viabilizadores da obtenção de um panorama mais preciso e legítimo da construção do conhecimento matemático dos alunos pelos professores (Dörr, Lutz-Westphal, 2020; Gallin, 2008; Wille, 2017).

A próxima seção descreve o processo metodológico do minicurso proposto.

Abordagem Metodológica

Tendo como base o tempo disponível para a oficina, pretendemos durante os trinta minutos iniciais caracterizar a aprendizagem dialógica por meio de seus principais elementos constitutivos: uma ideia central, as tarefas, os diários de bordo e o feedback (Dörr, Lutz-Westphal, 2020).

Em seguida, serão mostrados exemplos reais de aplicação da atividade em aulas de Matemática da Educação Básica para melhor entendimento dos elementos centrais citados anteriormente. Isso poderá ser feito durante aproximadamente cinquenta minutos. Neles os participantes trabalharão em grupos e terão a oportunidade de colocar em prática a metodología. Finalmente, nos últimos trinta minutos da atividade o espaço será aberto para dúvidas, comentários e contribuições dos participantes. Ademais, será proposta uma tarefa prática nos moldes da aprendizagem dialógica em que todos os participantes serão convidados a participarem e enviarem seus escritos por e-mail para os coordenadores do minicurso. Esses, por sua vez, responderão os feedbacks via e-mail, completando a atividade dialógica.

Considerações Finais

Neste minicurso serão descritos e caracterizados os procedimentos metodológicos da Aprendizagem Dialógica como concebida por Ruf e Gallin (1998). Em sua implementação prática em sala de aula, essa metodologia, caso implementada sistematicamente, poderá contribuir para a diminuição da distância entre professores e alunos e ainda estabelecer vínculos entre eles que favoreçam as trocas de conhecimentos. Além disso, ela pode ser vista como uma oportunidade para criação de espaços em que sejam verificados maior envolvimento dos discentes no processo de investigação, trocas de experiências e de desenvolvimento da comunicação matemática. Tudo isso com vistas ao alcance de sucesso nas aprendizagens (Lutz-Westphal, 2019; Dörr, Lutz-Westphal, 2020).

A particularidade do emprego da escrita como instrumento dialógico fundamental traz um aspecto da comunicação e interação entre os sujeitos participantes da aula que, apesar de ser uma prática antiga e comumente usada em outras disciplinas do currículo escolar, ela tem associados elementos motivadores da construção de uma ideia diferenciada sobre o fazer Matemática em sala de aula e, assim, oferece uma alternativa para as clássicas aulas expositivas.

Nesse contexto de aplicação prática, surgem algumas questões relativas ao seu uso efetivo em sala de aula. Uma delas diz respeito ao desenvolvimento dos processos avaliativos, pois a avaliação é um instrumento essencial à prática escolar. Outro questionamento ligado ao processo avaliativo é o que diz respeito à mensuração do sucesso nas aprendizagens. Por fim, o grande desafio está ligado ao trabalho que o professor terá que dispender na construção das atividades, no trabalho com as leituras e feedbacks. Toda essa problemática não está ligada somente à estratégia instrucional aqui descrita, mas a qualquer outra que saia de padrão das aulas expositivas.

Esses questionamentos têm sido objeto de pesquisa das autoras e para que possam ser encontradas respostas, é necessário que a metodologia seja aplicada de forma sistemática em diferentes contextos de ensino da Matemática.

O engajamento social e profissional de uma pessoa a expõe a demandas cotidianas que envolvem experiências e entendimentos em domínios de abstração, conceitualização, comunicação, entre outras. Essas exigências são repassadas ao trabalho do docente contemporâneo que tem ainda o desafio de ser um facilitador, mediador e sustentáculo no compartilhamento de novos conhecimentos (D'Ambrósio, 2003).

Afirmamos que a proposta metodológica aqui descrita tem potencial para contribuir para o trabalho docente e ajudá-lo nessas demandas. Em termos materiais, ela requer poucos recursos, essencialmente papel e lápis. Como veremos nesta oficina, ela ainda pode ser adaptada a ambientes remotos. Neste caso, poderia ser implementada por meio de trocas de e-mails. Acrescenta-se a isso o seu caráter interdisciplinar. Isso porque, devido aos textos que serão construídos pelos educandos, as ações dialógicas poderiam ser feitas em parceria com professores da língua portuguesa ou de outras áreas do conhecimento, a depender do objeto de estudo.

Finalmente, acreditamos na importância da divulgação e encorajamento de educadores matemáticos no desenvolvimento e aplicação de tarefas significativas que possam conectar os conceitos matemáticos às situações práticas rotineiras, às outras áreas de conhecimento e ainda sejam motivadoras da descoberta matemática, da discussão e da reflexão crítica (Lutz-Westphal, 2014; Skovsmose, 2001).

Referências e bibliografía

Baig, F. (2015). Application of Teaching Methods in Mathematics at Secondary Level in Pakistan. *Pakistan Journal of Social Sciences (PJSS)*, *35*(2).

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios.

D'Ambrósio, U. (2003). Stakes in mathematics education for the societies of today and tomorrow. *This volume*, p. 301-316.

D'Ambrósio, U. (2014). *Educação Matemática: da teoria à prática*. 23ª ed. Campinas, SP: Papirus.

Dörr, R. C., & Lutz-Westphal, B. (2020). Metodologias alternativas para a sala de aula de matemática: as aprendizagens ativas, dialógicas e investigativas. In: Pina Neves, R. S., & Dörr, R. C. (Orgs.). *Cenários da Pesquisa em educação Matemática*. 1 ed. Jundiaí: Paco, 15-44.

Gallin, P. (2008). Den Unterricht dialogisch gestalten-neun Arbeitsweise und einige Tipps. In Ruf, U., Keller, S., & Winter, F. *Besser lernen im Dialog. Dialogisches Lernen in der Unterrichtspraxis*, *1*, Seelze-Velber, Germany.

