educación matemática en las américas - IV

Informe de la Cuarta conferencia interamericana sobre educación matemática
Caracas (Venezuela)
1 - 6 de diciembre, 1975

CIAEM
Comité interamericano para la enseñanza de la matemática

UNESCO
Oficina regional de ciencia y tecnología para américa latina y el caribe

Las ideas expresadas por los autores de los artículos firmados pertenecen a los mismos y no reflejan necesariamente las de la Unesco

Publicado en 1976 por la Oficina Regional de Ciencia y Tecnología de la Unesco para América Latina y el Caribe (Montevideo) e impreso en los talleres de la misma.

CONTENIDO

* * *

PROLOGO

El presente volumen es el Informe de la IV CONFERENCIA INTERAMERICANA SOBRE EDUCACION MATEMATICA celebrada en Caracas (Venezuela) del 1 al 6 de diciembre de 1975.

Catorce años antes, del 4 al 9 de diciembre de 1961, gracias al esfuerzo y tenacidad del profesor Marshall H. Stone, entonces Presidente de la Comisión Internacional sobre Educación Matemática, con el apoyo económico de varias entidades internacionales y el empeño entusiasta de un grupo de matemáticos y educadores colombianos, tuvo lugar la primera de estas Conferencias Interamericanas en Bogotá (Colombia). En ella, el profesor Stone expuso la aspiración general de la Conferencia: "hacer todo cuanto nos sea posible, a fin de elevar la enseñanza de la matemática en aquellos países de los que somos ciudadanos, al nivel de nuestros tiempos, tiempos que demandan que los jóvenes de hoy sean mejores matemáticos de lo que fueron sus mayores, mucho más imaginativos y mucho más diestros en el manejo de la matemática, para que esta sea fructífera en las varias actividades del hombre".

Para llevar a cabo estos deseos, la conferencia de Bogotá aprobó una serie de resoluciones, entre ellas la de crear el Comité Interamericano para la Enseñanza de la Matemática (CIAEM) o Interamerican Committee on Mathematical Education (IACME). Desde entonces ha sido el CIAEM/IACME y sus comités organizadores locales, contando en cada caso con la generosa hospitalidad y ayuda del país invitante, los encargados de organizar las conferencias posteriores de Lima (1966), Bahía Blanca (1972) y Caracas (1975). Todas ellas han sido presididas por la idea directriz de facilitar el contacto y comunicación entre matemáticos, docentes y responsables de la educación matemática en los distintos países y hacer posible con ello la discusión directa de sus problemas y la programación conjunta de sus posibles soluciones.

Se ha procurado, en cada Conferencia, fijar unos temas básicos de discusión y señalar, como resumen final, algunas recomendaciones que expresen las opiniones de la Conferencia respecto de dichos temas. Estas recomendaciones señalan siempre metas ideales, sin la pretensión de que sean llevadas a cabo íntegramente y por igual en todos los países. La indicación de programas óptimos es siempre útil para no andar a ciegas y saber, por lo menos, la dirección precisa hacia la que cumple dirigir los esfuerzos.

A través de sus recomendaciones y por la labor y empeño de sus participantes, convertidos al regresar a sus países en entusiastas propagandistas de las orientaciones fijadas, las Conferencias del CIAEM han tenido marcada influencia en el progreso de la educación matemática en América. En menos de 15 años, la enseñanza de la matemática ha sufrido importantes revisiones en sus métodos y contenidos y ha sido eje de polémicas, a veces razonables y fructíferas, a veces sin mayor conocimiento de causa, pero que han servido, siempre, para despertar el interés por el problema y, casi siempre, para lograr avances positivos en los programas y en la metodología de las clases de matemáticas en todos los niveles.

Para la Conferencia de Caracas, cuyas Actas constituyen el presente volumen, después de consultar con los distintos miembros del CIAEM y con el Comité Organizador, se seleccionaron los siguientes temas:

1. *Las Aplicaciones en la Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática.* En la Conferencia de Bahía Blanca se trataron los temas de la Computación y de la Matemática en las Ciencias Aplicadas y en las Escuelas Técnicas. Se trató de demostrar que la matemática moderna no se desinteresa, ni mucho menos, por la ciencia de la computación (informática) y que ella es útil en las ciencias aplicadas, para las cuales la matemática es, aparentemente por lo menos, tan solo una herramienta. En la Conferencia de Caracas el problema se presentó bajo otro ángulo. Se trató de presentar a las aplicaciones de la matemática como medio para ayudar y desarrollar mejor su enseñanza y su aprendizaje. Es decir, llegar a la matemática, sin adjetivos, a través de aplicaciones que motiven su estudio y justifiquen el conocimiento de su operatoria.

La cuestión presenta cierta novedad por el siguiente motivo. La enseñanza de la matemática ha ido siempre acompañada de ejercicios y problemas, como ejemplos de sus aplicaciones. Los textos clásicos de matemática, en todos los niveles, suelen traerlos en abundancia. Al introducir la matemática moderna en los programas, se pensó esencialmente en su aspecto formativo, dejando de lado las posibles aplicaciones a problemas de la vida diaria, pensando que ello resultaría de manera natural llegado el caso. El resultado ha sido que en muchos cursos de matemática de los últimos años ha sido corriente presentar una teoría "moderna" y una ejercitación "clásica". Los problemas de aplicación elegidos solían ser problemas clásicos, para los cuales no era fácil justificar la necesidad de la matemática moderna. Sin descuidar aquellos problemas que mantienen su actualidad, como pueden ser los problemas de áreas y volúmenes o los de aritmética comercial, se trata ahora de buscar problemas que surjan de la manera de vivir moderna y que interesen al alumno por su actualidad, por ejemplo problemas derivados de la economía, de la polución, de las fuentes de energía, del crecimiento demográfico, o sea, de problemas de los cuales se oye hablar constantemente en la casa y en la calle. De esta manera el alumno no se encontrará con la discontinuidad frecuente entre la matemática del aula y la matemática de la vida. En este sentido, los problemas de probabilidades y estadística ofrecen un vasto campo, así como los problemas de optimización, problemas de modelos, teoría de la información, etc. En vez de buscar aplicaciones directas de una matemática ya hecha, se trata de incitar a los alumnos a desarrollar la matemática necesaria para tratar ciertas aplicaciones que hayan despertado su interés, mostrando como el pensar matemático se adapta a muchos problemas que antes se dejaban a la intuición, por no poder condensar sus muchos datos en alguno de los pocos esquemas concretos de la matemática clásica.

A este respecto la importante contribución de Emma Castelnuovo, educadora italiana de vasta experiencia y bien merecido renombre, presenta interesantes ejemplos y certeros puntos de vista. Los trabajos presentados por Colette Andrieu-Bui y Bui-Trong-Lieu han de ser muy útiles como ejemplo de la importancia creciente de la matemática en las ciencias humanas y de como en Francia esta importancia se traduce en el establecimiento de nuevos cursos y nuevas carreras interdisciplinarias, seguramente de gran porvenir.

2. *La Matemática en el Ciclo Diversificado.* Es un problema importante el de saber hasta cuándo la matemática es única para todos los alumnos y en qué momento conviene diversificarla, para mejor adaptarla a los propósitos de cada uno de ellos. Es una tendencia generalizada, y Venezuela es uno de los países pioneros en este sentido, la de diversificar el ciclo secundario en distintas especialidades ¿Cuál debe ser la matemática para cada especialidad? Clásicamente, en muchos países han existido el bachillerato en ciencias o científico y el bachillerato en letras o humanístico. En cuanto a las matemáticas, la diferencia era esencialmente una cuestión de cantidad. Actualmente la diversificación es mucho mayor (escuelas técnicas, agronómicas, industriales, sanitarias, comerciales,...) y para muchas especialidades la cantidad de matemática que se estima necesaria, medida en horas de clase, es del mismo orden. Se trata de ver si los temas a tratar o el enfoque de los mismos debe también ser el mismo o si conviene diferenciar para cada especialidad. Si se considera únicamente el aspecto formativo de la matemática, es claro que ella puede ser única en todas las especialidades, aunque la formación puede también admitir matices, pero si se tiene en cuenta su aspecto operacional o técnico es posible que convenga diversificar. ¿En qué proporción y de qué manera? ¿Debe también variar la metodología? ¿Puede la matemática, variando su presentación, contribuir a formar capacidades más o menos pragmáticas o más o menos idealistas?

El problema se presenta en todos los niveles. Al nivel universitario, la gran cantidad de conocimientos acumulados obliga a la especialización dentro de cada rama de las ciencias aplicadas y para cada una de ellas hay que desarrollar una matemática adecuada, basada y sostenida por las mismas raíces, pero con el follaje adaptado al ambiente en que tendrá que desarrollarse y vivir. La transferencia de los conocimientos matemáticos acumulados en los últimos años a quienes puedan utilizarlos con provecho, sin ser matemáticos, es uno de los problemas capitales de la pedagogía matemática actual a nivel superior.

Este punto fue tratado en Caracas por J. Dieudonné, cuyas autorizadas y firmes opiniones son siempre, desde Royaumont, seguidas con el mayor interés en todas las reuniones o congresos en que se trata de la enseñanza de la matemática. La experiencia venezolana, con reflexiones válidas para cualquier país, fue expuesta por Héctor Pantoja, José Sarabia y Ennodio Torres, con detalles y ejemplos adecuados para mejor centrar el problema. El distinguido especialista W. Servais trató con detalle la experiencia belga, acompañando interesantes comentarios y adjuntando programas analíticos que podrán servir de guía o de valiosa base de discusión para muchos países. La experiencia colombiana, con precisos puntos de vista personales y discusión de posibles programas, fue presentada por C.E. Vasco Uribe, Mary Falk de Losada, Jairo Charris Castañeda y R. Losada Marquez, todos ellos de la Universidad Nacional de Colombia.

3. *Enseñanza extra-curricular de la matemática (Olimpíadas, Museos de Ciencias, Ferias de Ciencias, Centros de Matemática, etc.).* La matemática debe salir de las aulas y expandirse por todas las actividades de la vida. Los alumnos deben ser capaces de "ver" situaciones matemáticas en muchos aspectos de la vida diaria. Por esto hay que desarrollar la imaginación, fomentar las conversaciones y polémicas sobre problemas matemáticos, realizar proyectos en que la matemática juegue papel esencial, analizar como modelo y ejemplo las grandes obras matemáticas del pasado. Todo ello puede iniciarse en las clases, pero necesita más tiempo del que disponen los cursos regulares. De aquí la importancia de las tareas extra-curriculares. A fines de la Edad Media y principios de la Moderna, durante el Renacimiento, fueron famosos los torneos matemáticos en que grandes figuras (Tartaglia, Ferrari, los Bernoulli,...) proponían y resolvían problemas presentados como desafío por otros matemáticos. Muchos progresos de la matemática se debieron a la firme voluntad de los competidores que, como los caballeros andantes que les precedieron, luchaban para alcanzar honor y fama. La competencia, en el deporte y en la ciencia, siempre ha sido un buen medio para superar marcas y conquistar nuevos resultados. Al lado de las competencias deportivas, las competencias científicas, en nuestro caso las matemáticas, pueden dar buenos resultados.

En varios países se han experimentado diversos aspectos de las mismas. Ellas sirven, por otra parte, para descubrir talentos a quienes ayudar y cultivar. La inteligencia matemática está repartida por igual entre los diferentes pueblos y, dentro de ellos, entre la ciudad y el campo. Todo lo que se haga para descubrirla y luego ayudarla, redunda en bien de la matemática y de la sociedad.

Dentro del tema, cabe considerar la importancia de las asociaciones y sus órganos de expresión son los elementos indicados para difundir métodos, discutir programas y plantear problemas. Sería interesante la creación de estas asociaciones en todos los países. La comunicación a este respecto de E. Glenadine Gibb, presidente del National Council of Teachers of Mathematics de U.S.A., puede ser de mucho estímulo y utilidad. A una escala adecuada y con el ajuste conveniente de parámetros, es un modelo de lo que podría hacerse en otros países. El problema de la educación a distancia, tan importante en estos momentos en que la población de alumnos crece mucho más rápidamente que la de profesores o la de escuelas para recibirlos, merece especial atención y en este sentido la comunicación de J. Jiménez Romero y E. Lima de Sá, exponiendo el experimento realizado en la Universidad Simón Bolivar, es del mayor interés. Finalmente, dentro del Tema III, J. Michelow, cuya preocupación al respecto ha sido puesta en evidencia en conferencias anteriores, expone una experiencia extra-curricular típica, como es la construcción de computadoras en la enseñanza media.

4. *Matemática y Desarrollo: el problema de la formación de profesores.* El desarrollo de los países necesita ciencia. La vida actual es demasiado complicada para que los pueblos puedan moverse y regirse por intuición y demasiado cambiante para que puedan descansar en la inercia de lo que siempre fue. Todo exige planificación y no se puede planificar sin manejar y ordenar muchos datos y sin saber predecir, con la mayor seguridad posible, lo que puede suceder a partir de una situación dada al dejar libres o al hacer funcionar determinados controles. Todo ello exige razonamiento matemático y, además, mucha técnica matemática. Hay que equipar a los futuros dirigentes de la sociedad y aún a todos los componentes de la misma, con una mentalidad matemática y con una técnica operatoria matemática cada vez más perfecta y delicada.

El papel de la educación matemática en el desarrollo de los países es de capital importancia. El desarrollo depende de la tecnología disponible y de la capacidad para manejar y sacar el máximo provecho de la misma, lo cual no puede hacerse sin una fuerte base matemática. La tecnología moderna es demasiado complicada para que pueda manejarse como una operatoria rutinaria, siguiendo mecánicamente las indicaciones de un manual. Para aprovechar todas sus posibilidades, hace falta comprenderla y tener conocimiento de su trasfondo conceptual, para lo cual es indispensable una sólida formación matemática. Puede decirse que el grado de desarrollo es proporcional a la cantidad de conocimientos matemáticos y que el gradiente de desarrollo es proporcional a la habilidad para asimilar estos conocimientos.

La educación matemática necesita muchos y muy buenos educadores. Ser maestro o profesor de matemáticas no es una tarea fácil. Se necesita tener muy buen conocimiento de una disciplina en constante evolución y un fino espíritu de observador para ir siguiendo el proceso del aprendizaje en los alumnos. Hay que tener cualidades de matemático, psicólogo y pedagogo. Para la redacción de los currícula se pueden formar equipos con especialistas de estas tres disciplinas, pero para llevar luego a la práctica docente con éxito las recomendaciones del equipo, el educador debe haber asimila-

do fuertes dosis de las mismas. Por esto el problema de la formación de profesores, ya discutido en muchas conferencias internacionales, entre ellas las interamericanas de Bogotá y Lima, sigue siendo de actualidad y por esto se incluyó en el temario de la de Caracas.

Sobre estas cuestiones fueron presentadas varias comunicaciones. D. Crespín sintetiza, con certeras palabras, la importancia de la matemática -pura y aplicada- para el desarrollo de la sociedad. Interesantes puntos de vista, abarcando aspectos muy variados sobre la matemática, tanto en cuanto a su enseñanza como a la investigación, temas a tratar, evaluación, influencia de unos países sobre otros, etc., son expuestos por P. Dedecker, buen conocedor de la matemática y de sus influencias sociales en muchos países del mundo. Sobre los mismos temas, la comunicación de Ubiratan D'Ambrosio presenta opiniones y plantea problemas de palpitante actualidad y primordial interés para todos nuestros países. El problema de la formación de profesores es tratado por M. Orellana Chacín y Saulo Rada Aranda, con especial referencia a Venezuela, pero con puntos de vista aplicables a cualquier país. La importancia de una buena educación matemática y, para ello, de una buena formación de profesores, es enfatizada con claridad y competencia por H.F. Fehr, vicepresidente saliente del CIAEM.

Aparte de las conferencias generales, el presente volumen contiene los informes sobre las novedades acerca de la enseñanza de la matemática en algunos países y los resúmenes de dos mesas redondas, una sobre "Matemática y Desarrollo" y otra sobre "La problemática de la reforma de la enseñanza de la Matemática".

Queremos terminar este Prólogo con algunas noticias informativas sobre el CIAEM /IACME, entidad organizadora de la Conferencia, que pueden servir de continuación a las contenidas en el volumen anterior EDUCACION MATEMATICA EN LAS AMERICAS III.

Aunque durante todo el período en que el CIAEM fue presidido por el profesor Marshall H. Stone (1961-1972), el CIAEM estuvo fraternalmente vinculado con la International Commission on Mathematical Instruction (ICMI), estas relaciones quedaron formalizadas en la reunión que el ICMI realizó en Vancouver el 24 de agosto de 1974 con motivo del Congreso Internacional de Matemáticos celebrado en dicha ciudad, aprobándose la afiliación del CIAEM/IACME al ICMI y de común acuerdo quedaron establecidas unas bases de cooperación entre ambos comités. El hecho nos pareció de importancia, pues la vinculación formal del CIAEM con el máximo organismo mundial que persigue análogos objetivos, proporciona una mayor solidez a su base de operaciones.

En el orden interno, desde la última conferencia de Bahía Blanca, el CIAEM mantuvo contacto con los diversos países a través de su secretaría, ejercida por Enrique Góngora de Costa Rica y de todos sus vocales, titulares y suplentes, junto con las Comisiones Nacionales adheridas, en los países en que se constituyeron. En realidad, el intercambio informativo entre nuestros países no es tan intenso y continuado como sería de desear. Existen interesantes experiencias y actuaciones en varios países que no son conocidas de los demás. Existen también excelentes publicaciones piloto de organismos oficiales, así como textos para la primera y segunda enseñanza, que podrían ser de mucha utilidad como guía y ejemplo, pero que no salen muchas veces del país de origen y solamente son conocidos en la oportunidad de conferencias o reuniones internacionales como la Conferencia de Caracas. La divulgación de estos hechos es una de las tareas fundamentales que debería encarar el CIAEM. La idea de publicar un Boletín Informativo que hiciera conocer a todos los países las actividades que sobre educación matemática se realizan en los demás, así como los acontecimientos mundiales al respecto, ha sido presentada en casi todas las Conferencias Interamericanas, pero la realización ha presentado siempre dificultades, principalmente de orden económico. La impresión y la distribución son caras, máximamente teniendo en cuenta que entre muchos países americanos el correo aéreo es el único que asegura la comunicación en un plazo de tiempo prudencial.

Durante los años 1967 a 1970, la Comisión Colombiana del CIAEM y el Departamento de Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia, bajo la dirección del Dr. Ricardo Losada Márquez, tomaron a su cargo la publicación del primer Boletín Informativo del CIAEM, del que salieron varios números, con la publicación, entre otras cosas, de un interesante censo de las instituciones latinoamericanas que ofrecían programas de trabajo y estudios de alto nivel en matemáticas, indicando en lo posible los requisitos de ingreso, grados que se podían obtener, becas disponibles, etc. La actualización periódica de este censo sería una tarea provechosa.

Después de unos años de interrupción, en 1975, el Instituto de Matemática, Estadística y Computación de la Universidad Estadual de Campinas (Brasil) (IMECC-UNICAMP), bajo la dirección del Dr. Ubiratan D'Ambrosio tomó a su cargo la publicación de dicho Boletín Informativo, habiendo salido el primer número de esta segunda etapa. Como el CIAEM no tiene fondos propios, la publicación sólo puede hacerse por buena voluntad de alguna institución protectora. Por esto es un deber aprovechar la oportunidad para agradecer al Departamento de Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia, por su ayuda anterior y, al Instituto de Matemática, Estadística y Computación de la Universidad de Campinas, por la actual.

Para terminar deseo agradecer a la Unesco, en nombre del CIAEM la valiosa ayuda de hacer posible, a través de su Oficina Regional de Ciencia y Tecnología para América Latina y el Caribe de Montevideo, la publicación del presente volumen, informe final de la Conferencia de Caracas, que incluye las conferencias generales de la misma. De esta manera se tienen ya publicados cuatro volúmenes titulados EDUCACION MATEMATICA EN LAS AMERICAS I, II, III, IV correspondientes a las cuatro Conferencias Interamericanas realizadas hasta el presente, los cuales contienen lo hecho por el CIAEM/IACME durante sus años de existencia. Creemos que ellos son un buen testimonio de lo que, en cuanto a educación matemática, América piensa, hace y aspira. El esfuerzo del profesor Howard F. Fehr al editar los dos primeros volúmenes, además de merecer nuestro sincero agradecimiento, debe ser un estímulo y una guía para proceder de manera análoga en todas las conferencias sucesivas. Las palabras pasan y lo escrito queda.

La organización de la Conferencia de Caracas, como la de las que le precedieron, exigió esfuerzos mancomunados de personas e instituciones. En nombre del CIAEM me es grato dejar constancia del más sentido agradecimiento a todas ellas.

Luis A. Santaló
Presidente del CIAEM

* * *

PARTE I

DISCURSOS DE APERTURA

WORDS PRONOUNCED BY DOCTOR HOWARD FEHR, VICE PRESIDENT OF THE INTER-AMERICAN COMMITTEE ON MATHEMATICAL EDUCATION

I am taking the place of the President who is delayed and as Vice President I will try to say what I think the President would have said. A discipline is a well-organized body of knowledge. Mathematics is a discipline. There is no question about it. One can tell whether a person is doing mathematics or he is not doing mathematics. Its mark and its bounds are well-defined.

This does not mean that it remains a fixed body of knowledge, because constantly the mathematicians are adding new concepts, new subject matter and new areas of contest as mathematics enters into other fields.

Now, when we come to mathematics education, we have something quite different. It is not a discipline, its marks and bounds are not defined; mathematics education is a study. It is a study of the way in which we present mathematics to our students in order that they may learn it and they may have it for use in the next generation ahead. They study it in many fields of knwoledge. Naturally, mathematics itself is a very important part of mathematical education. But psychology of learning, the philosophy of education, the economics and politics of use of a country with a guide to what it wants of its students, all of these things enter into the problem of mathematical education.

Now, one of the biggest factors has been the enormous scope. I don't need to tell you that. This has created a completely changed attitude of people on the part of what science is, what science should do or should not do, where the world is going and alike. The biggest factor that we have to consider in mathematics education is change, because change there will be; and it will continue to be and we must educate our children and our college students and even our adults so that a method, a body of information and a mental formation will enable them to use these mathematics in the years ahead.

Now, tradition has a tremendous hold on everything. The way we will talk is the way we usually teach because we know how we learn, we know what we like, too what we wouldn't like, and so we teach those things that we seem to know best in the manner in which we learnt them. But tremendous advances in knowledge that have taken place in the last seventy-five years force us to reconsider this whole problem of changing our teaching.

Of course, some of the problems that we have to face will be covered in this conference. Not all problems can be covered in this conference, for as I have indicated, the field of mathematical education is too broad to cover every idea and every part of knowledge that enters into it.

I think that some of the problems that we face are: Who needs to know mathematics? How much mathematics? And what kind of mathematics? I am quite sure that every nation in the world today needs a certain particular body of its population to be well-versed in the sciences and we must teach that mathematics that is useful for science and for the advancement of science.

One of the big gaps in civilization is that between the scientists and mathematicians who know and the great mass of people who don't know science, who do not know mathematics and are even afraid of it. We have to close that gap as one of the big problems facing every country, every nation throughout the world. We want mathematics for the great group of cultured people who have to know what is going on in their world.

And then of course, there is the mathematics, daily free mathematics that we use in every day life. This is for the most part computation. But we have to learn that computation. What change do we mean? Well, let me refer to one right off the real.

The slide rule is now an obsolete mathematical instrument. You don't need it. We have the electric calculator and this will do all that the slide rule did, it will do a lot more, and all engineers now are carrying their digital little hand computer.

So, you see you are living in an age where already something that you treasured has grown obsolete.

What about the use of the computers in the elementary school? That is a big question that has to be resolved. Little Johnny can't add with a nice little title, but with this little calculator, every Johnny can add and add faster and better than the man who wrote the book. So you see we are facing a problem with the electronic manual calculator. The electronic digital computers are all going to change the way in which we solve our mathematical problems.

