EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN LAS AMÉRICAS VIII

Actas de la Octava Conferencia Interamericana de Educación Matemática

Enseñanza Científica y Tecnológica Colección de Documentos (ECTCD)

N.° 1 Glossary of Terms used in Science and Technology Education. 1981 (English)

N.° 2 Methodologies for Relevant Skill Development in Biology Education. 1982 (English)

N.° 3 Nutrition Education: Curriculum Planning and Selected Case Studies. 1982 (English) (Reprint in Nutrition Education Series N.° 4)

N.° 4 Technology Education as part of General Education. 1983 (English and French)

N.° 5 Nutrition Education: Relevance and Future. 1982 (English) Reprint in Nutrition Education Series, N.° 5)

N.° 6 Chemistry Teaching and the Environment. 1983 (English)

N.° 7 Encouraging Girls into Science and Technology Education: Some European Initiatives. (English)

N.° 8 Genetically-Based Biological Technologies. 1984 (English)

N.° 9 Biological Systemes, Energy Sources and Biology Teaching. 1984 (English)

N.° 10 Ecology, Ecosystem Management and Biology Teaching. 1984 (Reprint 1986) (English)

N.° 11 Agriculture and Biology Teaching. 1984 (English)

N.° 12 Health Education and Biology Teaching 1984 (English)

N.° 13 The Training of Primary Science Educators - A Workshop Approach. 1985 (English)

N.° 14 L'Économie sociale familiale dans le développement rural. 1984 (French)

N.° 15 Human Development and Evolution and Biology Teaching. 1985 (English)

N.° 16 Assessment: A Practical Guide to Improving the Quality and Scope of Assessment Instruments 1986 (English)

N.° 17 Practical Activities for Out-of-School Science and Technology Education. 1986 (English)

N.° 18 The Social Relevance of Science and Technology Education. 1986 (English)

N.° 19 The Teaching of Science and Technology in an Interdisciplinary Context. 1986 (English)

N.° 20 Mathematics for All. 1986 (English, French in press)

N.° 21 Science and Mathematics in the General Secondary School in the Soviet Union. 1986 (English)

N.° 22 Leisure, Values & Biology Teaching. 1987 (English and French)

N.° 23 Use of Sea and its Organisms. 1987 (English)

N.° 24 Innovations in Science and Mathematics Education in the Soviet Union. 1987 (English)

N.° 25 Biology and Human Welfare. Case Studies in Teaching Applied Biology. 1988 (English)

N.° 26 Sourcebook of Science Education Research in the Caribbean. 1988 (English)

N.° 27 Pour un enseignement intégré de la science et de la technologie : trois modules. 1988 (French)

N.° 28 Microbiological Techniques in School 1988 (English)

N.° 29 Games and Toys in the Teaching of Science and Technology. 1988 (English, French)

N.° 30 Field Work in Ecology for Secondary Schools in Tropical Countries. 1988 (English, Arabic)

N.° 31 Educational Materials Linking Technology Teaching with Science Education: Technology in Life. 1988 (English)

N.° 32 Evaluation and Assessment in Mathematics Education 1989 (English)

N.° 33 Systems Thinking in Biology Education. 1989 (English)

N.° 34 Base Physique de l'électronique dans l'enseignement secondaire ; module méthodologique. 1989 (French)

N.° 35 Mathematics, Education and Society. 1989 (English)

N.° 36 Bibliography in Integrated Science Teaching 1990 (English)

N.° 37 Educación Matemática en las Américas VII. 1990 (Spanish)

N.° 38 The Teaching of Science and Technology in an Interdisciplinary Context 1990 (English)

N.° 39 Teaching Biotechnology in Schools. 1990 (English)

N.° 40 Electronics Teacher's Guide. 1991 (English)

N.° 41 Children, Health and Science. 1991 (English)

N.° 42 Reuniones del Primer Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. 1992 (Spanish)

1 2

3 4

Fotografías de la cubierta

1. Foto UNESCO/Paul Almasy
2. Foto UNATIONS
3. Foto UNESCO.D. Bahrman
4. Derechos reservados de la fotografía

Enseñanza Científica y Tecnológica

Colección de Documentos N.° 43

EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN LAS AMÉRICAS VIII

Actas de la Octava Conferencia Interamericana de Educación Matemática

CIAEM

Comité Interamericano para
la Enseñanza de la Matemática

Sección de la Enseñanza
de las Ciencias y la Tecnología

UNESCO

ED-92/WS-11

París, 1992

Educación Matemática en las Américas VIII

COLECCIÓN DE DOCUMENTOS N.° 43

PREFACIO

He aquí las Actas de la Octava Conferencia Interamericana de Educación Matemática realizada en Miami, Estados Unidos de América, del 3 al 7 agosto de 1991.

La publicación de este documento continúa la cooperación entre la UNESCO y los educadores hispano parlantes orientada a poner a su disposición información reciente sobre educación matemática. Se suma a la serie *Educación Matemática en las Américas III, IV, V y VII* cuyos volúmenes reprodujeron las actas de las Conferencias Interamericanas sobre Educación Matemática realizadas en Bahía Blanca (1972), Caracas (1975), Campinas (1979), y Santo Domingo, República Dominicana (1987). También pertenecen a esta serie en idioma español las *Memorias del Primer Congreso Iberoamericano de Educación Matematica*, realizado en Sevilla (España) del 24 al 29 de septiembre de 1990, *Matemática para todos*, producto del Quinto Congreso Internacional de Educación Matemática realizado en Adelaida, Australia en 1984 y seis volúmenes de *Estudios en educación matemática*.

La Unesco expresa su agradecimiento al Comité del Programa, a Gilberto Cuevas, Coordinador del Comité Organizador local y a todos sus miembros, a los editores Patrick Scott y Susana Guerra por la preparación del manuscrito y, en forma muy especial, al Profesor Eduardo Luna (Presidente del Comité Interamericano de Educación Matemática) por la autorización para publicar estas actas.

Las opiniones expresadas en este documento son las de los editores y autores individuales y no necesariamente las de la UNESCO.

Agradeceremos sus comentarios sobre los contenidos de este documento, los cuales podrán enviarse al: Especialista de programa en Educación Matemática, División para el Desarrollo de la Educación, UNESCO, Place de Fontenoy, 75700 París, Francia.

PROLOGO

El presente volumen está constituido por las *Actas de la Octava Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, realizada en la Universidad de Miami en los Estados Unidos de América del 3 al 7 de agosto de 1991. Las Palabras de Apertura del Dr. Eduardo Luna (p. 1-3) y la Conferencia General del Prof. Angel Ruiz (p. 5-19) ofrecen una historia de las Conferencias Interamericanas de Educación Matemática.

Este documento se divide en nueve partes:

Parte I - Discursos de Apertura
Parte II - Conferencias Generales
Parte III - Paneles
Parte IV - Grupos de Discusión
Parte V - Comunicaciones Orales
Parte VI - Exposiciones y Posters
Parte VII - Comité Interamericano de Educación Matemática 1992-1996
Parte VIII - Comités Ortganizadores
Parte IX - Lista de Participantes

Los idiomas oficiales de la VIII CIAEM fueron el español, portugués e inglés. Por lo tanto, los trabajos se presentan en el idioma correspondiente a cada autor.

Dadas las realidades ambientales y financieras asociadas a la impresión y la difusión de un documento de este tamaño, hemos optado por un formato con un tipo pequeño de letras. Rogamos la disculpa de los lecotres para los cuales este formato resulta incómodo.

Agradecemos a todos los autores que han enviado sus trabajos para esta publicación. En algunos casos se estimó conveniente hacer ciertas modificaciones editoriales y desafortunadamente no hubo tiempo para consultar todos los cambios a los autores.

Por falta de espacio no fue posible publicar el texto completo de las Comunicaciones Orales. Los lectores que tengan interés en recibir más información sobre una Comunicació específica podrían escribir al autor correspondiente cuya dirección completa aparece en la Parte IX (p. 175-179). Otro detalle con respecto a las Comunicaciones Orales es que las referencias citadas en ellas aparecen en la página 170.

Para las personas con interés técnico sobre la preparación de este documento, se informa que el texto fue levantado con Word Perfect 5.1 e impreso con una impresora IBM 4216-31 Personal Page Printer II usando un tipo de letra Times Roman.

La publicación de las *Actas de la VIII CIAEM* es tan importante como la Conferencia misma, ya que hace posible que las ideas expresadas allí no se circunscriban a los distinguidos participantes de la VIII CIAEM sino que alcancen a un mayor número de Educadores Matemáticos de todos los niveles. Es por ésto que en nombre del Comité Interamericano de Educación Matemática expresamos a la UNESCO, y sobre todo a nuestro gran amigo Edward Jacobsen nuestro mayor agradecimiento.

Patrick Scott y Susana Guerra
Editores

CONTENIDO

PARTE I
DISCURSOS DE APERTURA

PALABRAS DE APERTURA DEL DR. EDUARDO LUNA
Presidente del Comité Interamericano de Educación Matemática

En nombre del Comité Interamericano de Educación Matemática deseo darle a todos los presentes la más cordial bienvenida a esta VIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Desde nuestro último encuentro en Santo Domingo, República Dominicana, hace cuatro años, muchos cambios a nivel económico, político y social han tenido lugar en nuestra América y en el mundo. Los problemas económicos en muchos países de América se han agudizado afectando cada vez más en sentido negativo la educación. Esos mismos problemas pusieron en peligro la celebración de esta Conferencia, pero gracias al apoyo que como siempre nos ha brindado la UNESCO, y a los esfuerzos de los organizadores de este evento, Patrick Scott y Gilberto Cuevas, damos continuidad a una tradición de 30 años que se iniciara en Bogota en 1961 y que continuara aproximadamente cada cuatro años con las Conferencias de Lima, Bahía Blanca, Caracas, Campinas, Guadalajara y Santo Domingo. La celebración de esta Conferencia en esta ciudad de Miami ratifica el carácter interamericano de las mismas, tal como lo concibieron sus iniciadores, Marshall Stone y Howard Fehr hace 30 años.

Varias instancias fueron contactadas en estos últimos cuatro años buscando el apoyo económico necesario para la celebración de este evento, y a pesar de promesas bien intencionadas, las dificultades económicas antes mencionadas frustraron la ayuda económica esperada. Nuestro agradecimiento a todas las personas que nos brindaron su apoyo y nos ofrecieron canalizar nuestras peticiones en sus respectivas instituciones, en particular a los doctores Edward Jacobsen, Kenneth Travers, Phillip Hemily, Eileen Poiani y Stephen Willoughby.

Deseamos manifestar también nuestro agradecimiento a la Universidad de New Mexico, a la Universidad de Miami y a Barry University por el apoyo brindado a las personas que laboraron incansablemente en la organización de esta Conferencia.

Después de estas breves palabras de saludo y agradecimiento deseamos aprovechar la ocasión para enunciar brevemente algunos de los logros de este Comité Interamericano durante los últimos cuatro años:

a) Publicación de las Actas de la VII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, y la organización y celebración de esta Conferencia en el período previsto.

b) Participación en la organización y celebración de la Primera Conferencia Iberoamericana de Educación Matemática que tuvo lugar en Sevilla, España, en Septiembre de 1990.

c) Colaboración con el Comité Internacional de Programa del VII Congreso Internacional de Educación Matemática que tendrá lugar el año próximo en Quebec, Canadá.

Ahora voy a referirme a una iniciativia reciente que por su importancia ha sido apoyada por nuestro Comité. El pasado mes de Abril tuvo lugar en Caracas, Venezuela, una conferencia sobre "La Participación Latinoamericana en el Tercer Estudio Internacional de Matemática y Ciencias". Este estudio es organizado por la Asociación Internacional de Evaluación de Rendimientos Académicos (AIERA) y en la actualidad se encuentra en su fase de planificación y diseño. La primera etapa de recolección de datos tendrá lugar en el período 1993-94. Este estudio es un esfuerzo internacional de grandes proporciones y su objeto es una investigación comparativa en educación matemática y científica.

Este estudio nos ofrece una nueva oportunidad para que con un esfuerzo regional conjunto logremos un conocimiento científico de la realidad del proceso enseñanza aprendizaje de la matemática y las ciencias en nuestros países, haciendo énfasis en las variables que son de interés para el contexto latinoamericano aun cuando una buena parte del estudio latinoamericano sea compatible con el estudio internacional. Por una razón tan poderosa como la económica es que hasta ahora estos estudios han sido hechos desde la perspectiva de los países desarrollados. Sin embargo, para nuestros países no es una prioridad saber en que posición se encuentra el nivel de conocimientos en matemática de nuestros estudiantes dentro de un grupo de treinta países, ni aún una comparación de esta naturaleza entre los países de la región. Para nosotros es mucho más importante saber si los objetivos de nuestros sistemas escolares son logrados o no y en que grado, que áreas revelan debilidad y, finalmente, el desarrollo de la capacidad local y regional para la realización de estudios evaluativos en gran escala como los realizados por la AIERA.

La primera fase del estudio propuesto contempla un análisis de los currícula de matemática y ciencias de cada uno de los países participantes. Este análisis nos permitirá, quizás por primera vez, comparar entre sí, de manera objetiva, los currícula de matemática y ciencias de varios países latinoamericanos así como con el de otros treinta países que tomaran parte en el estudio internacional mencionado.

En resumen, creemos que el estudio latinoamericano debe diseñarse y llevarse a cabo desde nuestra propia perspectiva y no de la de los países desarrollados que están interesados entre otras cosas en tablas de posición, en el desarrollo de indicadores para controlar la calidad de sus sistemas educacionales con miras a la competencia económica que existe entre dichos países. Nuestra esperanza es que la generación autóctona de conocimientos científicos apropiados a nuestras realidades nos permitan el desarrollo de estrategias realistas y viables para mejorar el proceso enseñanza/aprendizaje de la matemática y las ciencias en nuestras aulas e incrementar y estrechar los lazos de cooperación en educación matemática y científica entre nuestros países.

Esta necesidad de mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática y las ciencias en nuestras aulas se hace cada vez más urgente, porque como acertadamente afirma Ann Hamilton, directora del Departamento de Población y Recursos Humanos del Banco Mundial en la introducción del documento *Como mejorar la enseñanza primaria en los países en desarrollo: examen de estrategias posibles* (1990), y cito:

> Los niños son el recurso más importante de una nación. En solamente algunas decenas de años la prosperidad y la calidad de vida de todas las naciones serán determinadas por los niños de hoy y por su capacidad para resolver los problemas que tengan que enfrentar ellos mismos, sus familias, sus comunidades y sus países. La Educación desarrolla estas aptitudes, e invertir en el aprendizaje de los niños es la contribución más importante que podamos hacer para un futuro mejor.

Y como también se indica en el Informe sobre el Desarrollo Mundial, 1990, documento preparado por el Banco Mundial, y cito:

> Existen evidencias abrumadoras de que el capital humano es una de las claves para reducir la pobreza. Más aún, las mejoras en los servicios de salud, educación y nutrición se refuerzan mutuamente. Pero los pobres generalmente no tienen acceso a los servicios sociales básicos. Se invierte muy poco en su capital humano, y esto incrementa la probabilidad de que ellos y sus hijos permanezcan en la pobreza".

Sin embargo, cuando se habla de la situación de nuestros países se hace hincapié en la existencia de la deuda externa, de las medidas de austeridad que deben imponerse para pagar dicha deuda, de las limitaciones que para el desarrollo de la región la deuda impone, y otras consideraciones que saturan los periódicos y las ondas de radio y televisión. Pero detrás de esta crisis económica se esconde una crisis de la que no se habla tanto pero cuyas consecuencias son y serán tanto o más funestas que la crisis económica. Me refiero a la crisis de la educación. Solo mencionaré algunos síntomas de este mal. El gasto educativo real por estudiante ha descendido durante los últimos años. El presupuesto educativo se agota casi en su totalidad en el pago de salarios. No hay dinero para libros de texto, materiales de enseñanza, mantenimiento y construcción de nuevos planteles escolares. Alta tasa de deserción escolar. El salario de los maestros pierde continuamente su poder adquisitivo lo que los obliga al pluriempleo o al abandono de su profesión en busca de mejores ingresos que garanticen mejores condiciones de vida.

Esta crisis ha ocasionado una disminución notable de la calidad de la educación en muchos de nuestros países lo que está afectando y afectará la disponibilidad de los tan necesarios recursos humanos en la región. De esta manera se está limitando aún más la élite científico-tecnológica que impulse el desarrollo tecnológico de nuestros países y el nivel educativo de la mayoría de la población lo cual no le permitirá hacer aportes efectivos al funcionamiento eficiente de nuestros países. De hecho la crisis no solo acentúa la asimetría económica sino también la asimetría de la distribución de los conocimientos, y en ambos casos desfavorablemente para las mayorías pobres de muchas de nuestras naciones.

Estimo que la solución de esta crisis educacional no puede lograrse sólo con dinero sino que también requiere acciones sostenidas por largo tiempo basadas en estudios científicos y socialmente comprometidos. ¿Qué acciones tomar? ¿Cómo maximizar su efecto en beneficio de las mayorías? ¿Cómo evaluar su efectividad? ¿Qué medios y tecnologías utilizar? ¿Qué habilidades desarrollar? Muchas otras interrogantes semejantes esperan de nuestros esfuerzos y respuestas creativas. Este es el reto que los educadores debemos enfrentar si queremos que nuestros países superen la crisis que en la actualidad los agobia y desgarra. Varias de las interrogantes planteadas serán analizadas y discutidas en grupos de trabajo incluidos en el programa del próximo Congreso Internacional de Educación Matemática.

Esperamos que los intercambios de ideas que tendrán lugar en las actividades formales e informales de esta conferencia ayudarán a renovar nuestros ánimos y nuestra fe en la educación como uno de los medios más eficaces para que nuestros pueblos empiecen a descubrirse y construir su propio futuro. Como decía nuestro Ex-Presidente, Ubiratan D'Ambrosio en sus palabras en el acto de inauguración de la Conferencia Interamericana anterior, y cito:

> Fuimos llamados hace 500 años el Nuevo Mundo, y recientemente el Tercer Mundo. Tal vez es tiempo que asumamos una posición al menos de adolescentes. Y con la creatividad y originalidad característica de los jóvenes, busquemos soluciones propias a nuestros problemas.

WELCOMING REMARKS BY EILEEN L. POIANI

Saint Peter's College
Jersey City, NJ 07306 USA

Buenas tardes. Yo me arrepiento de no poder hablar en Español; le pido que me excusen mi pronunciación.

Este día, yo tengo el honor y el placer de tener esta oportunidad para hablar y estar con ustedes.

La enseñanza eficaz de las matemáticas es una prioridad para todos nosotros. Yo espero compartir mis ideas de enseñanza y mis estrategias en matemáticas.

(Good Afternoon. I regret that I cannot speak Spanish; so please excuse my pronunciation. I am honored and pleased to have this opportunity to speak with you today. Effective teaching of mathematics is a priority for all of us. I look forward to sharing ideas on teaching strategies with you.)

I am delighted to bring you warm greetings on behalf of three American mathematics education groups: The United States Commission on Mathematical Instruction (USCMI), The Mathematical Association of America (MAA), and Pi Mu Epsilon (PME).

The United States Commission on Mathematical Instruction is a commission of the National Research Council of the National Academy of Sciences. It is devoted to encouraging the international exchange of ideas and information about mathematics education through the International Congress on Mathematical Education (ICME) and similar programs. The USCMI was pleased to endorse this important Interamerican Conference at the University of Miami. The Commission enjoyed having Professor Ubiratan D'Ambrosio address our group during the planning stages of the eighth Interamerican Conference.

Secondly, I am pleased to bring greetings from the nearly 35,000 members of the Mathematical Association of America. As you know, the MAA seeks to improve the teaching of mathematics at the collegiate level and to cooperate with appropriate programs in mathematics education ranging from the elementary through the collegiate levels. We in the United States are struggling with ways to renew mathematics education. On behalf of the MAA, I welcome you to four days of dialogue on these issues.

And finally, welcome from the nearly 270 chapters of Pi Mu Epsilon, the National Honorary Mathematics Society. Founded in 1914, Pi Mu Epsilon seeks to promote scholarly activity in mathematics among students in colleges and universities. A welcome from the students is special, because, after all, students are our business.

I look forward to learning from you and sharing ideas during this exciting Interamerican Conference. Gracias. Thank you.

Parte II
CONFERENCIAS GENERALES

LAS MATEMATICAS MODERNAS EN LAS AMERICAS: FILOSOFIA DE UNA REFORMA

Angel Ruiz Zúñiga
Universidad de Costa Rica
San José, COSTA RICA

INTRODUCCION El origen del Comité Interamericano de Educación Matemática y de las conferencias como en la que estamos participando, está ligado al desarrollo de la reforma en la enseñanza de la matemáticas que se dio en casi todo el mundo en las décadas de los sesenta y los setenta; y que instaló lo que llamamos las matemáticas modernas en la educación general básica de la mayoría de nuestros países.

Aunque algunos piensan que esa reforma ya no tiene nada que ver con lo que pasa en la educación matemática de hoy en día, la realidad es que buena parte de los que estamos aquí fuimos formados intelectualmente en ese marco, para bien o para mal; y -además- buena parte de los textos y currícula de nuestras escuelas y colegios llevan su impronta de una manera muy clara; y voy a adelantar una tesis que desarrollaré en esta conferencia: lo que hoy existe en la educación matemática en este continente y también en el mundo, en gran medida responde a y es la consecuencia de esa reforma de las matemáticas modernas.

Por eso conviene que tengamos clara la película histórica; que con mucho sentido de la realidad y con mucha perspectiva hagamos un balance de esa reforma, estudiemos las líneas de la evolución de nuestra disciplina, y tracemos con lucidez las mejores perspectivas de su desarrollo.

¿COMO SE DIO LA REFORMA EN EL MUNDO? Comencemos por la simple descripción: aunque existía una atmósfera intelectual en la Europa de los años cincuenta[1] que señalaba problemas en la enseñanza de las matemáticas pre-universitarias, el primer impulso hacia una reforma se dio en Edimburgo, en el Congreso Internacional de Matemáticos del año 1958[2]. Después de un informe de cinco participantes norteamericanos[3], procedentes de varios grupos de los EUA, se generó una onda que voceaba la necesidad de una reforma en los métodos empleados en Europa en la enseñanza de las matemáticas.[4]

Poco tiempo después, la organización de Cooperación Económica Europea (OCEE)[5] congregó en el otoño de 1958 a representantes de 20 países en Francia; y como consecuencia de esta reunión se convocó para noviembre de 1959 al famoso Seminario de Royaumont[6]. Este prescribiría las líneas centrales de lo que sería la reforma de las matemáticas modernas; así como también discutiría las pautas políticas para su realización.[7]

Los contenidos de la reforma son conocidos por todos ustedes: introducción de la teoría de conjuntos, simbolismo moderno, erradicación de la geometría euclidiana, introducción de las estructuras algebraicas y de sistemas axiomatizados, algebraización de la trigonometría, etc., etc.[8]

El grito de guerra del seminario fue expresado por el famoso matemático francés Jean Dieudonné en su exposición inaugural: "Que se vaya Euclides".

En los siguientes años tuvieron lugar varias reuniones para llevar hacia adelante la reforma: entre ellas, la de Arhus, Dinamarca, en 1960 (auspiciada por el ICME: la Comisión Internacional sobre Educación Matemática); las de Zagrev y Dubrovnik en Yugoslavia en el mismo año; la de Bolonia en 1962; la de Atenas en noviembre de 1963; la de Lyon, Francia, en 1969; etc.

La reforma siempre se planteó primeramente en la enseñanza secundaria y luego en la primaria.

Entre 1959 y mediados de la década de los setenta, en los principales países europeos[9] y de América del Norte[10] se siguió un curso muy similar[11]: reuniones y conferencias; grupos de expertos para crear programas, libros de texto, y preparación de maestros; así como la creación de proyectos institucionales con financiación estatal o internacional para la primaria (a partir de cierto momento jugando la UNESCO[12] un papel muy importante). Algunos de los famosos proyectos fueron: Nuffield[13] en Inglaterra, Alef[14] en Alemania, Analogue[15] en Francia[16]. Pronto vamos a recordar cómo se dio todo en América Latina.

La reforma se dio de diferente forma en el Tercer Mundo, y hasta en la Unión Soviética ésta avanzó. En cuestión de quince años la enseñanza de las nuevas matemáticas llegó a dominar el planeta.

¿POR QUE SE DIO LA REFORMA? Si queremos saber las causas de la reforma tenemos que considerar varios factores y dimensiones, que yo sintetizo de la siguiente manera: 1) la acción de los matemáticos de las universidades; 2) la ideología y la filosofía de las matemáticas; y 3) el contexto político e histórico de la posguerra. Estas tres variables se integraron de una manera específica para generar la reforma.

a) Empecemos con la <u>acción de los matemáticos</u>. La reforma respondía esencialmente a una realidad: existía una amplia necesidad de modernizar la enseñanza de las matemáticas; y existía una gran separación entre las matemáticas universitarias y las pre-universitarias.

La modernización arrancaba -entonces- de la necesidad de adecuar la formación matemática al desarrollo científico y tecnológico de las principales sociedades occidentales; así como -también- a ciertas condiciones históricas y políticas especiales, que ya vamos a considerar.

Esta situación generó la idea entre los matemáticos de que estos tenían la misión histórica de meterse en la enseñanza pre-universitaria de las matemáticas y -peor aún- definir lo que debía ser la modernización de las mismas y el establecimiento del puente con las matemáticas universitarias[17].

Lo cierto del caso es que casi todas las conferencias internacionales y nacionales fueron dirigidas plenamente por matemáticos[18] profesionales[19], muchos de un gran prestigio internacional en su campo.[20]

Para adelantarnos, debemos plantear varios asuntos que se aceptaron como supuestos y que mirando retrospectivamente no podemos decir que eran ciertos:

i) no está claro que la modernización de la enseñanza de las matemáticas debería ser leída o interpretada como la introducción de las matemáticas modernas como contenido (modernizar pudo haber sido mejorar métodos, mecanismos, objetivos, etc.)[21];

ii) tampoco está claro que las matemáticas pre-universitarias deban definirse con base en las necesidades de las matemáticas universitarias, o con base en los requerimientos de las profesiones científicas y tecnológicas de las universidades;

iii) no está claro que sean los matemáticos universitarios (por más capaces que puedan ser en su campo) los profesionales que deban definir los planes de enseñanza de las matemáticas en la educación general básica.

b) Veamos ahora el asunto de <u>la ideología y la filosofía de las matemáticas</u>:

El influjo teórico inmediato que dominó en los reformadores fue lo que podemos llamar la "ideología Bourbaki". Como todos saben en los años 30 y 40 en Nancy, Francia, se creó un grupo compuesto por notables matemáticos, motivados por el propósito siguiente: reconstruir las matemáticas sobre una amplia base general que abarcase todo lo que se había producido hasta la fecha en matemáticas.

La gran tarea organizadora, que dio decenas de volúmenes de matemáticas, se fundamentaba en las nociones de: la teoría de conjuntos, de las relaciones y de las funciones. Según ellos las matemáticas se podían englobar a través de dos gigantescas estructuras: la estructura algebraica y la estructura topológica. Cada una se dividía en sub-estructuras. Por ejemplo: la algebraica se dividía en grupos, anillos, módulos, cuerpos, etc.; la topológica en grupos, espacios compactos, espacios convexos, espacios normales, etc. Ambas estructuras se unían estrechamente a través de la estructura de espacio vectorial.[22]

Esta organización del conocimiento matemático logró tener una gran influencia en las universidades de varias partes del mundo; y con ella también muchos de sus supuestos teóricos a veces explícitos y a veces implícitos.[23]

Uno de estos supuestos era la afirmación de que las matemáticas son un cuerpo único; de que existe un lenguaje y una lógica conceptual que puede dar cuenta de todas las partes de la matemática; que la esencia de las matemáticas está en su abstracción y en la creación o ampliación de estructuras generales; etc.

La ideología Bourbaki encontró apoyo e influencia hasta en pensadores como Piaget[24], que encontró en las estructuras lo que él pensó que era la clave del desarrollo del pensamiento humano, no solo en la sociogénesis sino también en la psicogénesis.

Esta ideología fue decisiva en los reformadores de la enseñanza de las matemáticas pre-universitarias.

Pero la pregunta que nos debemos hacer es ¿por qué logró tener tantos adeptos tan fácilmente en todos los continentes? ¿Cuál era la fuerza de la que se nutría esta ideología? Es cierto que el hecho de que los integrantes del grupo Bourbaki fueran matemáticos muy prestigiosos pesaba mucho, pero esto no era suficiente. Yo creo que la respuesta se encuentra muy especialmente en la fuente filosófica de la que partía esta ideología. Es decir, su éxito fue el producto, también, de que la mente de occidente ha estado influida por cierto tipo de premisas filosóficas sobre la naturaleza de las matemáticas, y que la ideología Bourbaki asumió de manera específica. Voy a mencionarlas brevemente:

A) Una primera idea: ha sido constante el considerar que las matemáticas son conocimiento a priori, es decir al margen de la experiencia; entonces las matemáticas no son empíricas; en ese sentido, la matemática no es ciencia natural (aunque pueda servir a éstas); de esta forma, las matemáticas no son resultados verificables por la experiencia sino por la razón, y por eso sus verdades no son aproximaciones sino absolutas y por tanto infalibles;

B) otra idea común: con base en la anterior idea, la abstracción y la axiomática se afirman como dimensiones decisivas de las matemáticas; y entonces, la deducción y el rigor lógico se consideran la esencia de la práctica matemática.

Estas ideas estuvieron presentes en la época de los llamados Fundamentos de las Matemáticas, presentes en el Logicismo de Gottlob Frege y Bertrand Russell, y el Formalismo de David Hilbert, y algunas de ellas hasta en el mismo Intuicionismo de Brouwer[25].

Yo creo que hay un problema con estas ideas, que es el siguiente: estas ideas promueven una visión de las matemáticas que las separa de la experiencia sensorial, las separa de las otras ciencias naturales; elimina el papel de la intuición empírica; erradica la aproximación heurística y aproximativa de la práctica matemática; y hace de las matemáticas un territorio puro, abstracto, elevado, eterno, absoluto e infalible, al que sólo los mejores espíritus pueden ascender.

No debe sorprendernos, entonces, que haya sido común, aunque no siempre, que encontrara mucha fuerza dentro de esta visión el llamado platonismo en matemáticas, que afirma precisamente que existe un mundo de objetos matemáticos más allá de la conciencia humana -casi más allá del bien y del mal-, independientemente de los individuos, y aprehensible por la razón. ¿Cuál sería en esta visión, entonces, el trabajo de los matemáticos? El trabajo de los matemáticos sería simplemente el de describir este mundo abstracto. Esta visión, aceptada en algún grado y adecuada al momento histórico, ha constituido -en mi opinión- un problema en la práctica matemática; y este problema, ustedes los saben, todavía no nos abandona.

Estas ideas han sido dominantes en la historia de la filosofía de las matemáticas desde la antigüedad, reconstruidas en el pensamiento moderno por Descartes y especialmente por Leibniz, así como en cierta medida por Kant. Podemos decir que son parte de lo que suele llamarse el racionalismo epistemológico.

Pero también han sido parte de las tradiciones de los abanderados neo-positivistas del empirismo del siglo XX. Veamos esto último un poco más despacio. El empirismo epistemológico afirma la preminencia de la experiencia sensorial en la obtención de las verdades del conocimiento. En el siglo pasado, Mill decía que las proposiciones de las matemáticas eran generalizaciones inductivas y que la mente humana era algo así como cera donde la realidad exterior al sujeto imponía sus huellas. Por supuesto que Mill se equivocaba, puesto que las proposiciones de la matemática ni son inducciones ni el rol del sujeto epistémico se puede reducir tanto. No podríamos caer en ese extremo tampoco.

Pero los positivistas de nuestro siglo, especialmente reunidos en el famoso Círculo de Viena, antes de la Segunda Guerra Mundial, y que han influenciado notablemente la filosofía moderna, no pudieron dar una buena respuesta al racionalismo. Ustedes saben cuál fue su respuesta: decían "sí, sí, no creemos en esos mundos platónicos, y seguimos pensando en la preeminencia de la experiencia sensorial en el conocimiento, pero de las matemáticas pensamos que no tienen nada que ver con el mundo, no se refieren al mundo; o son puras tautologías, o son convenciones de naturaleza lingüística (sintáctica)"; vean lo que dice Carnap o Ayer, y verán que digo la verdad; estos pensadores casi podrían haber dicho que las matemáticas no existían. En mi opinión no enfrentaron el problema de la naturaleza de las matemáticas.

Pero sigamos con nuestra historia antes de que me acusen de filósofo. Y no me podría defender.

La ideología Bourbaki calzaba perfectamente con los paradigmas[26] dominantes sobre la naturaleza de las matemáticas; y por eso era fácil aceptarla. Pero aún así nos falta otro elemento adicional:

c) el contexto político e histórico. Ideológicamente la reforma le debía mucho a Europa[27], pero en los aspectos institucionales y financieros mucho le debe a los norteamericanos[28]. Uno de los factores que pesó en los ritmos y en el respaldo internacional a la reforma tiene un nombre ruso: SPUTNIK[29]. La puesta en órbita de este satélite por los soviéticos asustó al mundo occidental, sumergido en lo que hoy ha es cosa del pasado: La Guerra Fría. Se vio como la expresión de que los soviéticos eran superiores tecnológicamente, y que si la situación seguía así, pronto conquistarían el mundo. El sistema educativo soviético fue considerado una maravilla, y un peligro poderoso para la libertad y la democracia. La historia cambiaría -como todos sabemos ahora- esta percepción, pero mucho tiempo después.

Lo que entonces sucedió fue una alarma general para modernizar y mejorar la educación científica y técnica en los países de occidente; la reforma de las matemáticas no podía caer en un mejor momento.[30]

Un respaldo institucional muy amplio, y una fuerte inyección de dinero apuntalaron con fuerza la reforma matemática.[31]

Es posible que el carácter transparentemente internacional[32] de esta reforma contara como una de causas más determinantes a este factor político. (Como anécdota: poco tiempo después los rusos, como era común, copiaban de occidente la reforma para iniciarla ellos en su propio territorio).

¿QUE FUE LO QUE PASO EN AMERICA LATINA? Las preocupaciones de la modernización no podían dejar de afectar también a nuestro subcontinente; pero la iniciativa de la reforma provino de fuera. Primeramente se recibieron los libros de texto del Grupo de Estudio de las Matemáticas Escolares de los EUA. Pero lo que sería lo más decisivo fue la realización de la Primera Conferencia Interamericana de Educación Matemática, en Bogotá en 1961. Esta se hizo con la amplia financiación de la National Science Foundation de los EUA, y se contó con la participación de importantes matemáticos como el norteamericano Marshall Stone, y Papy de Bélgica. Se buscó contar con la representación de todos los países del continente, para echar a andar con premura la estrategia: elaborar o traducir textos, cambiar currícula, entrenar profesores, etc., al igual que se estaba haciendo en Europa.

Me decía hace algún tiempo don Bernardo Alfaro Sagot, quien fuera el representante de Costa Rica en la conferencia de Bogotá, que a los norteamericanos les preocupaba mucho lo de la "modernización" en América Latina, en especial porque muchos cerebros latinoamericanos luego irían a los EUA, para hacer estudios de posgrado y/o quedarse, y se necesitaba que tuviesen la preparación adecuada. Sin duda, el contexto político propiciaba un interés de la OEA en la reforma.

Una segunda conferencia se realizó en Lima en 1966, para darle seguimiento a la reforma. Aquí se elaboró el temario para toda la secundaria (12 a 18 años), con el que se reformarían todos los currícula de matemáticas en el subcontinente; también se diseñaron los medios y programas para entrenar profesores.

Es en este contexto se creó el Comité Interamericano de Educación Matemática[33]. Su primer presidente fue Marshall Stone y Luis Santaló fue elegido en 1966 para representarlo en todo lo que tuviera que ver con América Latina[34]. El comité debía ser el agente de la reforma, con representantes en todas partes.

El influjo reformador en América Latina contó con una experiencia particular en el Cono Sur, que se puede simbolizar con la creación del Consejo Latinoamericano de Matemáticas e Informática (CLAMI). La especial relación de los intelectuales argentinos con Europa propició en particular una intervención especial del grupo Bourbaki en América Latina: el mismo Dieudonné ofreció un curso de varios meses en Buenos Aires a jóvenes matemáticos que venían de varias partes de Sudamérica, y que luego serían influyentes profesionales en las matemáticas latinoamericanas. La ideología Bourbaki viajó a América Latina no solo a través del CIAEM sino de una manera muy directa.

En América Latina la ausencia de una sólida comunidad matemática o científica hacía la entrada de la reforma aún más fácil[35]; las universidades se involucraron en el proceso en diferentes formas y con diferentes ritmos[36]; los estudiantes graduados en matemática que volvían de los EUA y Europa apuntalaron -en general- los nuevos planes[37]. Los libros de texto, cuyo uso llega hasta nuestros días, jugaron un papel muy importante en esto.[38]

¿QUE SUCEDIO DESPUES? Como casi todos saben en la segunda parte de la década de los setenta la reforma de las matemáticas modernas entró en crisis. La financiación para los proyectos o los institutos que se crearon por todas partes disminuyó considerablemente; y el respaldo institucional bajó ante una nueva percepción de la situación internacional de la educación como del mundo político. Pero sobre todo pesó y ha pesado el rechazo de muchos de los sectores sociales involucrados: los maestros y profesores de secundaria, los padres de familia, y -por supuesto- los estudiantes mismos. Los maestros y profesores quejándose de no recibir ni el adiestramiento ni las indicaciones ni los instrumentos ni los materiales ni la lucidez para llevar a la práctica la reforma; los padres de familia porque la reforma les impedía actuar y poder ayudar a la formación matemática "moderna" de sus hijos; los alumnos porque las matemáticas, de partida siempre difíciles, se les aparecía de una manera tan abstracta e inaprehensible que fomentaba su rechazo.

Pero, además, todos sentían que las nuevas matemáticas más bien confundían, debilitando la formación básica que la enseñanza tradicional de la matemática sí proporcionaba. Muchas de las voces críticas de la reforma, como las de René Thom[39] [40], o de Morris Kline[41], dejaron de ser apabulladas. El chiste sobre el padre de Juanito, que contaba Kline adquiere entonces un sentido profundo muy compartido.

A finales de los setenta en buena parte de Europa se desarrolla un movimiento de "back to basics" en las matemáticas en algunos lugares la contrareforma obliga incluso a quitar el nombre de matemáticas y volver al de aritmética.[42]

Los grupos de reformadores varían su actividad[43], los proyectos o mueren o se transforman en otras condiciones[44], los matemáticos profesionales vuelven a sus universidades, y se crea una nueva atmósfera en la educación matemática que ya vamos a delinear. Pero antes de hacer eso, quisiera mencionar por qué fracasa la reforma.

EL FRACASO DE LA REFORMA Se puede decir que algo fracasa porque aunque se trataba de algo bueno y correcto, había incapacidad práctica o inmadurez del medio y entonces no se pudo realizar. Pero también algo puede fracasar porque estaba basado en premisas erróneas y porque planteaba objetivos equivocados. ¿Cuál fue la situación con nosotros? Con la reforma de las Matemáticas Modernas creo que estamos en la segunda situación. Y vamos a decir resumidamente por qué.

Primeramente: i) Era correcto buscar mejorar y modernizar la enseñanza de las matemáticas, pero esto no implicaba introducir las matemáticas modernas de las universidades en los contenidos de la matemática pre-universitaria.[45]

En segundo lugar: ii) Era incorrecto presumir un currículum para todo el mundo igual asumiendo una continuación en la educación universitaria; la mayoría de las personas no van a la universidad y mucho menos a seguir carreras científicas y técnicas. (No exagero, recuérdese, como un ejemplo muy significativo de la intención y de las aspiraciones de los matemáticos, que en la conferencia de Cambridge de Boston, en la segunda mitad de 1963, se propuso que el alumno que hubiera terminado el bachillerato secundario tuviese la preparación matemática de tres años de estudio del nivel universitario actual).[46]

En tercer lugar: iii) Era incorrecto pensar que los matemáticos tenían las condiciones para determinar un currículo de matemáticas pre-universitarias por el solo hecho de ser matemáticos profesionalmente competentes, tampoco era cierto que estuvieran dotados de la filosofía y la visión educativas más apropiadas.

Pero además, en cuarto lugar: iv) Porque tanto la ideología Bourbaki, como todos los supuestos filosóficos de los que se nutría, eran y son dudosamente válidos.

Yo añadiría una quinta cosa: v) Creo que, además, se pensaba y todavía muchos piensan que las matemáticas son más importantes de lo que son[47]; se piensa que el papel de las matemáticas en la ciencia y la tecnología moderna se puede transmitir mecánicamente a la educación: algo así como si usted aprende teoría de grupos, categorías y espacios topológicos vectoriales, esto en sí mismo apuntala mecánicamente -por arte de magia- la ciencia, la tecnología, y el desarrollo nacional. Eso no es cierto.

No es así, primero, porque no toda matemática sirve a la ciencia; seamos honestos: hay una nube casi infinita de resultados y publicaciones matemáticas que solo sirve para que muchos matemáticos justifiquen su sueldo[48]; y, segundo, el aporte a la ciencia, y de ésta a la tecnología y la sociedad, depende de una colección muy densa y compleja de mediaciones teóricas y prácticas.

Por el solo hecho de que algo sea matemática o sea moderno no se puede afirmar que esto sea útil, formativo intelectualmente y fecundador del progreso de la humanidad: eso es una falacia.

En la reforma había entonces premisas erróneas, preceptos teóricos equivocados, y objetivos inadecuados: no podía resultar en un éxito[49].

Sin embargo, es evidente que no podemos vivir en el pasado, y no ver hacia adelante; la mejor actitud que debemos tener, yo opino, es la que dice el refrán: "del ahogado, el sombrero". La reforma provocó resultados muy importantes para la educación matemática del presente y del futuro, ya sea por evolución propia ante la dura realidad[50],ya sea por reacción a ella, o porque las buenas intenciones algo positivo dejan. (Aunque también conocen ustedes el otro refrán: "de buenas intenciones está empedrado... ya saben qué").

LA EDUCACION MATEMATICA DEL PRESENTE Y EL FUTURO La primera cosa que debemos citar de la historia de la reforma y de la educación matemática de los últimos treinta años es la creación de una nueva profesión o mejor dicho de nuevos profesionales[51]: los educadores de las matemáticas[52].

Los matemáticos o se transformaron o -con buen tino- han vuelto a las universidades; así como los muchos administradores educativos que participaron en los primeros años de la reforma, ahora no ocupan el nivel de importancia de antes. En los últimos treinta años se ha dado una verdadera profesionalización de la enseñanza de las matemáticas.[53]

Por supuesto, no se me malinterprete, que no quito su lugar a los matemáticos o a los administradores pero, como debe ocurrir siempre en la práctica cognitiva y social, debe darse su lugar al especialista. Ustedes son expresión de ese proceso de profesionalización que no ha concluido y que está más avanzado en otras latitudes[54].

Otra cosa muy importante ha ocurrido, aunque ligada a la anterior el desarrollo extraordinario de campos de investigación sistemática[55] ya no tanto en aspectos de política y de currículum como de asuntos teóricos y académicos[56] . Ya no predomina la investigación holística o general o ideológica, sino esencialmente investigación concreta y específica, con lo que se busca obtener muchos datos y resultados que sirvan al educador.[57] El "curriculismo", el exceso de importancia atribuido al currículo ha causado que muchas veces -como decimos en Costa Rica- se agarre el chayote por las hojas; es decir se pierda lo básico y fundamental en lo superficial y secundario.

Se ha dado un avance enorme, ven la misma agenda de este congreso: resolución de problemas[58], enseñanza del álgebra, enseñanza de la geometría, uso de calculadoras y microcomputadoras en la enseñanza, etc. Vean las ponencias y podrán darse cuenta de esta concreción y especialización de la investigación, y además, con una finalidad pragmática.

Al igual que en el resto del mundo se modificaban los reformadores y sus planes en esta dirección, en las Conferencias Interamericanas de Educación Matemática también ha sucedido lo mismo[59]. Ciertos temas claves de la investigación actual, como el relativo a las influencias socio-culturales en la matemática, han sido desarrollados por profesionales ligados al CIAEM. Pero, además, este doble proceso de profesionalización y de investigación en la educación matemática, se puede apreciar también aparte de las CIAEM. Por ejemplo, ya se han llevado a cabo cuatro Reuniones Centroamericanas y de El Caribe de Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa (la última hace una semana en Honduras); en setiembre del año pasado se realizó con un gran éxito el Primer Congreso Iberoamericano de Educación Matemática en Sevilla. Todo esto nos muestra lo que antes señalábamos.

En otro orden de cosas, y desde un punto de vista teórico, el constructivismo en la enseñanza de las matemáticas, que ha adquirido influencia durante la década de los ochenta, tal vez pueda verse también como una "reacción" ante la ideología de la reforma de las décadas previas.

Por encima de los aspectos particulares hay que entender que la educación matemática debe fundamentarse en la construcción donde el sujeto participa activamente, y a través de la resolución de problemas[60], es un resultado metodológico y teórico formidable. Aunque debe señalarse que en el tipo de construccionismo que se ha formulado hasta ahora, pesan mucho algunas ideas de Piaget, y recuérdese el sesgo "estructuralista" y la influencia bourbakiana que estuvo presente en este gran espistemólogo. Pero no me voy a detener en esto.

Estas nuevas realidades definen una nueva situación en la educación matemática del presente.[61]

Para ir concluyendo esta conferencia con aspectos que mas parecen prescripciones, quiero señalar dos asuntos importantísimos que opino debemos enfatizar aquí. Uno es el papel de la computación; el otro el papel de la filosofía.

LA COMPUTACION Debo mencionar, para empezar, que el uso de las microcomputadoras y calculadoras especiales en la enseñanza de las matemáticas ha servido para muchos grupos de ex-reformadores e institutos como una tabla de salvación después de que perdieran respaldo financiero e institucional en la década de los setenta. Eso debe decirse. Pero no es eso malo. Ha ayudado (y ayudará) a acelerar la transición hacia la nueva educación matemática.

Lo más importante no es eso: sino el sentido histórico de la computación y la informática. No se trata aquí de señalar lugares comunes[62], sino de extraer conclusiones prácticas. El desarrollo de la informatización y la tecnología de la computación electrónica ha creado el fundamento para una revolución cognitiva sustancial en la escala planetaria. Los ritmos nuevos del procesamiento, comunicación y ordenación de la información modificarán sustancialmente todos los procesos ligados a la cultura y a la educación en las próximas décadas. Los educadores de la matemática no solo debemos "sufrirlo" sino tal vez dirigirlo en nuestro campo de acción. El tema está incluido en nuestra agenda de nuestros congresos desde hace rato, lo que quiero enfatizar no es solo su trascendencia sino su sentido histórico y espistemológico.

Aunque es un proceso desigual y combinado en los diferentes países, entender su significado más profundo es importante. La enseñanza de las matemáticas va a verse modificada sustancialmente en la nueva etapa por la presencia de la computación; tal vez suceda en 5, 10, ó 20 años, pero así será. Repito no será igual para todos, pero cabalgar con éxito esta realidad se vuelve sustancial, especialmente para países como los de América Latina, donde el esfuerzo hacia el desarrollo exige ritmos y lucidez especiales.

UN NUEVO PARADIGMA El otro asunto para terminar es, en efecto, si se quiere, un comercial filosófico. Que debe hacerse la mayor parte de la investigación en educación matemática sobre asuntos específicos y concretos, no reduce la importancia del estudio de las dimensiones globales, de los fundamentos teóricos, epistemológicos y filosóficos. De lo contrario tendríamos una gran constelación de resultados aislados y dispersos y estériles en el largo plazo.

Y esto lo digo con gran fuerza porque creo que la visión sobre la naturaleza de las matemáticas está cambiando. Hay muchos indicios sobre esto. Cada día, más personas cuestionan el modelo de matemáticas infalible, absoluto, alejado de la intuición empírica y de la realidad terrenal, que ha dominado hasta ahora urbi et orbe. Cada vez se prcibe mejor la íntima relación entre matemáticas y sociedad. Cada vez hay más espacio para un nuevo paradigma[63] sobre la naturaleza de las matemáticas; un paradigma empiricista[64] y constructivista; un paradigma que recurra a la intuición sensorial, un paradigma que integre en su seno las influencias sociales y culturales, que recurra a la historia de las matemáticas y de las ciencias como inspiración no solo para las anécdotas sino para establecer la lógica intelectual que sustente la práctica educativa de una forma más acertada.[65]

Yo siempre he dicho que los educadores de las matemáticas son quienes mejor pueden percibir los problemas de la visión racionalista, platonista o formalista de las matemáticas. Precisamente porque el aula es un laboratorio viviente en el que la prueba y el error funciona; un laboratorio formidable donde se ven las virtudes y los errores más rápido.

Para América Latina estos años son decisivos, y a pesar de los presagios negativos que pueda haber, soy optimista. La reforma dejó huellas profundas en nuestro territorio, pero existe un nuevo firmamento de posibilidades abiertas. Se requiere audacia pero también lucidez. Somos todos aquí conductores de una nave especial de la historia, en donde la dirección y el esfuerzo son decisivos.

Notas

1. Encuestas en esta dirección fueron realizadas por la UNESCO y la OECD antes de Royaumont; esto se puede ver en los reportes de la UNESCO de 1950 y 1956.

2. Puede consultarse el libro de Howard Fehr, John Camp y Howard Kellogg: *La revolución en las matemáticas escolares (segunda fase)*, (Washington D.C.: OEA, 1971), 8

3. Estos representantes fueron: Marshall Stone, Albert W. Tucker, E.G. Begle, Robert E.K. Rourke y Howard F. Fehr.

4. Ibid.,9

5. Esta organización estaba basada en París. Hoy se llama Organización de Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE).

6. Del 23 de noviembre al 4 de diciembre de 1959, en el Cercle Culturel de Royaumont, Asnieres-sur-Oise.

7. Ibid., 9

8. El Seminario de Royaumont culminaría un proceso de 4 o 5 años de interés en la modernización de las matemáticas pre-universitarias.

9. En Francia, cuna del grupo Bourbaki, la agenda de la reforma se desarrolló así: 1955: clases preparatorias par las "Grandes Ecoles"; 1963: reforma en los últimos años de la secundaria; 1969: toda la secundaria; 1971: los primeros años de la escuela primaria. Véase *L'ecole en proie a la mathematique, cahiers pédagogiques*, 110, janvier 1973,7.

10. En los EUA durante la década de los cincuenta se dieron muchas iniciativas de reforma en los programas de matemáticas escolares. De hecho, en 1958 antes de Royaumont, la National Science Foundation patrocinó una conferencia de matemáticos en Chicago; una semana después se dio una reunión similar en Cambridge, Massachussets. Véase Moon, Bob: *The 'New Maths' curriculum controversy. An international story*, (London: The Falmer Press, 1986), 46.

11. Se usaron los sistemas institucionales de educación cuando las circunstancias lo recomendaban.

12. El papel de la UNESCO se puede ver con claridad a partir de la segunda mitad de los años sesenta en la educación matemática. La creación del Centre for Educational Research and Innovation (CERI), en 1968, revelaba esta dirección; por eso mismo el estudio de los trabajos y "papers" asociados con ese centro son un mecanismo para examinar las líneas de la reforma se puede decir que los años cruciales del apoyo de la UNESCO son de 1969 a 1974.

13. El director de este proyecto fue Geoffrey Matthews.

14. En 1965 se designó a Heinrich Bauersfeld para dirigir el proyecto de matemáticas escolares; y en 1966 se lanzó el proyecto Alef en la Universidad de Frankfurt en Hessen.

15. El proyecto Analogue fue dirigido por Nicole Picard.

16. Con relación a la primaria, pueden citarse adicionalmente varias conferencias: en Stanford, EUA, en diciembre de 1964; en París en abril de 1965; y en Hamburgo en enero de 1966. Todas organizadas por el International Group for Mathematics, creado en 1962 y apoyado y financiado por la UNESCO. En estos años una de las personas que más ayudó a publicitar la reforma fue Z.P. Dienes. Se puede ver el informe de la UNESCO de 1966. Cfr. Moon, 55.

17. Como señala Moon: "The case studies demonstrate that one interest group appears to have been particularly influential in the early years of reform. The impact of university mathematicians, notably those advocating a bourbakist reform of the school curriculum, is demonstrated in each country" Moon, 216. Se refiere Moon a Francia, Holanda, Inglaterra, Alemania y Dinamarca.

18. Algunos con ciertos lazos gubernamentales. Moon, Op. cit., p. 198.

19. Algunos de los más importantes reformadores en Europa fueron Bauersfeld en Alemania, Christiansen en Dinamarca, Freudenthal en Holanda, Picard en Francia, y Matthews en Inglaterra; solo Matthews no venía de la universidad.

20. En los EUA se realizó un esfuerzo concertado dirigido por los matemáticos: se nombró a E.G. Begle para dirigir el School Mathematics Study Group (SMSG) patrocinado por la American Mathematical Society, la Mathematical Association of America y el National Council of Teachers of Mathematics. Moon, 46.

21. Resulta interesante señalar que uno de los críticos de la reforma (aunque fuese un reformador suis generis en Holanda) fue el mismo Hans Freundenthal. De hecho, desde los años cincuenta se había manifestado en contra de introducir la matemática moderna; es él quien más hablaba de una moderna enseñanza de las matemáticas en su contraposición. Uno de sus artículos críticos en los últimos tiempos fue "New Maths or new education", *Prospects*, 9,3 (1979):321-331.

22. Véase Fehr et al, 29

23. La ideología Bourbaki tuvo influencia en los EUA sin lugar a dudas; véase Moon, 65.

24. Piaget incluso colaboró con una importante publicación que reunía a los principales reformadores en Francia. Véase Lichnerowicz, A., Piaget, J., Gattegno, C., Dieudonné J., Choquet, G., Beth E. W., en *L'enseignement des mathematiques* (Delachaux y Niestle, 1960).

25. Para un estudio extenso de estos temas véase mi libro *Matemáticas y Filosofía. Estudios Logicistas* (San José-Costa Rica:Editorial de la Universidad de Costa Rica, 1990).

26. Indiscutiblemente, en la reforma de las matemáticas modernas se dio un proceso similar a los que en ciencia Kuhn plantea como la adopción de un paradigma. Se creó un paradigma apoyado por una comunidad intelectual muy amplia y heterogénea, donde los matemáticos jugaron un papel central. El nuevo paradigma se deterioró en pocos años, sin haberse creado todavía un paradigma sustituto.

27. Más que imposición europea o imposición estadounidense, el asunto debe verse como de un proceso paralelo de innovación donde se dieron influencias recíprocas. Cfr. MacDonald, B. y Walker, R., *Changing the Curriculum* (London: Heinemann, 1976).

28. Debe recordarse que fueron los EUA los creadores de la estrategia R&D que buscaba, entre otras cosas, provocar cambios en los currícula educativos.

29. El lanzamiento de este satélite se hizo el 4 de octubre de 1957.

30. Debe tenerse cuidado aquí, por más que pesara históricamente el asunto SPUTNIK no fue un único factor, o el factor determinante en la reforma. Moon, 65.

31. Una vez que se lanzó el SPUTNIK, en los EUA se creó el Madison Mathematics Project, Canadá creó el Sherbrooke Mathematics Teaching Project; en Inglaterra se creó una comisión educativa bajo la dirección de Sir Geoffrey Crowther; 7 años después se creó el Nuffield Mathematics Project para la primaria. Cfr. Moon, 146.

32. Esto se puede ver en la composición del mismo Seminario de Royaumont. Tal vez deba recordarse que la colaboración internacional se fortaleció precisamente en estos años en 1960 Canadá y los EUA ingresan a la OCEE formándose la OECD.

33. En la primera conferencia, 4-9 de diciembre de 1961, se designó un comité pro tempore hasta tanto se estableciera la Comisión de Educación Matemática, de acuerdo con la octava recomendación aprobada. El comité para el período 1961-1966 incluía a Marshall Stone como presidente, y participaban como miembros: Bernardo Alfaro Sagot (Costa Rica), Alberto González Domínguez (Argentina, Carlos Imaz (México), Alfredo Pereira Gómez (Brasil) y José Tola P. (Perú). Véase *Educación Matemática en las Américas. Informe de la primera Conferencia Interamericana sobre educación de las Matemáticas.*, (Howard Fehr, Teachers College, Columbia University: Bureau of Publications, 1962), 184.

34. La Segunda Conferencia designó como los nuevos directivos a Marshall Stone como presidente, César Abahuad (Chile), Ricardo Losada (Colombia), Manuel Meda (México), Leopoldo Nachbin (Brasil), Luis Santaló (Argentina), Juan José Schaffer (Uruguay), Edgardo Sevilla (Honduras), y José Tola (Perú). Véase el informe de la segunda conferencia.

35. El caso de Costa Rica es interesante porque la reforma se codificó en programas oficiales desde 1964, esto fue debido a una coyuntura especial: el sistema educativo costarricense vivía una reforma en los primeros años de los sesenta; el Dr. Alfaro Sagot, aprovechó la circunstancia para introducir los principales puntos de la reforma en el programa de matemáticas de 1964. Alfaro mismo escribió los primeros textos en la nueva dirección, aunque debe señalarse que sin desprenderse totalmente de aspectos intuitivos y de una relación con la física.

36. El proceso de formación de profesores de matemáticas en América Latina se desarrolló esencialmente en la década de los setenta, y estuvo dominado por los paradigmas bourbakianos y las filosofías racionalistas. Es necesario tomar en cuenta esta situación a la hora de trazar los planes del futuro.

37. Muchos de ellos ayudaron a crear, además, un distanciamiento entre las matemáticas y la educación matemática, así como entre las matemáticas y las otras ciencias.

38. De hecho, en la escala internacional se generó toda una industria de libros de texto de matemáticas, provocando una socialización extraordinaria de la nueva matemática.

39. Su más famosa crítica la expresa en el artículo "Modern Mathematics: Does it exist?"

40. René Thom señalaba lo siguiente: "Es cierto que dentro de las Matemáticas actuales, el uso del álgebra como método de demostración es sin duda importante, incluso decisivo. Pero podría ser razonable preguntarse si deben tenerse en cuenta las necesidades de los matemáticos profesionales a la hora de ocuparse de la segunda enseñanza. Los matemáticos de la generación actual, impregnados de espíritu bourbakista, tienen la tendencia sumamente natural a introducir en las enseñanzas secundaria y superior las teorías y estructuras algebraicas que tan útiles les han sido en su propio trabajo, tendencias por otra parte triunfantes en el espíritu de la matemática del tiempo. Pero habría que hacerse la pregunta de si, al menos en la enseñanza secundaria, resulta conveniente incorporar los últimos hallazgos de la técnica del momento" , "¿Son las matemáticas modernas un error pedagógico y filosófico?" en el libro Piaget, et al, *La enseñanza de la matemáticas modernas*, (Madrid: Alianza, 1980), 117-118

41. Kline, Morris, *Why Johnny can't add. The failure of New Maths*, (London: St. James Press, 1973).

42. En Alemania se puede contrastar el cambio de actitud frente a la reforma entre la Kulturministerkonferrenz de 1968, y ella del 3 de diciembre de 1976. En 1976, la palabra aritmética se restablecía como un símbolo de los nuevos tiempos.

43. Algunas dudas tempranas con la reforma fueron puestas por dirigentes entusiastas de la misma poco años después véase por ejemplo las del mismo Begle en "The role of research en the improvement of Mathematics Education", *Educational Studies en Mathematics*, 1969, 238. Begle reconoce aquí que kno existía fundamento teórico en la educación matemática; e incluso -con una visión extraordinaria- propone desde entonces un "investigación empírica cuidadosa".

44. En Francia los Institutes de Recherche des Mathematique (IREM) se habían creado regionalmente con el espíritu del 68; tuvieron influencia por la reforma hasta 1975. Luego se dirigieron a otras cosas, entre ellas la informática. Véase Moon, 104-105 y 118.

45. El tema de la reforma de contenidos versus reforma de los métodos en la modernización se podría estudiar en el artículo de W. Servais, "Continental tradition and reform, *International Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, (1975), 6, 1, 37-58.

46. véase Fehr, 8

47. Esta sobreestimación "chauvinista de los matemáticos se puede ver en la respuesta que dio Dieudonné en el American Scientist, de enero-febrero de 1973 a un artículo de R. Thom.

48. Véase un interesante artículo de Morris Kline sobre la investigación matemática: "The Nature of Current Mathematical Research", en el libro de tres tomos editado por Douglas Campbell y John C. Higgins, *Mathematics. People. Problems. Results.* (Belmont, California: Brigham Young University, 1984), tercer tomo.

49. Una de las sentencias mas duras fue la de Morris Kline: "Las nuevas matemáticas, como un todo, corresponden al punto de vista del matemático superficial, que sabe apreciar solamente pequeños detalles deductivos y distinciones estériles y pedantes como aquella entre número y numeral, y que pretende realzar lo trivial con una terminología y un simbolismo impresionantes y sonoros. Se nos ofrece una versión abstracta y rigurosa de la matemática, que oculta su rica y fructífera esencia y hace hincapié en generalidades poco inspiradoras, aisladas de todo otro cuerpo de conocimiento. Se subrayan sofisticadas versiones finales de las ideas simples, mientras se tratan superficialmente las ideas más profundas, lo que conduce necesariamente al dogmatismo. El formalismo de este plan solamente puede conducir a una disminución de la vitalidad de las matemáticas y a una enseñanza autoritaria, al aprendizaje mecánico de nuevas rutinas, mucho más inútiles que las rutinas tradicionales. Resumiendo, pone de relieve la forma a expensas de lo sustancial y presenta lo sustancial sin pedagogía ninguna". En *El fracaso de la matemática moderna*, (Madrid:Alianza

50. De hecho, en la segunda mitad de los setenta se restringieron o se anularon las posibilidades de financiación para la reforma.

51. En todos estos países de un pequeño grupo de educadores de la matemática casi amateur surgió una clase profesional que se puede apreciar con toda plenitud en el ICME 1980 en Berkeley, California.

52. Moon, 68.

53. El reconocimiento de la nueva disciplina puede verse por ejemplo en Matthews, G. y Brown, M.:"Summary of European seminar", *International Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, (1975), 6,1, 77-79.

54. El solo hecho de que exista una legión de profesionales es bueno; pero debe decirse que resulta insuficiente. Esto es así sobretodo por la formación cargada de racionalismo y formalismo que recibieron. Es necesario reciclar todo este personal de acuerdo a líneas formativas diferentes, que enfaticen la heurística, la construcción, la intuición sensorial, la falibilidad de las matemáticas, los métodos gráficos y plásticos, la relación con las ciencias, etc.

55. Un número interesante del Journal for Research en Mathematics Education que trata sobre la investigación es el quinto del volumen 17 de noviembre de 1986. Contiene entre otros los artículos de Jere Brophy: "Teaching and learning Mathematics: where research should be going?", y "Where are the data?: a reply to Confrey"; y de Jere Confrey: "A critique of teacher effectiveness research en Mathematics Education".

56. Se puede constatar que la investigación adquirió fuerza en los setenta estudiando comparativamente los trabajos del ICME de Lyon de 1969 y el ICME de Exeter en 1972. Moon, 59.

57. En los institutos de investigación y los departamentos de educación matemática, la investigación se fue despegando de la motivación reformista en los setenta; véase el reporte de la Conferencia Karlsruheen en el informe UNESCO de 1979.

58. Esta es una investigación muy especial, un estudioso muy conocido sobre estos temas es Alan Schoenfeld, véase por ejemplo "Measures of Problem-solving performance and of Problem-solving instruction", en el *Journal of Research en Mathematics Education*, (enero 1982),13,1, 31-49.

59. El proceso de profesionalización de la educación matemática en América Latina todavía tiene que recorrer un buen camino, así como también se requiere un gran impulso en la investigación, este es un asunto clave pero difícil de realizar por la debilidad de los sistemas de ciencia y tecnología y de la educación superior.

60. Véase el artículo de Stephen Lerman "Investigations: where to Now? en el libro de Ernest, Paul. *Mathematics the state of the art*, (London The Falmer Press, 1989).

61. Algunos afirman que el zenith de la reforma fue la reunión de Lyon, ICME 1969, y que el inicio de la nueva época comienza en Exeter, ICMME 1972.

62. Un estudio algo descriptivo pero bueno sobre el uso de las microcomputadoras en la enseñanza de la matemáticas escolares es el de Paul Ernest "The role of the Microcomputers en Primary Mathematics", en el libro editado por el mismo autor: *Mathematics Teaching. The state of art*,(London: The Falmer Press, 1989),14-27.

63. Para consultar una síntesis acerca de la filosofía moderna de la educación matemática, y que además sugiere un constructivismo social de influencia Popperiana, véase el excelente libro de Paul Ernest *The Philosophy of Mathematics Education*, (London: The Falmer Press, 1991).

64. Una profunda reflexión en la filosofía de las matemáticas con una visión empiricista puede verse en el libro de Philip Kitcher: *The Nature of Mathematical Knowledge* (New York:Oxford University Press, 1983).

65. Una visión sobre los problemas de la filosofía de las matemáticas que sugiere una nueva filosofía se puede ver en mi libro *Matemáticas y Filosofía, estudios logicistas*, (San José, Costa Rica: Editorial de la Universidad de Costa Rica, 1990).

THE JOY OF MATHEMATICS

Peter Hilton
State University of New York at Binghamton
Binghamton, New York, USA

First let me thank the program committee of the VIII-IACME for their invitation to address a plenary session of this important congress. I am honored by their invitation, but I am also delighted to have this opportunity to meet again so many old friends. I would especially like to thank my good friend Ubiratan for his kind words in introducing me.

I would like to open my remarks by recalling an occasion some years ago when I was invited to speak to a group of elementary and secondary school teachers of mathematics in Salt Lake City, Utah. I chose as my theme the need to reform both curriculum and pedagogy in order to improve the quality of mathematics education, and in the course of my remarks on effective pedagogical strategies I expressed the view that the teaching of mathematics could not be successful unless the students were intrigued by the subtleties of the mathematics and regarded doing mathematics as fun. In the course of the discussion which followed my remarks - indeed, as the first contributions to that discussion - a secondary school teacher took issue with me, arguing that mathematics was surely a serious subject and should neither be regarded by the students, nor presented by the teacher, as fun.

I maintained in response then (very tactfully, of course) and I maintain now that that teacher was laboring under the widespread but mistaken belief that there is a fundamental conflict between the delight and the seriousness of mathematics. I claim that this is not only a false antithesis but a dangerous one.

Certainly, mathematics is important, indeed, increasingly important. Areas of human inquiry - for example, sociology, psychology, biochemistry - hitherto immune to all but the crudest mathematical influence are now employing sophisticated mathematical ideas and techniques. Certain parts of mathematics, hitherto ineffably pure - for example, classical invariant theory, finite field theory, cohomology theory - are now being applied to important contemporary real-world problems.[1] The ubiquitous computer is calling into prominence - even sometimes calling into existence - exciting aspects of present-day mathematics. Yes indeed, mathematics is enormously important to modern society; yet I am compelled in all honesty to admit that its importance is not the primary reason why we mathematicians so enthusiastically and so assiduously practice our art. I remember my late teacher and friend, Henry Whitehead, the eminent British topologist, once saying, "Nothing would give me greater pleasure than to wake up one morning to be told that one of my theorems had rendered war utterly obsolete. Yet I would still have to admit that that outcome had nothing to do with my reasons for trying to prove the theorem".

Our primary reason for doing mathematics is that it fascinates us. Let me quote from the great mathematician Jacobi, in a letter to Legendre written in 1830.

> Il est vrai que M. Fourier avait l'opinion que le but principal des mathématique était l'utilité publique et l'application des phénomènes naturels; mais un philosophe comme lui aurait dû savoir que le but unique de la science, c'est l'honneur de l'esprit humain, et que sous ce titre une question de nombres vaut autant qu'une question du système du monde.

Yes, mathematics fascinates us with it subtlety and its power. It stimulates both our intellectual curiosity and our esthetic sensibilities. It poses deep, significant questions, whose answers, if we are fortunate to obtain any, provide an immediate spiritual reward which, however, soon gives way to a new wave of curiosity, and a new set of questions.

Now there is the possibility of an argument at a deep philosophical level that mathematics fascinates us because of its importance. However, if we are talking of importance, as we have been, in its social, extrinsic sense, than I do not believe this to be true. For the philosophical connection - if it exists, and this is a matter for careful sustained study, not glib speculation - would surely be between the intellectual appeal of mathematics and its *intrinsic* importance as a primary area of rational human endeavor.

Of course, I believe profoundly that mathematics is important in this sense. If I may again quote my mentor Henry Whitehead, I recall his trying to persuade a young colleague who was contemplating returning to a career in government service to remain, instead, a university mathematician. (He did not succeed in convincing the young man though his case seemed to me extremely strong - however, I am happy to be able to report that the young man in question did subsequently return to academic life and has enjoyed a very distinguished career.) Henry argued that there were, in life, a few things that were worth doing even if one was not absolutely in the top flight, because of their intrinsic worth; and I recall his citing music, mathematics and the making of good shoes. "Rather', said Henry, "be second-rate in a first-rate occupation that first-rate in a second-rate occupation".[2]

However, as I have already indicated, the importance which today's politicians, industrialists, educators and parents attach to mathematics is not of this intrinsic kind, but refers instead to the role of mathematics in insuring the prominence and well-being of the society to which they belong. It does therefore relate indirectly to the relevance of mathematics to science and engineering; but this is as near as most people come to understanding the many-faceted role of mathematics in a civilized society.

The importance of mathematics in the usual, extrinsic, social sense of the term explains why we are paid to do mathematics, but not why we do it - and certainly not why we, or at least some of us, some of the time, do it well. To understand this we have to penetrate deeply into the nature of mathematics itself.

Mathematics is systematized thought, supported by a beautifully adapted language and notation. It is characterized by the recognition, discovery and creation of pattern, and by the establishing of subtle connections between its apparently very dissimilar parts. Contrary to traditional school practice, it is not a set of distinct subdisciplines, but a unity, drawing on a diverse but interrelated repertoire of concepts and techniques. Again contrary to popular belief, it is not a set of facts; and mathematical understanding is not to be measured by tests of knowledge and memory. Thus, for the student, what matters is that he or she learn to think mathematically and *any* significant part of mathematics can be used as the vehicle to convey the necessary understanding and thinking ability. Conversely, no part of mathematics, however seemingly appropriate, can prepare the student really to use mathematics intelligently and effectively, if it is taught simply as a set of isolated skills, to be retained by the exercise of undiscriminating memory. Mathematics is not there just to be *learnt*, it is something which should be *done*. Why is it there to be done?

"I attempt to climb Everest", said Mallory, "because it is there." Just so, the mathematicians attempt to do mathematics. Mathematics is there principally because our experience of the outside world leads us to formulate questions which can only properly be asked and answered in the framework of mathematics. "Nature speaks to us in the language of mathematics", said the physicist Richard Feynman. In uttering this profound epigram, Feynman was in fact, though perhaps unknowingly, echoing the thought of Galileo, who, in *The Assayer*, referred to "the language of mathematics in which is written the book of the universe and without whose help it is humanly impossible to understand a word".