Gallin, P. (2022). Dialogic Learning: From an educational concept to daily classroom teaching. Paradigma, *43*(1), 229-244. Retirado em 20 de novembro, 2022, de: https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2022.p229-244.id1170.

Lessani, A., Suraya, A., & Abu Bakar, K. (2017). Comparison of new mathematics teaching methods with traditional method: *International Journal of Social Sciences*. 3. 1285-1297.

Lutz-Westphal, B. (2014). Das forschende Fragen lernen. Pflasterungen: scheinbar Bekanntes neu durchdringen. *Mathematik lehren 184,* 16-19.

Lutz-Westphal, B. (2019). Levando autencidade à sala de aula de Matemática. In: Pina Neves, R.S., & Dör, R. C. (Orgs.). *Formação de Professores de Matemática: desafios e perspectivas.* 1 ed. Curitiba: Appris, 121-134.

Marino, P. (2005). Dialogue in Mathematics: Is It Important? *Mathematics in School*, 34(2), 26-28.

Nóbriga, J. C. C. (2015). *GGBOOK: uma plataforma que integra o software de geometria dinâmica geogebra com editor de texto e equações a fim de permitir a construção de narrativas matemáticas dinâmicas*. Tese de Doutorado em Educação. Universidade de Brasília, Brasília.

Nóbriga, J. C. C. (2019). Demonstrações Matemáticas Dinâmicas. *REVEMAT*, Florianópolis, v.15, n.1: pp.1-21. Retirado em 20 de novembro, 2022, de: DOI:105007/1981-1322.2019.e 61725.

Ruf, U. & Gallin, P. (1998). Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 2: Austausch unter Ungleichen. *Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden Didaktik. Seelze-Velber*.

Ruf, U., Keller, S., & Winter, F. (2008). *Besser lernen im Dialog. Dialogisches Lernen in der Unterrichtspraxis*, *1*.

Schoenfeld, A. H. (2014). *What makes for powerful classrooms, and how can we support teachers in creating them?* A story of research and practice, productively intertwined. *Educational researcher*, *43*(8), 404-412.

Schoenfeld, A. H. (2019). *Reframing teacher knowledge*: a research and development agenda. ZDM, p. 1-18.

Skovsmose, O. (2001). Landscapes of investigation. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *33*(4), 123-132.

Skovsmose, O. (2007). *Educação Crítica: incerteza, matemática, responsabilidade*. São Paulo: Cortez.

Wille, A. M. (2017). Imaginary dialogues in mathematics education. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *38*(1), 29-55.

XVI CIAEM ICMI
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education
UNIVERSIDAD DE LIMA
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023
xvi.ciaem-iacme.org

Una clase sobre proporcionalidad en una escuela multigrado

Ana **Arceo** Luna
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional
México
ana.arceo@cinvestav.mx

Resumen

Los profesores de escuelas multigrado tienen a su cargo estudiantes de más de un grado escolar por lo que su labor de enseñanza de las matemáticas se conjunta con los distintos niveles y materias de los grados que atienden. El propósito de este trabajo es identificar los saberes que moviliza una profesora en su aula multigrado. Se trata de un estudio que aún está en proceso, de tipo cualitativo en el que se utilizan herramientas etnográficas. Se reporta una de las clases observadas y parte de la entrevista a una profesora que atiende estudiantes de cuarto a sexto grado en una zona rural de Querétaro, México. Durante la sesión, la profesora moviliza saberes relacionados con el contexto de los estudiantes y su comprensión de la proporcionalidad, específicamente de la técnica de "buscar el valor unitario".

Palabras clave: Didáctica de la matemática; Educación primaria; Enseñanza presencial; Formación docente continua; Investigación Cualitativa; Enseñanza de la aritmética; Querétaro; México.

Introducción

En las escuelas primarias multigrado en México, un docente atiende más de un grado escolar simultáneamente (INEE, 2019). Esta organización escolar presenta a los profesores varios retos que surgen por el contexto económico y social en que se enmarcan las escuelas, las formas en que se relacionan los estudiantes, las demandas más allá de las labores docentes, el lugar que ocupa esta organización en los sistemas educativos y el estrecho vínculo entre la escuela y la comunidad. Para enfrentar dichas particulares los docentes suelen realizar ajustes a los programas y tomar múltiples decisiones en torno a la gestión de la clase y su práctica en general (Block, Ramírez y Reséndiz, 2013; García & Solares, 2022)

Entre los estudios con los que se cuenta sobre la labor de los docentes en escuelas multigrado, se reconoce que los profesores requieren de saberes particulares para enfrentar los retos mencionados y con frecuencia, tales saberes no son desarrollados en su formación inicial como maestros de escuelas graduadas (INEE, 2019) por lo que durante su práctica los docentes construyen diversos *saberes cotidianos* (Mercado, 2002). Tales saberes se definen como un conjunto de conocimientos sobre la realidad que permiten actuar en la vida cotidiana, se trata de conocimientos de los docentes que sustentan gran parte de su quehacer, van más allá de un acumulado de aspectos conceptuales, disciplinares y de teoría pedagógica; son una serie de elementos de índole afectiva, social, e intelectual que se cruzan en la labor docente y que en muchas ocasiones no han sido sistematizados o incluso no se han explicitado como tal (Rockwell & Mercado, 1988). Es a través del ensayo de ciertas ideas y la resolución de los problemas que se presentan en el aula como los profesores hacen suyos los saberes de su práctica cotidiana (Rockwell & Mercado, 1988).

Diversos estudios coinciden en señalar que cuando los profesores enseñan matemáticas movilizan saberes de distinta naturaleza (Block, Ramírez & Reséndiz, 2013) en los que el contenido tiene un papel relevante tanto en las decisiones de planeación, en las que se suele elegir un tema común y graduarlo, como en el trabajo dentro del aula (García & Solares, 2022).