What geometry is needed and should we teach our children? What is the purpose of teaching geometry? We have debated this now for seventeen years in meetings all over the world. It is about time we come to some conclusion or some idea as to why geometry and what kind of geometry is important in our education. The same may be said for algebra. Algebra structures, algebra called abstract, algebra called vector spaces have all crept in to the thinking of what is, should or what can possibly be done in a high school with these subjects. We have to cite it.

What kind of mathematics will you need in the future? We have been talking about creative mathematics and trying to make creative people in the field of mathematics. I think we have overdone it but you are to decide that. We don't need only to have creative people in the field of mathematics, above all we need to have people who know enough mathematics so they can interpret what is going on. So, mathematics for interpretation becomes another important problem.

I think that in the next few days, guidance, directions, points of views will come to the fore and then, you will have to decide from all of this what guidelines should be laid down for the next three to five years so that we can improve mathematics.

In the name of the Inter-American Committee on Mathematics Education, I wish to thank the Venezuelan Committee and to assure you that I hope that when you leave on Friday or Saturday you will have had the most interesting and the most informative and the most eye-opening conference that you have ever attended. Thank you.

* * *

PALABRAS DEL PROFESOR MAURICIO ORELLANA
PRESIDENTE DEL COMITE VENEZOLANO DE EDUCACION MATEMATICA

Particular importancia reviste la presente Conferencia, tanto para Venezuela como para aquellos países cuyo desarrollo matemático es aún incipiente y su conformación es semejante al nuestro, llamados "países en vías de desarrollo". Es natural que todos estos encuentros entre matemáticos y educadores producen beneficios a la enseñanza de la matemática, ya que los mismos ofrecen la oportunidad del intercambio directo de las experiencias vividas por los participantes de diversos países y la transmisión de nuevas ideas y técnicas de enseñanza que, de otra manera pudieran quedar aisladas o ser más difícil la comunicación.

Pero, señalamos la particularidad de esta Conferencia por el provecho que esperamos obtener de la misma, al escuchar las opiniones de los distinguidos matemáticos y pedagogos aquí reunidos, en momentos en que el proceso de reforma de la enseñanza de la matemática se enfrenta a algunos cuestionamientos, algunas críticas muy serias por la autoridad de donde emanan, reconocimientos de fallas cometidas y por ende, lo que debemos esperar, el perfeccionamiento de dicha reforma a fin de darle estabilidad por un cierto período en el cual la misma se retroalimentará y reajustará.

Es bien conocido por todos ustedes que a fines de la década del 50 y comienzos de la del 60 se inició este proceso de reforma, la cual se extendió al nivel medio y primario, debido en gran parte a las presiones y exigencias del profesorado de educación superior y de los matemáticos profesionales y que, una vez preparado el terreno en cuanto a divulgación y metas de la misma, se fue venciendo la resistencia y desconfianza inicial de parte de algunos sectores del profesorado, y así, como es nuestro caso para la secundaria en 1969. Ahora bien, antes señalaba, que a partir de la década del 70 se producen fuertes críticas por parte de algunos eminentes matemáticos y una sana reacción a ciertas fallas provenientes de los mismos impulsadores de la reforma, no con el ánimo de retroceder y volver al statu quo, lo que es imposible, sino con la buena intención de corregir los desaciertos. Para países como Venezuela y sus hermanos latinoamericanos, con un incipiente desarrollo matemático, en donde la información que procede de los países más desarrollados llega con retraso y en la mayoría de los casos de manera inadecuada, más a través de divulgaciones de tipo periodístico y no por la vía directa o del estudio y reflexión profunda acerca de las diversas opiniones emitidas, la presente Conferencia, a través del intercambio directo de ideas con algunos de los principales protagonistas de esta reforma, con las conferencias que darán y la mesa redonda que sobre dicho tema se llevará a cabo, permitirá aclarar al profesorado, autoridades y colectividad en general, cual es la situación real.

Hemos visto aparecer artículos de prensa, de revistas de ciencia en general, algunos libros ... cuyo solo título causa desconcierto entre los sectores involucrados en la enseñanza y el público, algunos de ellos rezan así: "Las Matemáticas Modernas ¿Un fiasco?", "Matemáticas Modernas: una discutida reforma "saboteada" por malos libros", "La crisis de las matemáticas modernas", etc..... y como consecuencia de ello, lo que se transmite entre las personas son murmullos como estos: "En Francia la reforma ha fracasado totalmente y piensan volver atrás","en USA hay movimientos fuertes que cada día suman más adeptos en contra de lo realizado", "obsérvese que en los países socialistas no se han cometido esos errores del occidente", etc..... esto produce incertidumbre, desconfianza y un vacío en cuanto a que es realmente lo que está sucediendo. Por otro lado, los mismos profesores comentan cosas como éstas: los alumnos ahora no saben calcular, un niño o adolescente no sabe decir cuánto es 5/2 + 1/3, ni factorizar, si simplicar fracciones, etc.... y ello se debe a que hablan una "jerga" vacía, carente de contenido real,los índices de aplazados en matemáticas han crecido, los alumnos no tienen idea de la geometría pues nunca le han enseñado ésta ya que la "matemática moderna" y la reforma la suprimió, así los males anteriores se deben a lo último. Más fuerte es aún la crítica, pues afecta a las personas, cuando el profesorado de Educación Superior dice que en Bachillerato nada enseñan a los alumnos, y lo que se debe hacer es "un lavado cerebral" para eliminar las deformaciones que traen de la secundaria. Algunas de estas críticas pueden ser válidas, siempre que se hagan con la buena intención de corregir.

Al mismo tiempo nos preguntamos: ¿Y es que antes de la reforma los alumnos sabían calcular más?, pues esto se escucha desde hace muchos años y en el caso venezolano no puede culparse de esta falla a la reforma ya que es sólo en 1974 que egresó la primera promoción con los nuevos programas.

¿Y es que antes de la reforma no había también un alto número de aplazados en esta Ciencia?; naturalmente que una simple operación da que ahora hay más, pero es de tomar en cuenta el aumento masivo de alumnos para comparar y ver si la situación ha variado o no, al menos en países como Venezuela en que existe la masificación de la enseñanza; observen solamente que la Universidad Central de Venezuela (UCV) planificada para 10.000 alumnos ya tiene más de 56.000 y que en 1960 existían en el país 83 liceos oficiales y hoy son más de 600.

Podríamos seguir haciéndonos preguntas de ese género y colocarles sus respectivas respuestas, a fin de concluir que los inconvenientes a la reforma de la Enseñanza de la Matemática no son producto de la introducción de nuevos contenidos,supresión de otros, de los programas que son susceptibles de enmiendas. La búsqueda de nuevas técnicas de enseñanza, lo cual aún no se ha implementado pues no se logra por decreto, y la escasez de material de apoyo al inicio, se ha ido subsanando. Busquemos entonces, los males en otras fuentes como son: inadecuada preparación del docente, escasez de profesores graduados (caso de los países en vías de desarrollo), el aumento masivo de estudiantes comparado con el de los cuadros docentes lo cual produce cursos numerosos, los frecuentes conflictos estudiantiles, la escala de valores de la sociedad en que vivimos que con su complemento de distracciones a que se ve sometido el joven (y el público en general) por la avalancha de tipo publicitario y de los medios de comunicación, incide de manera muy fuerte contra la escuela; y es claro que, figuran las propias exageraciones y deformaciones de la reforma, pero ellas son las que están a nuestro alcance para ser corregidas y se discutirán en la Conferencia.

Para referirme por último, a un grave problema confrontado en Venezuela, antes señalado, y extensivo a otros países latinoamericanos, comenzaré diciendo que los estudios matemáticos propiamente dichos arrancan en Venezuela en 1958 con la creación en la UCV de la Facultad de Ciencias (13/3/58) y dentro de ella la carrera de Licenciado en Matemática. Esta juventud matemática es común a la mayoría de los países latinoamericanos. Antes de dicha etapa, los estudios matemáticos se limitaban a impartir docencia básica para la formación de ingenieros, químicos, economistas, ... y a la formación de profesores de secundaria en dicha especialidad por intermedio del Instituto Pedagógico Nacional (Caracas).

Hoy día existe un número apreciable de Instituciones que imparten la carrera de matemático y de profesorado de educación media, pero a pesar de ello, la producción de egresados continúa siendo escasa frente a la demanda y las necesidades futuras, tanto para el nivel superior como para la educación media. Para darnos una idea del déficit, de la desproporción entre la oferta y la demanda, basta con citar algún dato: Las Universidades Nacionales no han graduado más de 100 matemáticos y en la sola UCV labora aproximadamente ese número, cifras que se dramatizan cuando vamos al caso de secundaria en donde el orden de no graduados es del 70%, porcentaje que se incrementa cuando se piensa que parte de los diplomados están retirados o bien ejercen funciones administrativas pero no laboran como docentes en el aula. Dicha situación es común a los países en vías de desarrollo.

El tema será objeto de estudio en la Conferencia y sobre el mismo cabe la siguiente interrogante: antes se mencionó que uno de los obstáculos más serios a una eficiente reforma en la enseñanza de la matemática, es la falla de carácter profesoral, es decir la escasez de personal graduado y bien preparado, entonces ¿porqué si en los países más desarrollados no se presenta este fenómeno de manera aguda, en donde los requisitos para el ingreso al profesor de educación media son mayores que en el de nuestros países y cuya tendencia es más bien hacia la competencia profesional, sin embargo la reforma también ha encontrado diversas fallas? Dejemos a los señores delegados de los países de mayor desarrollo matemático aquí presentes: USA, Francia, Canadá, Bélgica, Italia, Japón, a que den las respuestas que ellos consideren adecuadas y luego, una vez confrontadas en el transcurso de la Conferencia con las situaciones en Latinoamérica y las ideas que sobre el tema tenemos los latinoamericanos, podamos llegar a conclusiones fructíferas que ayuden a remediar esta grave situación.

Sólo nos resta decir que, en nombre del Comité Organizador Local de la Conferencia, agradecemos a las Instituciones patrocinantes de este evento: Ministerio de Educación, Universidad Central de Venezuela, Instituto Pedagógico de Caracas, Organización de Estados Americanos (OEA), UNESCO, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas (CONICIT), Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC), la Electricidad de Caracas, Colegio de Profesores de Venezuela, Universidad de Oriente y Universidad Simón Bolívar y a los participantes de América, Europa y Asia, os damos nuestra más cordial bienvenida.

* * *

PALABRAS DEL DOCTOR LUIS MANUEL PEÑALVER, MINISTRO DE EDUCACION

Dr. Howard Fehr, Vice-Presidente del Comité Interamericano de Educación Matemática; Profesor José Alejandro Rodríguez, Presidente Honorario del Comité Venezolano de Educación Matemática; Dr. Juan Campos Catelin, Representante de la OEA; Profesor Saulo Rada Aranda, Vice-Presidente del Comité Venezolano y demás miembros de este Comité; Señor Representante del Colegio de Profesores de Venezuela y de los demás gremios docentes del país; Distinguidos invitados internacionales, invitados nacionales. Señoras y Señores:

El gobierno de Venezuela se complace en dar esta noche la bienvenida a los distinguidos científicos y educadores de Europa, EE.UU., Asia, América Latina y las Antillas, que han venido junto con representantes de UNESCO, OEA, de los directivos del Comité Interamericano de Educación Matemática y del grupo de científicos y pedagogos venezolanos en esta especialidad a trabajar en forma mancomunada para encontrar fórmulas que permitan mejorar la enseñanza de la matemática en nuestros países.

Quiero a nombre del Gobierno Nacional expresar nuestros votos de grata permanencia a los amigos que nos visitan y desear el más completo éxito en las deliberaciones que se van a cumplir en esta IV Conferencia.

El Ministerio de Educación concede una importancia excepcional a este evento educativo y científico coincidiendo en esto con la preocupación mundial y continental que existe hoy en día sobre el mejoramiento de las enseñanzas de las matemáticas. Viene esta conferencia a ser una prolongación de la I Conferencia hecha en Bogotá en 1961; en Lima, en 1966, y en Bahía Blanca en 1972, donde fueron analizados tópicos de tanto interés como la formación y mejoramiento del profesorado, el mejoramiento de la enseñanza de la matemática a los distintos niveles, el análisis del curriculum a nivel de la educación media en el área matemática, el problema de los textos en la enseñanza de la matemática, la enseñanza de la computación, la enseñanza de la matemática a nivel medio y también a los niveles primario y superior y otros temas en la enseñanza de esta importante disciplina.

Existe actualmente un gran interés y una gran expectativa en Venezuela por esta reunión internacional prestigiada con la asistencia de destacados científicos y pedagogos del mundo entero, porque se entiende la importancia primordial que tiene la matemática en la formación integral del educando y en la capacitación de los profesionales y científicos que necesita el país. No podía ser de otra manera porque Venezuela vive actualmente un momento crucial de excepcional importancia en su historia educativa. Hemos logrado en los últimos años, gracias al esfuerzo continuado de los gobiernos democráticos, un crecimiento cuantitativo sin precedentes. De tal manera, que actualmente tenemos más de 3 millones 500 mil niños y jóvenes en el sistema educacional; 300 mil en primaria; 800 mil en educación media y cerca ya de 300 mil alumnos en la educación superior. Se ha robustecido el sistema educacional oficial y asimismo el sistema educacional privado que actualmente son atendidos por más de 100 mil educadores y 50 mil funcionarios empleados y obreros que ocupa el sistema educativo.

Para este año y el venidero el Gobierno va a invertir en educación unos 7 mil millones de bolívares que significan el 20% del presupuesto nacional. Pero al mismo tiempo, tanto en las autoridades educativas como entre los educadores, existe una toma de conciencia ante la presencia todavía de serias fallas cualitativas derivadas de la rapidez del crecimiento del sistema provocando una dilución de los recursos humanos y de los recursos físicos para el aprendizaje. Y fallas que se deben, además, a un retardo en la incorporación al sistema educativo de los adelantos pedagógicos y a la incorporación de la nueva tecnología educativa, y por otra parte, a la persistencia de viejas estructuras en la administración educativa que no se habían renovado en los 25 ó 30 últimos años. Por ello, el gobierno nacional a través del Ministerio de Educación se ha propuesto un proceso que ya se ha iniciado, de realizar una profunda transformación en el sistema educacional, transformación que hay que plantearla, en primer lugar, en la orientación del sistema educativo que debe estar orientado a formar un hombre integral, pero no el hombre abstracto integral, sino aquel que habrá de darle frente a las necesidades y problemas nacionales, desde este año de 1975 hasta los comienzos del siglo XXI, porque quienes han de dirigir y mover este país en el siglo XXI están ya sentados en las aulas de pre-escolar y de primaria. Necesitamos formar un hombre culto, de mentalidad crítica y capacitado no solamente para darle el

frente a los problemas actuales, sino también para darle frente al incesante cambio que tiene actualmente nuestra dinámica sociedad.

Necesitamos, además, formar ciudadanos democráticos para nuestra sociedad democrática, porque tenemos la firme convicción que aún cuando la educación puede florecer bajo todos los regímenes políticos, bajo el régimen democrático es como puede desarrollarse con mayor amplitud produciendo mejores resultados en el ambiente de libertad, de democracia y de justicia social.

Estamos también empeñados en reformar el contenido del acto educativo, actualizándolo, haciéndolo dinámico, de modo que vaya de acuerdo con la dinámica de los tiempos. Y al mismo tiempo dando frente a este fenómeno propio de los tiempos modernos, de la renovación, del enriquecimiento incesante de los conocimientos que hacen que la educación de hoy no sea igual a la educación de mañana ni a la educación de los próximos años. Necesitamos también transformar los métodos y los instrumentos del sistema educativo, porque actualmente estamos enfrentados al reto de una educación para las masas, de una masificación y de una democratización integral de la enseñanza pero conservando, al mismo tiempo, las características de calidad que requiere este proceso. Y esto es posible, y será posible, mediante el uso cada vez más amplio de la moderna tecnología educativa que permite multiplicar la acción del profesor y de los recursos pedagógicos.

Requerimos, al mismo tiempo, efectuar modificaciones estructurales en nuestra concepción educativa; requerimos ampliar notablemente el pre-escolar que es la base fundamental para la inserción de los alumnos en el sistema educativo;requerimos transformar nuestra educación primaria obligatoria, transformándola en una educación básica de 9 años que permita formar los ciudadanos cultos, de capacidad crítica que necesita la sociedad moderna. Estamos en la obligación de diversificar la educación media y la educación superior para formar los recursos humanos que el país necesita a todos los niveles, desde el kindergarten, nivel primario, medio, superior hasta los niveles post-universitarios o post-doctorales. Tenemos para todo esto que realizar una transformación estructural de la administración educativa procurando su descentralización, su desconcentración hacia las áreas regionales y zonales del país, procurando que el municipio y el estado tomen cada vez mayor responsabilidad en el quehacer educativo.

Necesitamos, finalmente, que la educacion se desarrolle dentro del concepto de que tiene que ser un instrumento de desarrollo no sólo para el país, sino también para la comunidad regional latinoamericana y del Caribe; de nada valdría que lográramos nosotros grandes progresos en el campo educacional venezolano si al mismo tiempo continuáramos rodeados de países hermanos con graves problemas en el campo educativo, cultural y científico. Por eso, la educación que hoy se propugna tiene que ser una educación concebida con sentido de integración latinoamericana. Esta revolución educativa, señores profesores, debe cumplirse en el contexto y, al mismo tiempo, como apoyo de transformaciones políticas, económicas y sociales que le corresponde realizar al gobierno y a la sociedad venezolana. Una política de conservación y de explotación racional de los recursos naturales renovables y no renovables. Una política nacionalista de recuperación de la soberanía en aquellas riquezas fundamentales como el petróleo y el hierro; una política de impulso al desarrollo agropecuario y al desarrollo industrial, no siguiendo paso a paso el camino que han seguido los países de mayor desarrollo porque esto impediría cerrar la brecha que hoy en día nos separa de ellos, sino buscando caminos y fórmulas propias de desarrollo nacional, regional y latinoamericano.

Al mismo tiempo es necesario plantear como tesis de fondo que estamos propugnando por un desarrollo político, económico y social, pero no un desarrollo que vaya en beneficio de pequeñas o medianas minorías y que deje todavía en el desamparo a las grandes mayorías nacionales y a los sectores marginales del país. Consideramos que nuestro desarrollo político, económico y social debe orientarse hacia el beneficio de las grandes mayorías nacionales, procurando un aumento de la producción y la riqueza, pero al mismo tiempo, que esto vaya acompañado de una distribución justa del bienestar y del beneficio para todos los venezolanos.

Tenemos, al mismo tiempo, que admitir que un desarrollo de este tipo y el desarrollo educativo que tiene que servirle de base sólo será posible si logramos impulsar suficientemente la educación, la ciencia y la tecnología como un instrumento de formación de recursos humanos, como un instrumento de formación de los conocimientos y de técnicas y al mismo tiempo, como un factor de creación de actitudes sociales positivas.

En este proceso le corresponde un papel esencial a la ciencia y a la tecnología: ciencia y tecnología que actualmente están también mal distribuidas en el mundo. Existe una brecha profunda entre los países desarrollados, cuyos conocimientos y tecnologías están creciendo actualmente en forma exponencial ampliando la brecha que nos separa cada vez más de los países de menor desarrollo como los nuestros. En el caso de Venezuela, el esfuerzo que tenemos que desarrollar en ciencia y tecnología es de singular magnitud; tenemos una pobre infraestructura científica y tecnológica, deberíamos tener por lo menos 13.000 científicos en todas las áreas, para estar dentro de las normas que establecen las Naciones Unidas, de un científico por cada mil habitantes; sin embargo, tenemos apenas 2.500 científicos y tecnólogos en el país, menos de la cuarta parte de los requerimientos.

Nuestra ciencia ha sido calificada, en parte con justicia, como una ciencia de carácter marginal porque cuanto se haga acá en materia científica, de investigación, en ciencia y tecnología, está influyendo poco en nuestro desarrollo económico, y el desarrollo económico que estamos logrando en este momento se está haciendo a base de ciencia y de tecnología importadas que le cuestan al país más de 3.000 millones de bolívares por año. Estamos realizando pobres inversiones en investigación científica y tecnológica; deberíamos estar invirtiendo, por lo menos, 4.000 millones de bolívares anuales en investigaciones de ciencia y de tecnología y apenas estamos invirtiendo unos 500 millones.

Nuestra ciencia es fundamentalmente la ciencia característica de los países subdesarrollados, donde la mayor parte -aunque pareciera una paradoja- más de un 60% es ciencia básica, ciencia pura; apenas un 35% de ciencia aplicada y solo un 5% de ciencia destinada al desarrollo económico, lo cual contrasta con la posición de los países desarrollados donde la mayor proporción de la ciencia y tecnología producidas se hace en el campo de la ciencia y del desarrollo y de la ciencia aplicada. Al mismo tiempo estamos produciendo de manera deficiente en las Universidades y en los Institutos de tipo superior, los recursos humanos que necesitamos para llenar esta brecha del desarrollo científico y tecnológico. Estamos todavía produciendo en las Universidades un 40 por ciento de profesionales en las áreas humanísticas y sociales; apenas un 15% en las áreas de Ingeniería; un 4% en las áreas de ciencias de la tierra y en el área de Ciencia, Biología, Química, Física y Matemática sólo estamos produciendo el 4% de los egresados que salen de nuestros estudios superiores.

Ya aquí se ha recordado, como en Venezuela apenas hay unos 100 matemáticos graduados en las Universidades y la gran mayoría de ellos se han quedado trabajando en las propias Universidades por la carencia de los recursos de alto nivel para la educación superior. De allí que tengamos el deber fundamental de impulsar la educación y de impulsar también la ciencia y la tecnología y especialmente la enseñanza de la ciencia.

En este sentido el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas, está realizando un gran esfuerzo y lo mismo el Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC), que está realizando actualmente las investigaciones para plantear después las soluciones con el fin de incrementar y mejorar notablemente la enseñanza de las ciencias a nivel primario, medio y superior.

Y aquí tenemos que destacar, por la naturaleza de este Congreso, la gran importancia que tiene la enseñanza de las matemáticas, que constituyen, junto con la filosofía, la base de todas las demás ciencias. Es necesario plantear claramente (y acá ya lo ha hecho en forma elocuente el Prof. Orellana), los numerosos problemas a los cuales nos enfrentamos en la educación con la enseñanza de las matemáticas. Esta enseñanza es un problema de tal magnitud, que podemos afirmar que está actuando en este momento como un factor distorsionador en la orientación de la corriente juvenil que va hacia las distintas profesiones. Quienes hemos trabajado a nivel de educación media, especialmente, sabemos la resistencia, la repugnancia y el rechazo que tienen la gran mayoría de los alumnos hacia las matemáticas por la forma inconveniente y contraproducente como se le viene tradicionalmente enseñando. En forma tal que podemos decir a grandes rasgos, que a la hora de escoger carreras, más que seguirse por vocación interna los estudiantes se orientan por el signo simple de que donde están las matemáticas allí entra sólo una pequeña minoría y la inmensa mayoría se va a otras carreras y no importa cuáles sean, porque no tienen el escollo fundamental y tradicional que desde la educación primaria viene significando las enseñanzas de las matemáticas. Por eso es necesario revolucionar la enseñanza de las matemáticas, para hacerlas más racionales, más atractivas y más productivas en su enseñanza. Especialmente en los últimos años -y a esto también se refirió con la experiencia que tiene en la Educación Media el Prof. Orellana- estamos teniendo en el sistema educacional venezolano una verdadera confusión sobre la cual hay que trazar líneas perfectas y definidas: Pasamos en los últimos años de la enseñanza de la matemática tradicional basada sobre el cálculo pragmático a las matemáticas modernas con su base de tipo abstracto, de especulativo y de relaciones. Pero, por una parte, la mala implementación de la enseñanza de las matemáticas modernas, la falta de preparación adecuada en un magisterio acostumbrado tradicionalmente a la enseñanza de la matemática convencional y, por otra parte, la falta de preparación adecuada en la enseñanza de la matemática moderna, ha llevado a que en este momento no sea exagerado afirmar que nuestros muchachos de primaria y de educación media no están aprendiendo ni la matemática Convencional ni la Matemática Moderna.