Mathematics is not only the language of nature, awesome as that role is; mathematics is also there because of its internal dynamic, because it is the natural mode of progress in mathematics that questions are suggested by recent advances and form the stimulus to new advances. Thus, as I have often claimed, pure and applied mathematics are alike in their dynamics, as they are alike, too in their proper practice.

We mathematicians should be envied the joy which mathematics brings us. This joy comes to us through our awareness of the great power and subtlety of a fertile mathematical idea, and also through our sense that such an idea has been expressed in a form capable of perfection. Often, in reading, or listening to, a passage from a Shakespeare play we have the conviction that the underlying idea could not have been better expressed[3] - "My words fly up, my thoughts remain below. Words without thoughts never to heaven go". Less often but just as certainly, we have a sense that a mathematical concept has reached perfection or that a mathematical argument has achieved a transcendental beauty and elegance.

Let me give you three classical examples of this quality of elegance in mathematics. The first is the famous theorem of Euclid which asserts that there are infinitely many prime numbers. To prove this, we suppose instead that we can enumerate the prime numbers as p_1 p_2, ..., p_n. Set $N = p_1 p_2 \dots p_n + 1$. Then N is bigger than 1 and bigger than any of the p_1, p_2, ..., p_n and hence not prime. It must therefore be divisible by some prime number. However, it leaves a remainder of 1 when divided by any prime p_i so we have a contradiction, and the theorem of Euclid is established.

Second, let us consider the assertion that there is no rational number whose square is 2. We again assume the opposite to obtain a contradiction. Suppose that the a/b is a rational number whose square is 2. We may assume that a/b is a reduced fraction, that is, that the greatest common divisor of a and b is 1. Now $a^2/b^2 = 2$ or $a^2 = 2b^2$; thus a^2 is even. Since the square of an odd number is odd, a is even, say a = 2c. Then $2b^2 = 4c^2$, so $b^2 = 2c^2$. As before, we conclude that b is even. But with a and b both even, a/b cannot be a reduced fraction, and our contradiction is achieved.

For our third example we recall the famous story about the young Gauss. It seems that his teacher had set the class the dreary and tedious task of adding up all the numbers from 1 to 100. Gauss argued that the sum could be so represented;

$$\begin{array}{rcccccccccccc} & 1 & + & 2 & + & 3 & + & \dots & + & 48 & + & 49 & + & 50 \\ + & 100 & + & 99 & + & 98 & + & \dots & + & 53 & + & 52 & + & 51 \end{array}$$

Then there are 50 vertical sums and each yields 101. Thus the required sum is $50 \times 101 = 5050$.

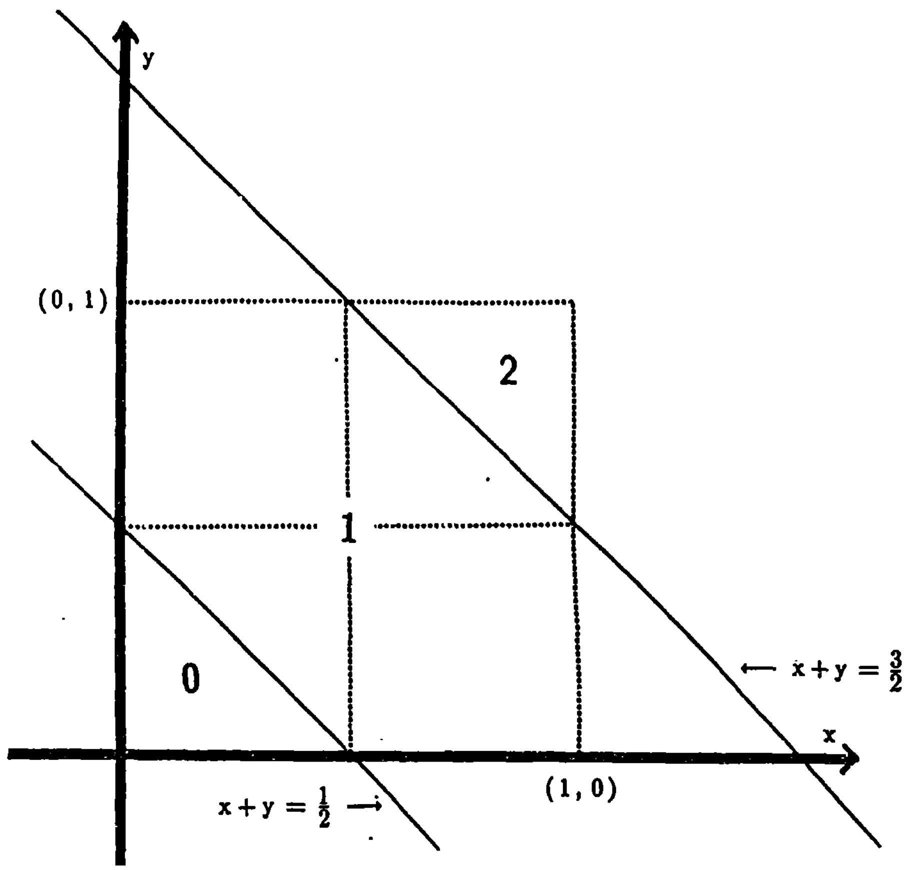
In all these examples the argument reveals and conveys an understanding which does more than merely compel belief in the conclusion; it shows us why the statement under consideration is true. There is also a beautiful economy about the arguments - one cannot imagine them being significantly shortened. They are austerely spare, with no superfluous burden to carry. The last two examples carry the further conviction that much more is true than has been asserted - that the method of argument could readily be adapted to prove other, related assertions. Indeed, Gauss' argument, slightly modified, provides the standard procedure for summing any arithmetic progression.

Each of the arguments above gives us insight into the fundamental structure of our mathematical system; and I maintain that our strongest motivation in doing mathematics is our desire to achieve and benefit from such insights. It is often a strenuous, demanding struggle to do so; often we seem to have failed and then, in a blinding flash of inspiration following many hours, perhaps many days, of apparently fruitless effort, the essence of the problem is laid bare and all becomes wonderfully, magically clear.

Here I would like to insert a remark about such insights in mathematics which, though purely empirical in nature, seems to me of fundamental significance and to suggest an important reason for choosing to make the study of mathematics a major activity in one's life. I maintain that the thrill one derives from these rare flashes of insight does not depend on one having oneself originated the idea in question - in mathematics to rediscover is an experience comparable with the thrill of original discovery. What one knows of discovery in other sciences, admittedly vicarious and second-hand, suggests that mathematicians are very special in this regard. James Watson's candid account, in his book *The Double Helix*, of the unravelling with Francis Crick, of the nature of DNA, suggests that the strongest motivation, among the competing scientists, to solve this riddle was actually the urge to "get there first"; in fact, Watson tells us how stimulating it was to Crick and himself to know that Linus Pauling was working hard on the same problem, along similar lines. I also recall a conversation with the eminent biologist and Novel prize laureate Peter Medawer in which he said that, in his experience, the thrill of original discovery in science was not communicable and the mere understanding of someone else's work was not to be compared with the excitement of making significant progress in one's own research. It is my claim based on my own experience and observation over many years that, in mathematics, the thrill of real understanding is comparable with the thrill of original discovery. Mathematicians take genuine pleasure in the triumphs of others and, in a sense, recreate the act of discovery in mastering the intricacies of another's thought. Indeed, one may say that real understanding in mathematics consists in making the ideas and techniques one's own - not, of course, in the crude sense of appropriating those ideas, but in the deeper sense of being able to use them to illuminate and advance one's own thinking.

Let me now give you two more recent examples of inspired and inspiring mathematics. The first relates to an important topic in a well-constructed modern elementary mathematics program, namely, the arithmetic of approximations. A point scarcely ever mentioned, and certainly not emphasized, in traditional programs is that, in this arithmetic, we are dealing with quantities which are themselves only known approximately. Thus, in connection with measurements, an announced value of 1 unit means that we know that the measure lies between 0.5 and 1.5. This interpretation does not permit us to assert with *certainty* that, in the domain of measurement, 1 + 1 = 2.

Normalizing the problem, suppose we are given two numbers x, y lying between 0 and 1. Then $0 \leq x + y \leq 2$ and we ask for the probability p_i that the integer nearest x + y is i, for i = 0, 1, 2. We solve the problem *geometrically*. Indeed, the diagram below should provide a "proof without words" that $p_0 = 1/8$, $p_1 = 3/4$, $p_2 = 1/8$.

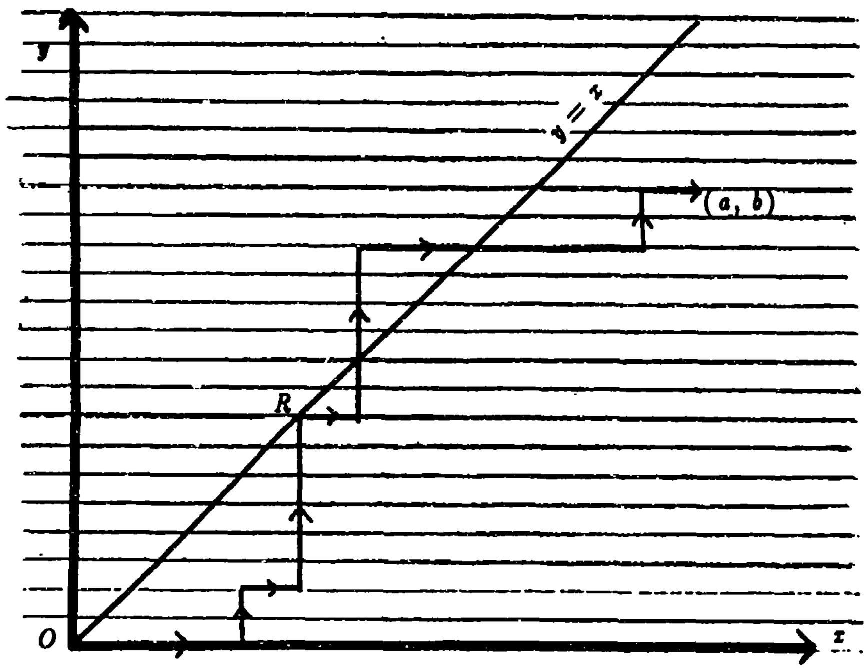


The insight provided by the geometrical point of view is immediately compelling; moreover, it shows exactly what must be done to obtain an answer to the more general question when we replace a sum of two numbers by a sum of n numbers. Thus the advantage of this approach over a purely arithmetical one extends well beyond the undoubted satisfaction of being able to respond to a fellow guest who, embarrassed to find himself (or herself) faced with a mathematician on some social occasion, asks "Is two plus two still four?", with the answer "Well, yes, three times out of four".

Our second "contemporary" example is a far more sensational vindication of the geometric point of view, here embodied in a really beautiful mathematical idea, due to the French mathematician Désiré André whose work was published over a hundred years ago. There was much interest at that time in the so-called *ballot problem*, which may be described as follows. We suppose there are two candidates, X and Y contesting an election; and we suppose further that X wins the election, obtaining a votes against b votes received by Y. We wish to know the probability that, throughout the counting of votes, X is always ahead of Y. In fact, this problem had already been solved by Bertrand when André published his paper - which he entitled *Solution directe d'un problème resolu par M. Bertrand* - but what I want to emphasize is the elegance of André's solution and the insight it reveals and conveys.

André translated the problem into one about the integral lattice in the coordinate plane. If P and Q are two points with integral coordinates, then a path from P to Q is a sequence of points $P_0, P_1, \ldots, P_k$ such that $P_0 = P$, $P_k = Q$, and p_{i+1} is obtained from P_i by stepping one unit north or east. The number of paths from (c,d) to (a,b) is easily seen to be the binomial coefficient[4] $\binom{a+b-c-d}{a-c}$

Then the ballot problem may be translated into that of calculating the density, in the set of all paths from (0,0) to (a,b), of the subset consisting of those paths which stay below the line $y = x$ except at their initial point. Such a path we will describe as *good*; and a path from (0,0) to (a,b) which is not good we will call *bad*. Thus we are interested in the probability that a given path from (0,0) to (a,b) is good. The diagram below represents a bad path, and highlights the point R where the path first meets the line $y = x$ after leaving the origin.



Let L be a given path from (0,0) to (a,b). Let

p = prob(L is a good path)
q = prob(L is a bad path)
q_1 = prob(L is a bad path and starts north)
q_2 = prob(L is a bad path and starts east)

Then $p + q = 1$, $q_1 + q_2 = q$. Now if L starts north it must be bad, so q_1 is simply the probability that L starts north. Since L involves b steps north out of a total of (a+b) steps we have $q_1 = b/(a+b)$.

Now comes the subtlety. André argued that if we take a bad path which starts east, as in our diagram, and reflect the portion from O to r in the line $y = x$, we a (bad) path which starts north; and that this reflection procedure sets up a 1-1 correspondence between bad paths starting east and (bad) paths starting north. Thus, remarkably, $q_2 = q_1 = b/(a+b)$, and $p = 1-q = 1-2q_1 = 1 - 2b/(a+b) = (a-b)/(a+b)$.

Before we continue, let us draw attention to an important element in the solution of the ballot problem which contributes to the fun, and the joy, of mathematics, namely, the element of surprise. The formula for the probability, $(a-b)/(a+b)$, is remarkably simple, considering the subtlety of the argument; moreover, it shows that the probability that X is always ahead of Y during the count depends only on the *ratio* of the number of votes they received and not on the actual numbers. To me, at any rate, this fact is not intuitively obvious. I believe this element of surprise is also present in Gauss' ingenious method for adding the numbers from 1 to 100 - suddenly, a horrendous exercise is reduced to the easy multiplication 50×101. It is among the many virtues of the proper teaching of geometry that it should provide this element of sudden revelation, so that one has the experience of unexpected insight. Unfortunately, geometry today rarely plays its prop[er role in the curriculum; it is either badly neglected, treated as a means of imposing pedantry on the student or, at best, used as a vehicle for conveying the idea of logical proof - with the assertion to be proved generally being either monumentally dull or absolutely obvious, or both! But this is another story - albeit a vitally important one - and I must return to my theme.

The reasoning following the application of the André Reflection Method[5] was easy - true, but the insight consisted in, first, translating the problem into one about paths on the integral lattice, and then solving the problem by introducing the reflection method. It is a pity that we are not able to spare the time, in our teaching, first to explain the long, difficult method by which a problem was originally solved, in order the clearer to exhibit the advantages of the superior method which has replaced it. I am sure students would then have no difficulty in appreciating the contrast.

It is my hope that the five examples I have given of superb (though not enormously complicated) mathematical reasoning will have given my audience pleasure and, indeed, esthetic satisfaction; it is my expectation that any bright student, with the necessary mathematical background, would readily appreciate, at least at the intuitive level, their beauty and quality. Indeed, any of these examples might well be used to discriminate between those students who would benefit from continuing their mathematical education and those who would be better advised to more lucrative but otherwise less rewarding pursuits. The Greeks understood both the importance and the beauty of mathematics; but few of today's administrators, bureaucrats and politicians understand this complementarity at the heart of mathematics. By all means, let us rejoice if our prominent citizens and leading industrialists encourage us to do our mathematics; but let us accept from them neither the choice of mathematical problem to be worked on - for the formulation would almost certainly be imprecise and the problem almost certainly unsolvable - nor their justification for us doing mathematics. For, thinking only of materialistic outcomes, they would know nothing of the joy of mathematics.[6]

Notes

1. Thus the distinction between pure and applied mathematics is falling into the disuse it merits!

2. One might perhaps add that Whitehead, being first-rate in a first-rate occupation, was not faced with agonizing dilemma confronting his young colleague.

3. The words are those of Claudius, Hamlet's wicked uncle, uttered as he tries unsuccessfully to atone for the murder of Hamlet's father.

4. Assuming, of course, that there are paths from (c,d) and (a,b), that is, the $c \leq a$ and $d \leq b$.

5. For a fuller account of André's work and further developments, see the article by Peter Hilton and Jean Pedersen, "Catalan numbers, their generalizations, and their uses", *The Mathematical Intelligencer*, 13, No. 2 (1991), 64-75. I am indebted to Professor Wahab for suggesting a simplification in my presentation of this application of the reflection method.

6. An earlier version of this talk was given as the first Mary P. Dolciani Foundation Lecture at Hunter College, City University of New York, in 1990.

PARTE III
PANELES

PANEL A
INTEGRACION DEL CONTEXTO SOCIOCULTURAL A LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

Moderadora:

Martha Villavicencio
Lima, PERU

Panelistas:

Elisa Bonilla Ruis
Instituto Politécnico Nacional
México DF, MEXICO

Ubiratan D'Ambrosio
UNICAMP
Campinas, SP, BRASIL

INTEGRACION DEL CONTEXTO SOCIOCULTURAL A LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

Elisa Bonilla Ruis
Instituto Politécnico Nacional
México DF, MEXICO

Introducción

A fines del siglo XVIII, la Revolución Francesa trajo a Europa y también a las colonias en América, nuevos aires que proclamaban la necesidad de democracia. El discurso revolucionario, estaba regido, entre otros conceptos, por el de la igualdad entre los hombres; principio fundamental para la democracia.

Esta fiebre de libertad e igualdad, aunada a la pasión por el progreso que produjo esta Revolución empezó a expandirse por el mundo, aunque muy desigualmente, tanto en el tiempo, como en el espacio. No todos los pueblos han alcanzado la democracia al mismo tiempo, ni por la misma vía y algunos incluso se esfuerzan todavía hoy por alcanzarla.

En el caso de México, por ejemplo, nuestra democracia, con todas sus imperfecciones, no nos llegó antes de la segunda decada de este siglo, cuando se produce la Revolución Mexicana.

Pero ¿por qué traigo a colación todo ésto cuando el tema que nos ocupa hoy es "la integración del contexto sociocultural a la enseñanza de las matemáticas"? Trataré de explicarlo. En primer lugar, esta fiebre de libertad y democracia se ha presentado siempre acompañada de una segunda quimera, es decir, de *la necesidad de universalizar la enseñanza.* La necesidad de ofrecer instrucción pública a todos los ciudadanos como dijera por primera vez Condorcet en Francia, en 1790.

Es preciso destacar, entonces, que desde el origen mismo de la noción de "progreso" en el siglo XVIII, cuando Voltaire y el mismo Condorcet propusieron sus novedosas teorías sobre el progreso histórico de los pueblos, esta noción ha estado íntimamente ligada a la de educación pública.

Esta novedosa propuesta concebía a la libertad como producto de la igualdad y ésta, a su vez, de la instrucción. Así, la intención era educar al pueblo, o en palabras de Condorcet, "a los hijos de la República". Es decir, el ideal era formar a todos los ciudadanos para que fueran capaces de llevar a su patria a una fase más avanzada de su desarrollo y en tanto Condorcet estaba convencido que de una masa ilustrada no es posible abusar, defendía firmemente a la educación como el motor fundamental del progreso.

Así, los conceptos de "educación" y "progreso" tienen cuando menos 200 años de estar entrelazados y de figurar en la retórica tanto de los políticos, como de los técnicos, como, sin duda, de los educadores.

Como educadores, concebimos, en buena medida, nuestra labor en el campo educativo como algo estrechamente vinculado a la realidad social y al futuro de nuestros países. Un claro ejemplo de ello, es la preocupación y el interés que nos genera la educación del siglo XXI.

Ahora bien, si he hecho las reflexiones anteriores es por que creo que, no debemos olvidar el pasado. Tener un profundo conocimiento de este es fundamental para poder proyectar el futuro.

El plan que Condorcet propuso, hace 200 años, para Francia sigue siendo vigente y puede considerarse todavía como la base de la moderna enseñanza democrática. Sin embargo, muchos de sus propósitos no han sido alcanzados cabalmente. La universalización de la educación es un hecho que aún no hemos podido consumar, ni desde el punto de vista del acceso a ella, ni desde el punto de vista pedagógico.

En el caso de mi país, por ejemplo, el primer esfuerzo de México por democratizar la enseñanza llegó con el fin de la Revolución al crearse, en 1921, la Secretaría de Educación Pública. El primero en estar al frente de esta institución fue José Vasconcelos cuyos objetivos para el desarrollo de México armonizan plenamente con los del revolucionario francés, que mencionabamos antes. El interés primordial de Vasconcelos era iniciar una cruzada de educación pública con el fin de sacar al pueblo mexicano de la ignorancia en la que siempre había vivido y así sentar las bases de un nuevo país.

Hay que resaltar que el esfuerzo de Vasconcelos fue mayúsculo, sobre todo si pensamos que trabajo en la improvisación, pues prácticamente no habían maestros, ni escuelas, ni textos; sin embargo los resultados fueron muy alentadores. Durante los primeros tres años de su período logro aumentar en casi 50% la cantidad de edificios, maestros y alumnos de las escuelas primarias:

	ESCUELAS	MAESTROS	ALUMNOS
1920	8 171	17 206	679 897
1923	13 48	726 065	1 044 539

Contó para ello con el mayor presupuesto que, proporcionalmente, se le haya destinado nunca a la educación en México.

El panorama ha cambiado sustancialmente desde entonces. A lo largo de setenta años, la estructura del sistema educativo mexicano se ha desarrollado vertiginosamente, sin embargo, no hemos logrado aún el anhelo inicial de universalizar la enseñanza; ni desde el punto de vista de los recursos, pues todavía hay niños sin escuela; ni desde el punto de vista educativo, asistir a la escuela no es necesariamente sinónimo de educación.

Voy a dejar de lado el tema de los recursos, pues no es lo que nos ocupa aquí hoy para centrarme en algunos de los aspectos educativos involucrados en una "educación para todos"; no sin dejar de mencionar mi preocupación por la severa disminución en los recursos destinados a la educación que estamos sufriendo. Sin duda, los recursos que se invierten en educación hoy en México están en relación inversa a la retórica que responsabiliza a la educación del progreso país.

Creo firmemente que uno de los problemas centrales que nos ocupa como educadores es el brindar educación y, en particular, educación matemática a todos. Esto que puede parecer una simpleza, no lo es. Más aun, desde el punto de vista educativo, ha probado ser la piedra de toque de grupos de especialistas como el que en esta ocasión nos congrega. Resumiendo lo anterior, podríamos decir entonces que nuestro proyecto educativo actual es heredero de uno anterior, cuyos objetivos no han sido alcanzados cabalmente; pero nuestro proyecto no consiste solo en lograr lo que otros se propusieron antes que nosotros. Es en realidad un proyecto más ambicioso.

En el proceso para alcanzar la universalización hemos ido conociendo los obstáculos, particularmente los de corte pedagógico que contrae enseñar matemáticas a todos y la construcción de este conocimiento nos ha enriquecido. Hoy tenemos muchos más elementos para alcanzar nuestro propósito con el paso del tiempo se ha ido sofisticando también.

Una de las primeras cosas que trajeron consigo los intentos por universalizar la enseñanza fue la universalización del currículum existente. Dicho currículum no estaba diseñado con ese propósito y no tuvo que pasar mucho tiempo para que éste mostrara ciertas deficiencias.

En el caso de la enseñanza de las matemáticas, uno de los esfuerzos más conocidos y cercanos, en el tiempo, para nosotros corresponde a las diversas propuestas de cambio curricular que se introdujeron con el nombre de Matemáticas Modernas en los años sesenta y setenta. El interés de las cuales residía en la transformación radical de un currículum que no satisfacía las necesidades sociales; sin embargo, las consideraciones para el diseño de las distintas propuestas no tomaron en cuenta el carácter universal de la población a quien debía someterse tal currículum y se apoyaron más en argumentos matemáticos que de otra índole, incluidos los educativos. Hoy sabemos los problemas que trajeron consigo estas propuestas.

Algunas de las propuestas dentro de la Educación Matemática en la decada de los ochenta son el resultado de reconocer este simple hecho de que nuestro problema en buena medida surge de tener que enseñar matemáticas a todos.

Bishop, por ejemplo, lleva más lejos el análisis de que quiere decir una enseñanza universal y afirma que, **de lo que se trata no es enseñar matemáticas a todos, sino de enseñar matemáticas para todos.** ¿Dónde esta la diferencia? Esta no es tan sutil como pudiera parecer. En el primer caso, es decir, "enseñar matemáticas a todos", la aspiración no va mucho más allá de tener a todos los estudiantes en un aula en la que se imparta matemáticas. En el segundo caso, esto es, "enseñar matemáticas **para** todos", se aspira a que todos los estudiantes tengan una educación matemática.

Dicho de otra forma, la diferencia radica, por una parte, en que el acceso a la educación no garantiza la educación y, por otra, que para educar matemáticamente a un individuo se requiere tomar en cuenta precisamente a ese individuo, tanto personal como socio/culturalmente. Esta manera de ver las cosas nos ha hecho transformar, incluso, la manera de entender las matemáticas. Estas son hoy para los educadores de las matemáticas mucho más que una disciplina académica.

Así, la segunda aspiración, que nos señala Bishop de enseñar matemáticas **para** todos está curiosamente también más en consonancia con los objetivos generales del proyecto educación democrática del que hablábamos antes, siempre y cuando "educar matemáticamente a un individuo" nos remita a la relación de éste con su entorno, a una educación integral y no a una mera adquisición de una agilidad operatoria.

No es de extrañar entonces, que diversos autores en muy distintas latitudes se hayan propuesto abordar el problema de la enseñanza de las matemáticas desde lo que se ha dado en llamar "un enfoque sociocultural", o bien "un enfoque etnomatemático". Dentro de su gran diversidad, todos ellos responden, por una parte, a la necesidad de dar respuesta al problema plantcado, desde el origen de la universalización de la educación, de la relación entre el individuo y su sociedad, o bien, entre el individuo y su cultura y, por otra, a la naturaleza de las matemáticas.

Estas son vistas como un producto cultural y no simplemente como un lenguaje formal o una disciplina académica. En resumen, estos enfoques no solo han modificado la manera de ver al alumno, sino como decíamos también han transformado la concepción tradicional sobre la naturaleza de las matemáticas. Hoy muchos coincidimos en considerar a las matemáticas como una producción cultural, como una actividad humana y no sólo como un lenguaje formal.

Nuestro interés hoy aquí, por analizar la integración del contexto sociocultural a la enseñanza de las matemáticas, nos remite, desde el título mismo, a investigar una triada. Nos incita por una parte, a conocer la relación entre el contexto socio/cultural y las matemáticas. Por otra, nos lleva a enmarcar nuestro quehacer dentro de un proyecto educativo general que requiere tambien de una filosofía educativa acorde con el currículum que incorpore la relación entre matemáticas y el contexto sociocultural.

Nuestro universo de acción es, entonces, cuando menos tri- dimensional, ya que agrupa a las matemáticas, al contexto sociocultural y al espacio que va a caracterizar, de forma particular a la relación entre los elementos anteriores, es decir: la escuela. Asi, matemáticas, contexto sociocultural y escuela son, indefectiblemente, los elementos que delimitan y que dan forma a nuestro espacio discursivo.

Esta triada, como tal, no ha sido aún objeto de investigación sistemática, por lo que a partir de aquí mi análisis será más bien sugerente que definitivo. Haciendo referencia a algunos problemas que pienso requieren ser abordados por nosotros.

Matemáticas y cultura
Es importante subrayar que, las matemáticas pueden ser analizadas en conexión con la cultura desde muy diversas ópticas, sin que por ello puedan derivarse implicaciones educativas directas. Es necesario introducir la escuela (o incluso el aula) a dicho análisis para poder derivar tales implicaciones. Por ejemplo, estudios que nos hablan de la actividad matemática de cierta comunidad no contienen implicaciones inmediatas para la planeación de la educación matemática de esa, u otra, comunidad. Para integrar el contexto sociocultural a la enseñanza de las matemáticas no basta con establecer cuales son las conexiones entre cultura y matemáticas, o bien definir la naturaleza de las matemáticas desde una optica cultural, hay que tener también un conocimiento profundo de la realidad escolar a la cual se pretende integrar dicho contexto. Esto es algo que todavía no hemos abordado con sistematicidad.

El enfoque etnográfico en la investigación educativa representa más que una metodología. Es decir, no solo ha aportado los elementos para acercarnos a la realidad del aula y de la escuela, sino también un modo distinto de concebir el quehacer educativo. Ya no se trata exclusivamente de establecer "el como debe ser la enseñanza", como lo hacemos desde la pedagogía, se trata de desentrañar "la realidad de como ocurre el proceso educativo", conocimiento indispensable para transformar la educación y alcanzar el deber ser que postulamos desde la pedagogía.

Aprendiendo del pasado para proyectar el futuro: la relación, desde una óptica educativa, entre matemáticas y sociedad, tan vigente en nuestros días, no es de ninguna manera nueva. Ya en el siglo pasado se debatía sobre la importancia social de aprender matemáticas. Abraham y Bibby (1988), por ejemplo, reseñan la experiencia decimonónica británica, donde sobresalían tres posturas muy en voga hoy: la que defiende el estudio per se de la matemática, porque lo considera formativo para el intelecto del individuo, otra que resalta la importancia del conocimiento matemático y de sus aplicaciones para el desarrollo industrial y el consecuente progreso del país y una última que se preocupa más por desarrollar integralmente las facultades generales del individuo que su papel para la productividad. Esta última, muy en consonancia con algunas de las posturas etnomatemáticas más interesantes.

Coda

En resumen, lo que he tratado de hacer hoy es poner en perspectiva el intento por desarrollar un currículum para la enseñanza de las matemáticas que integre un contexto sociocultural.

Así, por una parte debemos reconocer que nuestro proyecto forma parte de otro: la universalización de la enseñanza y que ésta habremos matemática de entenderla como una educación matemática para todos.

Por otra parte, debemos remontar "el deber ser" y fundamentar nuestras acciones en los resultados de otros campos que están siendo desarrollados, como la etnografía de la escuela, por mencionar tan sólo uno. Con el fin de evitar la hiper-especialización que no da cuenta de situaciones globales. No hay que olvidar que la óptica de conjunto es esencial en el campo educativo.

Por último, creo que no debemos olvidar el pasado. Como científicos tendemos a ser muy desmemoriados y sólo parecen interesarnos los resultados de frontera; lo que ocurrió ayer lo desechamos por anacrónico. Así, pagamos un precio muy alto, pues nos encontramos con que tenemos que, por una parte, reinventar cosas menos novedosas de lo que a veces pensamos y, por otra, que somos ignorantes del desarrollo histórico de nuestro propio quehacer.

PANEL A: PREGUNTAS Y RESPUESTAS

¿Podría precisar algo más sobre la importancia de los héroes en la educación matemática?

Ubiratan D'Ambrosio Cuando empieza el desarrollo de la ciencia, en el siglo XVII, la gran producción científica se da sobre todo en Francia. En Inglaterra después de Newton no se avanza mucho. En Alemania la contribución es modesta; la de Portugal y España es prácticamente marginal; sin embargo hay que buscar héroes en las capitales de algunos imperios. Esto no justifica que no haya contribución al avance de la ciencia; pero el interior del país es muy importante la recuperación de nombres pequeños en el contexto internacional mas no en el nacional.

Habría que identificar cuáles son los héroes indios, negros.

El desarrollo del niño se da en el ambiente familiar, en la comunidad. También es héroe la mamá, el papá, que también están haciendo ciencia. Hay una Matemática hecha por la familia, la comunidad; pero que al entrar a la escuela el maestro puede rechazar y que en caso que esto sucediera, el maestro estaría jugando el rol de anti-héroe. Es importante reforzar el "self esteem", la autoestima, con lo que el niño se identifica. El paso a otra lengua no puede ser hecho a costa de reforzar una posición negativa contra lo suyo.

¿Cuáles son las características de un currículo que no fuera para todos?

Elisa Bonilla Antes fue a la escuela un grupo muy reducido, la enseñanza de Matemática fue muy de corte académico, con un currículo para la universidad, para una profesión. No se ha estudiado algunas instituciones como las militares, donde se daba Matemática.

Howson habla de Samuel Pepis, que escribía un diario, terminó en la Universidad de Cambridge y sin embargo tuvo que contratan a alguien para que le enseñara a multiplicar porque le parecía interesante.

Existe como una tradición, que lleva a lo académico; pero también hay otras cosas que se ha estudiado, por ejemplo las escuelas de ábacos en Italia.

¿Considere usted que el uso de la yupana sería una ayuda no solamente para los niños indígenas sino también para todos los estudiantes porque son maneras de trabajar con un concepto matemático (algo abstracto) de modo concreto?

Martha Villavicencio La yupana como material educativo en una etapa inicial fue aplicada en el marco del Proyecto Experimental de Educación Bilingüe en Puno, en la región altiplánica del sur andino peruano, durante el período 1982-88; pero luego, considerando la eficacia de su empleo en la fase intuitivo-concreta del proceso de enseñanza-aprendizaje de algunos conceptos matemáticos, se empezó a aplicar en 1984 en escuelas urbanas de niños monolingües de habla hispana, primero en el Perú y luego en Colombia y Bolivia.

Preguntas y respuestas orales

Marcello Borba: Martha, ¿podría explicar qué es la yupana?
Martha Villavicencio La yupana es un ábaco que fue utilizado por los contadores (quipucamayos) en el Imperio de los Incas. "Yupana" es un vocablo quechua, significa "lo que sirve para contar".

El cronista Guaman Poma de Ayala en su obra *Nueva Corónica y Buen Gobierno*, escrita entre los siglos XVI y XVII de nuestra era, describe la yupana o "tabla de contar" a través de una ilustración en la que se observa un contador con un quipu extendido entre sus manos; en la parte inferior, a la izquierda, se presente el esquema de la yupana: Una tabla rectangular con casilleros, en cuya superficie se distingue cuatro columnas y cinco filas, sostenida sobre uno de los lados más cortos. Cada casillero contiene uno o más "círculos" dispuestos de la misma manera en cada columna.

Nosotros hemos rescatado la yupana y la utilizamos como material educativo para apoyar al niño en la adquisición de conceptos relacionados con la numeración de posición y las técnicas operativas de números naturales y números "decimales". Para ello hemos diseñado y experimentado secuencias pedagógicas para cada uno de los cuatro primeros grados de educación primaria. El número de columnas que tiene la yupana a utilizar con los niños esté en función de la edad de los mismos de los conceptos matemáticos a adquirir. En el primer grado, con niños de 6 a 7 años se sugiere colorear las columnas, de rojo de columnas de las unidades (U) y de azul la de las decenas (D); sin embargo en los grados superiores se recomienda que no se use diferentes colores a fin de evitar un aprendizaje asociativo ya que lo que se quiere lograr entre otros conceptos es el de "valor posicional".

Eduardo Sebastiani Efectivamente, hay que tener especial cuidado con el uso de los colores.

Inés de Orellana Lo que hay que tener muy claro es que se trata de que el educando adquiere dos conceptos distintos, uno es el de "decena" y otro es el de "valor posicional".

Bayardo Mejía: Planteo mis preocupaciones a todos los miembros de la Mesa; ¿no estaremos coactuando o deteniendo el desarrollo si enseñamos el idioma indígena o usando el estilo de operar de ellos? Hay muchos que no quieren las escuelas bilingües porque aprender el castellano implica tener más oportunidades.

Elisa Bonilla Algunos creen que la solución es "castellanizar"; pero inclusive para ser competente en una segunda lengua, es fundamental el manejo de la lengua materna.

Ubiratan D'Ambrosio La autoestima es el punto esencial, esto trae la capacidad de su cultura, de responder a los retos que le plantea el medio ambiente.

Los inmigrantes voluntarios, por ejemplo los que salieron de su país con su lengua, ellos no hacen ningún esfuerzo para que sus hijos conserven su lengua porque ellos salieron espontáneamente en busca de algo nuevo y existe un proceso de identificación con el nuevo país, si no existe más contacto, ¿por qué mantenerse ligados a la cultura de Europa? Este no es el caso de los conquistadores.

Otro factor que nos dice lo que significa la lengua es el esfuerzo de las dictaduras por anular las lenguas autóctonas: Mussolini prohibió a los napolitanos hablar su lengua; Franco hizo lo mismo en España con los catalanes, los vascos. La fuerza de la lengua contribuye a mantener la identidad. El acceso a lo íntimo, a lo emocional se da a través de la lengua.

La colonización es un proceso político que implica romper la unidad cultural que da una lengua. El proyecto de la colonia es diferente del proyecto de los conquistadores. En los libros de los primeros años de la conquista la aritmética es la de los conquistados y después la Matemática es europea. Es muy importante leer *La patria del Criollo* de S. M. Peláez (Editora Universitaria de Costa Rica), pues nos ayuda a entender cómo se atacó la lengua y la Matemática durante la colonia.

Eduardo Sebastiani Existe diferencia entre "conquistar" y "colonizar". En la conquista hay un problema de dominación.

Hemos de vivir juntos, sin dominación; conocer las culturas de otros grupos y también dar a conocer nuestra cultura. Hay que trabajar con los niños de escuelas monolingües valorizando lo suyo, mostrando sus héroes. Las culturas indígenas de mi país son las verdaderas culturas brasileñas.

Leonel Morales En la obra *El Indio Me Jodió* se habla sobre el juicio de un indígena en su código moral...Tenemos que pelear por las otras lenguas. Es necesario tener una estructura de multiestado.

Alicia Avila No existe duda que es fundamental que los indígenas tengan un buen nivel de competencia en su lengua materna y que allí tendrán mayor competencia en la segunda lengua.

En lo que tengo dudas es en lo que se refiere al aprendizaje de Matemática: Hablo sobre la no incorporación de otros saberes en el caso de los adultos. Hasta ahora me pregunto, ¿por qué enseñar algoritmos pre-hispánicos que no tengan utilidad?; ¿hacer programas de educación de adultos que desarrollan sus estrategias y sistematizarles?; ¿no los seguiré haciendo "marginados"?; y para los créditos rurales, no van a saber ni leer los algortimos de los dominadores.

Martha Villvicencio En cuanto a la preocupación de Bayardo, un estudio evaluativo del Proyecto Experimental de Educación Bilingüe de Puno, realizado por un equipo multidisciplinario del Departamento de Investigaciones Educativas del Instituto Politécnico de México, nos muestra entre otros resultados que en el manejo del castellano los logros son relativamente mejores en las escuelas bilingües, particularmente en el caso de aquellos educandos con menor contacto extraescolar con el castellano.

La educación bilingüe de niños indígenas es ventajosa pues a través de ella no sólo logran el manejo oral y escrito de su propia lengua sino también del castellano, en el caso de los países hispanoamericanos.

En el Proyecto de Puno, la educación matemática se concibió y operativizó "a partir del contexto sociocultural" de las comunidades indígenas quechuas y aimaras. Previo estudio de los conocimientos y técnicas matemáticas del entorno del educando, la sistemización de éstos nutrió las situaciones de aprendizaje de Matemática a proponer al niño en la práctica educativa. Esto no implicó cerrar al educando sus posibilidades sino todo lo contrario, tomar en cuenta lo suyo permite reforzar su identidad, lograr que adquiera mayor seguridad en sí mismo y por lo tanto potenciarlo mejor para participar en su propio desarrollo y el de su comunidad. Este desarrollo supone su enriquecimiento a través de uan educación que además es intercultural.

Marcello Borba Un estudio sobre los indios navajo revela que ellos tienen otra concepción de espacio-tiempo. Es importante mantener los sistemas de pensamiento. Esa Matemática no es completamente traducida. Creo que no es un pasaje fácil.

Ubiratan D'Ambrosio Existe una ligazón entre aprendizaje y modo de pensar. En esta línea van los estudios recientes.

Marcello Borba: Elisa, ¿podría precisar lo relacionado con Educación para Todos?

Elisa Bonilla El proyecto de "modernidad" no es tan nuevo; es importante hacer la reseña histórica.

Existe diferencia entre "Enseñar Matemáticas *a* Todos" y "Enseñanza de la Matemática *para* Todos". La democracia viene aunada con educar a todos.

Las posturas de los últimos años son mucho más específicas; suponen que primero hay que definir lo que es cultura.

PANEL B
LA ENSEÑANZA EFICAZ DE LAS MATEMATICAS

Moderador:

Eduardo Luna
Barry University
Miami Shores, Florida, USA

Panelistas:

Sarah González de Lora
Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra
Santiago de los Caballeros, REPUBLICA DOMINICANA

Patricio Montero Lagos
Universidad de Santiago
CHILE

Eileen Poiani
Saint Peter's College
Jersey City, New Jersey, USA

El Panel funcionó de la siguiente manera:

i) El primer día cada uno de los panelistas tuvo 30 minutos para exponer sus ideas sobre la enseñanza eficaz de las matemáticas. Al final de esta sesión, los participantes formularon preguntas por escrito dirigidas a uno o más de los panelistas.

ii) En la segunda sesión los panelistas contestaron las preguntas que fueron formuladas por escrito.

LA ENSEÑANZA EFECTIVA DE LA MATEMATICA: UN PRIMER PASO EN REPUBLICA DOMINICANA[1]

Sarah González de Lora
Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra
Santiago de los Caballeros, REPUBLICA DOMINICANA

INTRODUCCION (Figura l)
Durante la década pasada, un grupo de investigadores dominicanos encabezado por el Dr. Eduardo Luna de la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra (PUCMM), Santiago, República Dominicana, y de profesores canadienses de la University of British Columbia (UBC), Vancouver, Canadá, y del Ontario Institute of Studies in Education (OISE), Toronto, Canadá, han realizado una serie de estudios cuyo objetivo es mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la República Dominicana. Los resultados de los primeros estudios indicaron que los niveles de aprendizaje de los estudiantes en matemática eran muy bajos aún cuando estos niveles se comparaban con los de otros países en desarrollo. Además, un programa sistemático de observaciones de clases sugirió algunas de las causas posibles de este bajo rendimiento. Para enfrentar esta situación se diseñó un programa de desarrollo curricular y de capacitación de maestros en servicio. Este programa se inició en el período septiembre de 1986 - diciembre de 1987. En este trabajo se presenta una descripción de ese programa y una discusión de los resultados del mismo.

ANTECEDENTES
Informaciones generales sobre la República Dominicana (Figura 2) La República Dominicana comparte la isla de Santo Domingo, localizada en el mar Caribe, con Haití. La extensión territorial de la República Dominicana es de 48,482 kilómetros cuadrados. Su población es de unos seis millones de habitantes, teniendo en consecuencia una de las mayores densidades poblacionales de América Latina (116 habitantes por kilómetro cuadrado). De acuerdo al censo de 1970 su crecimiento poblacional es de 3.6% por año, uno de los mayores en América Latina. Este crecimiento poblacional ha sido acompañado por un rápido crecimiento de la población urbana, lo que ha provocado un dramático cambio en la distribución urbano/rural de la población: 40% / 60% de acuerdo al censo de 1970. Aproximadamente el 63% de la población tiene menos de 25 años de edad de acuerdo con los datos del último censo nacional de 1981. Los principales productos de exportación son azúcar, oro, plata, hierro-niquel, bauxita, cacao y café. Sin embargo, el principal sostén de la economía ha sido la agricultura; en los últimos años los ingresos provenientes del turismo y las zonas francas industriales han hecho una contribución importante en la economía. La disminución en el mercado internacional de los precios de sus principales productos de exportación y al mismo tiempo el aumento de los precios de los productos importados han provocado un fuerte déficit en la balanza comercial del país. Según datos del Banco Mundial el ingreso anual per cápita fue de US$954 en el año 1989. En resumen, la República Dominicana es un país subdesarrollado con todos los problemas que caracterizan a estos países: altas tasas de nacimiento y mortalidad, población con nutrición deficiente, riqueza concentrada en una o dos grandes ciudades, bajo ingreso anual per cápita. Además de los problemas señalados, la República Dominicana tiene una deuda internacional de más de 3,200 millones de dólares que amenaza la salud de su economía nacional y el camino hacia el desarrollo.

La República Dominicana está inmersa dentro de la gran crisis que estremece a nuestra América Latina. Crisis económica que estimula crisis social y política. En este marco de "democracias propensas a la crisis" como las define la Dra. Rosario Espinal, se encuentra la educación en general y la educación matemática en particular. Para darles una idea del alcance de la crisis educativa dominicana, el 12 de febrero del presente año se inició una huelga nacional de maestros que plantea las siguientes demandas del gobierno: reajuste salarial, planes de viviendas, respeto a la ley 8-74, aplicación del escalafón magisterial, aumento de la cobertura del servicio médico. La huelga nacional de profesores finalizó el 5 de agosto, cuando la Asociación Dominicana de

---

[1] La investigación reportada en este trabajo ha sido financiada por la Canadian International Development Agency (CIDA), bajo un programa Cooperativo de Investigación entre The University of British Columbia (UBC) y la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra (PUCMM), con la colaboración de The Ontario Institute for Studies in Education (OISE). Las opiniones expresadas en este reporte no reflejan necesariamente la posición, política o apoyo de CIDA, UBC, OISE o PUCMM.

Figura 1 Modelo de Investigación y Desarrollo

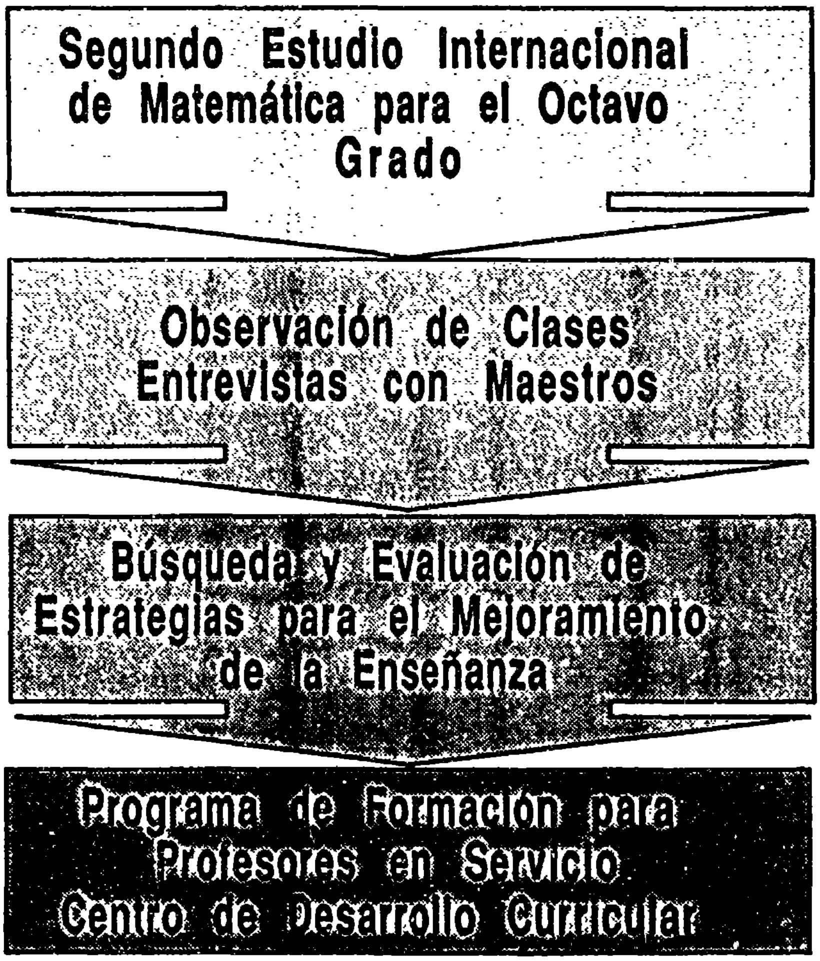
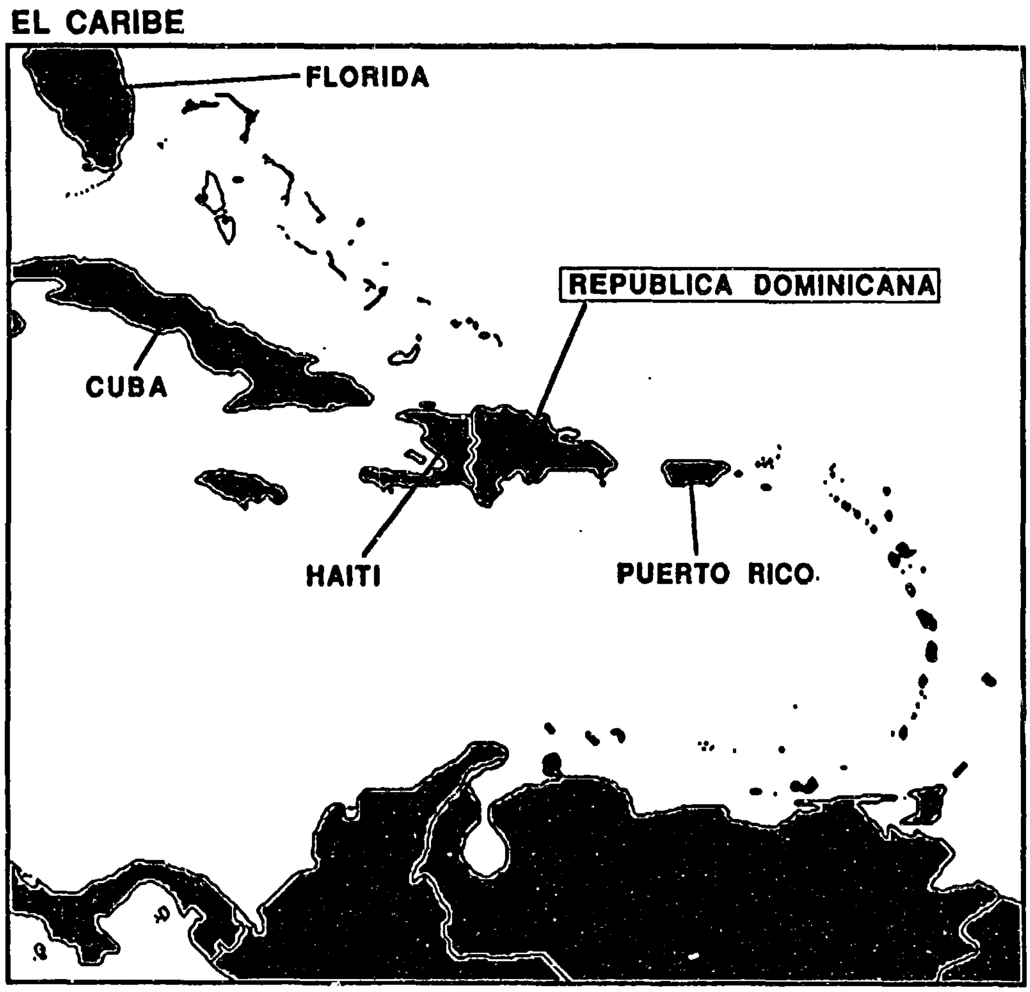


Figura 2 República Dominicana y El Caribe



Profesores (ADP) firmó un acuerdo con la Secretaría de Estado de Educación Bellas Artes y Cultos (SEEBAC). Se llegó a un arreglo de continuar el año escolar, que debió haber terminado en mayo 1991, hasta noviembre 30, 1991.

Estructura del sistema educativo de la República Dominicana (Figura 3) En la República Dominicana, la administración del sistema educativo es centralizada y está bajo la (dirección del Consejo Nacional de Educación y del Secretario de Educación. Los programas de estudio ' !os libros de texto son aprobados por el Consejo Nacional de Educación. La Secretaría de Educación Bellas Artes y Cultos (SEEBAC) supervisa y evalúa todas las escuelas. La SEEBAC posee nueve oficinas regionales, unas 76 oficinas distritales y unos 403 centros llamados núcleos escolares a través de los cuales dirige y administra los servicios educativos en diferentes zonas geográficas del país. Los núcleos escolares constituyen las unidades básicas del sistema educativo en las zonas rurales. Cada núcleo escolar está formado por una escuela central que ofrece los primeros ocho grados del sistema escolar, y algunas otras escuelas que ofrecen algunos o todos los cursos del nivel primario. Existen tres tipos de escuelas en el sistema educativo dominicano: escuelas públicas, financiadas totalmente por el gobiemo dominicano; escuelas semi-oficiales, financiadas parcialmente por el gobierno dominicano; y escuelas privadas, que no reciben ayuda económica del gobiemo dominicano.

De hecho, dos tipos de programas de estudios de matemática están vigentes en las escuelas intermedias y secundarias de la República Dominicana: el Programa Tradicional y el Programa de la Reforma. La Matemática enseñada en el Programa Tradicional corresponde a la matemática que se enseñaba en los Estados Unidos en los años 1950-1960 a la cual se le agregaron temas sobre conjuntos y estadística al comienzo de la década 1970-1979 como una foma de actualizar los programas vigentes desde 1950. El contenido del Programa de la Reforma sigue los lineamientos del programa de estudios desarrollado por el Second Mathematics Study Group (SMSG). Aproximadamente el 15% de los estudiantes inscritos en los niveles intermedio y secundario reciben clases en escuelas donde se enseñan los contenidos especificados en el Programa de la Reforma.

La deserción escolar en la República Dominicana (Figura 4) Como sucede en muchos países subdesarrollados el nivel de retención del sistema escolar dominicano es bajo. Shiefelbein (1976) señala que: "Por cada 1000 estudiantes que ingresan al primer grado 160 emergen del nivel primario 6 años más tarde. De los 160 que emergen, 120 ingresan a la intermedia y de 30 emergen del nivel secundario."

Aún cuando el informe de Schiefelbein fue escrito hace más de diez años, la realidad descrita todavía sigue vigente en República Dominicana, ya que una buena proporción de niños dominicanos aún no recibe instrucción escolar básica.

Modelo de investigación y desarrollo (Figuras 5 y 6) Desde 1978 hemos llevado a cabo trabajos de investigación y desarrollo en la República Dominicana acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. El objetivo de estos trabajos ha sido la obtención de datos empíricos confiables que fundamentaran posibles acciones para mejorar la calidad de la educación matemática en nuestro país. Los cambios necesarios para mejorar la calidad del producto de un sistema educativo no pueden hacerse de manera aleatoria, fortuita o casual, sino que deben basarse en datos confiables y tomar en cuenta el contexto social y económico en el que el sistema está inmerso.

Durante el año escolar 1982-83 llevamos a cabo una réplica del Segundo Estudio Internacional de Matemática (SEIM) (Figura 5) para el octavo grado de la escuela primaria utilizando una muestra aleatoria estratificada de escuelas. Este trabajo fue llevado a cabo por tres profesores de la PUCMM contando con el apoyo técnico brindado por personal del Ontario Institute for Studies in Education (OISE), Toronto, y de la University of Illinois. Esta fue la primera evaluación de esta naturaleza realizada en República Dominicana y fue una réplica completa de la versión longitudinal del SEIM. Este trabajo se llamó "Estudio sobre la Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática en la República Dominicana" (EAMRD). Con una muestra aleatoria estratificada de 5342 estudiantes en 160 aulas de 116 escuelas. Una presentación completa del estudio y los resultados del mismo se presentan en Luna, González y Wolfe (1990). (Figura 6)

Resultados del Estudio: La Enseñanza y el Aprendizaje de la Matematica en la República Dominicana (Figuras 7 y 8) Los porcentajes en la tabla siguiente fueron calculados tomando como base 93 items utilizados en el EAMRD y en los 20 países que participaron en el SEIM.

Figura 3 Estructura del Sistema Educativo Dominicano

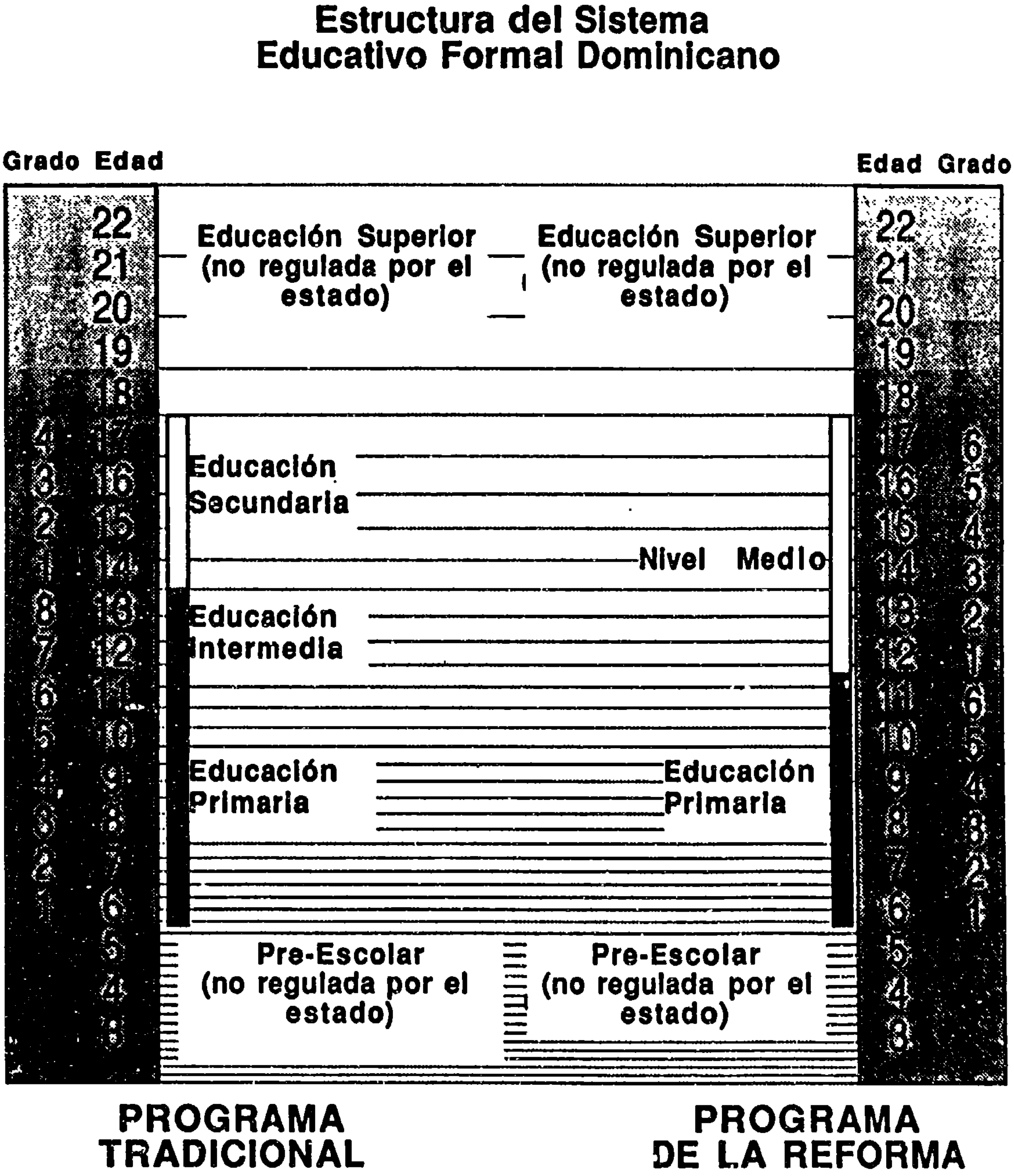
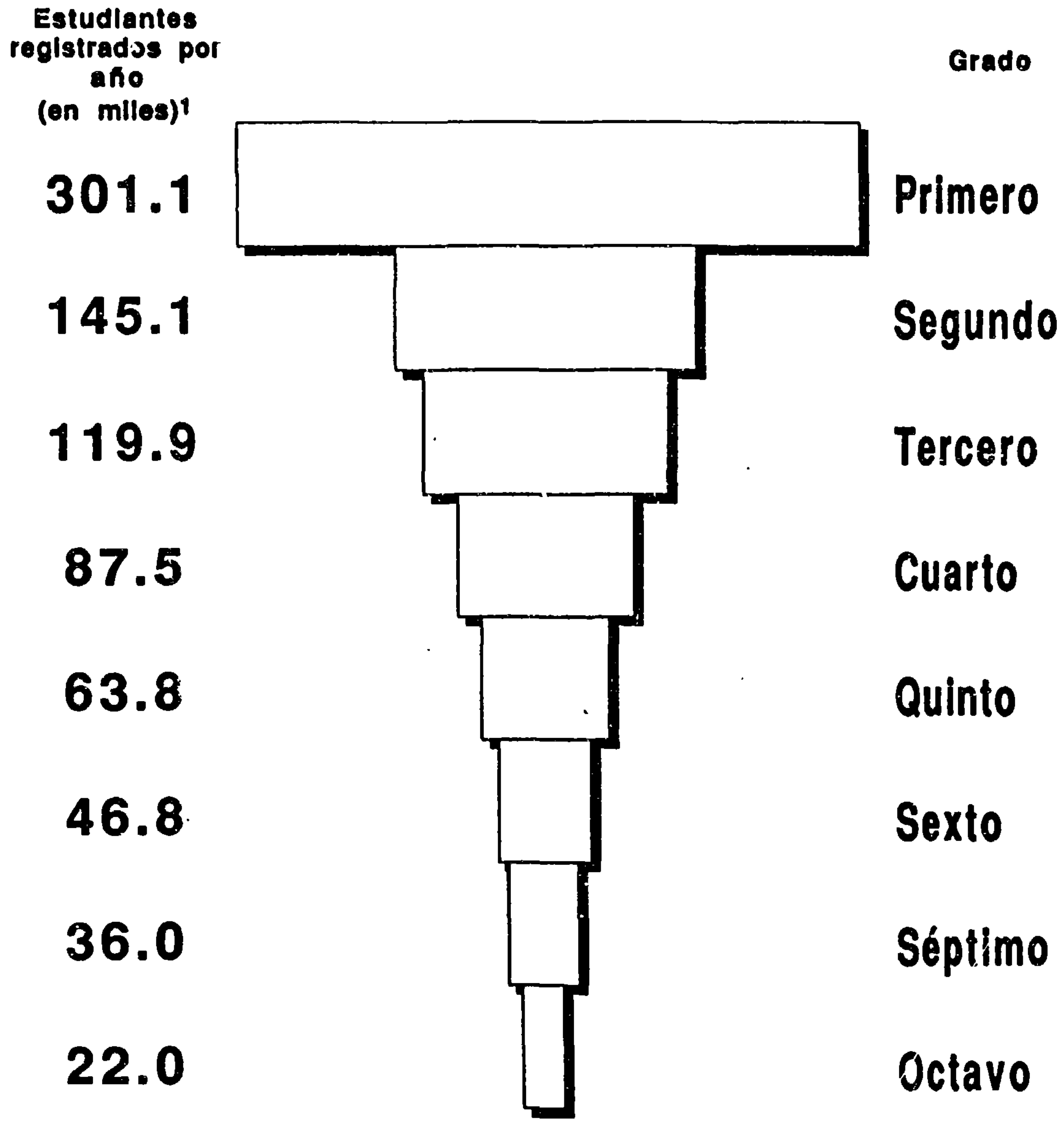


Figura 4

Embudo de la Educación

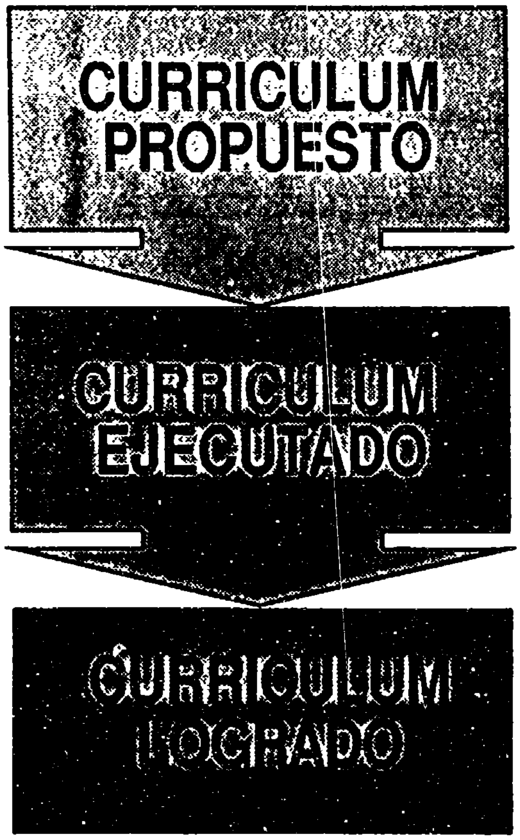


---

1 Los datos utilizados para hacer este diagrama fueron tomados de: Schiefelbein, E., Los Recursos Humanos y El Empleo en la República Dominicana, Editorial Educativa Dominicana, Santo Domingo, 1976, Vol. I.

Figura 5 Marco de Referencia del Segundo Estudio Internacional de Matemática

Area de Investigación	Ejemplo de Metodología de Investigación



Equipo de investigación determina si el contenido de los items es apropiado de acuerdo a los programas de estudio y los libros de texto.

Profesores indican la oportunidad de aprendizaje (ODA) que han tenido sus estudiantes para contestar correctamente los items.

Los estudiantes responden a los items organizados en pruebas. Las pruebas se administran al principio y al final del año escolar.

Figura 6

Estructura y Tamaño de la Muestra

Número de Estrato	Número de Escuelas	Número de Aulas	Número de Estudiantes
31	116	160	5342

Distribución de las Escuelas en la Muestra

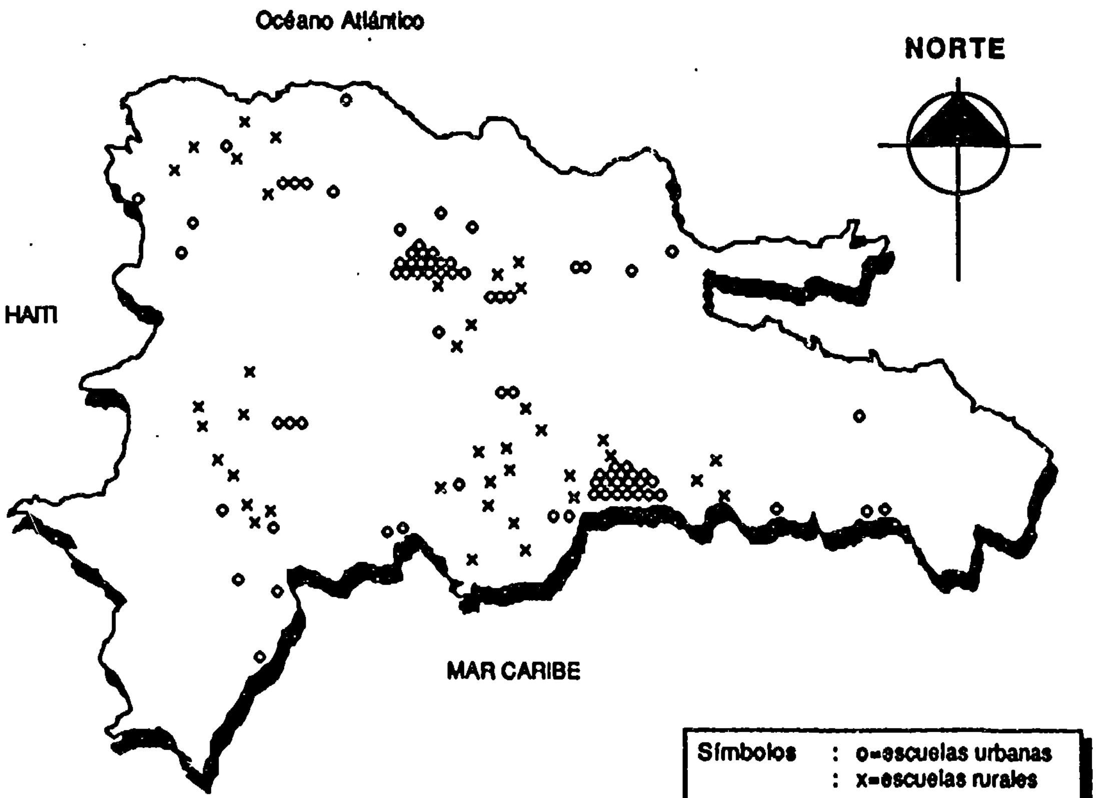


Figura 7

Rendimiento en Post-test: Escuelas Públicas, Escuelas Privadas Tipo F y O

	Públicas	Tipo F	Tipo O	Promedio Internacional
Aritmética	23	39	27	53
Algebra	21	28	21	47
Geometría	24	40	26	53
Estadística	20	38	27	54
Mediciones	20	32	22	53

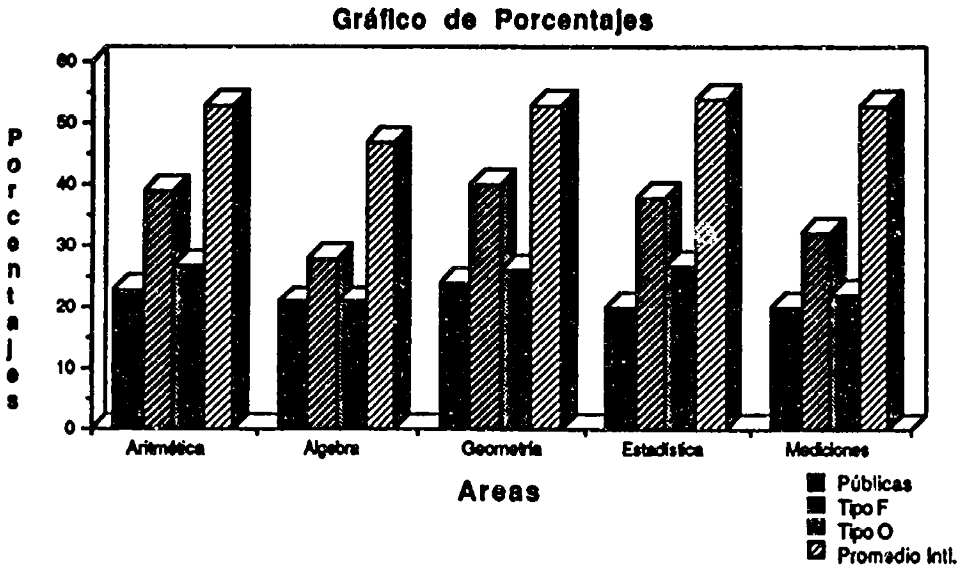
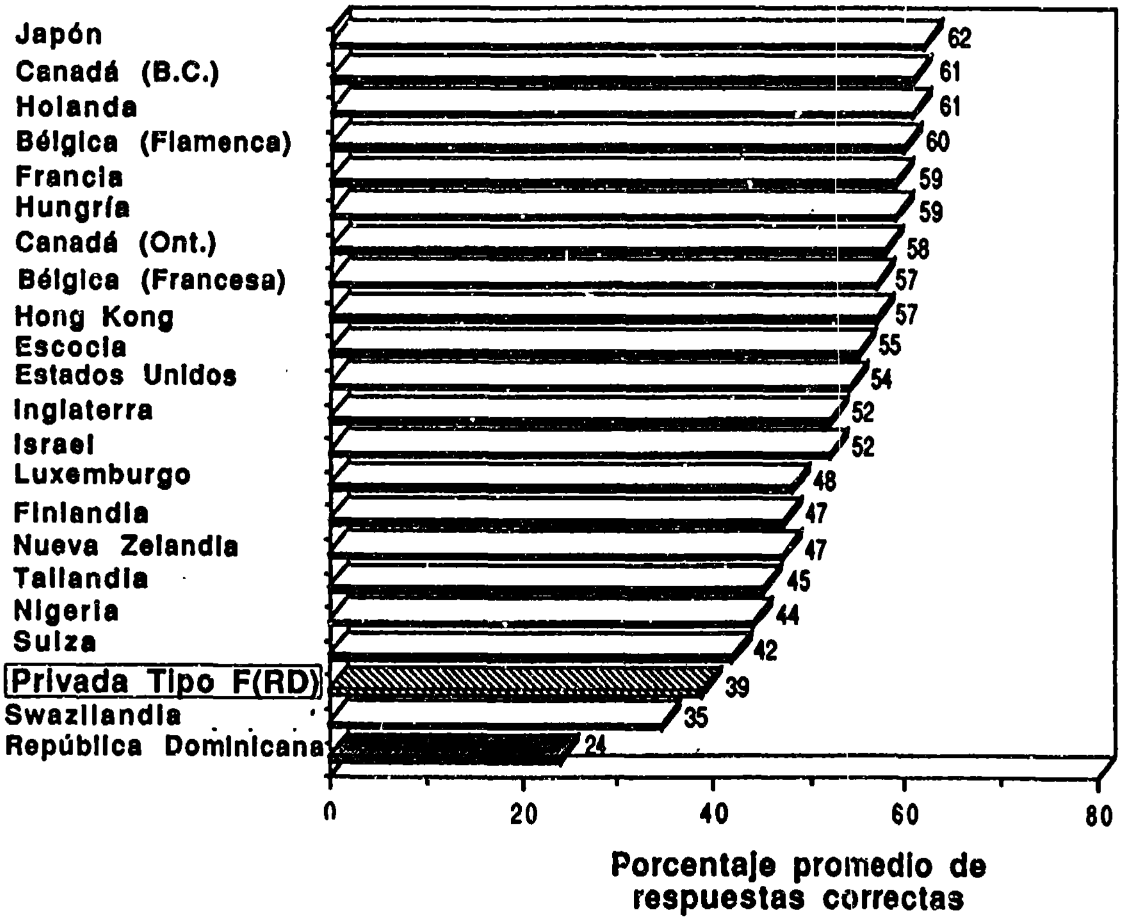


Figura 8

Rendimientos en Artimética de Octavo Curso en 21 Países



Como se observa en la tabla 1, los rendimientos en el post-test fueron muy bajos en todas las áreas de matemática evaluadas y en casi todos los sectores del sistema escolar. Solamente en un pequeño número de escuelas privadas los rendimientos fueron semejantes a los obtenidos en países desarrollados.