En este sentido, se considera que la proporcionalidad es un tópico útil para estudiar los saberes que los profesores movilizan en el aula multigrado, primero por tratarse de un contenido transversal en los planes y programas de educación primaria en México ya que tiene una estrecha relación con las relaciones multiplicativas, el estudio de las magnitudes, las fracciones y las escalas (SEP, 2017). En segundo lugar, por su interdisciplinariedad con otras asignaturas Thompson & Carlson, 2017).

Esta investigación se propuso identificar los saberes que movilizan los profesores para enseñar la proporcionalidad directa en el aula de primaria multigrado. Esta investigación está en proceso por lo que a continuación se informará solo sobre el segundo momento de la toma de datos; la observación a la clase de una profesora que atiende estudiantes de cuarto a sexto grado y la entrevista respecto a lo observado.

Un referente teórico que ha sido útil para comprender las interacciones que se dan en el aula es la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1986). Este referente ofreció herramientas para comprender las formas en que se ponen en funcionamiento los conocimientos matemáticos, así como para analizar la relación del alumno con el conocimiento, o, de manera más amplia, para analizar la "situación didáctica", entendida como las interacciones entre alumnos, maestro, saber y medio. Otras nociones relevantes en este estudio son el "contrato didáctico", y las "variables didácticas".

También se retomó la noción de proporcionalidad de Freudenthal (1986) que expresa que la proporcionalidad se puede entender a partir de la noción de razón que trata sobre la existencia de una igualdad, aun cuando no se conozca el valor de las magnitudes. Una forma de expresar tal igualdad es

$$a:b = c:d$$

De modo que se puede decir que hay una relación de proporcionalidad cuando se cumplen dos condiciones necesarias y suficientes (Block et al., 2010):

a) Los factores internos que se corresponden son iguales – razones internas
b) Existe un número, siempre el mismo, que multiplicando a cualquiera de las cantidades de un conjunto de como resultado la cantidad correspondiente del otro conjunto – razones externas.

Metodología

La toma de datos tuvo un primer momento en el que se llevó a cabo un taller para profesores de escuelas multigrado sobre la enseñanza de la proporcionalidad. En el taller los profesores discutieron problemas de proporcionalidad y diseñaron algunas clases para implementarse en aulas multigrado. Dado que el taller se realizó de manera virtual y en el contexto de la pandemia COVID-19 los profesores no pudieron implementar las clases que diseñaron con sus estudiantes. Un año después se contactó a dos de las maestras que se mostraron participativas durante el taller para solicitarles que permitieran hacer observaciones de sus clases durante toda la jornada escolar.

Se contactó a dos profesoras vía telefónica considerando los siguientes criterios: a) haber participado en el taller, ya que de este modo se aseguraba una relación previa entre los investigadores y la docente, b) laborar como docente frente a grupo en una escuela multigrado y c) manifestar disposición para participar en el estudio sin alterar significativamente las actividades de su planeación didáctica y programa escolar.

Ambas docentes son profesoras en una escuela bidocente (solo hay dos profesores en su escuela, cada uno se encarga de la mitad de los grados escolares) y atienden los grados de 4to a 6to (noños de entre 9 y 11 años de edad), además de asumir las funciones directivas. Ambas maestras atienden a un aproximado de 22 estudiantes también distribuidos equitativamente entre los grados.

Como parte de las consideraciones éticas se informó de modo verbal al supervisor de las dos escuelas, además se envió un oficio a la escuela con atención a la dirección y se solicitó a los padres de familia su autorización verbal para recuperar y almacenar grabaciones de audio, fotografías y otras producciones de sus hijos que en el marco del estudio sirvan para analizar los saberes de los profesores al enseñar proporcionalidad.

Dado que la apropiación de las tareas docentes surge en distintas tareas relacionadas con la labor de enseñanza (Mercado & Luna, 2010), las observaciones se realizaron durante toda la jornada escolar, incluso cuando en la clase se revisaron contenidos distintos a la proporcionalidad, de modo que se tuviera un panorama más completo de cómo se manifiestan los saberes de los docentes. Se determinó que el número de sesiones a observar sería el que las docentes consideraran pertinente de acuerdo con su planeación didáctica y que siguiendo la herramienta de observación etnográfica (Rockwell 2011) tendrán que ser suficientes para dar cuenta del contexto en que los saberes de los docentes se ponen en juego al enseñar la proporcionalidad.

Los recursos a considerar durante las observaciones fueron una grabadora de audio, un dispositivo para fotografiar las evidencias de las actividades y principalmente las notas de campo, que al utilizar la observación como una herramienta etnográfica se procuró establecer narrativas descriptivas de lo que sucede en el salón de clases (Rockwell, 2011).

En el periodo en que se llevaron a cabo las observaciones, y como parte de las herramientas etnográficas a utilizar, se efectuaron entrevistas a llas profesoras que permitían conocer aquellos argumentos que dan cuenta de sus saberes y que no fueron explícitos a través del taller o de las observaciones en aula, ya que como apunta Cohen et al., (2018) las entrevistas ofrecen información sobre lo que una persona piensa, sabe, le gusta, valora y cree.

Se trata de una entrevista no directiva, más a modo de conversación en la que la investigadora consideró los puntos a tratar identificados principalmente en la observación de clase y los planteó a los profesores en espacios tanto dentro como fuera del aula. Este tipo de entrevista es útil para indagar en las actitudes y percepciones más profundas de la persona entrevistada (Cohen, et al., 2018).

También, durante la entrevista la investigadora propuso a las profesoras retomar temas o actividades vistas durante el taller, evitando alterar gravemente la planeación con la que las profesoras cuentan previamente. Las entrevistas se almacenaron para su análisis posterior en las notas de la investigadora y a través de una grabadora de audio.