En este sentido y tomando en cuenta la gran importancia que tiene la matemática para la formación integral y mental de los alumnos para su preparación y orientación hacia las áreas científicas, cuya carencia hemos destacado anteriormente, significa que hoy en día la enseñanza de la matemática sea uno de los puntos cruciales en la educación venezolana y de cualquier transformación que querramos implantar en el campo educativo.

Por esto el Ministerio de Educación le ha dado, lo mismo que las Universidades del país y los Institutos educacionales oficiales y privados tanta relevancia a esta IV Conferencia. Las conclusiones de las anteriores conferencias y las conclusiones a que ustedes lleguen en las deliberaciones servirán para definir las condiciones de formación del magisterio matemático en el área primaria, media y superior. Necesitamos también que se defina el tipo y la metodología de la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles educacionales, desde el pre-escolar hasta la Universidad. La fórmula, al mismo tiempo, de procurar establecer métodos atractivos de enseñanza y de selección para detectar los talentos matemáticos que nos sirvan mañana para formar los recursos humanos que está reclamando nuestra ciencia y nuestra tecnología. Servirán también estas conclusiones para incrementar nuestras relaciones e intercambios tanto en la administración educativa, como en la parte pedagógica entre los educadores de nuestros países de América Latina y del Caribe, que tienen en general una problemática común en el área de la enseñanza de la matemática.

En Venezuela tenemos en este momento la posibilidad, además, de establecer ensayos experimentales suficientemente vigilados y evaluados, tanto en la educación primaria, pero sobre todo en la educación media, con el establecimiento de institutos experimentales para poner en marcha la educación básica de 9 años y también los institutos experimentales donde se va a modificar el régimen anual para trabajar con el régimen de semestres y realizar un cambio completo en el tipo de enseñanza y de evaluación.

Estamos también interesados en conocer criterios valederos sobre el problema de los textos en el área de las matemáticas. Uno de los problemas más importantes que tiene ahora la educación venezolana es la proliferación de textos con pocos controles por parte del Estado, movidos generalmente sólo por afanes de lucro y que crean graves problemas para los padres y representantes cuando llega la hora de iniciarse las tareas escolares. A este respecto el Ministerio de Educación tiene el propósito de simplificar las áreas de enseñanza, tanto en educación primaria como en la educación media, donde consideramos que bastaría que en cada período escolar se dieran 5 ó 6 áreas fundamentales en vez de las 10 ó 12 asignaturas con las cuales actualmente se fatiga a profesores y a alumnos. Y esto también tiene que traer una reorientación en la política de los textos escolares. Pensamos en este año empezar a sacar a concurso para los autores de textos escolares la elaboración de textos que una vez seleccionados puedan ser publicados en grandes cantidades como textos oficiales y no como textos únicos, porque estamos en un país donde la libertad de pensamiento y de creación tiene que asegurarse, pero sí el texto oficial que permita que llegue hasta las clases marginales y hasta las clases populares, textos de alta calidad y de bajo precio. En este sentido es interesante que contemos con recomendaciones precisas de las características y condiciones que deben llenar los textos de matemáticas para la educación venezolana.

Señoras y Señores, el Ministerio de Educación, el Gobierno Nacional y los Institutos educacionales oficiales y privados del país, los gremios docentes y todos aquellos que nos afanamos en el quehacer educativo, estamos pendientes de las deliberaciones de este Congreso. Sus resoluciones y recomendaciones serán objeto de un cuidadoso estudio por parte del Ministerio de Educación para ser aplicados de manera concienzuda y eficiente como un instrumento más para lograr esa profunda transformación educacional, científica y tecnológica en que está empeñado todo el país venezolano.

En nombre del Gobierno venezolano me complace dejar esta noche solemnemente inaugurada la IV Conferencia Interamericana de la Enseñanza de la Matemática. Señores.

* * *

PARTE II

EXPOSICIONES SOBRE LOS TEMAS DE LA CONFERENCIA

TEMA I

LAS APLICACIONES DE LA MATEMATICA EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE

LAS APLICACIONES DE LA MATEMATICA EN EL PRIMER CICLO SECUNDARIO

Emma Castelnuovo (Italia)

Cuando se habla de "matemática y sus aplicaciones en la enseñanza secundaria" se trata, generalmente, de desarrollar una teoría y, luego, hacer ver a los alumnos algunas aplicaciones de esta teoría; se trata, por lo tanto, de un pasaje de lo abstracto a lo concreto, es decir de una concretización.

Ahora bien, esta posición metodológica no tiene sentido en un primer curso secundario: muchachos de doce-catorce años, no están habituados a seguir y a captar la belleza de una teoría abstracta: no se les puede decir "estudien y enseguida tendrán la recompensa: las aplicaciones":

Por otra parte, hay que considerar un hecho fundamental: las aplicaciones deben ser interesantes, deben referirse a grandes problemas de la realidad actual. Y, a propósito de ésto, hay que decir que lo concreto que motiva a los alumnos se vuelve cada día más amplio: de la realidad física a la biológica, de la realidad económica a la social, de la técnica a la artística.

¿Cómo se pueden conciliar estos dos aspectos didácticos?

Desde hace muchos años tengo la oportunidad de enseñar en el primer ciclo secundario italiano (edad de los alumnos 11-14 años), y, por lo tanto, he podido experimentar en este sentido.

Pienso que es útil referir algunos ejemplos para dar una idea de cómo, en mi opinión, se pueden conciliar las dos necesidades didácticas, o sea, desarrollar en conjunto la teoría y la práctica, lo abstracto y lo concreto. En el primer ejemplo que voy a exponer la motivación viene de la realidad social, en el segundo, de la realidad estética.

Hace tres años el Massachusetts Institute of Technology, publicó un libro con el título "Los límites del desarrollo", libro traducido en varias lenguas. En este libro se explica, matemáticamente, cómo el crecimiento de la población es tan rápido que ya al comienzo del año dos mil, la humanidad tendrá serios problemas de subsistencia.

De este libro hablaron, en mi país, muchos periódicos y revistas, y fueron hechos amplios comentarios por la televisión. Naturalmente los alumnos estaban muy motivados. El problema era el siguiente: llevar esta cuestión a las clases de muchachos de doce años.

Empecé a discutir con los muchachos sobre el crecimiento, de cómo se puede crecer: los tantos ejemplos sugeridos por los mismos alumnos nos llevaron a reconocer que en muchos casos, el crecimiento se produce según un cierto orden, según una ley matemática.

Miremos la Fig.1. Tenemos algunos rectángulos en cartoncito, sobrepuestos en un cuadrante cartesiano: la altura de todos es el triple de la base. Los vértices libres se encuentran sobre una misma recta, que pasa por el origen. Y es justamente por la propiedad de estos rectángulos, que la recta se llama: "$y = 3x$", es su ecuación. Insisto sobre estos particulares de mi exposición porque no se trata de un curso de geometría analítica.

La tabla nos dice que la diferencia entre un valor de y y el valor precedente es siempre la misma, en este caso es 3. Es una característica de la ley de proporcionalidad directa.

Experimentamos interesantes aplicaciones de esta ley a la botánica, relacionadas con el crecimiento de las hojas. Pero ahora no tengo tiempo para entrar en particulares.

Se nos pregunta: ¿se puede crecer más rápidamente? Un ejemplo muy conocido por los alumnos es aquél del área del cuadrado en función del lado y el del volumen del cubo, también en función del lado.

Los cuadrados que se ven en la Fig. 2, ilustran la situación. Se ve también la tabla con la variación del área por números enteros y el gráfico continuo; es la parábola de ecuación $y = x^2$.

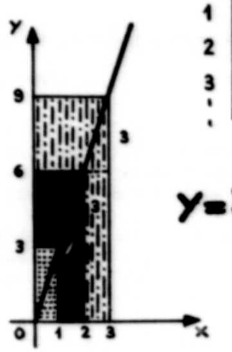
Pero, fijemos la atención sobre la tabla; se notan dos hechos: por números grandes, esta curva supera aquella de la proporcionalidad, y, una cosa aparentemente curiosa, esta vez no es la primera diferencia que es constante, sino la segunda. Este hecho impresiona a los muchachos.

Y, ¿qué decimos del volumen del cubo? La construcción es clara (Fig.3): los volúmenes crecen igual a la tercera potencia del lado.

Veamos ahora la tabla y el gráfico de la Fig.4. Es la parábola cúbica de ecuación $y = x^3$. Examinemos la tabla: la rapidez de crecimiento es mayor y, esta vez, para encontrar la constante se debe llegar a Δ_3.

Fig.1

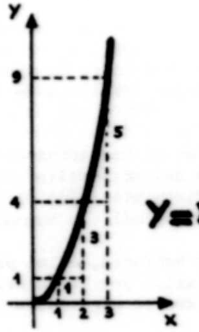
base x	altura y	Δ_1
0	0	3
1	3	3
2	6	3
3	9	
.	.	



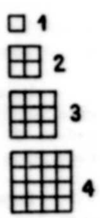
$y = 3x$

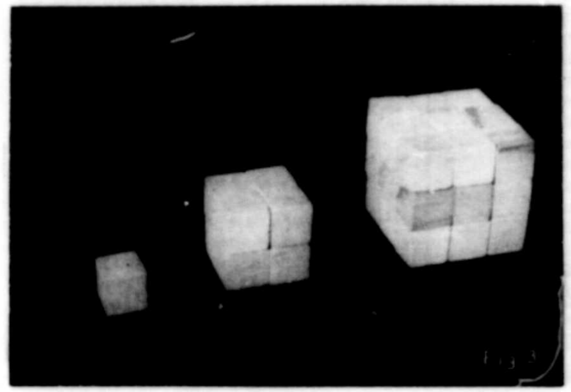
Fig.2

lado x	área y	Δ_1	Δ_2
0	0	1	2
1	1	3	2
2	4	5	2
3	9	7	
4	16	:	
.	.		



$y = x^2$





Y ¿después? Son los mismos muchachos quienes, alejándose de lo concreto (no se trata más ni de un área ni de un volumen), llegan a "ver" la función $y = x^n$ y a intuir que por una tal función se debe llegar a Δ_n para obtener la constante.

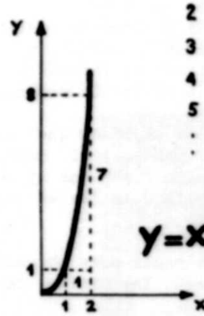
Es ahora que se pasa a otro tipo de función: es la naturaleza la que nos lo sugiere. Volvemos, por lo tanto, a lo concreto.

La ameba, este ser unicelular, se reproduce por desdoblamiento. Si, como se ve en la Fig.5, en la generación cero hay una sola ameba, en la primera generación tendremos dos individuos, en la segunda cuatro, etc. Son los muchachos los que escriben la ley $y = 2^x$, hacen el gráfico y observan que, esta vez, nunca se llega a una diferencia constante: propiedad, ésta, característica de la ley exponencial.

Fig.4

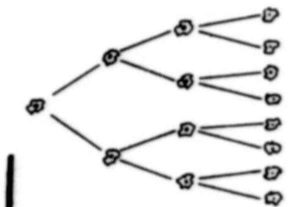
lado x	volumen y	Δ_1	Δ_2	Δ_3
0	0	1	6	6
1	1	7	12	6
2	8	19	18	6
3	27	37	24	.
4	64	61	.	.
5	125	.	.	.
.	.	.		

$\Delta_3 = $ cte.



$y = x^3$

Fig. 5



$y = 2^x$

generaciones x	individuos y	Δ_1
0	1	1
1	2	2
2	4	4
3	8	8
4	16	.
.	.	.

La Fig.6 nos conduce a pasar de la naturaleza a otra realidad; es una realidad financiera: el interés bancario. Partíamos de un capital inicial de 10.000 bolívares, depositado en el banco al interés del 10%. La tabla muestra el valor de la suma que se puede retirar después de uno, dos, tres, ... años. Es interesante notar que las diferencias sucesivas nunca llegan a un valor constante, sino que se reproducen siempre por la misma ley: cada diferencia es la décima parte de la precedente. Se trata, todavía, de una ley de tipo exponencial.

año x	suma y	Δ_1	Δ_2
0	10.000	$1.000 = \frac{1}{10}\,10.000$	$100 = \frac{1}{10}\,1.000$
1	11.000	$1.100 = \frac{1}{10}\,11.000$	$100 = \frac{1}{10}\,1.100$
2	12.100	$1.210 = \frac{1}{10}\,12.100$	$121 = \frac{1}{10}\,1.210$
3	13.310	$1.331 = \frac{1}{10}\,13.310$	
4	14.641	.	
.	.	.	
.	.		

$$\Delta_n = \frac{1}{10}\,\Delta_{n-1}$$

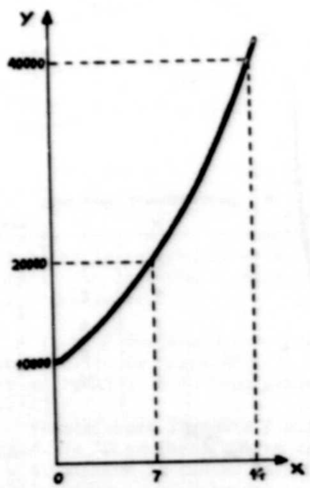
Fig.6

Puede ser importante saber cuántos años se necesitan para que el capital inicial se duplique, es decir llegue a 20.000: siguiendo nuestra tabla se obtiene que son necesarios poco más de siete años; y se necesitan otros siete para llegar a 40.000.

Hemos dibujado un gráfico continuo para expresar mejor la función (Fig.7).

Es fácil intuir que si el interés es igual a la mitad, es decir, al 5%, se necesitarán el doble de años para duplicar el capital. Se descubre, de una manera intuitiva, la siguiente ley aproximada (válida para pequeños intereses):

Fig.7



$$I.t_d \cong 70$$

(el interés por el tiempo de duplicación es igual aproximadamente a setenta)

de donde $t_d \cong 70:I$.

Ahora bien, se puede demostrar (no en el primero sino en el segundo ciclo secundario) que esta regla es válida para cada ley exponencial. Es justamente esta regla la que nos conduce a una conclusión asombrosa. Volvamos a la cuestión que ha suscitado el interés por el tema "crecimiento": cómo crece la población mundial.

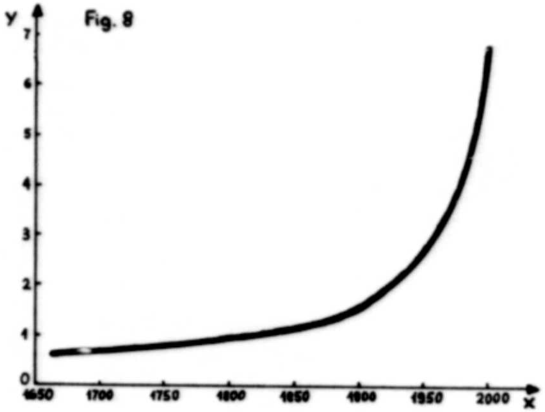
No es difícil hacer intuir a los alumnos que la población aumenta siguiendo una ley exponencial: basta, por ejemplo, observar que si una madre tiene dos hijas y si cada hija tiene a su vez dos hijas, la ley es claramente exponencial.

Luego se podrá aplicar nuestra regla para obtener el tiempo de duplicación. Ahora, según los últimos datos de la ONU, resulta que la tasa de crecimiento es 2,1; por lo tanto se tiene:

$$t_d \cong 70:2,1 \cong 33$$

Esta es la conclusión: dentro de 33 años, es decir al comienzo del año dos mil, la población mundial será el doble de la actual: será de 7 mil millones. Se ve, en la Fig. 8, el aumento de la población desde el año 1650 y las previsiones para el dos mil. Y, si la tasa de crecimiento continuara con el mismo ritmo, ¡en el año tres mil un cuadrado de diez centímetros de lado será el espacio para quince individuos! Pero ahora pensemos en el dos mil.

Fig. 8



Se nos pregunta: ¿una población tal tendría la posibilidad de vivir? Dos cosas son esenciales para vivir: alimentarse y respirar.

El problema nos conduce, por lo tanto, al estudio de la agricultura y de la ecología. Como se ve, el campo se hace siempre más amplio y complejo, tan importante que ha constituído el tema de discusión del Congreso de Bucarest un año y medio atrás.

Y junto con todos estos problemas, la ley de crecimiento abre también una cuestión que parece muy lejana; el estudio del crecimiento de los animales y de las conchas marinas; y, por lo tanto, el estudio de las espirales. Y después de este estudio se puede llegar a cuestiones artísticas, como por ejemplo al famoso "número de oro".

Digo todo esto para insistir sobre el hecho que la belleza de un tema didáctico proviene, muy frecuentemente, de su amplitud, de sus muchas y diferentes aplicaciones.

Llegamos al arte, a la estética; es justamente de este tema que quisiera hablar brevemente en la segunda parte de mi charla. Se trata de arquitectura. Hay pocos jóvenes que no están interesados en las modernas soluciones arquitectónicas: una construcción como el Pabellón Phillips de Le Corbusier (Fig. 9) en Bruselas o el monumento "Apertura al Mundo" (Fig.10) que se encuentra en Lausanne, Suiza, no dejan insensible a ninguno, y especialmente a los jóvenes.

Fig. 9

Fig. 10

Es justamente de esta motivación por las modernas soluciones arquitectónicas que hemos partido para desarrollar un estudio matemático.

Las dos obras aquí reproducidas son partes de paraboloides a silla, es decir de una cuádrica. Digo ante todo que la idea de utilizar esta superficie en la arquitectura la ha tenido un ingeniero madrileño, Félix Candela, que desde hace muchos años vive en México.

Este fue el problema didáctico: estudiar las cuádricas con los muchachos de trece años, para que pudieran asimilar más a fondo estas construcciones.

Es claro que no era posible exponer una teoría analítica; se trataba de reconstruir la historia alejándose de la historia misma. Necesitaba partir de lo concreto.

Empecé por decir que hay superficies - las cuádricas - que tienen solamente cónicas como secciones.

Ante todo tuvimos las cuádricas de revolución a partir de las cónicas que giramos alrededor de sus ejes (Fig.11). Todas las superficies que se ven en la Fig.12 han sido construídas por los alumnos, quienes, por esto, han tenido el modo de conocerlas concretamente.

Fig.11

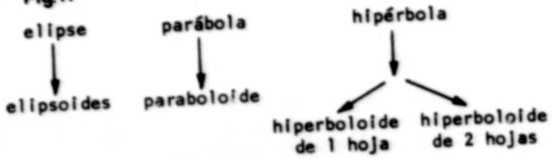


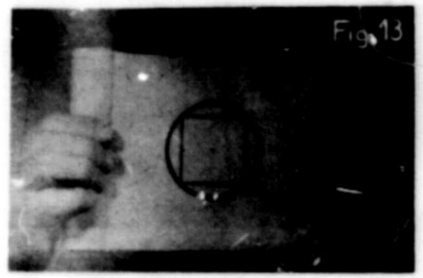
Fig. 12

Se observó cómo el hiperboloide a una hoja es reglado y, justamente por esta razón, es frecuentemente utilizado para algunas construcciones, como las chimeneas.

De las cuádricas redondas se pasa a las no redondas razonando del modo siguiente: como un círculo se puede transformar en una elipse por una afinidad (basta estirar una tela elástica donde está dibujado un círculo), (Figs.13 y 14) así una cuádrica redonda - en la Fig.15 se ve un paraboloide - se puede transformar en una no redonda, siempre por medio de una afinidad. Estas nuevas cuádricas no tendrán un sistema de círculos paralelos, sino de elipses.

Y ahora reflexionemos: si existiera una cuádrica sin un sistema de elipses paralelas sería imposible pasar de esta cuádrica a una cuádrica redonda. Ahora bien, una cuádrica así existe, y se puede obtener también a partir del paraboloide elíptico. Observemos la fig.16: el paraboloide elíptico se puede con-

siderar como constituído por una "parábola guía" e infinitas parábolas a caballo de la guía. Todas las parábolas, la guía y las otras, tienen ejes paralelos y con el mismo sentido. Pues bien, si damos vuelta a la guía, se pasa del paraboloide elíptico al hiperbólico o "a silla" (Fig.17).



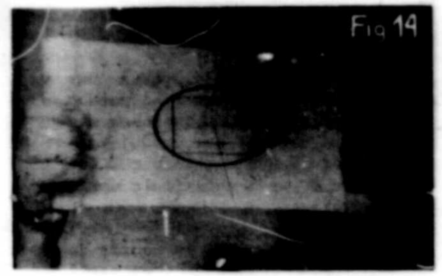


Fig. 15

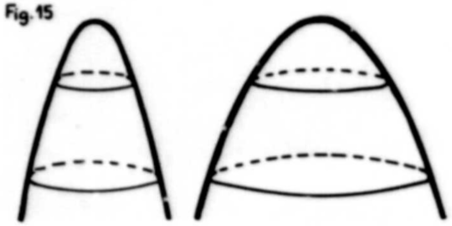


Fig. 16

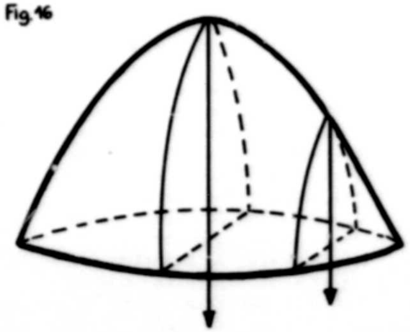
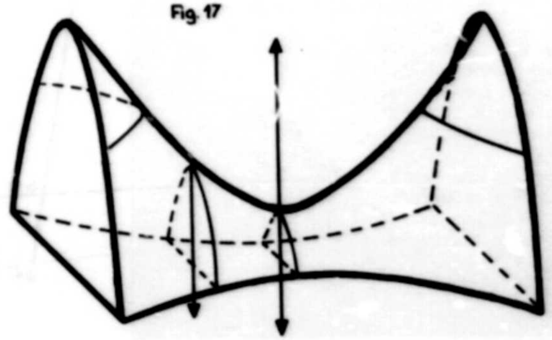


Fig. 17



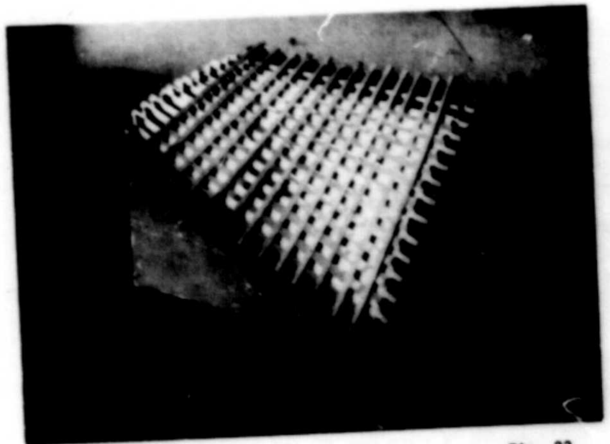


Fig. 23

Pero es todavía más fácil construir este reticulado con la ayuda de una caja,como se ve en la Fig.23;y de la caja o del reticulado de antes, se pasa a la construcción de un techo (Fig.24), a la construcción del Pabellón Phillips o del monumento de Lausanne , o, para terminar, a la construcción tan original y elegante del reloj de la Universidad Central de Venezuela (Fig.25).