Tabla 1
Rendimientos en el post-test por tema en cada tipo de escuela
y total para la República Dominicana con una comparación internacional

	TIPO DE ESCUELA			Total	Internacional (SEIM)
	Pública	Tipo F	Tipo O	Nacional	20 países
Aritmética	23	39	27	24	53
Algebra	21	28	21	21	47
Geometría	24	40	26	25	53
Estadística	20	38	27	22	54
Mediciones	20	32	22	21	53

La figura 7 muestra los rendimientos en aritmética en el post-test en veintiún países. El rendimiento de la República Dominicana fue el más bajo de todos los países en el grupo considerado. Aún el rendimiento promedio de las escuelas privadas del tipo F se encuentra dentro del grupo de rendimientos más bajos.

Características de los profesores Muy pocos maestros poseen el grado académico requerido para enseñar matemática en el octavo grado (Un certificado de Estudios Superiores en Educación que comprende dos años de estudios universitarios). La carga académica de los profesores es fuerte (alrededor de 34 períodos semanales de 45 minutos cada uno), y enseñan matemática u otras asignaturas en el octavo grado y/o en otros grados. Los maestros utilizan principalmente el libro de texto para preparar sus clases y usan muy poco otras fuentes para dicho fin. En el sector público, menos de la mitad de los profesores asignaban tareas a sus estudiantes en forma regular. (Tabla 2)

Tabla 2
Algunas características de los profesores

	TIPO DE ESCUELA		
	Públicas	Tipo F	Tipo O
Sexo(%)Masculino	56	48	63
Femenino	44	52	37
Edad (años)	33	39	29
Años de experiencia docente	11	14	8
Años enseñando matemática de octavo grado	6	10	8
Maestros con la preparación académica requerida por la SEEBAC (%)	21	52	33
Carga académica:			
Períodos de clase por semana	34	35	34
Períodos de matemática por semana	20	27	19
Maestros que dependen principalmente del libro de texto para preparar sus clases (%)	89	73	80
Maestros que regularmente asignan tareas (%)	42	80	63

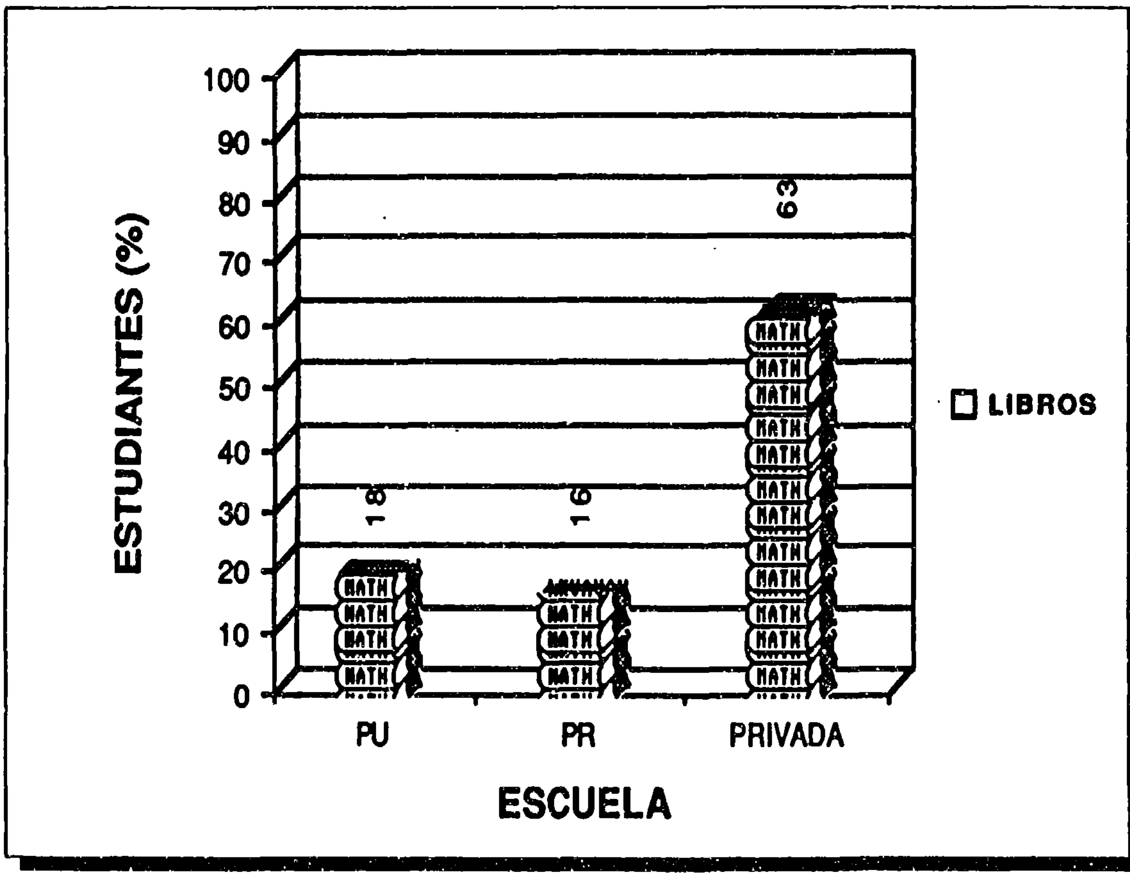
Estudiantes con libro de texto La Figura 9 muestra el porcentaje de estudiantes por tipo de escuela que poseía un libro de texto de matemática. En las escuelas públicas un porcentaje muy bajo de estudiantes poseía un libro de texto de matemática. Los estudiantes en las escuelas públicas no pueden comprar un libro de texto para cada asignatura. En algunas escuelas privadas los profesores no exigían a sus estudiantes la compra de un libro de texto de los que existían en el mercado local, ya que opinaban que los mismos eran de muy baja calidad.

BUSQUEDA DE SOLUCIONES

Los resultados de este estudio nos preocuparon fuertemente y pedimos la colaboración de un equipo de educadores matemáticos de la University of British Columbia (UBC) de Canadá para identificar las causas posibles del bajo rendimiento y para plantear acciones que remediaran esta situación. Se realizó entonces una revisión de la literatura más reciente relacionada con el mejoramiento del rendimiento en matemática.

Figura 9

Estudiantes de 8º grado que poseen libro de texto



Revisión de Literatura Al inicio de la década de los años 70, había muy poca información útil o confiable para describir la relación entre "procesos de clase" (por ejemplo: comportamiento o conducta del profesor) y "productos de la clase" (por ejemplo: rendimiento de los estudiantes). Los datos que existían acerca de los efectos de los procesos de clase sobre el rendimiento de los estudiantes eran débiles y contradictorios. (Good & Grouws, 1983). Después de una década de investigaciones extensas sobre los procesos de clase, ahora existen informaciones un poco más claras acerca de esta relación.

De igual manera, la literatura acerca de la enseñanza de las habilidades básicas en lengua y matemática en las escuelas elementales ha pasado de un estado de confusión a un punto en el que los estudios experimentales pueden diseñarse sobre una base de datos. Varios estudios de correlación, realizados en gran escala produjeron datos que ilustraron que era posible identificar algunos profesores quienes consistentemente obtenían un rendimiento mayor de sus estudiantes. (Por ejemplo, Brophy y Everstson, 1974; Good y Grouws, 1975). Aún más, esas investigaciones mostraron que era posible identificar algunos patrones de enseñanza que diferenciaban esos profesores de profesores que no eran exitosos, de acuerdo a una definición operacional de "efectividad". (Berliner y Tikunoff, 1976; Brophy y Evertson, 1976; Rosenshine, 1979). Finalmente, ciertos patrones de conductas para la enseñanza efectiva sugeridos por los estudios de correlación han sido confirmados por estudios experimentales (Anderson, Evertson, and Brophy, 1979; Good & Grouws, 1979; Stallings, 1980).

Gage (1960) indicó que hasta ese momento se habían realizado más de 10,000 estudios acerca del tema de efectividad del profesor y señaló que la literatura era enorme en términos del número de estudios y de las inconsistencias entre los resultados. El comité sobre la "Efectividad del profesor" de la American Educational Research Association (1953), Dunkin y Biddle (1974) también indicaron que había muy poca información confiable acerca de la relación entre el comportamiento del profesor y el rendimiento del estudiante. Los criterios para definir "eficacia" hasta ese momento eran vagos e inespecíficos. Para comparar profesores en términos de sus efectos sobre el rendimiento de los estudiantes en matemática es necesario desarrollar una definición operacional de "eficacia o efectividad". Por ejemplo, Good y Crouws definieron "efectividad del profesor" como "rendimiento de los estudiantes en una prueba de rendimiento estandarizada". "We mean that effecctive teachers are getting higher mean student standardized achievement gains than other teachers who teach comparable students under similar circumstances." p. (6)

Además señalan que:

> ...high residual mean scores appeared to be strongly associated with the following teacher behaviors: (1) large-group instruction, (2) generally clear instruction and availability of information to students as needed (process feedback, in particular). (3) a nonevaluative and relaxed learning environment which was task focused; (4) higher achievement expectations (more homework, faster pace); and (5) classrooms which were relatively free of major behavioral disorders. Teachers who obtained high student achievement test scores were active teachers. They gave a meaningful and clear presentation of what was to be learned, provided developmental feedback when it was needed, structured a common seatwork assignment, and responded to individual students needs for help". (p. 8).

Observaciones de clases (Figura 10) Con el fin de estudiar más a fondo los problemas detectados por el EAMRD, se inició en Santiago y zonas circundantes un programa de observación de clases, filmaciones de lecciones, y de entrevistas con profesores y directores de escuelas. Se seleccionó una muestra intencional formada por doce escuelas. Durante un período de dos semanas se observaron cada día las clases de matemática de las doce escuelas escogidas. El propósito de estas observaciones y las subsiguientes entrevistas con los profesores de dichas clases fue el de obtener una descripción más completa de la enseñanza de la matemática en el octavo grado en la República Dominicana, completando y ampliando las informaciones recolectadas en el EAMRD por medio de los Cuestionarios sobre Procedimientos de Clase y de Oportunidad de Aprendizaje. El objetivo era tipificar el proceso enseñanza-aprendizaje, las circunstancias dentro de las cuales el mismo tiene lugar y la variabilidad de los procedimientos empleados en la enseñanza de la matemática. Se acordó utilizar varias escalas inferenciales, altas y bajas, que servirían de lentes en la recolección de datos acerca de los procedimientos de clase utilizados y en la caracterización de los mismos.

Los trabajos de Evertson, Emmer and Brophy (1978), Good, Grouws y Ebmeier (1983) jugaron un papel importante en la selección del tipo de observaciones realizadas, las variables observadas, y los métodos de recolección empleados. El trabajo de Hines, Cruickshank y Kennedy (1985) fue también muy útil para definir aspectos específicos de las lecciones relacionados con la "claridad del contenido" de la misma.

Figura 10 Datos Obtenidos mediante Observaciones en las Clases

Datos de Inferencia Baja

SEGMENTOS IDENTIFICABLES DE LA LECCION

- *Corrección de tareas.*
- *Repaso.*
- *Avisos sobre procedimientos administrativos y organizativos.*
- *Desarrollo de la lección.*
- *Transición de la explicación del tema a la realización de ejercicios.*
- *Realización de ejercicios.*
- *Asignación de tareas.*

INTERACCIONES MAESTROS-ESTUDIANTES

- *Número de preguntas propuestas por los maestros (producto, proceso), acompañadas de las respuestas de los estudiantes, ya sean correctas, incorrectas, no respuestas respuestas "no sé".*
- *Número de preguntas propuestas por los estudiantes, clasificadas por la naturaleza de la respuesta del maestro, ya sea de producto o proceso.*
- *Número de las interacciones relacionadas con la administración de la clase.*
- *Interacciones privadas maestro-estudiante: breves (menos de un minuto), o largas.*

Datos de Inferencia Alta

CLARIDAD DE LA INSTRUCCION.

- *Enfasis de aspectos importantes del contenido.*
- *Utilización de ejemplos explicativos.*
- *Evaluación y respuestas para percibir las deficiencias de comprensión de los estudiantes.*

ENTUSIASMO DEL MAESTRO.

ACTITUD DEL MAESTRO EN LA CLASE: ACTITUD DE NEGOCIO ORIENTADA A LA REALIZACION DE TAREAS.

PRESENTACION DEL CONTENIDO DE LA LECCION LIBRE DE ERRORES Y DE MANERA PRECISA.

OPINION DE LOS MAESTROS DE LA IMPORTANCIA DEL REPASO Y EL TIEMPO DE INSTRUCCION DEDICADO AL MISMO. (ENTREVISTA AL MAESTRO).

Un resumen de las escalas inferenciales utilizadas se presenta a continuación:

Datos de inferencia baja:

a) Segmentos identificables de la lección.
- Corrección de tareas.
- Repaso.
- Avisos sobre procedimientos administrativos y organizativos.
- Desarrollo de la lección.
- Transición de la explicación del tema a la realización de ejercicios.
- Realización de ejercicios de matemática.
- Asignación de tareas.

b) Interacciones maestros-estudiantes.
- Número de preguntas hechas por el maestro clasif adas en preguntas de producto o de proceso. Respuestas de los estudiantes a dichas preguntas clasificadas en correctas, incorrectas, no respuestas o en respuestas "no sé".
- Número de preguntas hechas por los estudiantes, clasificadas por la naturaleza de la respuesta del maestro, ya sea de producto o proceso.
- Número de interacciones relacionadas con la administración de la clase.
- Interacciones privadas maestro-estudiante: breves (menos de un minuto), o largas.

Datos de inferencia alta:

a) Claridad de la instrucción.
- Enfasis en aspectos importantes del contenido.
- Utilización de ejemplos explicativos.
- Evaluación para percibir las deficiencias de comprensión de los estudiantes y respuestas del maestro a las deficiencias detectadas.

b) Entusiasmo del maestro.

c) Actitud del maestro en la clase: actitud de negocio orientada a la realización de tareas.

d) Presentación del contenido de la lección: libre de errores de concepto y de manera precisa.

e) Opinión del maestro sobre la importancia del repaso y el tiempo que dedicaba al mismo.
(Esta información se obtuvo en una entrevista que se sostuvo con cada maestro).

Resultados básicos de las observaciones de clases (Figura 11) En la República Dominicana, los estudiantes asisten a la escuela en una de tres sesiones: matutina, vespertina o nocturna. Aunque los estudiantes sólo van a la escuela en una de estas sesiones, los profesores pueden trabajar en una, dos o tres de estas sesiones para la misma o diferentes administraciones escolares. Durante este período de observación de clases se constató que la carga docente promedio de los profesores era de 48 períodos semanales de 45 minutos, teniendo bajo su responsabilidad en promedio 433 estudiantes. El material de enseñanza usado por los profesores se limitaba al libro de texto.

El único medio con que contaba la gran mayoría de los estudiantes para el aprendizaje de la matemática era un cuaderno en el cual ellos copiaban apuntes de clase y ejercicios que el profesor dictaba o copiaba en la pizarra. Esta forma de enseñanza limitaba grandemente el tiempo de clase que podía dedicarse a otras actividades de aprendizaje. En consecuencia, durante el tiempo de clase solamente se podían resolver algunos problemas; no había tiempo alguno dedicado a "práctica guiada" o a "la resolución de ejercicios de manera individual" por los estudiantes. La dependencia de notas de clase provocaba que el estudiante dependiera de la precisión de los apuntes presentados por el profesor originalmente y de su habilidad para copiar los mismos correctamente. En ninguna de las clases se observó que los apuntes de los estudiantes fueran revisados de manera alguna por los profesores. Como los ejercicios de tarea también tenían que ser copiados, su número era generalmente pequeño y se limitaban a preguntas de cómputos directos, ya que este tipo de ejercicio requiere muy poca elaboración

Figura 11

Resultados Básicos de las Observaciones en Clase

- Los maestros tienen 12 años de experiencia, con 7 años enseñando matemática en octavo curso.
- Carga académica de 48 horas de clases a la semana.
- Los maestros tienen un promedio de 433 estudiantes bajo su tutela.
- Los materiales de aprendizaje para los estudiantes están limitados a cuadernos, y los materiales de enseñanza para los maestros a libros de texto.
- Medio de aprendizaje: copia en la clase de notas sobre el contenido y ejercicios de tarea en los cuadernos.
- Los maestros no consideran el repaso como elemento básico del proceso de aprendizaje.
- Los observadores estimaron como promedio:
    - *Precisión y correción del contenido.*
    - *Uso de ejemplos específicos para ampliar diferentes aspectos del contenido.*
    - *Actitud del maestro en clase, orientada a los negocios.*
    - *Entusiasmo y dinamismo de los maestros.*

escrita. La carga académica excesiva de los profesores explica, posiblemente, la falta de atención individual o de revisión de trabajos o apuntes durante el tiempo de clases.

Las escalas de inferencias altas revelaron la existencia de áreas débiles en el proceso de enseñanza. Los observadores le asignaron la calificación "media" en una escala de tres: baja, media, alta, a dos facetas del contenido de las lecciones. Estas facetas fueron: precisión y corrección del contenido, y el uso de ejemplos específicos para ampliar y aclarar algunos aspectos del contenido. Otros dos aspectos del estilo de enseñanza también recibieron la calificación "media": actitud de negocio/orientación hacia tareas específicas, y el entusiasmo del profesor.

Finalmente, los profesores indicaron a través de entrevistas personales que no consideraban el repaso como un elemento básico del proceso.

PROGRAMA DE DESARROLLO CURRICULAR Y DE ENTRENAMIENTO DE PROFESORES EN SERVICIO

Selección de un modelo de enseñanza (Figura 12) Cuando en los países en desarrollo se propone el mejoramiento de las condiciones existentes en un área determinada, a través de la cooperación internacional, es muy importante que en este tipo de países se establezca la infraestructura necesaria y se desarrollen los recursos humanos que puedan mantener, utilizar y difundir los conocimientos y técnicas nuevas adquiridas mediante el programa de cooperación. Muchas experiencias pasadas han demostrado que un mejoramiento perdurable de las condiciones sólo puede obtenerse si se toman estas precauciones. Grandes inversiones de dinero y la contratación de expertos extranjeros que solo permanecen en el país períodos muy cortos de tiempo, sólo producen efectos efímeros. De igual manera, no tiene sentido tratar de incorporar innovaciones muy costosas que el país no pueda soportar una vez que el financiamiento internacional se haya agotado.

Estas consideraciones junto con las informaciones obtenidas de las observaciones de clases y las visitas a las escuelas nos llevó a decidir atacar el problema en dos frentes. En primer lugar, era evidente que muchos profesores dominicanos necesitaban ayuda para reforzar sus conocimientos de matemática, para mejorar sus métodos de enseñanza, y también era conveniente presentarles técnicas y estrategias que en investigaciones realizadas en otros países se asocian con un incremento del rendimiento de los estudiantes. En segundo lugar, era necesario crear un centro para el desarrollo de materiales para el aprendizaje de la matemática que fueran de alta calidad en cuanto al desarrollo del contenido, y de bajo costo para que fueran accesibles a los estudiantes que provienen de familias de escasos ingresos.

La revisión de la literatura contemporánea acerca de la efectividad de la enseñanza nos llevó a decidir la adopción del modelo de enseñanza propuesto por Good, Grouws y Ebmeier(1983) en su libro *Active Mathematics Teaching* y que se utilizó en el Missouri Mathematics Project. Las investigaciones que condujeron al desarrollo de ese modelo fueron realizadas en más de 100 aulas. Los investigadores identificaron un grupo de estrategias de enseñanza que se asociaron de manera consistente con altos niveles de rendimiento de los estudiantes. La metodología de enseñanza que ellos recomiendan de acuerdo con los resultados de sus investigaciones se basan en los siguientes principios:

- La actividad instruccional se inicia y se repasa enfatizando "el significado y comprensión de los conceptos".
- Se prepara a los estudiantes para cada etapa sucesiva de la lección con el fin de incrementar la participación de los mismos y minimizar los errores.
- La práctica de los estudiantes debe ser distribuida y exitosa.
- La enseñanza debe ser activa.

Producción y estructura de las lecciones (Figuras 13 y 14) Las observaciones de clases que realizamos nos mostraron que los maestros no utilizaban su tiempo de clases de manera eficiente. El modelo de Good, Grouws y Ebmeier sugiere una manera eficiente para distribuir el tiempo de clases. Esta distribución fue utilizada para estructurar las lecciones. En la Figura 13 aparece el Resumen de Conductas claves para la instrucción sugeridas por estos autores. Para el aspecto de desarrollo curricular del proyecto se utilizó un sistema de autoedición que incluía originalmente un microcomputador Macintosh Plus equipado con un disco duro de 20 MB, una impresora Apple Laserwriter, y varios softwares para autoedición.

Figura 12

Principios del Modelo Good y Grouws

- La actividad de la enseñanza se inicia y se desarrolla dentro del contexto del significado y la comprensión de los conceptos.

- Los estudiantes se preparan para cada etapa sucesiva de la lección de manera que se incremente la participación de los estudiantes y se minimicen los errores.

- El programa contempla la práctica distribuida y exitosa.

- Se exige la enseñanza activa.

Figura 13 Resumen de Conductas Claves para la Instrucción.

Repaso Diario (los primeros ocho minutos excepto los lunes)

1. Repase los conceptos y habilidades relacionados con la tarea.
2. Recoja las tareas hechas por los estudiantes. Trabaje con las mismas.
3. Haga varios ejercicios de cálculos mentales.

Desarrollo (20 minutos)

1. Brevemente concéntrese en las habilidades y conceptos quo sean prerrequisitos de la clase.
2. Concéntrese en el contenido y en favorecer la comprensión del estudiante mendiante explicaciones claras, demostraciones, explicaciones de procesos, ilustraciones, etc.
3. Evalúe la comprensión del estudiante:
   a. Utilizando preguntas de proceso y producto (interacción activa).
   b. Utilizando la práctica guiada.
4. Repita y elabore el significado de la lección cuantas veces sea necesario.

Ejercicios (aproximadamente 15 minutos)

1. Proporcione práctica exitosa e ininterrumpida.
2. Momentum -- mantenga la bola rodando -- haga que cada estudiante participe y mantenga la participación.
3. Advertencia -- Advierta a sus estudiantes que sus trabajos serán revisados al final de la clase.
4. Corrección -- Revise que los estudiantes hayan cumplido con su trabajo.

Asignación de Tarea

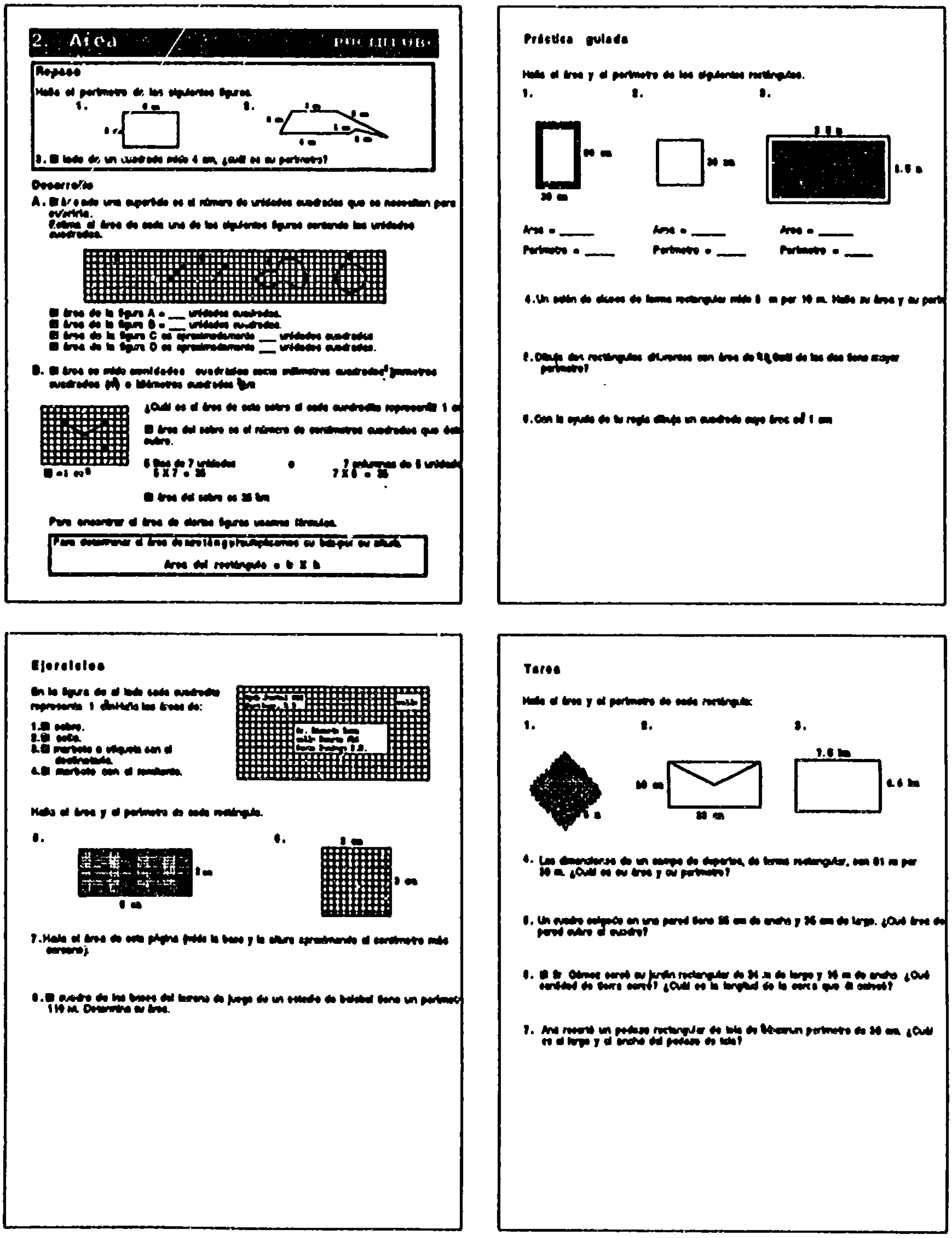
1. Asignación de tarea de manera regular al final de cada clase de Matemática excepto los viernes.
2. Debe diseñarse la tarea de manera que el estudiante dedique alrededor de 15 minutos de trabajo en la casa.
3. Debe incluir uno o dos problemas de repaso.

Repasos Especiales

1. Repaso/mensual/mantenimiento
   a. Hágalo durante los primeros 20 minutos cada lunes.
   b. Concéntrelo en las destrezas y conceptos estudiados en la semana anterior.

2. Repaso/mensual/mantenimiento
   a. Efectúelo cada cuatro lunes.
   b. Concéntrelo en las destrezas y conceptos estudiados después del último repaso mensual.

Figura 14 Estructura de las lecciones.



Estos equipos fueron adquiridos utilizando fondos aportados por el International Development and Research Centre (IDRC), agencia canadiense con sede en Ottawa. Estos equipos proporcionaron al proyecto una serie de instrumentos de precio moderado y de fácil manejo cuyo mantenimiento podría hacerse localmente. Utilizando estos equipos se crearon materiales de enseñanza que podrían ser reproducidos en grandes cantidades a un costo muy bajo.

Dos unidades de los contenidos programáticos del octavo grado fueron seleccionadas para probar el modelo: enteros y mediciones. Ambos temas son considerados como importantes en el currículum para este nivel, y los rendimientos de los estudiantes dominicanos en los items sobre estos temas utilizados en el estudio internacional fueron muy bajos (Luna, González, Wolfe 1990). Una versión preliminar de la unidad sobre enteros fue preparada en el centro dominicano del proyecto y probada en varias clases. Una versión preliminar de la unidad de mediciones fue desarrollada en la University of British Columbia y probada en varias clases canadienses. La versión final de ambas unidades fue preparada en la PUCMM.

Ambas unidades estaban compuestas por trece lecciones, cada una de las cuales se imprimió en cuatro páginas de 8.5 x 11 pulgadas. Los materiales fueron preparados de tal manera que los estudiantes pudieran escribir sus respuestas directamente en dichas páginas, si ellos y sus maestros así lo deseaban.

La primera parte de la lección: **Repaso,** mostrada en la Figura 14 es un breve repaso del tema de la lección anterior o de un prerrequisito, o un conjunto de ejercicios de computación. La siguiente sección, **Desarrollo,** contiene el desarrollo del contenido de la lección y en la misma se introducen y discuten nuevos conceptos y técnicas. La tercera sección, **Práctica Guiada,** es un conjunto de ejercicios y/o problemas que permite hacer una transición entre la explicación de los conceptos y la aplicación de los mismos en la resolución de ejercicios y problemas, bajo la supervisión y asistencia del profesor. La tercera sección: **Ejercicios,** contiene una serie de ejercicios que deben ser resueltos de manera individual e independiente por los estudiantes durante la lección. La última sección, **Tarea,** contiene los ejercicios que los estudiantes resolverán en sus casas.

Además, se diseñó para cada lección una página de Notas para el Profesor. En estas notas se incluye el objetivo de la lección, los materiales que se sugieren para explicar los conceptos, una indicación del tiempo sugerido para cada actividad, vocabulario nuevo o que debe reforzarse en la lección, sugerencias metodológicas para ampliar los conceptos, y también se destacan aspectos importantes de algunos ejercicios que merezcan atención especial en la lección. De igual manera, se editó una página para cada lección conteniendo las respuestas a todos los ejercicios.

Programa de capacitación de profesores en servicio (Figura 15) Cuarenta y ocho profesores de matemática de octavo grado que laboraban en cuarenta y ocho escuelas de la ciudad de Santiago y zonas aledañas fueron invitados a participar en un programa de capacitación para profesores en servicio en el verano de 1987, y a utilizar las dos unidades durante el año académico 1987-88. Los maestros no fueron seleccionados al azar, sino de manera intencionada garantizando la representación de los cinco diferentes tipos de escuelas considerados en el EAMRD. Es decir, que la muestra incluía escuelas públicas y privadas de la zona urbana y escuelas rurales. Los maestros fueron agrupados en veinticuatro pares. Se trató que cada par fuera homogéneo en términos de las siguientes variables: sexo, preparación académica, tipo de escuela en que laboraba el profesor. Un maestro de cada par fue seleccionado aleatoriamente asignándole participar en un entrenamiento de tres semanas de duración, que de ahora en adelante llamaremos "entrenamiento largo", mientras que el restante miembro del par participaría en un programa de entrenamiento de sólo tres días, y que llamaremos entrenamiento corto.

Previo a la realización de los entrenamientos se filmó en video una clase de cada profesor, en la que los mismos enseñaron con el estilo que utilizaban normalmente. Los programas de entrenamiento se llevaron a cabo en la PUCMM, siendo dirigidos por los investigadores dominicanos con la asistencia de dos profesores de la University of British Columbia, Canadá.

En el entrenamiento largo los maestros fueron introducidos al modelo de enseñanza activa propuesto por Good, Grouws y Ebmeier, observaron una clase modelo de una lección diseñada de acuerdo con los lineamientos del método, y se observaron mutuamente enseñando las demás lecciones de la unidad de enteros y mediciones. Los profesores manifestaron que las notas de cada lección les habían resultado muy útiles para la preparación de sus clases. Además, una gran parte del tiempo durante el entrenamiento se utilizó para discutir el contenido matemático de las lecciones ya que la mayoría de los maestros tenía una preparación limitada en matemática.

Figura 15 Programa Activo.

Estructura de la muestra de los profesores en servicio

- 48 MAESTROS DE MATEMATICA DE OCTAVO CURSO, SELECCIONADOS EN DIFERENTES TIPOS DE ESCUELA EN EL MUNICIPIO DE SANTIAGO.
- LOS MAESTROS FUERON AGRUPADOS EN 24 PARES HOMOGENEOS EN CUANTO A SEXO, EXPERIENCIA DOCENTE Y TIPO DE ESCUELA EN QUE LABORABA EL PROFESOR.
- UN MAESTRO DE CADA PAR FUE ASIGNADO AL AZAR AL PROGRAMA DE ENTRENAMIENTO LARGO (3 SEMANAS) Y LOS OTROS AL PROGRAMA DE ENTRENAMIENTO CORTO (3 DIAS).

Actividades en el Entrenamiento Largo

- INTRODUCCION AL MODELO DE ENSEÑANZA DE GOOD Y GROUWS.
- OBSERVAR LA ENSEÑANZA DE LECCIONES DISEÑADAS DE ACUERDO AL MODELO.
- OBSERVAR OTROS MAESTROS ENSEÑAR UNA CLASE MODELO.
- DISCUSION DEL CONTENIDO DE LAS LECCIONES.

Actividades en el Entrenamiento Corto

- INTRODUCCION AL MODELO DE ENSEÑANZA DE GOOD Y GROUWS.
- OBSERVAR LA ENSEÑANZA DE LECCIONES DISEÑADAS DE ACUERDO AL MODELO.
- DISCUSION DE LAS NOTAS PARA LA ENSEÑANZA QUE ACOMPAÑAN CADA LECCION.

Esta última actividad fue solicitada por los profesores participantes en el programa de entrenamiento. Todas las actividades de los entrenamientos fueron filmadas en video.

Los maestros en el programa de entrenamiento corto constituyeron un grupo control para evaluar los efectos del programa de entrenamiento largo. Durante este entrenamiento de tres días, los maestros fueron introducidos al modelo de enseñanza de Good, Grouws y Ebmeier y obsevaron varias lecciones enseñadas de acuerdo con dicho modelo. También se discutió con ellos las notas para el profesor que acompañaban cada una de las lecciones y se les entregaron las respuestas a los ejercicios de las mismas.

Después del entrenamiento realizado durante el verano de 1987, es decir durante el año escolar 1987-1988, los profesores utilizaron los materiales y el método de enseñanza propuesto con sus estudiantes en las clases. A cada estudiante de los 48 profesores que participaron en el programa se le entregó un juego de lecciones de enteros y otro de mediciones. Las lecciones de enteros se enseñaron durante el primer mes de clases; se administró un pre-test y un post-test sobre enteros a los estudiantes. Luego se enseñó la unidad de mediciones y también se administró un pre-test y un post-test a los estudiantes sobre este tema.

Para la evaluación de los números enteros se utilizó un examen de 32 preguntas de selección múltiple; para evaluar el tema de mediciones se utilizaron dos exámenes A y B de 28 preguntas de selección múltiple cada uno, en este caso se seleccionó al azar la mitad de los estudiantes para que tomaran la prueba A en el pre-test y la prueba B en el post-test, y la otra mitad tomó la prueba A primero y luego la B. Los items de enteros y mediciones eran o de la colección de items del SEIM o del EAMRD.

Los profesores en los dos programas de capacitación fueron observados mientras utilizaban en sus clases los materiales de enseñanza diseñados. Cada maestro fue observado por lo menos tres veces mientras enseñaba cada una de las dos unidades. Después de cada observación de clase el observador le asignaba al maestro una calificación en una escala de 1 (mínimo) a 5 (máximo) en cada uno de los siguientes aspectos: ajuste al modelo de enseñanza de Good, Grouws y Ebmeier, y dominio del contenido de la lección. De esta forma, se asignaron a cada profesor cuatro índices (promedio de las calificaciones asignadas por los observadores) correspondientes a los dos aspectos antes mencionados (ajuste al modelo de enteros, dominio del contenido en enteros, ajuste al modelo en mediciones, dominio del contenido en mediciones).

Algunos resultados de los programas de capacitación Se obtuvieron datos experimentales completos de 20 pares de profesores. Se perdieron 4 de los 24 pares originales debido a que algunos profesores abandonaron el sistema educativo o cambiaron de escuela durante el experimento.

Confiabilidad intra-evaluador El promedio de las evaluaciones individuales durante la enseñanza de números enteros en una escala de 1 a 5 fue 3.1 y 2.6 durante la enseñanza de mediciones. El índice de confiabilidad intra-evaluador fue alto, en un rango de .65 a .76.

Tabla 3

	Indice
ENTEROS	
Ajuste al modelo	.67
Dominio del contenido	.76
MEDICIONES	
Ajuste al modelo	.76
Dominio del contenido	.65

Dimensión de la evaluación Cuando se promediaron las evaluaciones individuales para formar 4 evaluaciones resumidas: ajuste al modelo y dominio de contenido en enteros, y ajuste al modelo y dominio de contenido en mediciones, se encontró que la correlación fue muy alta en un rango de .80 a .93. Es evidente que hay una variabilidad unidimensional en la habilidad de los profesores para enseñar estos contenidos y seguir este método de enseñanza.

Tabla 4

	Enteros		Mediciones	
	Ajuste Modelo	Dominio Contenido	Ajuste Modelo	Dominio Contenido
ENTEROS				
Ajuste al modelo	-			
Dominio del contenido	.87	-		
MEDICIONES				
Ajuste al modelo	.80	.80	-	
Dominio del contenido	.80	.85	.93	-

Niveles de dominio del contenido y ajuste al modelo. Los profesores que participaron en el programa de capacitación largo obtuvieron índices significativamente más altos que los que participaron en el programa corto. Además, la variabilidad de los índices en ambos aspectos fue mayor para los profesores que participaron en el entrenamiento corto. También, el índice promedio fue un poco más alto en enteros que en mediciones.

Tabla 5

	Media		Desviación estándar	
ENTEROS	Largo	Corto	Largo	Corto
Ajuste al modelo	3.48	2.73	0.86	1.24
Dominio del contenido	3.50	2.93	0.86	1.22
MEDICIONES				
Ajuste al modelo	3.10	2.38	0.98	1.33
Dominio del contenido	3.20	2.47	0.93	1.29

Efecto de los datos de los estudiantes ausentes en algunas evaluaciones Dado que el experimento se realizó durante seis meses de clases, hubo estudiantes que no estuvieron presentes en las cuatro evaluaciones. En el pre test de enteros el promedio de los estudiantes que no tomaron los cuatro exámenes es un poco menor que el de los que los tomaron todos. Es decir, que los estudiantes que abandonaron la escuela eran menos capaces.

Tabla 6
Número de respuestas correctas en el pre test de enteros.

Pre test enteros	Estudiantes tomaron 4 exámenes	Estudiantes no tomaron 4 exámenes
Media	7.92	7.23
Desv estándar	3.08	2.92
N	1132	218

$\alpha < 0.5$

Aprovechamiento Los estudiantes mostraron un aprovechamiento considerable tanto en enteros como en mediciones y en todos los tipos de escuelas. En la tabla se muestran los rendimientos de los estudiantes en los items sobre números enteros. El aprovechamiento promedio de los estudiantes en dicho tema fue de 23%. El aprovechamiento promedio en mediciones fue de 12%.

Tabla 7

	Enteros			Mediciones		
	Pre	Post	Aprov.	Pre	Post	Aprov.
Largo	8.11	15.69	7.58	6.02	10.19	4.17
Corto	7.46	14.74	7.28	6.04	8.80	2.76
Combinado	7.79	15.21	7.43	6.03	9.49	3.46

En el tema de números enteros no se observó un efecto marginal en el aprovechamiento del entrenamiento largo frente al entrenamiento corto. Esto es, el análisis de covarianza resultó no-significativo. En mediciones, la ventaja marginal del entrenamiento largo sobre el corto fue 1.41 puntos, (ajustando el análisis de covarianza para el pre-test; $\alpha < 0.5$).

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este trabajo hemos presentado los resultados de un estudio experimental cuyo objetivo era hacer la enseñanza de la matemática más efectiva en la República Dominicana.

Hemos encontrado que:

- Cuando se refuerzan y aclaran los conceptos matemáticos que el profesor debe enseñar,
- Cuando el profesor y los estudiantes tienen acceso a un material para la enseñanza y aprendizaje de buena calidad y libre de errores de concepto,
- Cuando se presentan al profesor estrategias de enseñanza viables para su realidad y se le capacita en el uso de las mismas,
- Cuando se supervisa el trabajo del profesor con una orientación constructiva dirigida al desarrollo profesional del mismo y a mejorar sus habilidades como profesor, lo que le produce más seguridad en sí mismo en su trabajo como maestro, **puede obtenerse un incremento en el rendimiento de los estudiantes.** (Figura 16)

Sin embargo, hemos titulado este trabajo como "La Enseñanza Efectiva de la Matemática: Un Primer Paso", porque incrementar el rendimiento de los estudiantes no es más que eso: un primer paso. En realidad pensar en una enseñanza efectiva de la matemática significa pensar en un "aprendizaje efectivo" de la matemática que concebimos como un concepto que encierra mucho más que sólo obtener rendimientos altos. Un indicio de aprendizaje efectivo se ha logrado, por ejemplo, cuando un estudiante es capaz de resolver problemas en diferentes situaciones, diseñar estrategias para resolver problemas y ser capaz de, conociendo varias estrategias posibles, seleccionar y utilizar la que sea más eficiente.

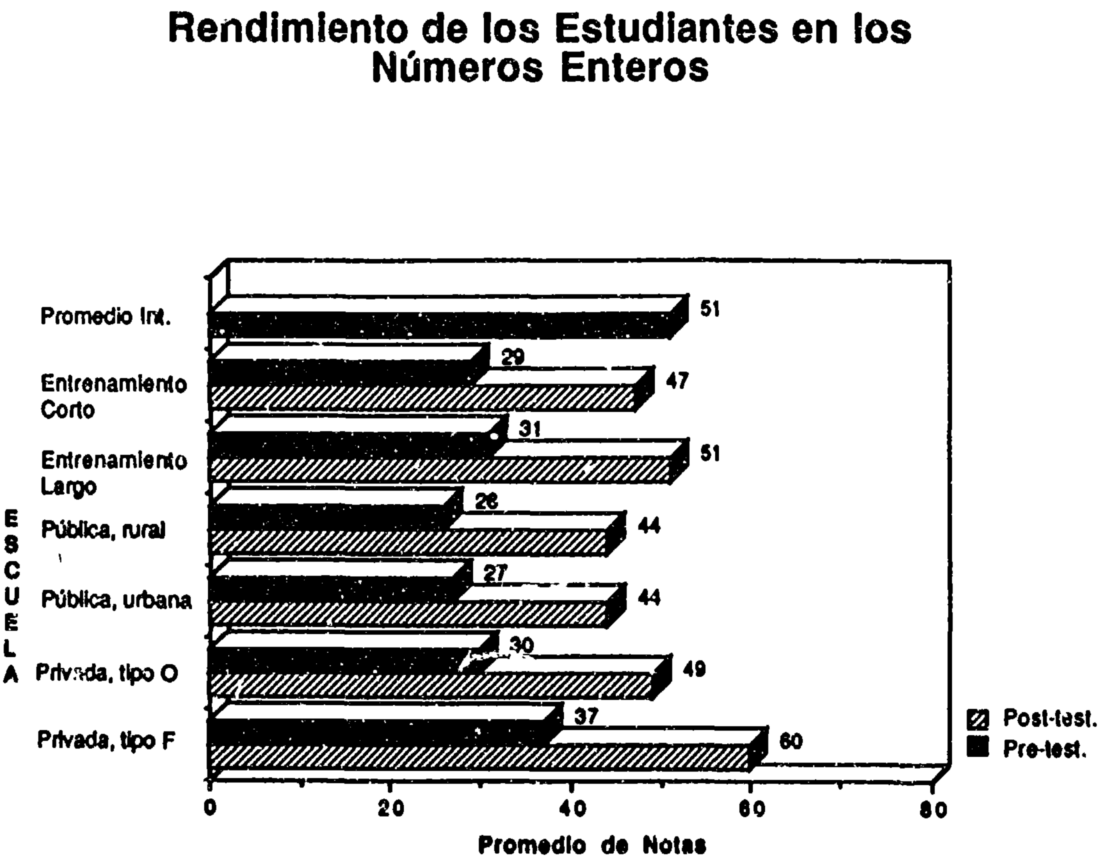
Creo que tenemos una larga jornada que agotar para obtener un proceso de enseñanza-aprendizaje efectivo como típico en nuestro país. Y creo en este momento que no podemos soñar con planes curriculares con objetivos no alcanzables en nuestra situación. Ahora tenemos que dirigir nuestras acciones a alcanzar metas específicas que podamos lograr aunque mantengamos en la conciencia el ideal de enseñanza.

Además, para hacer más eficiente la educación es necesario que iniciemos ya un proceso de revalorización de la educación misma y del maestro en nuestras sociedades. En nuestro país, por ejemplo, durante los últimos años se han realizado huelgas de maestros por largos períodos de tiempo, con justas demandas, que inciden fuertemente en la calidad de la educación que reciben los niños. Este año, por ejemplo, la huelga de maestros se prolongó desde mediados de febrero a principios de agosto. Esta huelga hizo temer al país que se "perdiera" el año escolar, que más de un millón de niños tuviera que dedicar un año más de su vida en la escuela. Finalmente se firmó un acuerdo entre la Asociación Dominicana de Profesores y la SEEBAC y se decidió extender el año escolar hasta finales de noviembre. Yo estoy convencida de que la calidad del aprendizaje de los niños no es la misma que en un sistema estable. Lo que más me preocupa es que, aunque diariamente se debatía este problema en la sociedad, de manera oral y escrita, no hemos sido capaces como pueblo de hacer la presión suficiente sobre los organismos oficiales, para que le den la atención necesaria a la educación. ¿Por qué?...

Posiblemente porque como sociedad no estamos valorando la educación como debiéramos.

Mis comentarios se han salido de las fronteras de la educación matemática porque la crisis que estremece el sistema educativo es tan fuerte que incide en cualquier actividad que se realice. Por ejemplo, nuestro Centro ha elaborado un proyecto para un programa de capacitación de profesores de Matemática en servicio a nivel de séptimo y octavo grados, de alcance nacional. El proyecto ha contado con el apoyo de la SEEBAC y de los dos últimos Secretarios de Estado que han ostentado la cartera de Educación, tenemos los recursos humanos, y gran parte de los financieros detectados, con participación de los sectores oficial y privado. Sin embargo, el proyecto se ha planificado dos veces para ejecutarse en el verano de 1990 primero y de 1991 después y no ha podido realizarse.

Figura 16



Rendimiento de los Estudiantes en los Números Enteros
Promedio Int.
51
Entrenamiento Corto
29
47
Entrenamiento Largo
31
51
ESCUELA
Pública, rural
26
44
Pública, urbana
27
44
Privada, tipo O
30
49
Privada, tipo F
37
60
0
20
40
60
80
Promedio de Notas
Post-test.
Pre-test.

Por otro lado, tenemos algunas sugerencias que creemos pueden mejorar la educación matemática en la República Dominicana y tal vez en otros países de América Latina.

- Estudiar y revisar los programas de curso existentes. Los programas actuales están cargados del estructuralismo que se puso muy de moda en el mundo en la década de los años 70. Pero que hoy, la comunidad de educadores matemáticos reconoce que es preferible enseñar a los niños la Matemática que le permita reflexionar sobre situaciones problemáticas, tomar decisiones frente a estas, y resolverlas.

- Estudiar, revisar y modificar nuestros programas de formación de maestros. Fortalecer en los mismos el dominio de los contenidos de las asignaturas que deben enseñar e incluir estrategias de enseñanza basadas en las teorías de aprendizaje modernas.

- Revisar los textos existentes y elaborar nuevos materiales de enseñanza para todos los niveles que sea necesario. Estos textos deben estar libres de errores conceptuales, y diseñados de manera que reflejen la verdadera naturaleza de la matemática y que tomen en cuenta las indicaciones de la psicología de la educación sobre cómo aprenden los niños.

- Revisar los métodos de evaluación que tradicionalmente se emplean en las clases de matemática.

Queremos señalar que con el apoyo económico de la Agencia Canadiense para el Desarrollo Internacional y con la cooperación de la Universidad of British Columbia hemos establecido en la PUCMM el Centro Latinoamericano de Investigación y Desarrollo en Educación Matemática (CLIDEM). Uno de los objetivos de dicho Centro es profundizar y extender a otros niveles escolares los trabajos que hemos realizado para el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática en la República Dominicana. Y también compartir nuestras experiencias con otros países de la región enriqueciendo nuestros proyectos con las ideas de colegas americanos interesados en la búsqueda de soluciones viables a los problemas de educación matemática en nuestros países. Sabemos que hay otros centros e instituciones de América Latina que tienen experiencias muy valiosas que aportar en el área de la Educación, como el CIMEC de Costa Rica, CENAMEC de Venezuela, la Universidad de Santiago de Chile, INIDE de Perú, Universidad de Campinas, Sao Paulo..., son los primeros que acuden a mi mente, pero sabemos que hay muchos más. Tenemos que unir nuestros esfuerzos.

REFERENCIAS

Bloom, B. (1974), Implications of the IEA-Studies for curriculum and instruction. *School Review*, vol. 82, 413-43S.

Cooney, T. J., Hirsch, C. R. (Editors) (1990), *Teaching and learning Mathematics in the 1990s*. 1990 Yearbook, NCTM, Reston, Virginia.

Evertson, C. M., Emmer, E. T. and Brophy, J. E. (1980), Predictors of effective teaching in junior high school mathematics classrooms. *Journal of Research in Mathematics Education*, vol.10, 167-178.

Evertson, C. M., Anderson, L. M., and Brophy, J. E. (1978), *The Texas junior high school study: Final report of process-outcome relationships* (R & D report No. 4061), Austin, Texas: The Research and Development Center for Teacher Education.

Good, T. L., Grouws, D. A. and Ebmeier, H. (1983), *Active Mathematics Teaching*. New York: Longman Inc.

Hines, C. V., Cruikshank, D. R. and Kennedy, J. J. (1985), Teacher clarity and its relationship to student achievement and satisfaction. *American Educational Research Journal*, vol. 22, 87-99.

Luna, E. A., González S. I., Wolfe, R. G. (1990), The underdevelopment of educational achievement in the Dominican Republic eighth grade. *Journal of Curriculum Studies*, vol. 22, no. 4, 361-376.

Schiefelbein, E. (1976), *Los recursos y el empleo en la República Dominicana*: I. Santo Domingo, Dominican Republic: Editorial Educativa Dominicana.

LA ENSEÑANZA EFICAZ DE LA MATEMATICA

Patricio Montero Lagos
Universidad de Santiago
CHILE

La enseñanza de la matemática es un esfuerzo consciente que se concreta en un cambio relativamente permanente en la forma como las personas piensan, sienten y actúan. Un análisis de su eficacia debe considerar los resultados que se obtienen en la población estudiantil y la calidad de los procesos que conforman su enseñanza y aprendizaje. En otros términos, un estudio de la eficacia de la enseñanza de la matemática debe contemplar su eficacia externa y su eficacia interna.

En esta oportunidad intentaré presentar sintéticamente algunas ideas que considero importantes para que posteriormente, en la sección de preguntas, ahondemos en aquellos aspectos que estén más de acuerdo a sus intereses. Empezaré intentando clarificar los conceptos de eficacia externa y eficacia interna de la enseñanza de la matemática y luego, presentaré algunos antecedentes de la situación en mi país.

La eficacia externa de la enseñanza de la matemática se refiere a la relevancia y pertinencia de los aprendizajes que se proponen y se obtienen en vista al desarrollo personal, vocacional y social. Corresponde a determinar el grado de logro e impacto de los aprendizajes esperados u objetivos del currículum por parte de la población estudiantil. Este análisis contempla preguntas como las siguientes: ¿Qué tipos de conocimientos y procedimientos matemáticos son pertinentes para los diferentes niveles de desarrollo de los estudiantes? ¿Qué conocimientos, capacidades, habilidades, actitudes y disposiciones deberían ser logradas con la enseñanza de la matemática para los diferentes niveles de desarrollo de los estudiantes? ¿Qué fundamentos deberían ser contemplados para la selección de las diversas unidades temáticas que conforman los programas de estudios de matemática? ¿Cómo se distribuyen los aprendizajes en la población estudiantil? En breve, una enseñanza eficaz de la matemática desde la perspectiva de su eficacia externa debe considerar como foco los aprendizajes que se esperan y se logran para el desarrollo personal de los estudiantes y para el desarrollo social.

En cambio, desde la perspectiva de la eficacia interna debe considerarse todas aquellas variables y factores que afectan el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. El análisis de la eficacia interna corresponde a estudiar el grado de adecuación de la infraestructura, el personal y las políticas para el logro de los objetivos de aprendizajes propuestos considerando la influencia de factores externos como son la familia y la comunidad. Variables tales como el profesor, el número de estudiantes por curso, los materiales educativos, los tipos de actividades o tareas, los procedimientos evaluativos y la retroalimentación de la información de las capacidades de los estudiantes. En pocas palabras, un análisis de la enseñanza de la matemática desde la óptica de la eficacia interna contempla los diversos antecedentes que determinan las características de las situaciones de su enseñanza y aprendizaje.

En Chile hay mucha preocupación por la calidad de la educación. En la actualidad las autoridades educacionales están realizando acciones para mejorar los logros y la equidad en la educación básica. También, han llamado recientemente a una licitación de proyectos de investigación[1] con el propósito de reunir antecedentes tanto de la eficacia externa e interna de la educación media de modo de poder tener próximamente un debate nacional sobre sus objetivos y estrategias de mejoramiento.

Respecto a la enseñanza de la matemática se han sistematizado varios antecedentes sobre su eficacia externa e interna a nivel de la educación básica y media (Montero y González, 1988). En términos globales, esos antecedentes que han sido complementados en estos tres últimos años, especialmente con resultados de pruebas nacionales[2], han revelado que:

a) La enseñanza de la matemática logra baja tasas de aprendizajes y generalmente son de bajo nivel taxonómico. Los resultados de pruebas nacionales han revelado que los estudiantes logran alrededor del 50% de los objetivos esperados. Adicionalmente, los logros más frecuentes corresponden a los objetivos de bajo nivel taxonómico.

b) La distribución de los logros en la población estudiantil muestra una segmentación que está discriminando por nivel socioeconómico y grado de ruralidad. En establecimientos particulares pagados el nivel de logro en matemática es el doble respecto a los obtenidos por estudiantes en establecimientos municipalizados o particulares subvencionados.

c) En general, los aprendizajes logrados corresponden a repeticiones y memorizaciones que distan claramente del rol formativo atribuido a la enseñanza de la matemática. Diversos actores sociales han ligado la enseñanza de la matemática con aprendizajes de diferentes dominios que deben superar ampliamente la repetición para que puedan facilitar el desarrollo personal y social.

Informantes claves para seleccionar y definir los aprendizajes que deberían ser logrados a través de la enseñanza de la matemática han coincidido en la importancia de desarrollar varias capacidades en los educandos para que puedan participar activamente en una sociedad dinámica. Por ejemplo, las entrevistas de una muestra de 25 destacados matemáticos de la Sociedad de Matemática de Chile destacaron que la enseñanza de la matemática debe estar dirigida a diez objetivos: 1) La creatividad y el espíritu crítico, 2) la curiosidad (y el experimento), 3) la capacidad de abstracción y generalización, 4) la capacidad para establecer relaciones, 5) el razonamientos algorítmico, 6) la capacidad de deducción e inducción, 7) la capacidad de cálculo, 8) la capacidad de concentración, 9) la capacidad de apreciar las limitaciones de la matemática en relación con otras disciplinas, y 10) la capacidad de apreciar los logros que va obteniendo (Quiroz).

Por su parte, especialistas del mundo laboral coinciden en que la enseñanza de la matemática es un medio para entrenar el razonamiento, ordenándolo e incorporando las reglas del pensar matemático en el pensamiento cotidiano (Díaz, 1987) que a su vez se relaciona fuertemente con las demandas que hacen los directivos de empresas a egresados de enseñanza media. Señalan demandas tales como: autonomía en el trabajo, capacidad de iniciativa, capacidad para adquirir nuevos conocimientos, interés por aprender, uso del razonamientos analítico y sintético, confianza en sí mismo y en sus capacidades para aprender, capacidades para comprender los procesos productivos, capacidades para adaptarse a los cambios tecnológicos y capacidad de deducir y decidir la acción apropiada a tomar (Corvalán, 1987).

d) Se carece de estudios de retención y seguimiento que permitan conocer qué aprendizajes matemáticos se retienen y cuales se ocupan tanto en la prosecución de estudios como en el mundo laboral.

e) Urge estudiar y mejorar los efectos de una gran cantidad de variables y factores, que caracterizan el proceso de enseñanza-aprendizaje, para mejorar la eficacia de la enseñanza de la matemática. Las interacciones sociales y las percepciones subjetivas deberían estar presentes en el análisis de todas las variables que afectan el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Diversos estudios han revelado la importancia de varias variables del proceso. Por ejemplo, estudios etnográficos han revelado la existencia de un currículum oculto sustentado por las prácticas educativas. Otros, han revelado que: la planificación está desconectada con la realidad y que la planificación sobre la base de objetivos estaría en crisis, que los textos de estudios tendrían serias deficiencias especialmente respecto al bajo nivel taxonómico de las actividades de aprendizaje matemático. Es indispensable superar estrategias metodológicas calificadas como inadecuadas, y mejorar los procesos evaluativos (Riveros y Zanocco, 1986). Las investigaciones de estos últimos años respecto al proceso de enseñanza y aprendizaje han destacado la necesidad de considerar aspectos de la cotidianeidad de la sala de clase, especialmente las relaciones entre los actores en ella y sus procedimientos utilizados en la comunicación que afecta el clima de la sala de clase. También, la importancia de las percepciones subjetivas de los estudiantes respecto a sus comportamientos y sentimientos hacia su aprendizaje matemático.

En suma, en Chile hay gran preocupación por mejorar la calidad de la educación. A nivel nacional las autoridades educacionales actuales están realizando acciones para mejorar los niveles de logro de los aprendizaje y su equidad en términos de reducir la falta de igualdad de oportunidades. Entre esas acciones está desarrollando una intervención educativa en las 1300 escuelas más pobres y ha llamado a licitación un conjunto de estudios con apoyo financiero del Banco Mundial para tener un debate nacional sobre los objetivos y políticas que deberían implementarse para la educación media. Para los investigadores y mundo académico nacional ha sido una oportunidad de contribuir, después de muchos años, con ideas y soluciones técnicas en un contexto participativo que busca el apoyo social a las políticas que se generen para mejorar la calidad de la educación.

Globalmente, el mejoramiento de la eficacia de la enseñanza de la matemática requiere el desarrollo de políticas y acciones coherentes que aumenten la calidad de los resultados y procesos. En esa coherencia destaca la necesidad de evaluar metodologías, intervenciones educativas, realizar estudios de retención y seguimiento, y desarrollar experimentalmente: nuevas estrategias de enseñanza, material educativo e instrumentos evaluativos pertinentes, válidos y confiables para los objetivos de aprendizajes matemáticos de alto nivel taxonómico y de otros dominios como el afectivo. **En particular, me parece prioritario para el mejoramiento de la eficacia de la enseñanza de la matemática el desarrollar constructos teóricos que permitan orientar los procesos de definición de metas, el desarrollo de metodologías adecuadas y los procedimientos e instrumentos evaluativos.** Con ello, podremos acercar más el discurso teórico de ciertos objetivos que se enuncian reiteradamente como son: el desarrollo de la creatividad, de la autoestima y de la autodirección en el aprendizaje matemático.

Referencias

Corvalán 0. y otros, "Evaluación y Consecuencias para la Educación Media Técnico Profesional de la Actividad Económica en las Regiones V, VIII y Metropolitana", OEA, CPEIP; DUOC, Stgo, 1991.

Díaz, L., "Un Estudio de la Relación entre Matemática y Campo Laboral", Tesis para optar al grado de Magister en Educación Matemática, Facultad de Ciencias, Universidad de Santiago de Chile, 1987.

Montero, P., y González, H., "Hacia un Pensamiento en Educación Matemática. Aportes de Investigaciones Chilenas de los Niveles Básicos y Medios", *Boletín UNESCO*, Oficina Regional para América Latina y el Caribe, OREALC, Santiago, Chile, 1988.

Quiroz, A., "Bases para el Desarrollo de la Educación Matemática en Chile",

Riveros, M., Zanocco, P., "Dificultades que Enfrentan los Alumnos de Educación Básica al Aprender Matemáticas, en Chadwick, M. y Tarky, I. *Dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas*, Ediciones Universidad Católica de Chile, 1986.

Notas

1. Proyecto de Mejoramiento de la Calidad de la Educación que contempló los términos de referencia de 11 estudios en las áreas de currículo, prácticas educativas, medición de la calidad, costo/efectividad y formación de profesores.

2. Entre las pruebas Nacionales se encuentra las incluidas en el Sistema Nacional de Medición de la Calidad de la Educación (SINCE).

Effective Teaching of Mathematics

Eileen L. Poiani
Saint Peter's College
Jersey City, New Jersey, USA

Throughout the United States over the past two years, the mathematics education and mathematics research communities have been focusing special attention on ways to make the teaching of mathematics more effective. The recommendations cover all levels of education: elementary, middle, secondary, college and university. For example, the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) published the *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* which address classroom standards for grades K-12; *NCTM Professional Standards* address the quality of teaching mathematics; *A Challenge of Numbers and Moving Beyond Myths* look at calculus and other undergraduate mathematics courses.

For the reader's reference, Appendix I lists the major recent American publications on mathematics education. (I brought examination copies of these publications to the IACME program.)

In this presentation, I would like to acquaint you with a collaborative partnership between the public and private sectors. This partnership links my institution, Saint Peter's College, with 6 high schools and 4 elementary schools - some private and some public (two additional schools will join in the coming year.) The partnership began in 1988 under a $3 million "Governor's Challenge Grant" from the State of New Jersey to establish what is now called the "Institute for the Advancement of Urban Education (IAUE)." The structure of the Institute is shown in Appendices II and III.

Saint Peter's College is an independent, liberal arts college in the Jesuit and Catholic tradition. As an urban college located two miles across the Hudson River from downtown New York City, the College is rich in ethnic diversity. Twenty percent of the full-time student body is of Hispanic origin, with many students originating from the islands of the Caribbean, from Central America, and from the northern part of South America.

The purpose of the Institute for the Advancement of Urban Education is to develop and implement effective teaching strategies which cut across the curriculum and across discipline boundaries. The Institute seeks to address the special problems of urban education. Originally, the Institute focused on communications, mathematics, critical thinking, and computer-assisted instruction. New subject areas have been added each year since the project began.

The approach of the Institute is fourfold:

1. Education is a continuum from elementary through college and ultimately through life. This is especially true in mathematics. The road to being college ready starts in grammar school.

2. Teachers at all levels can learn from each other. A college professor, an elementary school teacher, and a secondary school teacher from IAUE schools work as a research team on new (or new to them) teaching strategies. Outside visiting consultants share expertise with the SPUERT research teams; two week summer workshops involving teachers in each of the disciplines share what works and what doesn't.

3. Communication among teachers is difficult. Modern technology can help.

   - IAUE introduced an electronic bulletin board and electronic mail to permit communication with and among teachers during the day or at any time. Each participating school is equipped with a personal computer and a lap-top computer provided by IAUE. At first, the teachers did not feel comfortable using the computers. Patience and persistence, however, are winning them over.

   - IAUE installed a satellite dish on each participating school. The Institute itself produced a National Satellite Television Symposium on October 23, 1990 as well as a series of local broadcasts. I was the project director for the Symposium. (A clip from the IAUE satellite broadcast was shown at IACME).

4. Parental involvement in the learning process is essential. Special recognition ceremonies are hosted by the College for students and parents who excel academically at Institute schools. They help the urban child see that academic excellence has rewards, and not just athletic excellence.

Mathematics requires special attention by the Institute. Performance on the mathematics portion of the National Assessment of Educational Progress (NAEP) in grades 4, 8, and 12 in 1990 was very disappointing. The poorest results tended to occur in states with large-city schools. According to a study by the National Center for Education Statistics, 74% of American colleges and universities offer at least one remedial course; 30% of all college freshmen took at least one remedial course in the Fall 1989 term and 21% took mathematics (16% writing, 13% reading.) Saint Peter's IAUE is trying to reduce the need for remedial education in college by intervening early enough to prepare students for college work.

The problem is especially serious among underrepresented groups in mathematics, namely women and minority groups. A 1989 National Science Foundation (NSF) study showed that only 9% of the young women and 27% of the young men in high school had any interest in natural science and engineering. Ironically, a longitudinal study of the high school class of 1972 entitled *Women at Thirtysomething: Paradoxes of Attainment*, published by the Office of Research of the United States Department of Education, showed that:

> In only seven of 33 major occupations did women achieve pay equity with men; but in business-related fields, women who took more than 8 credits of college-level mathematics earned as much - if not more -than their male counterparts at age 32.

Intensified activity is needed to attract and retain women and members of minority groups in mathematics and the sciences. For instance, although people of Hispanic background comprise over 9% of the American population, they account for only 2% of all employed scientists and engineers.

The Institute focuses on teaching strategies that apply to different subject areas. The four primary strategies used thus far are: team or collaborative learning; writing and speaking across the curriculum; critical thinking; and computer-assisted instruction. All these strategies have been applied to mathematics education with the following results:

I. Team or collaborative learning. IAUE has experimented with team learning at different levels and finds it generally effective, if the teacher provides appropriate monitoring. Consistent with the literature, groups of about 4 students seem effective. As Dr. Ernest Boyer pointed out in the IAUE satellite symposium, very few jobs of the 21st century will be solitary and so team learning is ideal preparation for team working. This approach is also encouraged by the NCTM *Standards*.

II. Writing and speaking across the curriculum. Understanding mathematics relies heavily on good communications skills: the ability to read and comprehend; to write and be logical; to explain in your own words.

IAUE teachers involve students in writing and describing orally how they begin to solve a problem and what steps then follow. "Talking mathematics" involves English (Spanish) and math teachers in joint projects and activities. Asking students to impersonate famous mathematicians can be lively and link mathematics/communications skills.

III. Critical Thinking. How do you package a raw egg so you can drop it from a second story window and it will not break? One way is to have students in physics class use mathematics to solve the problem. It involves team learning and it is fun! An interesting problem is a strong motivational tool. Using a detective story approach to solve mathematical problems is also popular and is the basis of an American Public Broadcasting television show called *Square One*.

IV. Computer-Assisted Instruction. More generally, this focus can be termed technology in the classroom. Even mathematics teachers can resist using the technology of a computer or calculator. Providing lap-top and desk computers must be supplemented by well-planned orientation programs and good teaching materials in order to help teachers overcome their avoidance of technology. Saint Peter's College is opening a new interactive state-of-the-art multimedia facility to promote the use of laser disks and other technology.

Some teachers have refused to allow calculators on tests because students are not permitted to use them on the Scholastic Aptitude Test (SAT). This impediment will soon be eliminated. In 1993, the College Board will require the use of a non-graphics calculator for the SAT mathematics examination; by 1995, a graphics calculator.

Graphics calculators (TI80, Casio fx7700G, HP28+, etc.); glass calculators for use on overhead projectors while children work at their desks on the TI60; the Explorer; and other technological tools are now available.

The following quote from *Reshaping School Mathematics* gives a philosophical basis for the move to technology:

> It is now possible to execute almost all of the mathematical techniques taught from kindergarten through the first two years of college on hand-held calculators. This fact alone - the fulfillment in our age of the dream of Pascal - must have significant effects on the mathematics curriculum (Pea, 1987a). Although most developments at the forefront of a discipline cannot generally be expected to have a major effect on the early years of education, the changes in mathematics brought about by computers and calculators are so profound as to require readjustment in the balance and approach to virtually every topic in school mathematics.

It will take time and money before the new technology reaches the majority of schools in the United States. Nevertheless, the commitment is clear.

Because mathematics training has been quite poor, especially in urban areas, adult learners returning to school or college often need remedial attention. The Institute offers computer software for diagnostic testing in algebra and arithmetic. Adults can then use personalized self-paced computer packages to hone their skills in a computer lab. Free tutoring is also available for adults in the evening and on Saturdays.

To showcase the four primary strategies of the Institute, the National IAUE Symposium was beamed by satellite television on October 23, 1990. Dr. Ernest Boyer, President of the Carnegie Foundation for the Advancement of Teaching, keynoted the Symposium. Mr. Rolland Smith, WWOR-TV News Anchor, moderated the panels of participating teachers and students who shared the outcomes of their projects.

But why all the fuss about mathematics education? Unfortunately, the public does not appreciate the importance of mathematics to our society. Entrance or advancement in nearly every job and career for the 21st century demands good mathematics skills and understanding. Literally, as the book title from the National Research Council says, *Everybody Counts!*

All the new American publications on mathematics education point to the need for a culture that respects and rewards mathematics teaching and learning as well as scholarship and research. We must persist in getting the public to appreciate the usefulness of mathematics. That persistence includes continuing the quest to get a United States postage stamp issued in honor of mathematics.

We must work together to make mathematics more "fun" with activities and problems that relate to the student's experience. From weather prediction to looking creatively at all the mathematical notions you can learn from a box of cereal, we need to relate a child's experience to solving a mathematical problem.

Finally, let me quote the closing words of Mr. Rolland Smith at the October satellite symposium at Saint Peter's College. The theme was "Teaching Strategies in the Urban Classroom into the 21st Century: K-College."