La proporcionalidad como una situación de "la feria del maíz"

A continuación se muestra una situación que una de las profesoras planteó a sus estudiantes para tratar el tema de la proporcionalidad en el contexto de un proyecto que ella diseñó denominado "la feria del maíz". El proyecto pretendía nivelar a sus estudiantes ante el rezago enfrentado por la pandemia. La docente comentó a la investigadora que eligió el tema del maíz porque la comunidad se dedica principalmente a la siembra y venta de este producto y que en las reuniones del "Consejo Técnico Escolar" (reuniones mensuales que llevan a cabo los docentes de escuelas primarias) les pidieron que hacia el final del curso comenzaran a trabajar por *proyectos*. Ella decidió iniciar desde ese momento, por lo que durante las dos semanas siguientes, todos los contenidos de todas las materias versaron sobre el tema del maíz.

En una de las primeras clases observadas, luego de revisar con sus alumnos como parte de la clase de geografía los tipos de maíz, la profesora escribió el siguiente problema en el pizarrón y les pidió a los alumnos que lo copiaran en sus cuadernos y antes de salir al receso se organizaran con otros compañeros para trabajar, sin considerar el grado que cursan.

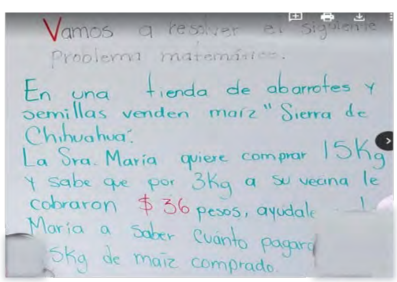


Figura 1. Problema en el pizarrón sobre la compra de maíz "Sierra de Chihuahua"

Se trata de un problema del tipo valor faltante en el que los valores son números naturales. El contexto parece ser de vida cotidiana y utiliza magnitudes que de acuerdo con los programas de educación primaria se esperaría que los niños dominaran a partir del 4to grado (SEP, 2017). En la situación el valor unitario no es conocido, por lo que para resolverlo es necesario realizar al menos dos operaciones.

Cuando los niños comenzaron a salir al receso la maestra se acercó a la investigadora y comenzó a contarle sobre una alumna de 6to grado que tenía un alto grado de rezago por lo que los problemas matemáticos se los adecuaba como si se tratara de una estudiante de 2do grado. Una estrategia que la docente comentó que le era efectiva era que esta estudiante trabajara en equipo con otros niños. Cuando la maestra terminó de narrar el caso de la alumna la investigadora hizo un cambio de tema para llevar a cabo una entrevista informal:

> *Investigadora: Y este problema de la Sierra de Chihuahua [señala el pizarrón] ¿cómo se le ocurrió?*
> *Maestra: Es que dije "¿qué temas de matemáticas les impactan o podemos poner en las actividades? y dije, lo de los kilos, lo de las fracciones y ahora si pues meterles lo de proporcionalidad porque no lo había trabajado, sinceramente no había trabajado. Solo cuando tomé el curso si vine [durante la pandemia la maestra atendía grupos de máximo 5 alumnos, acudían a la escuela y ella les entregaba cuadernillos de trabajo diseñados por el gobierno estatal] y les apliqué algunos como que parcialmente, sin que hubiera una secuencia. Ahora si voy a aprovechar para que vean conceptos.*
> *Investigadora: y este problema ¿cree que lo puedan resolver?*
> *Maestra: pues vamos a ver, yo creo que los de 5to y 6to sí.*

En lo que comenta la profesora se puede ver que pretende plantear un problema en el que trabajará distintos temas matemáticos, reconoce que puede trabajar al menos tres temas: la proporcionalidad, las fracciones y las unidades de masa. La situación propicia distintos aspectos de estos temas, las unidades de masa son parte del contexto para comprender el problema, las fracciones podrían ser una estrategia para resolverlo, y las relaciones que se establecen son de proporcionalidad.

La maestra está intentando plantear situaciones de proporcionalidad con lo que vio en el taller, aunque en el taller se llegaron a plantear problemas de valor faltante, las preguntas no fueron similares a la que ella plantea, en donde el estudiante debe resolver otras preguntas previamente para ayudarse, como el costo de un kg.

La maestra aún no terminaba de contar a la investigadora sobre este problema cuando una alumna interrumpió para mostrarle a la profesora cómo habían resuelto en su equipo la situación:

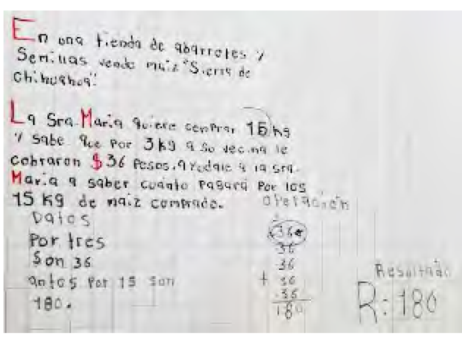


Figura 2. Procedimiento de alumna M en la situación del maíz "Sierra de Chihuahua"

> *Maestra: ¿Por qué pusiste 36, 36, 36* [señala la operación de suma en el cuaderno]
> *Alumna M: No, hice así como en casita de 12 y ese lo deje en la otra* [libreta/ cuaderno], *es que si no iba a hacer aquí un rayadero* [la estudiante no tenía ningún otro cuaderno afuera de su mochila]*…12 y 12 son 24, más 6 son 30, sumo entonces 3 y aquí son 18…*
> *Maestra: mmm pero, por ejemplo este 36 ¿de cuántos kilos es?* [se acerca otra alumna del mismo equipo*]*
> *Alumna A: ¿Cuántos kilos son?, mmm son de…*
> *Maestra: ¿Por qué le hiciste así?*