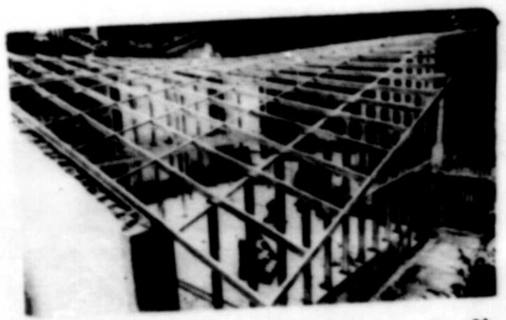


Fig. 24

Fig. 25

* * *

SUR L'ENSEIGNEMENT DE MATHEMATIQUES ET DE STATISTIQUES, ET LES SCIENCES ECONOMIQUES

Colette ANDRIEU-BUI
Faculté de Droit et des Sciences Economiques
Université de Limoges (France)

C'est dans un but d'information que je voudrais vous présenter quelques exemples de filières d'enseignement où côtoient les Mathématiques et les Sciences Economiques, car c'est un secteur relativement méconnu.

Il y a actuellement en France plusieurs filières d'enseignement de ce genre Comme chaque université française a la possibilité de fixer elle-même une partie du programme (national) des diplômes nationaux, les variantes sont nombreuses. Nous n'en citons que quelques-unes, dont les deux extrêmes: celle concernant la formation d'économistes ayant des connaissances mathématiques adéquates, et celle concernant la formation de mathématiciens, ou d'informaticiens, ou de statisticiens, destinés à travailler en Sciences Economiques.

Il y a donc d'abord la filière traditionnelle de Sciences Economiques, dont les études, jusqu'à une date récente, se faisaient d'un seul trait en quatre ans, durant lesquels des enseignements de Mathématiques et de Statistiques étaient assurés à côté des enseignements de Sciences Economiques. Depuis la réforme de 1973, avec l'installation du premier cycle de deux ans (sanctionné par le Diplôme Universitaire d'Etudes Générales) qui sera suivi d'un deuxième cycle de deux ans,des règlements relativement souples sur les horaires sont établis. Ainsi, pour le premier cycle de Sciences Economiques, le règlement officiel prévoit que la durée totale des enseignements ne doit pas être inférieure à 900 heures, que 45% de l'horaire total annuel doivent porter sur l'enseignement des Sciences Economiques et des Mathématiques (sans que les proportions en soient précisées), que 20% de l'horaire doivent porter sur certaines matières choisies par l'université dans une liste (nationale) où on trouve des matières diverses, très éloignées les unes des autres comme: Informatique appliquée, Droit des affaires, Science politique, etc..., que 15% de l'horaire portent sur des matières optionnelles choisies par l'étudiant parmi celles proposées par l'Université, etc... C'est dire que le nombre d'heures de Mathématiques, de Statistiques et d'Informatique peut varier largement d'une université à l'autre. A ce premier cycle, s'ajoute un deuxième cycle de 2 ans (comme je l'ai dit plus haut) qui sera prochainement mis en place et dont les règlements concernant les horaires seraient au moins aussi souples que ceux du premier cycle. C'est pourquoi, comme je l'ai dit plus haut, les variantes sont nombreuses.

Je me borne donc ici, à citer l'exemple de l'enseignement fait à la Faculté de Droit et des Sciences Economiques de l'Université de Limoges pour cette filière de Sciences Economiques, où l'installation du premier cycle n'a pas notablement changé l'organisation des deux premières années (comme l'installation prochaine du deuxième cycle, sauf imprévu, ne modifierait pas beaucoup le contenu des enseignements de la troisième et de la quatrième années actuelles).

En première année, comme en deuxième année du premier cycle, l'enseignement obligatoire de Mathématiques et de Statistiques est de 4h30 par semaine, auquel s'ajoute un enseignement optionnel d'informatique de 1 h par semaine. L'essentiel des bases ma thématiques usuelles est enseigné pendant ces deux années: étude des fonctions réelles d'une ou de plusieurs variables, notions d'Algèbre linéaire, étude des séries, notions d'intégrales, équations différentielles, etc... On insiste sur les applications des notions acquises, comme la recherche des extréma d'une fonction avec ou sans contrainte, le Calcul des taux de croissance, le calcul des annuités, etc... La Statistique descriptive est enseignée en première année, car elle nécessite peu de connaissance mathématique, tandis que la Statistique inférentielle est enseignée en deuxième année, car il lui faut un préalable de Calcul des probabilités, qui nécessite lui-même un minimum de connaissances sur les séries et sur les intégrales.

Pour les deux années qui suivent ce premier cycle, c'est-à-dire pour la troisième et la quatrième années, environ 3h hebdomadaires sont réservées pour un enseignement de Mathématiques plus spécialisées. L'Econométrie est enseignée en troisième année en même temps que les notions de mathématiques et de statistiques qui lui sont nécessaires. En quatrième année, les Mathématiques de la décision, en particulier les notions de Recherche Opérationnelle, font partie du programme.

Au niveau des cours de Doctorat de Sciences Economiques, comme la première année du troisième cycle qui fait suite aux quatre années d'études décrites plus haut (je cite ici l'exemple du Diplôme d'Etudes Approfondies de "Macroéconomie et Monnaie" de l'Université de Limoges) on note encore un enseignement de 1h30 par semaine d'Econométrie et de Statistique (Analyse spectrale des processus).

Mais il y a aussi la filière dite "Mathématiques appliquées et Sciences Sociales" (M.A.S.S.), où l'enseignement est partagé en une partie mathématique et une partie, dite de Sciences Sociales, comportant plusieurs options dont une option de "Sciences Economiques". Ici encore, la souplesse concernant les horaires permet à chaque université de proposer la variante qui lui semble la plus appropriée. Je ne mentionne ici que celle adoptée par les Universités Paris V et Paris VII, dont le but est de donner aux étudiants, en principe, autant de connaissances mathématiques que celles destinées aux étudiants qui font les Mathématiques et les Sciences Physiques. Le programme de cette variante du premier cycle M.A.S.S. est donc grosso modo celui de l'ancien premier cycle "Mathématiques et Physique"; il y a seulement le remplacement des parties de Mathématiques manifestement destinées à la Physique au profit des parties du programme plus aptes aux Sciences Sociales et Economiques. La Mécanique est abandonnée au profit de la Statistique et de l'Informatique.

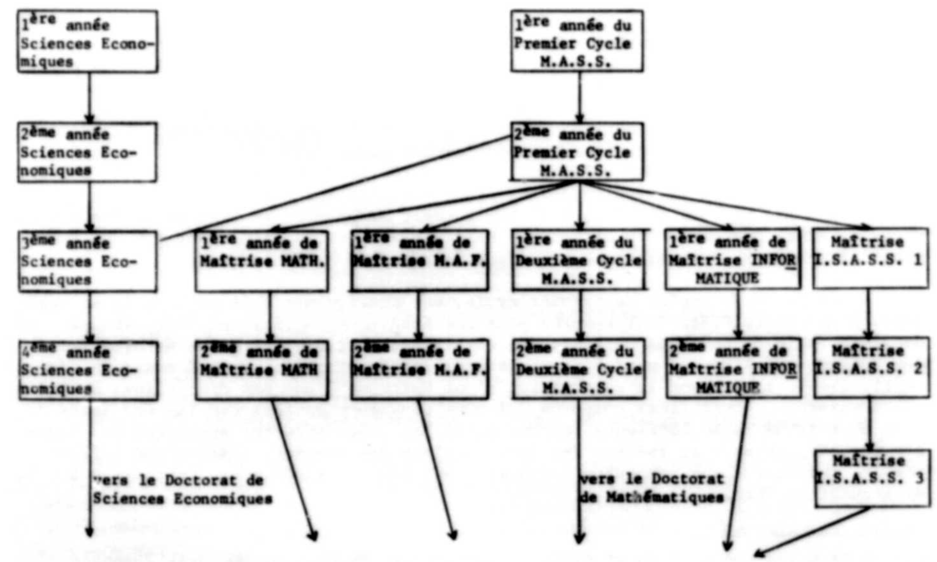
A l'issue des 2 années de ce premier cycle M.A.S.S., les étudiants peuvent en général, (outre la possibilité de se réorienter vers des études de Sciences Economiques):

- Soit suivre un des deuxièmes cycles traditionnels: Maîtrise de Mathématiques, Maîtrise de Mathématiques et Applications Fondamentales, Maîtrise d'Informatique...
- Soit suivre une Maîtrise de Sciences et Techniques, à finalité professionnelle, comme la Maîtrise d'Informatique et Statistique appliqués aux Sciences Sociales, qui, par ses stages, leur permet une insertion plus rapide dans la vie active.
- Soit poursuivre leurs études dans le deuxième cycle M.A.S.S. en voie de création. Dans le cas de ce deuxième cycle, il est prévisible que des variantes se-

ront envisagées dont le programme sera plus tourné vers les applications en Sciences Economiques, tout en ne négligeant pas les bases mathématiques, et en réservant une grande partie des enseignements à la Statistique et à l'Informatique.

Les possibilités pour les étudiants (après leurs études de deuxième cycle, mais cela dépend aussi de la variante qu'ils ont choisie) sont donc nombreuses: aussi bien la poursuite des études entièrement mathématiques que celle des études entièrement de Sciences Economiques, en passant par des études où côtoient de façon fort utile les Mathématiques et les Sciences Economiques.

Je termine en faisant remarquer qu'en France, l'enseignement des mathématiques en vue de leurs applications dans des domaines autres que la Physique semble maintenant entrer dans les moeurs, et leur application dans le domaine des Sciences Economiques en est l'exemple le plus vivant.



* * *

SUR L'ENSEIGNEMENT DE MATHEMATIQUES ET DE STATISTIQUES EN LIAISON AVEC LES SCIENCES HUMAINES

Bui-Trong-Lieu
Université René Descartes de Paris

Ce n'est qu'à une date relativement récente qu'en France, l'enseignement des Mathématiques en liaison avec les Sciences Humaines semble trouver l'audience qu'il mérite. Je me borne ici à présenter quelques exemples de ce type d'enseignement, que je considère comme intéressants, sans prétendre leur conférer un caractère représentatif quelconque, car il existe de nombreuses variantes.

A l'origine, l'enseignement des mathématiques en liaison avec les Sciences Humaines visait à donner des rudiments de Mathématiques et de Statistiques, puis l'Informatique, aux étudiants en Sciences Humaines (Psychologie, Sociologie, etc...) nécessaires à la compréhension de certaines techniques employées dans ces domaines.

Une telle optique se poursuit, et actuellement, et pour ne citer que le cas de l'Université René Descartes de Paris, et pour certains premiers cycles (1) de Sciences Humaines (comme la Psychologie et la Sociologie), le nombre d'heures d'enseignement de mathématiques et de Statistiques s'élève à 3 heures obligatoires par semaine, pour la première comme pour la deuxième année. Le programme d'enseignement comporte surtout des éléments de Statistique Descriptive pour la première année, des notions de probabilités et des éléments de Statistique inférentielle pour la deuxième année, auxquels s'ajoutent des éléments d'Algèbre et d'Analyse nécessaires à la compréhension et au maniement des notions citées précédemment. Et à côté de cet enseignement obligatoire, s'ajoutent également des enseignements optionnels comme celui de la Logique (calcul des propositions, calcul des prédicats) d'une durée de 3h par semaine, celui d'Informatique (Initiation à la programmation, étude des principaux algorithmes, avec applications à l'Analyse des données, à l'enseignement programmé, au traitement des graphes, etc...), ainsi que des cours optionnels destinés aux étudiants n'ayant pas une formation suffisante en mathématiques précédant leur entrée à l'Université.

Après les deux années de premier cycle, des enseignements de mathématiques appliquées plus diversifiées sont assurés pour des étudiants poursuivant leurs études en deuxième cycle de Sciences Humaines. Un certificat intitulé "Méthodes mathématiques des Sciences de l'Homme" peut être choisi par les étudiants et compté comme un des 4 certificats entrant dans la composition d'une Maîtrise d'une des disciplines de Sciences Humaines. Ce certificat comporte lui-même plusieurs options que les étudiants doivent choisir de façon cohérente. Citons parmi les cours offerts: automates et langages formels, graphes et théorie des jeux, analyse des données, statistique inférentielle, initiation aux processus stochastiques, plans d'expérience, initiation à la programmation, etc...

---

(1) Je rappelle que le premier cycle universitaire, en France, comporte 2 années d'études pluridisciplinaires, sanctionnées par le DUEG (Diplôme universitaire d'études générales), tandis que le deuxième cycle universitaire comporte 2 années d'études, après le premier cycle, sanctionnées par le diplôme de Maîtrise.

Il est à signaler que si un certain nombre d'étudiants en premier cycle semblent avoir quelques réticences, souvent par paresse ou par manque d'habitude, à suivre les enseignements de mathématiques, de statistique et d'informatique, par contre au niveau du 2e cycle, les étudiants, qui sont motivés, suivent avec grand intérêt et profit les cours qui leur sont offerts.

Ceci dit, on s'est rendu compte qu'un enseignement de mathématiques et de statistiques destiné aux étudiants en Sciences Humaines, à lui seul, ne pouvait répondre aux besoins actuels. En effet, la place qu'occupe la Statistique dans divers domaines de la vie courante d'une part, et l'utilisation de l'Informatique d'autre part (pour ne citer que le cas de ces deux spécialités) nécessitent de la part des spécialistes des Sciences Humaines en tant qu'utilisateurs, une compréhension assez poussée de ces domaines de Mathématiques appliquées. Mais d'un autre côté, on reconnait que le dialogue entre les utilisateurs et les techniciens (statisticiens et informaticiens) ne peut être facilité que si le langage des uns et celui des autres ne sont pas trop éloignés: par exemple, la résolution de problèmes posés par les premiers peut être facilitée s'ils sont formulés en des termes compréhensibles pour les seconds, et si ces derniers connaissent mieux les motivations des premiers. C'est ainsi, et pour d'autres motifs aussi, qu'est venue l'idée de créer - à côté de la filière traditionnelle pour les Sciences Humaines à laquelle un enseignement de Mathématiques et de Statistiques est assuré, comme nous l'avons exposé plus haut - une nouvelle filière dont l'objet est de préparer la formation:

- de mathématiciens, de statisticiens ou d'informaticiens répondant au besoin croissant de spécialistes de ces disciplines, mieux aptes à collaborer comme chercheurs ou ingénieurs avec des spécialistes des disciplines de Sciences Humaines,

- d'enseignants de Mathématiques (notamment ceux des étudiants qui auront poussé ensuite leurs études de Mathématiques jusqu'aux niveaux les plus hauts)des établissements secondaires ou de l'Enseignement supérieur, en particulier pour les sections de Lettres et Sciences Humaines de ces établissements,

- de personnels spécialistes d'une discipline de Sciences Humaines ayant une bonne formation en Mathématiques,

- de spécialistes de disciplines comme la démographie, la linguistique mathématique, la psychométrie, certains aspects des Sciences Sociales,utilisant à parts égales les techniques mathématiques et celles de Sciences Humaines.

C'est ainsi qu'en 1971, à titre expérimental, un nouveau premier cycle d'enseignement universitaire était créé et dont le fonctionnement était assuré en commun par l'Université René Descartes de Paris et l'Université Paris 7, sous le nom de premier cycle "Mathématiques et Sciences Humaines", sanctionné par un diplôme national. L'enseignement comprenait:

a. Une partie "Mathématiques", dont le programme correspondait à celui du premier cycle traditionnel "Mathématiques et Physique" (sauf certains chapitres trop liés à la Physique remplacés par des matières utiles aux Sciences Humaines comme la Statistique, l'Informatique, la Logique). Le nombre d'heures par semaine se répartissait comme suit:

- pour la première année: Algèbre et Algèbre linéaire 3h; Analyse 4h30; Informatique 1h30; Probabilités et Statistiques 3h; soit au total 11h.

- pour la deuxième année: Algèbre et Algèbre linéaire 3h30; Analyse et Géométrie 4h30; Logique 1h30 et une matière optionnelle de 1h30; soit au total 11h.

b. Une partie "Sciences Humaines" comportant 9h d'enseignement au total par semaine portant sur une des disciplines suivantes au choix de l'étudiant: Sociologie, Psychologie, Linguistique, etc...

Il est intéressant de signaler que pendant ces années de fonctionnement expérimental, pour des raisons d'organisation, la plupart des cours de Mathématiques furent suivis en commun à la fois par des étudiants de cette nouvelle filière "Mathématiques et Sciences Humaines" et par ceux de la filière traditionnelle "Mathématiques et Physique" sans que les étudiants de "Mathématiques et Sciences Humaines" se sentissent handicapés par rapport à leurs autres camarades, et les meilleurs étudiants en Mathématiques ne se trouvaient pas forcément parmi ceux de "Mathématiques et Physique"bien que la Physique fournisse plus que les Sciences Humaines l'occasion aux étudiants d'exercer leur connaissance mathématique. Cela s'explique, sans doute, partiellement, par le fait que les étudiants admis à suivre la filière "Mathématiques et Sciences Humaines" étaient des étudiants ayant eu un baccalauréat d'une des séries scientifiques de l'Enseignement secondaire. Il y a aussi le fait que certains étudiants doués pour l'abstraction, ont choisi la filière "Mathématiques et Sciences Humaines" pour fuir la Physique.

Jusqu'à l'année dernière, à l'issue de ce premier cycle "Mathématiques et Sciences Humaines", un petit nombre seulement d'étudiants s'oriente vers des études de second cycle de Sciences Humaines. La plupart d'entre eux ont choisi de poursuivre des études de Maîtrise soit en Mathématiques, soit en Mathématiques et Applications Fondamentales, soit en Informatique (comme leurs camarades ayant suivi le premier cycle"Mathématiques et Physique"), soit dans une Maîtrise nouvelle spécialement créée pour eux:La "Maîtrise d'Informatique et de Statistique appliquées aux Sciences sociales" (dont nous reparlerons plus loin).

L'expérience de cette filière "Mathématiques et Sciences Humaines" a été jugée suffisamment positive pour que plusieurs universités françaises envisagent de l'adopter. Arrive alors, en France, la réforme générale des premiers cycles universitaires, en 1973.

Le premier cycle "Mathématiques et Sciences Humaines" devient alors le premier cycle "Mathématiques Appliquées et Sciences Sociales" (M.A.S.S.)déjà cité dans la conférence précédente, "Sur l'enseignement de Mathématiques et de Statistiques, et les Sciences Economiques", et fonctionne dans une douzaine d'universités autres que l'Université René Descartes et l'Université Paris 7 (citons par exemple: l'Université Paris 1, l'Université Paris X, l'Université Lille 3, l'Université Toulouse 2, Aix-Marseille 2, etc...

Outre la partie "Mathématiques, Statistiques, Informatique", la partie "Sciences Sociales" recouvre actuellement les disciplines suivantes: Psycologie, Sociologie,Linguistique, Sciences Economiques, Géographie, Histoire, Histoire des Sciences et des

Techniques. Parmi ces disciplines, les étudiants doivent choisir obligatoirement une option. Bien que le diplôme soit national, le règlement concernant les horaires d'enseignement s'est assoupli (par rapport à l'ancien premier cycle "Mathématiques et Sciences Humaines") de sorte que chaque université a la possibilité de renforcer ou d'alléger la partie "Mathématiques, Statistiques, Informatique" ou l'option de "Sciences Sociales", de sorte que les variantes de ce premier cycle sont nombreuses.

En ce qui concerne le deuxième cycle, tout en laissant aux étudiants du premier cycle "Mathématiques Appliquées et Sciences Sociales" (du moins ceux des universités ayant adopté une variante dont le programme de Mathématiques, Statistiques, et d'Informatique a été renforcé, comme c'est le cas à l'Université René Descartes de Paris) la possibilité de poursuivre des études en vue des Maîtrises traditionnelles de Mathématiques ou d'Informatique, une nouvelle maîtrise intitulée aussi "Mathématiques Appliquées et Sciences Sociales" est en voie de création; elle serait le prolongement naturel du premier cycle de même nom. Il est à prévoir que tout en présentant un minimum de programme commun, les variantes seront nombreuses, suivant les optiques suivies par les universités qui les assureront.

A l'Université René Descartes toutefois, préparant dès l'expérience du premier cycle "Mathématiques et Sciences Humaines" une filière qui le prolonge et qui répond aux besoins de certains secteurs de la vie contemporaine, la maîtrise intitulée "Informatique et Statistique appliquée aux Sciences Sociales" (que nous avons déjà mentionnée plus haut et dans la conférence précédente) a été créée en 1974. C'est une maîtrise dite de Sciences et Techniques, c'est-à-dire une maîtrise à finalité professionnelle, dont l'enseignement doit préparer les étudiants à s'insérer plus facilement dans la vie active. Elle comporte d'ailleurs des options (ce qui est compréhensible); nous ne citons que le programme d'une seule, à titre d'exemple: (sans compter le certificat préparatoire qui se situe entre la fin du premier cycle et le début de cette maîtrise).

- En première année comme en deuxième année le nombre total d'heures d'enseignement s'élève à 18 heures par semaine, dont les deux tiers sont consacrés aux mathématiques, à la Statistique et à l'Informatique, et le tiers aux Sciences Sociales. A cela s'ajoutent un certain nombre de séminaires d'initiation, et surtout des stages dans des bureaux d'études, diverses administrations, dans des entreprises industrielles. De durée variable, s'étendant dans la période des vacances séparant les deux années d'études et sur une partie de la dernière année, ces stages favorisent l'insertion des étudiants dans la vie professionnelle. L'enseignement comprend pour les deux années:

- un certificat sur les Techniques mathématiques de base (Algèbre et Analyse),
- un certificat portant sur l'Analyse des données,
- un certificat de Probabilités et Statistiques mathématiques,
- un certificat d'Informatique et de Statistiques appliquées,
- deux certificats sur les Techniques et Méthodes de Sciences Sociales.

Cette Maîtrise "Informatique et Statistiques appliquées aux Sciences Sociales " est une création trop récente pour que l'on puisse dresser un bilan: elle entre seulement dans sa deuxième année d'existence, et les premiers étudiants diplômés de cette Maîtrise ne sortiront qu'à la fin de l'année universitaire 1975-1976. Mais vu l'opinion qu'ont exprimé des personnalités du monde du travail consultées au moment du projet de création de cette Maîtrise et vu l'accueil qu'elles ont réservé aux étudiants envoyés en stages dans leurs établissements, on peut déjà affirmer que ce genre d'enseignement correspond bien à des besoins réels, et semble bénéficier de préjugés favorables.

Je signale enfin qu'un Doctorat de troisième cycle "Mathématiques et Applications" complète la filière, à l'Université René Descartes. Des cours et séminaires organisés dans le cadre de ce troisième cycle visent à préparer les étudiants à la recherche dans des domaines mathématiques avec des applications en Sciences Sociales.

En conclusion, comme je l'ai dit, il est encore trop tôt pour dresser un bilan définitif des enseignements décrits plus hauts. Mais il est hors de doute qu'ils répondent aux besoins de certains secteurs, même s'ils sont minoritaires, de la vie contemporaine. Nous avons voulu, en exposant ces quelques exemples de nouvelles filières d'enseignement, (bien qu'ils ne concernent que la France), apporter des éléments d'information qui pourraient être utilisés, sans prétendre que ce sont des cas applicables aux autres pays.

* * *

TEMA II

LA MATEMATICA EN EL CICLO DIVERSIFICADO

L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES DANS LES CLASSES SUPERIEURES DE L'ECOLE SECONDAIRE, ET SES RAPPORTS AVEC L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES A L'UNIVERSITE

Jean Dieudonné (Francia)

Ayant, au cours de ma carrière de professeur d'Université, eu mainte fois l'occasion de constater la difficulté, éprouvée par les étudiants qui entrent en première année, de s'adapter au style et à l'esprit de l'enseignement des mathématiques dans les Facultés des Sciences, il me semble qu'un des objectifs essentiels de l'enseignement des mathématiques dans les dernières années de l'école secondaire doit être de rendre aussi facile que possible le passage à l'Université. Evidemment, cela ne s'applique qu'aux élèves qui se destinent à entrer à l'Université ou dans des Ecoles d'ingénieurs; pour les autres, il est clair que le problème est tout différent,et on peut même se demander s'il est nécessaire de continuer à leur enseigner quelque mathématique que ce soit: c'est là une question qui mérite certes d'être débattue, mais qui déborde largement du cadre de cette réunion, et que je laisserai donc entièrement de côté.