> THE HIGHEST HONOR IS TO BE CALLED A TEACHER.
>
> IT IS THE NOBLEST OF PROFESSIONS, FOR ONCE YOU GIVE
>
> KNOWLEDGE TO OTHERS, TEACH THEM DISCERNMENT, LOGIC,
>
> ETHICS AND FACTS AND LOVE, A PIECE OF YOU LIVES FOREVER.

This Interamerican Conference on Mathematics Education, like the Institute for the Advancement of Urban Education, is indeed devoted to the goal of effective teaching.

Thank you.

Appendix I

UNITED STATES NATIONAL GOAL #4

By the year 2000, U.S. students will be first in the world in science and mathematics achievement. This goal appears in President Bush's National Education Goals which supplement his comments in the 1990 State of the Union Address.

References

Mathematical Association of America (MAA). *The Undergraduate Major in the Mathematical Sciences: A Report of CUPM.* Washington, D.C.: MAA, 1991.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.* Reston, VA: NCTM, 1989.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Professional Standards for Teaching Mathematics.* Reston, VA: NCTM, 1989.

National Research Council. *A Challenge of Numbers: People in the Mathematical Sciences.* Washington, D.C.: National Academy Press, 1990.

National Research Council. *Counting on You - Actions Supporting Mathematics Teaching Standards.* Washington, D.C.: National Academy Press, 1991.

National Research Council. *Everybody Counts: A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education.* Washington, D.C.: National Academy Press, 1989.

National Research Council. *Moving Beyond Myths - Revitalizing Undergraduate Mathematics - Action Plan.* Washington, D.C.: National Academy Press, 1991.

National Research Council. *Renewing U.S. Mathematics: A Plan for the 1990s.* Washington, D.C.: National Academy Press, 1990.

National Research Council. *Reshaping School Mathematics: A Philosophy and Framework for Curriculum.* Washington, D.C.: National Academy Press, 1990.

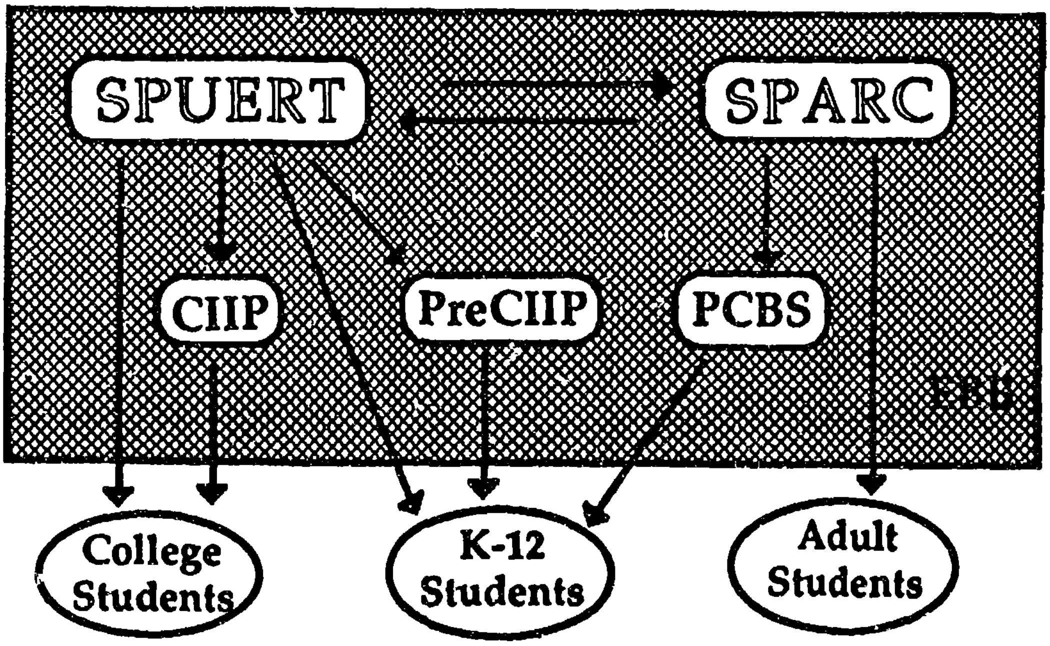
Oaxaca, Jaime, and Reynolds, W. Ann. *Changing America: The New Face of Science and Engineering.* Washington, D.C.: Task Force on Women, Minorities and the Handicapped in Science and Technology, September, 1988.

Oaxaca, Jaime, and Reynolds, W. Ann. *Changing America: The New Face of Science and Engineering - Actions.* Washington, D.C.: Task Force on Women, Minorities and the Handicapped in Science and Technology, December, 1989.

Steen, Lynn Arthur (Ed .) *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy.* National Research Council, Washington, D.C.: National Academy Press, 1990.

Institute for the Advancement of Urban Education

The Institute seeks to improve the teaching/learning process from elementary through collegiate levels by developing and testing effective teaching strategies in various subject areas.



SPUERT: Saint Peter's Urban Education Research Teams

CIIP: College Instruction Improvement Program

PreCIIP: PreCollege Instruction Improvement Program

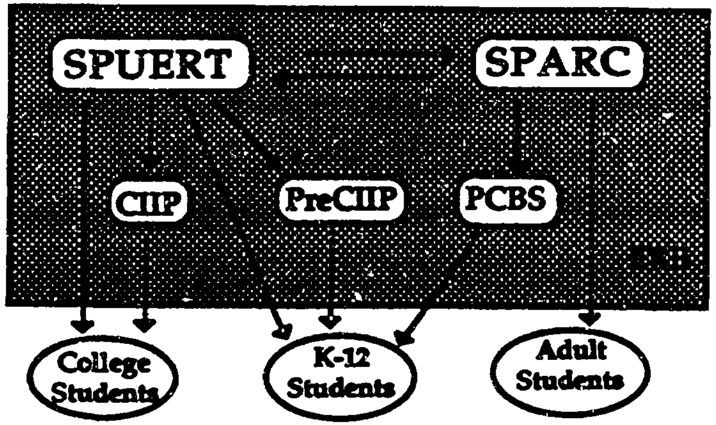
SPARC: Saint Peter's Adult Reeducation Center

PCBS: PreCollege Basic Skills Program

EBB: Electronic Bulletin Board and Mail System

Institute for the Advancement of Urban Education

The Institute seeks to improve the teaching/learning process from elementary through collegiate levels by developing and testing effective teaching strategies in various subject areas.



SPUERT: Saint Peter's Urban Education Research Teams

CIIP: College Instruction Improvement Program

PreCIIP: PreCollege Instruction Improvement Program

SPARC: Saint Peter's Adult Reeducation Center

PCBS: PreCollege Basic Skills Program

EBB: Electronic Bulletin Board and Mail System

Research Teams A College faculty member and two school teachers work with outside consultants to learn about teaching techniques that are new to them. After initial trials in their own classrooms, they describe the effective ones to other faculty and teachers at workshops. Upon further testing by these faculty and teachers, teams are expected to disseminate the successful techniques to the outside community through a nationally televised symposium, publication and presentation at conferences.

College Instruction Improvement After attending a workshop with presentations by the research teams, college faculty members design projects involving new techniques to try in their classrooms. Results are reported back to the teams and to other participants in the Institute.

Precollege Instruction Improvement After attending a workshop with presentations by the research teams, elementary and high school teachers design projects involving new techniques to try in their classrooms. Results are reported back to the teams and to other participants in the Institute.

Adult Center Computer assisted instructional programs in reading, writing and mathematics are available to interested adults in the College's learning center. The center is open on evenings and weekends with adult tutors to assist students in using the programs and in assessing their own readiness for attending college.

Basic Skills High school seniors who do not meet the Saint Peter's College admission requirements are provided tutorial assistance in mathematics and communications at their own schools by teachers from their school. Students who need additional work may attend a summer program at the College. Those who successfully complete the College's placement exams are given automatic admission to the College.

Electronic Communications Each school has a computer and dedicated telephone lines to the College's computer center. Participants can send mail messages to individuals and post items on the project's bulletin board for all participants to see.

Telecommunications Each school has a satellite antenna to receive television broadcasts from the College and dedicated telephone lines that can be used for calling in questions to the presenters.

Evaluation Regular internal and periodic external evaluations are performed to suggest improvements in the operations.

PANEL B: PREGUNTAS Y RESPUESTAS

Ettiene Guérios De Domenico; Universidad Federal do Paraná, BRASIL: ¿Cuál es la formación de los profesores de 1°, 2° y 3° grados?

Sarah González Los profesores de escuela primaria de 1° a 6° cursos se forman en "escuelas normales", que son escuelas públicas financiadas por el gobierno. Para ingresar a estas escuelas, los jóvenes deben haber completado el primer curso de la educación secundaria o media. (Lo que equivaldría al noveno grado de escolaridad a partir del primer grado). La formación es general, es decir, estos maestros no son especializados en Matemática. La duración del programa es de 3 años. El programa incluye cursos de metodología de la enseñanza en general y de la Matemática en particular.

La formación de profesores para el séptimo curso y cursos posteriores se realiza tanto en las escuelas normales como en las universidades. Para certificarse como profesor de séptimo y octavo cursos en las escuelas normales es necesario completar un año adicional de estudios luego de llenar los requisitos para ser profesor de 1° a 6° grado. En el año 1973 se inició un programa con los auspicios de la UNESCO que se llamó "Plan Interuniversitario" porque su objetivo era unificar el programa de formación de profesores de educación media a nivel nacional. Este programa tiene dos niveles; uno de dos años de duración, que capacita a los profesores para enseñar en 7mo., 8vo., 1° y 2° de bachillerato; cuando el estudiante termina este nivel obtiene un "Certificado de Estudios Superiores en Educación". En este programa se ofrece especialización en las áreas de "Matemática-Física", "Biología-Química", "Filosofía y Letras" y Lenguas Extranjeras (Inglés y Francés). Después se agregaron también concentraciones en Orientación escolar y Ciencias Secretariales.

El segundo nivel de este programa capacita a los profesores para enseñar todos los cursos de la educación secundaria con las mismas posibilidades de especialización. Este período tiene una duración de dos años y medio y el profesor obtiene un título de Licenciado en Educación con una especificación de su área de concentración.

En el primer nivel de este programa se incluyen un curso de didáctica general y un curso de didáctica especial y práctica docente; y en el segundo nivel, dos cursos adicionales de didáctica especial y práctica docente. Actualmente, las universidades han hecho de manera individual modificaciones a este Programa.

Para enseñar en la universidad se requiere que las personas tengan al menos un diploma universitario pero se prefiere una maestría o doctorado.

¿Por qué no hay libros de texto de buena calidad?

El problema principal es que hasta ahora las personas más capacitadas, con dominio de los conceptos matemáticos no se han dedicado a escribir textos. Por ejemplo, El Dr. Luna ha escrito algunos libros para nivel universitario que también son utilizados en los últimos cursos de la enseñanza media. Existen muchos libros de texto que tienen graves errores de concepto o que no presentan los conceptos de una manera clara.

¿Cuáles son los criterios adoptados para la selección de un libro de texto?

Los criterios son establecidos por la Secretaría de Estado de Educación Bellas Artes y Cultos (SEEBAC). Algunos de estos criterios son que el libro contenga al menos un 80% de los contenidos que aparecen en los programas oficiales, la calidad de la impresión, costo del libro, los autores deben ser dominicanos entre otras cosas.

¿Por qué los profesores calificados y más aún los profesores que han realizado estudios que muestran que las experiencias y materiales que han desarrollado producen resultados óptimos en el aprendizaje, no se dedican a escribir libros en función justamente de sus experiencias?

Hasta hace poco años había muy pocas personas especializadas en educación matemática en el país y los libros eran importados de España u otros países latinos. Nuestro CLIDEM se propone suplir esta necesidad. De hecho, tenemos los materiales para el octavo grado, y ya hemos trabajado en séptimo. Recientemente, iniciamos un estudio de cuarto de primaria, que probablemente nos lleve a desarrollar materiales para este nivel.

¿Quién "edita" los libros de texto?

Casas editoras privadas y la SEEBAC también edita textos para el sector público. Muchos de estos materiales no presentan muchos conceptos de manera adecuada.

Alicia Villar y Alicia Buquet, URUGUAY: Tú hablas de maestros con formación, que deben cursar dos años en la universidad para estar habilitados para dar clase; esa formación, ¿en qué consiste?, ¿en contenido matemático solamente o, además, tienen que cursar Didáctica Especial de Matemática?, ¿cuánto tiempo?, ¿otras asignaturas de educación como psicología de aprendizaje, ...?

Sarah González La formación de los docentes incluye cursos de Matemática, Física y de Didáctica de estas asignaturas. Cada una de las didácticas dura un semestre. El programa de cuatro años y medio incluye psicología del aprendizaje, sociología de la educación, filosofía de la educación, psicología general, didáctica general, medios audiovisuales, evaluación escolar, etc.

Armando Luis Verdún, Chaco, ARGENTINA: ¿Qué perfil deben asumir educando y educador para que la enseñanza de la Matemática sea eficaz?

Sarah González El educador debe tener un buen dominio de los conceptos matemáticos que va a enseñar; conocer estrategias adecuadas para la presentación de los mismos o, mejor aún, ser capaz de diseñar estrategias adecuadas para el grupo de alumnos que tenga; ser capaz de motivar al alumno para aprender Matemática; ser capaz de realizar evaluaciones formativas, etc. El alumno debe estar motivado. Debe dominar los pre-requisitos. Tener sus necesidades básicas cubiertas.

Cándido Almánzar, Universidad Tecnológica de Santiago, REPUBLICA DOMINICANA: El plan que se presenta, ¿cree usted que es la solución al problema de hacer más eficaz la enseñanza de la Matemática en República Dominicana? ¿No cree usted que mientras no se mejoren las condiciones económicas del maestro ningún plan podría resolver el problema? ¿Qué valor tiene el preparar un número determinado de maestros para que luego un gran porcentaje de ellos tenga que dejar las aulas para dedicarse a otras actividades?

Sarah González La alternativa que ofrecemos es como indiqué anteriormente, "un primer paso" para hacer la enseñanza de la Matemática más efectiva. Obviamente, en la situación actual en la República Dominicana es difícil mejorar la educación. Es necesario mejorar las condiciones económicas de los maestros, pero desgraciadamente aún cuando esto suceda no será fácil mejorar la calidad de la educación matemática. En general, la profesión del magisterio está muy desacreditada en la sociedad y aún cuando la situación es lo suficientemente preocupante, se prevee que va a empeorar en los años siguientes pues los jóvenes no quieren estudiar educación y en los próximos años posiblemente el sistema tendrá que "echar mano" de los bachilleres, es decir, que estamos retrocediendo... La tercera pregunta que usted hace me la he hecho yo misma muchas veces con anterioridad y le voy a responder con las palabras del Lic. Adriano Tejada, un destacado profesional del Derecho en nuestro país, a quien le expresé mi preocupación con respecto a este asunto: "no importa si los maestros salen del sistema y se van a trabajar a otra área después que se ha hecho una inversión en ellos, como quiera van a funcionar mejor como ciudadanos, es decir, que la República se beneficia de cualquier manera". Creo que tiene razón.

Luiz Roberto Dante, UNESP, Rio Claro, SP, BRASIL:. ¿Qué piensa usted de los siguientes Principios, para hacer la enseñanza de la matemática más efectiva teniendo en cuenta el proyecto que desarrollan en República Dominicana?

- *Trabajar más las ideas matemáticas y menos el lenguaje: símbolos y codificaciones.*
- *Trabajar más la comprensión de los conceptos y propiedades y menos el entrenamiento de habilidades y mecanización de algoritmos.*
- *Trabajar más los significados y los porqués y menos las reglas y los esquemas.*
- *Trabajar más intuitivamente un concepto para después generalizar y formalizar.*
- *Trabajar más con situaciones problemas y menos con operaciones rutinarias.*
- *Trabajar los conceptos matemáticos interrelacionados con otras áreas del conocimiento y no de modo aislado y segmentado.*
- *Trabajar los conceptos matemáticos aprovechando la experiencia anterior del alumno y no de modo separado de su cotidiano.*
- *Trabajar la matemática de modo que se incentive la curiosidad, iniciativa, exploración y creatividad del alumno y menos la imitación y la repetición.*

Sarah González Me parecen excelentes los principios que usted propone para aumentar la eficacia de la educación matemática; el único problema que veo en nuestro país es que para obtenerlos necesitamos profesores mejor capacitados. Nosotros hemos tratado de desarrollar los conceptos de manera intuitiva en los materiales; y de desarrollar un concepto presentando una situación problemática primero. Hemos tratado de plantear problemas más interesantes...

Fidel Oteiza, Universidad de Santiago, CHILE: ¿Cómo podría participar un país en el Tercer Estudio Internacional de Matemática y Ciencias?

Sarah González El primer paso sería escribir al Centro de Coordinación Internacional que tiene sede en The University of British Columbia, Vancouver. Puede pedir las informaciones a:

Dr. David Robitaille
TIMSS
The University of British Columbia
Faculty of Education
2125 Main Mall
Neville Scarfe Building
Vancouver, British Columbia VGT 1Z4
CANADA

¿Qué recomienda la experiencia dominicana para la realización de un estudio internacional en América Latina en aprendizaje de Matemática y Ciencias?

Aunque los estudios en cada país van a seguir unos lineamientos generales para la comparación internacional, debe hacerse énfasis en el diseño muestral a nivel nacional para generar comparaciones interesantes dentro del sistema de cada país.

Involucrar las instancias en cada país que estén relacionadas con la toma de decisiones para conseguir los fondos que garanticen la realización del estudio, para garantizar la divulgación de los resultados y la utilización de los mismos, para la elaboración de políticas educativas.

La formación a nivel nacional de un equipo de investigadores capaces de asesorar y llevar a cabo estudios evaluativos en gran escala.

El contacto con miembros del equipo internacional del Segundo Estudio Internacional de Matemática (SIMS), Richard Wolfe, David Robitaille y Kenneth Travers no sólo representó para nosotros asistencia técnica y acceso a las últimas metodologías de investigación sino que también nos ayudó a conseguir apoyo financiero a través de Programas de Cooperación, en dos instituciones del gobierno canadiense IDRC y CIDA, lo que nos permitió montar una infraestructura tecnológica que nos ha permitido la realización de investigaciones en otros grados y el desarrollo de material educativo.

¿Qué errores no cometer?

Tratar de generar los resultados de rendimiento por escuela lo más pronto posible y presentarlos a las escuelas y a las instancias nacionales y regionales. Un error grave que hemos cometido a través de todo el desarrollo de este trabajo es que hemos descuidado las "relaciones públicas" de los proyectos por el gran cúmulo de trabajo que siempre hemos tenido.

Para determinar qué variables socio-económicas eran relevantes para construir un índice socio-económico que permitiera diferenciar a los estudiantes y luego, correlacionar este índice con el rendimiento tuvimos que recolectar numerosas informaciones resultando que, las variables más informativas eran educación de la madre, ocupación del padre; la pregunta era ¿Qué hace tu papá? y ¿Dónde trabaja? ¿Hasta qué curso llegó tu mamá? Por ejemplo, no era lo mismo un carpintero que trabaja en una gran compañía de construcción que un carpintero que trabaja de manera independiente. Este tipo de informaciones puede simplificar el trabajo.

¿Qué incluir que no está en los instrumentos internacionales?

Evaluar el dominio del contenido que tienen los profesores no para criticarlos sino para saber desde dónde vamos a partir.

Incluir observaciones de clases para comprender mejor las informaciones de los cuestionarios. Una cosa es lo que se dice y otra es la que la que se hace: por ejemplo, las respuestas de los profesores dominicanos en los cuestionarios eran comparables con los profesores de los demás países en el estudio internacional. Sin embargo, cuando nos sentamos en las aulas a ver las clases nos dimos cuenta que muchos saben "qué debía hacerse en las clases" y por esto lo indican en un cuestionario pero que lo que "realmente hacen" puede ser muy diferente.

Mario Meza Flores, Universidad de Atacama, Academia Politécnica Aeronáutica, CHILE; y Milady Faúndez, Universidad de Santiago, CHILE: Según los panelistas latinoamericanos los problemas más relevantes que se presentan en la enseñanza de la matemática en sus respectivos países son consecuencias obligadas de variables políticas, económicas, sociales y culturales que afectan a la comunidad en general y, por tanto, a sus respectivos sistemas educativos, ante lo cual la educación matemática poco o nada puede hacer. Por otro lado, aún no se habría desarrollado un marco teórico de razonable aceptación entre expertos para configurar con nitidez y sentido operativo la idea de "eficacia de la enseñanza de la Matemática". Ante esta situación se plantea la siguiente pregunta: ¿Cuáles serían, a juicio del panel, las tareas más importantes que debieran cumplirse antes de la IX CIAEM para superar las limitaciones teóricas señaladas a la vez que para darle a la educación matemática un perfil más definido?

Sarah González: Proponer un grupo interamericano de estudio y compartir ideas acerca de qué es la enseñanza efectiva de la Matemática, de manera que elaboremos el marco teórico y el sentido operativo de la "enseñanza eficaz de la Matemática". Por otro lado, no estoy de acuerdo con la idea de que porque estamos inmersos en comunidades en crisis no podamos hacer nada en educación matemática. Creo que sí debemos trabajar pero estando conscientes de que los obstáculos serán muchos y fuertes.

Cesar Delgado, Universidad del Valle, COLOMBIA: ¿Cómo aplicar la eficacia externa e interna (ejemplos)? ¿Se han hecho estudios sobre la formación que proporciona la matemática? ¿Qué capacidades se espera desarrollar que sean propias de la matemática?

Milena Balbi, Provincia Chacao, ARGENTINA: ¿Qué trabajos hicieron apuntando a eficacia externa e interna?

Fidel Oteiza, Universidad de Santiago, CHILE: ¿Qué indicadores de calidad de la enseñanza de la matemática propondría para atender la validez interna y externa de un programa de educación media? ¿Cómo se puede relacionar los objetivos "altos" como autodirección y creatividad con la práctica educativa? tanto desde el punto del evaluador como del docente. ¿Qué recomendaría para la realización del tercer estudio Internacional de Aprendizaje de matemática y ciencia en países de América Latina?

Elfriede Wenzelburger, UNAM, MEXICO: Ud. mencionó las expectativas que tienen varios grupos sociales en la enseñanza de la matemática, ¿Qué ideas hay para lograr objetivos como creatividad, espíritu crítico, iniciativa, etc. ¿Ud. cree que las expectativas mencionadas serían buenos indicadores para la eficacia de la enseñanza? ¿Cómo se podrían medir el logro de objetivos como los procesos y habilidades que Ud. destacó?

Luz M. Rivera, Universidad Interamericana Ponce, PUERTO RICO: ¿Están completamente desarrollados ya los instrumentos mencionados para medir los temas afectivos? si es así, ¿Dónde podemos ver estos instrumentos?

Alicia Villar y Alicia Buquet,URUGUAY: Has hablado de distintas formas de aprendizaje, en particular citaste el aprendizaje memorístico. ¿Hay aprendizaje realmente en "ese aprendizaje memorístico"? ¿No es algo totalmente superficial y olvidable? ¿Aprender no es mucho más que eso?

Mario Meza Flores, U. de Atacama, Academia Politécnica Aeronáutica, U. de Santiago, CHILE; y Prof. Milady Faúndez, U. de Santiago: Según los panelistas latino americanos, los problemas más relevantes que se presentan en la enseñanza de la matemática en sus respectivos países son consecuencias obligadas de variables políticas, económicas, sociales y culturales que afectan a la comunidad en general y por lo tanto a sus respectivos sistemas educativos, ante lo cual la educación matemática poco o nada puede hacer. Por otro lado, aún no se habría desarrollado un marco teórico de razonable aceptación entre expertos para configurar con nitidez y sentido operativo la idea de "eficacia de la enseñanza de la Matemática". Ante esta situación se plantea la siguiente pregunta: ¿Cuáles serían, a juicio del panel, las tareas más importantes que debieran *cumplirse antes del IX ICME para superar las limitaciones teóricas señaladas a la vez que para darle a la Educación Matemática un perfil más definido?*

Patricio Montero
1) Ejemplificación de los conceptos de eficacia externa, eficacia interna y, la selección de algunos indicadores de calidad.

Tal como lo expresé anteriormente, los conceptos de eficacia externa e interna se refieren a los resultados y a los procesos de la enseñanza de la matemática. Ambos se relacionan con la idea de mejorar la calidad de la educación a través de un proceso de toma de decisiones sustentado en un sistema de medición que provea de información útil, creíble, pertinente y válida para quienes deben tomar las decisiones.

Los indicadores o estimadores de calidad dependen del tipo de decisión y del usuario. Por ejemplo, el tipo de información que requiere un Ministro o Subsecretario (Vice Ministro) es fundamentalmente para tomar decisiones sobre políticas nacionales relacionadas con la enseñanza de la matemática, mientras que un Secretario Ministerial Regional o Director de un Estado requiere información nacional y principalmente respecto a su Región o Estado y, un profesor de matemática requerirá de información específica relacionada con su proceso de planificación de clases.

A modo ilustrativo se presentan algunos estimadores de calidad para la eficacia externa e interna.

Eficacia Externa:

- Estimadores de cobertura, repitencia, deserción (acceso a la educación matemática).
- Estimadores de logro cognitivo-intelectual (aprendizajes matemáticos; conocimientos matemáticos formativos, instrumentales y prácticos; metacognición; y estilos cognitivos)
- Estimadores de desarrollo afectivo-emocional (sentimientos de autoestima, de agrado e interés por la signatura, motivación de logro).
- Estimadores de desarrollo social (valores, capacidades interpersonales, percepción de roles y pautas de socialización).

Eficacia Interna

- Estimadores sobre características de los profesores (formación, experiencia, tipos de perfeccionamiento).
- Estimadores sobre características del estudiante (aprendizajes y disposiciones previas, motivaciones de logro en la asignatura).
- Estimadores sobre características del proceso de enseñanza- aprendizaje (formas de presentación del conocimiento, tipo de interacciones, existencia y características de los medios educativos.

La selección de los estimadores dependerá del tipo de decisiones que se desee tomar. Sin embargo, no debería perderse de vista que los estimadores de calidad deben estar relacionadas con el esfuerzo consciente que hace un grupo humano (social) en un momento histórico. Esto es, la selección de los indicadores debería estar relacionado con el estilo de desarrollo de la nación y consecuentemente, ellos podrían ser apoyadores o premonitorio del cambio o mantenedores del estatus quo. En la literatura es posible identificar varios indicadores o estimadores de calidad de la educación.[1]

2) Antecedentes relacionados con la medición.

En esta parte se presentan inicialmente, un conjunto de antecedentes relacionados con la medición de la calidad de la educación de mi país y posteriormente, se intenta responder las preguntas de carácter más general.

En Chile se ha desarrollado un Sistema Nacional de Medición de la Calidad de la Educación (SINCE) para la educación básica que ha integrado información de varios estimadores. Se han implementado los cinco estimadores de calidad siguientes: logros de objetivos académicos, desarrollo personal (medido por el momento mediante autoestima académica), aceptación (grado de satisfacción de los alumnos, padres y profesores), eficiencia escolar (tasas de promoción, repitencia, retiro y promedio en años que demoran los alumnos para cursar los niveles) y cobertura (fracción de alumnos que están incorporados al sistema educativo formal con respecto a la población en edad escolar del área geográfica en análisis). Existen varias publicaciones respecto a este sistema.[2]

Para la enseñanza media existen estudios sobre la base de los resultados de las pruebas que se utilizan para ingresar a la universidad. También, existen otros trabajos que han sido presentados en las seis Jornadas Nacionales de Educación Matemática.[3]

Ahora quisiera ser más preciso en responder respecto a los objetivos señalados en las preguntas.

Primero, respecto a si hay o no aprendizaje memorístico. Si asumimos que la persona adquiere con ello una forma de actuar determinada que no la hubiese tenido sin esta información, sería un tipo de aprendizaje; a lo mejor, fundamental para desempeñar ciertos roles que comprenden actividades rutinarias y repetitivas. Desde el punto de vista de la taxonomía de Avital sería un nivel de reconocimiento. Su grado de olvido dependerá fuertemente de su uso. La medición de este tipo de aprendizaje no presenta grandes complicaciones y estamos acostumbrados a hacerlo.

Vamos a los niveles taxonómicos más altos que corresponden a objetivos cognitivos de orden superior y aspiraciones fundamentales tales como el desarrollo del espíritu crítico, de la iniciativa, de la autodirección. Primeramente deseo destacar que comparto la idea de que objetivos de este tipo son buenos indicadores de eficacia de la enseñanza, más aún, pienso que la consideración de ellos son esenciales para analizar las prácticas educativas. Por ejemplo, ningún estudiante podrá desarrollar un espíritu crítico si a través de la enseñanza, el conocimiento es presentado como verdad universal, si en las pruebas sólo se espera que el estudiante repita lo que el profesor transmitió.

La medición de estos objetivos de orden superior es compleja y aún falta mucho por hacer. En este poco tiempo sólo puedo mostrar algunas ideas centrales y referencias. Entre ellas deseo destacar las tres siguientes:

i) La medición referida a criterio ha provisto un marco conceptual y de acción distinto a la sicometría clásica. Las características técnicas (pertinencia, validez y confiabilidad) de la medición referida a criterio han eliminado el supuesto de normalidad implicando un cambio sustantivo en los fundamentos y procedimientos.

ii) Los avances de los modelos estadísticos y las contribuciones de los paquetes computacionales han permitido probar que para asegurar la validez de la interpretación de la medición es fundamental contrastar el patrón de respuestas con la organización de los ítemes en la tabla de especificaciones. En breve, en el proceso de validación se debe probar que la organización de las respuestas contiene agrupaciones similares a las establecidas en la tabla de especificaciones construida teóricamente cuando se elaboraron las preguntas.

iii) La instrumentación de la medición de objetivos de "alto nivel" deben ser desarrollados de modo que tengan validez de constructo. Su elaboración es un proceso de investigación y desarrollo que supera ampliamente las posibilidades de los profesores del aula. El enfoque metodológico y su procedimiento es similar al desarrollado para medir las autopercepciones académicas.[4] En términos muy breves, se debe en primer lugar definir con mucha claridad el propósito de medición de modo de poder lograr su utilidad y validez. Luego se debe desarrollar un constructo teórico que permita en forma autosuficiente satisfacer el propósito de la medición y formular un conjunto de hipótesis que permitan probar su validez. Posteriormente, se elabora el procedimiento e instrumentos de acuerdo con el constructo teórico y las hipótesis y finalmente, su validez se hace descansar en diversos tipos de evidencias. En el caso del desarrollo de los instrumentos de autopercepciones académicas se realizaron dos situaciones experimentales. En la primera se combinaron fuertemente antecedentes cualitativos con los cuantitativos de modo de asegurar primeramente validez interna de la forma de medición y en la segunda, se enfatizó el uso de un enfoque analítico para estudiar también su validez externa.

En suma, en mi opinión es fundamental abordar en forma prioritaria el desarrollo sistemático de estimadores y procedimientos evaluativos de los objetivos formativos que justifican la enseñanza de la matemática. La aplicación de una metodología como la expuesta anteriormente, no sólo contribuirá para avanzar en la evaluación de la eficacia externa, sino que también, iluminará la validez de hipótesis que apoyarían el mejoramiento de la eficacia interna mediante la utilización de relaciones probadas empíricamente que sustentarían metodologías adecuadas para el logro de los objetivos propuestos.

Para la próxima CIAEM esperaría avances importantes en el desarrollo de constructos teóricos que permitan orientar los procesos de definición de metas, el desarrollo de metodologías adecuadas y los procedimientos e instrumentos evaluativos. En especial, la validación de los constructos teóricos le daría un perfil más definido a la Educación Matemática y contribuiría a acercar su acción con su discurso teórico, especialmente, respecto a ciertos objetivos de la enseñanza de la matemática que en consenso se destacan como centrales y fundamentales.

Finalmente, a la luz de lo expuesto en esta presentación, para el tercer estudio recomendaría especialmente tres cosas. La primera, asegurar la concordancia entre el propósito de medición y las características del tipo de información que se proveerá a los distintos usuarios de modo de satisfacer los requerimientos de utilidad y credibilidad. La segunda recomendación es que en la medición de aprendizajes, el estudio debería integrar mediciones referidas a criterios si se desea evaluar el nivel de logro y a la norma si se desea clasificar sujetos. La tercera, que el sistema combine estimadores de resultados y procesos. Con ello el sistema de medición permitirá proveer de antecedentes pertinentes y válidos para desarrollar políticas en términos de los resultados y factores explicativos que deberían corresponder a variables alterables para mejorar la eficacia de la enseñanza de la matemática y reducir las insatisfacciones actuales.

Notas

1. Por ejemplo, ver Rodríguez, C. "Calidad de la Educación, Variables e Indicadores Referidos al Proceso de Enseñanza-Aprendizaje", *Revista de Tecnología Educativa*, Vol X, No 2 y 3, Santiago, Chile, 1987.

2. Una descripción del sistema se encuentra en: Legues, P.
"SIMCE: Una Contribución del Ministerio de Educación para Mejorar la Calidad de la Educación, *Revista de Educación*, MINEDUC, 1988.

3. Para obtener mayor información consultar al Prof. Hernán González G., Secretario Ejecutivo de la Sociedad de Educación Matemática, Universidad de Santiago de Chile, Casilla 5659, Correo 2, Santiago, Chile.

4. Montero, P., "Autopercepciones Académicas y Calidad de la Educación: Elementos Teóricos, Evidencias Empíricas y Sugerencias Pedagógicas", Programas Educacionales Chile Ltda., Edu-Chile, 1991.

Why do I think the goal of President Bush's Administration cannot be reached? (i.e. that by the year 2,000, United States will be first in the world in science and mathematics achievement.)

Eileen Poiani Because how we define "first" is unclear. Is it first on an international contest or the Mathematical Olympiad? Is it satisfactory achievement at all grade levels for students in comparison to today's results or in comparison with other countries?

Eight and one-half years till "2000" is a short time to accomplish all the educational reform that is proposed. But - what is important about the President's statement is that it implies the federal government supports excellence in mathematics in spirit and in financial commitment.

The goal is admirable. We should continually strive to improve the teaching and learning process. I believe great strides in American mathematics education will be achieved by the year 2,000 provided there is cooperation among all interested parties and adequate human, fiscal, and technological resources.

I will now look at other questions from the audience and see how they shed light on reaching such a goal.

Why not devote some energy to training elementary school teachers in mathematics to remove their fear or dislike for the subject?

This is an excellent question.

From my experience, a sizeable number of elementary teachers do have "math anxiety" and "math avoidance" as well as "computer anxiety" and pass it on to their students, often unintentionally. Most states require only 6 credits (1 year) of basic college math to be certified to teach in elementary school. Less than three years ago, some states required no college-level mathematics course for certification!

- College mathematics courses for elementary teachers need to be revamped. We in the colleges must assume responsibility for our products.
  - Saint Peter's Institute does have workshops which address the "math anxiety" of teachers
  - I personally have given workshops and talks on the issues of promoting confidence in mathematics. Students and teachers need to realize they do not have to be a "genius" to be successful in mathematics.

Related question: Why not devote energy and ascertain that all prospective elementary school teachers be competent in mathematics?

- The need to require a reasonable number of credit hours for teacher certification in mathematics has already been noted.
- NCTM Professional Standards probably comes as close as anything to national certification standards.
- Opportunities for practicing teachers to keep abreast of new curricula and delivery systems in mathematics education need to be supported locally and nationally on an ongoing basis.
- Interest in having "elementary school mathematics specialists" (like art and music teachers) is growing. This is encouraged by the mathematics community.

I wholeheartedly agree that a person's initial exposure to mathematics should be of excellent quality. Outcomes show that children are not mastering elementary mathematical concepts. The 1990 National Assessment showed that 72% of 4th graders were able to solve simple arithmetic and multiplication exercises; but only 11% could do 2-step problems and none could do fractions, decimals, percentages, or simple algebra.

If we permit the use of calculators on tests, how will the children learn the basics?

I strongly feel we must introduce and use the calculator with care - a tool to enhance learning. Basic arithmetic operations still need to be taught and understood - BUT the tedium can be eliminated and students can deal with "big numbers" and "real life numbers" sooner by using a calculator.

Three-digit division can be done on a calculator once the child has mastered one and two digit-division. Finding square roots by a memorized algorithm can be replaced by using a calculator and the released time can be devoted to problem-solving strategies.

Could you describe an example on the use of calculators in mathematics classes in your program?

- NCTM example: From the digits 1 - 5, find one 2-digit and one 3-digit number so that the product is maximized.
- If one million dollar bills were placed side by side lengthwise, how far would they reach from Miami in centimeters, meters, kilometers, miles? Moving in any direction, which city would the farthest dollar reach?
- Use a calculator in the grocery store to predict your bill.
- If you drink 4 oz. (mg) of milk a day, how many ounces (mg) do you drink in a year?
- Solve the various cases of the "Birthday Problem."

If by the time a student reaches college, he or she cannot progress using only manual calculations, then I will be happy if the student at least knows how to compute using a calculator correctly.

What are the disadvantages in the use of calculators?

The pros and cons of calculators would be a fine topic for an entire conference. Calculator results are meaningless unless the user understands the basic arithmetic operations and can do mental estimations to test the answers. The teacher must seek a balance between manual calculations/pen and pencil and technologically-assisted work. Graphics and programmable calculators are just the beginning of the advances in compact, powerful technology.

What do you do when you have no resources to acquire calculators or computers?

You can still approach mathematics through exciting new problems related to students' experiences. You will need to modify some numbers to make the calculations easier.

You can have calculators for demonstration - at least expose students to them as much as possible. Determine if corporations or other organizations will loan or give your school their out- of-date calculators and computers. After all, where do the old ones go? If books can be passed on, why not technological tools?

Where do the research teams (SPUERT) meet?

The location varies and cycles around the college campus, elementary school, and high school. It is very important that the primary and secondary school teachers feel an active part of the team. The college professor must <u>not</u> preach to them - no one has all the answers. The effort must be cooperative and collaborative.

What is the schedule of team meetings?

- Communicate regularly by electronic mail.
- Meet about once a month.
- Meet with outside consultant about 2-3 times per semester.
- Host special expert speakers - hold lectures at the schools and the colleges.

Try to have teams from different disciplines attend the lectures of other groups. (e.g. mathematics attend communications or computer-assisted and vice versa.)

What equipment do the schools have?

All Institute schools have calculators and computers. These schools did not have the money to buy this equipment. The Governor's Challenge Grant paid for it.

What awards are given to students at achievement recognition night?

- Certificates and plaques.
- Dinner for student and parent(s).
- T-shirt with appropriate designs and wording.

How can we facilitate the relationship between home and school in order to enhance mathematics and science learning?

- Materials like "Family Math" from Equals at the Lawrence Hall of Science.
- Problems that parents and children can solve together such as the packages prepared by the Mathematical Sciences Education Board, a national group of educators, parents, and legislative leaders, sponsored by the National Academy of Sciences.
- If parents themselves lack mathematics skills, then consider offering special mathematics courses for them.

Could you explain what was meant by "critical thinking" in mathematics?

The term, "critical thinking," is viewed differently by different people. There is a new literature on the subject as applied to new teaching strategies. Unfortunately, our limited time does not permit us to explore this topic in depth.

In mathematics, one traditional meaning is to analyze "critically" the approaches to solving a problem; to provide situations where the student must sort out the procedures and information they have learned and select the ones useful to the problem at hand. (i.e. analytic and logical thinking.)

Is there a contradiction between cooperative learning and high levels of achievement?

There need not be.

In any group, leaders may emerge. The gifted child or the slow learner may need special attention outside the group.

In my opinion, for cooperative learning to work, the groups must be carefully monitored. Students should be exposed to different grouping styles: homogeneous, heterogenous, by interests, and other characteristics. Inevitably, there will be some students who cannot function well in a group.

How does your program for effective teaching of mathematics incorporate the way children learn math?

- Visiting Teaching Consultants to the Institute share their expertise and research or learning theories with the teachers.

- The strategies used take these ideas into account.

How does your program for effective teaching of mathematics incorporate different modes of representation as an important feature in the teaching of mathematics?

- Different modes are explored and encouraged. The Institute is evaluating the results.

In fact, teachers have their own styles - some can change or add new strategies, others cannot. Some are more effective in a style they are comfortable with rather than adopting another one just because it is stylish.

Closing Comment by Eileen Poiani
The strategies recommended by NCTM and other reports in my country and yours are both old and new. These strategies include the ones that had worked well in the past as well as innovative methods for dealing with (a) the <u>new technology</u> and (b) the focus on the <u>usefulness of mathematics in everyday life</u>.

To produce effective teaching of mathematics at every level, I believe two basic things must be done:

1. Design a fresh curriculum for training aspiring teachers of mathematics - including technology and an exposure to different teaching styles (group, lecture, interdisciplinary, etc.)

2. Retrain practicing teachers as much as possible.

Unless both groups assume ownership for the future of mathematics education, we will have the same problems - only bigger - in the 21st century. To do this, I hope for greater interaction between departments of mathematics, mathematics education, and education.

PANEL C
USOS INNOVATIVOS DE LAS CALCULADORAS Y COMPUTADORAS EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA

Moderador:

Fidel Oteiza
Universidad de Santiago
CHILE

Panelistas:

Elfriede Wenzelburger
Universidad Nacional Autónoma de México
México D.F., MEXICO

Leonel Morales
Universidad Francisco Marroquín
GUATEMALA

Francisco Quezada
Universidad de Costa Rica
San José, COSTA RICA

Douglas Brumbaugh
Universidad de Florida Central
Orlando, Florida, USA

Presentación

Por medio de sus intervenciones[1] los panelistas plantearon un conjunto importante de preguntas o cuestionamientos que debemos responder.

Estos comentarios previos resumen esas preguntas y sus consecuencias para una agenda de trabajo.

Las Preguntas

Tanto **Elfriede Wenzelburger** como **Douglas Brumbaugh** mostraron cómo el computador, al ingresar al aula, desafía las decisiones curriculares y las prácticas docentes habituales. En particular es importante revisar los aspectos siguientes:

1. Desde el punto de vista del currículo: ¿qué matemática enseñar? De una parte, la calculadora y el computador hacen innecesarios ciertos cálculos rutinarios; de otra, el computador permite la exploración de conceptos y cálculos que hace poco estaban fuera del alcance de un estudiante. El efecto de la microelectrónica en la sociedad total, también presiona sobre el currículo al preguntar acerca de cuál es el conocimiento matemático adecuado para participar activa y efectivamente en una sociedad que se informatiza.

2. La tecnología, especialmente en las modalidades para almacenar y recuperar la información: CD-ROM, multimedia y su combinación con las comunicaciones, cuestiona - al abrir nuevas posibilidades - la forma en que el estudiante se relaciona con el conocimiento en la sala de clases habitual.

[1] Ver más adelante para las ponencias específicas.

3. Ambos panelistas, hicieron referencia a estrategias de enseñanza en las que el estudiante explora, construye y aplica la matemática, cuestionando por lo tanto la actividad del docente expositor de contenidos.

En conjunto, y muy especialmente en la presentación del profesor de la Universidad de Florida, se puso sobre el tapete la cuestión del rol del educador matemático en un ambiente informatizado.

Leonel Morales, al relacionar las ciencias cognitivas y otros cambios en los paradigmas básicos, con el aprendizaje y la enseñanza de la matemática dejó planteadas las siguientes preguntas:

1. ¿Cómo debemos enseñar matemática a la luz de la psicología cognoscitiva? ¿cómo debe cambiar la práctica educativa al tomarse en cuenta los procesos internos en el aprendiz?

2. Si, como las corrientes actuales en epistemología lo señalan, el observador influye en lo observado y el conocimiento se reconstruye cada vez que se lo aprende ¿cómo influye en la educación matemática este cambio epistemológico?

3. La tercera cuestión tuvo carácter ideológico. En su presentación, Morales hizo un llamado para "hacernos responsables de un pensamiento propio", para atrevernos a traspasar las barreras de la dependencia de nuestras naciones latinoamericanas en pos de la cooperación, las comunicaciones horizontales y el desarrollo de nuestras propias herramientas tecnológicas.

Por su parte, **Francisco Quezada** propuso una revisión de las relaciones entre el estado y el sector privado, desde el punto de vista de sus roles en la educación. En particular propuso revisar la práctica educativa desde los puntos de vista siguientes:

1. La disminución del perfil de los entes internacionales y supra nacionales, antes poderosos y ricos.

2. El desmontaje del "estado protector" y la valoración de lo económico-privado por sobre lo cultural-estatal; y

3. Las profundas transformaciones que se pueden observar en el campo laboral.

Cuestiones que hacen imperioso repensar las políticas nacionales de educación y la necesidad de un nuevo "plano regulador" de las relaciones sociales.

Consecuencias para una Agenda de Trabajo

Durante la segunda sesión del Panel, se discutieron estas cuestiones, se las relacionó con las realidades de cada uno de los países representados por los panelistas y se propusieron algunos lineamientos para una agenda de trabajo de los grupos de estudio en educación matemática y para las organizaciones nacionales e internacionales que reunen a los especialistas en esa especialidad.

Como resultado de los análisis se concluyó que al preparar una agenda de acción en materia del informática y educación matemática, se debía tener en cuenta y actuar conforme a los siguientes señalamientos:

1. En la mirada hacia el futuro inmediato se manifestó que los sistemas educacionales de la región y sus líderes se muestran escépticos y excesivamente cautos al considerar el rol que puede jugar la tecnología informática en las necesarias transformaciones que esos sistemas requieren.

2. Que, desde otro punto de vista, es del todo necesario que los países de la región establezcan políticas que orienten el desarrollo del área.

3. Que, ha existido una cierta incapacidad - entre los especialistas - para responder preguntas muy básicas que inquietan a los que adoptan decisiones educacionales, en particular a las siguientes: ¿qué aprenden los estudiantes al interactuar con el computador?, ¿cuáles son las ventajas que ofrece el uso de la tecnología?, ¿más aprendizaje?, ¿mejor aprendizaje?, ¿aprendizaje más rápido, más eficiente?

4. También la mistificación: el computador es una solución a los grandes problemas de la educación y los temores exagerados frente a lo nuevo y desconocido, son dos factores a tener en cuenta al diseñar programas en los que se haga uso de la tecnología.

Se propuso:

1. Hacer uso del aprendizaje que se ha acumulado en la región después de varios años de experiencias, algunas de las cuales tienen apoyo o carácter nacional, para transferir lo aprendido a los países e instituciones que así lo deseen.

2. Desarrollar la capacidad para producir software en las naciones del continente, comc un aporte a la disminución de la dependencia que éstas experimentan en relación con los países del norte.

3. Dado que la microelectrónica ha tenido un efecto sobre la sociedad como conjunto y que, simultánemente, es una herramienta de cambio poderosa, los participantes en el panel propusieron desarrollar las utopías pedagógicas que la sociedad informatizada requiere y que la tecnología permite.

4. Hacer uso del potencial total de la tecnología, en sus dimensiones de computación y de comunicaciones, experimentando y poniendo a prueba soluciones educacionales diversas y diversificadas; evitando así el uso reducido de quienes ven en la máquina sólo alguna de sus múltiples facetas y posibilidades.

5. Por último, se hizo especial énfasis en la necesidad de liderazgo. En efecto el desarrollo de las aplicaciones de la computación y las comunicaciones al mejoramiento de los logros en el aprendizaje de la matemática, suponen orientaciones, la comunicación de resultados, la acumulación y la sistematización de los aprendizajes que se adquieren - en y a través - de la experiencia. Estas acciones exigen la presencia de líderes informados, con capacidad de convocatoria y espíritu de servicio.

Computers in Mathematics Education

Elfreide Wenzelburger
Universidad Nacional Autónoma de México
México D.F., MEXICO

The presence of microcomputers in universities and schools has changed considerably the teaching and learning of mathematics at all levels. Course contents need to be revised which can mean that new contents can be included or old ones revisited.

Teaching strategies are different if computers are available and for research in mathematics-education a great many challenges arise. In this presentation we address three issues:

1. The impact of computers in mathematics (new contents and new teaching methods).

2. Personal experiences as a researcher and teacher with computers in teaching functions in a graphical computer environment, emphasizing visual reasoning.

3. Comments about the present situation in Mexico as far as computers in mathematics education are concerned.

1. The school level I am mostly concerned with is the high school level (grades 10-12, medio-superior, bachillerato, liceo ...).

a. As new contents in high school mathematics courses, the following should be considered:

- Elements of discrete mathematics - boolean algebra, counting methods, induction, recursion and iteration.
- Functions from a more dynamic viewpoint -recursive and iterative functions. These are basic concepts for the study of dynamic systems. The nonlinear varieties lead to chaos theory.
- Fractal geometry, the idea of a fractal dimension is basic to understand and model natural phenomena: - clouds, trees, coastlines. Also deterministic fractals are very interesting geometric objects such as snowflakes and dragon curves. A little LOGO goes a long way in this context.
- Mathematical examples of expert systems: Such knowledge bases are essential in computer science, especially in artificial intelligence.
- Algorithms have gained a new respectability, they are no longer related to routine meaningless recipes but are an important construct in computer science.
- Graphs of a wide variety of functions can be explored with a computer. It is important to go beyond the standard examples we draw on blackboards and find in books.
- Informal geometry with a discovery approach may lead to a revival of geometry in schools.
- Beside elements of differential and integral calculus, students can be introduced to difference equations and finite sums as the corresponding discrete models.
- Probability and statistical explorations with real data.
- Simulations of processes by means of mathematical models.

b. As far as new teaching approaches are concerned, we should seriously consider the possibility to introduce our students to mathematics as an "experimental science" where exploration, data collection, writing and testing of hypotheses, discovering and construction of concepts play a central role.

Computers offer tremendous possibilities in this direction. This has been expressed very clearly in the first study of the ICMI Study Series: *The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching*, in 1986.

I think it is worthwhile to repeat here what has been said about exploration and discovery and the way computer technology may be used to assist in this process: "active learning leads to better retention, under standing and liking of mathematics and to more self confidence in the ability to use mathematics to solve problems".

- Exploration and discovery helps to teach people to think.
- Discovery provides an aesthetic experience in mathematics, the 'aha' of seeing and proving something, is what makes mathematics attractive.
- Exploration and discovery are perhaps the best ways for students to see that mathematics is so useful.
- Discovery enables the student to see a familiar idea applicable in a new context, thereby enabling a grasp of the power and universality of mathematics.

How can computers be useful here?

- Through visualization of a great variety of two and three dimensional objects via computer graphics students may explore questions and discover results by themselves.
- Through computer graphical presentations of interesting geometries.
- Via exploratory data analysis.
- By graphical and numerical explorations of how to approximate complicated functions by simple ones.
- By applying the first steps of the inductive paradigm - compute, conjecture, prove-in many, many different situations.
- By using symbolic mathematical systems to discover mathematical formulas.
- By designing and executing different algorithms for the same related tasks.

It has to be said that not all students are expected to become mathematicians and create new mathematics, but to rediscover and reconstruct small options and results from already existing mathematics for themselves.

Occasionally even a piece of original mathematics can be discovered. Examples of both types of student ·'vities are well represented in the literature of mathematics education.

It shoulu ~entioned here, that research results, especially from England (David Tall, Celia Hoyles), show evidence that ; ~ better advantage of computer environments than boys do, so computers open up new ways to overcome s. ~r differences.

A very important aspect ... ~ew teaching methods with computers is visualization or more precisely visual reasoning.

At the 15th Conference of the Internation... for the Psychology of Mathematics Education which was held in July 1991 in Assisi, Italy, one of the main p... ~nferences was presented by Tommy Dreyfus on Visual Reasoning. He pointed out the importance of visu... ~ning in the work of mathematicians, the growing acceptability of visual arguments as proofs, the tremen... ~ential of visual approaches for meaningful learning. Computerized learning environments can help to deve... ~otential. Students can operate on visual objects and observe changes.

2. Research Project: Graphical environment with a computer to teach function concepts.
The emphasis in this line of research is on guided discovery learning, visualization of visual reasoning, different representations of the function concept and a moderate constructivist view point: find out where the learner is and get him actively involved in the construction of the concepts.

In the context of the research project, so far four experiences with high school students have been done. The objective is to study the feasibility and efficiency of a graphical environment on the computer consisting of a function plotter, a study guide and tutoring by a teacher to learn function concepts - a central topic in high school mathematics.

The graphical environment has characteristics of a generic organizational system, -a term coined by Tall (1985) - the software and the study guide allow students to arrive by means of concrete examples at higher order concepts. The computer environment also has the advantage that students can work with multiple-linked representations of functions, such as algebraic vs. graphical, visual vs. symbolic. The interpretation of function graphs requires mathematical knowledge and perceptual experience. A lack of these can result in deficient learning with the graphical method.

In order to set up a graphical environment of this type it is necessary to choose good graphics software and prepare care fully sequenced and structured worksheets for students to guide them in the correct comprehension and interpretation of graphs.

The teaching strategy was tested in two pilot studies with 10th graders and 12th graders and the mathematical topics: quadratic equations and roots.

The topics chosen for the main studies were trigonometric functions of the type y = a*sin(bx) and y = a*cos(bx).

1. A group of 60 12th grade students was randomly divided into 2 groups. The experimental group worked in the computer laboratory, every student had a computer and a study guide. The classroom teacher was present to answer questions and to discuss some results students obtained while working with the study guide. A pretest and posttest was given and no difference was found between the groups. The activities were such that students had to learn the concepts of amplitude and period of the above mentioned trigonometric functions.

2. From a group of 32 12th grade high school students, 8 were randomly selected to work individually on a computer with the study guide while the rest of the group attended normal lectures by the classroom teacher on the same contents. On the posttest a small difference was found favoring the computer group, but on a surprise retention test 3 months later a very significant difference between the experimental group and the control group showed up. Analyzing the results of the posttest of the computer group according to the variable sex or gender, it could be observed that girls in the computer group did significantly better than boys, but on the retention test boys and girls in the computer group showed the same performance.

These results can be interpreted in the sense that students can learn well in an individualized graphical computer environment where they are actively involved in the learning process. Social interaction occurs through spontaneous group building and teacher student contact. Analyzing student errors on the exams, it became evident that period is a much harder concept than amplitude, number of cycles or frequency in the case of periodic functions.

Students' opinions after the computer experience were very positive, but during the work on the computer some students asked: When are we going to do some real mathematics? They are not used to visual thinking, individual work, discovery learning and dynamic visualization on a computer as a teaching method.

Maybe we should reflect on our own teaching; do we emphasize visualization, do we trust our visual intuition, do we use graphical methods in our own mathematical activities? Visual teaching approaches can open up alternative ways of learning for many students.

The present situation in Mexico related to computers in mathematics education
At the national level there is a project to introduce computers for educational purposes in public schools. This project is being organized by SEP (Secretaría de Educación Pública-Ministry of Education). At the primary and secondary level (grades 1-9) it is called COEEBA -SEP. The immediate goal, to have one computer for demonstration purposes in each school has been reached, now small computer labs with about 10 computers are being installed in selected schools. Originally there were small computers with 64k and cassette recorders, now IBM-compatibles prevail. The installation of computers is coordinated with the COEEBA-centers in every state. The COEEBA-programs are being developed by the Instituto de Comunicación en la Educación (ILCE) which so far has published more than 300 programs in mathematics, science and social science. The programs are supposed to be used by a classroom teacher who has one computer in the classroom and wants to demonstrate certain

concepts. The programs have been written with a very conductivist spirit, they are very static and seem like pages of a textbook written on a computer screen. This type of software does not make good use of the real possibilities of a dynamic, interactive computer environment.

In large Mexican cities many private schools and universities are well-equipped with computers, the same as middle-class households. Also the UNAM has been buying large numbers of equipment, mostly IBM-compatibles for the high school, undergraduate and graduate level. Every one of the 14 high schools which are integrated to the university has a computer lab with 40-50 computers. This does not necessarily mean that this equipment is being used for educational purposes or for mathematics education. Generally the computers are used for computer science and programming courses, because high schools in Mexico offer technical options to students for whom the high school is terminal.

The absence of systematic efforts to use computers in the mathematics classroom is in part due to the lack of teacher training opportunities in this area. Everything is left to the initiative of some individual teachers or researchers and that is definitely not enough.

Some research concerning computer use in mathematics education is being done at UNAM and at the Mathematics Education department of the Nacional Polytechnical Institute. This includes work on LOGO, use of spreadsheets and use of function plotters to explore multiple linked representations. Together with evidence gathered at the international level this kind of research shows that computers have the potential to change our way of understanding mathematics and its teaching.

In addition to the ILCE programs there has been some software development in Mexico. This software has the advantage that it is in Spanish and so more accessible to teachers and students. We can mention the graphical packages CALCULA and CONICAS for calculus and analytic geometry. These programs are commercially available. Smaller, more sporadic software development projects appear in the context of a thesis at the undergraduate or graduate level. One exception is a private enterprise, Fundación Arturo Rosenblueth,which offers courses on computer use in general and for education, and has a good stock of programs for mathematics and science - especially function plotters and simulations.

There is a Mexican society for computers in education (SOMECE) which organizes annual meetings. Also, UNAM, under the sponsorship of UNISYS, organizes yearly conferences on Computers in Higher Education (number 8 this fall). There have also been organized National Conferences of Computer Science and Latinamerican Seminars on Computers in Educations (two so far). All of these events usually include the presentation of papers about mathematics education.

To sum up it can be said that in the last five years significant progress has been made in introducing computers in educational institutions, but there is still a long way to go to make an efficient use of this high tech didactical tool.

MATEMATICA - COMPUTACION - EDUCACION

Leonel Morales Aldana
Universidad Francisco Marroquín
GUATEMALA

Matemática - Computación
Vemos en la historia de la matemática, como los matemáticos estuvieron siempre cerca de construir una máquina que hiciera los cálculos para ellos. Aún en este siglo encontramos la urgente necesidad del matemático y del científico en general, de obtener una máquina para hacer las grandes cantidades de cálculos numéricos.

Calculadoras Las calculadoras son adoptadas en pleno en el trabajo científico y poco a poco ingresan à la *escuela*. Primeramente es de uso exclusivo del profesor y algunos de ellos permiten el uso de ellas por parte de sus alumnos. Hoy en día encontramos recomendaciones como del NCTM, de comenzar a trabajar en la escuela secundaria con problemas de *máximos y mínimos*, auxiliádose de una calculadora (Curriculum and Evaluation Standards, 1989). También otras Asociaciones de Profesores de Matemática, se pronuncian a favor de ella, como por ejemplo: la Associação de Professores de Matemática, que dedica todo un número de su revista *Educação e Matemática* (No.11, 1989), a la *calculadora y el proceso de enseñanza-aprendizaje*. También encontramos muchos libros que traen ejercicios específicos para ser resueltos con calculadorea y otros libros que desde su título ya nos indican su orientación, como por ejemplo: *Trigonometría con Calculadoras* (Hyatt, 1988). Dentro de este tipo de aplicaciones, encontramos también muchos trabajos del uso de las *hojas electrónicas* (en una computadora), para resolver problemas semejantes a los que son planteados para las calculadoras pero que nos permiten, con el uso de estos paquetes, llegar a *generalizaciones* de los problemas, como un ejemplo de este trabajo tenemos el libro *Quod Novis* (Tomé, 1989), que presenta una colección muy interesante de problemas y actividades, que a mi juicio introducen al estudiante al pensamiento recursivo.

Pero las calculadoras han evolucionado, tanto así que ahora nos permiten el *procesamiento simbólico*. Podemos trabajar expresiones algebraicas (simbólicamente), ver la solución gráfica de un problema y por último agregar algunos datos para ver soluciones particulares. También nos permiten calcular simbólicamente derivadas y algunas primitivas, como un ejemplo de estas calculadores está la HP-28S. De hecho, estamos ya dentro de una *nueva matemática*, y la pregunta ya no es *si utilizamos o no las calculadoras en la sala de clases*. La pregunta es: ¿Cómo adapataremos nuestras clases de matemática a esas realidades.

Computadoras La mayor actividad del matemático es formular teorías, éstas son acompañadas de definiciones, axiomas, proposiciones, lemas, teoremas y corolarios. Haciendo cuenta de los teoremas producidos por año, en el mundo, Davis (1986 ,p.47) calcula que son aproximadamente doscientos mil. ¿Qué tiene que ver la computadora con esta actividad de los matemáticos?

Las ciencias de computación, y más específicamente la inteligencia artificial, han trabajado en la demostración de teoremas por computador, un área de trabajo que está muy ligada con el área de resolución de problemas.

"O primeiro programa de computador significativo para a prova de teorema foi o logic theory machine de Newell, Shaw e Simon, desenvolvido nos anos 50." (Genaro, 1986, p. 52).

Un ejemplo del trabajo en la elaboración y demostración de teoremas es citado por Rich: "A meta de AM foi gerar novos conceitos matemáticos 'interessantes'. Ele obteve sucesso em descobrir coisas como números primos e a conjetura de Goldbach." (1988, p.97).

Definitivamente la matemática y la computación se encuentran muy ligadas, casi como una simbiosis; las necesidades de la ciencia de la computación han acelarado el trabajo en algunas áreas de la matemática. Por otro lado, la utilización del computador y de la inteligencia artificial, han acelerado el trabajo de muchas áreas de la matemática. Entonces, la pregunta es: ¿y nosotros profesores de matemática, qué cambios estamos incrustando dentro del currículum de la matemática en las escuelas?, ¿qué cambios estamos introduciendo para que nuestros alumnos se beneficien por la utilización del computador y las calculadoras electrónicas?

Computación-Educación
El computador que inicialmente fue creado para ayudar a los científicos en sus investigaciones, para desarrollar mejores metodologías en la administración de datos, en la estadística y en los negocios, últimamente ha sido utilizado en las más diversas actividades del hombre.

Ahora, ¿cuál es la relación de la educación con la computación?, o ¿cómo la educación se ha de transformar para que sus alumnos hagan un uso racional y social de los beneficios de las computadora? ¿Cuál es el objetivo de los fabricantes de computadores, en la aplicación de los mismos en las escuelas? Cuestionamientos, creo que no faltarán. Es verdad que la educación no representa el gran mercado, pero puede ser factor decisivo en cuanto formadora de la mente y de las necesidades de los usuarios de las próximas décadas.

Aspectos Sociales Toda la sociedad actual queda de alguna forma relacionada con el computador, con las ciencias de computación o con los profesionales de la computación. Mirando para las artes, encontramos pinturas hechos con computadores, fotografías que son compuestas con el computador, en la música tenemos programación de la música, también composición, ajustes musicales, y simulación de instrumentos musicales. En el área de la información, es difícil pensar en un periódico que aún no tenga toda la composición hecha por computadores. Todo eso es para producir un periódico aún impreso en papel y distribuido en las bancas. Tenemos ahora las terminales de información en las propias casas, y las redes nacionales e internacionales de información. Además de la información, tenemos la robotización de la industria y de la agricultura, que llega a substituir la actividad del hombre en trabajos de alto riesgo, pero traen dificultades en varios campos, como por ejemplo en los servicios de asistencia social, ya que ellos no aportan a los programas y no se jubilan. En esta profunda incrustación del computador en la sociedad humana, tenemos también que pensar en el mercado de trabajo de nuestros alumnos, lo que les espera al salir de la escuela.

La escuela, como centro priviligiado de transmisión de conocimientos, tiene que entrar en ese campo, no podemos determinar las actividades del computador o de la informática en la escuela, en primer lugar, porque el computador y la informática están constantemente cambiando y aquello que nos parece ahora ser lo correcto, dejaría de serlo en el futuro. En segundo lugar, no podríamos definir las actividades, pues son los profesores dentro de las aulas, los que tienen las mejores opciones para la utilización. Lo que no podemos aceptar como excusa para no utilizar el computador en la escuela, es la limitada capacidad económica de la educación en la mayor parte de nuestros países.

Un profesor solo no puede hacer mucha cosa, pero en las asociaciones de profesores, en las asociaciones de padres, en la propia industria que necesita promover sus productos, encontramos aliados perfectos para introducir nuestros proyectos de educación y computación. Como decía antes, lo único que no está permitido es la pasividad, pues en ese sentido estamos contribuyendo a la elitización de la enseñanza.

En la medida en que la utilización del computador no se propague a todo el sistema escolar, la elitización, por lo menos en relación con la calidad de la enseñanza, estará de hecho en vigor, pues el computador ya está siendo usado por instituciones particulares de enseñanza y por todos aquellos que poseen recursos económicos para la adquisición de hardware.

Nosotros, profesores, tenemos que hacer uso de nuestra iniciativa para no permitir que la informática aplicada a la educación llegue a ser un medio para la rearticulación del poder de la burguesía en la educación.

"...en la era de la informática, ser alfabetizado tiene un significado absolutamente nuevo" (Dalledonne y D'Ambrosio, 1987, p.56); alfabetizado en el sentido del conocimiento en computación. Que la escuela, y nosotros profesores, tenemos que andar con cautela, eso es innegable. ¿Qué vamos a hacer con el computador en la escuela? ¿Vamos a dar cursos de programación? Vamos a utilizar el computador como una herramienta para el trabajo del alumno?

Muchos alumnos tienen, en la elaboración de programas, y en el uso del computador, una competencia casi profesional. La experiencia de su propia capacidad y la independencia de padres y profesores queda de acuerdo con la conducta de un adolescente. Ahora lo que hace contrasentido es que en la mayoría de las veces esa competencia se consigue independiente de la escuela y por eso también tiende a aislarlo y a debilitar sus contactos sociales.

Aspectos políticos y filosóficos Estamos en una de las partes más importantes, ya que al trazar una política para el uso del computador en la educación, es necesario que los órganos de decisión tengan como referencia los resultados de investigaciones realizadas en nuestra sociedad, investigaciones que deben de tratar el problema desde el punto de vista filosófico, social, psicológico y metodológico.

El problema de las relaciones entre informática y educación presenta dos fases, de un lado es necesario educar para la sociedad informatizada y por el otro es necesario utilizar la informática para educar. Esto es condición necesaria para una reducción significativa del desfase que en educación se da en nuestros países.

Aspectos metodológicos El computador como recurso en la escuela, puede ser usado bien o mal, dependiendo de la pedagogía con que se trabaje, de la metodología, el currículum y las formas de evaluación utilizadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Tenemos que encontrar una metodología de enseñanza que haga un uso racional y democrático de la enseñanza con el computador.

Se entiende por metodología de enseñanza, una práctica con sus postulados filosóficos, con su teoría de aprendizaje y con procedimientos para establecer la relación profesor-alumno.

La mayor cantidad de aplicaciones que el computador ha tenido dentro de la escuela, están dentro de la teoría de *transmisión cultural*, teniendo como uno de sus principales representantes a Skinner. Hablando de los postulados epistemológicos con que el computador es presentado dentro de esta teoría, Magendzo dice: "...se revela ligada a la tradición positivista,... las secuencias de aprendizaje vienen envasadas y empaquetadas en el software que ha sido elaborado por las élites y los empresarios"(1987, p.48).

Este uso de la computadora en la escuela es el que está causando en muchos casos la oposición de profesores y planificadores. ¿Pero no es esa la actividad que el computador tiene que realizar en la escuela. Muy por el contrario, el computador es un elemento a más, en el proceso de enseñanza, como habla el profesor D'Ambrosio: "Temos agora um triângulo aluno-professor-computador, onde existía anteriormente apenas o relacionamento aluno-professor". (1987, p.72). Es ese triángulo que la escuela, los planificadores y nosotros profesores tenemos que estructurar.

Los proyectos del CAI (Computer Assisted Instruction), y la mayor cantidad de software que se puede comprar, están dentro de la enseñanza programada o instrucción programada, y es necesario cambiar esa imagen del computador en la escuela. Es eso, lo que se está logrando con la inteligencia artificial. Este cambio fue iniciado con los trabajos de S. Papert. La enseñanza por computadora tiene ahora una metodología que está dentro de las escuelas cognoscitivistas, cambiando el CAI por ICAI que agrega al anterior, el hecho de ser inteligente. Inteligente en el sentido de hacer de la enseñanza un proceso más constructivo, más pensante y menos entrenamiento. Los investigadores en el área de inteligencia artificial, de alguna manera, están respondiendo al pedido de las teorías actuales de enseñanza.

La utilización del computador dentro de un metodología que corresponda a las escuelas cognoscitivistas, con una epistemología funcional, con una evaluación de carácter formativo y en ningún caso de carácter punitivo, es mi propuesta en este panel.

El profesor debe aprovechar el interés popular que el computador ha despertado dentro de sus alumnos, e influenciar el desarrollo de una cultura informática, no solo en la escuela, también dentro de la sociedad. Tiene que plantearse objetivos para la enseñanza asistida por el computador que hagan uso del computador, dentro de la metodología seleccionada y que lleven a una democratización de la enseñanza.

Analicemos el papel que tiene el computador en el proceso de evaluación del aprendizaje. El profesor muchas veces restringe la evaluación del aprendizaje a la aplicación de exámenes. Para que una evaluación esté de acuerdo con la escuela cognoscitivista, es necesario utilizar una evaluación más real, más cerca de los problemas que en la vida diaria enfrentarán nuestros alumnos. Esto es posible a través de un proceso de simulación que facilita repetir un experimento tantas veces como se requiera y es más, cambiando las condiciones en cada oportunidad. Esto hace de la evaluación un proceso más real, más agil y de acuerdo con la forma como se ha producido el aprendizaje en esa escuela.

Matemática-Computación-Educación
"El saber matemático es deseable y odioso, incorruptible y maleable, angel que reina sobre las otras ciencias y sobre la distribución del poder. En la escuela es aquel que ayuda a ordenar la pirámide escolar, quien da acceso a las carreras más apeticedas por el status social. En nombre de su objetividad excluye a los ineptos y elige el círculo aristocrático y restricto de los elegidos." (De Almeida, 1987, p.61).

El propósito del párrafo anterior es hacernos meditar, para no dotar al saber asociado al computador, de una aureola semejante a la que tiene la matemática, según De Almeida. El computador como señalamos antes, está dotado de una motivación muy grande, pero una actitud como la relatada en ese párrafo alejaría a muchos estudiantes. Creo que nuestra actitud debe ser totalmente opuesta, aprovechando la automotivación que los alumnos tienen para con el computador, debemos entonces preparar nuestros contenidos curriculares de forma que el computador puede auxiliar a los alumnos y así comiencen a cambiar su sentimiento para con el estudio de la matemática.

Uso en la escuela Estamos pensando en el uso del computador en la escuela, además del uso en la administración escolar. La escuela puede equiparse con computadores del tipo PC, sin integrarlos a las actividades normales o curriculares, creando una sala de computación donde los alumnos se reunen para intercambiar los datos, software, etc., formando un club de informática y también para hacer uso del computador como un procesador de texto, con un gerenciador de bases de datos, que le sirve para desarrollar sus tareas escolares, con programas gráficos para resolver sus trabajos de ciencias y matemática, también para trabajar con otros paquetes de matemática como: Calculus, Algebra, Microcal y muchos otros que encontramos comoercialmente, o simplemente se reune para elaborar sus programas. Ahora bien, este aprendizaje independiente puede ser perjudicial para la escuela y los profesores, ya que nuestros alumnos estarán aprendiendo contenidos que están más cerca con el contexto social en que se desarrollan, que la mayor parte de los contenidos que la escuela transmite y les obliga a aprender, pero ¿en qué radica el peligro? Está en que de nuevo la escuela adquiere una etiqueta de transmisora de contenidos obsoletos y ajenos a la sociedad en que se desarrolla. La importancia de estos clubes de informática es que sean promovidos por la escuela y estimulados por la actividad en el aula, por cada profesor (si el profesor conoce el software, podrá fácilmente aplicarlo en el curso). La otra posibilidad es integrarlo a las actividades normales, modificando las estrategias habituales de enseñanza. En este sentido queda la decisión por parte del profesor de utilizarlo como un auxiliar de la enseñanza o como enseñanza asistida por el computador.