Alumna A: o sea, es que son 15 kilogramos, son 3, 6, 9, 12, y 15…
Maestra: Ok muy bien, entonces [señala el 36 de la suma del cuaderno y lo encierra con tinta azul] *estos son de tres kilos, estos de otros tres…*
Alumna D: Es que lo habíamos hecho de otra manera y hasta que lo leímos íbamos escribe y escribe y no lo íbamos leyendo.
Alumna M: es que lo íbamos leyendo, por 3 son 36 y son 5
Maestra: tenían que juntar lo de 15 kilos, ok. Y ¿creen que hay otra forma?
Alumna M: si, multiplicando
Maestra: ¿Qué multiplican?
Alumna M: 36 por 15
Alumna D: No, 3 por 36, bueno 3 por 15
Alumna M: va a dar mucho
Maestra: a ver piénsenle… ¿Ya comieron? Vayan allá…
Maestra: [se dirige a la investigadora] *pero no me han sacado el valor unitario*
Investigadora: pero si vieron que era por cinco veces el valor de tres.
Maestra: Ah si es cierto. Pero esa como que quiero explicarla
Investigadora: ¿Quiere trabajar el valor unitario?
Maestra: Si también que se den cuenta que sacando el valor unitario, bueno porque a mi se me facilita más. Que tengan varias alternativas…

La maestra hace una devolución con las estudiantes que se acercan a que revise sus respuestas a partir de preguntas que van dirigidas a comprobar si han comprendido el procedimiento que hicieron y el significado de sumar la cantidad de 36. Ya en el taller la maestra mencionaba que era relevante que los estudiantes explicaran sus propios procesos, por lo que se muestra congruente con esta idea.

Un saber sobre la gestión en el aula que la docente promovió a lo largo de las clases observadas fue el trabajo en equipo; al inicio de la entrevista dijo que los alumnos que tienen mayor rezago "*en equipo son más participativos*" y en el fragmento precedente cuando las estudiantes no terminan de explicar cómo hicieron el procedimiento les pide que regresen a comentarlo con sus equipos. Los compañeros, que trabajan juntos independiente del grado que cursan, conforman un medio importante para la maestra.

También, la maestra comentó que con esta actividad intentaba promover la técnica del "valor unitario". En el taller la profesora dijo que hay proporcionalidad cuando se muestra un valor unitario, de modo que su saber sobre la proporcionalidad como contenido matemático está vinculado al uso de esta técnica para resolver situaciones de proporcionalidad.

En el cuaderno de la alumna, en el procedimiento para resolver el problema los datos están organizados de cierta forma por lo que la investigadora preguntó a la maestra:
Investigadora: veo que todos los niños organizan los procedimientos colocando los títulos de "datos, operación y resultado" ¿usted se los pidió así?
Maestra: sí, para mí es más fácil porque así pueden poner los datos y las operaciones aparte. Cuando llegue aquí no estaban acostumbrados a poner los procedimientos, los borraban. Cuando estaba en la UPN teníamos un profe que así los acomodaba y como que se me hizo más fácil.

En la intervención precedente, la docente usa un saber que desarrolló en su formación inicial. También se puede ver que los estudiantes han establecido un contrato didáctico previamente en el que suelen borrar sus respuestas y la maestra intenta romperlo a través de solicitarles este esquema, y en el caso de la alumna M preguntar por las operaciones.

Al concluir el receso la maestra pidió a la alumna M que presentará su procedimiento en el pizarrón, luego preguntó si alguien había hecho algo distinto o si alguno había multiplicado. En la figura siguiente se muestran los procedimientos que los alumnos explicaron el pizarrón:

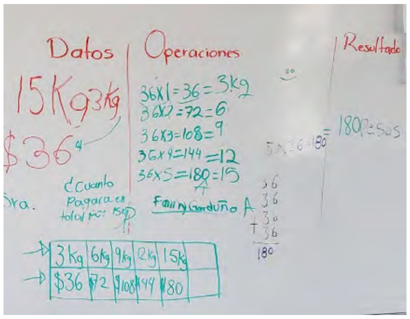


Figura 3. Procedimientos de los niños y la maestra para resolver el problema del maíz "Sierra de Chihuahua"

Al final la maestra hizo un proceso de institucionalización en el que usó una tabla para explicar la relación multiplicativa. Como los estudiantes no terminaban por usar el valor unitario como ella quería, preguntó: ¿cuánto va a ser si compro un kg? ¿Y si compro 1 ½? A lo que solo uno de los estudiantes de 5to grado respondió.

Durante las semanas siguientes la profesora diseñó e implementó distintas situaciones de proporcionalidad a sus estudiantes. Principalmente varió el contexto, los valores y el grado para el cual solía presentar la actividad.

Conclusiones

En la enseñanza de las matemáticas en un aula multigrado convergen distintos saberes relacionados con los estudiantes, el contexto, la gestión de la clase, etc. En la clase observada la profesora muestra que sus saberes sobre el contexto son esenciales para las decisiones que toma y se ve reflejado en la organización de los alumnos, el tipo de situaciones que plantea, las orientaciones que hace para ayudarlos a resolver, etc. La proporcionalidad, en este caso es vista como un medio para atender una situación que para los estudiantes puede ser cotidiana como lo es la venta del maíz. Hay un énfasis importante en que los estudiantes "resuelvan situaciones" de la manera más sencilla.

Esta investigación da cuenta de cómo los profesores en el aula multigrado echan mano de distintos saberes que se encuentran plasmados en las orientaciones de los documentos oficiales, por lo que se puede decir que el estudiarlos es útil para un mejor acompañamiento y elaboración de materiales que sirvan para tratar contenidos como la proporcionalidad en estos contextos.

Referencias y bibliografía

Block, D., Ramírez, M. & Reséndiz, L. (2013). Tejer currículo: la planeación de la clase de matemáticas en una escuela multigrado. *Memoria electrónica del XII Congreso Nacional de Investigación Educativa.* Guanajuato, México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa.

Block D., Mendoza, T., & Ramírez, M. (2010) Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica. México: Somos maestros/ Cinvestav.

Brousseau, G. (1986). *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques.* Vol 7. Nº2. 33-115.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2018). *Research methods in education*. New York: Routledge.