Pour traiter convenablement du passage de l'école secondaire à l'Université en ce qui concerne l'enseignement des mathématiques, il est essentiel d'avoir une idée claire du contenu et du but de cet enseignement dans les deux premières années de l'Université, et c'est là ce qui constituera la plus grande partie de mon exposé.Les programmes peuvent varier d'un pays à l'autre et même d'une Université à une autre dans un même pays; ce que j'en dirai est surtout basé sur ce qui se fait en France, mais j'ai assez d'expérience d'autres Universités, notamment aux Etats-Unis, pour savoir que les idées dont je vais parler sont partagées par de nombreux collègues dans divers pays.

Le point qui me paraît devoir être particulièrement souligné est qu'il s'agit d'un enseignement qui doit s'adresser à un public aussi large que possible,composé essentiellement de futurs *utilisateurs* des mathématiques: ingénieurs, physiciens ou chimistes. Il n'est ni raisonnable ni souhaitable qu'un élève sortant de l'enseignement secondaire avec un bagage de connaissances très modeste, puisse se spécialiser dès le début dans la seule étude des mathématiques; l'enseignement scientifique dans les deux premières années de l'Université doit donc naturellement comporter des cours de Mécanique,de Physique et de Chimie suivis par tous les étudiants; la proportion de ces derniers qui se voueront ensuite exclusivement aux mathématiques sera toujours très faible.

Une conséquence de cet état de fait est que le professeur de mathématiques qui doit enseigner à ce niveau doit réfréner autant que possible ses goûts et ses tendances de mathématicien pur, et s'attacher à ce que les résultats et méthodes dont il traite soient toujours proches de la réalité sensible et susceptibles d'applications aussi immédiates que possible. On peut déplorer cet aspect "utilitaire", mais il est exigé par la composition même du groupe d'étudiants qui doit recevoir cet enseignement; s'il n'est pas absurde d'introduire de temps à autre un élément purement "gratuit" dans l'enseignement mathématique, ne visant qu'à satisfaire ou éveiller la curiosité de l'élève, c'est soit avant, soit après cette période qu'on peut lui faire une place.

Comme exemple explicite de ce qu'il ne faut pas faire à mon avis dans cet enseignement, je citerai deux des critiques faites par Thom dans un article récent: l'abus de l'algèbre abstraite et l'abus de l'axiomatique, deux écueils contre lesquels ne se gardent pas assez beaucoup de jeunes professeurs. Il est certain qu'une étude abstraite des groupes ou des anneaux allant au-delà des premiers rudiments est tout à fait hors de propos et sans intérêt pour des ingénieurs ou des chimistes. Et qui, en dehors des historiens des sciences ou des logiciens, s'intéresse encore aux sempiternelles "définitions" des nombres réels au moyen de "coupures" ou de "suites de Cauchy" à partir des nombres rationnels, qui encombrent encore tant d'exposés; alors que, comme le souligne justement Thom, *le donné* initial de l'Analyse est avant tout l'ensemble des nombres réels, dont il est essentiel de connaître les propriétés fondamentales, mais qu'il n'y a pas lieu de "déduire" de quoi que ce soit d'autre.

Un autre abus de la méthode axiomatique est de vouloir à tout prix rattacher à un système d'axiomes immuable les théorèmes les plus intuitifs de l'Analyse, lorsqu'on s'adresse à des débutants; à mon avis, il faut se borner à énoncer ces théorèmes de la façon la plus précise possible et à signaler qu'ils sont susceptibles d'être démontrés à partir des axiomes des nombres réels, mais sans tenter de donner de telles démonstrations qui ne peuvent, à ce stade, rien apporter d'utile aux étudiants. Un exemple typique de ce genre d'errements est fourni par les longs préparatifs (demandant plusieurs semaines de cours!) que certains enseignants estiment nécessaires pour énoncer la formule de Stokes (sans même la démontrer). En fait, une démonstration rigoureuse de cette formule sous des conditions générales exige des connaissances d'un niveau bien supérieur: variétés différentielles, intégrale de Lebesgue, topologie algébrique. Il est absurde, à mon avis, de gaspiller son temps à vouloir introduire de telles notions subtiles à des étudiants non préparés à les recevoir, et cela sans aucun profit; car les applications de la formule de Stokes en Mécanique ou en Physique, qui sont nécessaires à l'enseignement de ces matières dans les premières années de l'Université, sont de nature très intuitive, et il faut se borner à les rendre plausibles sans tenter de les asseoir sur des bases mathématiques rigoureuses, mais sans intérêt pour les utilisateurs.

Quel doit donc être le coeur de l'enseignement des mathématiques aux étudiants de ces deux années si importantes pour la formation de tous les futurs scientifiques? A mon avis, il se résume en trois thèmes fondamentaux: l'idée d'*approximation*, l'idée de *linéaire* et l'idée de *probabilité*.

L'idée d'approximation, étroitement liée bien entendu au Calcul numérique, est à la base même de toute la Science expérimentale. On peut dire sans exagération que le nombre réel est une *fiction* commode des mathématiciens; à quelques exceptions près (petits nombres entiers et fractions "simples" à petit numérateur et petit dénominateur), l'expérimentateur n'a jamais affaire à des nombres réels, mais bien à des *intervalles*, un nombre n'étant jamais connu qu'avec une certaine erreur. L'enseignement doit donc être axé avant tout sur l'apprentissage du maniement des *inégalités*, et le "leitmotiv" peut en être: majorer, minorer, approcher. Malheureusement, beaucoup d'enseignements s'en tiennent encore à des traditions périmées, où l'on cherche à tout prix à écrire uniquement des *égalités*. L'exemple typique est la façon stupide dont on exprime le

théorème de la moyenne sous la forme $f(b) - f(a) = (b-a)f'(c)$, alors qu'il s'agit en fait d'une inégalité (la plus fondamentale de l'Analyse, à mon avis).

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(t)dt \leq M(b-a)$$

si $m \leq f(x) \leq M$ pour $a \leq x \leq b$, et, pour les fonctions vectorielles

$$\left\| \int_a^b f(t)dt \right\| \leq (b-a).\sup \| f(x) \|$$

Ce conservatisme borné a de fâcheux effets sur la mentalité des utilisateurs des mathématiques. Bien entendu, quand ils sollicitent d'un mathématicien la solution d'un de leurs problèmes, ils entendent une solution effectivement calculable, de façon à pouvoir comparer les nombres qu'ils obtiennent expérimentalement à ceux que permet de calculer la solution théorique; ils n'ont que faire de théorèmes d'existence et d'unicité purement qualitatifs, chers aux coeurs des mathématiciens, s'ils ne s'accompagnent pas de procédés de calcul. Mais souvent ils s'imaginent que ce que les mathématiciens doivent leur fournir, ce sont des formules de résolution (les "closed formulas" des Anglo-saxons) sur le modèle des fameuses formules résolvant les équations algébriques de degré 2,3 ou 4, par radicaux", ou un petit nombre d'équations différentielles "par quadratures". Un enseignement rationnel doit éliminer ces préjugés et montrer comment l'Analyse mathématique fournit essentiellement des procédés d'approximation, tant pour les équations numériques, algébriques ou trascendantes (par des méthodes d'itération variées) que pour les équations fonctionnelles; par exemple, il faut très peu de connaissances préliminaires pour traiter des équations différentielles linéaires "perturbées" telles que $y''+cy+f(x,y)=0$, où f est "petite" en un certain sens. Il va de soi que cet enseignement doit s'accompagner d'exercices de Calcul numérique sur ordinateurs, auquel il conduit tout naturellement. D'ailleurs, il ne faudrait pas croire qu'en orientant les études dans cette direction, on tourne le dos aux récents développements de l'Analyse fonctionnelle. C'est tout le contraire qui est vrai: les progrès spectaculaires de ces dernières années, notamment en ce qui concerne les équations différentielles, les équations aux dérivées partielles, le Calcul des variations et la théorie du contrôle optimal, sont précisément fondés sur un maniement de plus en plus subtil d'inégalités, dépassant de loin tout ce que l'on savait faire avant 1950. La préparation que je préconise, loin de nuire aux futurs mathématiciens professionnels, les introduit au contraire au coeur des techniques qu'ils devront plus tard approfondir.

Tout le monde est convaincu de l'importance capitale, dans toute la science moderne, de l'idée de probabilité. Je pense donc pouvoir me dispenser d'en parler plus longuement, si ce n'est pour souligner que du point de vue mathématique, on peut dire que c'est une théorie entièrement dominée par les notions d'inégalités et d'approximation.

Le rôle de l'idée de linéarité, bien qu'évalué à sa juste valeur par les mathématiciens purs depuis plus d'un siècle, est peut-être moins compris de beaucoup d'enseignants, peut-être parce qu'ils sont restés sur l'impression que la vieille Algèbre linéaire, bornés à la résolution des systèmes d'équations linéaires, était trop triviale pour être intéressante. Il est bien vrai qu'un des caractères frappants des notions linéaires est leur extrême simplicité, on peut même dire leur banalité: une fois introduit le concept d'espace vectoriel, les définitions fondamentales (sous-espace, quotient, application linéaire, somme directe, etc.) prennent quelques lignes; et le seul théorème dont la démonstration ne soit pas immédiate est l'invariance de la dimension, mais en fait cette démonstration ne repose pas sur autre chose que sur la vieille idée d'élimination successive des inconnues dans un système linéaire.

Ce qui est admirable, et pas assez bien compris, c'est que de notions aussi élementaires on puisse tirer tant de choses, et cela dans toutes les parties des mathématiques, sans parler de la Physique théorique. Je laisserai de côté, de façon délibérée, ce qui, pour le mathématicien pur, est le plus précieux parmi les applications de l'Algèbre linéaire: Géométrie algébrique, Théorie des nombres, représentations linéaires des groupes, et je me limiterai aux applications à l'Analyse fonctionnelle, où l'Algèbre linéaire intervient de deux façons, aussi importantes l'une que l'autre.

D'une part, le principe même du Calcul différentiel combine l'idée d'approximation à celle de linéarité: il s'agit d'"approcher localement" une fonction assez régulière d'une ou plusieurs variables par une fonction linéaire. Cette linéarisation est souvent perdue de vue dans l'enseignement du Calcul infinitésimal élémentaire, qui a tendance à s'enliser dans les formules au dépens des idées; il a fallu les développements modernes de la théorie des variétés différentielles et des espaces fibrés pour la remettre en pleine lumière et lui permettre de donner toute la mesure de sa puissance.

L'autre particularité de l'Analyse fonctionnelle qui donne prise à l'idée de linéarité est, en premier lieu, le fait banal que les opérations fondamentales du Calcul infinitésimal, la dérivation et l'intégration, sont *linéaires*. De plus, en première approximation, les équations fonctionnelles qu'on rencontre en Mécanique ou en Physique sont elles aussi *linéaires*. Toute la Mécanique quantique repose sur l'idée d'assimiler les "observables" à des opérateurs *linéaires* dans un espace fonctionnel approprié. Enfin, la dernière née des notions de l'Analyse fonctionnelle, celle de distribution, est tout entière sortie de réflexions sur la nature des opérateurs linéaires dans des espaces fonctionnels bien choisis. La mise en valeur de ces idées a amené en Analyse fonctionnelle plus de progrès depuis 20 ans que durant les deux siècles précédents.

Je pense en avoir assez dit pour justifier ma thèse concernant les grands thèmes autour desquels doit être organisé l'enseignement mathématique des deux premières années de l'Université, et l'esprit suivant lequel cet enseignement doit être conçu. Si maintenant on admet ce que j'ai dit au début sur l'articulation nécessaire, entre le début de l'enseignement supérieur et la fin de l'enseignement secondaire, le choix des matières traitées par ce dernier est pratiquement imposé: il s'agit simplement de préparer les éleves aux notions d'approximation, de probabilité et de linéarité, en leur enseignant les aspects les plus élémentaires de ces notions, adaptées au niveau de leurs connaissances et de leur maturité. Je trouve pour ma part scandaleuse la timidité avec laquelle on initie des élèves de 17 à 18 ans au Calcul infinitésimal, 300 ans après sa découverte; je suis persuadé qu'une initiation plus précoce à ce moteur fondamental de la science moderne est parfaitement réalisable, pourvu qu'on prenne soin de rester toujours aussi près que possible du concret et des applications. Les mêmes remarques s'appliquent à l'idée de probabilité.

Quant aux concepts linéaires, il devrait y avoir d'autant moins de peine à les introduire assez tôt qu'en fait, ils sont sous-jacents à toute une partie de l'enseignement donné dès le début de l'école secondaire, je veux parler de la géométrie .

* * *

Je suis toujours très étonné quand je vois, encore aujourd'hui, des mathématiciens dignents opposer l'algèbre à la géométrie. Sans doute sont-ils restés sous le souvenir de la façon absurde dont ces disciplines étaient enseignées dans leur jeunesse, il y a 30 ou 50 ans: l'algèbre se réduisait à d'aveugles manipulations de formules sans signification, et la géométrie a une collection de "constructions" d'allure tout à fait arbitraire. Il ne s'agit plus du tout de cela aujourd'hui: depuis 50 ans, l'effort conscient des mathématiciens a été de donner en quelque sorte une âme à l'Algèbre linéaire, en lui insufflant le langage et l'esprit de la Géométrie, glorifiée à un niveau insoupçonné de nos prédécesseurs. Pour ne citer que des exemples choisis parmi les plus simples, des problèmes d'Analyse aussi difficiles que le problème de Dirichlet ou la détermination des valeurs propres du laplacien sont maintenant présentés comme des problèmes géométriques familiers: la projection orthogonale sur un plan, et la détermination des axes d'un ellipsoïde. Et inversement, les techniques de l' Algèbre linéaire ont permis de faire de la "Géométrie élémentaire" une théorie cohérente et logique au lieu d'un ramassis d'artificies disparates. En un mot on peut dire que l'Algèbre linéaire élémentaire (étude des espaces vectoriels R^2 et R^3 et des structures euclidiennes qu'ils portent) *est* la Géométrie élémentaire, et vice-versa. Il n'y a plus aucune différence dans les notions ni le langage entre les deux théories, et leur caractère concret et intuitif doit permettre de les enseigner au niveau des classes terminales de l'école secondaire, et de préparer ainsi les élèves à assimiler avec fruit l'Algèbre linéaire sous la forme plus générale et abstraite qui est enseignée à l'Université.

* * *

LA EDUCACION MATEMATICA EN EL CICLO DIVERSIFICADO VENEZOLANO

Héctor Pantoja, José Sarabia y Ennodio Torres (Venezuela)

1. INTRODUCCION

Podríamos llegar a un acuerdo para considerar que los fines de la enseñanza de la matemática en el ciclo diversificado debe ser:

a) Desarrollar la capacidad de abstracción, el razonamiento deductivo, el espíritu científico y el pensamiento crítico;

b) Comprender los fenómenos científicos e interpretar sus efectos tecnológicos;

c) Preparar para la vida cotidiana; y

d) Preparar para los estudios universitarios.

Sobre los contenidos matemáticos a elegir acordes con estos fines, y sobre la orientación de la enseñanza de tales contenidos, no es fácil llegar a un acuerdo. Es normal que esto sea así, dadas las diferencias existentes entre los países representados en estas conferencias internacionales sobre educación matemática, en cuanto a la estructura socio-económica, el nivel cultural, el crecimiento demográfico, el nivel de la calidad de la enseñanza, el rendimiento del sistema educativo, los requerimientos específicos de recursos humanos para el desarrollo, la capacidad operativa de la administración del sistema y los recursos financieros, que son factores a tomar en cuenta en el proceso de formulación de metas educativas.

Para países en vías de desarrollo, como es el caso de Venezuela, la capacitación matemática en el ciclo diversificado debe lograrse fundamentalmente a través de la matemática aplicable. De acuerdo con esta premisa realizamos un análisis crítico de los programas actuales, sugerimos algunas aplicaciones matemáticas adecuadas al nivel del ciclo diversificado, y abordamos el problema del perfeccionamiento docente.

2. ANALISIS CRITICO DE LOS PROGRAMAS DE MATEMATICA EN EL CICLO DIVERSIFICADO

2.1. La elaboración de los programas

En 1964 se constituyó en el Ministerio de Educación una comisión de programas, la cual tendría como objetivo fundamental la realización de una reforma a los programas vigentes para esa época en la educación media. Para llevar a cabo tal objetivo, los integrantes de dicha comisión viajaron a diferentes países de América y Europa con el fin de conocer sus experiencias en todo lo relativo a los programas para ese nivel de la educación. Diferentes subcomisiones, agrupadas por asignaturas, comenzaron a redactar un cuerpo de objetivos tomando como base los informes que recogían las experiencias de los países visitados.

Los diferentes cuerpos de objetivos de cada asignatura, fueron enviados a diversos institutos de Educación Superior que funcionan en Caracas, con el fin de que dichos institutos hicieran las recomendaciones. Recogidas esas recomendaciones, la subcomisión de matemática, compuesta por 7 miembros y asesorada por el Dr.Calixto Suárez Gómes (asesor de la Unesco), elaboró los primeros programas, los cuales fueron posteriormente puestos en vigencia a manera de ensayo en 6 institutos de educación media. Las primeras muestras de este ensayo sirvieron para realizar algunos ajustes a dichos programas.

En el año 1969 los programas ya corregidos fueron impuestos a escala nacional en forma progresiva a partir del primer año del ciclo básico. Es de resaltar que para la implantación de los programas a escala nacional, se dio poco entrenamiento al personal docente que tendría a su cargo la aplicación de los mismos. Desde su implantación a nivel nacional, los programas no han tenido seguimiento ni ha existido ningún tipo de asesoramiento para los docentes encargados de aplicarlos.

2.2. Primer año ciclo diversificado

2.2.1. Estructura del programa

El programa de matemática para el primer año del ciclo diversificado está organizado en forma horizontal; consta de cinco unidades, observándose en cada una de ellas tres columnas: objetivos, contenido y actividades.

COLUMNA DE OBJETIVOS: esta columna señala los objetivos específicos a lograr en cada punto del programa. Podemos observar, en líneas generales, que presentan buena formulación excepto algunos en los cuales se observa cierta ambigüedad debido a la mala utilización del verbo para señalar la conducta que desea lograr. Por ejemplo, el objetivo N°2 de la unidad uno, dice textualmente: "Recordar la definición de sucesión". La evaluación de este objetivo resulta bastante dificultosa para el docente.

Encontramos también algunos objetivos que no son suficientemente explícitos y por lo tanto pueden ser interpretados de diversas formas. Por ejemplo, en la unidad II el objetivo N°22 dice textualmente: "Estudiar la adición de ángulos".

COLUMNA DE CONTENIDOS: el contenido del programa puede resumirse así: operaciones con números reales; sucesiones. Progresiones aritméticas. Progresiones geométricas. Plano real. Funciones reales. Función exponencial. El número e. Función logarítmica. Logaritmos. Ecuaciones exponenciales. Vectores en el plano. Rotaciones. Angulos. Adición de ángulos. Ecuaciones trigonométricas. Los números complejos. Variable estadística. Escala de medición. Muestreo. Población. Frecuencias absolutas y relativas. Distribución de datos agrupados.

En líneas generales consideramos que dicho contenido se encuentra dentro de lo que se recomienda para este curso; sin embargo, es opinión de un gran número de docentes, los cuales han trabajado con esos programas, que no es posible cubrir todo ese contenido utilizando tan sólo cuatro horas semanales de clases para matemática, consideran necesario que se aumente por lo menos a 5 horas semanales para poder realizar la suficiente ejercitación.

COLUMNA DE ACTIVIDADES: esta columna tiene como finalidad orientar al docente indicándole una serie de actividades mínimas que éste debe realizar para cumplir con cada uno de los objetivos. Notamos en esta columna ausencia de actividades de ejercitación y aplicación de los contenidos, hace mucho énfasis en la parte formal de los conceptos y las demostraciones, descuidando los aspectos antes señalados.

2.2.2. Análisis general

Consideramos como un error en el diseño del programa la ausencia de una columna de evaluación que oriente a los docentes sobre la forma de medir el grado en que han sido logrados los objetivos propuestos.

Observamos también la ausencia de una columna que pudiera llamarse de "aplicaciones", la cual podría ser utilizada para orientar sobre la utilización de los conceptos dados, tanto en la misma matemática, como en otras áreas del conocimiento.

2.3. Segundo año ciclo diversificado

2.3.1. Estructura del programa

El programa para el segundo año del ciclo diversificado está organizado en forma horizontal; consta de cinco unidades y en cada una de ellas encontramos cuatro columnas: objetivos, contenidos, actividades y recomendaciones.

COLUMNA DE OBJETIVOS: En líneas generales los objetivos presentan buena formulación. Se encuentran sólo algunos casos de objetivos mal formulados, como es el caso del objetivo número tres el cual dice textualmente así: "Ser capaz de comprender lo que es la demostración"; pueden existir dudas en los docentes con respecto a la forma de lograr dicho objetivo y por supuesto, también con respecto a la manera de medir si el objetivo ha sido alcanzado.

COLUMNA DE CONTENIDOS: El programa presenta el siguiente contenido: La deducción en matemática. La formalización en matemática. La demostración en matemática. Combinatoria. Fórmula de binomio de Newton. Polinomios. Inecuaciones de una variable. Programación lineal. Cónicas. Geometría del plano. Geometría del espacio. Superficie en el espacio. Sistema de coordenadas en el espacio. Vectores en el espacio. Operaciones con los vectores. Ecuaciones de rectas y planos. Matrices. Transformaciones lineales. El espacio R^n. Determinantes. Sistemas lineales. Características de las distribuciones de frecuencias. Medidas de posición y dispersión. Noción elemental acerca de la inferencia estadística. Probabilidad condicional. Teorema de Bayes. Variable aleatoria discreta. Función de probabilidad.

Consideramos que este contenido programático está enmarcado dentro de lo recomendable para un curso de este nivel; sin embargo, consideramos que el número de horas semanales (4 en total) no son suficientes para cubrir satisfactoriamente todo ese contenido.

COLUMNAS DE ACTIVIDADES Y RECOMENDACIONES: Estas columnas pretenden orientar a los docentes mediante el señalamiento de algunas estrategias metodológicas recomendables para alcanzar cada uno de los objetivos. Consideramos como necesaria la inclusión de esas estrategias metodológicas de algunos ejemplos y ejercicios que señalen como esos contenidos programáticos pueden ser aplicados dentro de otras áreas de la matemática, como en otros campos fuera de ella.

2.3.2. Análisis general

Al igual a lo señalado en el análisis del programa para el primer año del ciclo diversificado, señalamos como una falla grave el hecho de que el programa no tenga una columna de evaluación la cual es indispensable para la orientación del docente para el logro de los objetivos señalados en el mismo. También se nota una ausencia de objetivos que logren niveles de conocimiento que vayan más allá de la simple comprensión y aplicación.

3. LA MATEMATICA APLICABLE EN EL CICLO DIVERSIFICADO

En general los temas contemplados en los programas de matemática del ciclo diversificado son bastante aceptables en cuanto a su parte formativa e informativa. De manera que cualquier consideración de reforma de estos programas no debe contemplar grandes cambios.

Ahora lo que sí está claro es que la aplicación y ejercitación de estos temas es sumamente débil, y si se quiere aburrida, pues no le hace ver al estudiante las interesantes relaciones que tienen los temas aprendidos en teoría, con casos de la vida real. En efecto, la mayoría de los textos que existen en el mercado y por ende, los profesores que los usan, dedican casi todo el tiempo de ejercitación a problemas de tipo abstracto y operacionales, sin trascendencia muchos de éstos, más que todo dedicados a memorizar una fórmula o una propiedad.