Uso en el aula No pesamos en un computador para cada alumno, más bien en darle un carácter socializante a la utilización del computador. Un computador por aula, que tenga una función de consulta y auxiliar en algunos cálculos, al principio puede suceder que todos los alumnos necesiten utilizar el computador al mismo tiempo, pero después el computador formará parte de los instrumentos habituales del aula. El computador puede tener informaciones archivadas en bases de datos, bases que sean dinámicas e inteligentes (que sean accesadas en lenguaje natural). También puede ser utilizada como auxilar en cálculos y diseños en las clases de matemática y ciencias. También con el uso de sistemas especialistas puede ayudar en la resolución de problemas, en la taxonomía en biología y muchas otras activiades escolares.

Otra actividad que contribuiría con la socialización, es interligar los computadores con otras aulas y hasta con otras escuelas, facilitando el intercambio de resultados de informaciones, de bases de datos y de investigaciones realizadas entre distintas cohortes.

Enseñanza por el Computador Creo que ya hemos hablado de este tema, también de las limitaciones metodológicas del sistema de de las implicaciones sociales. La propuesta entonces, es una enseñanza auxiliado por el computador, como lo expresamos en el párrafo anterior. Este es el uso más común del computador por el resto de la sociedad. En realidad, el computador auxilia las actividades del hombre.

Estamos completamente de acuerdo con Almeida cuando dice que: "los programas únicos y los grandes bancos de datos, en general, no representa los verdaderos triunfos del computador para la educación." (De Almeida, 1987, p.39). Es el momento que todos nosotros, profesores de matemática, nos lancemos a la tarea de diseñar paquetes, de implementar programas, de utilizar hojas electrónicas y gerenciadores de bases de datos, para dar a nuestra disciplina el carácter de una *nueva matemática.*

Referencias

Dalledonne de B., Jorge P. y U. D'Ambrosio, *Computadores, Escola e Sociedade*, São Paulo: Editora Scipione, 1987.

Davis, P.J. y R. Hersh, *A Experiencia Matemática*, Rio de Janeiro: F. Alves, 1986.

de Almeida, F.J., *Educaçã y Matemática: Os Computadoras na Escola*, São Paulo, Cortez: Autores Associados, 1987.

Galvis, A.H., "Usos Educativos de Computadores: Posibilidades y Requerimientos", *Revista de Tecnología Educativa*, Ministerio de Educación de Chile y la OEA, vol. IX, n. 4, p. 261-276, 1986.

Genaro, S., *Sistemas Especialistas o Conhecimiento Artificial*, Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1986.

Hyatt, H.R. y L. Small, *Trigonometría con Calculadoras*, México: Limusa, 1988.

Magendzo K., L., "Curriculum Y Computación: Una Relación a Investigar", *Revista de Tecnología Educativa*, Ministerio de Educación de Chile y la OEA, vol. X, n. 1, p. 43-61, 1987.

Marques, C.P.C., M.I.L. de Mattos y Y. de A Taille, *Computadora e Ensino: Uma Aplicação a la Lingua Portuguesa*, São Paulo: Editora Atica, 1986.

Morales A., L., *Um Modelo Computacional para a Resolução de Problemas*, Campinas:UNICAMP, 1990.

NCTM, *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, VA: NCTM, 1989.

Rich, E., *Inteligencia Artificial*, São Paulo: McGraw-Hill, 1988.

ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE EL PROGRAMA DE INFORMATICA EDUCATIVA DE COSTA RICA

Francisco Quesada Ch.
Universidad de Costa Rica
San José, COSTA RICA

INTRODUCCION

En esta presentación pretendo dar una breve descripción del PROGRAMA DE INFORMATICA EDUCATIVA que se ha implantado en Costa Rica desde marzo de 1988 y el cual opera un número considerable de escuelas públicas de primaria. El hecho de que se haya hecho girar esta programa alrededor del lenguaje Logo, reviste particular importancia para el público asistente este Congreso, pues como es bien conocido, se ha argumentado que el uso de Logo ayuda a mejorar el pensamiento lógico-matemático y hay quienes afirman que ayuda en la resolución de problemas. Examinaré el programa costarricense a la luz de lo que considero son las decisiones más importantes en cuanto a darle un perfil propio.

PRINCIPALES CARACTERISTICAS DEL PROGRAMA COSTARRICENSE

Las decisiones que más contribuyen a darle al programa costarricense un perfil propio, a mi entender, son:

- Adopción de una fórmula mixta estatal-privada para la implantación del proyecto: creación de una fundación privada sin fines de lucro para poner el proyecto en marcha en el seno de la enseñanza pública.

- Introducción de la informativa en primaria y no en secundaria.

- Uso de la informativa como medio y no como fin en sí mismo.

- Adopción del paradigma construccionista: programa basado en Logo.

Estas son las decisiones más significativas del proyecto. A estas decisiones siguen otras también relevantes, pero que podríamos colocar en un segundo nivel.

MEZCLA DE COMPONENTE PRIVADA CON ESTATAL

Es posible que la decisión que más llama la atención y de la cual emanan la muchas de las características que dan el perfil al proyecto de Costa Rica, sea la relativa a la creación de una fórmula mixta en que intervienen las componentes privada y estatal. Creo que esta decisión ha abierto una modalidad que bien podría convertirse en una auténtica alternativa para otras esferas de la vida social y económica de las naciones en vías de desarrollo. Si la fórmula es o no valida, el tiempo se encargara de decirlo de modo definitivo. En verdad, esta fórmula debería resultar valida y si encuentra trabas, debemos trabajar por mejorar nuestra visión del estado y del desempeño de los cargos públicos, pues yo me atrevería a afirmar que el fracaso sería el resultado de una mala concepción de ésto. No es lógico que el estado "se resienta" porque una iniciativa privada haga incursión eficiente en lo que tradicionalmente han sido sus dominios. La inserción de iniciativas privadas en la gestión pública no es una idea nueva. Sin embargo, no hay demasiados ejemplos de gran escala en América Latina.

El Programa de Informativa Educativa de Costa Rica ofrece un ejemplo de ésto que es importante por dos razones principalmente: por el tamaño del proyecto y por el tipo de fusión o "intromisión" que la componente privada tiene en la gestiona estatal. Esta colaboración entre dos grandes fuerzas tiene que generar alguna fricción en la "superficie de contacto". Es inevitable que se filtren elementos de naturaleza política en medio de ambas fuerzas. La cuestión esta en lograr que estos elementos de interferencia se mantengan a un nivel suficientemente bajo y bajo control. Desde el punto de vista "político", el proyecto de Costa Rica ha entrado en la etapa más interesante que es aquella en la cual le toca mantenerse y crecer bajo un gobierno distinto (y del bando contrario) del que motivo su creación. Creo que el proyecto esta superando exitosamente esta nueva etapa, a pesar de algunas fricciones, las cuales no solo hay que reconocer, sino que de algún modo, todos esperábamos.

LA FUNDACIÓN OMAR DENGO

La idea de crear una fundación privada que se encargue de conseguir dinero, generalmente a través de donaciones internacionales, para adquirir equipo costoso y ponerlo en manos del sistema educativo, responde, en principio, a la necesidad de escapar a ciertos vicios o entrabamientos más o menos comunes de la gestiona estatal. En primer lugar se pretende que el proyecto se desarrolle libre de la burocracia estatal, la cual en el mejor de los casos, es muy lenta para la toma de decisiones. En segundo lugar se pretendió "despolitizar" el proyecto. Con esto se quiere decir, evitar que el proyecto fuese visto como la obra del partido político en el poder, para evitar el desinterés con que podría ser visto ante un cambio del partido gobernante. En el caso de Costa Rica, el proyecto nació en realidad por gestiona del partido en el poder. Las figuras del Presidente y el Ministro de Educación del gobierno vigente en el momento de la creación de la Fundación Omar Dengo, juegan un papel muy importante. Aunque también tomaron parte personas del otro partido político mayoritario, esto ocurrió en minoría.

Podríamos decir que la meta de la despolitización se ha cumplido bastante bien, aunque no a la perfección. En lo que respecta a la agilidad de una fundación privada para captar fondos internacionales y para poner en marcha de modo rápido y eficiente un programa, no hay la menor duda sobre esto y nuestro Programa ha demostrado esto en forma contundente. Creo que un ente privado, el cual va en busca de fondos con el aval del gobierno, constituye la mejor fórmula para tal fin.

INFORMATIVA EN LA PRIMARIA

La introducción de la informativa educativa en primaria, es consecuencia de dos corrientes. Es resultado de observar el desplazamiento que se ha dado, en países desarrollados en este sentido y de seguir la recomendación de algunos expertos internacionales en el campo. Por otro lado, la Fundación Omar Dengo, en la declaración de sus principios rectores, establece la idea de colaborar en la formación de una nueva generación de costarricenses, mejor preparada para enfrentar los retos del siglo XXI. Y se pensó que esto debía comenzarse ya desde la primaria. De hecho, en nuestro Programa de Informativa Educativa, si la escuela que ha sido favorecida con un laboratorio tiene nivel pre-escolar, sus alumnos asisten al laboratorio. Creo que la decisión de comenzar en primaria esta muy estrechamente emparentada con la adopción de Logo y el modelo construccionista de Papert. Es difícilmente concebible un país que opta por comenzar con Logo en secundaria, antes de hacerlo en primaria.

LOGO

En cuanto a Logo, aunque supongo que aquí casi todo el mundo lo conoce, dedicaré unas palabras a dar una idea de que se trata Logo (o LogoWriter, que es la versión que estamos usando en nuestro programa) significa la elección de un software que es apto para la construcción y el descubrimiento de conceptos e ideas.

LogoWriter no es un software con contenido de ninguna materia del currículum. Se trata de un "laboratorio" en donde el niño encuentra un ambiente de programación y de procesamiento de texto, para que explore y construya. LogoWriter puede ser usado para apoyar cualquier materia del currículum. Este lenguaje hace que los niños tengan que expresarse en un lenguaje matemático y lógico, sin que el maestro tenga que decir "ahora aprenderemos programación". Pero lo cierto es que si el maestro o "facilitador" sabe conducir apropiadamente al grupo, los niños pueden llegar de modo muy natural a manejar conceptos e ideas muy avanzadas: recursividad, uso de variables, condicionales, coordenadas cartesianas, etc. Vale la pena citar el pensamiento del principal creador de Logo, Seymour Papert - quien junto con algunos miembros de su grupo del MIT es asesor de proyecto costarricense- en el sentido de que la idea de lo "abstracto" varía con la cultura circundante. Dice Papert que cosas que tradicionalmente fueron consideradas abstractas, en la actualidad se consideran concretas. Esto ocurre porque se desarrollan formas de "concretizar" tales conceptos, "objetos con los cuales pensar", como la tortuga de Logo, que permiten construir modelos concretos de ideas "abstractas". La afirmación de que la recursividad es un concepto muy abstracto es relativa. Con el medio y el ambiente adecuado, pude llegar a ser tan concreta que hasta los niños pueden tener acceso a ella. Aunque Logo fue diseñado pensando en los niños, es un lenguaje derivado del lenguaje Lisp, el cual es uno de los lenguajes más poderosos que existen y posiblemente el más usado por los investigadores de inteligencia artificial. El lenguaje Logo es tan potente como otros lenguajes más conocidos entre programadores: Pascal, C, Fortran, etc. Una de las mayores cualidades de Logo, la cual hereda de Lisp, es la de ser un lenguaje con poca sintaxis -comparativamente hablando-. Logo facilita además, la tarea de "modulizar" un problema, es decir, partirlo en sub-tareas independientes. Esta es una gran virtud de un lenguaje y es hacia donde tienden a evolucionar los lenguajes del futuro. Quien usa un lenguaje de programación para resolver un problema, necesita un lenguaje que le permita pensar en los obstáculos del problema y las estrategias para resolverlos y no en dificultades ajenas, asociadas al lenguaje.

ESTRATEGIAS DE IMPLANTACIÓN DEL PROGRAMA

Describo ahora someramente el funcionamiento del Programa de Informativa Educativa de Costa Rica. Se adoptó una solución intermedia entre capacitar a todo el personal de una escuela y especializar a uno o dos maestros para que solo impartieran "lecciones de computación". Se decidió que cada escuela tuviera dos o tres encargados de laboratorio, dependiendo del tamaño de la escuela. Cada encargado trabajaría medio día en el laboratorio y durante el otro medio día continuaría sus labores como maestro regular de aula. El trabajo en el laboratorio es considerado como un recargo y es pagado por el estado, en nuestro caso por el Ministerio de Educación. Con esto se pretende que el maestro encargado de laboratorio no pierda contacto con la realidad del maestro ordinario. Cuando un grupo asiste al laboratorio, es atendido por el encargado de laboratorio y por el maestro del grupo. Si bien es cierto que el maestro del grupo no ha sido entrenado, no olvidemos que al laboratorio se va a desarrollar proyectos relacionados con la materia que el maestro del grupo esta cubriendo en clase. Además, el maestro de clase aprende por "osmosis" de sus propios alumnos y del encargado. De esto tenemos prueba fehaciente y depende principalmente del interés mostrado por el maestro. En cuanto a la forma de "multiplicar el conocimiento", el programa creo un cuerpo de "tutores" que están dedicados a poner en marcha y dar asesoría permanente a los laboratorios y sus maestros encargados, a través de visitas periódicas a las escuelas. Estos tutores son en su mayoría maestros pero también las universidades contribuyeron destacando profesores -este es el caso del autor de estas líneas-. Creo que ha sido una gran idea la de "implantar" personas de varias formaciones y varios niveles académicos en el programa y que esto lo ha enriquecido. Hay que señalar que la creación de un cuerpo de tutores que visitan escuelas por todo el país, tiene un costo económico no despreciable. Todos estos gastos, lo mismo que el mantenimiento del equipo, fueron presupuestados en el proyecto inicial, y el dinero que se consiguió, principalmente de AID, previo estos gastos.

USING THE COMPUTER AS A TEACHING TOOL IN MATHEMATICS

Douglas K. Brumbaugh
University of Central Florida
Orlando, Florida, USA

Everybody Counts (National Academy Press, 2101 Constitution Avenue, Washington, DC 20418, 1989), *Reshaping the Schools* (National Academy Press, 2101 Constitution Avenue, Washington, DC 20418, 1990), *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (National Council of Teachers of Mathematics, 1906 Association Drive, Reston, VA 22091, 1989), *Professional Standards for Teaching Mathematics* (National Council of Teachers of Mathematics, 1906 Association Drive, Reston, VA 22091, 1991), and, *On the Shoulders of Giants* (National Academy Press, 2101 Constitution Avenue, Washington, DC 20418, 1990) all call for a change in the methods used in teaching mathematics. This change is needed at all levels beginning with the student's first exposure to a formal mathematics education, through the advanced mathematics courses.

Three major ingredients are involved in the change: students, teachers and use of technology. This paper will deal with technology, but a comment about the other two factors is in order first. That we teach as we have been taught is well established. Since we naturally resist change, we tend to feel most comfortable continuing to do things as we always have. Thus, the methods for teaching mathematics have changed little over the passage of time. That is a tragic state of affairs. More significantly, few teachers of mathematics, particularly at the pre-college and even beginning college level, have ever DONE mathematics in the sense that they have discovered or developed a mathematical concept. Typically teachers of mathematics are trained how to do the work by being shown how to work the formulas, do the problem types and develop the proofs. Certainly we have done some original proofs, but not in the sense that these were new developments. Yes, they were new to us, but, usually, we had some guidance to start us along the path.

The second ingredient is the students. They resist our presenting the material in any form other than one in which we tell them what to do. Why is that? That is the way we were taught and so that is the way they have been taught. It is a lot more work if the teacher does not tell what to do and how to do it so the students, usually wanting to do as little work as possible, resist any setting in which the teacher is not telling what to do. Furthermore, these same students often see little value for the material they are having to learn and do not have a sense of discovery or adventure for investigating new topics.

Those two ingredients certainly need extensive consideration, treatment and change before the way mathematics is taught and learned will change. The third ingredient, technology could well be one of the tools that will motivate and stimulate that change. It must happen with the teachers as well as the students and probably should happen with the teachers first. It is difficult for a teacher to convince a student to do something if the teacher has not experienced that something first.

My colleagues on this panel all suggested that there is a need for change. They talked about the need to use technology in our teaching. Rather than elaborate on the need for using technology, the rest of this discussion will focus on how to use technology to present specific topics.

It will be assumed that a computer, a projection panel and software that is a symbolic manipulator and function plotter is available. Most of the software currently available is DOS based (IBM's Mathematics Exploration Toolkit, MathCAD, Derive, Maple). Mathematica is designed to run on a MacIntosh but a DOS version is now available.

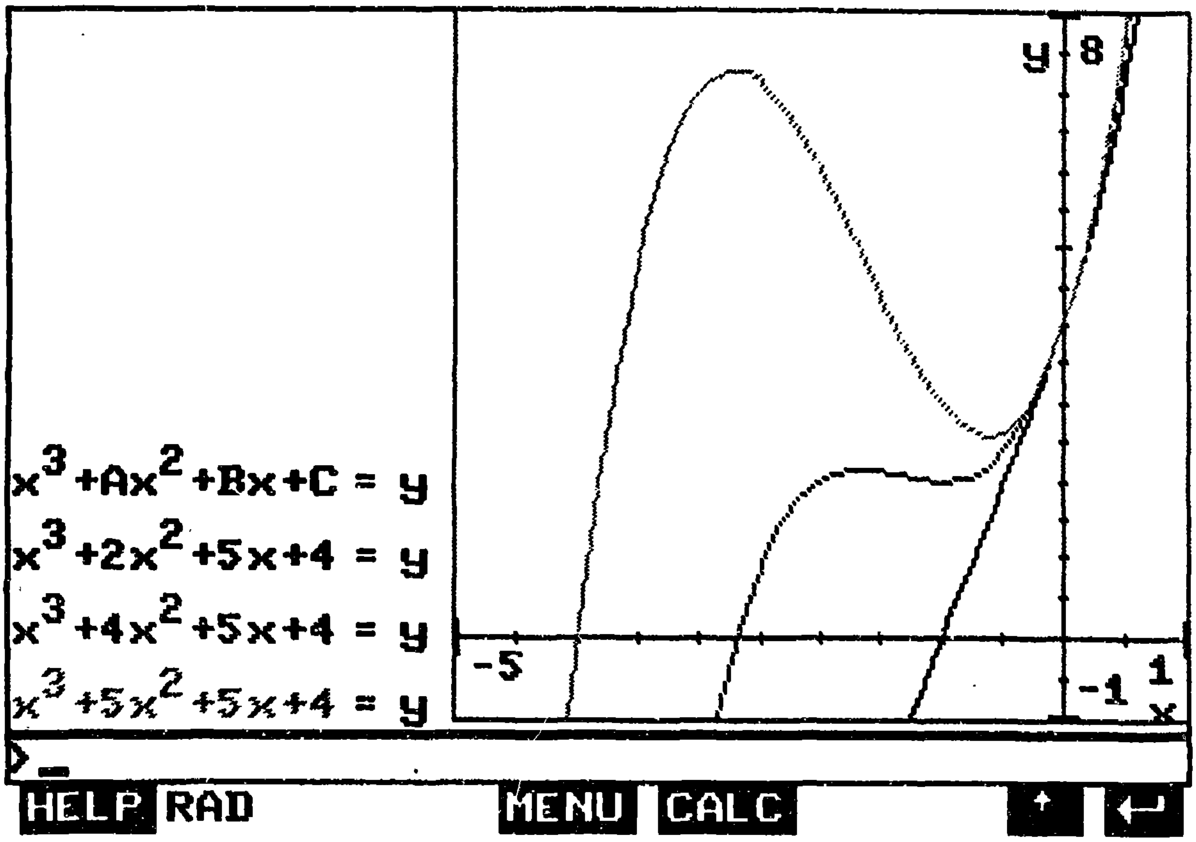
Selection of the software to be used is subject to individual considerations and bias as to hardware preference. IBM's Mathematics Exploration Toolkit was used for this presentation because it provides a meaningful blend of power and demands that the student be able to provide intermediate steps as opposed to always getting the answer. It is an appropriate tool for all tasks typically found in school mathematics through beginning calculus, excluding geometry. Many of these tasks could be treated with a graphing calculator.

Before a teacher can effectively integrate technology into the classroom, there must be a familiarity with the software to be used. That will be assumed for the rest of this discussion.

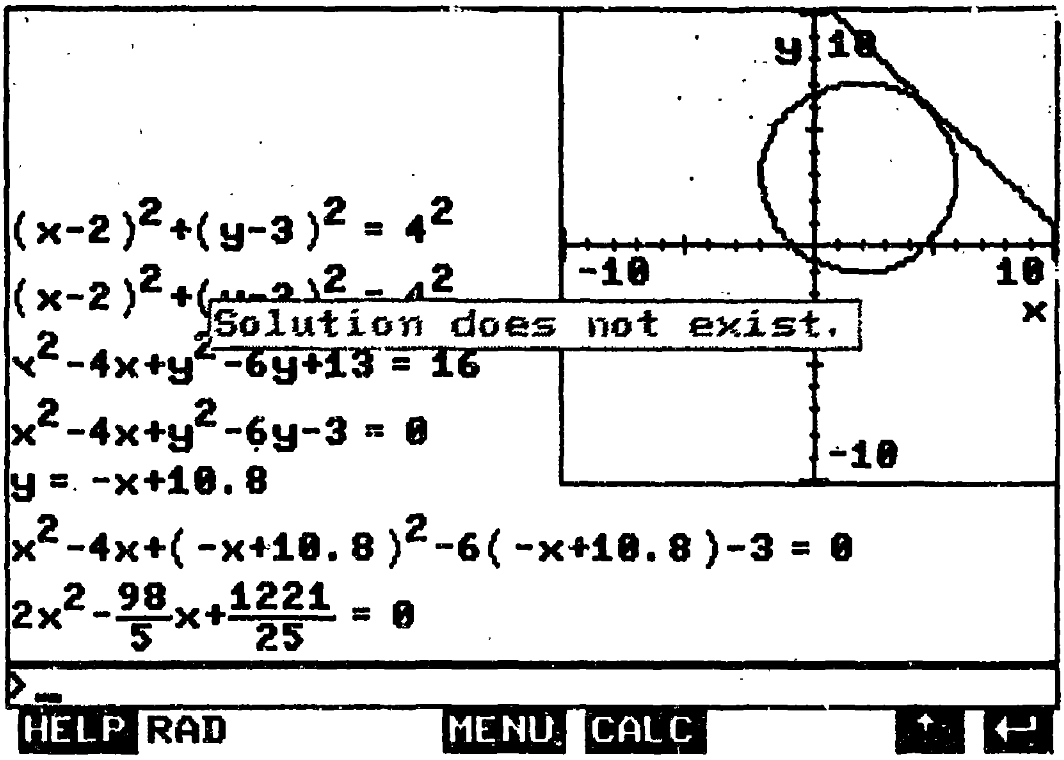
Suppose we want students to do mathematics. How are we to start them. Consider the equation

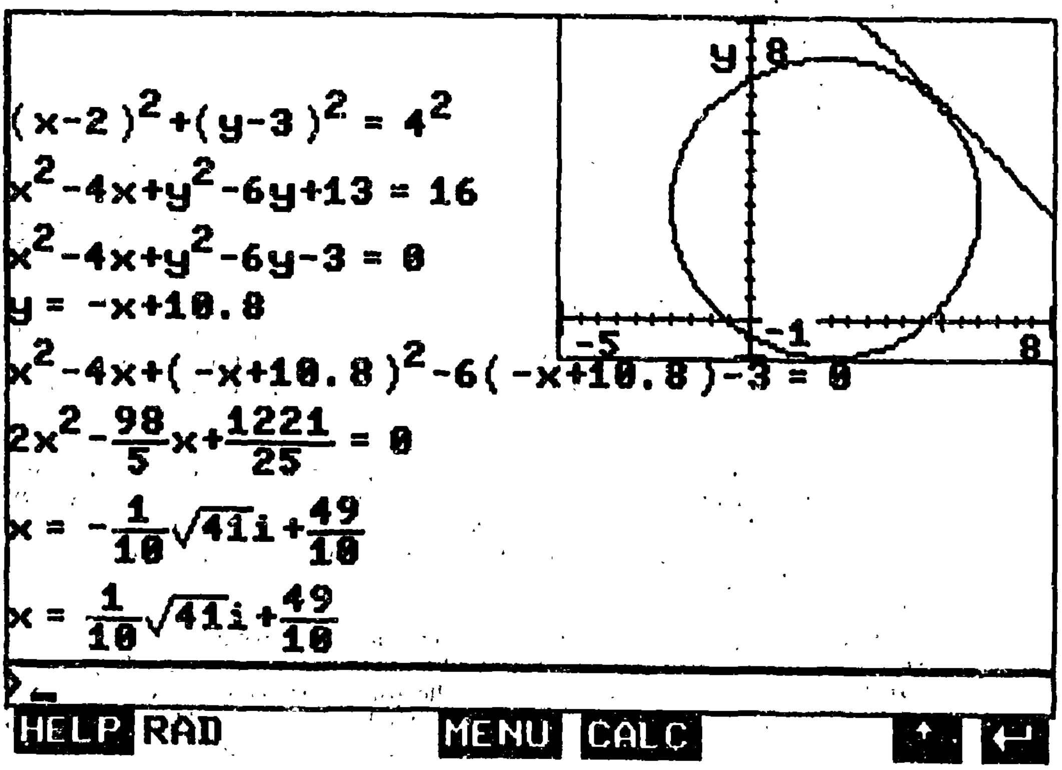
X^3 + AX^2 + BX + C = Y

which yields a graph that contains an inflection point, a flat spot, or two changes in direction that show both a clear relative maximum and a clear relative minimum. There is a relation between "A" and "B" that will provide the necessary information to tell which of the three curves will be plotted by any third degree equation of this form. Calculus can be used to determine the solution, but it is not necessary, if, software is used. Different equations can be quickly graphed, patterns noted, conclusions drawn, ideas tested, and eventually, the relation can be determined. This would be extremely difficult to accomplish without the technology while limiting the individual to tools normally found in a first year algebra course or the beginning of a second year algebra course.

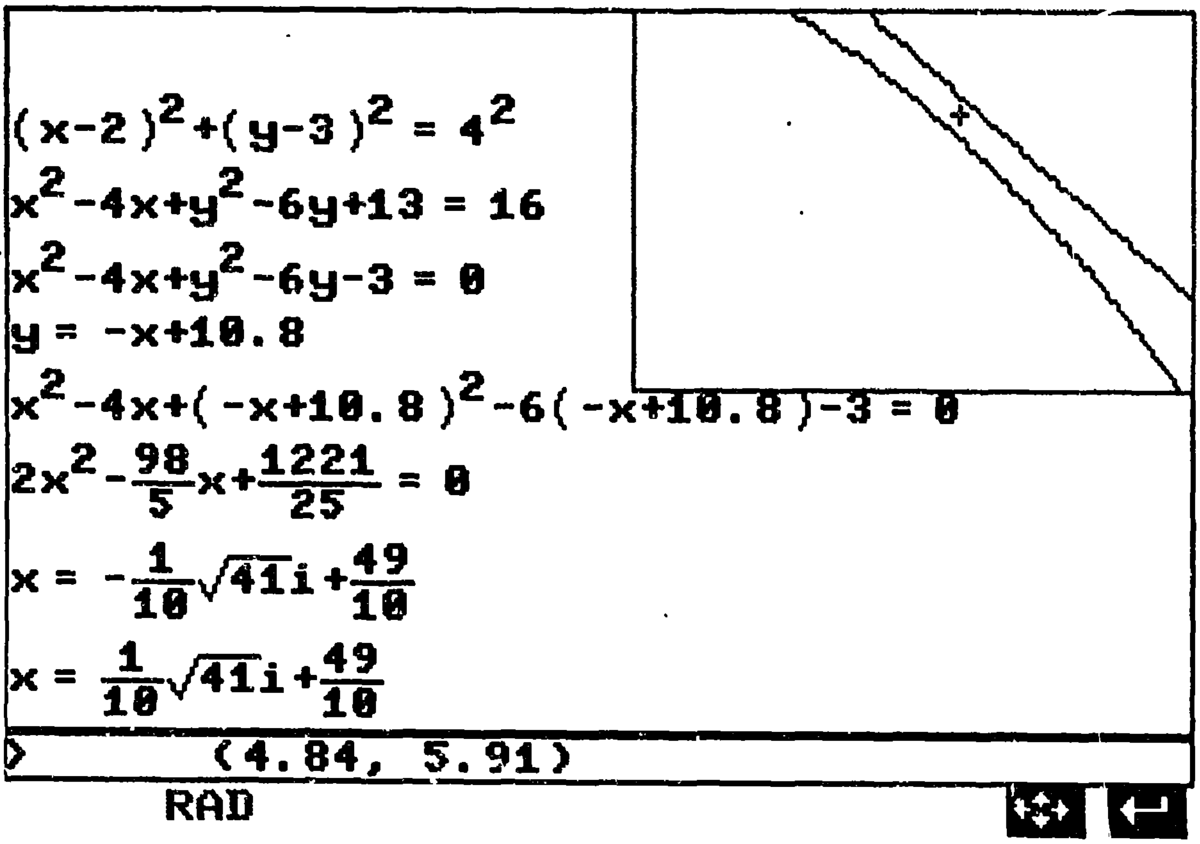


Consider a circle centered at the point (2,3) having a radius of 4. Graph that circle and the line y = -x + 10.8. It appears that the line is tangent to the circle but that is not the case. Many students could substitute -x+10.8 for y in the equation of the circle, simplify and then solve for x. Most anyone attempting this problem would quickly abandon it since the numbers do not fit the typical classroom setting problem which usually results in integer solutions and the computations are not overly complex. In this problem, using the software, a message is received that the solution does not exist. Many students cannot use that information to determine whether or not the line and the circle are tangent. Even when the solution is determined over the complex numbers which yields two imaginary roots, many students cannot say absolutely whether or not the line is tangent to the circle.


(x-2)^2+(y-3)^2 = 4^2
Solution does not exist.
x^2-4x+y^2-6y+13 = 16
x^2-4x+y^2-6y-3 = 0
y = -x+10.8
x^2-4x+(-x+10.8)^2-6(-x+10.8)-3 = 0
2x^2-98/5x+1221/25 = 0
y 10
-10
10
x
-10
HELP RAD
MENU
CALC


(x-2)^2+(y-3)^2 = 4^2
x^2-4x+y^2-6y+13 = 16
x^2-4x+y^2-6y-3 = 0
y = -x+10.8
x^2-4x+(-x+10.8)^2-6(-x+10.8)-3 = 0
2x^2-98/5x+1221/25 = 0
x = -1/10√41i+49/10
x = 1/10√41i+49/10
y 8
-5
-1
8
HELP RAD
MENU
CALC

At this point, the power and beauty of the symbolic manipulator, function plotter software becomes more apparent. Graphing the circle and line did not provide sufficient information. The algebraic treatments gave the necessary clues, but the assumption is that the learner does not adequately interpret the clues to answer the question about whether or not the line is tangent to the circle. Enlarging the portion of the graph where the line appears to be tangent shows that the line is not tangent to the circle. Now the "no solution" message and "imaginary roots" can be more meaningfully applied to answer the question. More significantly, the person should be aware of the meaning of such messages and should be able to use this experience in later learning situations.



This line and circle example show how technology can be used to deal with problems that would often be avoided in a classroom discussion because of the arithmetic and algebra labor needed to arrive at a solution. Additionally, it shows how a student can be presented with a situation which can result in the student doing mathematics. This solution, done only with basic algebra skills, provides formative backgrounds for future mathematical concepts.

The technology can be used to generate questions. For example, the response to "What is the largest number that can be written using three digits?" can be found in the literature. It is 9^9^9 which is over 350 000 000 digits long and, if typed, is over 550 or 500 miles long, depending on type size. If a typical word processor would be used, 1800 sheets of paper would be needed to print the number. That problem can be used to show how mathematicians organize and solve problems.

There are four possible responses to this question and students often generate them in the following order: 999, 9^(99), (99)^9, and 9^9^9. 999 is quickly eliminated from consideration and some discussion can be generated to determine which of (99)^9 or 9^(99) is larger. The response to this part of the question allows for use of estimation and exponent skills if 99 is considered as 100 and 9 as 10. Both these values could be determined by using the software too. However, 9^9^9 presents too large a value for classroom computers.

Usingthe this problem to show how a mathematician thinks and organizes values has some advantages. Typically a mathematician would look for a similar problem using smaller values. The suspicion is that the base to a power to a power is going to yield the largest response under the current constraints.

(22)^2 = 484
2^(22) = 4 194 304
2^2^2 = 16

Using 2's does not seem to fit the pattern indicated by using 9's. We tell our students not to base judgements on one example and that applies here.

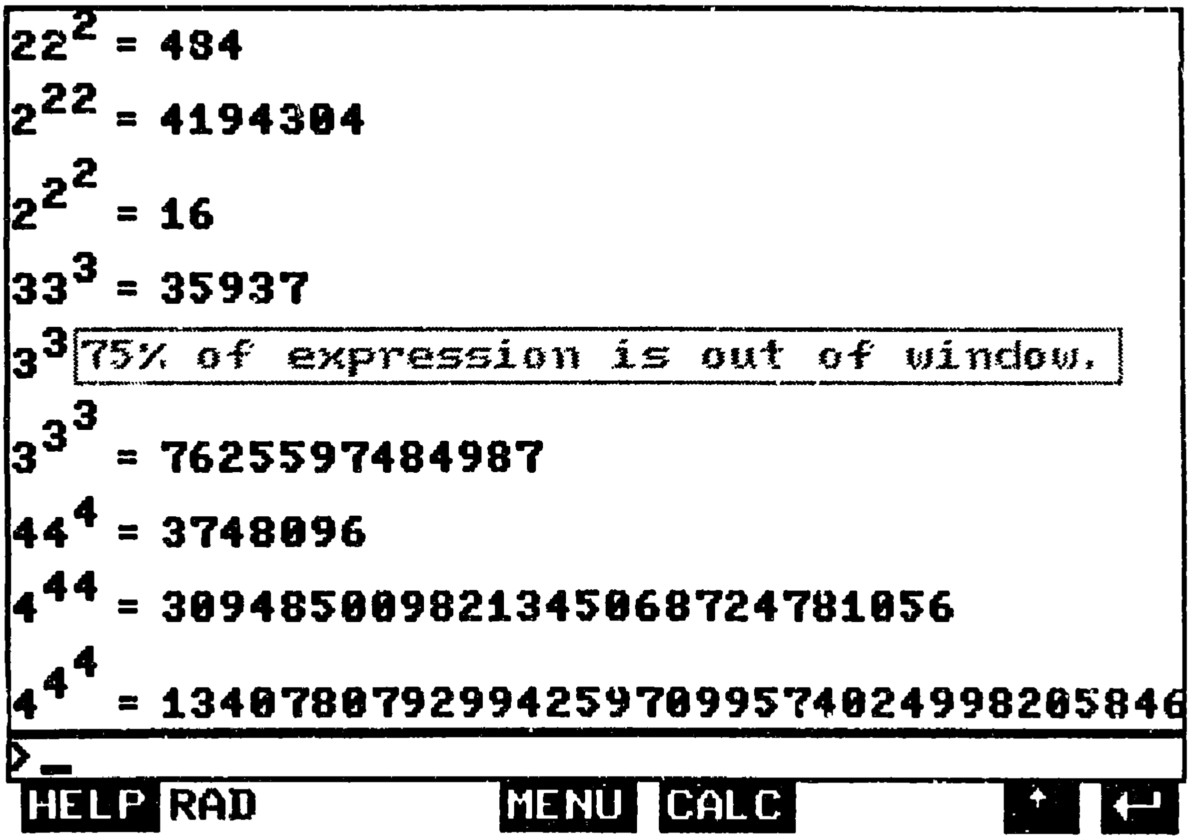
(33)^3 = 35 937
3^(33) = 5 559 060 566 555 523
= 7 625 597 484 987

Using 3's does not support the suspicion either, but, 3^3^3 does grow more, percentage wise compared with 2^2^2 than does either (33)^3 compared with (22)^2 or 3^(33) compared with 2^(22). Again, a mathematician would look at another example.

(44)^4 = 3 748 096
4^(44) = 309 485 009 821 345 068 724 781 056
4^4^4 = 1.341 x (10)^(154)

The suspicion is confirmed!

The Mathematics Exploration Toolkit does not scroll or wrap this value and only the first 40 digits of the result can be seen. This provides the opportunity for another question that requires a student's prior mathematical skills to answer. "What is the last digit in 4^4^4?"



Certainly the technology is not necessary to generate that question. However, most teachers would never think of asking such a question, mainly because they had never thought about it. With the technology generating that large answer, the last digit question becomes a lot easier to think of. More importantly, the technology is being used to stimulate growth in the teacher and, in the student.

Additional examples can be generated but the story would be the same. The technology allows more topics to be investigated, different teaching patterns to be employed and new empowerment for the students. We, as teachers of mathematics, must learn to use these tools in our classrooms on a regular basis. In so doing, we will be able to cover more topics better, and, at the same time, stimulate our students to become self-motivated learners so they will continue to investigate and learn after their formal schooling is completed, just as we should.

PANEL D
CAMBIOS CURRICULARES PARA EL SIGLO 21

Moderador:
Carlos E. Vasco
Universidad Nacional de Colombia y Ministerio de Educación Nacional
Bogotá, COLOMBIA

Panelistas:

Celia Castiblanco
Ministerio de Educación Nacional
Bogotá, COLOMBIA

Carlos Alberto Mansilla
Centro de Educación Matemática Informática y Científica (CEMIC)
Resistencia, Chaco, ARGENTINA

Alba Thompson
San Diego State University
San Diego, California, USA

Presentaciones de los Panelistas Invitados.

El moderador presentó a los panelistas, y explicó la metodología del panel. Señaló la importancia de sintetizar, actualizar y adecuar todas las propuestas curriculares que se han hecho en los últimos años, y la necesidad de enriquecerlas y contextualizarlas en la práctica de cada país latinoamericano. Explicó que en Colombia se ha adelantado ya desde 1976 una renovación curricular que presenta un marco teórico unificado para las matemáticas desde el primer grado de la educación básica primaria hasta el undécimo, que es el último de la educación básica en Colombia, y que la implementación generalizada de esos programas va ya en el sexto grado y se seguirá extendiendo un grado más cada año. Por esta razón dio la palabra en primer lugar a Celia Castiblanco, para explicar el programa del Ministerio de Educación de Colombia. En seguida habló Carlos Alberto Mansilla, desde el punto de vista de la formación de los maestros, y finalmente Alba Thompson desde el punto de vista de la investigación en educación matemática.

CAMBIOS CURRICULARES PARA EL SIGLO 21

Celia Castiblanco
Ministerio de Educación Nacional
Bogotá, COLOMBIA

La expositora presentó el marco teórico del nuevo currículo de matemáticas de Colombia, que se basa en un enfoque de sistemas para los contenidos, y en la ciencia cognitiva para la metodología, y se propone ante todo motivar intrínsecamente a los alumnos para gustar del placer de hacer matemáticas.

Hizo un breve diagnóstico de las dificultades que hay en Colombia, que son similares a las de otros países, y de los retos y posibilidades que hay en este momento para los alumnos, docentes, padres de familia y profesionales del Ministerio de Educación con respecto a la renovación de los programas, los métodos y los materiales, y sobre todo con respecto a la formación y actualización de los docentes.

Presentó los propósitos generales del nuevo currículo de matemáticas, y el nuevo enfoque evaluativo del aprendizaje, señalando la distancia que desafortunadamente hay entre esos propósitos y enfoques, por más que sean compartidos verbalmente por los maestros y profesores, y la realidad del aula.

Explicó un poco más detenidamente el enfoque de sistemas que unifica el área de matemáticas, y que intenta superar el enfoque de conjuntos de la "Nueva Matemática", sin caer en las simplificaciones de "Volver a lo Básico" ni de la "Resolución de Problemas" en la forma en que usualmente se entiende este enfoque por parte de los docentes.

En el enfoque de sistemas se trata ante todo de identificar los sistemas matemáticos básicos, y de aclarar en cada uno de ellos cuáles son los elementos u objetos con los que se trabaja, cuáles las operaciones o transformaciones que se aplican a esos objetos, y cuáles las relaciones que hay entre ellos.

Se analizaron todas las matemáticas escolares, y se identificaron ocho tipos de sistemas: sistemas numéricos, sistemas geométricos, sistemas métricos, sistemas de datos, sistemas lógicos, sistemas analíticos (cuyos elementos son funciones reales), sistemas de conjuntos, y finalmente sistemas cuyos elementos son a su vez operaciones y relaciones, sobre las cuales hay operaciones y relaciones de orden superior (por ejemplo la composición de relaciones como operación binaria de orden superior, y la inclusión de relaciones como relación binaria de orden superior entre relaciones).

Los cuatro primeros tipos de sistemas, o sea los numéricos, geométricos, métricos y de datos, se enfatizan en la educación básica primaria (grados 1 a 5), y en la secundaria esos mismos cuatro, además de los lógicos y analíticos; los sistemas de conjuntos y los de orden superior se estudian en forma integrada con los demás sistemas.

Según el enfoque de sistemas adoptado, una vez identificado el sistema matemático específico que se quiere trabajar, se estudia en ese tema de las matemáticas cuáles son los sistemas concretos y familiares a los alumnos en su entorno cultural, a partir de los cuales se pueda empezar la construcción del sistema conceptual respectivo.

El enfoque adoptado propone trabajar primero en la construcción conceptual sin dar definiciones ni utilizar símbolos formales; sólo cuando se manifieste un buen avance en la construcción de los conceptos se aconseja pasar a la simbolización, partiendo de los intentos de los mismos alumnos de simbolizar lo que están pensando para comunicarlo a sus compañeros.

En seguida la expositora hizo una breve descripción y dio algunos ejemplos de la manera como se aborda cada uno de los ocho tipos de sistemas en el nuevo currículo colombiano.

1. Sistemas numéricos. Se enfatizan los sistemas numéricos sobre los naturales en los primeros cuatro grados, y los sistemas sobre los fraccionarios en los otros siete. Se trabaja en la aritmética intuitiva, la resolución de problemas de la vida diaria y el cálculo mental. En los fraccionarios se propone desde el tercer grado el enfoque de operadores achicadores y agrandadores sobre otras magnitudes, y no el enfoque de partidores de objetos usualmente propuesto en los programas y textos.

2. Sistemas geométricos. Se conciben más bien como maneras de explorar el espacio tridimensional, de representarlo en dos dimensiones y de reconstruir en la realidad o en la imaginación objetos representados por dibujos en el plano. Se sigue un enfoque de geometría activa, utilizando las transformaciones, o sea las traslaciones, rotaciones y reflexiones en primaria, y las homotecias y proyectividades en secundaria, pero comenzando por las dos primeras (y no por las reflexiones como se recomendaba en la "Nueva Matemática"), y utilizando las homotecias y proyectividades sobre todo para el dibujo técnico (y no para seguir el Programa de Erlangen).

3. Sistemas métricos. Se trata de capturar el espacio continuo a través de los números naturales que son ante todo para lo discreto. Se comienza por las medidas centradas en el cuerpo del alumno, como pasos, pies, cuartas y dedos, hasta llegar a la conveniencia de utilizar sistemas convencionales abstractos como el sistema métrico decimal. Para refinar las medidas iniciales se utilizan parejas unidad grande-unidad pequeña y no fracciones de la unidad mayor; más bien se utilizan esas parejas de unidades para introducir la noción de razón y los fraccionarios como medidores. Durante todo el tiempo se enfatiza en la estimación aproximada o "a ojo" de los resultados de medidas con distintas unidades.

4. Sistemas analíticos. Los objetos de este nuevo sistema son las funciones reales consideradas como operadores que transforman números reales. Se emplean ante todo para modelar cambios y movimientos de una magnitud con respecto al tiempo, y luego de una magnitud con respecto a otra teniendo como trasfondo el tiempo. Se enfatizan las nociones de tipo cualitativo de cambio, la lectura y el trazado cualitativo de gráficas, y la lectura e interpretación de tablas y gráficas que aparecen en la prensa y en la televisión, así como la interpretación crítica de las noticias económicas y financieras.

El álgebra usual del bachillerato no aparece específicamente como tema de las matemáticas, pues se considera que cada sistema conceptual puede tener una o varias álgebras para representarlo. El álgebra de bachillerato es sólo uno de los sistemas de representar los sistemas analíticos, y se trata dentro de estos últimos, al lado de otras representaciones de los mismos como las gráficas, las listas de instrucciones (algoritmos) y los molinos de números o máquinas numéricas.

5. Sistemas de datos. Se trata de recoger, clasificar, tabular y graficar datos de interés para los alumnos, y luego tratarlos por medio de los métodos de la estadística elemental. La probabilidad se introduce a través de los juegos de azar conocidos por los alumnos. En los últimos grados se enseña a analizar críticamente los informes y afirmaciones que se sustentan con parámetros estadísticos.

6. Sistemas lógicos. No se trata de enseñar lógica matemática con conectivas simbólicas y tablas de verdad. Se comienza con la identificación de las regularidades que van apareciendo en la manera como se enuncian y simbolizan las proposiciones del lenguaje de la vida cotidiana y de las matemáticas. En la básica secundaria se trabaja en la argumentación por 'islotes deductivos' y luego en los modos de razonamiento válido y en el pensamiento crítico para detectar falacias y engaños.

7. Sistemas conjuntistas. Se trabajan a medida que se van necesitando para los sistemas numéricos, los geométricos y los de datos.

8. Sistemas generales de operaciones y relaciones. Habría que anotar que los sistemas analíticos sobre las funciones reales son ya un tipo de sistema general en el que los objetos del sistema son a su vez operaciones. Pero desde la primaria pueden estudiarse sistemas cuyos objetos son relaciones, como las relaciones de parentesco con la composición de relaciones simbolizada en el lenguaje ordinario por 'de': el papá del papá es el abuelo paterno. En todo sistema pueden estudiarse las propiedades de las operaciones y relaciones. En los nuevos programas se enfatiza el estudio de estas propiedades como agilizadoras del cálculo mental y escrito, y no el aprendizaje de enunciados simbólicos de las mismas. Se van introduciendo las operaciones de orden superior, especialmente la composición de relaciones y la inversión de las mismas, y la composición o aplicación sucesiva de operadores.

Para el tratamiento de cada uno de los sistemas se propone la misma metodología general: partir de los sistemas concretos o familiares para los alumnos; buscar regularidades que permitan la construcción conceptual, y una vez iniciada esa construcción, apoyarla con distintos sistemas simbólicos, comenzando por los inventados por los alumnos.

Esta metodología propone una nueva faceta de la autocomprensión del maestro y del profesor de matemáticas: la de investigador de su realidad, capaz de identificar para cada sistema conceptual de las matemáticas los sistemas concretos más apropiados para la cultura y la edad de sus alumnos, y de descubrir la mejor manera de utilizarlos, no para quedarse estancado en ellos, sino para detectar regularidades que le permitan apoyar la construcción conceptual por parte de sus alumnos, sin necesidad de dar definiciones ni escribir símbolos desprovistos de significado.

En la segunda revisión del programa que acaba de empezar se van a explicitar y enfatizar los procesos. Hay dificultades teóricas y prácticas en desglosar la totalidad del único proceso de desarrollo integral en sus aspectos cognoscitivos, socioafectivos y psicomotrices, pero es necesario explicitar por lo menos algunos aspectos o subprocesos:

En aritmética: procesos de clasificación, seriación y reversibilidad. Se resalta la importancia del conteo "a saltos" o de tanto en tanto en forma directa y en reversa. Procesos espaciales: ubicación en el espacio; representación plana de objetos tridimensionales; conservación de magnitudes; medición y estimación aproximada.

Procesos lógico-formales. Abstracción empírica y reflexionante; manejo proposicional e inferencia hipotético-deductiva; combinatoria; estimación cualitativa de las probabilidades; análisis y síntesis.

Resolución de problemas: aislamiento de variables; captación de correlaciones y proporcionalidades; previsión de dificultades; representación imaginativa y diagramada; formulación de hipótesis; experimentación y puesta a prueba de hipótesis; generación de caminos de solución; evaluación y toma de decisiones sobre esos caminos; búsqueda de soluciones, y verificación de las mismas.

Procesos metacognitivos: Fijación consciente de la atención; autoapreciación e incremento consciente de la motivación; planeación; activación simultánea de procesadores mentales, y automonitoría.

También se ha trabajado en la producción de abundantes materiales de apoyo, que se presentarán en una sesión de posters. Tan importante como lo anterior es el trabajo en la actualización y capacitación de los maestros y profesores. Se ha visto que las conferencias y cursos usuales poco cambian la manera de enseñar de los docentes. Hay que dar talleres en los que el mismo docente pueda vivenciar la manera de enseñar a partir de los sistemas concretos.

Aunque no ha habido una investigación evaluativa formal, algunas investigaciones etnográficas y observaciones informales han empezado a suministrar algunos resultados muy positivos en alumnos y en docentes, sobre todo respecto a la actitud de ambos grupos respecto a las matemáticas.

Como la implementación se ha hecho grado por grado, y apenas va en sexto grado, aún no ha terminado ninguna cohorte que haya seguido el nuevo currículo para poder ver cómo se desempeña en los exámenes de estado al final de la secundaria.

No se puede negar que hay muchas limitaciones y muchas cosas qué mejorar en el nuevo currículo. Entre las dificultades se puede mencionar que no hay buenos textos escritos según el nuevo currículo, y que ha habido muchos problemas económicos para producir materiales y para ofrecer talleres de capacitación. Como limitaciones nos han señalado que los programas son muy largos, y que el lenguaje de muchas secciones es muy oscuro para el maestro tradicional.

La expositora terminó invitando a los presentes a escribir las preguntas que quisieran hacerle, y a asistir el lunes de 2 a 3:30 p.m. a la sesión de posters en donde estarán expuestos los programas y otros materiales de apoyo, como los fundamentos generales del nuevo currículo, los marcos teóricos de las áreas, los programas completos de 1o. a 8o. grado y algunas guías para talleres de capacitación.

CAMBIOS CURRICULARES PARA EL SIGLO 21

Carlos Alberto Mansilla
Centro de Educación Matemática y Científica (CEMIC)
Resistencia, Chaco, Argentina

El expositor se refirió a algunos procesos para la enseñanza eficaz de las matemáticas.

Se excusó en primer lugar por haber sido invitado originalmente no a este panel sino al panel sobre enseñanza eficaz de las matemáticas, y por consiguiente, por no haber preparado una presentación más ceñida al tema de los cambios curriculares para el año 2000. Pero anotó que en una concepción amplia de currículo no están sólo los programas, sino ante todo la metodología con la que se trabajan los temas.

Explicó su trabajo en la formación de maestros de primaria; además de su centro de investigación y educación continuada, tiene también vinculaciones con la Universidad del Chaco, la Escuela Normal Superior y el Consejo General de Educación del Chaco.

En la formación inicial de los maestros de primaria hay más énfasis en las áreas de castellano, de matemáticas y de teoría educativa. Pero la manera como los futuros maestros estudian las matemáticas se basa en el aprendizaje de reglas y en la repetición, y la realidad de la clase que están recibiendo contradice los propósitos que se manifiestan a nivel verbal por parte de los profesores de la Normal y la Universidad, tanto en las clases de matemáticas como en las de teoría educativa.

Tanto en el Chaco como en la mayoría de nuestros países, si se hace un diagnóstico, ya se saben los resultados: los alumnos que llegan a la normal vienen mal preparados, y tienen actitudes pasivas y poco creativas.

Los cambios curriculares para el próximo siglo sólo se alcanzarán si podemos lograr que los alumnos-maestros trabajen matemáticas, y no que esperen pasivamente a que se les den cosas; como no están acostumbrados a matematizar situaciones, quieren que se les enseñen cosas inmediatas y prácticas.

Pero no todo puede ser tan práctico y tan de la vida cotidiana que se diluyan los conceptos importantes, y además ya es conocido el aforismo que dice que no hay nada tan práctico como una buena teoría.

Acerca del trabajo en matemática, el expositor afirmó que la resolución de problemas desarrolla el poder educativo de la matemática, crea un mayor crecimiento intelectual, tiene un alto impacto inmediato y un largo efecto residual, y ayuda a entender los conceptos matemáticos produciendo un mayor interés en la asignatura.

Enfatizó en la necesidad de motivar inicialmente a los alumnos, comenzando por actividades y situaciones relacionadas con los intereses de ellos, como el deporte, la música popular, etc., para lo cual es conveniente que el maestro conozca, por ejemplo a través de un cuestionario escrito, los intereses y aficiones de sus alumnos.

Presentó algunas instrucciones que le han dado buen resultado en el trabajo de resolver problemas:

- Para el análisis y entendimiento del problema, dibujar diagramas, construir tablas, examinar casos especiales, tratar de simplificar el problema, y sumarizar frecuentemente la información dada y la obtenida hasta el momento.

- Para el diseño y planeación de la solución, el alumno debe tener un plan específico y poder explicar en cualquier punto del proceso de solución qué es lo que está haciendo. Debe también poder estimar aproximadamente el resultado que espera obtener cuando termine de desarrollar su plan.

- Para la exploración de problemas difíciles, el alumno debe ejercitarse previamente en ensayar a variar condiciones de problemas equivalentes, recombinar elementos, introducir elementos auxiliares, y así aprender a formular y reformular problemas. Durante la exploración de un problema nuevo, debe considerar modificaciones del mismo, descomponerlo en partes, examinar casos análogos pero con menor complejidad, y examinar el papel de cada variable o condición.

- Una vez obtenida una solución tentativa, debe verificar si satisface o no las condiciones iniciales, si se utilizaron todos los datos, y si se confirmaron las estimaciones aproximadas iniciales. Además, sería deseable que intentara resolver el problema en forma diferente, y que propusiera generalizaciones del problema o de la solución.

Para explicar la manera como ha logrado vencer en algunos alumnos-maestros esta actitud pasiva y receptiva, el expositor indicó que utiliza variantes del conocido problema en el que dos personas son capaces de realizar una labor en tiempos diferentes, y se pregunta cuánto se demorarían las dos personas trabajando al mismo tiempo (asumiendo que pueden combinar su trabajo sin interferirse). Omitió esa actividad por ser más conocida, y presentó otra actividad de experimentación sobre el tema de perímetros y áreas.

En esta actividad los alumnos trabajan con cuadrículas y con distintos polígonos formados por cuadrados que cumplen ciertas condiciones, como tener al menos un borde contiguo con cada cuadrado adyacente. Se trata de investigar qué pasa con el área cuando se mantiene el perímetro, y qué pasa con el perímetro cuando se mantiene el área.

Mostró el tipo de tablas que se obtienen, y la dificultad de encontrar expresiones generales para los perímetros máximos y mínimos que corresponden a un área dada, y para las áreas máximas y mínimas que corresponden a un perímetro dado. Terminó su presentación señalando el peligro de caer en la tentación de dar las soluciones a los alumnos, reconociendo al mismo tiempo la necesidad de no dejarlos perder el interés o ser víctimas de la frustración por no poder encontrar una fórmula general.

CAMBIOS CURRICULARES PARA EL SIGLO 21

Alba Thompson
San Diego State University
San Diego, California, USA

La expositora explicó las distintas corrientes que han dominado la educación matemática, como las de tipo conductista, de "Matemática Moderna", y de "Volver a lo Básico", todas las cuales dejaron a las matemáticas en un "estado de deprivación" de razonamiento cualitativo. Ahora se ve la importancia del desarrollo del razonamiento cuantitativo en la escuela, principalmente en los grados 5o. a 8o. como preparación para la resolución de problemas en la aritmética y el álgebra. Citó como fuentes de inspiración para su trabajo a G. Vergnaud, P. Nesher, G. Harel, y T. Post, y señaló que hace su trabajo en forma conjunta con su esposo, Patrick Thompson.

Manifestó su opinión de que en este momento no son tan necesarios los cambios en los tópicos de los textos y programas como los cambios en los procesos. Más que aprender nuevos simbolismos, se trata de aprender a pensar en situaciones concretas y en las relaciones entre las cantidades involucradas en ellas, con la meta de lograr notaciones para representar esas relaciones.

Antes de intentar definir el razonamiento cuantitativo, presentó un ejemplo de un problema que invita a ejercitarlo.

Federico y Francisco corren a la misma velocidad y caminan a la misma velocidad. Apuestan una carrera con una distancia fija. Federico corre la mitad de la distancia y camina la otra mitad. Francisco corre la mitad del tiempo y camina la otra mitad. ¿Cuál de los dos gana la carrera?

Los alumnos de 5o. y 6o. grado pueden hacer el problema, pero no creen que es de matemáticas porque no tiene números. Los alumnos de secundaria tratan de llenar de símbolos unas dos o tres páginas, con ecuaciones, inecuaciones y tablas.

Lo que hay que hacer para resolver ese problema es el razonamiento cuantitativo. El resultado se debe poder expresar en palabras del lenguaje ordinario, sin símbolos ni números, y por eso les parece a los alumnos que este tipo de problemas son de español y no de matemáticas. Razonar cuantitativamente es como hacer 'álgebra sin símbolos', o 'álgebra sin saber álgebra'. Razonar cuantitativamente no es lo mismo que hacer cálculos, ni que hacer razonamientos numéricos, ni que manipular expresiones simbólicas.

Algunos programas innovadores han propuesto hacer el álgebra con base en los aspectos importantes de la aritmética. La propuesta de razonamiento cuantitativo es más bien hacer la aritmética con base en los aspectos importantes del álgebra.

No se trata de hacer aritmética ni álgebra como ejercicios simbólicos. Primero es la música y luego el pentagrama, y no al revés. Hay mucha diferencia entre símbolo como marca relacional que se refiere a un significado interno, y el símbolo como marca sin sentido, que es lo que manipulan usualmente los alumnos.

Más explícitamente, ejercitar el razonamiento cuantitativo es razonar en base a relaciones; usar la aritmética representativamente; razonar en situaciones cuantitativas disminuyendo la atención hacia la información numérica; razonar en situaciones cuantitativas en las que no se tiene información numérica; no aplicar fórmulas, sino construir fórmulas: razonar sobre las relaciones cuantitativas en una situación dada.

Podría ser fácil ponernos de acuerdo en esta teoría del razonamiento cuantitativo. Pero si queremos influir en los verdaderos cambios curriculares, tenemos que hacer mucho más explícitas y concretas nuestras ideas.

Tomemos un ejemplo de edades: Dentro de unos años, cuando Juan tenga 38 años, su edad será tres veces la edad de Sally. Sally tiene ahora 7 años. ¿Qué edad tiene Juan ahora?

En este problema ya se han puesto algunos números. Es interesante observar que muchos maestros dicen que el problema tiene un error porque 38 no es divisible por tres. Como si los problemas reales tuvieran siempre números redondos. A los alumnos les pasa otra cosa: sacan la calculadora y dividen 38 por tres; les da doce-punto-algo; pero no saben qué representa ese número. Lo importante no son los números, sino el razonamiento sobre las cantidades representadas por los números. De ahí se deriva la necesidad de escribir siempre el número con la unidad respectiva.

Este problema tiene un cierto nivel de complejidad, porque la relación aditiva (la diferencia) es constante en las edades, pero la relación multiplicativa (la razón, en este caso el triple) no es constante.

Este tipo de problemas se prestan admirablemente para tener muchas conversaciones didácticas o conversaciones instructivas con los alumnos. Esto es un poco difícil para el maestro común y corriente. No se puede alegar que uno sí comprende bien, pero que tal vez no puede expresar bien sus ideas. La comprensión, el entendimiento, no son sólidos hasta que no se puedan expresar y explicar a otros.

Se debe precisar lo que se entiende por la complejidad de los problemas aritméticos: no es tanto por el número de operaciones que tiene cada problema, como se suele creer, sino ante todo por la complejidad de las relaciones cuantitativas.

Tampoco es tanto el problema de la lectura: la maestra puede presentar verbalmente el mismo problema. Lo importante es presentar la situación y hacer pensar.

Para que esto se viera más claro, la expositora presentó una situación en la que no hay pregunta (la razón de omitir la pregunta, es que cuando se pone la pregunta, se concentra la atención de los alumnos en contestarla y no en analizar la situación).

La situación es la siguiente: el Equipo 1 jugó contra el Oponente 1 en un juego de baloncesto. El Equipo 2 jugó contra el Oponente 2. Los capitanes del Equipo 1 y el Equipo 2 discutieron sobre cuál de los dos equipos derrotó al oponente por más puntos. El capitán del equipo 2 ganó la discusión por ocho puntos.

No hay pregunta. Lo importante es iniciar la discusión sobre la situación, y sobre las relaciones involucradas en ella. En este caso por ejemplo, la diferencia entre las diferencias es una relación aditiva de segundo orden.

Hay muchas maneras de poner preguntas para aprovechar la situación. Por ejemplo, decir que el Equipo 1 anotó 79 puntos, el Oponente 1 anotó 48 puntos, el Equipo 2 anotó 73 puntos. ¿Cuántos puntos anotó el Oponente 2?

Otra manera es decir que el Equipo 1 anotó 79 puntos, el Oponente 1 anotó 48 puntos, y escribir dos frases con espacios en blanco, para que los alumnos los llenen con valores numéricos de manera que todo haga sentido:

El Equipo 2 anotó _ _ _ _ _ _ puntos.
El Oponente 2 anotó _ _ _ _ _ _ puntos.

Hay muchas respuestas posibles. ¿Quién dijo que todo problema tiene que tener una sola respuesta?

Aquí se da un caso en el que para encontrar la diferencia hay que sumar. Eso evita ligar palabras con operaciones de manera mecánica.

Otra variante de la misma situación es esta:

El Equipo 1 anotó _ _ _ _ _ puntos.
El Oponente 1 anotó _ _ _ _ _ puntos.
El Equipo 2 anotó 73 puntos.
El Oponente 2 anotó 67 puntos.

Pon valores numéricos en los espacios en blanco de manera que todo haga sentido.

Si no se ha analizado la situación a través del razonamiento cuantitativo, los alumnos tratan de llenar los espacios en forma más o menos arbitraria. Pero no hay manera de llenarlos. ¿Quién dijo que todo problema tiene que tener respuesta?

El maestro no debe preocuparse de que sus alumnos estén confundidos por un rato. Para eso está ahí: para apoyarlos, orientarlos, no dejarlos desanimar, y acompañarlos en la construcción conceptual de las relaciones cuantitativas.

Es conveniente derrumbar mitos que no tienen fundamento lógico, sino que surgen de los problemas triviales de los textos y los ejercicios de clase. No tengamos pues temor de asignar problemas con varias respuestas posibles (en este caso, parejas de puntajes en los que la diferencia sea constante, y por supuesto que sean razonables para un juego de baloncesto), ni de asignar problemas con respuesta imposible.

La base teórica de un currículo que pretenda cultivar el razonamiento cuantitativo no es trivial. Hay que precisar al menos lo que se entiende por cantidad, cuantificación y operación cuantitativa.

Se entiende por cantidad cualquier cualidad o atributo de un objeto que admite medida (una vez que el individuo ha concebido internamente ese atributo).

La cuantificación es el proceso por el cual uno asigna un valor numérico a una cualidad o atributo de un objeto. Esto es, cuantificación es el proceso de medir directa o indirectamente. Por ejemplo, puedo hablar de mi edad sin decir cuál es. Mi edad la cuantifico en años, pero la edad del primer hijo se mide en meses durante bastantes meses (la de los demás hijos ya se mide también en años...)

Una operación cuantitativa es una operación mental en la cual uno concibe una nueva cantidad en relación a una o varias cantidades concebidas de antemano.

Las operaciones cuantitativas elementales son:

- combinar dos cantidades aditivamente;
- comparar dos cantidades aditivamente;
- combinar dos cantidades multiplicativamente;
- comparar dos cantidades multiplicativamente;
- generalizar una razón;
- combinar dos razones aditivamente;
- componer dos razones.

Las cantidades básicas para el razonamiento cuantitativo en el nivel medio son al menos las cuatro siguientes:

- el número de objetos (cantidad extensiva);
- la diferencia;
- la razón ("ratio");
- la razón generalizada, tasa o rata ("rate").

Para terminar, la expositora sintetizó el significado del razonamiento cuantitativo como un análisis de una situación en base a las cantidades y a las relaciones cuantitativas presentes en dicha situación, y resaltó las principales consecuencias para futuros currículos:

- incluir la complejidad cuantitativa como dimensión importante en el diseño del currículo matemático;
- incluir variaciones de los problemas;
- hacer hincapié en cuestiones de cantidad y cuantificación;
- destacar las relaciones cuantitativas en situaciones concretas;
- organizar el currículo en base al desarrollo de operaciones mentales, en contraste con la organización actual basada en la complejidad de los cálculos.

PANEL D: PREGUNTAS Y RESPUESTAS

Se recogieron y organizaron las preguntas que se presentaron por escrito, y se respondieron primero las que iban dirigidas a panelistas específicos en el mismo orden en el que se habían hecho las presentaciones del día anterior.

Parece que en la presentación del Ministerio de Educación de Colombia no se hubiera tenido en cuenta la dificultad de comprensión de lectura que tienen los alumnos. No es que no puedan resolver los problemas, sino que no entienden el enunciado por retraso en las habilidades de lectura.

Celia Castiblanco En parte quedó contestada esta pregunta con las observaciones de Alba Thompson en la presentación inicial, en el sentido de que un buen maestro puede plantear muchas situaciones interesantes, ricas, complejas, con palabras del lenguaje ordinario, sin necesidad de escribir el enunciado.

En la práctica del aula el problema no es tan grave. Los alumnos mismos encuentran muchos problemas en la realidad, y los resuelven, o al menos los entienden bien sin tener que leerlos. Los maestros pueden compensar las dificultades de lectura si saben qué es lo más importante y si cambian de actitud.

Es claro que los programas de español y literatura deben cambiar para ayudar a la comprensión de lectura en matemáticas y ciencias naturales. Un obstáculo es que los mismos profesores de español no asignan este tipo de textos porque ellos mismos tienen dificultades en comprenderlos. No se puede descargar toda la responsabilidad en los profesores de español, pero sí hay aquí una zona de trabajo común a ellos y nosotros que es muy valiosa.

El proponente de la pregunta insiste en la necesidad de cambiar la actitud del maestro respecto a sensibilizarse hacia las dificultades de lectura que tienen los alumnos.

El moderador reconoce que las aclaraciones verbales del maestro no solucionan el problema cuando el alumno trata de hacer las tareas en casa, o de leer el libro de texto, o de tomar un test con cuestionario escrito.

¿Cómo se hace en Colombia para que los textos de las editoriales estén de acuerdo con el nuevo currículo?

Celia Castiblanco En principio, los editores tienen que hacer los textos con base en los programas oficiales del Ministerio. Pero si un editor quiere sacar otro texto, puede hacerlo, con tal de que no diga al comienzo que es un texto que desarrolla los programas oficiales. Sin embargo, los editores saben que si los maestros se dan cuenta de que un texto no sigue el programa-al menos en apariencia-no encargan ese texto. (En Colombia los maestros y los directores de escuelas o colegios pueden escoger el texto que deben comprar los padres de sus alumnos).

Pero ha habido buena colaboración de parte de las mejores editoriales. Al comienzo hay resistencia por parte de ellas, pues quieren seguir vendiendo los libros tradicionales que se estaban vendiendo bien. Más aún, si los profesores no están familiarizados con el nuevo currículo y los nuevos métodos pedagógicos, no encargan los libros innovadores. Las editoriales esperan dos o tres años, y luego ya empiezan a cambiar. Algunas editoriales están colaborando con el cambio y envían los borradores de los futuros textos al Ministerio, o ponen en contacto a los autores de los textos con los programadores del Ministerio.

En secundaria todavía no hay buenos textos, pues la aplicación de los nuevos programas va apenas en el sexto grado (primero de secundaria).

No parece que el lenguaje algebraico deba introducirse en la primaria pues ha traído muchas dificultades. Por ejemplo, la introducción de los cuadritos para escribir ecuaciones en los primeros grados es inconveniente, pues es una notación muy extraña para el niño; en realidad es una introducción precoz del álgebra con un ligero disfraz, lo que oculta algo que es mucho más sencillo aritméticamente hablando.

El moderador indicó que parece haber un malentendido respecto a lo que **Alba Thompson** dijo sobre "enfocar la aritmética algebraicamente". Ella confirmó que no es el uso precoz del lenguaje algebraico lo que estaba proponiendo cuando hablaba de un "acercamiento algebraico a la aritmética". Se trataba de una precisión sobre el programa de Ohio State que se llama "Approaching algebra numerically", ("Acercándose numéricamente al álgebra"), en el que se pretende que en octavo y noveno grado se trabaje el álgebra a partir de la aritmética. Ella propone como contraste que el tipo de pensamiento del álgebra debe iniciarse desde los primeros grados, pues en los grados superiores ya es demasiado tarde.

Pero no se trata de introducir los símbolos del álgebra en los primeros grados. Se trata más bien un enfoque conceptual, de desarrollo del razonamiento cuantitativo, en el que se pueda hablar de cantidades sin referirse expresamente a valores, como en el caso de la edad. No es la introducción de símbolos de variables, con x o con un cuadrito. No se está entendiendo 'álgebra' como un sistema de símbolos, como parece entenderlo la persona que pregunta, sino se está entendiendo el álgebra como representación de relaciones cuantitativas. Por ejemplo, la definición de variable se suele dar en los textos por medio de una expresión como $2x + 3 = 0$, y luego se dice que la x es una variable. Pero ni los textos ni los maestros expresan la idea que representa ese símbolo como cantidad que puede tomar distintos valores, ni inician la discusión verbal sobre esos temas. Si se hiciera esto bien en la aritmética, los mismos alumnos inventarían sus propias notaciones informales, y cuando vieran que hay ambigüedades, irían a buscar las convenciones más refinadas.

¿Han trabajado Uds. en la capacitación de maestros para lograr que practiquen el estilo de enseñanza que Uds. proponen? ¿Cómo se organizan las actividades? ¿Sí modifican los profesores sus métodos de enseñanza tradicionales? (Se pregunta específicamente por estrategias de alcance masivo).

Alba Thompson responde que ellos sí han trabajado en esto, y que en realidad es muy difícil. Han trabajado con pequeños grupos de a cinco maestros de sexto grado para hablar de estas ideas teóricas. Los materiales curriculares se preparan con los mismos maestros; no se les dan ya previamente elaborados por los especialistas.