Freudenthal, (1983) Ratio and Proportionality. *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Mathematics Education Library. Springer

García, E., & Solares, D. (2022). Intervenciones didácticas en multigrado para la enseñanza de las matemáticas. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas,* (96), 32-39

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE] (2019). *La educación multigrado en México*. México: autor.

Mercado, R. (2002). *Los saberes docentes como construcción social. La enseñanza centrada en los niños*. México: FCE Rockwell, E., & Mercado, R. (1988). La práctica docente y la formación de maestros. *Investigación En La Escuela*, *2*(4), 65–78.

Rockwell, E. (2011). *La experiencia Etnográfica: historia y cultura en los procesos educativos*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.

Rockwell, E., Mendoza T., Rebolledo, V., & Tapia, M. (2017). Mediating research and practice: The dilemmas of designing didactic sequences by integrating teacher knowledge and research on teaching, *Revue française de pédagogie,* 201, 53-60.

Secretaría de Educación Pública (2017). Plan y programas de estudio para la educación básica. Aprendizajes Clave para la educación integral. México: SEP.

Thompson, P., & Carlson, M. (2017). Variation, Covariation, and Functions: Foundational Ways of Thinking Mathematically. En C. Jinfa (coord.) *Compendium for Research in Mathematics Education* (pp. 421-456). National Council of Teachers of Mathematics.

Uso de videos sobre competencias matemáticas para elicitar el noticing (atención) de docentes de Matemática

Victoria **Arriagada** Jofré
Facultad de Educación, Pontificia Universidad Católica de Chile
Chile
vparriagada@uc.cl
Horacio **Solar** Bezmalinovic
Facultad de Educación, Pontificia Universidad Católica de Chile
Chile
hsolar@uc.cl

Resumen

Noticing se refiere a lo que nota el docente en situaciones diversas de contexto educativo. El propósito del taller es elicitar el noticing de los participantes para atender, utilizar y establecer conexiones en situaciones de enseñanza (van Es y Sherin, 2002) respecto de la gestión comunicativa de la interacción que ofrece el docente del video. Para ello, los participantes verán 2 clips donde se observa a una docente promoviendo las competencias de argumentar y modelar/argumentar respectivamente. Luego, los asistentes deberán escribir y posteriormente explicar (en grupo pequeño y gran grupo) los elementos de la gestión de la profesora del video que llaman su atención respecto de 3 focos de su gestión: gestión de oportunidades de participación, gestión del error y gestión a través de preguntas (Lee, 2010). Al finalizar las actividades, se presentará la rúbrica diseñada en el marco del proyecto para caracterizar el noticing a través de sus intervenciones.

Palabras clave: Noticing; atención docente; competencia docente; desarrollo profesional; competencias matemáticas; comunicación; interacción; videos; diseño de instrumento.

Introducción

Cuando hablamos de *noticing* hablamos de la atención del docente, una competencia esencial en su práctica profesional (Mason, 2002) y que los últimos 20 años ha tomado un rol activo en el campo de la investigación en matemática educativa porque recae en el aprendizaje en los estudiantes (Jacobs y Spangler, 2017). En ese sentido, Llinares (2013) indica que la competencia del noticing permite que el docente *note* situaciones de enseñanza diferentes a las observadas por un no docente. Ha sido estudiado principalmente cuando los docentes observan el *pensamiento matemático de los estudiantes*. Sin embargo, pocos estudios lo han caracterizado con otros enfoques como, por ejemplo, la *gestión comunicativa de la interacción* que se refiere a la competencia del maestro para orquestar las intervenciones con sus estudiantes (Fortuny y Rodríguez, 2012) o el desarrollo del noticing del maestro a lo largo del tiempo cuando promueve competencias matemáticas como la argumentación matemática.

En relación con esto, hasta hace unos años tanto el currículum nacional como internacional se basaba en contenidos. Sin embargo, los currículos han transitado a uno donde los estudiantes aprenden por medio de *competencias matemáticas* promovidas por los profesores (Felmer y Perdomo-Díaz, 2017) como por ejemplo, la resolución de problemas, representar, modelar, comunicar y argumentar presentes tanto en PISA (OECD, 2016) como en las bases del Ministerio de Educación (2015). Es por esto, que un desafío de la enseñanza de la matemática actual es apoyar a docentes formados previo a este cambio curricular para que sin importar su formación inicial puedan brindar oportunidades de aprendizaje significativo y reflexivo a sus estudiantes, donde el protagonismo sea la discusión e interacción de procedimientos matemáticos en el aula y no la entrega de contenidos de una manera expositiva (Solar, 2018). En este sentido los programas de desarrollo profesional toman un rol fundamental, ya que si los docentes mejoran sus propias habilidades de enseñanza, implementarán mejores prácticas con sus estudiantes (Borko et al., 2008).

Considerando la importancia de la promoción de competencias matemáticas y el poco desarrollo del vínculo entre la atención del docente en contextos de promoción de competencias matemáticas enmarcado en programas de desarrollo profesional, se ha realizado un proyecto de investigación donde se ha diseñado, validado y piloteado un instrumento de observación para caracterizar el noticing de docentes de matemática en base a videos donde se observa a profesoras promoviendo competencias matemáticas. Es por esto, que el propósito de este taller es implementar las actividades de análisis de video para elicitar el noticing de docentes de matemática elaboradas en el marco de ese proyecto.