Aparte de ésto, nuestros programas están ignorando un hecho ya prácticamente definitivo, y es el de la incorporación de calculadoras y computadoras electrónicas a casi todo el quehacer diario, con el consiguiente cambio de actitud en muchos de los estudios universitarios, que necesariamente deben proyectarse a nivel secundario.

3.1. Reforma en los programas de matemática en el ciclo diversificado

Como se mencionó al comienzo de esta sección, así como en la segunda parte de la ponencia son pocos los cambios que deberían implementarse en los programas. Quizás eliminar algunos temas de carácter netamente formal; como los de geometría métrica (esto partiendo de nuestra consideración inicial, cual es la de sacrificar ciertos puntos formales por aspectos de naturaleza pragmática); la incorporación de ciertos contenidos teóricos para fundamentar conceptos de computación (diagramas de flujo, algoritmación, lenguajes elementales).

Lo que sí está claro es que la presente disposición horaria es escasa para poder implementar una buena ejercitación aplicativa que comprenda la construcción de diagramas de flujo, nociones de los aspectos donde se intenta aplicar lo aprendido en teoría, aprendizaje del manejo de calculadoras con memorias, resolución de problemas utilizando éstas, etc.

Por las razones anteriores creemos que además de las 4 horas de teoría deben agregarse 2 horas de práctica de matemática, debiéndose dividir a las secciones en grupos, a fin de poderlas realizar con más comodidad (en Venezuela, las secciones tienen aproximadamente 45 alumnos). Estas prácticas de matemática convendría hacerlas en salones especialmente dispuestos para tales menesteres, constituyendo éstos unos laboratorios de matemática.

3.2. Laboratorios de matemática

Los laboratorios de matemática serían salones especialmente preparados para la realización de las prácticas de matemática, y en general no necesitarían de grandes dispositivos, siendo el costo de su dotación menor que los actuales de biología, química o física de los liceos.

Estos laboratorios deberían contar con pizarrones cuadriculados, pizarrones semilogarítmicos, logarítmicos y de coordenadas polares. Una dotación de una calculadora por cada uno o dos alumnos, figuras geométricas, retroproyectores, pizarrón blanco (o una pantalla), bibliografía, etc.

En estos laboratorios la labor fundamental del profesor sería proponer problemas y aplicaciones, dar las explicaciones estrictamente necesarias, y luego dejar que el alumnado vaya completando la resolución de los problemas propuestos.

En esta ponencia queremos insistir continuamente en la necesidad de incorporar de una vez por todas, la calculadora como instrumento fundamental, no sólo para realizar las operaciones aritméticas sino para todos aquellos cálculos, que una vez entendidos por parte del alumnado en su parte conceptual, nada aportan el hacerlos a mano. Como por ejemplo el cálculo con logaritmos, los números combinatorios de orden mayor que 6, etc. Aparte de esto, para manejar estas calculadoras con memorias, es necesario hacer pequeños programas de acción que pueden ser un excelente entrenamiento para el aprendizaje de lenguajes de programación a nivel de educación superior.

Finalmente el precio de estas calculadoras es cada vez más bajo, costando algunas de ellas la mitad del precio de un microscopio o de una fuente de poder de las usadas en física.

3.3. Papel de las demás materias de los pensa del ciclo diversificado

Es evidente que para un buen éxito de la aplicación de la matemática a otras ciencias es absolutamente necesario que el profesorado y los textos de éstas, utilicen en sus contenidos todo el bagaje matemático que los alumnos tienen a ese nivel, ya que si estos profesores o textos no lo hacen así, el alumno puede no llegar a creer en la aplicabilidad del núcleo matemático adquirido. Por ejemplo, es muy común que algunos profesores de física generalmente acomoden datos a fin de que el cálculo se haga más sencillo o se tengan que usar procesos matemáticos menos elaborados. En biología ocurre casi siempre que al explicar ciertos temas de genética, no se hace uso de los conocimientos de combinatoria.

Como éstos son muchos los ejemplos que podríamos citar y que evidentemente atentan contra la intención de hacer ver lo aplicable de la matemática en casi todas las ciencias.

3.4. Razón de ser de la matemática aplicable en el ciclo diversificado

Aunque en los puntos anteriores se ha justificado el porqué se deben introducir ejercicios de aplicación de la matemática, la razón de esto queda aclarada en los objetivos mismos de la educación matemática.

En efecto, es un consenso casi total que la educación matemática debe no sólo trasmitir conceptos matemáticos, estructuras y habilidades, sino métodos y principios del trabajo matemático.

En resumen la enseñanza de la matemática aspira, hoy en día más que nunca, a capacitar al estudiante en el uso de problemas dentro de la misma matemática o bien en otras ciencias.

3.5. Ejemplos de posibles aplicaciones a nivel del ciclo diversificado

En las últimas reuniones internacionales de la enseñanza de matemática hay un acuerdo casi unánime, que además de las clásicas aplicaciones entre las diferentes ramas de la matemática y las ocasionales aplicaciones a la física, se hagan otros tipos de aplicaciones referidas a temas como la matemática comercial, cálculo gráfico, programación lineal, computación, etc. Analicemos entonces punto por punto el contenido de los programas del 1er. y 2do. años del ciclo diversificado, y coloquemos a su lado algunas aplicaciones.

3.6. Contenido programático de matemática del ciclo diversificado

3.6.1. *1er. año ciclo diversificado*

TOPICOS	APLICACION
1. Sucesiones. Progresiones	1.1. Interés simple, tasa de intereses en ventas a plazo.
	1.2. Algoritmos, algoritmo de la numeración, algoritmo de las progresiones.
	1.3. Diagramas de flujo de problemas con subíndices y uso de la computadora.
	1.4. Cálculo de áreas dónde se utilicen sumas de números consecutivos, o potencias de éstos.
2. Función exponencial y logarítmica.	2.1. Interés compuesto.
	2.2. Solución gráfica de ecuaciones dónde no se pueda despejar en forma elemental.

TOPICOS	APLICACION
	2.3. Problemas de crecimiento de cultivos de bacterias.
	2.4. Problemas ecológicos.
	2.5. Manejo del papel logarítmico.
3. Vectores, rotación y ángulos.	3.1. Aplicaciones físicas.
4. Funciones trigonométricas.	4.1. Aplicaciones geométricas.
	4.2. Aplicaciones de la física.
	4.3. Aplicaciones a la navegación.
	4.4. Resolución de algunas ecuaciones trigonométricas.
	4.5. Diagramas de flujo para efectuar operaciones combinadas incluyendo funciones trigonométricas.
5. Números complejos.	5.1. Aplicaciones geométricas.
	5.2. Diagramas de flujo de la resolución completa de la ecuación de segundo grado.
	5.3. Uso de computadoras sencillas para obtener raíces complejas de ecuaciones de segundo grado.
6. Nociones de estadística.	6.1. Recolección, ordenación y graficación de datos demográficos, de producción, etc.
	6.2. Aplicaciones comerciales.
	6.3. Aplicaciones a la ecología.
	6.4. Construcción de tablas de números aleatorios como un ejemplo de simulación.

OBSERVACION:

Con el tema correspondiente a estadística creemos que es necesario introducir algunas modificaciones, siguiendo parcialmente las recomendaciones dadas en (1). Concretamente proponemos:

a) Recolección de datos, población y muestra.

b) Ordenación de datos.

c) Representación de datos.

d) Interpretación de datos.

e) Correlación.

f) Tabla de números aleatorios.

3.6.2. 2do. año ciclo diversificado

TOPICOS	APLICACIONES
1. Principio de inducción completa. Métodos de recurrencia, combinatoria.	1.1. Cálculos gráficos de áreas.
	1.2. Desigualdades e igualdades de utilidad en cálculo aproximado.
	1.3. Aplicaciones de la probabilidad (Técnicas de conteo).
	1.4. Aplicaciones genéticas.
	1.5. Aplicaciones comerciales.
	1.6. Algoritmo y diagrama de flujo para calcular $n!$ y $\binom{m}{n}$
2. Polinomios e inecuaciones.	2.1. Programación lineal (Método gráfico). a) Problemas económicos b) Problemas dietéticos. c) Problemas de transporte.

(1) "Las aplicaciones en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la escuela secundaria". Oficina regional de ciencia y tecnología para América Latina y el Caribe, Montevideo, 1974.

3. Cónicas.	3.1. Aplicaciones físicas.
	3.2. Aplicaciones estadísticas (Diferido al tema de estadística).
4. Vectores, rectas y planos.	4.1. Aplicaciones estadísticas (Recta de regresión).
	4.2. Aplicaciones económicas.
	4.3. Aplicaciones a la física y química.
	4.4. Aplicaciones cristalográficas.
5. Matrices. Transformaciones lineales. Determinantes. Sistemas lineales.	5.1. Aplicaciones a la física. Problemas de redes (Leyes de Kirchhoff).
	5.2. Aplicación a la química (Balanceo de ecuaciones químicas).
	5.3. Aplicación al cálculo aproximado de raíces enésimas.
	5.4. Aplicaciones a la criptografía.
	5.5. Aplicación a las cadenas de Markov.
	5.6. Aplicación a problema de decisión.
	5.7. Diagrama de flujo para el producto de dos matrices de 2x2.
6. Estadística. Probabilidad.	6.1. Aplicación a problemas financieros (Tasas de mortalidad).
	6.2. Aplicación a la genética (leyes de Mendel).
	6.3. Aplicaciones a la evaluación.
	6.4. Diagramas de flujo y uso de la computadora, para ciertos problemas estadísticos.
	6.5. Utilización de gráficos de árbol.
	6.6. Construcción gráfica de tablas de distribución normal.

OBSERVACIONES:

1) En la distribución de los tópicos se ha eliminado el correspondiente a la geometría del espacio, para así dejar más tiempo a las aplicaciones.

2) Siguiendo lo propuesto en (1) creemos que el tema de estadística y probabilidad debe ser modificado ligeramente; a base de los siguientes puntos:

a) Medida de probabilidad. Espacios equiprobables. Probabilidad condicional. Eventos independientes. La medida empírica de la probabilidad.

b) Variables aleatorias. Función de probabilidad. Función de distribución.

c) Esperanza y varianza de una variable aleatoria, estandarización.

d) Distribución binomial, de Poisson y normal. Aproximación a normal. Uso de tablas.

3.7. Desarrollo de algunos ejemplos de aplicación

3.7.1. *Un problema ecológico*

La reproducción de las especies en caso de los seres unicelulares que se multiplican por bipartición, es el más simple. Así, en condiciones de crecimiento de la población a una tasa instantánea constante a, el número de individuos al cabo de un tiempo t es:

$$N_t' = N_o e^{at}$$

Si las células no aumentaran, pero existiera un agente de destrucción constante, como por ejemplo la presencia de micrófagos, el número N_o se reduciría en un tiempo t, a $N_t'' = N_o e^{-mt}$ donde m es la tasa de mortalidad. Tomando en cuenta las tasas a y m, resulta $N_t = N_o e^{(a-m)t}$. En el caso $a = m$ se tiene una población estacionaria. Si $a > m$ evidentemente la población crece.

Si la población se duplica en una semana, calculemos el incremento de tasa por día.

$2N_o = N_o e^{(a-m)t}$. Luego $t(a-m) = \text{Ln}2$

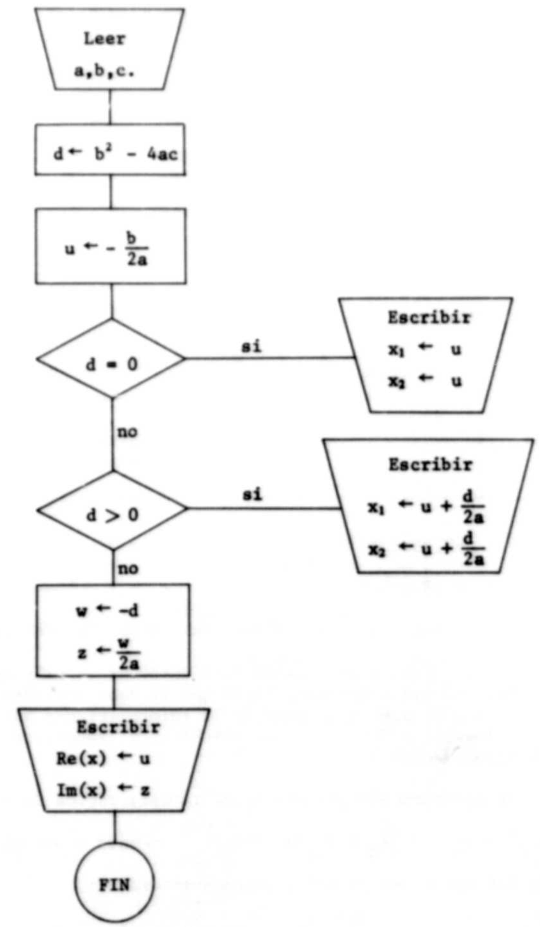
Por lo tanto: $a-m = \frac{\text{Ln}2}{7}$

3.7.2. *Ecuaciones cuadráticas (caso de raíces complejas)*

Consideremos la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, con $a, b, c, \in \mathbb{R}$ y $a \neq 0$. Ambas soluciones vienen dadas por:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

UN DIAGRAMA DE FLUJO PARA EL CALCULO ANTERIOR



Para el uso de la calculadora, haremos:

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 - \frac{2c}{2a}}$$

Para ello tendríamos en la computadora los siguientes datos:

LINEA	DATOS	OPERACIONES	RESULTADOS	OBSERVACIONES
1	a	↑ + STO		
2	b	RCL ÷ CHS ↑↑		
3		X		
4	c	↑ + RCL + -	d	Si d < 0 vaya a 7
5		$\sqrt{X}$ STO +	Raíz 1	
6		x ↔ y y RCL -	Raíz 2	FIN
7		CHS $\sqrt{X}$ x ↔ y	Parte real	
8		x ↔ y	Parte imaginaria.	

Ejemplo: $-7{,}2318\, x^2 + 2{,}6651\, x - 3{,}1691 = 0$

Soluciones: $0{,}1843 \pm 0{,}6358\, i$

3.7.3. *Una aplicación al cálculo numérico.* (*Uso del binomio de Newton*)

Obtengamos una fórmula aproximada para calcular la raíz cúbica de un número a por iteración, proceso que seguiremos hasta que el cubo del número difiera de a en menos de 10^{-4}. Sea a el número al cual se le quiera obtener su raíz cúbica: (asumiremos que $a > 0$, pues si $a < 0$, entonces simplemente trabajamos con $-a$ y al resultado le agregamos el signo menos).

Sea x_n una aproximación por exceso de la raíz cúbica de a, (para $n > i$) o sea:

$a = (x_n + e_n)^3 = x_n^3 + 3x_n^2 e_n + e_n^2(3x_n + e_n)$. Donde e es el error por exceso.

Si asumimos que e_n es pequeño, podemos aproximar:

$a = x_n^3 + 3x_n^2 e_n$. Luego $e_n = \dfrac{a - x_n^3}{3x_n^2} = \dfrac{a}{3x_n^2} - \dfrac{x_n}{3}$

Por lo tanto:

$$x_{n+1} = x_n + e_n = \frac{2}{3} x_n + \frac{a}{3x_n^2} = \frac{1}{3}\left(2x_n + \frac{a}{x_n^2}\right)$$

Veamos que $\{x_n\}$ es una sucesión decreciente y acotada inferiormente, luego x_n tiende a un número que es la raíz cúbica de a.

En efecto: $x_{n+1} - x_n = \dfrac{a - x_n^3}{3x_n^2} < 0$

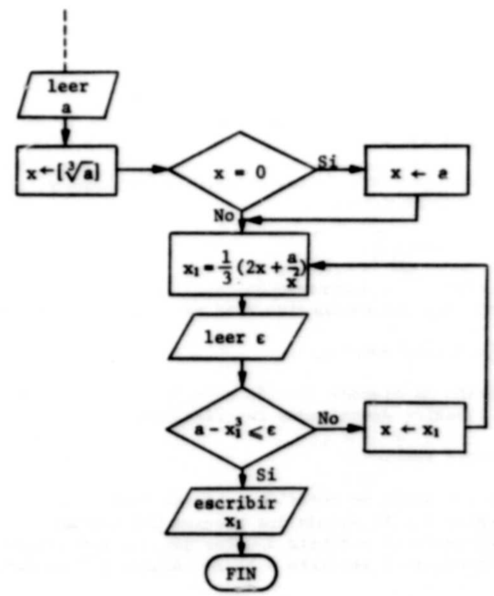
Y además sabemos que:

$$\sqrt[3]{a_1 . a_2 . a_3} < \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} \quad (a_1,\ a_2,\ a_3 \text{ positivos})$$

Luego:

$$x_{n+1} = \frac{1}{3}\left(x_n + x_n + \frac{a}{x_n^2}\right) > \sqrt[3]{x_n . x_n . \frac{a}{x_n^2}} = \sqrt[3]{a}$$

EL DIAGRAMA DE FLUJO CORRESPONDIENTE SERIA



OBSERVACION:

Estamos suponiendo que conocemos un algoritmo para calcular $[\sqrt[3]{a}]$, pues si comenzamos con $x_1 = [\sqrt[3]{a}]$ los siguientes valores de x_n serán aproximaciones por exceso de $\sqrt[3]{a}$ y por lo tanto $x_n^3 - a > 0$ de aquí que no hace falta tomar valor absoluto.

LINEA	DATOS	OPERACIONES	RESULTADOS	OBSERVACIONES
1	x_1	STO		
2		RCL ↑ +		
3	a	RCL ↑ x ÷ +		
4		3 ÷ STO ↑	x_1	
5		3 ↔ x^Y 10^{-4}		Si x_1^3 es mayor que 4, vaya a 2 $\sqrt[3]{a}$
6		RCL		

Así para a = 4, $x_1 = 1$; $x_2 = 2$; $x_3 = 1{,}6667$; $x_4 = 1{,}5911$, $x_5 = 1{,}5874$.

Entonces x_5 es una aproximación aceptable de $\sqrt[3]{4}$, pues x_5 es el primer x_i tal que $x_5^3 - 0{,}0001 = 3{,}999892 \approx 4 < 4$

3.7.4. *Tres aplicaciones de las desigualdades lineales de dos variables a la programación lineal*

a) Problema de producción:

El problema general de la programación lineal es la optimización (máximo y mínimo) de una función lineal, que en nuestro caso asumiremos que es de dos variables:

$F(x,y) = ax + by$ (a,b constantes).

Siendo esta función la llamada función objetivo, sujeta a un conjunto de igualdades o desigualdades lineales denominadas restricciones.

Veamos el siguiente problema:

Consideremos la situación de decisión sobre el número de unidades fabricadas de dos productos diferentes A y B; siendo los precios por unidad 2 y 5 respectivamente. Ahora cada unidad del producto A cuesta 3 horas máquina y 9 unidades de materia básica, mientras que el producto B requiere 4 horas máquina y 7 unidades de materia base.

El máximo posible de horas máquina es de 200 y de materia básica es 300. Asimismo debe haber por lo menos 20 unidades del producto A.

Sea x_1 el número de unidades del producto A y x_2 del producto B. Queremos determinar x_1 y x_2 tal que el costo sea mínimo.

$F(x_1, x_2) = 2x_1 + 5x_2$ (Función de decisión).

Número de máquinas hora $= 3x_1 + 4x_2$

Unidades de material básico $= 9x_1 + 7x_2$

Mínimo de unidades del producto A = 20

Mínimo de unidades del producto B = 0

Luego queremos hallar x_1, x_2, tal que: $2x_1 + 5x_2$ sea mínimo tomando en cuenta las restricciones:

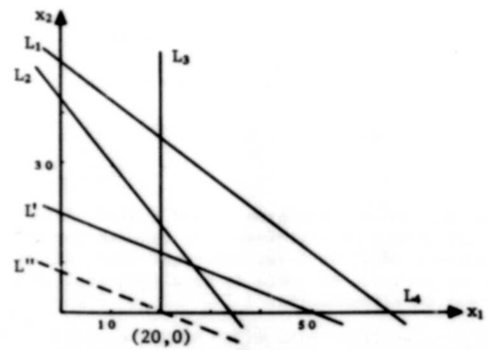
$3x_1 + 4x_2 \leq 200$ (L_1)

$9x_1 + 7x_2 \leq 300$ (L_2)

$x_1 \geq 20$ (L_3)

$x_2 \geq 0$ (L_4)

Geométricamente nuestras restricciones constituyen semiplanos cerrados y debemos trabajar en la intersección de dichos semiplanos, obteniéndose un polígono convexo no necesariamente acotado. La condición que sea mínimo $2x_1 + 5x_2$, nos obliga a dibujar una recta de pendiente -2/5 y trasladarla paralelamente hasta encontrar el punto más cercano del polígono convexo. Las coordenadas corresponden a los valores de x_1 y x_2 que hacen a la función objetiva, mínima.



$L \equiv 2x_1 + 5x_2 = 0$

$L \parallel L' \equiv 2x_1 + 5x_2 = 100$

$L_1 \equiv 3x_1 + 4x_2 = 200$

$L_2 \equiv 9x_1 + 7x_2 = 300$

$L_3 \equiv x_1 = 20$

$L_4 \equiv x_2 = 0$

$L'' \parallel L' \parallel L$

Gráficamente obtenemos la solución: (20,0).

b) Un problema de transporte.

Sean dos depósitos A y B con 150 y 300 toneladas de mercancía. Desde un centro de consumo C se hace un pedido de 100 toneladas de esa mercancía. El valor de transporte por toneladas desde A hasta C es de Bs. 140,oo y de B a C es de Bs. 70,oo. ¿Cuántas toneladas de esa mercancía deben ser enviadas desde A, y cuántas desde B, para que el costo del envío sea mínimo, si no deben haber menos de 40 toneladas procedentes de A?

Sea x_1 el número de toneladas que deben enviarse de A hacia C y x_2 de B a C.

Luego el costo será: $F(x_1, x_2) = 140x_1 + 70x_2$.

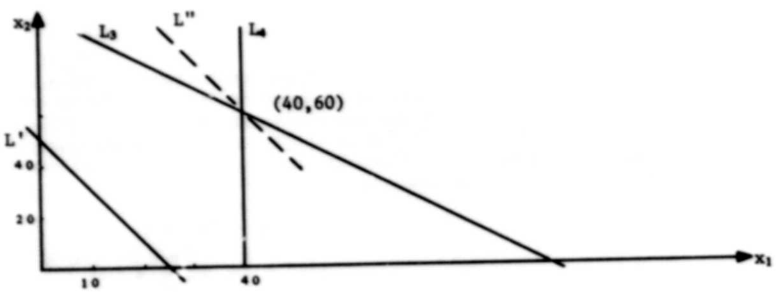
Las restricciones son:

$0 \leq x_1 \leq 150 \qquad (L_1)$

$0 \leq x_2 \leq 300 \qquad (L_2)$

$x_1 + x_2 = 100 \qquad (L_3)$

$x_1 \geq 40 \qquad (L_4)$



Gráficamente obtenemos la solución (40,60) o sea $x_1 = 40$, $x_2 = 60$

c) Problema dietético.

Se sabe que un hombre adulto necesita diariamente un mínimo de 400 gramos de carbohidratos, 27 gramos de grasa pura y 100 gramos de proteínas. Si tenemos dos alimentos sintéticos cuyos datos se dan a continuación, se desea saber qué cantidad de alimento A y del B debe ingerir esta persona para que el costo de su alimentación sea mínimo sin descuidar las necesidades mínimas de alimentación.

ALIMENTO	PROTEINAS	CARBOHIDRATOS	GRASAS	COSTO POR KGS.
A	0,1	0,6	0,3	10,oo Bs.
B	0,2	0,5	0,3	14,oo Bs.
Requerimiento mínimo	0,100 Kg.	0,400 Kg.	0,027 gs.	