La implementación en forma masiva de este tipo de enseñanza conlleva una serie de dificultades para los profesores, porque están enfocando las ideas a través del prisma de las ideas antiguas sobre lo que constituye las matemáticas y sobre lo que constituye evidencia de que el alumno sabe matemáticas. Ha dado buen resultado modelar delante de los maestros, en su mismo salón de clase, el tipo de enseñanza que se está proponiendo.

Desde que se publicó el informe "Agenda for Action" ya había una serie de buenas recomendaciones sobre razonamiento cuantitativo. La diferencia entre cantidad y cuantificación sí es muy difícil para los maestros que creen que las matemáticas se hacen con números sin rótulos.

Hay entusiasmo por las nuevas ideas, pero temor de llevarlas a la práctica. A los maestros les cuesta mucho no dar la solución a los alumnos cuando la preguntan, sino dejarlos buscando, explorando, un poco confundidos. Muchas de estas ideas metodológicas parecen ir en contra de lo que se considera tradicionalmente que debe hacer un buen maestro: explicar todo claro.

Alba Thompson da cuatro recomendaciones pedagógicas para el manejo de las cantidades:

- Tener conversaciones instruccionales;
- Trabajar con números como valores de cantidades;
- Identificar explícitamente la cantidad que fue evaluada aritméticamente;
- Mantener el objetivo de la tarea en la mente.

Para implementar estas recomendaciones hay que buscar maestros que tengan tendencia a ser reflexivos, y que tengan buenos conceptos. De lo contrario, aun con muy buena voluntad no reconocen las oportunidades que se dan en el aula.

Celia Castiblanco completa diciendo que en Colombia ya vimos desde hace algunos años que las conferencias y cursos al estilo de las cátedras tradicionales de las universidades no sirvieron mucho; el perfeccionamiento docente tiene que ser con talleres que sigan la misma metodología que creemos que ellos deban seguir. Vivenciando ellos mismos la metodología se atreven a cambiar.

Carlos Mancilla interviene para ratificar que el cambio de actitud no debe ser sólo un cambio declamativo: estas declaraciones las hemos estado escuchando desde siempre. Otra cosa es cuando uno como padre observa a sus hijos y a través de ellos a los maestros de sus hijos. Ni siquiera en el manejo de las fracciones, o del transportador, o del porcentaje lo hacen bien muchos maestros. Menos lo van a saber hacer los alumnos. Además de esas declamaciones sobre la necesidad del cambio tiene que cambiar la actitud profunda y la práctica real. Pero hay que reconocer lo difícil que es el cambio de actitud.

En seguida se pidió a la Profesora Alba Thompson volver a explicar las operaciones y relaciones involucradas en las operaciones cuantitativas.

Empezó recordando cómo eran los problemas de las limonadas más o menos concentradas de Noelting, y cómo algunos niños creen que la que tiene más polvo de limonada sabe más a limonada, y otros que la que tiene menos agua sabe más a limonada, por trabajar sólo con diferencias aditivas y no con razones multiplicativas.

La expositora recordó que las cantidades básicas más importantes para el razonamiento cuantitativo en el nivel intermedio son:

- el número de objetos (cantidad extensiva);
- la diferencia;
- la razón ("ratio");
- la razón generalizada, tasa o rata ("rate").

Se refirió únicamente a las dos últimas por la dificultad de la comprensión de dichos conceptos.

La distinción entre la razón como "ratio" y como "rate", que se puede llamar "razón generalizada", "tasa" o "rata", es más bien sutil. La razón como "ratio" es una comparación multiplicativa de dos cantidades; el objeto de formar una razón es conceptualizar "cuántas veces más es una cantidad comparada con otra", o conceptualizar "cuántos de éstos hay en ésto otro". Por ejemplo, la razón entre la yarda y el pie, en la cual se conceptualiza que hay tres pies en una yarda.

En cambio, la razón generalizada como "rate" es una cantidad que resulta de la comparación cuantitativa de dos cantidades variables, cuando el valor de una cantidad varía directa y continuamente con las variaciones de los valores de la otra cantidad.

La "razón generalizada" se puede llamar también "tasa" o "rata", pero ambos nombres causan problemas a los alumnos por la confusión con la "taza" con zeta, o con la hermana mayor del ratón.

Una vez aclarada esta distinción, la Profesora Alba Thompson repasó la lista de las operaciones cuantitativas elementales, agregando a cada una de ellas algunos ejemplos aclaratorios:

- combinar dos cantidades aditivamente: por ejemplo, reunir dos conjuntos, o considerar dos regiones como si fueran una sola;
- comparar dos cantidades aditivamente: "¿Cuánto más o menos de ésto tenemos que de ésto otro?"
- combinar dos cantidades multiplicativamente: por ejemplo, combinar dimensiones lineales para obtener el área de una región, o combinar fuerza con distancia para obtener trabajo;
- comparar dos cantidades multiplicativamente: ¿Cuántas veces más grande es ésto que ésto otro? ¿Cuántos de éstos hay en éste otro? ¿Qué parte de ésto es ésto otro?
- generalizar una razón: Supón que esta comparación se aplica en general. (Esto es: Supón que los valores de las cantidades varían a razón constante). Como ilustraciones del manejo de una razón generalizada (tasa o rata) se dieron las siguientes: viajar a 50 km por hora por tres horas, o viajar a 50 km por hora por seis horas;
- combinar dos razones aditivamente: lanzando desde la línea de tiro libre encesto tres de cinco tiros al cesto en un primer intento, y luego encesto cuatro de cinco. ¿Cómo expreso mi habilidad para encestar desde ese sitio?
- componer dos razones: Yo tengo tres veces más dinero que Guille, y Guille tiene cuatro veces más dinero que Nicole. ¿Cuántas veces más dinero que Nicole tengo yo? Un marco alemán equivale a 75.53 yenes japoneses; un dólar equivale a 1.88 marcos. ¿Cuántos yenes equivalen a un dólar?

Los cambios se deben dar ante todo en la formación de los maestros. Uno comienza a percatarse de cosas importantes y de detalles claves sólo cuando enseña el tema.

Es importante también insistir en que el maestro puede lograr la recuperación de información importante por la observación y escucha de los mismos alumnos. Se requiere por parte de los maestros de maestros que tengan más visión global acerca del aula en que aprende el futuro maestro.

A este respecto, Alba Thompson informa que Paul Cobb en Indiana y su grupo (sobre todo Terri Wood y Erna Yackel en Purdue University) trabajan con maestros de primero y segundo grado, y proponen el aula como el lugar en donde el maestro aprende y se desarrolla.

Pero hay un requisito imprescindible: reconocer que existe una problemática en el salón; muchos maestros no reconocen que hay problemas y tampoco que los niños no aprenden tanto como ellos creen.

Cuando estemos en el salón de clase con un maestro y sus alumnos, debemos modelar nosotros mismos esa actitud abierta, investigativa, mostrando que sí aprendemos muchas cosas de nuestros alumnos.

No podemos negar que este tipo de trabajo docente obliga al maestro a hacer más trabajo fuera del aula. Le estamos pidiendo al maestro que se interese más en el proceso que en los contenidos. (Eso no quiere decir que los contenidos no son muy importantes; ambas cosas lo son; es como balancear lo instrumental y lo formativo). Estamos pidiéndole muchas tareas difíciles: Planear la clase desde los procesos. Ser orientador de procesos y aprovechador de situaciones. Preparar más las situaciones que producen mejores cambios y más estables en los alumnos. Estudiar más los problemas de aprendizaje que tienen los alumnos, la epistemología y la historia de las matemáticas. Pero para eso se necesita espacio institucional. Es una necesidad que el profesor tenga ese espacio (y que el profesor lo use cuando se le da, para evitar las críticas de los administradores educativos, quienes se quejan de que si se da ese tiempo adicional, los maestros no lo utilizan para el propósito para el que se les liberó, sino para otras cosas).

No se ve por qué está mal dar explícitamente a los maestros técnicas de enseñanza, o darles los resultados sin esperar que ellos los descubran.

Carlos Mansilla responde que hay que distinguir entre dar estrategias generales y dar estrategias específicas. No siempre allanar el camino es lo mejor. Las crisis no son malas del todo porque generan creatividad. Dicen algunos historiadores que el máximo de confort hace caer a las grandes potencias. Hay que dejar que los alumnos sufran un poco la crisis y la frustración de no poder encontrar ninguna solución durante un tiempo. Aclara que él sí les ayuda a los alumnos, pero antes les pide propuestas. Su afirmación se dirigía más bien en contra de colegas que les dan a los futuros maestros todas las estrategias específicas unidad por unidad, y les exigen que tienen que enseñar en sus prácticas en la misma forma que dijo el profesor.

Como respuesta a una observación al respecto, señaló que su presentación inicial en este panel sobre cambios curriculares no estuvo fuera de lugar, pues los cambios curriculares incluyen los cambios de programa, de metodología, de materiales, etc., y el contenido y los materiales son menos importantes que el uso metodológico que hagan los maestros de los programas y textos.

Pareció que en su presentación le atribuía a los profesores de secundaria buena parte de la culpabilidad por la mala preparación de los alumnos que llegan a la universidad.

Carlos Mansilla respondió que tiene razón la persona que critica esa práctica generalizada de echarle la culpa de todo al nivel anterior, y que eso es un círculo vicioso. El primer paso debe ser que cada uno reconozca que es éL o ella quien debe dar el primer paso para ayudar al cambio. Este es un caso típico del problema del huevo y la gallina. ¿Quién fue primero? Nos pasamos echando la culpa y nunca hacemos 'mea culpa'. Terminó diciendo: "Esto no contradice mi afirmación de que no recibimos los alumnos que esperamos en la universidad, pero eso lo digo no por criticar a los profesores de secundaria, sino al sistema".

Una vez terminada la ronda de respuestas, se abrió la discusión a todos los participantes. Uno de los asistentes pidió la palabra para hacer algunas propuestas de tipo general para los cambios curriculares del futuro:

- desarrollar interés en el pensar algorítmico y computacional de las matemáticas;
- individualizar la instrucción;
- mejorar el currículo como conjunto global de experiencias, orientándolo hacia las necesidades de los alumnos y de la comunidad;

- cultivar las destrezas de pensamiento y en particular de pensamiento crítico;
- insistir en la pertinencia de los contenidos y en la educación de valores, y dentro de esos valores, insistir en la dignidad de cada quién, en la solidaridad y en la visión internacionalista y la cooperación internacional.

Respecto al primer punto, el moderador anotó que la mayoría de los maestros pueden entender mal ese énfasis en el pensamiento algorítmico; muchos de ellos no conocen ni siquiera la palabra "algoritmo", y hasta creen que es un error de imprenta, y que debería ser "logaritmo". Muchos maestros no saben que hay varios algoritmos para la misma operación. Alba Thompson completa con un ejemplo: una maestra asigna el problema de dividir 56 por 1.75; un alumno duplica dos veces el divisor: le queda 3.5 y luego 7; divide correctamente 56 por 7 y obtiene 8, y luego multiplica por cuatro ese cociente. La maestra le marca que está mal el procedimiento. Alba le muestra a esa maestra que ese es exactamente el mismo procedimiento que se hace cuando se "corre el punto decimal (o la coma)": se está multiplicando por diez en vez de por dos; la maestra queda perpleja, y dice que a ella nunca le enseñaron que eso era lo que se estaba haciendo.

Por eso hay el peligro de que los maestros entiendan esa recomendación como si se estuviera defendiendo volver al mecanicismo del cómputo.

De lo que se trata es de estudiar el papel que juegan los algoritmos; de dónde vienen históricamente; cómo hacer comparaciones de eficiencia, elegancia y transparencia entre algoritmos, etc.

Pero en muchos maestros hay rechazo a este vocabulario algorítmico y computacional por razones humanísticas: creen que se está recomendando deshumanizar a los alumnos y volverlos como computadores; tenemos pues que respetar esa actitud de los maestros y saber explicarnos mejor.

Otro de los presentes recordó la necesidad de interrelacionar las matemáticas con las otras áreas curriculares, y las distintas partes de las matemáticas entre sí. El moderador explicó la experiencia colombiana de integración de las asignaturas en áreas, y de éstas en unidades integradas, y reconoció la dificultad que tiene este tipo de trabajo. El proponente de la pregunta indicó como ejemplos que en las tablas de multiplicar se pueden ver las progresiones aritméticas, y que se puede relacionar la multiplicación y la geometría en los temas de perímetros y de áreas de polígonos.

Uno de los asistentes subrayó la necesidad de incluir en la planeación curricular y en los juicios que hacemos sobre el desempeño de los maestros, una seria consideración de las circunstancias socioeconómicas del docente, del número de alumnos por curso, de la falta de tiempo para cubrir todos los temas que exigen los supervisores y directores de escuela, etc.

A esos obstáculos se agrega la dificultad de una buena evaluación. Es mucho mas difícil evaluar los procesos que los resultados. No hay que olvidar la dificultad del problema de encontrar en dónde está el error y por qué se cometió, y la dificultad de detectar los procesos mentales ocultos de los alumnos.

Alba Thompson responde que hay que distinguir entre la evaluación formal para notas, la evaluación continuada para tomar decisiones didácticas, y la evaluación investigativa para saber qué está pasando.

Es difícil romper con la rutina y con los tipos de pregunta directa que tiene una sola respuesta.

Pero se puede trabajar con los docentes para que aprendan a hacer buenas preguntas abiertas. Como ejemplo de pregunta de razonamiento en álgebra Alba Thompson propuso el siguiente esquema de pregunta:

Piense qué sería lo que Ud. estaría tratando de averiguar si tuviera que calcular el valor de $x - y$, o de x/y.

Una pregunta muy importante dirigida a todos los panelistas no se alcanzó a tratar por falta de tiempo: varios asistentes, preocupados porque casi todo lo dicho en las presentaciones iniciales se refería al currículo de la escuela primaria y secundaria, pidieron profundizar en los mismos temas, pero enfocados a la educación matemática en la universidad en las carreras de pregrado, y en particular en la formación de los futuros maestros. Pero habiéndose agotado el tiempo asignado al panel, se levantó la sesión.

PARTE IV
GRUPOS DE DISCUSION

LABORATORIO DE MATEMATICAS EN SECUNDARIA

Doris Cetina y Ofelia Vizcaíno
Colegio Madrid
México, D.F., MEXICO

A este grupo de discusión asistieron 14 personas. Se inició con la lectura del documento que preparamos ex profeso para explicar nuestras intenciones, logros y expectativas, en lo que respecta a la experiencia de preparar los materiales (para cada uno de los tres grados de educación secundaria, en el Colegio Madrid, A.C., México D.F.) que nos sirvieron pra poner a funcionar el laboratorio de matemáticas.

Dicho documento se leyó con el fin de centrar la discusión sobre los argumentos específicos del laboratorio de matemáticas, sus características, consolidación y mejoramiento; buscando el intercambio de opiniones que problematicen y enriquezcan las ideas que pretenden mejorar la enseñanza de las matemáticas.

Los principales datos y argumentos planteados en nuestro documento fueron:

1. Desglosamos las finalidades del laboratorio de matemáticas, que son: a) El apoyo a la enseñanza del programa oficial, introduciendo algún tema o reforzando los estudiados, b) Relacionar las matemáticas con la vida cotidiana; c) Realizar actividades recreativas relacionadas con matemáticas.

2. Explicamos y mostramos los manuales que nosotras elaboramos (para primero y segundo de secundaria) y nuestro colegio editó para uso de los alumnos (y proporcionamos fotocopias de los mismos a los asistentes que los solicitaron). Dichos manuales fueron conformados con material de diversas fuentes bibliográficas especializadas en el tema, además de material creado pcr el equipo de trabajo, todo el cual fue adaptado a los niveles de aprendizaje y conocimiento de los alumnos.

3. Argumentamos el uso y aplicación de la computadora para el trabajo en el tercer grado de secundaria, habiéndonos basado en el software: "Investigaciones Matemáticas" de la Micro-BBC, "Alge-Blaster" y "Math-Blaster Mystery" de la Davidson (en los dos últimos nuestro equipo trabajó en su traducción al español).

Entre las opiniones vertidas en la discusión sobre el laboratorio de matemáticas, destacan las ideas que se resumen a continuación:

- Que es un espacio que propicia la comunicación e intercambio de ideas entre los alumnos y el profesor.
- Es una forma de trabajo en la que teoría y práctica van de la mano.
- Es un recurso para que los alumnos aprendan matemáticas a través de la discusión de problemas concretos.
- Es una metodología en la que se plantean al alumno muchas interrogantes buscando que se interesen en responderlas.
- Es una opción para mejorar la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

A manera de recomendaciones, que sellaron los tópicos discutidos, se plantearon las siguientes:

- Es necesario que en cada sesión de laboratorio se utilice material didáctico o documento donde se plante algún problema.
- Que un primer momento sea para que el alumno haga una elaboración individual y después se establezca la discusión y se planeen estrategias para la resolución del problema.
- Mantener en el laboratorio la atmósfera de reflexión acerca del procedimiento que cada equipo de trabajo llevó a cabo para resolver el problema planteado.

Después de las dos sesiones de este grupo de discusión, se manifestó que todos los proyectos que puedan emprenderse para investigar y crear laboratorios de matemáticas, pueden contribuir a mejorar la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Que esta es una experiencia que junto con otras de similares objetivos, deben seguirse desarrollando para consolidarse y poder demostrar con hechos su efectividad.

RESOLUÇAO DE PROBLEMAS

Luis Roberto Dante
Universidade Estadual Paulista
Rio Claro, São Paulo, BRASIL

Os trabalhos desse grupo de discussão foram organizados em duas sessões:
- a primeira, de uma hora de duração, realizada em 4 de agosto-Domingo;
- a segunda, de duas horas de duração, realizada em 6 de agosto, terca-feira.

Esse grupo de discussão contou com aproximadamente 25 participantes, sendo que 15 atuam no Ensino Universitário, 4 no Ensino Médio, 2 no Ensino Básico e 4 no Ensino Médio e Universitário. Dentre os participantes encontramos representantes do Brasil, Canadá, Chile, Colombia, Argentina, Venezuela, Peru, Porto Rico, Uruguai, República Dominicana y Guatemala.

Durante a discussão foram abordados vários pontos, entre os quais destacamos:

- a resolução de problemas nao é a tábua de salvação para todos os males da Educação Matemática;
- nos cursos de formação de professores (Magistério e Licenciaturas) a metodologia resolução de problemas deve ser discutida e estratégias para resolver problemas devem ser desenvolvidas.

Existen várias interpretações sobre resolução de problemas:

- problemas verbais (exercícios com palavras);
- problemas da vida cotidiana, que são significativos para o aluno;
- problemas segundo a concepção de Polya;
- ensino de aspectos heurísticos e estratégias para resolver problemas;
- distinção entre problemas e exercícios.

Devemos ter flexibilidade para aceitar as várias interpretações sobre Resolução de Problemas.

- O que é aprender Matemática?, o que é fazer Matemática?, para que Resolução de Problemas?, o que é mais importante, o conteúdo matemático ou o uso deste conhecimento para que o aluno tenha o seu pensamento crítico?

- Mais importante que resolver um problema é formular um problema.

- Devemos dar tempo para que o aluno pense e resolva os problemas.

- Devemos convencer os alunos que eles são capazes de resolver problemas.

- O Professor deve propor problemas simples ou complexos, pois há "alunos fracos" e "alunos fortes" em Matemática.

- O aluno deve enfrentar situações rotineiras e não rotineiras.

- Resolução de Problemas nas Olimpíadas de Matemática tem frustado alunos e profesores

- Os problemas propostos são muito difíceis e poucos alunos conseguem resolvê-los.

- Não basta mudar a metodologia em Matemática, devemos ter mudanças em todas as disciplinas.

- A escola não é interessante para o aluno.

- As mudanças trazem reflexos para o professor, para o aluno e para a família.

Assim, não é difícil perceber que a discussão foi muito produtiva e poderia ter avançado, se fossem realizadas mais sessões de trabalho.

TECNOLOGIA AUDIOVISUAL DE MATEMATICAS

Javier Domínguez García
Consejería de Educación
Las Palmas de Gran Canaria, Islas Canarias, ESPAÑA

Introducción

¿Puede utilizarse la tecnología Audio-Visual en las clases de Matematicas?
¿Se puede mejorar el rendimiento en Matemáticas con el uso sistemático de Medios Audio-Visuales (M.A.V.)?
¿En qué entornos de edades y campos concretos es apropiado usar estos medios?

Estas y otras preguntas nos hacíamos desde que enpezamos hace unos doce años a utilizar los M.A.V. en nuestra labor docente como profesores de Matemáticas en distintos niveles educativos. En este tiempo hemos utilizado algunos de los medios existentes de comunicación visual, así como creado los documentos pedagógicos adecuados para su utilización en el aula y en concreto para enseñar Matemáticas.

Situándonos en un mundo donde los medios de comunicación tienen una gran incidencia en todas las facetas de la vida, la escuela es el lugar más apropiado para enseñar las nuevas formas de adquirir el conocimiento en todos sus aspectos. Uno de ellos, el Audio-Visual (A.V.) es al que le damos nuestra mayor consideración. De ahí la importancia que le damos a la investigación de las distintas formas de comunicación visual y sus interpretaciones en distintos contextos. Por otro lado, la Matemática ofrece multitud de campos donde las imágenes nos proporcionan gran cantidad de información, así como formación y desarrollo de habilidades. A través de las imágenes podemos intuir, pensar, contar, medir, comparar, ordenar y otras muchas actitudes y valores a desarrollar en los individuos con su formación en este área del conocimiento.

También la profesionalización que obliga al docente, hace necesario que el profesor necesite conocer las técnicas implícitas para la utilización de los medios A.V. Los profesores de nuestros tiempos tienen que ser capaces de crear sus propios documentos para llevar al aula proporcionando al docente una gran fuente para investigar e interaccionar con sus alumnos.

Desde estas consideraciones generales, a partir de nuestra modesta experiencia, mostramos nuestras observaciones, valoraciones y propuestas para continuar con el uso de M.A.V. en el aula y en concreto, para la clase de Matemáticas.

Aportaciones favorables de la utilización de los M.A.V.

En el amibiente de clase El cambio ambiental en pasar del aula tradicional a la de A.V. crea una situación de mayor concentración y atención para el alumno.

Para el profesor Al ser necesario tener los documentos de trabajo ya elaborados, le permiten mayor atención a los alumnos y a la exposición del tema o cuestión, permitiendo con ello que no sea un mero transmisor de información sino un controlador del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Para los alumnos Las imágenes son un potente instrumento para interesar y motivarlos en el estudio de un tema. La llamada A.V. en un ambiente adecuado nos facilitan enormemente la comunicación de las ideas, sobre todo las previas o iniciales.

Con la utilización sistemática en una clase desaparecen muchos problemas pedagógicos debido principalmente a la posibilidad de ser usados en grupo o individualmente. Conseguir actividad, colaboración y no pasividad, desarrollar las facultades de expresion en los estudiantes son aspectos muy probables de obtener usando los M.A.V.

Inconvenientes para su utilización

Los M.A.V., productos de la tecnología moderna y supermoderna, se incorporan a la escuela, que es un medio tradicional donde la comunicación y la enseñanza se basan principalmente, en las relaciones personales entre maestros y alumnos. El lenguaje A.V. entra en conflicto con el normalmente usado de forma oral o bibliográfica.

Sin embargo, nuestros alumnos perciben en el mundo externo multitud de impactos de tipo A.V. y en la escuela no se les enseña a interpretarlos en sus mínimos contenidos. Por ello la necesidad de la implantación generalizada en la escuela de estas técnicas puesto que la enseñanza requiere una participación personal y una adaptación a las necesidades de los alumnos. Por estas y otras muchas razones se presentan muchos inconvenientes para obtener un grado aceptable de utilización en la enseñanza. Desde nuestra experiencia, destacamos los siguientes:

Exigen gastos adicionales para el profesor y el centro de trabajo. No solo en los aparatos y adaptación de aulas, sino en material fungible como transparencias, diapositivas, videos, cassetes, fotocopias, rotuladores, borradores, etc, así como material de repuesto, lámparas u otro material eléctrico o electrónico.

Para la producción, mantenimiento y uso se **requieren unos mínimos conocimientos técnicos** que a menudo los profesionales de la educación carecen.

Se requieren conocimientos pedagógicos para una utilización creadora, pues el diseño y producción de unidades de enseñanza aprendizaje de tipo A.V. llevan implícito una imaginación profesional y flexibilidad por parte de los profesores. Ello significa una mayor dedicación a las tareas de preparar las clases, debiendo utilizar para ello tiempo extra.

La falta de infraestructura para su uso sistemático en los centros. Problemas de tomas de corriente, oscurecimiento de aulas, no disponer de aparatos suficientes y otros muchos nos explican como es posible que el sistema educativo no se encuentre afectado por los M.A.V.

Investigación científica y pedagógica con medios audio-visuales

La utilización de los M.A.V. frecuentemente o de forma sistemática por los profesores en el aula, posibilita inmensas vías de investigación anejas al método en sí. Desde nuestra pespectiva podemos destacar la importancia de las siguientes:

El conocimiento e interpretación del lenguaje visual Mediante el mismo se pueden desarrollar técnicas muy diversas en que las Matemáticas ofrecen un gran terreno de exploración. La visualización de aspectos matemáticos es un vasto terreno de exploración, aun poco desarrollado, pero de gran interés y aplicación en nuestros tiempos, tanto desde el punto de vista pedagógico como del epistemológico.

La relación de la matemática con el entorno Se considera como la primera fuente A.V. de aprendizaje. La educación para conocer y entender el mundo que le rodea a todo ciudadano de nuestro tiempo, pues está integrado en un contexto que debe interpretar, que contiene importante parte Matemática visual.

En nuevas vías de trasmisión del conocimiento La utilización de otros códigos diferentes a los comunmente usados hasta ahora de tipo verbal o bibliográfico. El lenguaje simbólico de imágenes puede enseñarnos muchos aspectos hasta ahora realizados con otras metodologías diferentes.

Todas las partes de las Matemáticas La aritmética, la geometría, el álgebra y el análisis matemático, así como las posibilidades de la estadística puesto que estadística e imágenes van enteramente unidas. No solo se pueden tratar los simples conceptos, sino también variados aspectos de los procesos matemáticos.

El desarrollo y comunicación con los alumnos mediante imágenes La creación de memoria de imágenes que forma parte de estructura intrínseca en las Matemáticas y otras.

Las distintas técnicas de producción de M.A.V. Desde la simple diapositiva a un grandioso montaje con los medios más modernos: ordenadores, videos aplicados a grandes montajes de Multivisión, proporcionan inmensas posibilidades creativas, cualidad tan necesarias al profesor innovador y dinamizador de la clase que la pedagogía y sociedad actual requiere.

Formas visuales para hacer matemáticas

Partiendo del planteamiento de entender el proceso de visualización como el de creación y uso de las imágenes de una situación y describir el contexto de percepción de la misma, en Matemáticas buscamos aquellos aspectos o tópicos que podemos considerar importantes en el área de visualización y factibles de ser aplicados en educación matemática. Podemos exponer múltiples campos de aplicación concreta de los métodos visuales en la enseñanza de las Matemáticas, desde simples figuras de la geometría clásica y elemental, hasta procedimientos sencillos como medir, contar, comparar y otros de mayor complejidad. Visualmente se pueden presentar conceptos y procesos matemáticos. De tipos estáticos, como simples figuras, o con movimiento. La comunicación a través de imágenes, así como el desarrollo de la memoria visual de objetos y fórmulas permite conocer otras vías de aprendizaje, presentes en nuestra vida y con poca utilización en el sistema educativo.

La visualización puede usarse como metodología, desde sus aspectos más simples y en edades muy tempranas, hasta el planteamiento de variadas situaciones donde se pueden desarrollar estrategias y procedimientos para resolver problemas. Un caso concreto de imagen, puede ser tratado a partir de muchos detalles, por irrelevantes que sean.

La resolución de problemas o la demostración de teoremas, puede ser la parte principal de la actividad matemática en algunos entornos mediante procedimientos visuales frente a los tradicionalmente usados con símbolos, pudiendo ser el soporte principal de la transmisión del conocimiento. La construcción de argumentos visuales para demostraciones o resolución de problemas, es un área de trabajo pedagógico aplicable en una amplia gama de aspectos del conocimiento matemático desde el nivel primario hasta el universitario. Se pueden desarrollar cosas elementales de la geometría clásica o relaciones algebraicas, hasta explicar a los alumnos conceptos de difícil comprensión como el de límite o continuidad de una función.

La búsqueda de imágenes relacionadas con otras áreas como puede ser la Física y Ciencias Naturales, el Arte o la Filosofía, permite desarrollar una vía interdisciplinar de investigación. Con los modernos ordenadores podemos indagar nuevos campos, donde se nos presentan otras facetas de la realidad en modo visual, como es el caso de los fractales.

Las tecnologías A.V. disponibles
Suponemos conocidos por parte de todos, aquellos aparatos que son usados tradicionalmente desde hace tiempo como apoyo a las clases. Los avances de la tecnología moderna nos permite hacer uso de ellos y aplicar sus innovaciones para mejorar u obtener un mayor rendimiento en su aplicación. No vamos a describir en este apartado las aplicaciones conocidas de los mismos, pero si describir algunas de las últimas posibilidades.

Retroproyectores Usados desde hace muchos años, tienen gran aplicación para el refuerzo y recuperación principalmente. Su tecnología es muy simple y de gran rendimiento.

Proyectores de Diapositivas Requieren la preparación previa de las imágenes y el montaje correspondiente. Son de gran utilidad en la iniciación al tema y su relación con la realidad. Existen varios tipos según la carga de las diapositivas. Los de carro lineal o el circular, este es muy apropiado, para montajes automáticos de colecciones de imágenes.

Aparatos de Audio Reproductores de cassete donde se puedan grabar bandas sonoras con las preguntas o comentarios al tema. Existen aparatos de tipo sincronizadores, que permiten grabar impulsos en la cinta cassette, facilitando con ello el uso de forma automática de los montajes de diapositivas.

Video (grabador-reproductor) Muchas de sus aplicaciones son conocidas. La facilidad de grabar con cámaras modernas lo hacen un medio muy importante para desarrollar su utilización en la enseñanza. Está llamado a ser el más usado para las clases.

Dia-videotransfer Aparato que permite transferir la imagen de una diapositiva a un videocassete. Este dispositivo permitirá el poder grabar en cintas los montajes de Diaporamas o de colecciones de imágenes previamente preparadas, facilitando con ello el uso doméstico por los alumnos mediante el reproductor de video.

Pantallas LCD de proyección desde un ordenador Permiten a través de un retroproyector exponer los resultados visionados en la pantalla de un ordenador. Ultimamente tiene grandes aplicaciones y está muy generalizado en clases de informática.

Unidades de mezclado Para usar varios proyectores de diapositivas en sistema multimedia.

Fotocopiadoras Permiten reproducir en acetatos y en color todo tipo de documentos para usar en el retroproyector. Tiene muchísimas posibilidades creativas.

Conclusiones

♦ El medio A.V. es un potente instrumento para la educación y en concreto para la Matemática.

♦ Tanto de forma individual como mediante equipos, los profesores deben diseñar unidades de enseñanza aprendizaje utilizando los medios A.V. En concreto, es necesario producir "software" A.V.

♦ La TV y el video están llamados a realizar un importante papel en la educación Matemática.

♦ El mejor camino para relacionar la Matemática con la vida real es a través de las imágenes y una educación visual de los alumnos.

♦ Los medios A.V. son una gran fuente para la investigación educativa. La Matemática ofrece un amplio campo de aplicaciones.

♦ Creación en los centros y en las comunidades de Bases de Recursos A.V. para uso de los profesores, padres y alumnos.

♦ Abrir líneas de investigación en: Visualización de ideas Matemáticas (Fórmulas, Gráficos, Figuras, Procedimientos, etc..), desarrollo del lenguaje visual, relación con el mundo natural y social.

TEACHER EDUCATION

Beatriz S. D'Ambrosio
University of Delaware
Wilmington, Delaware, USA

The working group on Teacher Education met for four hours during the Interamerican Conference on Mathematics Education. Several countries were represented in the working group. Participants were all committed to teacher education attempting to improve the teaching of mathematics throughout their countries. Our intention was to discuss the problems of teacher education and exchange experiences that have been successful as well as discuss the difficulties encountered in the process of reform of teacher education programs. Teacher education was discussed in terms of both in-service and pre-service initiatives.

Due to the wide diversity of problems faced by each country, the nature of teacher education programs vary considerably. The following points describe the major differences found in in-service teacher education projects.

Degree and nature of participation of teachers. There are two extremes of teacher involvement in the projects presented, particularly at the in-service level. One extreme consists of the projects in which teachers are trained to implement specific materials developed by others, usually by project coordinators. An example of this type of project was described by a representative of the Dominican Republic. Materials are developed by a group of researchers, based on the performance of children, and teachers are subsequently trained to implement those materials. The other extreme includes projects in which teachers are actively involved in developing materials for implementation as well as researching the results of the implementation. These projects are ones in which the teachers have the role of teacher-researchers. An example of such a project was described by a participant from Universidade Federal do Paraná, Brazil, in which teachers can seek resources at the Mathematics Laboratory. Resources include manipulative materials, readings, and resource people to discuss ideas and concerns. In this case, with the support of laboratory staff, they develop curricular materials to meet their needs for improved instruction. They then implement those materials and revise them as needed.

Degree to which teachers' knowledge is valued by researchers and project coordinators. This point is directly related to the previous one. In many projects teachers are considered to be unprepared, having little to contribute to the ideas developed throughout the project. In other cases, teachers' knowledge is considered of extreme value in contributing to the project and consequently teachers have a much more active role than simply learning what they should be doing. The Mathematics Laboratory project described above illustrates this point nicely since the teachers identify their own needs and share their concerns with project staff. Furthermore, this is a project in which future teachers, through the laboratory setting, work closely with practicing teachers, learning from them as well as from the university faculty.

Types of activities in which teachers are involved. While many programs focus on teaching teachers more mathematics, still others focus on developing methodological expertise for the teaching of mathematics. There was consensus among the group participants that a balance between these two forms of knowledge would be required of programs in order for there to be substantial change in the teaching of mathematics.

Types of materials used in projects and programs. Materials varied greatly from project to project. While some projects focused on alternative and innovative materials available to teachers for use in their classrooms, others focused on the analysis of how to adapt materials already in use, as well as, teacher produced materials (including evaluation instruments). A project developed in Venezuela uses teacher produced evaluation instruments and their grading of the students' work to assess teachers' understanding of the mathematical content.

Structure of continued support built into the different projects. In some projects teachers participate in summer courses and often are on their own to implement any alternative curricular ideas. Often in these cases, little is known of the degree to which change is occurring. In other projects there is a structure of continued support which varies in degree of intensity. This serves the purpose of not only supporting the teacher throughout the implementation process but also informing project coordinators and researchers of difficulties teachers encounter as they attempt to implement alternative curricula.

Types of interaction between practicing teachers. Here again there is a large variety of experiences. While in some instances teachers are colleagues in a class, learning mathematical content, in other situations they are colleagues in the process of curriculum development, analysis and implementation. The nature of these experiences is very different ranging from a community of learners to a community of professionals. Furthermore, in some projects one teacher from each school or district is a participant in the in-service program, while in other cases all the teachers from a school or district participate. The type of interaction in these situations are very different and reflect on the type of continued support established among colleagues.

In the case of pre-service programs several differences in approach were found as well. The following is a sample of the variations in those programs.

Philosophy underlying the program. The general philosophy of a program is important to help one understand why the program is structured as it is. In many cases it is believed that the requirements for the professional development of mathematics teachers are very similar to that of future mathematicians. In fact, the course work is very similar for both programs, and students take the courses with their colleagues who are enrolled in pure mathematics programs. Yet other programs distinguish between the two professions. In these cases the approach taken in the teaching of the subject matter can be quite different for future teachers than for future mathematicians. Much more emphasis can be placed on developing future teachers' understanding of the structure and nature of the discipline and how that relates to their future teaching experiences. Furthermore, emphasis can be placed on reflections upon their own learning of mathematics and consequently help them develop a better understanding of the learning process. An example of such a program was described as the alternative teacher preparation program offered at the Universidade de Campinas, Brazil.

Structure of the programs, balance between content and methodology. Several different structures of programs were presented, from pure mathematics programs with an additional year of a pedagogical component to a four (or five) year structure in which the content and pedagogy were developed simultaneously. The Universidade Federal de Rio Grande do Sul in Porto Alegre, Brazil, is currently in the process of redesigning their teacher education program and the faculty is proposing courses which integrate mathematics content and methods of teaching, modeling the type of instruction they encourage future teachers to use.

Types of practical experiences. This issue generated much discussion. How much practical experience do future teachers need? What are ways of integrating the experiences into the different programs? How early should these experiences begin? What should be the nature of the experiences? The variation found on this issue was astounding, from programs with one semester of student teaching to programs in which practical experiences are integrated throughout the entire educational experience of the future teacher. In Peru, an experience was described in which the nature of practical experiences changes over time. In the beginning of the program students observe classes and work with individual students or small groups. As they progress in their educational experience there is a transition to full classroom instruction. The essence of their program is that the practical experience is not considered the final moment of the learning process. In fact much of the learning is a consequence of reflection on and analysis of the practical experience.

Observations and comments

The extremes found in the programs and projects presented reflect the different needs of the various participating countries. It also reflects the differences in beliefs of the project directors or coordinators. While some believe that teachers have little to contribute to the change process others believe that teachers are the essence of the change process. While some believe that most of what future teachers must learn is mathematical content, others believe that teacher education is a much more complex process of professional development, in which the teachers' beliefs/attitudes about the nature of mathematics, the nature of teaching mathematics and the nature of learning mathematics must be developed and often challenged and changed.

Another belief reflected by the structure of the different projects is the role of the learner in the learning process. Some projects develop activities for the teachers in which they consider the teacher a learner constructing knowledge about teaching and about the content area. Other projects *describe* the process of knowledge construction in which teachers should engage children, however the teachers themselves have never had an opportunity to engage in activities designed for the construction of their own understanding of content or of teaching. The nature and the amount of practical experiences in pre-service programs also reflect the project coordinators' interpretation of how future teachers learn about teaching.

Innovation in school mathematics is not a new phenomenon around the world. In fact, every country has in some way attempted to solve their need for improved mathematics instruction (for examples of such initiatives see Howson, et al.,1981; D'Ambrosio, 1991). Until recently, however, few projects and innovation initiatives have involved the teachers in ways that enhance their understanding of teaching, content and children. In fact, the most common pattern is to present new materials to teachers, suggesting that they are the "best" instructional materials available and that teachers should use these materials. What we notice when we observe the state of the art of mathematics education internationally is that this approach to innovation and change has hardly been successful. Most mathematics classes today are quite similar to those of fifty years ago, where the teacher presents the material, the students practice and then they are tested.

Much still needs to be done in designing and implementing teacher education programs. The future teacher is learning content and is learning about teaching. Hence, our current understanding of the learning process must be drawn upon heavily when we plan curricula for teacher education programs (see Cobb, et al., 1990; Grimmett and Erickson, 1988; Maher and Alston, 1990; Tabachnick and Zeichner, 1984).

Substantial change of the type sought by most countries today requires a reconceptualization of the role of the teacher in the change process (see Holmes Group, 1986). As long as teachers are not considered the change agents it is not likely that we will notice major differences in mathematics instruction in the schools. The Holmes Committee (1991) recently expressed its position on the need for teachers to be inquisitive about the processes of education:

> Teachers who have the disposition to be curious about what they encounter, rather than to accept what they see as inevitable and given, are more likely to seek alternate ways of solving problems, overcoming obstacles, and understanding the ways that their students learn (pg. 7).

It is a non-traditional role of the teacher in the change process, one of active change agent and researcher, that gives the education community hope that change is possible, and that we can overcome the current state of lethargy when planning and implementing changes in the education of our youngsters.

References

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E. (1990). Classrooms as learning environments for teachers and researchers. In R.B.Davis, C.A.Maher, N.Noddings (eds.) *Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. JRME monograph, #4, pg. 125-146.

D'Ambrosio, B. (1991). The modern mathematics reform movement in Brazil and its consequences for Brazilian mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 22, no. 1, pg. 69-85.

Grimmett, P.P. and Erickson, G.L. (1988). *Reflection in Teacher Education*, New York: Teachers College Press.

The Holmes Group, (1986). *Tomorrow's Teachers: A Report of the Holmes Group*, East Lansing, MI: The Holmes Group.

The Holmes Group (1991). *Toward a community of learning: The preparation and continuing education of teachers.* East Lansing, MI: The Holmes Group.

Howson, G., Keitel, C. and Kilpatrick, J. (1981). *Curriculum Development in Mathematics.* Cambridge: Cambridge University Press.

Maher, C.A. and Alston, A. (1990). Teacher development in mathematics in a constructivist framework. In R.B.Davis, C.A.Maher, N.Noddings (eds.) *Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. JRME monograph, #4, pg. 147-165.

Tabachnick, B.R. and Zeichner, K. (1984). The impact of the student teaching experience on the development of teacher perspectives. *Journal of Teacher Education*, 35(6), 28-36.

PARTE IV
COMUNICACIONES ORALES

LA GEOMETRIA EN LA ESCUELA SECUNDARIA Y EL PROGRAMA DE ERLANGER

Ana Tadea Aragón
Universidad Nacional de Salta
Salta, ARGENTINA

Introducción La enseñanza-aprendizaje de la Geometría en la escuela secundaria constituye uno de los contenidos del programa de Matemática en el que, los profesores encuentran dificultades para su enseñanza. En algunos casos los hacen solamente para cumplir un programa del cual no están satisfechos; en otros casos, repiten una Geometría Euclídea tal cual se presenta en los Elementos lo que resulta, a veces, incomprensible debido a que los alumnos en primer año tienen 13 años de edad. La cuestión es que por una razón u otra, los profesores no saben qué hacer con la Geometría, ni qué actitud tomar con su enseñanza.

En busca que una explicación al problema detectado en un grupo numeroso de profesores y con el propósito de colaborar con ellos para que realicen su tarea con una actitud crítica frente a los conocimientos matemáticos, se realizó un curso de actualización.

El Trabajo Se comenzó con una prueba diagnóstico en la que los profesores debían aplicar su enseñanza e indicar el porqué de los contenidos programáticos y cuál es la razón científico-didáctico de enseñar esos contenidos. Las respuestas dadas al respecto, dieron lugar a que el trabajo se encaminara hacia un conocimiento de la *evolución de las ideas en Geometría.*

Las primeras actividades propuestas tenían por objetivo dar respuesta a:

- ¿cómo evolucionaron las ideas en Geometría?
- ¿qué consecuencias de esa evolución afectaron o afectan la enseñanza de la geometría?
- ¿qué contenidos conviene seleccionar? (PRO-CIENCIA, 1986)

"...Si bien la historia de la matemática no comienza con los griegos, se los toma a ellos por la conveniencia que resulta por la continuidad histórica ya que, a partir de los helenos puede establecerse un proceso cuyas etapas sucesivas pueden seguirse paso a paso hasta nuestros días...". (Piaget y García, 1982)

En ese marco se realizó la primera actividad y el conocimiento de:

- el programa de Erlanger que daba una concepción orgánica y unificada de la Geometría y con ello nuevos puntos de vista sobre la naturaleza y objeto de la Geometría.
- la importancia de las transformaciones, y por lo tanto; de los invariantes que caracterizan a cada una de las geometrías (PRO-CIENCIA, 1980), llevó inmediatamente a los profesores a relacionar todo esto con los contenidos de sus programas. Se discutió sobre la necesidad de una selección, de la importancia de tomar al <u>programa de Erlanger como un principio organizador</u> para numerosos conceptos geométricos dispersos y sin conexión que están en sus programas, haciendo así más interesante y amena su enseñanza. Se convino en seguir estudiando para un análisis de todos los contenidos.

Se reflexionó entonces sobre el tipo de geometría que se debe enseñar en la escuela secundaria. Se analizaron las posiciones al respecto de Matemáticas y educadores y se enfatizó sobre la posición de expertos sobre la geometría métrica y la geometría afín .

CONCLUSION Desde un punto de vista pedagógico, la Geometría Afín es más simple de introducir que la Geometría Métrica ya que sus reglas de juego son menos numerosas. Esta geometría es óptima para la introdución de los espacios vectoriales y es importante como modelo para algunos problemas de Física. La Geometría métrica es más rica para desarrollar la imaginación e intuición geométrica por la simplicidad de sus conceptos, sobretodo en niños de 12 años es útil para la representación mental del espacio físico, destacando que lo más importante es acceder al razonamiento formal por estos conceptos simples y el enriquecimiento del mundo de las figuras y transformaciones que aparecen en la actividad geométrica de todos los días. En base a esta conclusión los profesores trabajaron con propuestas concretas par el aula considerando la Geometría Métrica.

LA RELACION DE EULER Y SUS GENERALIZACIONES

Nelly Vázquez de Tapia
Universidad de Morón
Buenos Aires, ARGENTINA

Poliedros Regulares Se trata de establecer una relación entre las caras, aristas y vértices de los poliedros. Anotados los resultados en un cuadro, la relación surge fácilmente.

POLIEDRO	C	V	A	C + V - A = ?
TETRAEDRO	4	4	6	4 + 4 - 6 = 2
CUBO	6	8	12	6 + 8 - 12 = 2
OCTAEDRO	8	6	12	8 + 6 - 12 = 2
DODECAEDRO	12	20	30	12 + 20 - 30 = 2
ICOSAEDRO	20	12	30	20 + 12 - 30 = 2

Relación de Euler: **C + V = A + 2**

A partir del descubrimiento de esta relación los alumnos formulan preguntas:

- ¿Esta relación es exclusiva de poliedros regulares?
- ¿Se verifica la relación para:
  poliedros convexos no regulares? poliedros cóncavos?
  poliedros con agujeros? figuras en otras dimensiones?

Poliedros sin Agujeros La relación C+V=A+2 es válida. **Poliedros Cóncavos** La relación C+V=A+2 es válida.

Poliedros con Agujeros Tipo "Toro" Las caras de un poliedro son, por definición, polígonos simples (sin agujeros). El polígono con agujeros se puede descomponer en polígonos simples sin que altere la relación entre C, A y V pero hay que admitir que un poliedro puede tener caras coplanares. Analizando poliedros con 1,2,...,n agujeros se llega a la fórmula **C + V = A + 2(1-n)**, n = número de agujeros.

Generalizaciones de la Fórmula a Otras Dimensiones Analizadas las figuras en otras dimensiones y el concepto de "agujero" en cada dimensión, se obtuvieron las siguientes fórmulas:

En el plano: (dimensión d = 2) **C + V = A + (d-1)(1-n)**

En el espacio: (dimensión d = 3) La fórmula es válida, pues C + V = A +(d-1)(1-n) = A + 2(1-n) que coincide con la obtenida.

En la recta (dimensión d = 1) Para **n** agujeros se obtiene la fórmula **C + V = A + (n+1)** que no coincide con las dos anteriores.

Otros Caminos Para encontrar una fórmula gneral común a las dimensiones 1, 2 y 3 se intenta otro camino para precisar el concepto de agujero. El nuevo camino se basa en dos observaciones.

Secciones Las secciones con puntos en el espacio unidimensional y con rectas en el bidimensional no altera la relación entre C, V y A. En cambio, si seccionamos un poliedro con planos, la relación deja de cumplirse. La relación varía de acuerdo con el número de cortes. Al cortar un poliedro con un plano aumenta el número de poliedros así como en el espacio unidimensional aumentó el número de segmentos y en el bidimensional el número de caras. Esto hace sospechar que en la fórmula debe intervenir el número de poliedros (P). Entonces la fórmula general para las figuras sin agujeros, en dimensiones 1, 2 y 3 es **C + V = A + P + 1**

El Concepto de Agujero Se uniformó el concepto de agujero en las tres dimensiones.

1. Dimensión d = 1. El agujero está limitado por puntos (de dimensión d = 0).
2. Dimensión d = 2. El agujero está limitado por aristas (de dimensión d = 1).
3. En consecuencia, el agujero correspondiente en tres dimensiones debe estar limitado por caras (de dimensión d = 2). Se trata de agujero interior tipo "burbuja".

Con este concepto la fórmula C + V = A + P + 1 se puede generalizar para figuras de **n** agujeros.

Para mayor claridad se adopta la siguiente notación:

V (d=0) se denota E_0 A (d=1) se denota E_1 C (d=2) se denota E_2 P (d=3) se denota E_3

Generalización de la Fórmula Para una dimensión $d \leq 3$ y n agujeros, la fórmula es $E_0 + E_2 = 1 + E_1 + E_3 + (-1)^{(d+1)}n$. Obsérvese que en el primer miembro figuran las dimensiones pares y en el segundo miembro, las dimensiones impares. Esta fórmula se verifica solamente para los agujeros de tipo burbuja pero no se verifica para los agujeros del tipo del toro.

INTRODUÇAO AO SISTEMA DE NUMERAÇAO HINDO-ARABICO SEGUNDO O PROCESSO HISTORICO

Eduardo Sebastiani Ferreira
IMECC- UNICAMP
Campinas, BRASIL

Minha experiência na linha do uso da história na prática pedagógica da matemática, se resumia em: dois cursos em nível de pós-graduação que ministrei em Rio Claro (UNESP) e Campinas (UNICAMP) onde discutíamos vários autores que trataram do uso da história na sala de aula, o seminário que mantenho até hoje na UNICAMP com meus orientados, onde leituras importantes são feitas e discutidas de artigos e livros de Historia e Filosofia de Matemática e principalmente meu trabalho de assessoria à algumas escolas indígnas brasileiras, na busca de um método educacional de matemática para estes grupos étnicos, a fim de propiciar a eles uma educação que lhes possa garantir sua identidade como grupo cultural e ainda mis, que lhes possa garantir a aquisição de "ferramentas" necessarias para preservar sua identidade. Minhas pesquisas etnográficas nestes grupos me levaram a detectar que uma comparação de seu conhecimento étnico é sempre comparável a uma fase histórica da matemática.

Senti então a necessidade de trabalhar com um grupo de estudantes, num topico específico de matemática, usando a história como base metodológica e mesmo filosófica, para poder analisar o alcance de tal postura pedagógica. Isto me foi propiciado pelo Nucleo Interdisciplinar pra Melhoria do Ensino de Ciências (NIMEC) da UNICAMP, onde exercia a função de assessor de matemática. Juntamente com a Secretaria de Educação do Município de Campinas, SP, fizemos um projeto experimental de introdução ao sistema de numeração hindo-arábico para uma classe do 1° ano do 1° grau. A classe escolhida pela secretaria foi da Escola Municipal de Nova Sousas, periferia de Campinas, com 28 alunos com uma faixa etária de 8 anos.

O projeto iniciou sua implantação em fevereiro de 1988 com algumas reuniões preliminares, onde participaram: a professora responsável pela classe, uma orientadora pedagógica da secretaria e 3 alunos de pós-graduação, que trabalhavam sob minha orientação em educação matemática. Mais tarde uma reunião com os pais foi necessario para explicar o projeto e solicitar autorização para que este se desenvolvesse em parte fora da escola, nas dependências do Museu Dinâmico de Ciências de Campinas.

Os encontros com os alunos foram toda sexta-feira no período da manhã, eles seriam transportados ao Museu, da escola, por um ônibus cedido pela Prefeitura Municipal. Minha primeira preocupação foi detectar qual o conhecimento matemático que eles traziam de seus cotidianos. Com este pressuposto passamos a necessidade de uma codificação para quantidades. As codificações foram criadas pelos estudantes, até que se impôs uma codificação única à classe. Então foi introduzido o sistema hindu-arábico. Todo um trabalho com ábacos se seguiu: Quiupus, Yupana e o Romano e a sua introdução de operações.

O que pudemos sentir com este projeto foi que um recurso deste tipo leva o aluno a conhecer muito bem o significado do número. É evidente que é um processo mais lento do que o usual onde o professor tenta passar os conceitos diretamente à classe sem respeitar o processo histórico do seu desenvolvimento. Numa análise comparativa com outra classe, onde não foi aplicado o projeto, o que constatamos que o conceito de número, primeiro conceito abstrato solicitado pela matemática, não tinha sido encorpado. Este conceito muitas vezes leva alguns anos para se de fato encorporado, o que não ocorreu na classe experimental. Como ser a abstração a grande finalidade da educação matemática, o uso da história na sala de aula nos dá uma via importante no sentido de construção de conceito levando o aluno a abstrair logo nos primeiros anos de escolarização.

UNA PROPOSTA PEDAGOGICA EM ETNOMATEMATICA

Ademir Donizeti Caldeira
UNESP
São Paulo, BRASIL

Partindo do pressuposto de que o ensino da matemática não deva ser desvinculado do mundo-vida do aluno, procuro desenvolver, nesse sentido, uma trabalho junto a uma comunidade rural do município de Rio Claro, São Paulo, Brasil.

Para isso, se faz necessário um amplo conhecimento da realidade, consideracão o aspecto cultural de onde se pretrende ensinar. Dessa maneira, desenvolvo um trabalho, aproveitando a etnomatemática como uma forma de abordagem e o princípio genético como estratégia de ensino.

A principio, faz-se um trabalho antropológico, toamando como pressupostos básicos a pesquisa etnográfica, seguida de uma análise dessa pesquisa (etnologia), onde se constata a realidade e seus aspectos culturais. Num segundo momento, já em sala de aula, trabalha-se os conceitos matemáticos, atravéz de uma atividade prática sugestionada pelos própios alunos, portanto, relacionada a realidade deles. No desenvolvimiento dessa práctica, surgem os modelos e com eles os conceitos ou os "falsos conceitos" (misconceptions) e, atravéz da pesquisa etnográfica feita anteiromente, podemos constatar se foram conhecimentos adquiridos pelos alunos por meio de seus antepassados, de pessoas de seu convívio ou se foram cohecimentos adquiridos naquele momento, em consequencia das caracteristicas da atividade prática seguida da orientação do profesor. Para que esses "falsos conceitos" que sao as técnicas matemáticas que esses alunos usam para solucionar seus problemas se "transformen" nos "verdadeiros" conceitos da matemática, uso o princípio genético, onde busco a ontogenia desses conceitos e sigo os mesmos passos que a humanidade passou para chegar neles. Com isso, trabalha-se a história da matemática e todo o seu desenvolvimiento, passando pela questão do rigor, dos paradigmas e das ideologias dominantes em cada época.

Finalmente, depois dessas duas etapas, uma da constação da realidade e outra, que se refere a parte prática, chegamos a solução (soluções ou não) das questões surgidas e as verificações em cada etapa. Todo esse processo denomino de um ato pedagógico em etnomatemática.

ETNOMATEMATICA: UMA PROPOSTA DE ENSINO DE MATEMATICA ENTRE OS GUARANI DA BARRAGEM

Jackeline Rodrigues Mendes
UNICAMP
Campinas , BRASIL

Este trabalho apresenta uma proposta pedagógica diferenciada para o ensino de matemática em contexto indígena. Ele vem sendo desenvolvido com um grupo de índios Guarani, na Aldeia da Barragem, localizada na cidade de São Paulo, próxima à saída para o litoral. O seu objetivo é a formação matemática de cinco índios escolhidos pela comunidade, que futuramente atuarão como professores numa escola bilingue.

Na educação indígena é presente a necessidade de uma proposta diferenciada de ensino pelo fato do índio ter um processo educativo próprio que deve ser respeitado. Dessa maneira, também existe a necessidade de uma proposta diferenciada para o ensino de matemática, pois cada grupo tem seus modos específicos de trabalhar quantidades, medidas, formas e operações que devem ser respeitadas e tomadas como ponto de partida para o ensino da matemática. E é dentro desta visão que o presente trabalho vem se estabelecendo, como um subprojeto do "Projeto Guarani; Educação Indígena, Bilingue e Bicultural (currículo e formação de professores índios) coordenado pela prof. Dra. Marilda C. Cavalcanti (Instituto de Estudos da Linguagem - UNICAMP) e assessorado na área de matemática pelo prof. Dr. Eduardo Sebastiani Ferreira (Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação - UNICAMP).

Para o desenvolvimento deste trabalho a proposta seguida está sendo segundo a apresentada pela Etnomatemática, que tem como ponto de partida os conhecimentos matemáticos já existentes na cultura para através deles fazer uma ponte com a chamada matemática institucional ou formal.

CALCULADORAS, MATEMATICA E RESOLUÇAO DE PROBLEMAS

Jorge da Silva Medeiros
Universidade de Guarulhos
Sao Paulo, BRASIL

O desenvolvimiento tecnológico exige novas formas de preparação dos indivíduos para atuarem na sociedade. A informática aparece de forma inevitável na vida dos cidadãos de hoje e do amanhã, portanto devemos nos preocupar com a formação de indivíduos com capacidades voltadas para essa nova realidade. A matemática pode então aparecer como um meio eficaz de preparação de nova mentalidade, a mentalidade de **resolução de problemas**. A calculadora aparece como uma ferramenta tanto motivadora como agilizadora no processo de busca de soluções em situações problema em matemática. Esse trabalho pressupoe que a ênfase está na elaboração de estratégias de solução e não na mera execução de cálculos. A estadística, a matemática financiera, o cálculo numérico, a teoria dos números são alguns dos ramos que podem propiciar problemas interessante onde a calculadora funciona como uma ferramenta de apoio, incentivando nos educandos iniciativa, intuição e atitude desbravadora.

LEARNING METHODOLOGY FOR MATHEMATICS INITIATION BASED ON MONTESSORIAN PEDAGOGY

Etiène Guéricos de Domenico
Universidade Federal do Paraná
Curitiba, Paraná, BRASIL

By using an analysis of the logical structures found in Montessorian materials, this work will develop a teaching process for Math initiation with emphasis on the process of learning as constructed by the child. In order to achieve this purpose it will focus on Maria Montessori's thought, oriented to mathematical studies, as it influenced the development of such instructional materials. It will also use Piaget's theories, by accepting his approach to the instructional process, and the theories of Z. P. Dienes on mathematical learning - both to better outline the aforementioned methodology. This makes the Montessorian materials updated tools for use in the classroom, compatible with academic trends. The methodological issues are related to the formation of the child through means of thought.

By the same token, in the search for a more child-centered education, a study of Montessorian pedagogy is developed. Also the fundamentals of the teaching process are the result of a philosophy which takes into account the child as a whole.

This work is developed in three chapters: "Montessori's Thought", "The Process of Mathematical Concept Construction", and "Montessorian Pedagogy and Mathematics Initiation". The first chapter speaks about Montessorian philosophy, the sensitive periods, the sensorial education, the structured environment, and methods and materials. The second chapter develops ideas about the stages of the process of constructing mathematical concepts, an apprenticeship theory of mathematical concepts, the abstraction process through activities, and the construction of mathematical thought through experience. The third chapter develops a teaching process, step-by-step, where the concepts of number, arithmetic operations, structure of the decimal system, and elements of the decimal system are presented. Mental calculation is considered and receives a special treatment. Among the specific topics considered are the introduction to arithmetic through activities with hands-on materials, the construction of logico-mathematical knowledge in Montessorian pedagogy, and the construction of the number system with hands-on activities.

CRIATIVIDADE E RESOLUÇAO DE PROBLEMAS

Valdir Rodrigues
Universidade de Guarulhos
São Paulo, BRASIL

Por que ensinar a resolver problemas? Dante (1988) responde assim: ***Para fazer o aluno pensar produtivamente.*** *Um dos principais objetivos do ensino da Matemática é fazer o aluno pensar produtivamente. E, para faze-lo pensar, nada melhor que apresentar á ele situações-problema que o envolvam, que o desafiem e que o motivem a querer resolve-las. Este é um dos motivos pelo qual a resolução de problemas tem sido reconhecida no mundo todo como uma das metas fundamentais a se atingir dentro do currículo de Matemática da escola de 1º grau.*

Para que o aluno aprenda a enfrentar situações novas. *As rápidas mudanças sociais e aprimoramento cada vez maior e mais rápido da tecnolgia impedem que se faça uma previsão exata de que habilidades, conceitos e algortimos matemáticos seriam úteis hoje para preparar um aluno para sua vida futura. Ensinar apenas conceitos e algoritmos que hoje são relevantes parece não ser o caminho, pois o que hoje é relevante poderá ser obsoleto daqui a 15 ou 20 anos, ocasiao em que a criança de hoje estará no auge de sua vida productiva. Assim sendo, um caminho bastante razoável é preparar o aluno para se sair de situações novas, quaisquer que sejam elas. E, para isso, desenvolver nele iniciativa, espírito explorador, criatividade e independência através da resolução de problemas é algo fundamental.*

Problemas heurísticos são problemas cujas soluções envolvem operações que não estão contidas no enunciado. Em geral, não podem ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvidos pela aplicação automática de algoritmos, pois exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo á solução. Os problemas heurísticos aguçam a curiosidade do aluno e permitem que o mesmo desenvolva a sua criatividade, a sua iniciativa e o seu espírito explorador. E, principalmente, iniciam o aluno no desenvolvimento de estratégias e procedimentos para resolver situações-problema, o que, em muitos casos, é mais importante que encontrar a resposta correta.

Exemplos

Numa reuniao de equipe há 6 alunos. Se cada um trocar um aperto de mao com todos os outros, quantos apertos de mao teremos ao todo?

As respostas que surgem sem que os alunos pensem muito são 36(6x6) e 30(6X5), ambas erradas. Vejamos algumas estratégias para resolver o problema:

Representar o problema Os seis alumnos se cumprimentam de verdade e marcam a quantidade total de apertos de mão.

Fazer una lista

Mário	**Luiz**	**Ana**	**Joao**	**José**	**Ubi**
Luiz	Ana	Joao	José	Ubi	
Ana	Joao	José	Ubi		
Joao	José	Ubi			
José	Ubi				
Ubi					
5 +	4 +	3 +	2 +	1 =	15

Fazer un diagrama

	Mário	Luiz	Ana	Joao	José	Ubi
Mário		X	X	X	X	X
Luiz			X	X	X	X
Ana				X	X	X
Joao					X	X
José						X
Ubi		Total = 15				

Eu tenho um relógio digital que marca horas e minutos, variando de 00:00 até 23:59. Quantas vezes, em um dia, os algarismos 1, 2, 3, 4 aparecerao, todos juntos, no visor do relógio?

Estratégia para resolver o problema: Fazer uma lista
12:34 12:43 13:24 13:42 14:23 14:32 21:34 21:43 23:14 23:41 Total = 10

Pelos exemplos podemos observar que os problemas heurísticos podem dar margem a vários enfoques e maneiras para se chegar á solução. O aluno precisa pensar, elaborar um plano, tentar uma estratégia de acordo com sua intuição, testar essa estratégia e verificar se chegou á solução correta. Para isso, ele usa grande variedade de processos de pensamento.

METODO DE VIETE PARA RESOLUÇAO DE EQUAÇOES COMPLETAS DO 2° GRAU

João Tomaz do Amaral
Universidade de Guarulhos
Sao Paulo, BRASIL

Folheando um livro antigo de matemática, deparei-me com o método de Viète para resolução de equações completas de 2° grau. Após efetuar a leitura do método, constatei o quanto é interessante pelas manobras algébricas que devem ser executadas quando da sua utilização. Desta maneira chega-se com facilidade na solução, sem que seja necessário a utilização de fórmula resolutiva de Bhaskara (matemático hindu do que viveu no século XII), De maneira geral os professores se apoiam em livros didáticos que tratam deste tópico diretamente, sem muito argumentar sobre a determinação da fórmula resolutiva. Desta forma o aluno deve conhecer efetivamente a fórmula resolutiva sem nenhuma demonstração quanto a sua determinação, ou seja, sem possa conhecer algum caminho (raciocínio) que foi seguido por alguns matemáticos até chegarem a sua determinação e com isto resolver aplicações sem muita consistencia, ou seja, na pura "decoreba". Com o método de Viète, demostra-se a fórmula resolutiva de Bhaskara sem grandes artifícios, bastando saber que todo número pode ser decomposto muma adição entre dois números (incógnitas auxiliares) e transformando a equação obtida incompleta no temo de grau um e a partir daí executarmos as manobras algébricas necessárias. Desta forma temos umacessório a mais para incrementar o estudo sobre resolução de equações do 2° grau. Conversando com professores resolvemos aplicar o método como acessório ao conteúdo normalmente dado neste tópico e constatamos alguns resultados eficazes quanto a parte algébrica estudada na 7ª série do 1° grau.

O método de Viète para resolução de equações completas do 2° grau consiste em trocar a incógnita da equação pela sua decomposição numa adição de duas incógnitas auxiliare e transformar esta "nova" equação de 2° grau numa das incognitas auxiliares de modo que fique incompleta no termo de grau um. Desta forma, após algumas manobras algébricas chega-se a fórmula resolutiva de Bhaskara. Na nossa linguagem algébrica o desenvolvimento do método é o seguinte:

Seja uma equação completa do 2° grau com coeficientes reais na nulos a, b e c na incógnita x, ou seja,

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (*)$$

fazendo-se x = u + v onde u e v sao as incógnitas auxiliares e substituindo-se em (*) temos que:

$$a(u+v)^2 + b(u+v) + c = 0$$

$$a(u^2+2uv+v^2)\ bu + bv + c = 0$$

$$au^2+2auv+av^2 + bu + bv + c = 0 \quad (**)$$

agurpando-se a expressao (**) na incógnita y iremos obter a seguinte equação do 2° grau:

$$av^2 + (2au+b)v + (au^2 + bu + c) = 0 \quad (***)$$

transfromando a expressao (***) numa equação incompleita do 2° grau no termo de grau um, teremos que:

$$av^2 + (au^2 + bu + c) = 0 \quad (*V)$$

Isto ocorre quando o coeficiente (2au+b) for igual a zero, logo teremos que:

$$2au + b = 0 \dashrightarrow u = \frac{-b}{2a}$$

Desta forma substituindo-se u na expressao (*V) temos que:

$$av^2 + a\frac{(-b)^2}{(2a)^2} + b\frac{-b}{2a} + c = 0$$

$$av^2 + \frac{ab^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c = 0$$

$$av^2 + \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c - 0$$

$$v^2 = -\frac{b^2}{4a^2} + \frac{b^2}{2a^2} - \frac{c}{a} = 0$$

$$v^2 = \frac{-b^2 + 2b^2 - 4ac}{4a^2} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Se $b^2 - 4ac \leq 0$ então

$$v = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Como x = u + v desta forma temos que:

$$x = \frac{-b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

O método de Viète possibilita uma demostração da fórmula resolutiva de Bhaskara, de fácil compreensão e sem grandes artifícios. Percebemos que os alunos podem chegar a solução de uma equação completa da 2° grau sem que seja necessário utilizarem a fórmula resolutiva de maneira decorada como acontece em geral. Por outro lado ficou constatado que conceitos algébricos como quadrado da soma, casos de fatoração, adiçao de termos semelhantes, cálculo do valor numérico de uma expressão, distributividade e inversão de operações foram mais reforçados. Assim podemos utilizar o método de Viète como acessorio do conteúdo normalmente dado no tópico sobre equações de 2° grau.

DAS PORCENTAGENS AOS LOGARITMOS:
UMA PROPOSTA DE METODO E ESTRATEGIA

Roseli de Alvarenga Correa
UNESP
Rio Claro, BRASIL

Esta proposta se insere num amplo trabalho de pesquisa que realizo, em busca de novas alternativas para o ensino de matemática no segundo grau, particularmente no curso de Habilitação Específica para o Magistério.

Em sua primeira etapa esse trabalho procurou, essencial e prioritariamente, levar o aluno a:
-perceber que a matemática e seus objetos de estudo, podem ser decodificados de fatos ou fenómenos que acontecem no seu codidiano.
-Adquirir condições para, após o "reconohecimento" de objetos matemáticos já estudados e o "conhecimento" de novos objetos motivados pelo fato em questão, retornar a este, melhor capacitado para uma análise crítica, não apenas no seu contexto matemático mas, sobretudo, naquele mais amplo, onde o fato se aloja.

Desde o "defrontar-se" com o objeto matemático, compreendé-lo e explicitá-lo (empregando-o e adaptando-o a novas situações) até atingir o gau de generalidade adequado, este trabalho esteve estructurado numa filosofia construtivista que, permeando todo o proceso, norteou as ações pedagógicas tanto em sala de aula como na elaboração das atividades básicas para o desenvolvimento do projeto.

Como *método*, assegurando a motivação do aluno na construção dos conceitos matemáticos, utilizo a *modelagem matemática*, a través da qual as situações do cotidiano dos alunos, tornam-se a fonte para os questionamentos.

As *estrategias* mais adequadas para que os alunos possam vivenciar as etapas mais importantes pelas quais a humanidade passou no desenvolvimiento do conceito, são sugeridas pela *historia da matemática*, mas através de situações-problema da atualidade do aluno.

Justifico a escolha do tema: *das porcentagens aos logaritmos* para essa proposta de comunicação, dentre vários outros tratados em sala de aula segundo os procedimentos acima citados, por dois motivos:

-Além de experienciado com os alunos, teve posteirormente suas estratégias sujeitas a reflexão e reorganização.
-O tema *porcentagem*, dependendo do seu tratamento, pode contribuir tanto para o resgate de conteúdos já estudados no primeiro grau, como constituir-se no tema gerador de novos conteúdos, dos quais saliento em sequência, as *progressões* e os *logaritmos*.

A experiência realizadas em classe do magistério do *curso nocturno*,procurou como alternativa para aplicação da Modelagem Matemática, pesquisar os diversos veículos de comunicação escrita (dada a impossibilidade dos aluinos que trabalham e estudam saírem a campo). Assim, foi possível retirar deles, através de artigos que mais interessavam aos alunos, os elementos necessários para os questionamentos e a inspiração para a construção do modelo matemático mais adequado para solucioná-los.

LA INFLUENCIA DE EJERCICIOS DE REDACCION EN EL CONOCIMIENTO DE MATEMATICA DE FUTUROS MAESTROS DE PRIMARIA[1]

Vânia Santos
Indiana University y Universidade Federal do Rio de Janeiro
USA/BRASIL

Investigadores interesados en la enseñanza y en la formación de maestros deberían explorar medios alternativos de preparar maestros de primaria en un ambiente que, en particular, estimule la comunicación matemática, razonamiento matemático, y solución de problemas. Es importante que los maestros aprendan a articular ideas matemáticas clara y precisamente a través de formas verbales, escritas y gráficas.

En años recientes, investigadores educacionales han sugerido que el uso de ejercicios de redacción puede ayudar a los estudiantes a profundizar su comprensión de conceptos matemáticos así como puede ayudar a organizar y expresar sus pensamientos (Connolly y Villardi, 1989). El estudio aquí descrito trata sobre el uso de ejercicios de redacción como una de las características principales de un curso de matemática para futuros maestros de primaria. Este curso intenta implementar una pedagogía alternativa de enseñanza en vez de un estilo expositivo tradicional.

La investigación se desarrolló en un nuevo curso de matemática planeado y requerido específicamente para futuros maestros de primaria (en la Universidad de Indiana); T104, Matemática para Maestros de Primaria a través de Solución de Problemas. Los alumnos de T104 trabajan activamente en pequeños grupos en actividades de solución de problemas donde se les pide que compartan y negocien significados en sus grupos, y que comuniquen sus ideas y conclusiones a la discusión final con toda la clase.