Antecedentes teóricos

Noticing

Es uno de los enfoques para estudiar la atención del docente de matemáticas (van Es y Sherin, 2021). Se enmarca en una perspectiva cognitiva psicológica (Santagata et al., 2021), ya que se define respecto de procesos cognitivos para comprender *qué* y *cómo* el docente le da sentido a lo que observa. Jacobs et al. (2010) abordaron cómo y en qué medida los maestros identificaron el *pensamiento matemático de los niños*, definiendo el noticing como un conjunto de tres habilidades interrelacionadas: *atender* a las estrategias de los niños, *interpretarlas* y *decidir* cómo responder. Este marco ha sido desarrollado con posterioridad por diversos autores quienes han incorporado otros elementos a la atención del maestro como por ejemplo tareas desafiantes (Choppin, 2011), enseñanza matemática equitativa (Wager, 2014), relación entre enfoques cognitivos y situados (Kaiser et al. 2017) y trayectorias de aprendizaje (Ivars et al., 2018). Dado que el interés de este estudio es focalizarse en la atención del docente al observar a otros maestros en su práctica de gestionar comunicativamente la interacción docente-estudiante, la definición a la que se ajusta este proyecto corresponde a una habilidad caracterizada por: atender, utilizar y establecer conexiones en situaciones de enseñanza (van Es y Sherin, 2002) y que recientemente se ha expandido incorporando la *indagación* que involucra gestionar interacciones para obtener información adicional (van Es y Sherin, 2021).

Gestión comunicativa de la interacción (docente-estudiante)

En particular, en este taller se pretende elicitar el noticing del docente participante respecto de la gestión comunicativa de la interacción (profesor-estudiante) que realiza el docente del video en la clase de matemática, la que se define a través de tres dimensiones provenientes de acciones comunicativas de Lee (2010) y adaptadas por (Solar y Deulofeu, 2016): a) Gestión de oportunidades de participación: El participante se refiere a la acción del docente del video para asegurar que todos sus estudiantes tengan la oportunidad de aportar (o ausencia), por ejemplo: promover la intervención de todos los estudiantes, y no tan sólo a aquellos que desean intervenir. b) Gestión del error: El participante se refiere a la acción del docente del video para transmitir a sus estudiantes que sus ideas/respuestas/procedimientos equivocados son importantes para construir el conocimiento matemático (o ausencia), por ejemplo: promover que alumnos con respuestas correctas e incorrectas expongan, sin validar antes la calidad de éstas. c) Gestión a través de preguntas: El participante se refiere a la acción del docente del video para formular preguntas adecuadas a la actividad o para interactuar en base a buenas preguntas (o ausencia), por ejemplo: realizar preguntas que favorezcan la descripción y explicación de ideas/procedimientos por sobre preguntas cerradas.

Competencias matemáticas

Las competencias matemáticas están basadas en procesos, por lo que se desarrollan en paralelo a los contenidos, a largo plazo y de manera repetitiva a lo largo del año escolar (Solar y Deulofeu, 2016). El marco PISA, (OECD, 2013) incorpora la alfabetización matemática que es un constructo de competencia matemática definido como la “capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos” (OECD, 2013), donde se distinguen 7 capacidades matemáticas fundamentales que subyacen a la alfabetización: *comunicación, matematización, representación, razonamiento y argumentación, elaboración de estrategias para la resolución de problemas, uso del lenguaje y las operaciones y utilización de herramientas matemáticas.* En el panorama nacional, la alfabetización matemática se hace presente en las bases curriculares (2015) de 7º a 2º medio, como “la capacidad de identificar y entender el papel que esta disciplina tiene en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar en forma adecuada tanto las herramientas como los conocimientos matemáticos para resolver problemas cotidianos” (pág 94). En este sentido, la comprensión de conceptos matemáticos clave es esencial para utilizarlos e interpretarlos en la vida cotidiana, fomentando el pensamiento matemático a través de *habilidades* establecidas para este y otros niveles escolares: *resolución de problemas, representación, modelamiento y argumentación y comunicación.* En este taller, los participantes analizarán 2 videos donde se observa la interacción de una docente con sus estudiantes al promover 2 de estas competencias: argumentación y modelamiento matemático.

Objetivo

En consistencia con los apartados anteriores, el taller tiene como propósito elicitar el noticing de los participantes para atender, utilizar y establecer conexiones en situaciones de enseñanza (van Es y Sherin, 2002) respecto de la gestión comunicativa de la interacción que ofrece el docente del video, lo que se reflejará a través de las oportunidades de participación, la gestión del error y la gestión a través de preguntas.

Metodología de trabajo

Previo a la presentación de este taller, se ha diseñado un instrumento de observación (rúbrica) en conjunto con 3 actividades de análisis de video para elicitar el noticing de los docentes de matemática participantes. En este taller se realizarán 2 de esas actividades, es decir, los participantes observarán 2 videos, uno donde se observa a la profesora promoviendo la competencia de argumentar y otro donde la profesora promueve el modelamiento de forma articulada con la argumentación. Cabe mencionar que se cuenta con las autorizaciones correspondientes del comité de ética para el uso de estos videos. Se describe a continuación las actividades que realizarán los docentes para uno de los videos.

Participantes observan un video de 5-7 minutos

Los participantes observarán un video donde se aprecia a una docente interactuando con sus estudiantes. Esta clase fue realizada para promover competencias matemáticas de manera intencionada, cuya tarea matemática asociada y nivel educativo se presenta al inicio del video.

Participantes escriben lo que les llama la atención

Los participantes responderán de forma escrita las siguientes preguntas respecto del video recién observado sin interactuar con el resto de los participantes con el propósito de focalizar su atención en aspectos de la gestión comunicativa de la docente del video:

1. ¿Qué te llama la atención respecto de cómo la docente gestiona las oportunidades de participación que ofrece a los estudiantes?

Observación: Se refiere a la acción del docente del video para asegurar que todos sus estudiantes tengan la oportunidad de aportar.

2. ¿Qué te llama la atención respecto de cómo la docente gestiona el error con sus estudiantes?

Observación: Se refiere a la acción del docente del video para transmitir a sus estudiantes que sus ideas/respuestas/procedimientos equivocados son importantes para construir el conocimiento matemático.

3. ¿Qué te llama la atención respecto de cómo la docente gestiona la discusión con sus estudiantes a través de preguntas?

Observación: se refiere a la acción del docente del video para formular preguntas adecuadas a la actividad o para interactuar en base a buenas preguntas.