Sea x_1 y x_2 el número de kilogramos de los alimentos A y B respectivamente, luego:

$f(x_1, x_2)$ = costo de la alimentación $= 10x_1 + 14x_2$.

RESTRICCIONES:

$0,1x_1 + 0,2x_2 \geq 0,100$ (proteínas)

$0,6x_1 + 0,5x_2 \geq 0,400$ (carbohidratos)

$0,3x_1 + 0,3x_2 \geq 0,027$ (grasas)

$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$

Procediendo gráficamente se obtiene:

$x_1 = 0,8$ kg., $x_2 = 0,1$ kg.

3.7.8. *Una aplicación de geometría analítica a la cristalografía*

Para estudiar geométricamente un cristal se suele referir a un sistema de coordenadas con origen en el centro del cristal. Cada cara del mismo viene determinada por la ecuación del plano correspondiente, en su forma segmentaria.

O sea: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

La ecuación de otra cara vendrá dada por:

$\frac{x}{a'} + \frac{y}{b'} + \frac{z}{c'} = 1$

Haciendo $h = \frac{a}{a'}$, $k = \frac{b}{b'}$, $\ell = \frac{c}{c'}$

La ecuación de esta cara viene dada por:

$h\frac{x}{a} + k\frac{y}{b} + \ell\frac{z}{c} = 1$

Luego a partir de la cara principal, se puede determinar cualquier otra cara conociendo la terna (h,k,ℓ) llamada *índices de Miller* de la cara. En cristalografía se da el nombre de *zona* al conjunto de las caras de un cristal paralelas a una misma recta, llamada *eje de la zona*.

Ya que para definir la zona basta conocer los cosenos directores del eje, entonces es suficiente hallar la recta intersección de dos caras de índices (h', k', ℓ') y (h, k, ℓ). En efecto:

$$L = \begin{cases} h\dfrac{x}{a} + k\dfrac{y}{b} + \ell\dfrac{z}{c} = 1 & (\delta_1) \\ \\ h'\dfrac{x}{a} + k'\dfrac{y}{b} + \ell'\dfrac{z}{c} = 1 & (\delta_2) \end{cases}$$

Hallando la recta intersección obtendremos:

$$\frac{x - \alpha}{a\begin{vmatrix} k & \ell \\ k' & \ell' \end{vmatrix}} = \frac{y - \beta}{b\begin{vmatrix} \ell & h \\ \ell' & h' \end{vmatrix}} = \frac{z - \delta}{c\begin{vmatrix} h & k \\ h' & k' \end{vmatrix}}$$

Como a, b y c vienen dados por la cara principal, bastarán los parámetros: $k\ell' - k'\ell$; $\ell h' - \ell' h$; $hk' - h'k$ para determinar los cosenos directores del eje de la zona, de aquí que a dichos parámetros se les llame *característicos del eje*.

Finalmente se pueden determinar las condiciones que deben cumplir los índices (h, k, ℓ) de una cara, para que pertenezcan a una zona cuyo eje venga dado por los parámetros (α, β, δ). En efecto, el vector normal a la cara de índices (h, k, ℓ) viene dado por:

$$\vec{n} = \frac{h}{a}\vec{i} + \frac{k}{b}\vec{j} + \frac{\ell}{c}\vec{k}$$

Luego debe ser ortogonal al vector

$$\vec{v} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \delta\vec{k}$$

por lo tanto la condición requerida será:

$$\vec{n} \cdot \vec{v} = 0 \quad \text{(Producto escalar)}$$

$$\alpha\frac{h}{a} + \beta\frac{k}{b} + \delta\frac{\ell}{c} = 0$$

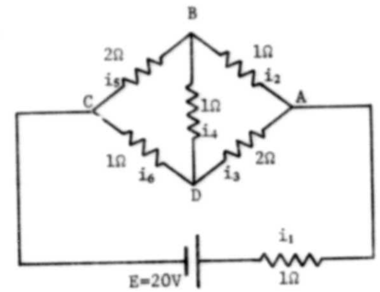
3.7.6. *Una aplicación del procedimiento de Gauss para resolver sistemas de ecuaciones lineales*

En los problemas sencillos de circuitos se suelen presentar sistemas de ecuaciones lineales como consecuencia de las leyes de Kirchhoff. Estos sistemas generalmente se resuelven de una manera mucho más cómoda utilizando el procedimiento de Gauss, sobre todo porque es el más sencillo de llevar al computador.

Consideramos un caso concreto:

Sea el circuito especificado abajo (puente de Wheatstone). **Determinaremos el valor de las intensidades**

$$\begin{aligned} i_1 - i_2 - i_3 \qquad\qquad &= 0 \quad \text{(nudo A)} \\ i_2 - i_4 - i_5 \qquad &= 0 \quad \text{(nudo B)} \\ -i_1 + i_5 + i_6 &= 0 \quad \text{(nudo C)} \\ i_2 - 2i_3 + i_4 \qquad &= 0 \\ -i_4 + 2i_5 - i_6 &= 0 \\ i_1 + i_2 + 2i_5 \qquad &= 20 \end{aligned}$$



La matriz ampliada es:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 20 \end{bmatrix}$$

Procediendo por Gauss se obtiene:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

Luego, por ejemplo: $i_4 = 5$, etc.

3.7.7. *Aplicaciones de los sistemas lineales de ecuaciones a la química*

Sabiendo que en una reacción química, el número de átomos gramos de cada elemento debe ser igual, antes y después de la reacción, podemos balancear reacciones donde los elementos inclusive trabajen con varias valencias. Por ejemplo; balancear la ecuación:

$$HCl + KMnO_4 = MnCl_2 + KCl + Cl_2 + H_2O$$

Los coeficientes de dichos compuestos serán:

$$xHCl + yKMnO_4 = zMnCl_2 + uKCl + vCl_2 + wH_2O$$

Luego:

Antes de la reacción = Después de la reacción

H	x	=	$2w$
Cl	x	=	$2z + u + 2v$
K	y	=	u
Mn	y	=	z
O	$4y$	=	w

Lo cual nos plantea el siguiente sistema indeterminado:

$$\begin{array}{llllll} x & & & & -2w & = 0 \\ x & & -2z & -u & -2v & = 0 \\ & y & & -u & & = 0 \\ & y & -z & & & = 0 \\ & 4y & & & -w & = 0 \end{array}$$

El cual resolviéndolo por Gauss, nos queda haciendo $z = 2$,

$w = 8$, $v = 5$, $u = 2$, $y = 2$, $x = 16$.

3.7.8. *Una aplicación del cálculo de probabilidades a la genética*

Supongamos que dos heterocigotos portadores de genes del albinismo se casan y tienen hijos. Es fácil predecir que entre estos hijos deberá haber individuos albinos y no albinos en una proporción de 1:3. Calcular la probabilidad de que una familia de 10 hijos tenga al menos 4 hijos albinos.

Veamos que este tipo de problemas se puede ensamblar dentro de un modelo de distribución binomial, considerando el tener un hijo albino como un "éxito", teniendo este "éxito" una probabilidad de ocurrir de 1/4 (por tanto el fracaso 3/4). Se quiere calcular la probabilidad de que en 10 "experimentos", haya 4, 5, 6, 7, 8, 9 ó 10 hijos albinos, luego esta probabilidad vendrá dada por:

$$\binom{10}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^4\left(\frac{3}{4}\right)^6 + \binom{10}{5}\left(\frac{1}{4}\right)^5\left(\frac{3}{4}\right)^5 + \dots + \binom{10}{10}\left(\frac{1}{4}\right)^{10}$$

Ahora, en general puede resultar sumamente largo el cálculo a mano de $\binom{m}{n}$ sobre todo si m es mayor que 6.

De aquí que sea un buen ejercicio de aplicación el estudiar la forma de hallar estos números combinatorios con el tipo de calculadora que hemos venido mencionando (por lo menos 3 memorias y 1 de reserva (STO)).

Para efecto de sencillez es bueno recordar algunas propiedades de los números combinatorios a fin de hacer más cortos los cálculos.

a) $\binom{m}{o} = \binom{m}{m} = 1$, b) $\binom{m}{1} = \binom{m}{m-1} = m$, c) $\binom{m}{n} = \binom{m}{m-n}$, $0 < n < m$.

En general: $\binom{m}{n} = \dfrac{m!}{n!\,(m-n)!} = \dfrac{m(m-1)\ \dots\ (m-n+1)}{n(n-1)(n-2)\dots.1}$

De acuerdo a (c), siempre es bueno tomar n, de modo que $m-n$ sea positivo.

Las operaciones serían:

LINEA	DATOS	OPERACIONES	RESULTADOS	OBSERVACIONES
1	m	↑		
2	i	x		Repetir desde m-n+1 hasta m-1
3	n			Si n=2, ir a 6
4		↑		
5	j	x		Repetir desde j=n hasta j=2
6	÷		$\binom{m}{n}$	

Por ejemplo: $\binom{10}{7} = \binom{10}{3} = 120$

$$\binom{40}{18} \approx 1{,}133802618 \times 10^{11}$$

4. PERFECCIONAMIENTO DOCENTE.

La modernización de los programas de matemática del ciclo diversificado genera dos grandes problemas: por un lado, desarrollar un nuevo profesional de la docencia, y por el otro, capacitar al personal docente que no está suficientemente preparado para implementar tales programas. La solución de los problemas mencionados puede lograrse con diferentes tipos de cursos sobre matemática, pedagogía y cultura general, entre los cuales citamos los siguientes:

a) de formación docente: cursos de nivel superior, con fuertes exigencias técnicas, diseñados con la finalidad de otorgar un título al estudiante que haya aprobado un número determinado de ellos. Un ejemplo de posibles cursos de este tipo aparece en el programa de Formación Docente en Matemática para países en vías de desarrollo, que será presentado en esta IV Conferencia por nuestros compatriotas Mauricio Orellana Chacín y Saulo Rada Aranda.

b) de formación docente mínima: cursos de nivel superior, con menores exigencias técnicas que las señaladas en a), organizados para los docentes que por diversas razones no han podido obtener el título profesional.

El número de cursos de este tipo sería determinado por el Ministerio de Educación y la aprobación de ellos constituiría el requisito mínimo exigido a un profesor no graduado para continuar en la docencia. Un ejemplo podría ser ocho cursos: cinco de matemática (álgebra lineal, programación lineal, computación, cálculo y estadística), dos de pedagogía (didáctica de la matemática, otro) y uno de cultura general.

c) de actualización docente para profesores graduados.

d) de actualización docente para profesores no graduados que tienen aprobados los cursos de formación docente mínima.

e) de implementación de programas: cursos de nivel alto, organizados con la finalidad de desarrollar en forma detallada todo el contenido de los programas de matemática del ciclo diversificado.

Los cursos señalados en b), c), d) y e) son dirigidos a profesores en ejercicio. Por lo tanto, los denominaremos en esta ponencia cursos de perfeccionamiento docente, y sobre ellos centraremos nuestra atención seguidamente.

Desde el año de 1963 se están dictando en Venezuela cursos de perfeccionamiento docente, primero en el Instituto Pedagógico de Caracas, luego en el de Barquisimeto. En líneas generales, son cursos de algebra abstracta, geometría lineal, didáctica de la matemática, análisis y topología general, que para algunos participantes son de actualización, y para otros, de formación docente mínima. Estos cursos han sido realizados por una parte del profesorado en ejercicio, en un principio con mayoría de graduados, y luego sobre todo en los últimos cursos, con mayoría de no graduados.

En el año 1972 la Dirección de Planeamiento del Ministerio de Educación publica el nuevo programa de matemática para el primer año del ciclo diversificado. En el mes de septiembre de ese mismo año se realiza, a nivel nacional, un Seminario de Implementación, con una duración de una semana, con la finalidad de intercambiar ideas sobre el programa actualizado. Los profesores empezaron a desarrollar el mencionado programa, unos días después en el mes de octubre.

El mismo proceso se cumplió en el año de 1973 con el nuevo programa de matemática para el segundo año del ciclo diversificado.

Tenemos que reconocer con toda honestidad que tales seminarios no resultaron exitosos. Los programas fueron conocidos por los profesores en el propio seminario.

La mayoría de los profesores no conocían el enfoque moderno de algunos temas (trigonometría, combinatoria, geometría del espacio, matrices) o no conocían el contenido de otros (estadística, programación lineal, cónicas, probabilidad). En estas condiciones no era posible el intercambio de ideas, y el objetivo inicial se modificó, convirtiendo el seminario en un curso intensivo para explicar los contenidos del programa. Es obvio que con una semana sólo se pudo dar una idea panorámica de tales contenidos, y los profesores se fueron a desarrollar el programa con la sensación interna de que el seminario no les había resuelto "su problema".

Esta experiencia tiene que enseñarnos lo siguiente: la prioridad número uno en materia de perfeccionamiento docente es organizar cursos de implementación de programas como los definidos en e). Esto cobra vigencia nuevamente si es aceptada nuestra recomendación de dar mayor énfasis a la matemática aplicable en el ciclo diversificado. Una vez cubierta esta etapa, se volvería a ofrecer cursos de los tipos b), c) o d).

Los cursos de matemática, dentro del perfeccionamiento docente, no deben ser dictados solamente por los Institutos de Formación de Docentes, como ocurre actualmente, sino por todas las universidades nacionales e institutos y colegios universitarios. Este planteamiento lo expresamos por dos razones: (1) el problema de tal perfeccionamiento es tan grave que probablemente la única forma de resolverlo es comprometiendo a todos los profesionales que enseñan matemática en la educación superior venezolana; y (2) la poca experiencia que tienen los institutos de formación de docentes en matemática aplicable.

Finalmente, es importante motivar la asistencia de los profesores a estos cursos. En este sentido, el Ministerio de Educación debe elaborar un reglamento del personal docente de educación media, en el cual se tomen en cuenta los cursos de perfeccionamiento para la ubicación o ascenso dentro del escalafón.

5. RECOMENDACIONES

5.1. Dar mayor énfasis a la matemática aplicable en el ciclo diversificado.

5.2. Diseñar los programas de matemática del ciclo diversificado en forma horizontal, utilizando las siguientes columnas:

a) Objetivos específicos.

b) Contenidos.

c) Aplicaciones.

d) Recomendaciones.

e) Evaluación.

5.3. Elaborar un manual de aplicaciones matemáticas para ser utilizado en las sesiones de práctica del primer y segundo año del ciclo diversificado.

5.4. Elaborar un manual de reactivos de prueba que sirva de orientación a los docentes en la evaluación de los objetivos propuestos en los programas.

5.5. Aumentar la intensidad horaria a 6 horas semanales, distribuidas en 4 de teoría y dos de práctica.

5.6. Crear laboratorios de matemática con la dotación mínima requerida para las aplicaciones dispuestas en el manual de prácticas.

5.7. Incorporar a los programas de matemática del ciclo diversificado nociones de computación (diagramas de flujo, algoritmación, lenguajes elementales).

5.8. Eliminar de los programas actuales ciertos contenidos de geometría.

5.9. Introducir el uso de la calculadora como elemento auxiliar del proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

5.10. Incorporar a los pensa de matemática de los institutos formadores de docentes asignaturas del área de la matemática aplicable.

5.11. Responsabilizar a todos los institutos de educación superior del país en la tarea del perfeccionamiento docente.

5.12. Dictar a la brevedad posible cursos de perfeccionamiento docente en los cuales se desarrolle detalladamente todo el contenido de los programas de matemática del ciclo diversificado, con un número suficiente de horas dedicadas a la ejercitación y a las aplicaciones.

5.13. Sugerir al Ministerio de Educación de Venezuela la elaboración de un reglamento de personal docente de educación media, en el cual se tomen en cuenta los cursos de perfeccionamiento para la ubicación o ascenso dentro del escalafón.

* * *

L'ENSEIGNEMENT DE LA MATHEMATIQUE DIVERSIFIE DANS LES CLASSES SUPERIEURES DES ECOLES SECONDAIRES

Willy Servais (Bélgica)

I. INTRODUCTION

1. Le renouveau de l'enseignement de la mathématique progresse. Depuis les premières réunions, telles celle de Royaumont en 1959, des rencontres nationales et internationales ont marqué les étapes d'avancement de l'entreprise.

Au début il a surtout été question de mise à jour du contenu et des programmes pour tirer parti des structures organisatrices de la mathématique. Les méthodes d'enseignement se sont ensuite efforcées de transmettre aux élèves les manières de penser et d'agir propres à la mathématique elle-même. C'est enfin que la réflexion sur les objectifs spécifiques et généraux de l'éducation a tenté de mieux fonder la pédagogie de la mathématique. En particulier, on s'est évertué à rendre la matière et les méthodes enseignées mieux et plus applicables dans les sciences et les techniques.

Ainsi, dans la marche en avant, on a voulu trouver des réponses aux demandes et aux critiques suscitées par la réforme. Après tant d'années d'efforts, il est important de débattre, dans une conférence comme celle-ci de l'état actuel de la promotion de l'enseignement de la mathématique. Il est surtout significatif de le faire devant des experts parmi lesquels se retrouvent des pionniers de la première heure.

2. Pour vous parler des manières de diversifier l'éducation mathématique à partir d'une formation commune, je ne puis mieux faire que de me référer à l'expérience conduite en Belgique. Vous me le pardonnerez, en considérant sans doute que c'est un pays qui, très tôt, a entrepris de refondre son enseignement en la matière.

Aujourd'hui programmes et méthodes ont été reconstruits au niveau secondaire. Il est possible d'estimer la besogne déjà faite d'un oeil critique pour adapter mieux une éducation mouvante à des objectifs renouvelés. Pareille réévaluation est d'autant plus urgente et nécessaire que l'enseignement tout entier est en voie de rénovation. Toutes les branches, en particulier scientifiques, ont à leur tour réexaminé et mis à la page contenus et méthodes au sein d'écoles restructurées.

Dans ce mouvement général de refonte et de contestation pédagogique, l'éducation mathématique qui s'était mise la première en question de l'intérieur est à présent remise en question du dehors.

3. Pour éviter les généralités et être assez explicite, nous présenterons, de façon comparée des programmes et nous les commenterons pour indiquer dans quel esprit et vers quels objectifs les professeurs sont invités à pratiquer leur enseignement.

Les programmes choisis sont ceux des écoles de l'état, les citations, parfois longues, sont empruntées aux instructions qui les accompagnent et à la rédaction desquelles nous avons participé. Ce contenu et cette méthodologie sont largement adoptés par les écoles secondaires organisées par les autres pouvoirs publics: provinces et villes. Il est très proche de ce qui est en vigueur dans l'enseignement libre catholique.

D'ailleurs les deux commissions, l'une de l'enseignement de l'état, l'autre, de l'enseignement libre, qui ont élaboré programmes et directrices pendant de longues années de discussions cordiales et passionantes, ont, à plusieurs reprises, eu des contacts nécessaires pour arriver à un consensus national.

A présent, c'est suivant ces lignes nouvelles que s'effectue l'apprentissage de la mathématique tant dans les écoles secondaires de type traditionnel que dans les écoles secondaires de type rénové.

Il nous suffira de montrer les plans de mise en oeuvre de l'enseignement moderne dans la structure de ces dernières qui tendent à se généraliser et qui lui sont plus favorables.

II. BASE COMMUNE DANS LES CLASSES INFERIEURES

Dans les deux premières années du secondaire, au degré d'observation des écoles rénovées, tous les élèves, tant de l'enseignement technique que de l'enseignement général reçoivent la même formation initiale. Le programme d'initiation mathématique comprend:

1. Première année (12-13 ans)

   a) *Ensembles*: Notions et propriétés fondamentales (E, C, U, ∩, =)

   b) *Relations*: (Fonction, application, bijection) Composition - Relation d'équivalence.

   c) *Les nombres naturels*: cardinaux des ensembles finis. Opérations. Numération de position.

   d) *Les nombres entiers*: Somme et différence, produit et quotient. Propriétés de l'addition et de la multiplication. Equations et problèmes simples.

   e) *Géométrie*: Plan, point, droite, incidence.
   Droites parallèles, direction, Projection parallèle. Droite orientée. Demi-droite et segment. Equipollence et translations.

   f) *Calcul élémentaire*: écrit et mental sur les nombres naturels, les fractions, les décimaux. *Système métrique*: calcul de longueurs, d'aires et de volumes. Notions sur les angles, les triangles, les quadrilatères. Tracés simples. Description des solides usuels.

2. Deuxième année (13-14 ans)

   a) *Relations*: Relations d'ordre dans un ensemble. Composition de relations, fonctions, applications, bijections.

   b) *Groupes*: Définition et exemples; simplifiabilité; équations.

   c) *Nombres*: Division dans N.
   Nombres rationnels, fractions; représentation sur une droite et ordre; opérations; propriétés de corps ordonné des nombres rationnels. Fractions décimales, écriture décimale, approximation décimale de nombres rationnels. Notions sur les nombres réels. Equations et inéquations de premier degré; problèmes. Puissances à exposants naturels; propriétés.

   d) *Géométrie affine*

   Projection parallèle.

   Projection parallèle d'une droite orientée sur une droite orientée. Conservateurs de l'équipollence et du milieu. Demi-plan et secteur angulaire.

   Translations et homothéties.

   Définitions, constructions, propriétés.
   Le groupe commutatif des translations; notations; notations vectorielles.
   Le groupe des homothéties de centre donné. Produit d'un vecteur par un nombre; graduation de la droite; théorème de Thalès.

   e) *Géométrie métrique*

   Symétries orthogonales.

   Perpendicularité; parallélisme et perpendicularité. Symétries orthogonales; définition, constructions, propriétés. Axe de symétrie de figures; médiatrice bissectrice.

   Isométries.

   Composition de symétries orthogonales; le groupe des isométries. Translation et symétrie centrale comme composées de deux symétries orthogonales.

   Congruence de figures.

   La congruence comme relation d'équivalence.
   Congruence de segments; longueur, report, somme et différence. Médiatrice. Cercle.
   Congruence d'angles; amplitude, report, somme et différence. Angles opposés par le sommet. Angles à côtés deux à deux parallèles. Somme des angles d'un triangle. Cas de congruence des triangles.

3. Commentaire

   a) Nous avons donné quelques détails sur ces programmes communs pour faire apparaître certaines de leurs caractéristiques:

   1. Rôle fondamental des structures;
   2. Symbiose des nombres et des vecteurs;
   3. Antériorité de la géométrie affine sur la géométrie métrique.

   L'enseignement est, dès que possible, abstrait. Si l'on prend grand soin de prendre appui sur des situations concrètes et familières que l'on apprend à *mathématiser*, on est tout aussi attentif à initier à la démarche mathématique interne autonome, c'est à dire, en faisant usage d'un néologisme, à *mathématiquer*. Faire des mathématiques est un long apprentissage qu'il faut commencer très tôt pour se familiariser avec la conception abstraite, la construction déductive, le rôle des définitions, la démarche axiomatisante, l'intuition rationnelle, le contrôle des conjectures, l'organisation et l'exécution des calculs, l'application aux situations concrètes.

b) Le rendement d'une action pédagogique dépend au premier chef de l'enseignant. Mais il faut aussi que les conditions où il est placé soient assez favorables.

Dans les deux premières années les effectifs des classes ne peuvent dépasser 25 élèves. L'horaire est de 5 périodes de 50 minutes par semaine et pendant l'une d'entre elles le maître travaille avec seulement une demi-classe d'une douzaine d'élèves.

C'est au cours de ce travail dirigé par demi-classe que se développent certains apprentissages tels que:

- utiliser le manuel scolaire ou tout autre livre en tant qu'éléments de référence.
- utiliser de façon correcte les divers instruments de travail.
- rechercher des informations et les noter sur fiches.
- utiliser les fiches documentaires.
- travailler en équipe.