Las características claves de T104 son el uso frecuente de trabajo en grupo, solución de problemas, ejercicios de redacción y construcción de mapas conceptuales en un ambiente que promueve la idea que el proceso de aprendizaje es tan relevante como el producto final, y enfatiza la importancia de reflección y de comunicación matemática clara y precisa. En T104, la evaluación es implementada en un proceso continuo en el que los alumnos reciben retroalimentación del maestro en forma escrita y oral.

El objetivo principal de la investigación fue, "¿Cómo los ejercicios de redacción implementados en T104 han estimulado a los estudiantes a pensar y refleccionar sobre ideas matemáticas y su conocimiento así como han ayudado a los estudiantes a profundizar y clarificar su comprensión de matemática?" Ocho alumnos de pre-grado que se inscribieron en T104 durante el primer semestre en que fue enseñado (Primavera de 1990) formaron la muestra de este estudio. Los datos fueron colectados en diferentes formas: observación de aulas, entrevistas de alumnos, y análisis de documentos. Los resultados sugieren que el uso continuo de ejercicios de redacción en un contexto que combina aprendizaje cooperativo y solución de problemas, y que estimula comunicación y reflección tienen potencial para mejorar al mismo tiempo la comprensión y la habilidad de los alumnos para articular ideas matemáticas en forma escrita. En otras palabras, como Vygotski (1986) sugiere, el desarrollo del lenguaje influye y es influenciado por el desarrollo conceptual en un contexto social.

[1] Esta investigación fue financiada por la National Science Foundation (NSFTE18751478) para Indiana University MEDC, John LeBlanc, Director. Ideas y conclusiones son responsabilidad del autor.

ANALISIS Y CLASIFICACION DE ERRORES EN CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Helena Noronha Cury
Pontificia Universidade Católica
Porto Alegre, BRASIL

La modificación en los currículos de los cursos de ingeniería de la Pontificia Universidad Católica con la consecuente implantación de nuevas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, proporcionó a los profesores la oportunidad de discutir los problemas relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje de Cálculo, especialmente en la disciplina inicial, que envuelve el estudio de funciones de una variable, límites e integrales.

La presente investigación fue planificada con el ojetivo de analizar y clasificar los errores hechos por los alumnos de los cursos de Ingeniería, al solucionar los problemas de las pruebas de Cálculo. La investigación fue realizada en dos etapas, la 1ª en el 2° semestre de 1989 y la 2ª en el 1° semestre de 1990. En la 1ª fase trabajamos con 13 grupos de con un total de casi 700 alumnos. En cada una de las pruebas aplicadas a estos grupos, escogimos una cuestión que fuese representativa de los contenidos trabajados en el período y seleccionamos, en forma aleatoria, una muestra de pruebas, correspondiente al 15% del total.

En la 2ª fase, trabajamos con dos grupos de 105 alumnos y analizamos todas las pruebas realizadas por los alumnos de estos grupos. Nuestro objetivo fue confirmar o no las categorías obtenidas en la 1ª fase.

En la 1ª prueba, la cuestión analizada se relacionó con gráficas de funciones. Analizamos 65 pruebas en la 1ª fase y 84 en la 2ª.

Errores en la 1ª Prueba	Etapa I	Etapa II
relacionados con modificaciones en el formato del gráfico de determinada función	27%	14%
relacionados con características específicas de determinada función	26%	26%
relacionados con intervalos de definición de determinada función	31%	38%
de cálculo	16%	14%
relacionados con el uso de símbolos y convenciones del lenguaje matemático	-	8%

En la 2ª prueba, la cuestión analizada se relacionó con la derivación de funciones compuestas. Analizamos 51 pruebas en la 1ª y 79 pruebas en la 2ª.

Errores en la 2ª Prueba	Etapa I	Etapa II
relacionados con modificaciones de la regla de derivación de determinado función	53%	67%
relacionados con modificaciones de propriedades de las operaciones con números	17%	16%
reales	14%	9%
relacionados con el uso de los símbolos y convenciones del lenguaje matemático	-	4%
lapsos	10%	1%
de cálculo	7%	3%
otros		

En la 3ª prueba, analizamos la cuestión relacionada con la resolución de una integral indefinida, por sustitución. Analizamos 36 pruebas en la 1ª etapa y 61 en la 2ª.

Errores en la 3ª Prueba	Etapa I	Etapa II
relacionados con modificaciones de la regla de derivación de determinada función	15%	18%
relacionados con la regla de integración de determinada función	27%	37%
relacionados con modificaciones de propiedades de las operaciones con números reales	15%	13%
relacionados con el uso de símbolos y convenciones del lenguaje matemático	12%	9%
lapsos	12%	20%
otros	18%	3%

Hubo, en las dos etapas de la investigación, errores que parecen tener origen en una especie de "generalización" de una regla. En la presente investigación, apenas analizamos y clasificamos los errores cometidos por los alumnos. Un trabajo más profundo, diagnosticando las causas de las generalizaciones falsas, será realizada en el futuro.

RELATO DE ALGUNAS DEFICIENCIAS ENCONTRADAS EN LA FORMACION MATEMATICA DE PROFESORES DE LOS PRIMEROS AÑOS DE PRIMARIA

Luiza María Falsarelli
FUNBEC
BRASIL

Durante los cursos de perfeccionamiento de los maestros que actuan en lo primeros cuatro años de escolaridad hemos procurado crear situaciones de CONFLICTOS como una estrategia para favorecer el aparecimiento de discusiones y reflexiones sobre su práctica.

Por ejemplo, cuando preguntamos: ¿Cuántas decenas hay en 1507?, encontramos muchos maestros que dicen: CERO. ¿Qué significa sustraer? ¿Qué tipos de situaciones-problema podremos plantear para propiciar la formación del concepto de sustraccion?

Analizando las respuestas, vemos que enseñan que *sustraer es sacar* y después preguntan ¿cuánto sobra?, ¿cuánto falta para?, ¿cuánto tiene de más?

Con relación a la técnica operatoria:

- describa los pasos utilizados en el algoritmo;
- describa los recursos que se han utilizado para una buena comprensión de la misma.

Las técnicas operatorias más utilizadas son:

200 nueve de diez, uno
\- ¹59 "cae" uno
141 cinco más uno, seis
seis de diez, cuatro
"cae" uno
uno de dos, uno.

¹¹
200 presto uno al zero y me quedo con uno;
\- 59 del diez presto uno al zero y me quedo con nueve;
ahora es solo sustraer.

Un porcentaje mínimo de maestros consiguen justificar la técnica operatoria que utiliza.

¿Cómo usted resuelve el problema: Tengo tres pantalones y dos camisas. ¿Cuantos trajes diferentes puedo formar? Después que el problema esté resuelto, se discute: ¿Es un problema de multiplicación? Muchos maestros quedan sorprendidos cuando descubren que sí.

25 Nuevamente, un número pequeño de maestros consiguen
x 12 justificar el porqué del cero en el resultado
50 de la multiplicación.
250 ← ¿por qué?

¿Que és dividir? Pedimos a los maestros ejemplos de problemas que pueden resolverse con una división y que explican cómo enseñan el algoritmo. Analizando las respuestas observamos que enseñan que dividir es repartir, y después preguntan: ¿cuántos en cada grupo? y ¿cuántos grupos? (¿cuántas veces una cantidad cabe en la otra?) Entonces en la hora de la formación del concepto trabajan con la idea de repartir. Despues, en situaciones-problema exigen de los alumnos la idea de ¿cuántos grupos?

¿Usted han encontrado dificultades como estas con sus maestros? ¿Cómo lo ha resuelto?

LA IDEOLOGIA DE LA CERTEZA EN LA EDUCACION MATEMATICA

Marcelo C. Borba
Cornell University/CAPES
USA/BRASIL

La visión de la Matemática como un sistema perfecto -como una herramienta pura e infalible - contribuye al control político-ideológico. Este aspecto ideológico se ha tomado como algo implícito de la matemática. Como pura e infalible, la matemática no tiene base ni en el debate sobre sus fundaciones, ni en la discusión sobre los aspectos culturales de ella misma. Sin embargo, esta es la visión promovida por programas científicos de TV, periódicos, escuelas y universidades. En la mayor parte de los casos, la matemática es presentada por estos medios como estable e incuestionable estructura en este mundo impredecible. De esta forma frases como "ha sido matemáticamente probado", "los números hablan por sí mismos", "los números expresan la verdad","las ecuaciones muestran/aseguran que...", son usadas comúnmente por estos medios. Estas frases parecen expresar una visión de la matemática como si ella estuviera más allá de la crítica, como un juicio objetivo superior a lo humano, o como un instrumento no-humano que puede controlar la imperfección humana. Si nuestras metas éticas son el construir una ética en nuestro sistema escolar que corresponda a los imperativos de una democracia crítica, es necesario luchar contra este mito.

En particular en las escuelas este aspecto implícito de la matemática es usado de forma especial. Usualmente, el curriculum de matemática adoptado en las escuelas lidia con problemas que tienen una solo solución "razonable", hecho que refuerza la idea de la perfección, pureza y total objetividad de la matemática.

Esta ideología, como toda buena ideología, está oculta e implícitamente conectada al poder de las herramientas matemáticas. Esta ideología de la matemática promueve un poder abrumador en aplicaciones prácticas, ocultando el hecho de que la matemática se basa en determinadas premisas. La base ideológica de la matemática escolar puede ser resumida en los siguientes postulados:

- la matemática es relevante porque puede ser aplicada a problemas reales.
- la matemática es perfecta/pura/objetiva (ej. el Teorema de Pitágoras es simplemente verdadero).

Si ambos postulados son considerados simultáneamente, el argumento resultante podría ser entendido como: la matemática es perfecta y tiene muchas aplicaciones. Por lo tanto, es el mejor argumento, proporcionando la última verdad para resolver problemas "reales". Entonces, la ideología política implícita de la matemática, parece lógica pues toma la segunda afirmación (aseveración) como no problemática al no tomar en cuenta las premisas que se tienen que hacer cuando la matemática es aplicada. Mi punto de vista es que este aspecto político implícito en la matemática no es intrínseco a ella mismo puesto que los humanos tenemos que usar siempre nuestro juicio al usarla ya que ella es "perfecta" sólo cuando contruimos un contexto suficientemente adecuado para su utilización.

Para su propósito, los educadores matemáticos no solo deben preocuparse de los aspectos técnicos del campo, tales como "enseñar mejor a multiplicar fracciones a los estudiantes", sino también de cómo enseñarla de manera que este "cuerpo de conocimientos" sea visto en su contexto, con especificidades sujetas a sus premisas y con las mismas limitaciones del proceso de "matematizar". A los estudiantes no debieran dárseles ideas tales como: "un argumento matemático es el fin de la historia", "un argumento matemático es superior por su propia naturaleza", o "los números dicen tal y tal cosa". Los estudiantes debieran poder sentirse actores en el proceso de construcción de la matemática y evitar una imagen de la matemática como omnipresente (funciona en todo lugar independientemente del contexto), omnisciente (la verdad última) y omnipotente (funciona siempre). De esta forma se podría enseñar un concepto político, intrínseco y explícito, diferente, que permita ver la matemática no como la **forma única** de entender los fenómenos, sino como un factor importante para el entendimiento de éstos. También presentaré un problema que podría usarse en un currículum de matemática basado en una visión alternativa de la política matemática.

LENGUAJE NATURAL Y LENGUAJE ALGEBRAICO: LA TRADUCCION EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS

Luis Radford
Université du Québec
Montréal, CANADA

La traducción, en la resolución de un problema algebraico (word problem), se ha considerado, a menudo, como una *etapa* en la que las relaciones contenidas en un problema enunciado en lenguaje natural se traducen al lenguaje algebraico. Nosotros consideramos la traducción como un *proceso*. Para ello distinguimos, dentro del marco de la lingüística, la *estructura de superficie*, que es la que contiene el lenguaje en su forma física (los referentes) y la *estructura profunda* (los referidos), contenida en la estructura cognitiva del sujeto.

La estructura profunda es en donde reside la idea que materializa la estructura de superficie. La traducción resulta ser un proceso que parte de la estructura de superficie del lenguaje natural y que finaliza en la estructura de superficie del lenguaje algebraico, pasando por la estructura profunda, en donde tiene lugar la *comprensión* del problema dado. Este proceso no es unidireccional, como puede creerse.

En efecto, dentro de una perspectiva cognitiva, la resolución de un word problem algebraico se hace a través del tránsito por varias etapas (vistas éstas como los puntos de llegada de los procesos) siguiendo una *trayectoria en red* y no en línea recta. En ese tránsito, varios procesos se intersectan. El proceso de traducción, en particular, no es independiente del proceso de comprensión del problema y de la resolución de la ecuación obtenida.

La traducción tiene dos funciones, una *de espacio referencial*, en la que las relaciones dadas en el problema son traducidas en lenguajes que no son ni naturales ni completamente algebraicos -haciendo aparecer *estructuras de superficie intermedias*- y otra función de *espacio estructural*, sobre el cual se efectúan los cálculos algebraicos con el fin de resolver el problema.

La no distinción de esos dos roles de la traducción suele provocar dificultades a los alumnos. Nuestra aproximación (que se encuentra desarollada con ejemplos provenientes de un análisis de producciones de alumnos de la Escuela Secundaria canadiense) pone en duda los modelos de enseñanza que insisten en ver la resolución de word problems algebraicos en una sucesión de etapas, y nos invita a ver dicha resolución sobre nuevas perspectivas.

Un documento de 12 páginas, disponible en nuestro Centro de Documentación, aborda con más detalle la problemática que aquí hemos resumido.

SOFTWARE DIDACTICO BASADO EN REGLAS PARA MATEMATICA

Vicente Gómez Meneses
Instituto Tecnológico de Costa Rica

Descripción General Se presenta aquí una descripción de la investigación sobre Desarrollo de Software Didáctico para la Educación General Básica en Costa Rica en el Area de Matemática que se lleva a cabo en el programa de Maestría en Computación en el Instituto Tecnológico de Costa Rica. Esta tiene un fundamento pedagógico basado en la teoría de Piaget, y un fundamento computacional basado en la representación del conocimento haciendo uso de sistemas de producción basados en reglas. Se están implementando laboratorios dentro del área matemática que involucran operatividad en el conjunto de los números naturales, conjuntos, geometría, pesos y medidas. En cada uno se tiene como propósito brindar, bajo un enfoque gradual de niveles de dificultad, una herramienta computacional que permita a los usuarios experimentar los conceptos en cada tema. La experimentación será lograda a través de herramientas gráficas diseñadas con miras a ejercitar, entre otros, el manejo de construcciones geométricas que permitan rotaciones, traslaciones, conversión de unidades de medida, operaciones con conjuntos y operaciones algebraicas. Cada laboratorio lleva una secuencia lógica de pasos que son implementados haciendo uso de recursos didácticos como color, ambiente, reiteración, reubicación, composición y simplicidad.

Enfoque Pedagógico Se ha tratado de que el enfoque pedagógico a utilizar permita hacer énfasis en el aspecto creativo y en la capacidad le invención en el diseño, construcción y resolución de ejercicios. Por esta razón se ha determinado seguir como enfoque pedagógico los aspectos de la psicología del desarrollo cognoscitivo de Piaget, y ubicarse en el período de las operaciones concretas dentro del cual se encuentran los educandos a los que se orienta el software a desarrollar. En este período el niño comienza a madurar en su pensamiento lógico. limitado a su realidad física siendo capaz de pensar en objetos físicamente ausentes y apoyado en sus experiencias previas. Es en este período donde el niño logra ir comprendiendo las operaciones matemáticas de subdividir colecciones en subcolecciones, así como realizar la unión e intersección de clases.

Implementación Computacional La implementación computacional está basada en funciones, reglas y sistemas de producción que vienen a conformar un lenguaje de especificación formal para establecer la secuencia de acciones que son activadas para lograr el desarrollo de los ejercicios. La semántica de cada una es la siguiente:

- **Función:** Es la asociación a un procedimiento que realiza una serie de acciones sobre los objetos del ambiente con que se trabaja, de manera que permita cambios de estado en los objetos y de características del ambiente.

  Formato general: *Nombre-función (parámetro-1, ..., parámetro-n)*

  En general, se tienen funciones de manipulación que permiten, entre otros, desplegar objetos en pantalla, cambiar color, tamaño o posición de un objeto, y funciones de control que permitirán controlar las respuestas y acciones ejecutadas por un educando en la resolución de los ejercicios.

Reglas de producción. Constituyen el mecanismo utilizado para establecer las leyes que regulan el comportamiento del sistema ante 108 diferentes sucesos que se realicen están formadas por una sucesión de funciones. Son activadas por parámetros de entrada que controlan las condiciones de ejecucion.

Formato general: *Identificador-regla (condición-1, ..., condición-m)*
(Función-1
Función-2
.
Función-n)

- **Sistema de producción.** Es la secuencia de reglas de producción que activadas con un orden lógico permiten definir un ejercicio o ejemplo completo para la aplicación o evaluación de un principio de conocimiento. La ejecución de un sistema de producción activará sus reglas y permitirá ejecutar una serie de funciones, que en general, manipularán objetos y ambientes en pantalla que conforman un 'micromundo' para la realización del trabajo del usuario y la comunicación con este.

Conclusiones y Estado Actual El uso de los sistemas de producción con este esquema de notación y trabajo permite un adecuado acercamiento a la forma natural del pensamiento, de manera que la implementación posterior lo refleje en la forma más clara posible. La investigación a nivel global involucra las áreas de matemática y castellano; en este trabajo hemos descrito en forma sucinta lo relativo a aspectos de la primera. Los investigadores que están realizando el diseño e implementación en esta área son Oldemar Rodríguez, William Jiménez, Luis Fernando Mora, Carlos Aguilar, Geovanny Figueroa y el autor de este artículo. La investigación continua en proceso con la definición de la estructura y funcionamiento del sistema, así como el desarrollo e implementación de los componentes que permitan generar el primer prototipo.

SOLUCION DE PROBLEMAS COMBINATORIOS UTILIZANDO FUNCIONES

Silvia Calderón
Instituto Tecnológico de Costa Rica
Cartago, COSTA RICA

Dentro de la gran variedad de problemas combinatorios se encuentran los siguientes: ¿De cuántas maneras se pueden seleccionar 10 revistas tomadas de 3 publicaciones distintas?, y, ¿Cuántas soluciones enteras positivas tiene la ecuación $X^1 + X^2 + X^3 + X^4 + X^5 = 10$?

Estos problemas son del tipo de "*selección de r-objetos tomados de n tipos distintos de objetos*" con repetición "*permitida*", y, de "*distribuciones de r-objetos idénticos en n celdas distintas*" respectivamente.

Ambos se resuelven usando la fórmula básica del análisis combinatorio. A saber: $\binom{r+n-1}{r} = \frac{(r+n-1)!}{(n-1)!\,r!}$

Sin embargo, algunas veces es conveniente utilizar otra técnica. Sobre todo en problemas de conteo que para resolverlos mediante razonamientos combinatorios el estudio de "casos" se hace exhaustivo. Por ejemplo, el problema que a continuación se escribe, demanda otro tipo de solución.

¿De cuántas maneras se pueden distribuir 18 bolas "indistinguibles" en 8 cajas, si todas las cajas deben de contener al menos una bola pero, en 6 de ellas (determinadas) no deben de haber más de 3 bolas, y en cada una de las otras 2 cajas (determinadas) a lo sumo 5 bolas?

La técnica distinta de solución que se introduce en este trabajo es conocida como el ***método de las funciones generadoras***. Este método utiliza una técnica algebraica que resuelve de manera "ágil" una serie de problemas de conteo. Nos interesa ahora la función generadora que "resuelve" los problemas de combinaciones con o sin repetición y de distribuciones de objetos "idénticos" en celdas distintas. Tal función se define de la siguiente manera: Sea $a_0, a_1, \ldots, a_k$, una sucesión finita de números. La funcion $f(x) = \sum a_r x^r = a_0 + a_1x + \ldots + a_kx^k$ se llama ***función generadora ordinaria o enumeradora*** de la sucesión $a_0, a_1, \ldots, a_k$, donde $x^0, x^1, \ldots, x^k$ es una sucesión de funciones de x llamadas funciones indicadoras.

Si la sucesion $\{a_k\}$ es infinita entonces la función generadora es una serie infinita de potencias convergente y se escribe $f(x) = \sum a_r x^r = a_0 + a_1x + \ldots + a_kx^k + \ldots$

Por ejemplo la función generadora $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{3}{k} x^k = \binom{3}{0}x^0 + \binom{3}{1}x^1 + \binom{3}{2}x^2 + \binom{3}{3}x^3$

resuelve la sucesión de problemas combinatorios $\{P_k\}$, k=0,1,2,3 definida P_k ¿Cuantas combinaciones de k elementos se pueden hacer de un conjunto de cardinalidad 3 si no se permite la repetición de elementos?

Aquí cada problema combinatorio P_k, k= 0,1,2,3, está relacionado con un elemento de $\{x^k\}$, k= 0,1,2,3 (sucesión de funciones indicadoras). Obsérvese que para cada potencia su exponente indica cuál es el problema a resolver y el coeficiente respectivo señala los distintos modos de hacer la selección, esto es, la solución a un problema específico. De modo tal que cada elemento de la sucesión $\{a_k\}$ = 0, 1, 2, 3, es respectivamente la solucion de un problema combinatorio P_k = 0, 1, 2, 3, indicado en la función generadora por el elemento correspondiente de la sucesión $\{x^k\}$, k= 0,1,2,3. Se dice entonces que la función f genera las soluciones a los problemas combinatorios P_k, k= 0, 1, 2, 3, sin necesidad de un razonamiento combinatorio. Basta plantear la función generadora que modele la sucesión de problemas combinatorios, y en ésta determinar el coeficiente del problema específico que se quiere resolver. Así en el ejemplo anterior si el problema a resolver es P (¿cuántas combinaciones de 2 elementos se pueden hacer de un conjunto de cardinalidad 3 si no se permite la repetición de elementos? la solución la da, en la función generadora planteada, el coeficiente de x^2, esto es, la solución es (2) = 3 combinaciones distintas.

Ahora bien, si no conocemos la sucesión $\{a_k\}$, que es la que en definitiva se busca, se construye la función generadora considerando un factor polinomial para cada tipo de objeto, y, cada factor con una colección de potencias de x que sea un inventario del posible número de objeto que se escojan de cada tipo o su interpretación equivalente para un problema de distribuciones. En este caso veámoslo con el ejemplo tercero del trabajo, donde la función generadora que modela la situación es: $f(x) = (x + x^2 + x^3)^6 \quad (x + x^2 + \ldots + x^5)^2$.

Obsérvese que hay 8 factores, pues hay 8 celdas distintas donde se deben de distribuir los 18 elementos idénticos. En los 6 primeros factores se presentan las limitaciones de distribucion de bolas "al menos una y a lo sumo 3" representadas por los exponentes de las potencias de x, y los dos últimos factores presentan las limitaciones de distribuciones para las dos últimas cajas "al menos una y a lo sumo 5 bolas en cada una). Y en esta función se busca el coeficiente de x^{18} que es la solución al problema.

ANALISIS DE RESPUESTAS DE ESTUDIANTES EN TORNO AL CONCEPTO DE FUNCION

Ismenia Guzmán Retemal y Lidia Consigliere Dezerega
Universidad Católica de Valparaíso
Valparaíso, CHILE

PROBLEMA En el concepto de función están involucrados diversos registros de expresión (Guzmán, 1990). Cuando los estudiantes están frente a situaciones en que los registros gráfico y algebraico están en juego y la pregunta exige un pasaje del registro gráfico al algebraico, ellos encuentran grandes dificultades.

En este trabajo hacemos un estudio del comportamiento de una muestra de alumnos de primer año de las Universidades Católica de Valparaíso y Federico Santa María (243 en total), a quienes interrogamos sobre rectas, parábolas y concepto de función, en situaciones que exigen articular los registros en juego.

METODOLOGIA Hemos confeccionado un cuestionario sobre los temas señalados con 9 preguntas y 36 ítemes los cuales en su mayoría exigen justificaciones explícitas. Seleccionamos 20 en que el objetivo es el pasaje del registro grafico con el fin de realizar un análisis implicativo de las respuestas. Nos apoyamos en la relación de casi-implicación de Régis-Gras (1989) que es una medida probabilística de la implicación entre dos atributos.

El análisis implicativo de las respuestas correctas a estos 20 ítemes, considerando el número de alumnos, deja en evidencia la gran dificultad que para los alumnos de la muestra presentan las tareas pedidas. Hemos ilustrado en un grafo orientado el orden parcial que establece la relación de casi-implicación en el espacio de las respuestas.

RESULTADOS Las tareas de los 20 ítemes seleccionados no son fáciles para los estudiantes interrogados (243), cerca de la mitad no los responde correctamente y hay algunos que ni la cuarta parte de los estudiantes logra responderlos correctamente. El grafo ilustra el orden en que se ubican los ítemes de acuerdo al grado de dificultad y la relación de dependencia o no entre ellos.

CONCLUSION Las dificultades encontradas difícilmente podrían catalogarse de tipo congnitivo. Un gran número de alumnos, no es capaz de articular dos registros, no están preparados. Los alumnos muestran una falta de experiencia que la mayoría de profesores supone adquirida.

La dificultad de articulación aparaece muy clara, debido a que gran parte de las preguntas son de respuesta abierta. A nuestro juicio, el origen de estas dificultades es didáctica porque tiene que ver con el enfoque de la enseñanza de las matemáticas, los diseños de instrucción en práctica privilegian los ejercicios clásicos, muchas veces de tipo reproductivo y con complicaciones innecesarias para la comprensión de las materias.

SUBCONJUNTOS BORROSOS (S.C.B.) Y LOGICA BORROSA (L.B) EN EDUCACION MATEMATICA (E.M.)

Mario Meza Flores
Universidad de Atacama, Universidad de Las Condes, Academia Aeronáutica
CHILE

Milady Faúndez Yóvenes
Universidad de Santiago
CHILE

Los alumnos son más capaces de aprender ideas nuevas de lo que imaginamos los profesores. Y si estas están vinculadas con los intereses del estudiante, adquieren además, una significtiva dimensión motivadora. Es el caso de los Subconjuntos Borrosos (S.C.B.) y de la Lógica Borrosa (L.B.) que permiten ópticas matemáticas que involucran a ambos hemisferios cerebrales en el proceso enseñanza-aprendizaje. Los procesos de naturaleza imaginativa, afectiva, holística y artística del hemisferio derecho, se unen con los de naturaleza analítica, secuencial y lógica del izquierdo.

Expresiones comunes como "demasiado joven", "muy niño", "montón de libros", "mucho frío", "poco creíble", "poco estimado", "buen compañero", "me siento más o menos", "bueno para conversar", etc., pueden precisarse mediante los S.C.B. y cuantificarse los argumentos en que aparezcan como premisas o conclusiones con la L.B.

La posibilidad de distinguir matices de verdades y significados enriquece la capacidad de comprensión de los entornos individual, familiar, regional, nacional y planetario, por lo que la filosofía de los S.C.B. y de la L.B. está llamada a desempeñar una importante función en la cultura del ciudadano medio del siglo XXI. Además, ella está presente en educación, sicología, sociología, antropología, ecología, sistemas de expertos, ingeniería del conocimiento, cibernética, robótica, comunicaciónn y, en general, en aquellas disciplinas científico-tecnológicas que tienen ritmos crecientes de desarrollo.

A los investigadores en Educación Matemática (E.M.) nos corresponde explorar los enfoques sico-pedagógicos más eficaces, desde el jardrn infantil hasta los post-grados, para enseñar los varios niveles de pertenencia de los S.C.B., y los varios valores de verdad, de la L.B., no contemplados en las bivalentes teorías booleanas de conjunto ni en la lógica formal tradicional debido al principio del tercero excluído que ellas contemplan. Los trabajos de L.A. Zadeh, de A. Kaufmann y de otros matemáticos pueden servir de referencia, cuidando de no introducir prematuramente la simbología correspondiente ya que ésta, cuando no estimula, mata la iniciativa del que aprende.

En 1988 iniciamos en Chile estos trabajos en E.M.; en 1991 editamos el primer texto de estudio como publicación preliminar y de circulación restringida sobre S.C.B. y L.B. y esperamos que a comienzos de 1992 podamos ampliar dicha circulación. Actualmente supervisamos una tesis de Master sobre "Matemática Borrosa en Educación Matemática" y dos tesis para la obtención del título de Profesor de Matemática y Computación sobre "La Enseñanza de los S.C.B. y de la L.B. en Educación Media".

EFECTOS DE CLAVES DE INFORMACION Y AUTOPERCEPCIONES PARA APRENDER MATEMATICA

Hernán E. González Guajardo
Universidad de Santiago
CHILE

Este trabajo pretendió estudiar los efectos de claves de información referidas a situaciones, personas y tiempo del proceso de enseñanza en los sentimientos de autoestima para aprender matemática. Específicamente se estudiaron las relaciones entre la percepción de actuación, la información de consenso, la de distinguibilidad y la historia de éxito con sentimientos de autoestima para aprender matemática. Participaron en el trabajo 1255 estudiantes de segundo año de enseñanza media provenientes de 16 establecimientos educacionales de tres regiones del país. La edad fluctuó entre 13 y 19 años, con una media de 16.1. El enfoque metodológico es consistente con estudios de la Teoría de Atribuciones y del autoconcepto académico.

ENTORNO PSICOPEDAGOGICO DEL METODO GAMMA

Ramón Robres López, Sylvia Cuevas Orellana, y María Pardo Soto
Universidad de Playa Ancha de Ciencias de la Educación
Valparaíso, CHILE

El método GAMMA, original de estos autores, es una metodología de la enseñanza de la matemática que se basa en el principio de que un alumno adquiere el conocimiento cuando descubre una noción nueva para él. Este método consiste en:

a) Establecer un perfil definido para el alumno.
b) Hacer que éste descubra la idea preconcebida.
c) Evaluar con un carácter fundamentalmente lógico el resultado de tal descubrimiento.

O sea, se debe partir de la intuición, pasando luego por una comprensión superficial primero y formal enseguida. Ahora bien, la concepción de este método se enmarca en ciertas características que exaltan la formación de la persona, tanto en el aspecto psicológico y formativo, en lo que respecta al alumno como en el aspecto pedagógico y formador en lo que respecta al profesor. Se presenta un entorno, considerando un aspecto afectivo, y luego un aspecto efectivo, creando en el alumno una disposición tal que produzca la finalidad buscada.

En cuanto al entorno psicológico, se considera el desarrollo de la capacidad matemática partiendo del supuesto que el organismo humano está predispuesto para desarrollarla. O sea el uso de la intuición es de origen psicogenético y luego entra en los procesos centrales de naturaleza lógica. Además es un método personal y encauzado que produce cambios en el alumno fortaleciendo la autoestima de la persona y aumentado su capacidad crítica.

En cuanto al entorno pedagógico, partimos del supuesto que la matemática "se hace" y no es una cosa "ya hecha", por lo tanto reforzará la creatividad, enriquecerá el intelecto, favorecerá la axiomatización y la experiencia vivencial desarrollando el proceso de abstracción en forma reflexiva.

Frente a estos entornos de reforzamiento, concluimos lo siguiente:

- El papel que juega el profesor en este modelo es preponderante y consistirá en provocar en los alumnos una capacidad para aprender matemática y atender a las diferencias de asociaciones y conceptualizaciones para el aprendizaje.

- Es necesaria la aplicación de una metodología dinámica que se preocupe tanto del contenido científico del mensaje como de la recepción del mismo por el alumno.

- De aquí la necesidad de una buena preparación de los profesores para que puedan cumplir con los objetivos de una buena enseñanza de las matemáticas.

ORGANIZACION DE LAS AUTOPERCEPCIONES PARA APRENDER MATEMATICA

Celsa V. Rojas Puentes
Universidad de Santiago
CHILE

Este estudio indaga sobre la organización de las autopercepciones sobre el aprendizaje matemático. Mediante proposiciones autodescriptivas se pretendió explorar las dimensiones subyacentes de las autopercepciones de estudiantes universitarios resultantes de sus experiencias de aprendizaje matemático. Sus contribuciones principales se encuentran en el muestreo de los ítemes de instrumentos que permitan determinar inferencias válidas del autoconcepto y autoestima para aprender matemática. También contribuye en un conocimiento de los estudiantes en una variable que afecta su desarrollo personal e interpersonal conectado con la enseñanza de la matemática.

NATURALEZA-CIUDAD Y ARTE-CONSUMO
REFERENTES NO EXCLUYENTES EN LA EDUCACION MATEMATICA

Joaquín Giménez
Universidad de Barcelona
Barcelona, ESPAÑA

BASES Basamos nuestra comunicación en un sentido estético-sociológico del planteamiento matemático, que quiere comprener el entorno, vivirlo y dotarlo de significado para ejercer sobre él una mejor transformación. En efecto, desde hace unos años se viene hablando del uso de la realidad como "entorno" en la didáctica a partir de situaciones diversas y en muy diversos países: elementos globales de tipo artístico (Castelnuovo-Barra 1983), natural (Teles, Vieira et al. 1988), etc. Nos preguntamos hasta qué punto esos ejemplos han generado a la vista del profesor un simple uso de situaciones breves en el aula que son simples relaciones bilaterales más que propiamente interdisciplinares (siguiendo a Boero 1988).

En los ejemplos que mostramos hay, pues, tres elementos claves que sustentan nuestra aportación: a) considerar la enseñanza para todos, superando aquello de que: "vamos a explicar..." y sustituirlo un poco por "vamos a vivir..un trozo de nuestra historia y nuestros mitos". b) cambiar la actitud negativa frente a las matemáticas mediante reflexiones vividas del entorno y del mito y c) responsabiliad social de la tarea didáctica hace que valoremos los elementos culturales e históricos como clave en el aprendizaje de nuestra ciencia.

PRINCIPIOS: EL PAPEL DE LOS REFERENTES Nuestro esquema macroscópico (organización de un curso académico) quiere contemplar dialécticamente dos esquemas que no consideramos contrapuestos en las situaciones de aula: a) micromundos (Nesher 1983) basado en el uso de manipulativos, b) objetos mentales (fenómenos y situaciones reales) con los que se construye matemáticas (Freudenthal 1983). El trabajo didáctico sugerido por ellos contiene acciones y lenguaje (Maturana 1986), que pueden ser utilizados mediante mecanismos constructivos como imagen de conceptos (Kieren 1988) aritméticos, geométricos, etc.

Proponemos situaciones didácticas diversas que permitan un desarrollo integral de los aspectos cognitivos y los socioafectivos que impulsen a los sujetos a una transformación de sí mismos y la sociedad.

El contacto de la matemática con las ciencias sociales y naturales no debería reducirse al análisis de "procedimientos comunes" (gráficas, números y demás). En todo caso, esos son "medios" para alcanzar nuevas reflexiones históricas, mitológicas,vivientes...

NATURALEZA-CIUDAD, ARTE-CONSUMO COMO REFERENTES REALES Esos cuatro elementos paradigmáticos del título quizás son los referentes reales más importantes que se han contemplado en didáctica de las matemáticas. Conllevan unas tensiones que los hacen dignos de ser utilizados de forma complementaria. En esas diversas relaciones o tensiones subyacen elementos formativos de un valor crucial a los que las matemáticas no quedan ajenas. Nuestra posición sobre las representaciones en el proceso didáctico se encuentra en otros trabajos (Giménez, 1991).

El esquema clásico interdisciplinar con leves relaciones o contactos entre las materias, pensamos que no favorece la interiorización de dichas tensiones y la fuerza de su valor formativo. De ahí que consideremos que deben ocupar un lugar en la reflexión curricular, que se añada a la de índole más intrínseca a las matemáticas de referente-acción-lenguaje. La incorporación del mito (valorado también por D'Ambrosio) junto a la realidad en uno de los ejes de nuestro esquema es un elemento importante. El análisis escolar de Gaudi en Catalunya auna como ejemplo clave (entre otros) nuestras expectativas.

SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA COMBINATORIA

Teresa Ramos y Joaquín Sicilia
Universidad de la Laguna
ESPAÑA

Rosa Ramos
Universidad Complutense de Madrid
ESPAÑA

Es claramente palpable la necesidad de que los alumnos aprendan correctamente la Combinatoria. Por un lado la misma permite agilizar el cálculo junto con el razonamiento mental y por otro sirve de ayuda a otras materias eminentemente prácticas como son el Cálculo de Probabilidades el Diseño de Experimentos y la Teoría de Grafos. A lo largo de nuestra experiencia enseñando Estadística, hemos podido constatar cómo los alummos tienen mayor dificultad en la resolución de problemas combinatorios y probabilísticos, que en los correspondientes a la inferencia o contraste de hipótesis. Todo ello nos ha llevado a presentar en este trabajo algunas sugerencias sobre la enseñanza de la combinatoria para lograr una mejor comprensión de la misma.

En el presente trabajo analizamos tres vías posibles para iniciar el alumno en la Combinatoria. Constatamos, a partir de nuestra experiencia personal, que el último de los procedimientos que expondremos nos parece el más adecuado puesto que el alumno logra asismilar mejor las ideas del conteo y aprende a diferenciar adecuadamente los problemas planteados.

Pensamos que pueden haber tres formas generales para introducir la Combinatoria. La primera consistiría en considerar las variaciones, combinaciones y permutaciones, sin y con repetición, definiéndolas como el número de casos que se pueden obtener, para luego dar las fórmulas e ir a ver diferentes ejemplos según los casos. La segunda introduce los conceptos utiizando la idea de aplicaciones entre conjuntos, contando en cada caso las aplicaciones de determinadas características, de forma que coincidan con el número que estamos interesados en calcular en el concepto definido. La tercera consistiría en definir los términos básicos de la Combinatoria pero enumerando éstos con la ayuda de un árbol descriptivo.

Nuestra experiencia personal nos ha llevado a pulir un poco esta manera de introducir la Combinatoria, utilizando el árbol correspondiente junto con un amplio ejemplo que sirva para estudiar todos los casos posibles (variaciones, combinaciones y permutaciones, con o sin repetición), sólo con una pequeña modificación de su enunciado; además de usar la misma técnica para contar otros casos que no se encuadran propiamente en ninguno de los anteriores.

Para estudiar las vías propuestas, se utilizaron comparaciones de las notas obtenidas por un grupo de alumnos en la Combinatoria, en contraposición con otras materias de la asignatura de Matemática del mismo curso de bachillerato; así como, se compararon los métodos expuestos de acuerdo con los resultados obtenidos por los diferentes grupos de alumnos.

La conclusión más relevante es la importancia que tiene la elección de un ejemplo adecuado que con pequeñas modificaciones en su enunciado permite introducir al alumno en la técnica de contar grupos de elementos con características diferentes y la dificultad que tienen los alumnos en entender el concepto de combinaciones con repetición, el cual requeriría, por tanto, una atención especial.

MATEMATICA DISCRETA VERSUS MATEMATICA CONTINUA

Joaquín Sicilia y Teresa Ramos
Universidad de la Laguna
ESPAÑA

Rosa Ramos
Universidad Complutense de Madrid
ESPAÑA

El presente trabajo pretende ser una reflexión sobre los contenidos de las asignaturas de Matemáticas en la enseñanza secundaria (tres cursos del Bachillerato Unificado y Polivalente (B.U.P) y un Curso de Orientación Universitaria) que se imparten actualmente en España.

Observando el temario oficial nos parece que la totalidad de los temas son intersantes para la formación de cualquier alumno. Eso es indudable y desde luego sería desable que los alumnos adquirieran dichos conocimientos. Ahora bien, ¿son esos temas los verdaderamente fundamentales que debe aprender un estudiante de bachillerato o podríamos considerar otros temas alternativas? ¿Y cuáles deberían de ser esos temas alternativos? He aquí las preguntas que nos hemos planteado y, sobre las cuales, hemos intentado hacer algunos comentarios y consideraciones. Veremos que a partir de esas consideraciones derivamos hacia la disyuntiva matemática discreta - matemática continua, estudiando como está ponderada la situación actual del abanico matemático en la enseñanza secundaria. En base al análisis de dicha situación se pueden obtener algunas consecuencias claras y hacer algunas sugerencias que creemos interesantes con miras a conseguir una mejor formación del alumno que la capacita para abrirse camino en el mercado de trabajo o en la universidad.

Tradicionalmente la matemática continua ha sido el principal foco de atención de los matemáticos y por ello ha ejercido un monopolio casi absoluto en la enseñanza, tanto en el bachillerato como en la universidad. En contraposición con la matemática continua surge el término matemática discreta que se utiliza ampliamente para describir un conjunto de materias donde no se tiene en cuenta propiedades tales como la continuidad, la cercanía o proximidad y la suavidad, ideas claves de su opuesta. Recoge bajo ese término una serie de conocimientos que no tienen un esqueleto común y, de hecho, muchas de las disciplinas se han desarrollado con total independencia unas de otras. La matemática discreta agrupa materias tan diversas como al Combinatoria, los Grafos, Retículos, Teoría de Autómatas, Teoría de Grupos, Diseño de Algoritmos, Planificación, Codificación Discreta, etc.

Como comentamos es fácilmente constatable el gran peso que tiene actualmente en la enseñanza secundaria española la matemática continua. Para contrarrestar dicha influencia creemos que se debería modificar el plan vigente en el sentido de incluir nuevos temas de matemática discreta cuyas aplicaciones reales son evidentes y que ayudan el alumno a pensar y razonar matemáticamente. Más concretamente, hablamos de la inclusión de algunos temas sencillos de Teoría de Grafos, Algoritmos, Codificación y Planificación.

En este trabajo presentamos un breve temario sobre las materias de matemática discreta comentadas anteriormente, cuyo ámbito temporal de impartición podría ser doce semanas y que podría incluirse en alguno de los tres años de B.U.P. o bien repartir el temario propuesto entre varios años. Se exponen algunos problemas y ejemplos cuya aplicación a cuestiones reales es obvia y que se agrupan dentro de la materia considerada.

LA FORMACION DE PROFESORES DE MATEMATICAS PARA LA REFORMA EDUCATIVA ESPAÑOLA

Javier Domínguez García
Consejería de Educación
Las Palmas, Islas Canarias, ESPAÑA

La reforma educativa en España (L.O.G.S.E) propone como obligatoria la enseñanza hasta los 16 años. El período comprendido entre los 12 y 16 años es la enseñanza secundaria y en ella una de las áreas es la de Matemáticas.

La característica principal de la Reforma está en la propuesta de currículum abierto de forma que a partir de unas propuestas generales hechas por el Estado y por las Comunidades Autónomas (Diseños Curriculares Base), los centros educativos y los profesores agrupados en Departamentos o Seminarios deben realizar los Proyectos Educativos de Centro y las programaciones por areas en cada uno de los ciclos. Esto lleva consigo un cambio radical en las concepciones educativas actualmente vigentes donde había unos currículos uniformes para todo el país. Por ello, y al ser los profesores el elemento principal para conseguir el cambio hacia el nuevo modelo, que propone una enseñanza acorde a las condiciones psico-socio-ambientales de los alumnos, se están llevando a cabo acciones de formación del profesorado con el objeto de capacitarlos para las nuevas tareas que deben desarrollar.

El Area de Matemáticas en el D.C.B. está constuida por cinco grandes bloques: Números, Medida, Representación y Organización en el espacio, interpretación, representación y tratamiento de la Información y Tratamiento del Azar. En cada uno de ellos además de los contenidos de tipo epistemológico, se proponen otros objetivos de procedimientos, actitudes, valores normas así como aspectos metodológicos, recursos y recomendaciones para la evaluación de los mismos.

La tarea de formación de los profesores de Matemáticas se lleva en la Comunidad Canaria a través de acciones concretas programadas para los próximos cuatro años dentro de un plan de Formación Permanente. En la misma se contemplan diferentes tipos de formación, desde los Seminarios Permanentes, formados por grupos de 8 a 15 profesores de varios Centros próximos, pasando por cursos cortos de 20-30 horas, a cursos largos de 300 horas o más, así como por el apoyo a la formación individual con estancias en Universidades o asistencias a congresos y jornadas de encuentro.

Con todo ello se pretende el conocimiento de nuevas metodologías, recursos didácticos y adaptación de los profesores a un nuevo rol que lo convierta en un dinamizador de la clase y no un mero transmisor de conocimientos; asímismo, la formación para otras tareas de programación , temporalización y evaluación de los aprendizajes.

En el curso 1990-1991 estuvimos encargados de coordinar la formación en la Isla de Gran Canaria. En ese año se formaron ocho seminarios permanentes y se programaron cursos de formación cortos sobre Juegos para la Clase de Matemáticas, Materiales Manipulativos, Aplicación de la Tecnología Audiovisual en Matemáticas, en la isla. A nivel de toda la comunidad se programó un Curso de Actualización Científico-Pedagógica de 400 horas cuya fase práctica se hará durante el curso 1991-92. En los próximos años se continuará con estas y otras acciones hasta la implantación total prevista para 1997-98.

AYUDAS AUDIOVISUALES PARA LAS CLASES DE SURVEY DE CALCULUS, FINITE MATHEMATICS EN ST. LOUIS UNIVERSITY, MADRID CAMPUS

José M. Galdón
St. Louis University - Madrid Campus
Madrid, ESPAÑA

La Universidad de St. Louis, Missouri, opera desde hace más de 10 años en Madrid, España,ofreciendo un amplio programa de estudio. Los estudiantes cursan los dos primeros años de carrera con los mismos programas, créditos y sistema que en USA, finalizando allí el Bachelor y Master.

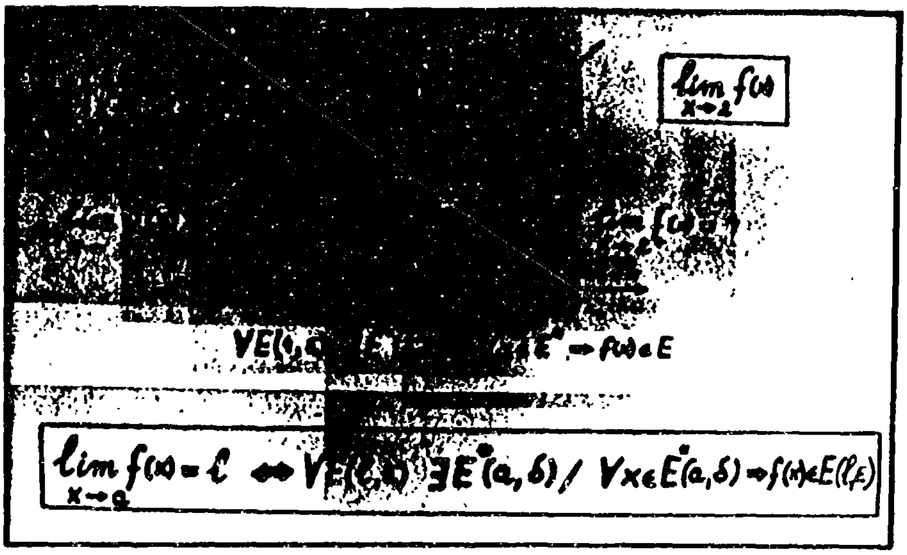
Las asignaturas de Survey of Calculus y Finite Mathematics figuran como obligatorias para los alumnos que optan por estudios de Administración de Empresas. La mayoría de estos estudiantes provienen de una Secundaria de Letras, no tomaron matemáticas al parecerles difíciles y descapacitados para ellas. Para motivar, reforzar y recuperar hemos creado un Multimedia de ayudas audiovisuales, basado en Transparencias y Diatapes.

El "software" abarca los tópicos donde los alumnos han mostrado más dificultad: Construcción de Funciones, Límites de Funciones, Continuidad, Pendiente de una Curva en un Puntos, Inecuaciones, Programación Lineal, etc.

Las transparencias están hechas con técnica de Entramados, Superposiciones y Monitor Móvil, haciendo partícipe al alumno durante su uso.

La metodología participativa consiste en ir presentando con las Superposiciones, pistas, insinuaciones y ayudas que iniciten al alumno a la construcción matemática. La foto adjunta, hace referencia a una de las transparencias del Límite de una Función en un Punto, que posee 11 Superposiciones:

S1 Presentación de la función.
S2 Construcción en el primer intervalo.
S3 Construcción en el segundo intervalo.
S4,S5 Cálculo analítico de los laterales.
S6,S7 Construcción de los laterales.
S8,S9 Comparación y existencia.
S9,S10 Formalización con gráfica.
S11 Formalización escrita. Definición.



RECURSOS AUDIOVISUALES EN MATEMATICAS

José M.Galdón
Instituto de Bachillerato Majadahonda II
Majadahonda, Madrid, ESPAÑA

Cristina Ramírez
Colegio P.Santa Catalina
Majadahonda, Madrid, ESPAÑA

Ramón Gómez
Miami Dade College
Miami, Florida, USA

Tradicionalmente la enseñanza de la Matemática ha carecido de recursos materiales, que faciliten las explicaciones de ciertos tópicos, reforzando y motivando al alumnado.

La predominancia de la formalización y el descuido de la fase intuitiva en el proceso de elaboración de proposiciones, ha hecho que no se utilicen ayudas en las exposiciones y explicaciones en el aula.

Presentamos de una manera práctica los trabajos que venimos creando, aplicando y evaluando de manera sistemática en diferentes centros escolares.

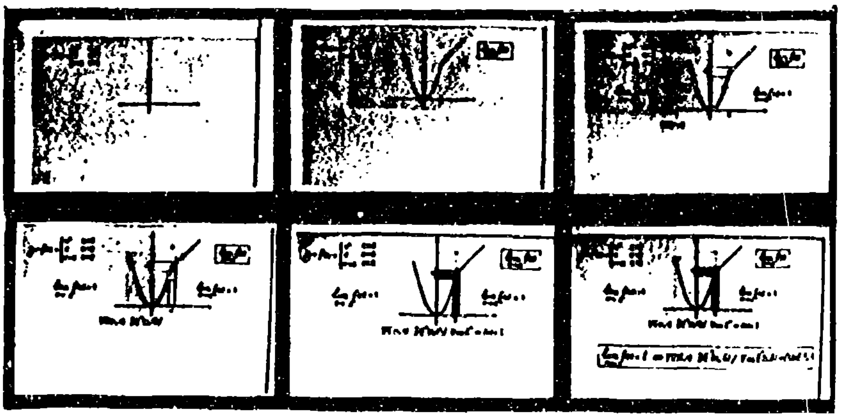
El material audiovisual del que disponemos actualmente tiene como soporte la Transparencia y el Diatape (Diaporama o Sonoviso), abarcando los tópicos fundamentales del Cálculo Infinitesimal, Geometría Vectorial, Cónicas, Programación Lineal y Trigonometría.

Para la aplicación sistemática de todos estos recursos hemos acondicionado aulas, donde el "hardware" audiovisual permanece de manera fija y posicionamiento adecuado.

Los numerosos años de aplicación nos ha permitido tener una metodología, y desarrollar textos escritos de refuerzo.

Las diferentes fases de la aplicación del multimedia que hemos elaborado son:

- Audiovisión del Diaporama
- Texto de refuerzo
- Trabajo participativo con Transparencias
- Puesta en común del Texto de refuerzo
- Evaluación



INTELIGENCIA ARTIFICIAL Y RESOLUCION DE PROBLEMAS

Leonel Morales Aldana
FISSIC, Universidad Francisco Marroquín
Guatemala, GUATEMALA

La escuela estuvo ligada por algunos años dentro de las teorías de transmisión cultural, teniendo entre sus principales exponentes: Locke, Pavlov y Skinner. La mayoría de aplicaciones del computador en la escuela han quedado dentro de esta teoría, por ejemplo, los proyectos de CAI, que utilizan clásico funcionamiento de *estímulo-respuesta.*

Ahora que la escuela está más orientada a las teorías del tipo Cognositivistas (teniendo entre sus exponentes a: Dewey y Piaget entre otros), tenemos que orientar la utilización del computador dentro de esa metodología, para que actue con una epistemología funcional, una evaluación de caracter formativo y nunca punitivo. Este tipo de transformación es el que se pretende con el ICAI y son muchas las investigaciones que en ese sentido se tienen.

En la investigación que presentamos, se propone un modelo para el aprendizaje de resolución de problemas, que está incrustrado en una teoría del tipo cognositivista. Con dicho modelo se construye un *sistema experto* que representa la habilidad de una persona que tiene éxito en la resolución de problemas de enunciado.

Se utiliza la metodología propuesta por Leonel Morales Aldana en su tesis doctoral (feb. 1990, UNICAMP), para conducir al alumno al aprendizaje de resolución de problemas. El sistema cuenta con una base de datos estática, donde están las reglas de decisión, tiene una base de problemas resueltos y una base de conocimientos matemáticos. El alumno decide que problema quiere resolver. Después de darle el enunciado, la máquina le conduce por el MICROPROCESO, en algunas etapas compara los resultados parciales del alumno con la base de datos y de esta forma le brinda oportunidad de rectificar algunos procedimientos.

El alumno puede accesar la base de conocimientos utilizando su *lenguaje natural*, es decir, el estudiante no tiene que saber la forma en que debe preguntar a la máquina. La base de conocimientos también es dinámica, en el sentido que el estudiante puede hacer crecer la información; en forma de Definiciones, Teoremas, Propiedades y Ecuaciones. La máquina automáticamente actualiza sus representantes canónicos en el archivo de Sinónimos, para que la búsqueda sea efectiva.

La base de problemas está construida de varios archivos. Entre todos ellos se encuentran: a) enunciado del problema, b) respuestas a insustituibles (cuales son los datos, cual es la condición y cual es la incógnita), c) estrategias de solución, d) respuesta, e) un esquema de la resolución del problema, f) posibles modificaciones del problema (para llegar a una generalización) y g) problemas relacionados (cuando quiere resolver algún problema semejante).

UN MODELO MATEMATICO DIRIGIDO A LA ELIMINACION DE LOS ERRORES DE SINTAXIS ALGEBRAICA

Oscar Ortega Castañeda
Universidad Autónoma Metropolitana
Azcpotzalco, MEXICO

En este trabajo se presenta un modelo matemático que puede desarrollarse en el aula con la finalidad de corregir algunos de los errores de sintaxis algebraica gue cometen los estudiantes. El modelo se puede aplicar tanto a estudiantes de secundaria como de bachillerato.

El modelo que se va a describir fue diseñado y experimentado en Inglaterra con alumnos de secundaria entre 1976 y 1983. Posteriormente en alumnos de bachillerato en la Ciudad de México en 1986. Para información sobre estos trabajos vea:

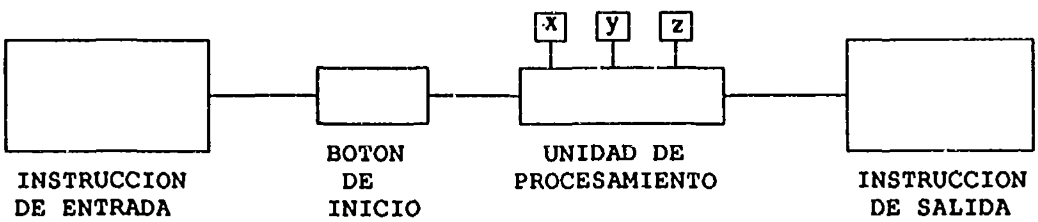
(l) Booth, L.P. *Algebra: Children's strategies and errors*. NFER-NELSON, 1984.

(2) Ortega Castañeda, Oscar. Tesis de maestría en la especialidad de Matemática Educativa, *Errores de sintaxis algebraica (Un experimento de enseñanza remedial)*. Sección de Matemática Educativa. CINVESTAV-I.P.N., México, D.F., 1987.

El modelo se denomina LA MAQUINA DE MATEMATICAS, se aplica junto con una secuencia de enseñanza que puede consultarse en (l) o (2), y consiste en:

1. Una instrucción de entrada: la máquina lee las instrucciones de entrada y lleva a cabo lo que éstas dicen. La máquina puede leer únicamente expresiones matemáticas, por lo que todas las instrucciones se deberán dar en lenguaje matemático.
2. Una componente de procesamiento (calculadora) que efectúe los cálculos.
3. Un conjunto de compartimientos para almacenar números etiquetados con letras, por ejemplo "x" en una instrucción llama al número que está almacenado en ese compartimiento.
4. Un recuadro de salida donde la máquina anota los resultados de haber llevado a cabo las instrucciones de entrada (otra vez en lenguaje matemático, el cual debe ser leído e interpretado correctamente).

MODELO DE LA MAQUINA DE LAS MATEMATICAS



Todo el programa está basado en la introducción a la MAQUINA DE MATEMATICAS, la cual puede ser instruida para gue lleve a cabo operaciones o resuelva problemas. Esta máquina es un sistema algebraio, cuyas reglas de operación se basan en las seguidas por el lenguaje algebraico. Todas las instrucciones deben ser claras, ya que la máquina solo ejecutará con exactitud lo que las instrucciones digan. Los principios sobre los cuales el programa está basado son:

1. Interpretación de letras (las letras como números generalizados, lectura de símbolos y expresiones).
2. Representacion de los métodos empleados.
3. Introducción a la noción de que una expresión puede ser una respuesta o bien una suma o instrucción.
4. Concentración en el registro de todo el método.
5. Enfatizar las formas equivalentes y no equivalentes de los métodos que se emplean.

Entre los errores que este modelo junto con la secuencia de enseñanza ayuda a eliminar están:

a + b = ab (conjunción de términos)

$x + x + x = x^3$ (potenciación)

x por el factor 2 + y equivale a: x 2 + y (no uso de paréntesis)

METODOLOGIA EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA

Enrique Zúñiga, Hector I. Zúñiga, Jorge A. Zúñiga
MEXICO

El trabajo ante los grupos, a pesar de las serias dificultades que presenta, nos redituía grandes satisfacciones cuando nos muestra los frutos, productos todos ellos de la actividad conjunta de todos los elementos que intervienen en nuestra clase.

La Matemática es una materia de una gran belleza y una gran utilidad, por lo que se hace interesante ante cualquier persona que tenga contacto con ella. Estamos convencidos de que es difícil su aprendizaje, pero también de que lo es aún más, su enseñanza. Debemos aclarar que la experiencia nos ha demostrado que la Matemática no se rechaza por sus contenidos, sino por la forma en que son presentados para su aprendizaje.

Cuando nosotros como maestros, encontramos los procedimientos adecuados para conducir el proceso enseñanza-aprendizaje, la Matemática nos proporciona momentos de gran placer y satisfacción, momentos agradables que a su vez proyectamos a los alumnos.

En cualquier clase, la actitud del maestro es decisiva, ya que él es pieza fundamental para ubicar física y emocionalmente a los alumnos, creando confianza y seguridad en ellos, estimulando su iniciativa y su creatividad, promoviendo actividades que permitan fomentar su espíritu de colaboración, responsabilidad y solidaridad.

Nuestra clase debe ser agradable, clara, sin prisas, preparada, organizada; en donde el alumno sienta que forma parte de ella; una clase que lleve lo mejor de nosotros será el mejor incentivo para que los alumnos sientan interés por estudiar la Matemática.

Al organizar la secuencia ensenanza-aprendizaje, debemos seleccionar las actividades, la metodología y los recursos adecuados que nos permitan alcanzar los objetivos propuestos. Al preparar y dar nuestra clase se sugiere considerar siguientes aspectos:

1. Despertar la curiosidad intelectual del alumno: el maestro en lugar de explicar directamente la clase, debe plantear una serie de interrogantes para que los alumnos intenten dar con la solución.
2. En el aprendizaje de la Matemática se deben considerar tres etapas:
   - Objetiva: Aquí son necesarios los modelos físicos para que los alumnos los exploren con todos sus sentidos y capacidades, buscando las relaciones existentes.
   - Figurativa: De la misma manera se buscan esas relaciones mediante la representación gráfica de los modelos físicos.
   - Simbólica: Mediante símbolos, a través de la abstracción se busca la generalización de esas relaciones.
3. En base a la heurística, cuestionamos a los alumnos para que mediante sus propios razonamientos adquieran los conceptos Matemáticos.
4. Planear la clase tomando en cuenta los siguientes pasos:
   - Gimnasia mental: diariamente durante cinco minutos al inicio de clase, hacemos ejercicios mentales que propicien el desarrollo de la habilidad del cálculo numérico por parte de los alumnos.
   - Recordar brevemente los antecedentes que requieren para el logro de los nuevos contenidos.
   - Plantear una situación problemática que origine la necesidad del nuevo concepto.
   - Desarrollar las diferentes actividades que les permita redescubrir el concepto propuesto.
   - Organizar y sintetizar lo aprendido para lograr la generalización.
   - Utilizar lo aprendido en diferentes modelos.
   - Aplicarlo en nuevas situaciones problemáticas de la vida diaria, correlacionadas con otras áreas, unidades y programas del plan de estudios.
   - Evaluar lo aprendido.
5. Utilizar adecuadamente las técnicas grupales: El objetivo es propiciar el desarrollo de capacidades de convivencia que permitan estimular el interes hacia el aprendizaje.
6. Considerar los recursos didácticos: Estos son todos los medios de que puede valerse el maestro para estimular, hacer más objetivo, interesante, dinámico y eficiente el proceso enseñanza-aprendizaje. La variedad de recursos didácticos es tan amplia que abarca desde las actitudes del maestro, las técnicas, los medios y los procedimientos didácticos hasta los recursos naturales y aparatos más avanzados de la ciencia y la tecnología.
7. Utilizar el juego como un recurso para retroalimentar y reforzar lo aprendido.
8. Respetar los principio pedagógicos: Estos constituyen planteamientos básicos que dirigen y orientan el desarrollo del plan de estudios.

ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS Y CONFLICTO CULTURAL: EL CASO DE LA EDUCACION DE ADULTOS

Alicia Avila
Universidad Pedagógica Nacional
México D.F., MEXICO

No obstante los millones de analfabetos y adultos sin educación básica que hoy se cuentan en América Latina, son escasos los trabajos que abordan el problema del currículum en la Educación de Adultos y más escasos aún los que se centran en el análisis de áreas de conocimiento específicas. En el caso de las matemáticas, la mayor parte de los textos utilizados en México y América Latina, hasta los inicios de los 80's, fueron derivados por analogía de los utilizados en la primaria de niños. Hoy muchos países conservan estos esquemas y no es sino hasta mediados de la última década que países como Brasil, México y Colombia incorporaron como innovación que desataca el manejo del dinero como eje de sus propuestas. No obstante tal incorporación, las propuestas siguen en mucho apegadas a los esquemas de la matemática escolarizada de niños se han planteado las matemáticas en la educación de adultos. Los textos utilizados en México para *enseñar* matemáticas han sido construidos sobre un escaso conocimiento de la experiencia y los esquemas de pensamiento de los adultos. Y esto, a pesar de propósitos y declaraciones institucionales expresadas cada vez con más fuerza, de que el adulto tiene una experiencia matemática importante.

A principios de los 70's se elaboraron los libros *PRIAD* (Primaria Intensiva para Adultos). El material de matemáticas, desde mi opinión, puede caracterizarse por el intento de acercarse a la realidad adulta y, paradójicamente, por el apego al modelo escolar infantil.

En relación con el manejo de los números, se ha reportado que los analfabetos tienen amplios aunque dispares conocimientos sobre los números y los símbolos numéricos (Ferreiro: 1983). Si bien hay sujetos que reconocen sólo algunos dígitos e identifican los billetes por el color, hay sujetos que identifican cualquier dígito entre 1 y 1000 (Avila: 1990). Y los conocimientos derivan de las necesidades cotidianas: identificar caminos, rutas de camión, monedas. El enfoque del texto, entonces, no ha rebasado el modelo escolar infantil. En los hechos, el adulto es considerado un sujeto sin conocimientos, Sólo se modificó el contexto en el cual los números aparecen; y la experiencia, los saberes y el pensamiento propio de los adultos no se incorporaron. El mismo enfoque se repite en las operaciones aritméticas. (Lella, 1988) ha señalado que "Matemáticas es el área ... que recibe con mayor frecuencia elecciones positivas en el primer plano de preferencia de los adultos, a pesar de que simultáneamente es señalada como muy difícil." Y es precisamente la existencia de saberes informales, a mi entender, una de las causas importantes de las dificultades expresadas por los adultos en relación con algunos temas.

En 1986, el INEA elabora nuevos textos de matemáticas para la educación básica de adultos. La tarea dio por resultado *Nuestras Cuentas Diarias*. En tales textos destaca: a) el reconocimiento al saber de los adultos y de que, en diversas actividades, estos utilizan el cálculo aritmético, b) la referencia coloquial frecuente a situaciones de intercambio comercial y cotidianas (manejo de dinero, de notas, de rutas de camión, etc.) en las cuales, se supone, los adultos manejan matemáticas, c) el dinero (sistema monetario) como eje de la propuesta (se toma como contexto de problemas y como modelo para el manejo del sistema decimal), d) el intento por construir, a partir de la experiencia adulta, el saber matemático formal, y e) el intento logra consolidarse sólo en algunas partes del libro que, finalmente, vuelve a los algoritmos escolarizados, distintos de los construidos en la interacción vital.

Destaca en varias páginas que las interrogantes no se responden a partir la información vertida en el texto sino a partir de la experiencia. Es asimismo relevante el intento de conexión entre el cálculo cotidiano oral y la simbolización del cálculo.

Este enfoque se repetirá en lo sucesivo en *Nuestras Cuentas Diarias*. El interés por el conocimiento adulto no significó incorporar los esquemas y mecanismos de cálculo elemental que se han construido cotidianamente. Hoy no sabemos cómo manejan los adultos estas contradicciones entre sus saberes y los conocimientos escolares. Tampoco sabemos qué caminos se podrán seguir para llevar a los sujetos, del nivel de conocimientos que poseen, sin violentarlo ni negarlo, a un nivel de competencia, generalización y formalización superior. Responder esta cuestión plantea arduo trabajo de investigación.

LA ECUACION DIOFANTINA DE SEGUNDO GRADO CON N INCOGNITAS Y SUS IMPLICACIONES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

Vicente Carrión Miranda
CINVESTAV, Instituto Politécnico Nacional
México DF, MEXICO

Cuando se enseña Matemáticas en el nivel medio (básico y superior), al introducir ciertos temas, requieren ser presentados en términos de números enteros puesto que, al hacerlo, por ejemplo, utilizando números irracionales aumenta la dificultad conceptual y, con ello, existen más obstáculos didácticos. En consecuencia, los objetivos pretendidos por el profesor no se alcanzan o difícilmente se logran. Es conveniente no desarrollar los ejemplos iniciales del tema en el contexto de los números irracionales; más bien, ajustar los parámetros de las relaciones matemáticas establecidas para que contengan soluciones en el conjunto de los números enteros o racionales. De esta manera se eliminan distractores que entorpecen la comprensión de los nuevos conceptos a enseñar. Una vez asimilados estos, el paso siguiente es el tratamiento de problemas semejantes que requieren de la extensión del dominio numérico.

La ecuación diofontina de segundo grado ayuda a solucionar problemas de esta naturaleza. El desarrollo de los siguientes puntos contempla los pasos a seguir al afrontar la problemática anterior.

1. La necesidad de reflexionar sobre la matemática que es objeto de enseñanza en el nivel medio.

2. Problemas contenidos en la Matemática del nivel medio (Algebra, Geometría, Trigonometría, Cálculo, etc.) que se plantean mediante una ecuación diofantina de segundo grado de la forma $Ax^2 + Bxy + Cxz + Dy^2 + Eyz + Fz^2 = w^2$, donde A, B, C, D, E y F son números enteros, no todos cero. Resolviendo la ecuación anterior es posible ubicar la solución de muchos problemas en el contexto de los números enteros o racionales.

3. Tablas de ecuaciones diofantinas correspondientes a problemas del punto 2.

4. Un método de solución de la ecuación diofantina de segundo grado con n incógnitas. La ecuación es de la forma

$$y^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_ix_j,\ a_{ij} \in Z$$

y $a_i \neq 0$ para algún $i= 1,2,\ldots,n$.

ANALISIS DE ERRORES:
ALTERNATIVAS PARA MEJORAR EL RENDIMIENTO ACADEMICO

Petra Guilloty de Ramírez
Pontificia Universidad Católica de Puerto Rico
PUERTO RICO

Problema El bajo aprovechamiento escolar no está limitado a estudiantes con retardo mental, ni a los más desafortunados económica y socialmente.

Hipótesis El análisis de errores y el correspondiente tratamiento educativo a temprano edad, pueden evitar las frustracciones generadas por los cursos remediativos y reducir la deserción escolar, que a su vez ocasiona criminalidad, drogadicción, suicidio, violencia, depresión, ansiedad e indiferencia.

Acción Diseño de módulos instruccionales a base del análisis de errores para diferenciar la enseñanza, dando énfasis al pensamiento crítico, a las aplicaciones prácticas y a la integración curricular.

Justificación Reducción de la pérdida de talento y aumento en la homogeneización civilizada, lo que mejorará la convivencia y la productividad.

Hallazgos en el Estudio La muestra de 189 de alumnos del nivel intermedio de la educación preuniversitario reveló que el 33% no contestó todos los ejercicios. Los errores identificados en los restantes alumnos fueron clasificados como a) inconsistentes, b) involuntarios y c) recurrentes. Hubo un 21% de los alumnos con errores recurrentes y un 3% con errores involuntarios. Los ejercicios son una muestra de los que sus maestros piden y corrigen.

Se incluye una muestra de errores recurrentes en los trabajos de los alumnos. El estudio es más amplio.

1. Solución de "problemas"

2. Multiplicación con fracciones

3. Suma con fracciones

4. División con decimales

5. División con fracciones

Conclusiones
La población estudiantil en un salón de clases es muy heterogéna, en relación al aprovechamiento académico, y no es conveniente atenderla con enseñanza grupal.

La educación continuada respecto a la evaluación y medición del aprovechamiento sigue siendo una necesidad pedagógica.

Aún es necesario reorganizar las tareas de los maestros y el tiempo que idsponen para las mismas, tal que sus funciones docentes no tengan que ser delegadas en ocasiones.

HACIA LA EXCELENCIA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS USANDO EL PENSAMIENTO CRITICO

Alberto Correa Guzmán
Universidad Interamericana de Puerto Rico
Bayamón, PUERTO RICO

La complejidad de la vida contemporánea ha provocado en el ser humano actual una actitud pragmática, la cual ha traído como consecuencia la búsqueda de estrategias y mecanismos que aseguren una acción rápida, correcta y efectiva ante las situaciones del diario vivir. Ante toda esta situación los sistemas educativos de los países subdesarrollados, en vías de desarrollo y muchos desarrollados se encuentran en un momento hasta cierto punto crítico, ya que existen, en efecto, problemas de lectura y niveles bajos en el aprovechamiento de las matemáticas.

Al efecto de estos hechos, la realidad americana contemporánea demanda maestros y profesores mejor preparados y competentes para afrontar los retos cambiantes de su compleja labor socializadora. En este sentido el sistema educativo actual, especialmente el universitario, requiere los servicios de profesionales que conozcan a fondo y utilicen las técnicas y métodos innovadores que propicien el desarrollo pleno de cada estudiante.