Participantes discuten en grupo pequeño

Una vez que todos los participantes han escrito sus respuestas, se formarán grupos de manera aleatoria para discutir las respuestas en grupos de 3-4 asistentes. La idea es que expliquen con mayor detalle aquellos aspectos que han llamado su atención.

Participantes responden en gran grupo

Una vez que todos los grupos han terminado de discutir sus observaciones, se realizará una discusión con grupo completo para discutir sus impresiones generales guiada por la investigadora a cargo de este taller.

Presentación rúbrica para caracterizar sus intervenciones

Una vez que los participantes han realizado las actividades con los 2 videos, se hará una breve presentación para describir el instrumento de observación construido en el marco del proyecto (rúbrica) para caracterizar el noticing de los participantes. En este momento se encuentra finalizando el proceso de diseño, sin embargo, a la fecha del taller esta rúbrica ya estará validada y piloteada por lo que podrá ser presentada.

A continuación (Tabla 1), se describen las actividades y el tiempo contemplado para ellas durante el taller.

Tabla 1
Actividades contempladas durante el taller

Actividades	Tiempo estimado (minutos)
Presentación	10
Observación video 1	7
Registro escrito	10
Discusión grupo pequeño	15
Discusión grupo completo	13
Observación video 2	7
Registro escrito	10
Discusión grupo pequeño	15
Discusión grupo completo	13
Presentación rúbrica para caracterizar las intervenciones	10

Fuente: elaboración propia.

Resultados esperados del taller

En primer lugar, es un taller que no discrimina en la formación profesional de los asistentes ya que los participantes deben observar los videos y describir lo que les llama la atención tanto de manera escrita como de manera verbal. Esto implica que pueden asistir estudiantes en formación, profesores de matemática, académicos, etc. y todos tendrán algo diferente que aportar a la discusión. Además, los videos seleccionados intencionadamente corresponden a niveles 6to y 7mo grado, por lo que se encuentran en un nivel educativo abordable por docentes tanto de primaria como de secundaria. Se espera entonces, que a lo largo del taller cada uno de los asistentes focalice su atención en aspectos diferentes de la gestión de las profesoras de los videos (ambas mujeres) dependiendo de su experiencia y país donde se desempeña. Esto hará valorar las intervenciones del resto de los asistentes a través de las discusiones en grupo pequeño y gran grupo. Se espera cerrar el taller con la presentación de la rúbrica que permite analizar las intervenciones realizadas por los propios asistentes.

Referencias y bibliografía

Borko, H., Jacobs, J., Eiteljorg, E., & Pittman, M. E. (2008). Video as a tool for fostering productive discussions in mathematics professional development. *Teaching and Teacher Education*, *24*(2), 417–436. https://doi.org/10.1016/j.tate.2006.11.012

Choppin, J. (2011). The impact of professional noticing on teachers' adaptations of challenging tasks. *Mathematical Thinking and Learning*, *13*(3), 175–197. https://doi.org/10.1080/10986065.2010.495049

Felmer, P. & Perdomo-Díaz, J. (2017). Un programa de desarrollo profesional docente para un currículo de matemática centrado en las habilidades: la resolución de problemas como eje articulador. *Educación matemática*, *29*(1), 201-217. https://doi.org/10.24844/em2901.08

Fortuny, J. M., & Rodríguez, R. (2012). Aprender a mirar con sentido: facilitar la interpretación de las interacciones en el aula. *Avances de Investigación En Educación Matemática*, *1*, 23–37. https://doi.org/10.35763/aiem.v1i1.3

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing noticing: Using a hypothetical learning trajectory to improve pre-service primary teachers' professional discourse. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *14*(11), 2-16. https://doi.org/10.29333/ejmste/93421

Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169–202. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.41.2.0169

Jacobs, V. R., & Spangler, D. A. (2017). Research on core practices in K-12 mathematics teaching. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education*. (p. 766-792). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Kaiser, G., Blömeke, S., König, J., Busse, A., Doehrmann, M., & Hoth, J. (2017). Professional competencies of (prospective) mathematics teachers-Cognitive versus situated approaches. *Educational Studies in Mathematics*, *94*(2), 161-182.

Lee, C. (2010). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas.* Ediciones Morata.

Llinares, S. (2013). Professional Noticing: a component of the Mathematics teachers' professional practice. *SISYPHUS. Journal of Education*, 1(3), 76-93.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. Routledge Falmer: Londres.

Ministerio de Educación (2015). *Bases curriculares de Séptimo a Segundo Medio*.

OECD (2013), *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy,* OECD Publishing. *http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en*

OECD (2016). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy*. OECD Publishing: Paris.

Santagata, R., König, J., Scheiner, T., Nguyen, H., Adleff, A. K., Yang, X., & Kaiser, G. (2021). Mathematics teacher learning to notice: a systematic review of studies of video-based programs. *ZDM - Mathematics Education*, 53,119-134. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01216-z

Solar, H., & Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, *30*(56), 1092–1112. https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a13

Solar, H., Treviño, E., San Martín, E., & Ayala, P. (2018). Modelo de apoyo para el desarrollo profesional docente para estructuras de gobierno municipal y Servicios Locales de Educación (SLE). In *Propuestas para Chile. Concurso Políticas públicas* 2017 (pp. 75–104).

van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2002). Learning to Notice: Scaffolding New Teachers' Interpretations of Classroom Interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, *10*, 571–596.

van Es, E. A., y Sherin, M. G. (2021). Extending on prior conceptualizations of teacher noticing. *ZDM Mathematics Education, 53*(1), 17-27. https://doi. org/10.1007/s11858-020-01211

Wager, A. A. (2014). Noticing children's participation: Insights into teacher positionality toward equitable mathematics pedagogy. *Journal for Research in Mathematics Education*, *45*(3), 312–350. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.45.3.0312

Índice alfabético de autores

EDUCACIÓN MATEMÁTICA en las AMERICAS 2023

Formación Continua y Desarrollo Profesional

ISBN: 978-9945-18-788-5

9 789945 187885

https://ciaem-iacme.org