El estudio e implantación de nuevas técnicas y métodos de enseñanza para mejorar la educación en matemáticas se justifican por:

1. La urgencia de individualizar la enseñanza de la asignatura.
2. La necesidad de desarrollar interés en el pensar algorítmico de las matemáticas.
3. La necesidad de dirigir y orientar la educación en matemáticas hacia el desarrollo de las destrezas del pensamiento y el pensamiento crítico.
4. La necesidad de ver a las matemáticas como una creación humanística, que tiene como finalidad ayudar al individuo en su proceso de realización.
5. La perentoriedad de actualizar y mejorar el currículo de matemáticas.
6. La necesidad de integrar el currículo de matemáticas alrededor de los principios de: pertinencia, valores (dignidad, solidaridad e internacionalización) y pensamiento crítico.

En virtud a los principios de excelencia educativa antes expresados, se propone la siguiente estrategia general de enseñanza o modelo educativo como un modo efectivo de llevar éstos a la práctica del salón de clases.

El modelo educativo se divide en tres fases o aspectos que responden a las dimensiones del funcionamiento del intelecto, a la combinación del desarrollo de conceptos y a la meta cognición. Estas fases son: exploración, conceptualización y aplicación (E.C.A.).

En estas fases, el maestro parte de las experiencias del estudiante, siendo sobre todo, un mediador que facilita el proceso de reconstrucción de la experiencia del estudiante, la asimilación de lo nuevo en lo ya aprendido y la transferencia de lo aprendido a nuevas situaciones. En las diversas fases y actividades se combina el trabajo individual con el trabajo en grupos pequeños, de modo que se propicie la autonomía y la cooperación intelectual entre los estudiantes.

En la primera fase (exploración) el profesor establece un ambiente de confianza y comunicación entre él y los estudiantes, y entre ellos mismos como pensadores, activando experiencias previas y propiciando condiciones para motivar el aprendizaje en los estudiantes. Del estudiante se espera que reconozca su capacidad de pensamiento y fortalezca su autoconcepto como pensador; distinguiendo entre el pensamiento eficaz y creativo, y el porqué de su importancia.

En la segunda fase (conceptualización) el profesor presenta información y crea situaciones que le permitan al estudiante adquirir nuevos conocimientos, destrezas y actitudes que aporta la disciplina para la clarificación y solución del asunto planteado. Del estudiante se espera que conduzca observaciones, adquiriendo información, formando conceptos, patrones y generalizaciones sobre el asunto o tema bajo discusión; analizando y llevando a cabo razonamientos o demostraciones sobre el asunto planteado.

Y en la tercera fase (aplicación y transferencia) el profesor diseña y organiza actividades de aplicación de las destrezas y conocimientos desarrollado en la discusión del tema tratado; evaluando lo aprendido y señalando lo incompleto del aprendizaje y la necesidad de continuar aprendiendo sobre el tema en cuestión. Del estudiante se espera que aplique lo aprendido a nuevos problemas o situaciones; cobrando conciencia de la importancia de la nueva información adquirida y del poder mental desarrollado y fortaleciendo así su autoconcepto de pensador, el interés en el aprender y su creatividad.

MATHEMATICS EDUCATION IN TURKEY: CHALLENGES, CONSTRAINTS AND NEED FOR AN INNOVATION

Yasar Ersoy
Middle East Technical University
Ankara, TURKEY

Teaching mathematics is a complex endeavour, and the changing demands of society may require a rather different maths curriculum in various schools. In such endeavour, teachers are key figures in changing the ways in which maths is taught/learned in such schools. Therefore, considerable attention must be paid to the teacher's education if the quality of teaching maths at all levels of schools is to be improved. It is known, on the other hand, that the current and available technology, in particular computers and calculators, has changed the practice of research maths and is profoundly changing the teaching and learning of maths at all levels of schools. Therefore, all maths teachers, regardless of age, are now facing the same need to improve themselves professionally.

The main aim of this paper is to describe the challenges and constraints to maths education in Turkey. In order to up-date the programmes for the information era the establishment of a Centre for Research, Resource and Retraining (CR3) is emphasised in the paper also.

A Brief History of the Turkish Education System

Each country's special situation calls for special and rather different approaches to her own problems in education. Here we will give a short review of the general features of the Turkish education system.

Contemporary mathematical sciences and technology started in Turkey with the establishment of the Republic of Turkey in 1923. A productive and sustained research activity in maths as in other natural and engineering sciences began with the reform in the higher education, known as the university reform, in 1933. The development of an industry based on modern technology and an agricultural reform took place in the same period.

Another cornerstone in the development of mathematical sciences and technology had been the 1961 constitution which marked the beginning of a new era. The Scientific and Technical Research Council of Turkey (TUBITAK) were established in that period and the political climate had become appropriate for carrying out research in social sciences also.

Turkey has a long tradition in teacher training and had two significant experiences in 1940s and 1960s. These experiences are known as Koy Enstituleri (Teacher Training Institution for Villages) and Yuksek Ogretmen Okulu (Higher Teacher Training College). Instead of improving and extending these schools, they were unfortunately closed down because of some political pressures and misunderstanding of some people.

There are presently 17 teacher training colleges/schools at the existing universities in Turkey. A n[illegible] f these colleges were established in 1980s, and, unfortunately, have no resources for graduate stu[illegible] and contemporary research activities.

Educational System and Enrollments in Schools

The Turkish educational system has been structured on 5 + 6 (3 and 3) + 4 years of phases for different schools. The first phase, primary education, is compulsory for all children, but the others, the preschool, secondary and higher education, are not. About 95% of the countries of the world require more than just five years of compulsory schooling.

The System is centralized, and all its aspects are guided and controlled by the Ministry of Education. One textbook for each subject and grade is used in every school in the country. A standard curriculum is adhered to by all teachers in both public and private schools. The current curriculum has a heavy reliance on memorization and routine skills. On the other hand, the system has some valuable features, e.g. parental involvement, a heterogeneous student population, and more conscientious students.

The demand for education in Turkey has been very high since the establishment of the Republic and the adoption of the *Latin alphabet* in 1926. Enrollments in primary schools grew from about 15% of the school-aged population in the 1920s to 95% in the 1990s. In 1990, the enrollments in lower and upper secondary schools are about 65% and 35% of the respective school-aged population. Enrollments in higher education grew from 9% in 1980 to 11% in 1990.

It is worthwhile to mention that the statistics given here describe certain aspects of the situation, but not the whole circumstance. To judge and compare the quality and level of education in two different countries, we should consider various aspects and factors.

The teacher-student ratio in elementary schools is not uniform and ranges from 1:30 to 1:60. Depending upon the subject taught by a teacher and schools where he/she employed, the average teaching load of secondary school teachers vary from 10 hours per week to 30 hours per week. More specifically, in the school year 1990-91, there were about 24 thousand maths teachers employed in the state owned secondary schools. Their average teaching load is approximately 14 hours per week. The maths teachers employed at certain state owned special schools where the instruction of maths and science courses is in English, have relatively heavy teaching loads, i.e. 25 hours per week, and carry out extra activities. At technical vocational schools, the teaching load is heavier and the situation is worse.

Major Challenges and Constraints in Maths Education

There are a number of problems, issues and challenges to the maths education in developing countries. With reference to Turkey, we may consider the following major challenges to the subject matter.

- Too many students leave school very early.
- Shortage of qualified and competent school maths teachers.
- Very crowded classroom and usually two shifts of teaching in the same day.
- Not enough and inadequate equipment and materials.
- Curricula and methods of instruction years behind the times.
- Maths books fail to stimulate the interest of today's student.
- Students do not master fundamentals, principles and concepts.
- Calculators and computers have had virtually no impact on maths instruction.
- Computers implemented to schools are not functioning properly.
- No attempt to integrate the various disciplines with the use of potential of computers.
- The school is ineffective in influencing maths interest, etc.

These are not all the inadequacies and challenges to maths education when the same issues are considered for a particular group of pupils and some private and state owned schools in Turkey.

It is acknowledged in many countries that the potential of an educational system is directly related to the ability of its teachers. In several articles on teacher education, it is stressed that both pre-service education and in-service training present a great challenge because of the advances in science and technology, and the changes in the demands of the considered society. As in other developing countries, most of maths teachers in Turkey have a lack of knowledge and skills, and are not competent to use research findings in maths education.

From our personal experience in Turkey we know that almost all maths teachers:

- View maths as knowledge to be mastered.
- Have a philosophical orientation only toward maths but not the integration of several disciplines of mathematical sciences.
- Consider the textbook to be the only resource and give course outline.
- Present maths via lectures and question-answer techniques.
- Are not aware of recent research on teaching-learning maths.

It is, however, worthwhile to state that the school maths teachers in Turkey are willing to get a properly designed in-service education and training on certain subject matter. For the last four decades, the revising and development of the school maths curricula at all levels of schools has been a reality in almost all developed and some developing countries. In developing countries, such a innovation is a massive, highly politicized and complex activity, and affects great numbers of people directly and many others indirectly. Besides, the shortage of appropriate teaching/learning materials is still a general problem while there is no systematic and continuous support to teachers in their workplace.

With the introduction of new information technologies into schools, the main roles of most of teachers will then change gradually. To some extent, they will become a decision-makers, facilitators of learning, and co-travellers on the road of life-long learning. Thus teacher education and training will continue to be the crucial issue to be addressed for successful introduction of new information technologies into schools. When we consider the case of computers, programmes have usually focused their resources firstly on the hardware provision, secondly on software delivery, and finally on teacher education and/or training in almost all countries. In the near future, the maintenance and repair of hardware might be another problem in several countries. Therefore, more and better teacher education and training is urgent, and needs are continually increasing in almost all countries.

Need for Innovations in Maths Education

Our world today is steeped in science and technology. One of the most revolutionary technologies of our times is what has been referred to as information technology: the combination of three Cs, i.e. chips (microchipsJ, computers (personal computers), communication (advanced tele/satellite communication), and a continuing process of innovation.

For the last four decades, the revising and development of the school maths curricula at all levels of schools has been a reality in almost all developed and some developing countries. There have been at least two major changes worldwide in maths education since 1960s. We are now entering the third phase with the impact of the new information technologies. It is worth noting that such technologies will not be very useful if they are not introduced into the process of teaching and learning, integrated with school subjects and implemented in schools properly. Therefore, an appropriate technology should be used in preparing teaching and learning materials as well as delivering the instruction to the learners in and out of schools.

We have left the industrial age behind and have entered the information age in most western societies. The change in the world economy requires a change in the workforce and workplace. It is expected that the world economy and the needed workforce will continue to change as technological advances process. With technological advances maths will become even more important in every phase of economic life and of several scientific endeavour. Therefore, current economic realities and social life call for major changes in the context and way maths is taught in schools.

Concerning such new trends, a few years ago we, DSE, established a computer laboratory where students are trained to master up-to-date computer assisted instruction in maths education and programming. In addition, it is planned to set up a research centre in Maths Education and to publish a journal with the aim of informing maths teachers of up-to-date knowledge on the teaching and learning processes of mathematics, etc.

Points for Discussion

There are numerous issues in maths education for information society. They should be explored in each country and discussed in various national, regional and international workshop, symposium, conferences etc.

Among others, we may consider the following points for discussion:

- The extensive use or the new information technologies, e.g. calculators, computers and interactive video, CD-ROM, local and global network etc., in curricula is to be applauded, but is meaningless without adequate teacher guidance.
- In developing and implementing sound programmes in Maths Education, cooperation with similar institutions and organizations is necessary. Therefore at least one centre, the so called National Centre for Research, Resource and Retraining (NCR3) on the subject must be established.

Conclusions

It is acknowledged that maths and computing are becoming more important in every phase of economic life and in the advance of science and technological development. In this respect, great changes have taken place also in schools, teacher training colleges and universities in almost all developed countries and some developed countries. Therefore, collaboration among interested people, some institutions and cooperation with similar organizations is necessary in developing and implementing sound programmes on the subject. This can be realized by establishing a NCR3 in each country, and having the continuous support of the government.

MULTICULTURAL HISTORY CAN HELP TEACHERS TO IMPLEMENT THE NCTM CURRICULUM STANDARDS

Beatrice Lumpkin
Chicago, Illinois, USA

From the NCTM's 1991 Professional Standards:

> Tasks should foster students' sense that mathematics is a changing and evolving domain, one in which ideas grow and develop over time and to which many cultural groups have contributed. Drawing on the history of mathematics can help teachers to portray this idea: exploring alternative enumeration systems or investigating non-Euclidean geometries, for example. Fractions evolved out of the Egyptians' attempts to divide quantities - four things shared among ten people. This fact could provide the explicit basis for a teacher's approach to introducing fractions."

The multicultural approach shows students that mathematics has developed over a period of time and did not spring forth, full-grown, with definitions and axioms for students to memorize. Multicultural, historical materials humanize mathematics by showing that it developed as a human response to human needs.

This approach requires a change in our own understanding of "what is mathematics?" and "how do children learn?" The National Research Council's *Everybody Counts*, has broadened the definition of mathematics. The new definition encourages an experimental, hands-on approach.

> Mathematics is the science of patterns and order. Its domain is not molecules or cells, but numbers, chance, form, algorithm and change. As a science of abstract objects, mathematics relies on logic, rather than on observation as its standard of truth, yet employs observation, simulation, and even experimentation as means of discovering truth."

Multicultural education makes use of a historical perspective, the very opposite of expecting students to begin algebra or geometry with definitions and axioms as "given." The early history of science in Africa, Asia and the Americas supplies excellent materials for hands-on learning. That is exactly how the first mathematician-scientists operated. They experimented. They went from the concrete to the abstract. Since students, too, learn by going from the concrete to the abstract, the multicultural history of science becomes more than a detour from "the real subject." It provides a strategy to help all students learn. Recent scholarship has strengthened the conclusion that African peoples played a central role in creating the foundations of our modern civilization, and that Asians, Native Americans and Pacific Islanders have made very important contributions. Specifically:

1. Most scientists believe that Africa was the birthplace of the human race. Since the use of fire and language are associated with the earliest human s, it can also be said that Africa is the birthplace of science and mathematics. With the use of fire, chemistry began. Mathematics began with the use of number words and the concepts of logic, found in every human language.

2. The ancient Egyptian civilizations was African in culture, language, and population, as well as location on the continent of Africa.

3. The ancient Egyptian civilization was the bedrock from which the classical Hellenistic, and therefore our own civilization, sprang. Ancient Mesopotamians also contributed greatly to Hellenistic civilization, both directly and by interacting with the Egyptians.

4. The Spanish people, enriched by Africans and Jews, made important contributions of their own. They also provided a bridge between Islamic civilization and Europe cultures. The other components of the Hispanic heritage, Native American. African, Portuguese, all played a big role. The Maya invention of a zero and a place-value system of numerals, and the logical structures of the Inca's knotted quipu cords were significant and original. They cannot be dismissed as "isolated" because Native American riches were an important supply of capital for the industrialization of Europe and the subsequent progress of science. From 1533 to 1534, from just two Inca cities, Cajamarca and Cuzco, Spaniards too 10 metric tons of 22-carat gold and 70 tons of fine silver.

5. That all peoples have contributed to the development of science and mathematics - Africans, Arabs, Persians, Indians, Chinese and other East Asians, Native American, and Pacific Islanders, in addition to Europeans. Mathematicians and scientists, especially physicians, have been women as well as men.

PROJECT LABMA: AN EXERCISE IN MAIEUTIC

Alejandro B. Engel
Rochester Institute of Technology
Rochester, NY, USA

Baseline: Project LABMA has as its goal the creation of a Laboratory of Mathematics, so that the abstract or theoretical ideas presented in the classroom can be experimented with by the students.

Background: Education is basically the process of bringing ideas to birth: MAIEUTIC, or the Socratic Method; that is, to induce students to formulate concepts and to show their connection to reality. The role of the educator is this process is to formulate some logical sequence of questions to the students, so that they can find their own path: DIALECTIC.

Still, there is quite a bit more to this issue than just a good dialectic; there is the problem of language as well. Most of us are part of a generation whose language is the language of written and spoken words; we learned in our early childhood to see the world through books and oral accounts. This is the way our latter education was obtained.

Our students on the other hand, learned how to turn a television on and switch channels to their favorite ones, perhaps even before being off breast feeding: their language is visual, they see the world through images; and often they only believe in images. Spoken and written words are at times confusing to them, and they might not even have the same meaning or force they have for us. Thus, we are facing a problem in education that perhaps it has never been faced before; a generation whose language is words trying to educate -with words- a generation whose language is images.

Project LABMA is geared toward involving students in the theory, methods and applications of mathematics by creating for them a visual "virtual reality" as some sort of playground in which they can let their creativity and imagination fly. At this point most everyone would agree with the words of Solomon in the Ecclesiastes, that there is nothing new under the sun: all that project LABMA is trying to achieve is being done for several generations in physics, biology and chemistry. However so, mathematics does not have laboratory sessions to illustrate and fix in the mind of the students the ideas covered in theoretical lectures; this is a particularly strange situation, especially if one recalls that mathematics started out as a highly experimental science.

LABMA: Sitting a person in front of a computer screen does not by itself stimulate his or her creativity; on the contrary, computers might at times be very intimidating contraptions. Intimidating not only for students, but for faculty as well. The computer must not be a burden, must not stand in the way to learning or teaching. It should merely be tool; a tool as inconspicuous as possible. The computer screen must be a window, a threshold into a "virtual reality" in which the students could let their playfulness take over, and forget the dryness of the rigors of learning. LABMA is an appeal to the child within each person; it allows this child, with the natural curiosity that children have, to seize command of the situation. Thus, transporting the person to a world in which mathematics could be discovered and experimented with.

To make this transition from reality to a virtual reality, a convincing plot that captures the imagination has to be devised: a SCRIPT. Yet scripts should do more than just the above; they should present a real life situation hidden behind the scene needed to turn the project into some sort of adventure. So the students are forced to read a page or so of text, understand it, interpret it and find in it the relevant information; in more than one way this simulates a real life situation, in which problems are seldom clearly stated with all their details spelled out. It is a way of taking students out of the scheme of "textbook problems" and giving them a taste for real life problems.

Scripts are one of the most important ingredients of Project LABMA; without them, the projects assigned might well be as dry and as boring as textbook problems. Scripts must be carefully devised and written, so that they do not give away all the information needed, but stimulate the curiosity, challenge theintellect, while at the same time having to be convincing enough for the students to accept them as some sort of adventure or game.

GEOMETRICAL EXPERIMENTS IN MATHEMATICS

Jean Pedersen
University of Santa Clara
Santa Clara, California, USA

We describe a systematic procedure for folding paper which produces arbitrarily good approximations to regular convex polygons (of any number of sides) and regular star polygons. The procedure gives students scope for experimenting with geometrical shapes and the constructions of various interesting polyhedral figures - flexagons, regular polyhedra, dipyramids, etc.

The mathematics connected with the validation of the constructions is varied and readily accessible to secondary students. It comprises, in addition to the geometry, ideas from linear recurrence relations, convergence of sequences, and elementary number theory.

The work described was carried out jointly with Peter Hilton.

EDUCACIÓN MATEMATICA EN LOS ESTADOS UNIDOS

Ramón Gómez
Miami-Dade Community College
Miami, Florida, USA

En esta comunicación se presenta una descripción de la educación matemática para los niveles de enseñanza medio y superior de los Estados Unidos. La descripción esta basada en la experiencia del autor como estudiante y profesor de Matemática en ese país.

Para la enseñanza media se describe el número y contenido de los cursos de Matemática que se imparten. Además, se ofrece un estimado del porcentaje de estudiantes que asisten a los cursos mas avanzados de este nivel. Se incluye también la valoración del autor sobre los aspectos positivos y negativos que se encuentran en la educación matemática durante la enseñanza media.

Pese a los esfuerzos y recursos dedicados durante la década de los 80, el avance cualitativo de la enseñanza media es considerado insuficiente. Al nivel de las administraciones educativas locales parece predominar un mayor interés por mantener bajos los niveles de deserción escolar a expensas de la calidad en la enseñanza. En cierta medida, la inercia de los viejos métodos no ha podido ser superada. Esto último resulta valido en especifico para la educación matemática.

Para la enseñanza universitaria la descripción se desglosa de acuerdo con los diferentes tipos de institución superior y de grados académicos. Una explicación introductoria del sistema estadounidense de estudios universitarios es incluida, destacándose particularmente su flexibilidad.

Se considera que, pese a las insuficiencias de la enseñanza media, la educación matemática en el nivel universitario goza de un nivel uniformemente decoroso dentro de los Estados Unidos. La adaptabilidad y dosificación de los programas de estudio permite ajustar los requerimientos de la educación universitaria a la capacidad de los estudiantes.

Asimismo, se concluye que los programas de estudio especializados en Matemática gozan de excelente estructuración y alta calidad. Se destaca, finalmente, la notable contribución a ello de profesores y estudiantes extranjeros.

ARE THE NCTM STANDARDS APPROPRIATE FOR LATIN AMERICA?

Luis Ortiz-Franco
Chapman College
Orange, California, USA

The NCTM *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (the *Standards*) were developed in response to a series of calls for educational reform (see for example, *A Nation at Risk*, 1983) and reports about the changing socioeconomic conditions that American society was experiencing in the 1980's. Data on the international economic market showed that the United States was falling behind Japan as the leader in the international economic world. Subsequently, McKnight, et. al. (1987) reported that the mathematics achievement of American youth was below that of students in similar grades in other industrialized countries.

The *Standards* is a framework for curriculum development in mathematics for grades K-12 with implications for instruction and evaluation as a means of improving instruction, learning, and programs. There are 54 standards divided into three grade levels, K-4, 5-8, 9-12, and the evaluation category (See *Educación Matemática*, Vol. 1, Vol. 3; and Vol. 2, Nos. 1 and 2 or write to Thales, Apartado 1160, 41080 Sevilla, Spain, for a translation in Spanish of these *Standards*). There are four standards, Problem Solving, Communications, Reasoning, and Mathematical Connections, that appear in all three grade levels because they are deemed essential to function effectively in a world that relies on computers and calculators to carry out mathematical procedures.

The curriculum standards include the recommendation that instruction should be developed from problem situations familiar to the students and the expectation that appropriate technology (calculators, computers, courseware, and manipulatives materials) is available in the classroom. Moreover, it is strongly recommended that all students in grades 9-12 take at least three years of mathematics and that tracks in the mathematics curriculum be eliminated. The evaluation standards are intended to provide a rational basis for changes or adjustments in the curriculum and in the teaching and learning process.

Fundamental reforms in curriculum and changes in instructional practices, as well as development of techniques for evaluating the curriculum and the teaching and learning process, are needed to implement the *Standards*. The implementation of these reforms calls for the creation and effective mobilization of an infrastructure consisting of educational institutions, government entities, and private sector capable of supporting and nurturing the improvements sought.

New mathematic textbooks need to be written. Teacher education programs must be designed so that current and prospective teachers are taught in the same manner that they are expected to teach. Ambitious research and development efforts addressing the evaluation standards must be initiated.

The following four recommendations in the *Standards* seem to be appropriate for Latin America for their potential to contribute to the socioeconomic progress of the region. 1) Instruction should be developed from problem situations familiar to the students; 2) The need to infuse Problem Solving, Communications, Reasoning, and Mathematical Connections into the mathematics curriculum; 3) The elimination of tracking in the mathematics curriculum; and 4) All students in grades 9-12 take at least three years of mathematics.

The marked emphasis given to the use of technology (advanced calculators and computers) in mathematics instruction seems to have limited applicability to Latin America today because of the economic conditions of the region. The evaluation standards do not seem appropriate currently for Latin America because their implementation requires a research and development infrastructure which most of these countries do have yet.

LOGO Y MATEMATICA EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA Y SUPERIOR

Alicia Villar y Alicia Buquet
Instituto de Profesores "Artigas"
Montevideo, URUGUAY

Logo es un poderoso instrumento didáctico a todo nivel que motiva ampliamente. No se trata de emplear el computador como sustitutivo del docente, sino como una herramienta didáctica que ayuda a enseñar a pensar, a resolver problemas, corregir errores, en fin, ayuda a formar personas y a enseñar a aprender. El trabajo con LOGO no consiste en realizar un guión educativo exclusivamente, ni enseñar programación; con LOGO se integra un módulo didáctico más complejo del que forma parte esencial.

Se han realizado trabajos de investigación y cursos en el Instituto YAVNE de Montevideo, Uruguay. El tipo de alumnos que intervienen en las actividades son preuniversitarios de sexto año de enseñanza secundaria (17-18 años) que luego seguirán estudios en la Facultad de Ingeniería y alumnos universitarios de la cátedra de Didáctica y Metodología de Matemática del Instituto de Profesores "Artigas" (IPA).

Se trata de demostrar que LOGO no es sólo para niños y que es excelente en enseñanza secundaria y superior. El alumno no recibe un programa ya realizado sino que lo va componiendo él mismo, a su modo y usando sus propias investigaciones y deducciones. Se consigue así una enseñanza más personalizada y auténtica. LOGO tiene un papel importante en la enseñanza de la Matemática ya que en sí mismo es Matemática.

Logo es una teoría matemática ya que cuenta con conceptos (primitivos y definiciones) y proposiciones (axiomas y teoremas). Otro instumento importante en Matemáticas es el *Principio de Inducción Completa.* Logo lo llama recursividad y cumple con un papel fundamental.

Estudio de Funciones Reales Dada una función, los alumnos estudian dominio, codominio, límites, asíntotas derivadas, etc. Luego la dibujan con LOGO en el computador. Investigan, prueban, corrigen unidades. Cuando se presentan puntos de discontinuidad LOGO "AVISA" que no puede hacerlo (por ej. dividir por cero); por lo tanto, se deben modificar para saltar dicho punto. Se estudian funciones paramétricas observando su variación según el parámetro; se discute gráficamente la existencia (real) y signo de las raíces de ecuaciones; se buscan problemas de la vida real que se puedan interpretar por medio de una función; se estudia cálculo de errores y se aplica a funciones que LOGO no tiene, por ejemplo, ARCOTANGENTE, usando desarrollos en serie, de Taylor, Mac-Laurin.

Transformaciones en Geometría Se estudian las homotecias, traslaciones, rotaciones, etc. En fin todas las transformaciones de congruencia y semejanza.

Descubriendo con Logo el número Pi Se introduce el concepto de sucesiones. Trabajan con el perímetro de polígonos inscritos y circunscritos a una circunferencia dada. Quedan determinadas así dos sucesiones que constituyen un par de sucesiones monótonas convergentes. Así definen el número PI. Intuirán el concepto de límites y fundamentarán el procedimiento para la construcción de una circunferencia con LOGO.

Guiones Educativos Serán realizados por los propios alumnos, para ello necesitan investigar, probar, buscar, en definitiva adquirir ese estilo heurístico tan importante en la educación actual. Por ejemplo, un alumno realizó un guión sobre el Teorema de Pitágoras. Un segundo ejemplo es el lugar geométrico ARCO CAPAZ

Resolución de Problemas Se trabajó con un profesor de Física para recrear un micromundo: Física y Matemática ayudándose a través del LOGO. El alumno estudia la refracción de un rayo de luz variando la función.

Evaluación Las experiencias han sido muy positivas. Hemos descubierto que LOGO no es solo para niños, hace las cosas más difíciles forma sencilla, pero apasionante y muy creativa.

NUMERO ORO Y GEOMETRIA: ARQUITECTURA, ARTE MEDICINA Y ALGO MAS

Alicia Villar y Alicia Buquet
Instituto de Profesores "Artigas"
Montevideo, URUGUAY

Se trata de estudiar el número de oro, el segmento áureo y su importancia en las distintas etapas de la historia de la humanidad. Se muestran novedosas y útiles aplicaciones en arte, arquitectura, psiquiatría,...Se trabaja con la estrella pitagórica, símbolo de una escuela que ha tenido hasta ahora una influencia fecunda.

Este trabajo es un módulo didáctico que relaciona diferentes temas de Matemática: Geometría, Aritmética, Algebra, Análisis, con otras disciplinas, en particular arte, dibujo y pintura. Se destaca en especial la pintura uruguaya.

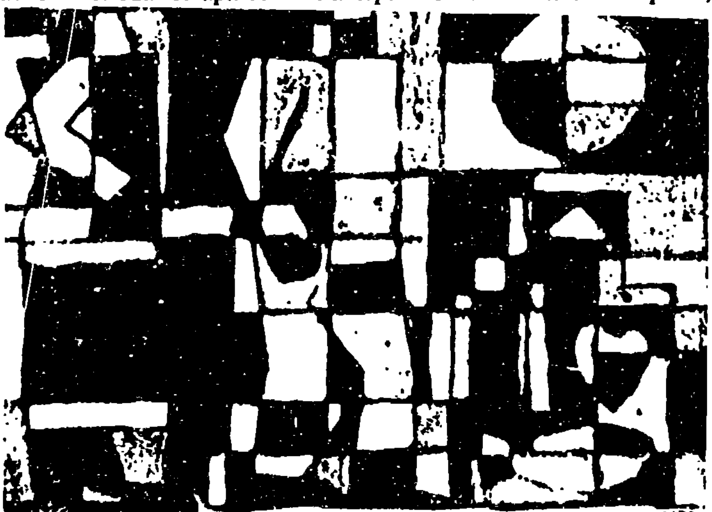
Los temas que se tratan son Segmento Aureo, Relación Simple, Rectángulo de Oro, Número de Oro, Polígonos: Pentágono y Decágono, Líneas Trigonométricas de 36, 72 y 18 grados, Construyendo con Plegados el Segmento Aureo, Algo de Historia, Los Pitagóricos, Números Irracionales, Estrella Pitagórica, Estrella y Lenguaje Logo, Sucesiones por Recurrencia, Sucesiones de Fibonacci, Historia del Arte, Historia Antigua y Moderna, La Escultura y la Arquitectura, La Belleza y el Hombre (Leonardo da Vinci), Pintura Antigua, El Segmento Oro y la Naturaleza: Arboles, Filotaxia, etc., Pintura Puntillista: Seurat, Pintura Uruguaya: el Universalismo Constructivo con Joaquín Torres García y Lincoln Presno, y Psiquiatría y la Divina Proporción. En fin, es una temática variada que tiene una unidad y se halla relatada un cuento.

Para el trabajo se utilizan fichas, juegos, computación, etc. buscando y creando sin olvidar el principio didáctico de ACTIVIDAD, y también sugiendo el estilo heurístico, tan importante para un mejoramiento de la enseñanza de Matemáticas.

Los destinatarios son alumnos de primaria, de enseñanza media: a) primer ciclo (11-15 años); segundo ciclo(15-18 años). Enseñanza superior: formación de docentes. Universidad:Facultad de Arquitectura, y público en general. Como se ve, es muy amplio el espectro de la gente a la cual está dedicado. Resumiendo, este es otro capítulo de LAS MATEMATICAS AL ALCANCE DE TODOS.

La idea del trabajo surgió al leer la historia del Pato Donald, así como lo oyen, del mismísimo Pato, en una de sus interesantes aventuras. Se trata de un sueño en el cual se apareció su antepasado Lucas Paciolus Paperus, y le habló del rectángulo de oro.

Hay una escuela uruguaya de pintura muy importante en su género encabezado por el gran pintor Joaquín Torres García -ya fallecido- Torres García trabajó en Uruguay, y también en España de donde su padre era oriundo. Fue una de las figuras claves del modernismo catalán. Comenzó a organizar sus telas dentro de una estructura basada en la regla áurea. En su libro "El universalismo constructivo lo explica. Uno de sus principales alumnos fue Lincoln Presno.



COMPOSICION CONSTRUCTIVISTA
Torres García

El número de oro y el rectángulo han tenido mucha influencia en los mejores pintores uruguayos. Con todo ello hemos hecho investigación y hemos aprendido Geometría. Los alumnos construyeron el Compás de Oro con el cual los artistas construían sus cuadros. Este compás está basado en el segmento áureo y tiene que ver con el Teorema de Thales.

INSTRUMENTOS UTILIZADOS POR LOS DOCENTES PARA EVALUAR LOS APRENDIZAJES DE NIÑOS DE 7 A 9 AÑOS

Inés de Orellana
Caracas, VENEZUELA

Al iniciar un proceso de actualización de docentes en el cual se aspira mejorar la eficiencia del proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática, entendiéndose por ésto que un número significativo de estudiantes adquiera habilidades y destrezas que le permitan aprender Matemática, se planteó la necesidad de recabar información acerca de las variables que intervienen en dicho proceso y en especial respecto a las relacionadas con las estrategias que utilizan los docentes para evaluar los logros cognitivos de sus alumnos.

De todas las estrategias utilizadas por los docentes, seleccionamos la de mayor frecuencia, ésta es la aplicación de pruebas, a través de las cuales los docentes declaran evaluar el alcance por parte de los alumnos de objetivos instruccionales de los Programas Oficiales de Educación Básica desarrollados durante el primer lapso del año escolar 1989-1990 así como el orden relativo de los individuos respecto al grupo al cual fue aplicada la prueba, a través de estas se esperaba recabar información relacionada con:

- Contenidos que el docente considera de mayor relevancia.
- Objetivos evaluados con mayor frecuencia, lo que podría traducirse como los que los alumnos deben aprender.
- Habilidades que se persigue evaluar en cada una de las preguntas, lo que permite deducir el nivel de razonamiento exigido por ellos.

La recopilación de pruebas se hizo en el primer trimestre de los años escolares 1989-90 y 1990-91. Fueron realizadas por los docentes que participaban en un proyecto de actualización de docentes en cinco estados de Venezuela. En el análisis descriptivo de las pruebas se consideraron los siguientes aspectos:

- La estructura de la prueba (diagramación, instrucciones, número de preguntas, gráficos).
- Elementos de expresión verbal de cada una de las preguntas (constucción gramatical, ambigüedad en el lenguaje, es decir, que diera origen a varias interpretaciones).
- Suficiencia de elementos, es decir, si la pregunta contiene todos los datos necesarios que permitan responderla.
- Clasificación de cada una de las preguntas según el objetivo al cual responda el contenido contemplado.
- Clasificación de las habilidades que se persigue evaluar en cada pregunta para establecer el nivel de razonamiento al cual corresponde.

A continuación se presenta el cuadro que recoge los resultados del análisis.

PORCENTAJE DE ITEMS POR GRADO QUE CORRESPONDEN A LOS CRITERIOS ESTABLECIDOS SEGUN JUICIO DE EXPERTOS EN LAS PRUEBAS DEL 1er LAPSO DEL AÑO ESCOLAR

CRITERIOS				GRADO 1989-90 1°	2°	3°	1990-91 1°	2°	3°
INSTRUCCIONES		GENERALES	SI	13	39	30	33	22	23
			NO	87	61	70	67	79	77
		POR PREGUNTA	CLARA	18	35	40	97	78	76
			CONFUSA	82	56	60	3	22	24
PRECISIÓN DEL LENGUAJE	REDACCION	CONSTRUCCION GRAMATICAL	COMPLETA	25	36	20	75	80	73
			INCOMPLETA	75	64	80	26	20	28
	VOCABULARIO	TERMINOS	PRECISOS	35	38	40	74	77	73
			IMPRECISOS	65	62	60	28	24	28
	ELEMENTOS SUFICIENTES	DATOS SUFICIENTES	SI	25	43	50	71	77	68
			NO	75	57	50	29	24	32
NIVELES DE RAZONAMIENTO			NIVEL I	99	99	98	96	85	95
			NIVEL II	1	0	2	4	15	5

FORMACION DE CONCEPTOS MATEMATICOS EN LA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA

Fernando Castro G.
Universidad Nacional Abierta
Monagas, VENEZUELA

Antecedentes El concepto de límite es el resultado de uno de los procesos de más larga gestación en la Matemática. Este hecho mueve a reflexionar acerca de dos aspectos:

- El desarrollo histórico del concepto
- La prolongada preparación del mismo

Siendo un cocepto de formalización milenaria, parece razonable considerar su evolución histórica el momento de enseñarlo. Al respecto Ruiz (1987) señala: "El orden conceptual histórico es a veces la clave para transmitir la esencia de las nociones y resultados matemáticos". De acuerdo con esta posición, el orden consenuente para el tratamiento de límite es:

- Límites de Sucesiones
- Límites de Funciones
- Continuidad

Sin embargo, salvo escasas excepciones, como la obra de Kitchen, el orden de los puntos 1) y 2) está invertido en la literatura usual de cálculo en Venezuela. La misma alteración la observamos en los programas de formación de profesores e ingenieros. Estamos pasando por encima de Arquímedes.

En relación a la importancia de la preparación de un concepto Ervynck (1985) señala: "la mente de los estudiantes no está dispuesta para aceptar y comprender una presentación formal sin preparación". En nuestro caso tal preparación es escasa por dos razones: no hay una preparación del concepto a través del bachillerato y además, los textos en uso consagran a la preparación cuatro o cinco páginas, salvo autores como Spivak y Kitchen.

Los Estudiantes y el Concepto La experiencia con estudiantes de tercer nivel revela que éstos presentan varias de las dificultades reportadas por Ervynck:

- Problemas con la noción de infinito
- Confusión entre símbolo y concepto
- Dificultades con las nociones lógicas y los cuantificadores
- Falta de una concepción amplia de función
- En la mayor parte de los estudiantes el concepto queda como un proceso algorítmico, casi independiente de la definición.

Una Propuesta Las resultados indican que es necesario una aproximación múltiple al concepto, esto puede lograrse a través de diversas actividades tales como:

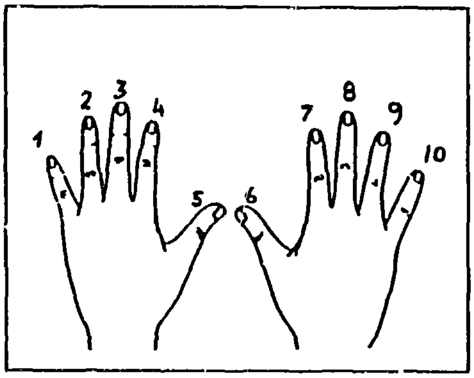
- cálculos aproximados
- gráficos de funciones
- interpretación de asíntotas
- problemas de la Física
- problemas históricos sobre áreas
- sucesiones y progresiones
- manejo de decimales

La aproximación múltiple, según señala Tall (1980) nos pone a cubierto de conflictos cognitivos que surgen cuando el estudiante se parcializa por un solo enfoque.

DEDOS Y OTROS RECURSOS PARA EL APRENDIZAJE DE LA MATEMATICA

Gisela Marcano Coello
Caracas, VENEZUELA

En mi trabajo de actualización de docentes he utilizado los dedos como un recurso para el logro de diferentes objetivos para el aprendizaje de la Matemática, en este resumen me referiré a su uso para introducir los conceptos de progresión aritmética, progresión geométrica, razón, algunas propiedades de las progresiones aritméticas y como llegar a la demostración de la fórmula para calcular la suma de términos de una progresión aritmética.



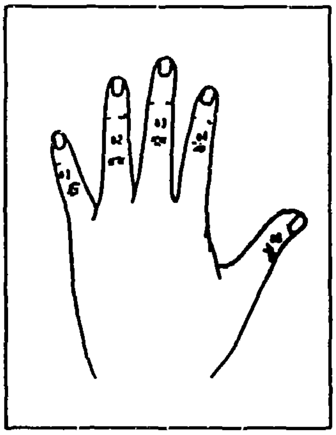
Si asignamos a nuestros dedos los números del 1 al 10 y luego unimos las manos en forma tal que el dedo 1 haga pareja con el 10 y así sucesivamente, podemos observar que: $1 + 10 = 11$, $2 + 9 = 11$, $3 + 8 = 11$, $4 + 7 = 11$, $5 + 6 = 11$, es decir, las parejas de números tienen la misma suma. Así podemos calcular la suma de los números del 1 al 10 multiplicando el número de parejas por la suma de una de éstas o en otra forma

$$S = \frac{(\text{primer término} + \text{último término})\ \text{número de términos}}{2}$$

Comprobamos que igual ocurre si usamos cualquier número de dedos e igualmente si se asignan números de dos en dos, tres en tres, etc.

A partir de las observaciones se define: progresión aritmética y razón.

En base a las definiciones, usando una mano, se asignan a los dedos los valores a_1, a_2, a_3, a_4 y a_5, y se establecen las relaciones con a_1 para observar que:



$$\begin{aligned}
a_1 &= a_1 \\
a_2 &= a_1 + r \\
a_3 &= a_1 + 2r \\
a_4 &= a_1 + 3r \\
a_5 &= a_1 + 4r \\
\hline
a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 &= 5a_1 + 10r
\end{aligned}$$

o también, considerando 5/2 parejas y la suma por pareja igual a la del primer término más el último.

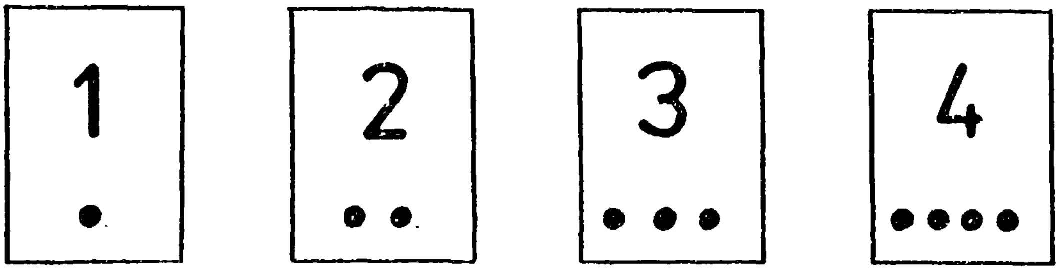
$$S = \frac{(a_1 + a_5)5}{2}$$

Este ejercicio permite dar una idea de como llegar a una demostración, el próximo paso es hacer la demostración.

Para las progresiones geométricas se procede en forma similar, partiendo de un número cualquiera, por ejemplo 1, se multiplica ese número por otro, el resultado, por ese otro y así sucesivamente, luego se unen las manos en forma de hacer parejas a partir del primero y el último, se puede observar que el producto en cada pareja es siempre el mismo.

En forma similar al trabajo con progresiones aritméticas se puede llegar hasta la demostración de la fórmula del producto de los términos de una progresión geométrica.

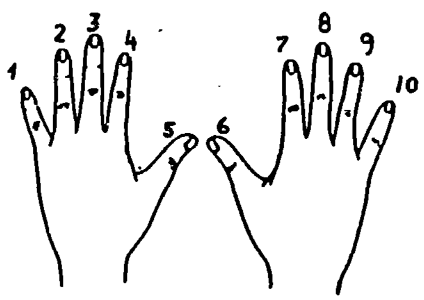
También hemos usado los dedos para afianzar algunos conocimientos, la maestra Angela Orozco (de Caracas) diseñó un material para que los niños del preescolar asocien símbolos numéricos con número de dedos:

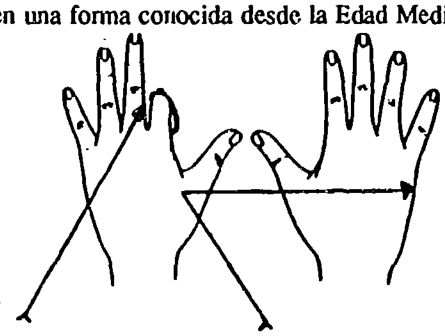


● son orificios por los cuales los niños pueden meter los dedos.

La maestra Margarita Ruiz (de Cardón Estado Falcón) usa sus dos manos juntas (en un puño) para representar la decena, así un puño y dos dedos representan el número 12. Con puños y dedos se efectuan operaciones.

La tabla de multiplicar por nueve también se tiene en las manos, en una forma conocida desde la Edad Media.

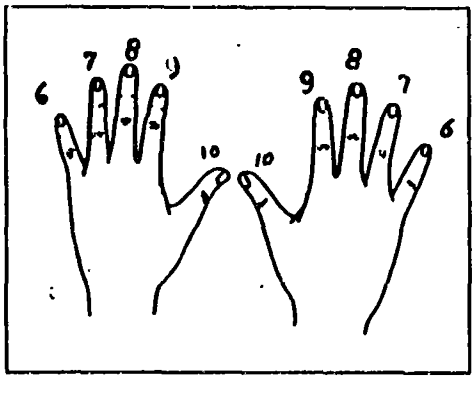




3 decenas 6 unidades

9 X 4 = 36

También desde la Edad Media nos ha llegado la forma de obtener, con las manos, los productos desde 6 hasta 10, por los números del 6 al 10.



Si se desea conocer el producto 8 x 9, se une el dedo 8 de una mano con el 9 de la otra mano; la cantidad de dedos contados a partir de los que están unidos (incluídos estos), hacia la parte más alejada del cuerpo representan decenas (en este caso 7 decenas); el número de dedos que quedan hacia el cuerpo en una mano se multiplica por el número de dedos en posición semejante en la otra mano (2 x 1 = 2) esta cantidad son unidades, luego 8 x 9 = 72.

NOTA: El trabajo al cual corresponde este resumen está publicado como MONOGRAFIA 2 del CENTRO NACIONAL PARA EL MEJORAMIENTO DE LA ENSENAÑZA DE LA CIENCIA--CENAMEC-, APARTADO 75055 EL MARQUES - CARACAS 1070 A - VENEZUELA.

MODELO DE UN PLAN DE TRABAJO PARA LA VINCULACION DE LA FACULTAD DE INGENIERIA CON LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRIA EN LA EDUCACION MEDIA

Argenis Peña
Universidad de Zulia
Maracaibo, VENEZUELA

Existe a nivel de enseñanza superior el problema general de la mala preparación en algunas áreas de los estudiantes provenientes de la educación media.

Este problema se presenta con mayor énfasis en el área de Geometría, ya que los temas correspondientes, son relegados a un segundo término intencionadamente o no, por parte de los profesores, restándole la importancia que esta asignatura tiene como Ciencia Básica para las carreras técnicas. Se tomo como muestra alumnos de primero y segundo año de Ciencias del Ciclo Diversificado de dos institutos públicos y dos privados y los estudiantes del segundo semestre de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia. Se aplicó una prueba diagnóstica para la determinación del nivel de conocimientos de Geometría que tenían hasta ese momento.

Conocidos los resultados de esa prueba se implementó el seminario de actualización en Geometría para los profesores de los institutos muestreados y otros de la localidad, también cátedras libres para los estudiantes de esas instituciones apoyadas por el personal de la Cátedra de Geometría de la Facultad de Ingeniería de Universidad del Zulia. Finalizada esta segunda fase se tomó una nueva muestra, la cual comparada con la anterior, mostró un incremento de los conocimientos de Geometría luego de culminar el dictado de las Cátedras Libres y el Seminario. Para la determinación de estos resultados se utilizaron técnicas estadísticas de muestreo.

Los resultados obtenidos sugieren la necesidad de solicitar el cumplimiento de los programas de bachillerato, dada la importancia de la Geometría para el desarrollo de cualquier carrera técnica.

REFERENCIAS PARA LAS COMUNICACIONES ORALES

Avila, A. (1990) El saber matemático de los analfabetos: Origen y desarrollo de sus estrategias de cálculo *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*. Número especial sobre Alfabetización.

Bocro, P. (1988) *Interdisciplinarietat*. Notas no publicadas de C. Doctorado. Barcelona:UAB.

Castenuovo, E. y M. Barra. (1983) *Matematica Nella Realta*. Torino: Boringheri.

Connolly, P. y Vallardi, T. (Eds.) (1989). *Writing to Learn Mathematics and Science*. New York: Teachers College Press.

D'Ambrosio, U. (1987) *Etnomatemática*. Campinas: UNICAMP.

Dante, L. (1988). *Criatividade e Resolução de Problemas na Prática Educativa Matemática*, Rio Claro: UNESP.

Ferreiro, E. (1983) Los adultos no alfabetizados y sus conceptualizaciones del sistema de escritura. *Cuadernos de Investigación Educativa*, 10.

Freudenthal, H. (1983) *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel.

Giménez, J. (1988) *Gematría, Temps i Espai a la Seu de Tarragona*. Barcelona: JGR.

Giménez, J. (1991) *Innovación Metodológica sobre el Número Racional Positivo*. Tesis no publicada.

Keren, T. (1988) Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. In Behr y Hiebert (Eds), *Research Agenda Project: Research in Number Learning in Middle School*. Reston, VA: NCTM.

Lella, C. Principales intereses de los adultos de la primaria intensiva: Análisis de sus opiniones y actitudes ante los libros de texto. *Cuadernos del CESU*, 10.

Maturana. (1986) *Personal communication*. Edmonton: University of Alberta.

McKnight, C., et. al. (1987) *The Underachieving Curriculum: Assessing U.S. School Mathematics from an International Perspective*. Champaign, IL: Stipes Publishing Company.

A Nation at Risk: The Imperative for Educational Reform. (1983) Washington, D.C.: Government Printing Office.

Nesher, P. (1986) *Microworlds*. Presentación in 8th PME-NA Conference in East Lansing, MI.

Piaget, J. y R. García. (1982) *Psciogénesis e Historia de la Ciencia*. México: Siglo XXI Editores.

PRO-CIENCIA (1986). *Geometría, su Enseñanza*. Buenos Aires: CONICET.

Teles, Viera, et. al. (1988) *A Matemática na Vida das Albelhas*. Lisboa: APM.

Treffers, A. (1986) *Three Dimensions*. Dordrecht: Reidel.

Vygotsky, L. (1986). *Thought and Language*. Cambridge, MA: The Massachusetts Institute of Technology.

PARTE VI
EXPOSICIONES Y POSTERS

Matemática para la familia
María José Cittadina
USA

Concept mapping and writing influence
prospective elementary teachers' knowledge of fractions
Vânia Maria Santos
USA/BRASIL

Educação a distancia
Luiza Falsarelli
BRAZIL

Exposición de libros
Angel Ruiz
COSTA RICA

UME Trends
John and Ann Selden
USA

Tri-Dimensional Logo
Rosanna Miskulin
BRASIL

Publicaciones Españoles
Gonzalo Sánchez
ESPAÑA

Actividades Matemáticas para 4a serie do 1ero grau
Mario Magnusson Jr.
BRASIL

Materiales Bilingüe en Educación Matemática de Perú
Martha Villavicencio
PERU

La revista "Educación Matemática"
Elfriede Wenzelberger
MEXICO

Organización Internacional de Mujeres
en Educación Matemática
Sarah González
REPUBLICA DOMINICANA

Centro Latinoamericana de Investigación y
Desarrollo en Educación Matemática
Sarah González
REPUBLICA DOMINICANA

PARTE VII
COMITE INTERAMERICANO DE EDUCACION MATEMATICA 1992-1996

Eduardo Luna, Presidente
Department of Mathematics
Barry University
Miami Shores, FL 33161 USA
Tel: 305/899-3619 EMail: LUNA@BARRYU

Fidel Oteiza, Vice Presidente
Casilla 5659 Correo 2
Departamento de Matemática
Universidad de Santiago
Santiago, CHILE
Tel: 562/681-1100 Ext. 2295 Fax: 562/681-3083 Bitnet: FOTEIZA@USACHVM1

Patrick Scott, Vice Presidente
College of Education
University of New Mexico
Albuquerque, NM 87131 USA
Tel: 505/277-7753 Fax: 505/277-5917 EMail: SCOTT@UNMB.BITNET

Angel Ruiz, Secretario
Escuela de Matemáticas
Universidad de Costa Rica
San José, COSTA RICA
Tel: 506/534716 Fax: 506/249367

Martha Villavicencio, Vocal
General Varela 598-C
Miraflores - Lima 18
PERU
Tel: 5114/63-37-56

Carlos Vasco, Vocal
Avenida 32 No. 15-31
Bogotá, D.E. COLOMBIA
Tel: 571/232-07-85 Fax: 571/287-9089

Elfriede Wenzelberger, Vocal
Av. Universidad 3000
Ofic Administrat 2, 1 piso
México DF 04510
MEXICO
Tel: 525/548-99-34 Fax: 525/679-73-52 EMail:BERGER@UNAMVM1

Ubiratán D'Ambrosio, Ex-Presidente
UNICAMP
Caixa Postal 6063
13081 Campinas, SP BRASIL
Tel: 55-11-280.0266 Fax: 55-191-39.4717
EMail: UBIRATAN@BAUC.BITNET

Edward Jacobsen
Programme Specialist, Math Education
UNESCO
Place de Fontenoy
Paris 75700
FRANCIA
Tel: 45 68 08 45
EMail: EDJAC@FRUNES21

Carlos Mansilla
Cangallo 1138
3500 Resistencia, Chaco
ARGENTINA
Tel: 54-722-29136 Fax: 54-722-21654
EMail: POSTMASTER@CEMIC.EDU.AR

Claude Gaulin
F.S.E. 1082
Université Laval
Québec (Québec)
CANADA G1K 7P4
Tel: 418/656-7570 Fax: 418/656-2000
EMail: CGAULIN@LAVALVM1

Hernán León
Centro de Matemática
Universidad Central del Ecuador
Casilla 17-08-8190
Quito
ECUADOR
Tel: 244910 ó 235876

Leonel Morales
13 Avenida 5-43
Guatemala, ZOna 2
GUATEMALA

Phillip A. Henry
Apartado 392 - Arco Iris
Colón
PANAMA
Tel: 507/41-4609

Carmen Aurora Ortiz
Universidad Interamericana de Puerto Rico
Apartado 1293
Río Piedra
PUERTO RICO 00919
Tel: 809/250-1912

Alicia Villar Icasuriaga
Instituto de Profesores Artigas
Avda. Rivera 5760
Montevideo C.P. 11400
URUGUAY
Tel: (05982)601275
Fax: (05982)920892

Inés Carrera de Orellana
CENAMEC
Calle Cumuco con Arichuna
Edificio Sociedad de Ciencias Naturales
El Marques
Caracas
VENEZUELA
Tel: 229511 Fax: 02-229366

PARTE VIII
COMITES ORGANIZADORES DE LA

CONFERENCIA INTERAMERICANO DE EDUCACION MATEMATICA
VIII CIAEM

3-7 AGOSTO 1991

UNIVERSIDAD DE MIAMI, CORAL GABLES, FLORIDA, USA

COMITE DEL PROGRAMA

Eduardo Luna (República Dominicana)
Ubiratan D'Ambrosio (Brasil)
Patrick Scott (USA)
Fidel Oteiza (Chile)
Angel Ruiz (Costa Rica)
Emilio Lluis (México)
Claude Gaulin (Canadá)

ORGANIZADORES LOCALES

Gilberto Cuevas, Facultad de Educación, Universidad de Miami
Robert Kelly, Departamento de Matemáticas, Universidad de Miami
Angela Abramson, Do-Director, Conference Housing, University of Miami
Piyush Agrawal, Dade County Schools, Miami, Florida
Dade County Council of Teachers of Mathematics (DCCTM)

PATROCINADORES

UNESCO

Facultad de Educación y
Oficina del Provost
Universidad de Miami

Departamento de Matemáticas y Ciencia de la Computación
Barry University

Departamento de Currículo e Instrucción y
Oficina de Cooperación Técnica Internacional
Universidad de Nuevo México

PARTE IX
PARTICIPANTES EN LA VIII CIAEM

Agrawal, Piyush
10600 SW 73 Ct.
Miami, FL 33156
USA

Akst, Geoffrey
Manhattan Community College
Math Dept.
199 Chambers St.
New York, NY 10007
USA

Almánzar, Cándido
Duarte #3 Residencial Karina Mao
REPUBLICA DOMINICANA

Alvarado, Raúl
Calle 2 Apto 2
Santiago
REPUBLICA DOMINICANA

Aragón, Ana
Diario de Anzo 1928
Barrio el Tribuno
Salta 4400
ARGENTINA

Aragón de Castro, Vilma Luisa
Av. Petit Thovars 2325
Lima 14
PERU

Artavia, Alvaro
Apartado Postal 658
San José 1000
COSTA RICA

Avila Storer, Alicia
Av. Universidad 1900-5-3
Coyoacán
México, DF 04310
MEXICO

Baez, José Justo
Universidad APEC
Av México esq Av Máximo Gómez
Santo Domingo
REPUBLICA DOMINICANA

Balbi, Milena María
López y Planes 752
Resistencia, Chaco
ARGENTINA

Balbuena, Rafael
Edif 10, Apto 3B, Manz A
Urb 30 de Marzo
REPUBLICA DOMINICANA

Blumenthal, Gladis R. Weiner
R. Prof Fitzgerald, 169
90470 Porto Alegre, RS
BRASIL

Bonilla, Elisa
Periférico Sur 2775 Apto. 501
México CP 10200
MEXICO

Borba, Marcello
1101 N. Cayuga St.
Ithaca, NY 14850
USA

Buquet, Alicia
Av de las Américas M60 S4
Shangrilá, Canelones 15001
URUGUAY

Calderón Laguna, Silvia
Apartado Postal 609
San José 1000
COSTA RICA

Carrión Miranda, Vicente
Dakota 379
Colonia Nápoles
México DF 03810
MEXICO

Castiblanco, Ana Celia
Calle 141 #16-41, Apto 503
Bogotá
COLOMBIA

Castrillo Guerra, Leonor
Facultad de Ingeniería
Universidad del Zulia
Maracaibo
VENEZUELA

Castro Gutierrez, Fernando
Apartado 204
Maturin, Monacos
VENEZUELA

Ceballos, Eddy
Universidad APEC
Av México esq Av Máximo Gómez
Santo Domingo
REPUBLICA DOMINICANA

Cetina Vadillo, Doris
E. Pallares y Portillo 235-6
Col. Parque San Andres
México D.F. C.P. 04040
MEXICO

Comas de Midence, Asunción
Avenida Metropolitano Es. Apt 418
Santiago
REPUBLICA DOMINICANA

Consigliere, Lidia
Blanco Viel 596, Cerro Barón
Instituto de Mate, U. Católica
Valparaíso 4069
CHILE

Cordano Ripamonti, Rosanna
Calle 31 #122-201
Mariscal Castilla
Lima 41
PERU

Correa, Alberto
University of Puerto Rico
Depto de Matemáticas
Río Piedras
PUERTO RICO 00931

Crespo, Sandra
606 - 1465 West 12th Ave.
Vancouver
CANADA V6H 1M7

Cuevas, Félix
Apartado 6-4355
El Dorado
Panamá
PANAMA

Cuevas, Gilberto
School of Educ, U of Miami
Coral Gables, FL 33124
USA

Cuevas, María
General Escala No. 1045
Playa Ancha - Valparaíso. 02
CHILE

Cumberbatch, Glenroy
62 Oxnards Heights
St. James
BARBADOS

D'Ambrosio, Beatriz
College of Educ, U of Delaware
Newark, DE 19716
USA

D'Ambrosio, Ubiratan
UNICAMP C. P. 6063
13081 Campinas, SP
BRASIL

da Silva Medeiros, Jorge
Av. Julio Bueno 2425
Vila Gustavo
Sao Paulo, SP 02201
BRASIL

Dante, Luiz Roberto
Avenida 50 no 147
Rio Claro, SP CEP 13500
BRASIL

Delgado, César
Carrera 65 #1B61
Calí
COLOMBIA

de Orellana, Ines
Calle Cuchivero, Quinta "Mauín"
Urb. Piedra Azul - Baruta
Caracas 1091
VENEZUELA

Díaz, José María
Calle 9 #2, "La Lotería"
Santiago
REPUBLICA DOMINICANA

Dinamarca Reyes, Lucy
Carlos Antúnez 1869-805
Santiago
CHILE

do Amaral, Joao Tomas
Avenida Julio Bueno 2425
Vila Gustavo
Sao Paulo, SP 02201
BRASIL

Dominguéz García, Javier
Mariana Pineda 24
Las Palmas 35007
Islas Canarias
ESPAÑA

Engel, Alejandro
Dept of Mathematics
Rochester Institute of Technology
Rochester, NY 14623

Ersoy, Yasar
METU-DSE
06531 Ankara
TURQUIA

Falsarelli, Maria Luiza
Av. Cons. Rodrigues Alves, 407/74
Vila Mariana
Sao Paulo, SP 04014
BRASIL

Faúndez, Milady
Pérez Valenzuela 1515, Depto 16
Santiago
CHILE

Feliciano Quiñones, Bernadette
P.O. Box 10507
Ponce
PUERTO RICO 00732

Figueroa Campos, Silvia
Edificio A-3, Departamento 1103
Torres de Mixcoac
Lomas de Plateros
México, DF CP01490
MEXICO

Galdón, José
Grupo AG Tecnología Educativa
Río Nalón 9 Boadilla
Madrid 28660
ESPAÑA

Gallardo Cabello, Aurora
Nicolas San Juan #1421
Col. del Valle
México D.F.
MEXICO

Gaulin, Claude
F.S.E. 1082
Université Laval
Québec
CANADA G1K 7P4

Giménez, Joaquin
Depto d'Educacio i Psicologia
Division VII
Universitat de Barcelona
Ctra. Valls S/N
Tarragona
E-43007 SPAIN

Gómez, Juliana
Pedro Ayala #52
San Cristóbal
REPUBLICA DOMINICANA

Gómez Meneses, Vicente
Depto. de Matemática
Instituto Tecnológico de Costa Rica
Apartado 159, Cartago 7050
COSTA RICA

Gómez, Ramón
813 NW 133 Ct
Miami, FL 33182
USA

Gómez Váldez, Francisco
Prolongación Calzada
Circunvalación Fte. 49
Ciudad Granja, Jalisco CP 45010
MEXICO

González, Sarah
Calle N #1
Cerro de Gurabo
Santiago
REPUBLICA DOMINICANA

Guericos de Domenico, Ettiene
Universidade Federal do Paraná
Rua General Carneiro 460
5o. Andar, Ed. D. Pedroi
Curitiba 80460
BRASIL

Guerra, Manuel
Edificio A-3, Departamento 1103
Torres de Mixcoac
Lomas de Plateros
México, DF CP 01490
MEXICO

Guerra, Susana
Calle Hungría y Moreno Bellido 267
Quito
ECUADOR

Guilloty Pérez de Ramírez, Petra
Box 608
Mayagüez 00709
PUERTO RICO

Guzmán, Agustín
Calle 1a Edif #5, Apt 2A
Urb 30 de Marzo
REPUBLICA DOMINICANA

Guzmán, Ismenia
Blanco Viel 596, Cerro Barón
Instituto de Mate, U. Católica
Valparaíso 4069
CHILE

Hale Tamayo, Rosa
Bahía Asunción 138
La Paz, BCS 23080
MEXICO

Henry, Philip
P.O. Box 392
Arcoiris, Colón
PANAMA

Herrera, Roberto
Edif 6B, Apto 3A
Urb. 30 de Marzo
REPUBLICA DOMINICANA

Hilton, Peter
Math Department
State University of New York
Binghamton, NY
USA

Jacobsen, Edward
UNESCO
Place de Fontenoy
Paris 75700
FRANCIA

Lancaster-Jones, Alberto
Circunvalación Pte 49
Ciudad Granja
Guadalajara, Jalisco CP 45010
MEXICO

Lantigua, Félix Domingo
Centro Educacional de Bonao
REPUBLICA DOMINICANA

Leal Miranda, Francisco
Encina 1516
Caparra Hts
San Juan
PUERTO RICO 00920

León Velasco, Hernán Rodrigo
Pasaje Girón 138
Quito
ECUADOR

López Cuevas, Antonia
C/ Pedro Antonio García #30
Madre Vieja Norte, San Cristóbal
REPUBLICA DOMINICANA

Lorenz, Dan
61 Sweden St.
Haifa 34980
ISRAEL

Lumpkin, Beatrice
7123 S. Crandon Ave
Chicago, IL 60649
USA

Luna, Eduardo
Barry University
1130 NE 2nd Ave
Miami Shores, FL 33161
USA

Made, Nicolas
Universidad U.A.S.D.
Santo Domingo
REPUBLICA DOMINICANA

Magnusson Jr, Mario
R. Frei Caneca 784 #102
Sao Paulo
BRASIL

Marcano Coello, Gisela
Terraza A del Club Hípico
Calle Ecuador
Resid Acacias - Apto 1A
Caracas 1080
VENEZUELA

Matto Muzante, Enrique
López de Ayala 228
San Borja, Lima 41
PERU

Medina, Casilda
Padre Ayala #52
San Cristóbal
REPUBLICA DOMINICANA

Mejía, Bayardo
18 Av. "B" 0-89
Vista Hermosa II
Guatemala, Zona 15
GUATEMALA

Meza Flores, Mario
Pérez Valenzuela 1515, Depto 16
Santiago
CHILE

Montero, Patricio
Angel Pino 3412
Nuñoa, Santiago
CHILE

Morales, Leonel
13 Avenida 5-43
Guatemala, Zona 2
GUATEMALA

Nicolas, José Manuel
Daniel Espinal 3-G
Santiago
REPUBLICA DOMINICANA

Noronha Cury, Helena
Rua Marquês do Pombal, 1303/202
Porto Alegre 90450
BRASIL

Orellana, Mauricio José
Calle Cuchivero
Qta Mavin - Baruta
Piedra Azul
Caracas
VENEZUELA

Ortega Castañeda, Oscar
Av. San Pablo 180
Colonia Reynosa Tamaulipas
México D.F. 02200
MEXICO

Ortiz, Carmen
P.O. Box 204
Humacao
PUERTO RICO 00792

Ortiz-Franco, Luis
Mathematics Department
Chapman College
Orange, CA 92666
USA

Oteiza, Fidel
Depto. Mat y Computación
Universidad de Santiago
Casilla 5659, Correo 2
Santiago
CHILE

Oviedo Gutiérrez, Jenny
Apdo 515
San José
COSTA RICA

Padilla Diáz, Francisco J.
C/Pedro Doblado Claverie
Resid Prof BL-B, 2o DCHA
Santa Cruz de Tenerife 38010
ESPAÑA

Pedersen, Jean
Dept. of Mathematics
Santa Clara University
Santa Clara, CA 95053
USA

Peña Ríos, Argenis Luis
Facultad de Ingeniería
Universidad de Zulia
Maracaibo
VENEZUELA

Perdomo, Petronila
General Leger #147 Alto
Santo Domingo
REPUBLICA DOMINICANA

Pereira dos Santos, Vânia
Indiana U - School of Educ
Math Education, Rm 309
Bloomington, IN 47405
USA

Pérez Fernández, F. Javier
Arenal, 1, 6o A, Iz
11.100 S. Fdo (Cadiz)
ESPAÑA

Pérez Jiménez, Antonio
c/ Asunción 35 - 2o
41011 Sevilla
ESPAÑA

Pizarro, Antonio Geraldo
180 Charles Ave
Shreveport, LA 71105
USA

Plácido, José
Universidad U.A.S.D.
Santo Domingo
REPUBLICA DOMINICANA

Poiani, Eileen
Saint Peter's College
Jersey City, NJ 07306
USA

Pugliese, Ana Lucia
R Dr. Renato P de Barros 322/131
Sao Paulo 04530
BRASIL

Quesada, Francisco
Apdo 96, 2450
San Antonio de Desamparado
San José
COSTA RICA

Quesada Solano, Ana Lía
Apdo 49
Heredia
COSTA RICA

Radford, Luis
Escuela de Formación de Profes
(EFPEM)
Universidad de San Carlos
Guatemala Zona 12
GUATEMALA

Ramírez Rigo, Cristina
C/ Río Nalón No 9
28660 Boadilla del Monte
Madrid
ESPAÑA

Ramos Domínguez, María T
Dpto. Estadística e Inv Operativa
Universidad de la Laguna
38271 La Laguna
Tenerife, Islas Canarias
ESPAÑA

Rivera Carrasquillo, Elba I.
Box 623
Saint Just
PUERTO RICO 00978

Rivera Vega, Luz
Jardins Fagot
Calle 4 C-10
Ponce
PUERTO RICO 00731

Rodrígues, Valdir
Avenida Julio Bueno 2425
Vila Gustavo, Sao Paulo, SP 02201
BRASIL

Rodríguez, A. V.
MSIP Dept. of Educ
1435 4th Street #B812 SW
Washington DC 20024
USA

Rodríguez, Dulce
Pontificia Universidad
Católica Madre y Maestra
Santiago
REPUBLICA DOMINICANA

Ruiz Zúñiga, Angel
Escuela de Matemática
Universidad de Costa Rica
San José
COSTA RICA

Sánchez Vásquez, Gonzalo
c/ Jucar, 6
41012 Sevilla
ESPAÑA

Saúrez Bracho, Estrella
Ave 2B No 84-176
Res. La Vista, Apto 1
Maracaibo
VENEZUELA

Scott, Patrick
College of Education
University of New Mexico
Albuquerque, NM 87131
USA

Sebastiani Ferreira, Eduardo
Av. Mores Sales 1027, Apt. 73
Campinas, SP 13010
BRASIL

Seberino Comprés, Juan
Centro Educacional Bonao
Bonao
REPUBLICA DOMINICANA

Selden, Annie
1015 Melrose Dr.
Cookeville, TN 38501
USA

Selden, John
1015 Melrose Dr.
Cookeville, TN 38501
USA

Sicilia Rodríguez, Joaquín
Dpto. Estadística e Inv Operativa
Universidad de la Laguna
38271 La Laguna
Tenerife, Islas Canarias
ESPAÑA

Soto Lamboy, Juan
Urb Punto Oro, Calle 10-L-19
PUERTO RICO 00731

Sunzunegui, Elena
Avda 9 de Julio 2665
Resistencia, Chaco
ARGENTINA

Thompson, Alba
Mathematics Department
San Diego State University
San Diego, CA
USA

Torres Vélez, Félix
Urb. Stgo.
Hostos 5, Juana Díaz
PUERTO RICO 00795

Tsijli Angelaki, Teodora
Esucela de Matemáticas
Universidad de Costa Rica
San Pedro de Montes de Oca
COSTA RICA

Ugarte Martínez, María D
Departamento de Mat Aplicada
Facultad de Matemáticas
Ciudad Universitaria
50.009 Zaragoza
ESPAÑA

Vallejo Martínez, Arsenia
Lyon 400, Dpto 42
Santiago
CHILE

Vasco, Carlos E.
Avenida 32 No 15-31
Bogotá, DC
COLOMBIA

Vásquez Batista, Ramón Antonio
Ave. Isabel Aguiar 42-C
Herrera, Santo Domingo
REPUBLICA DOMINICANA

Vázquez de Tapia, Nelly
Echeverría 2109 Piso 10 Dto B
1428 Buenos Aires
ARGENTINA

Verdún, Armando Luis
Calle Ana Charneaux
Campo Largo, Chaco
ARGENTINA

Villar Icasuriaga, Alicia
Avda. Rivera 5760
Montevideo 11400
URUGUAY

Villavicencio Ubillús, Martha Rosa
General Varela 598, Dpto. C
Miraflores, Lima 18
PERU

Vizcaino Díaz, Ofelia
Microondas 13
Col Amp Sinatel del Iztapalapa
México D.F. CP 09470
MEXICO

Wenzelberger, Elfriede
CCH-Maestría en Educ Matemática
Univ Nacional Autónoma de México
México DF
MEXICO

Wright, Antonia
Calle 39 No 1
Los Mina
Santo Domingo
REPUBLICA DOMINICANA

Zapata, Andrea
C/ Principal #2
Frente a la Metalúrgica
Madre Vieja Norte
San Cristóbal
REPUBLICA DOMINICANA

Zúñiga Topete, Enrique
Utah 1807, Residencial Campestre
Chihuahua, Chichuahua
MEXICO

Zúñiga Topete, Héctor
Halcones 44
Fracc Loma de Gaudalupe
México D.F. CP 01720
MEXICO

Zúñiga Topete, Jorge
Guantánamo #15
Torres Lidavista
México D.F. CP 07708
MEXICO