En plus des séances de rattrapage à raison d'une ou deux périodes par semaine permettent aux élèves présentant des déficiences ou des retards de les combler avec l'aide d'un professeur.

c) En ce qui concerne les moyens graphiques utilisés les instructions soulignent:

"Les diagrammes et les graphes multicolores sont devenus des outils mathématiques d'application générale. Ils constituent en outre un moyen pédagogique qui permet de réduire les difficultés des enfants défavorisés sur le plan de l'expression verbale. Toutefois, les professeurs seront attentifs à exercer tous les élèves à une expression verbale et écrite correcte de leur pensée."

d) L'interaction entre la théorie et la pratique est l'objet d'une attention particulière. "Toutes les occasions qu'offre la partie théorique du cours pour traiter des questions pratiques comme illustrations ou comme exercices seront exploitées. De cette façon, on fera apparaître le champ d'application des notions fondamentales et les problèmes feront apprécier la portée des idées générales."
"L'un des caractères de l'enseignement rénové est la coordination étroite entre les branches, déjà dès la première année."
"La mathématique est en relation avec d'autres activités, notamment l'initiation technologique, les sciences et le dessin."
"Partout, la tâche du professeur de mathématique comprendra la présentation et une explication suffisante des notions qui ne sont pas nécessairement en rapport direct avec la partie théorique du programme de l'année. Cette activité particulière permettra l'entretien et une certaine extension des connaissances acquises à l'école primaire."
"D'autre part, il est souhaitable que le commentaire et le contexte mathématiques des problèmes ou des applications rencontrés dans les autres disciplines soient à la portée des élèves."
"Le professeur de mathématique peut faire, à ce sujet, d'utiles suggestions à ses collègues."

III. ENSEIGNEMENT DIVERSIFIE EN TROISIEME ET EN QUATRIEME ANNEES DU SECONDAIRE

1. Après les deux années de formation commune au premier degré, dit d'observation, l'enseignement de la mathématique présente une première diversification au cours des troisième et quatrième années qui constituent le deuxième degré appelé degré d'orientation.

D'une part, des élèves suivant des classes de transition qui les conduiront, comme le nom l'indique, vers des études supérieures universitaires ou techniques; d'autre part, les autres élèves entrent dans une formation de finalité courte ou longue laquelle, suivant le cas, débouche, après deux ans ou après quatre ans, dans une profession.

Déjà dans la formation de transition l'horaire et le programme se différentient suivant que la mathématique est une option de base ou une option complémentaire.

Cette dernière dispose de 4 périodes hebdomadaires tandis que l'option de base en a 6.

2. Les instructions pédagogiques insistent sur l'adaptation de l'enseignement aux capacités réelles des élèves.

"Le professeur tirera parti de la liberté pédagogique qui est la sienne pour organiser les matières dans un ordre qui se prête le mieux à l'acquisition conceptuelle et pratique des notions mathématiques."

"Il veillera à montrer, par des applications bien choisies, l'intérêt et la portée de la théorie. En ce qui concerne celle-ci, bien que les possibilités d'abstraction des élèves soient plus grandes que les années précédentes, le professeur nuancera ses exigences quant à la connaissance des démonstrations. Si certaines d'entre elles peuvent être trouvées par les élèves, d'autres, plus subtiles tout en étant compréhensibles, ne doivent pas être mémorisées. Enfin, des développements théoriques que le professeur présenterait pour apaiser les scrupules mathématiques, seront remplacés plus utilement par ses travaux où l'activité des élèves a la meilleure part."

De telles précautions sont de mise pour éviter que les professeurs commettent dans leurs cours le "péché théorique" en perdant de vue que la mathématique est d'abord un savoir-faire qui ne s'acquiert que par l'engagement personnel.

3. Troisième année (14-15 ans)

3.1 *Algèbre*

1. Corps commutatif ordonné et complet des réels éclairé par un modèle géométrique.
2. Calcul sur les nombres réels.
   Fractions à termes réels, extension des règles vues pour les fractions à termes entiers.
   Puissances à exposants entiers; extension des règles vues pour les puissances à exposants naturels, de nombres rationnels.
   Racine carrée; règle de calcul sur les radicaux d'indice deux.

Encadrements décimaux de la somme, du produit du carré et de la racine carrée positive de nombres réels.

3. La structure d'espace vectoriel du plan; bases et coordonnées.

4. Fonctions de R vers R; calcul de valeurs numériques; graphique cartésien dans des cas simples.

5. Polynômes à coefficients réels et fonctions polynômes. Opérations sur les polynômes (addition, soustraction, multiplication, division par une monôme; division et divisibilité par x - a. Cas simples de factorisation de polynômes. Opérations sur les fractions dont les termes sont des polynômes.

6. Equations et inéquations du 1er degré à une ou à deux inconnues; représentation graphique de l'ensemble des solutions. Systèmes de deux équations du 1er degré à deux inconnues. Problèmes.

3.2 *Géométrie*

1. Classification des isométries en déplacements et en retournements.

2. Mesure de la longueur d'un segment et de la distance de deux points. Cercle et disque.

3. Le groupe commutatif des rotations de centre donné. Angle orienté. Angle du centre et angle inscrit dans un cercle.

4. Le vectoriel euclidien plan. Produit scalaire de vecteur. Théorème de Pythagore. Inégalité triangulaire. Distance d'un point à une droite. Intersection d'un cercle et d'une droite; tangente à un cercle.

5. Sinus, cosinus et tangente d'un angle orienté. Relations entre les éléments d'un triangle rectangle. Emploi des tables.

6. Groupe des similitudes.

3.3 *Commentaire*

a) Ce programme est commun aux élèves de troisième année, qu'ils suivent un cours de transition ou de finalité. Il est conçu pour un horaire de quatre périodes par semaine. Pour les élèves ayant choisi une orientation sciences, le cours de mathématique se donne à raison de six périodes par semaine. Le programme de mathématique est celui du cours de base donné ci-dessus complété par les notions reprises ci-après. L'objectif visé est d'assurer une formation mathématique solide; il sera atteint, tant par une étude approfondie de certains points délicats de la théorie, que par la résolution de nombreux exercices de synthèse.

b) *Notions complémentaires*

Algèbre
Exercices complémentaires de calcul algébrique: factorisations, fractions rationnelles.

Extension de l'étude des fonctions $x \longrightarrow ax$; $x \longrightarrow ax + b$; $x \longrightarrow a/x$.
Résolution de problèmes de physique, de mécanique, d'électricité, de technologie,... où interviennent des grandeurs directement ou inversement proportionnelles.
Extension de la résolution de systèmes d'inéquations du premier degré: problèmes de programmation linéaire.
Résolution et discussion de systèmes de deux équations paramétriques du premier degré à deux inconnues. Résolution de systèmes de trois équations du premier degré à trois inconnues à coefficients numériques.

Géométrie
Exercices sur le produit scalaire.
Similitude: propriétés classiques de similitude des triangles.
La diversification progressive ainsi conçue rend encore possible à la fin de la troisième année de réorientations et même des passages de l'enseignement de finalité à celui de transition.

c) Le programme et les directions méthodologiques mettent l'accent sur la liaison unificatrice des nombres réels, des vecteurs et des transformations géométriques, translations et homothéties.

"A partir de la première année du degré d'orientation, les nombres réels occupent une place centrale.
"De là résulte la nécessité d'étudier la structure de corps de leur ensemble.
"Pour éviter le danger que des élèves de quatorze à quinze ans ne considèrent les définitions et les propriétés de cette structure comme des constructions artificielles, sans support concret, il est avantageux d'utiliser une structure isomorphe qui permet une représentation intuitive. L'appel à des moyens géométriques s'impose pour suggérer les définitions et rendre les propriétés acceptables. Une bijection convenable de l'ensemble des nombres réels sur une droite fournit un modèle géométrique de cet ensemble."

"Il est dès lors recommandé, comme point de départ du programme d'algèbre de cette classe, de fixer les axiomes nécessaires pour établir une telle bijection, de revoir et d'étendre le théorème de Thalès, de définir le produit d'un vecteur pour un nombre réel ainsi que le rapport de deux vecteurs parallèles."

"Une fois le lien vecteur-nombre solidement établi, il devient possible de définir la somme de nombres réels à partir de la somme de vecteurs. Cette définition paraîtra naturelle aux élèves si l'on part des vecteurs auxquels sont associés les nombres rationnels. Les propriétés d'addition qui font de l'ensemble des nombres réels un groupe ordonné seront, une fois la définition posée de simples traductions de propriétés de vecteurs suggérés par des figures géométriques."

"La définition du produit des nombres réels et les propriétés de la multiplication de ces nombres seront également fondées sur des interprétations géométriques (homothéties et multiplication des vecteurs par des nombres)."

"Le calcul littéral dans lequel les propriétés de corps commutatif sont appliquées de façon automatique est aussi important que la justification théorique de ces propriétés,il ne sera maîtrisé qu'au prix d'exercices nombreux."

"Le calcul des nombres réels comprend également le calcul des fractions en rapports à termes réels, celui des puissances à exposants entiers et des racines carrées positives; ici aussi, l'acquisition de l'habileté devra aller de pair avec la compréhension théorique."

"Il est nécessaire de familiariser les élèves avec le calcul par approximations. On introduira la valeur approchée d'un nombre réel à moins d'une unité près ou à moins d'une unité décimale près par défaut et par excès."

"Les propriétés d'ordre des nombres réels donnent des encadrements pour la somme, le produit, le carré, la racine carrée".

"Le but que l'on assignera à l'étude de la structure d'espace vectoriel du plan est:

- de familiariser les élèves avec le plan pointé et sa structure d'espace vectoriel à deux dimensions.
- de leur apprendre que de donner un point équivaut à se donner les coordonnées dans une base."

"Dans l'étude des fonctions de R vers R, il faut amener les élèves non seulement à dessiner le graphique d'une fonction, mais aussi à savoir le lire et l'interpréter. Ce sera l'occasion de renforcer l'aptitude des élèves au calcul numérique."

d) Nous venons de voir comment est réalisée, dans une conception unifiante, l'introduction des nombres réels.

Une autre question délicate est celle des angles. Il y a eu beaucoup de mises au point à ce sujet. Cependant il reste à présenter une approche pédagogique progressive.

Cette initiation distingue les diverses sortes d'angles qui sont utilisés dans des situations pratiques. La notion la plus élémentaire est celle d'angle rectiligne, au sens d'Euclide: la réunion de deux demi-droites issues d'une même origine. Un angle rectiligne est la frontière commune de deux régions du plan, des secteurs angulaires que l'on peut obtenir à l'aide de l'intersection ou de la réunion de demi-plans. On considère aussi le secteur angulaire plein et le secteur angulaire nul dont l'intérieur est vide. On définit des secteurs angulaires adjacents; ils ont au moins un côté commun et des intérieurs disjoints. Le maniement du rapporteur amène à définir une mesure des secteurs angulaires et à postuler, si l'on veut, l'existence d'une telle mesure en degrés. Cette façon de faire est à rapprocher de l'usage des axiomes du rapporteur tels que les a formulés G. Birkhoff pour les angles rectilignes pour lesquels la somme ne peut dépasser 180°. La considération des secteurs angulaires est plus commode car elle permet de faire des sommes jusqu'à 360°.

Dans un stade plus avancé on passe aux angles orientés définis comme des classes de couples de demi-droites de même origine équivalents par rapport au groupe des déplacements. On définit l'addition à l'aide des rotations de même centre. Les angles orientés ne sont pas, dans cette optique, des ensembles des points comme le sont les angles rectilignes et les secteurs angulaires. On ne peut définir pour les angles orientés une mesure au sens ensembliste mais il est possible de les faire correspondre à des nombres réels, leurs déterminations, obtenues à partir du cercle gradué et définies modulo 360°. Le groupe des rotations de même centre, pour la composition correspond au groupe additif des angles orientés lequel est isomorphe au groupe additif des nombres réels modulo 360°.

Ainsi on évite, à propos des angles orientés, de parler de "mesure" entre guillemets.

La question des angles orientés demande des élèves plus évolués; on peut la réserver pour la fin de la 3ème année (15 ans) juste avant l'introduction de la trigonométrie. Il suffit de remarquer que l'étude du produit scalaire ne nécessite pas l'emploi des angles orientés et que les angles rectilignes suffisent, en liaison avec les projections orthogonales. On peut donc, sans encombrer le chemin traiter le plus tôt possible le produit scalaire pour en faire un usage constant.

c) Ce qui précède montre le rôle fondamental rempli par les structures: groupes, corps, vectoriel, par leur transfert et par leur usage qui soustend les calculs pratiques littéraux et numériques, objets d'un entraînement constant. En plus l'axiomatisation est suffisamment vécue pour démystifier les axiomes. Il convient de noter que, pour permettre à des élèves qui accusent de la lenteur ou du retard dans l'assimilation du cours,des séances de rattrapage sont organisées à raison d'une ou de deux heures par semaine selon les possibilités de l'horaire.

4. Quatrième année (15-16 ans)

4.0 Dans la seconde année du degré d'orientation, la diversification devient plus nette entre les programmes et les intentions des cours de mathématique dans les classes de transition et celles de finalité.

Suivant la difficulté du programme, les classes de transition se scindent en options de base à 6 périodes par semaine et en option complémentaire à 4 périodes hebdomadaires.

4.1 *Nombres réels*

	Option de base 6 p/s	Option compl. 4 p/s
Axiomes du corps commutatif, ordonné, archimédien et complet des nombres réels	x	x
Valeurs décimales approchées d'un nombre réel	x	x
Calcul dans R.	x	x
Valeur absolue d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient	x	

	Option de base 6 p/s	Option compl. 4 p/s
Calcul d'erreur sur une somme, une différence, un produit et un quotient	x	
Racines et puissances rationnelles des nombres réels positifs	x	
Logarithmes, Calcul usage des tables et de la règle	x	

4.2 *Polynômes*

	Option de base 6 p/s	Option compl. 4 p/s
L'anneau des polynômes à coefficients réels à une ou à plusieurs variables	x	x
Identités remarquables	x	x
Division et divisibilité de polynômes		
Division d'un polynôme en x par x-a; loi du quotient et du reste. Quotients remarquables	x	x
Factorisation des polynômes	x	x
Fractions rationnelles	x	x

4.3 *Espaces vectoriels réels*

	Option de base 6 p/s	Option compl. 4 p/s
Axiomes d'espace vectoriel réel	x	
Calcul dans un espace vectoriel	x	
Combinaison linéaire de vecteurs, dépendance et indépendance linéaire, base et dimensions coordonées	x	
L'espace vectoriel du plan muni d'une origine	x	x
Droite vectorielle. Equation vectorielle d'une droite, rapport de section	x	
Le plan muni d'un repère: coordonées d'un point de ce plan, l'espace vectoriel des coordonées des points de ce plan	x	x
Equations paramétriques d'une droite	x	
Equation cartésienne d'une droite	x	x
Isomorphisme	x	

4.4 *Equations, inéquations et fonctions dans* R

	Option de base 6 p/s	Option compl. 4 p/s
Equivalence d'équations et d'inéquations	x	
Résolution et discussion de $ax + b = 0$ et $ax + b < 0$	x	x
La fonction $x \longrightarrow ax+ b$; représentation graphique	x	x
Interprétation graphique de $ax+ by +c = 0$ et $ax + by + c > 0$	x	x
Equivalence de système d'équations	x	
Résolution de systèmes d'équations du 1er degré à deux ou trois inconnues	x	x
Discussion de systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues	x	
Résolution graphique de systèmes d'inéquations du premier degré à deux inconnues	x	x
Problèmes du premier degré, entre autres, quelques problèmes de programmation linéaire	x	x

	Option de base 6 p/s	Option compl. 4 p/s
Résolution de l'équation $ax^2+bx+c = 0$	x	x
Somme et produit des racines. Problèmes		
Discussion de l'équation du second degré	x	
Résolution et discussion de l'inéquation $ax^2+bx+c > 0$	x	
La fonction $x \longrightarrow ax^2+ bx + c$; représentation graphique	x	
Discussion d'une équation du second degré dont les coefficients dépendent d'un paramètre	x	
Position d'un nombre par rapport aux racines	x	
Equations bicarrées et irrationnelles simples	x	
Problèmes du second degré avec discussion	x	

4.5 *Espaces vectoriels euclidiens réels*

	Option de base 6 p/s	Option compl. 4 p/s
Produit scalaire, propriétés principales	x	
La structure de vectoriel euclidien plan	x	x
Expression analytique du produit scalaire dans une base orthonormée	x	x
Condition de perpendicularité de 2 vecteurs	x	x
Equation normale d'une droite. Distance d'un point à une droite	x	
Distance de deux points. Equation du cercle	x	x

4.6 *Trigonométrie*

	Option de base 6 p/s	Option compl. 4 p/s
Cercle trigonométrique et plan orienté	x	x
Mesure des angles et des arcs orientés	x	x
Relation de Chasles		
Sinus, cosinus, tangente et cotangente d'un angle orienté	x	x
Définition des fonctions circulaires	x	
Relations entre les nombres trigonométriques d'un même angle et d'angles associés	x	x
Extension aux fonctions circulaires	x	
Emploi des tables de valeurs naturelles	x	x
Emploi de la règle à calcul et de tables de valeurs logarithmiques	x	
Les formules donnant $\sin (a \pm b)$, $\cos (a \pm b)$, $tg (a \pm b)$, $\sin 2a$, $\cos 2a$, $tg\ 2a$	x	
Expression de $\sin a$, $\cos a$, $tg\ a$, en fonction de $tg \frac{a}{2}$	x	
Les formules $\sin p \pm \sin q$; $\cos p \pm \cos q$	x	
Résolution d'équations trigonométriques et représentation de l'ensemble des solutions sur le cercle trigonométrique	x	
Relations entre les angles et les côtés d'un triangle rectangle	x	x
Relations entre les angles et les côtés d'un triangle quelconque	x	x
Résolutions de triangles. Applications	x	x

4.7 *Logique*

Les programmes de quatrième année de transition commençaient par l'étude de notions de logique. Afin d'éviter que des professeurs s'attardent trop sur ce sujet, plus qu'il n'est utile, il a semblé préférable de donner à ce propos des indications méthodologiques. Il est nécessaire de donner quelques précisions sur les concepts logiques qui sont d'un emploi courant en mathématique. Les mises au point logiques peuvent être faites selon les besoins, d'une façon non systématique.

Les opérations sur les propositions, conjonction et disjonction, peuvent être expliquées grâce aux tables de vérité comme les opérations sur les ensembles peuvent l'être à l'aide des tables d'appartenance.

Il y a intérêt à souligner l'identité de ces tables.

"L'implication demande à être traitée avec soin de manière à faire admettre qu'elle est vraie dans le cas où l'antécédent est faux. A ce sujet on pourra faire le rapprochement avec l'inclusion. Le principe de contrapositions d'une implication est des plus utiles: on le rendra familier."

"On montrera qu'une équivalence entre propositions (condition nécessaire et suffisante) équivaut à la conjonction de deux implications réciproques."

"Les élèves doivent acquérir une idée claire de la négation d'une conjonction, d'une disjonction, d'une implication. La démonstration par l'absurde sert à prouver indirectement qu'une proposition est vraie en démontrant que sa négation implique une proposition fausse."

"L'usage des quantificateurs avec les conditions renfermant une ou plusieurs variables sera expliqué à nouveau en faisant ressortir l'emploi d'un exemple et d'un contre-exemple."

"On apprendra à nier une proposition renfermant des quantificateurs et on attirera l'attention sur l'importance de l'ordre dans lequel ceux-ci sont écrits."

4.8 *Commentaire*

a) Les programmes précédents sont assez explicites. Ils comprennent des matières classiques depuis longtemps. Des indications relatives aux sujets nouveaux suffiront pour montrer dans quel esprit ils sont envisagés selon qu'il s'agit d'une option de base ou d'une option complémentaire.

b) "Comme introduction à l'algèbre des nombres réels, il est utile de faire une brève révision des divers ensembles de nombres en notant leurs inclusions et les propriétés des opérations. Ce sera l'occasion de revenir sur les concepts de groupe et de corps et d'introduire celui d'anneau."

"Les propriétés de l'ensemble des nombres réels seront rappelées en connexion avec les expressions décimales illimitées qui les désignent et la bijection avec l'ensemble des points d'une droite graduée, dont ils sont les abscisses."

"On dégagera les axiomes qui résument les connaissances acquises."

"La mise au point des axiomes du corps commutatif des nombres réels ne servira pas de prétexte à développer à nouveau une théorie des réels."

c) "Le calcul des polynômes peut être fondé sur la connaissance pratique que les élèves ont des monômes, de polynômes, de la réduction de ceux-ci et des opérations d'addition et de multiplication."

"Des calculs de valeurs numériques de polynômes à coefficients réels introduiront les fonctions polynômes à une ou plusieurs variables réelles. On sera amené à reconnaître que l'ensemble des polynômes à coefficients réels muni de l'addition et de la multiplication est un anneau commutatif."

d) L'étude du plan vectoriel diffère notablement selon qu'elle est faite dans une option de base en mathématique ou dans une option complémentaire.
Dans cette dernière "le professeur réunira les propriétés qui font du plan muni d'une origine, un espace vectoriel. Il reverra les notions de base et de coordonnées et fera observer que l'emploi d'axes rectangulaires n'est pas nécessaire."

Dans l'option de base, on veut familiariser les élèves avec les propriétés structurales des opérations dans un espace vectoriel réel et avec le concept d'isomorphisme d'espaces vectoriels.

"A partir d'exemples empruntés à la géométrie des vecteurs, aux polynômes, aux fonctions numériques, aux n-uplets, on dégagera le concept d'espace vectoriel sur le corps R (et sur le corps Q)."

"Les concepts généraux relatifs aux espaces vectoriels seront appliqués au plan muni d'une origine." Dans le chapitre consacré aux équations, inéquations et fonctions dans R, "le professeur familiarisera les élèves avec l'implication et l'équivalence d'équations. A cet effet, il utilisera avec profit les éléments de logique."

"Il mettra en évidence le lien entre l'implication d'équations et l'inclusion correspondante de leurs ensembles de solutions, ainsi qu'entre l'équivalence d'équations et l'égalité de leurs ensembles de solutions." Dans l'option de base on attirera l'attention sur les cas de validité des équivalences suivantes entre équations:

$A = B \longleftrightarrow A + C = B + C$

$A = B \longleftrightarrow mA = mB$

$A.\,B = 0 \longleftrightarrow A = 0 \cup B = 0$ et, en particulier

$A.\,C = B.C \longleftrightarrow A = B \cup C = 0$

$A^2 = B^2 \longleftrightarrow A = -B \cup A = B.$

En option complémentaire on n'exige pas la démonstration de l'équivalence et la vérification des solutions obtenues s'impose.

e) Dans l'option de base "le rappel des propriétés du produit scalaire (symétrie, bilinéarité, positivité, dans le vectoriel plan étudié dans la classe précédente conduira à la définition générale d'un produit scalaire dans un vectoriel réel quelconque."

"Dans cette structure, on pourra définir la norme d'un vecteur, l'orthogonalité d'un couple de vecteurs, la distance de deux vecteurs, et établir l'inégalité de Cauchy-Schwartz, ainsi que l'inégalité triangulaire qui a déjà été vue dans le vectoriel plan."

"On utilisera les propriétés du produit scalaire, en géométrie plane, pour traiter des applications."

"Dans un vectoriel de dimension deux, on donnera l'expression analytique du produit scalaire dans une base orthonormée. Dans l'option complémentaire"on rappelle les propriétés fondamentales du produit scalaire. On en recherche l'expression analytique dans une base orthonormée et on établit la condition de perpendicularité de deux vecteurs, l'expression de la distance de deux points et l'équation d'un cercle dans une base orthonormée."

f) En trigonométrie, "on peut faire comprendre que l'enroulement intuitif de la droite réelle sur le cercle trigonométrique U détermine une application de R sur l'ensemble des angles orientés." "Cette application surjective transporte l'addition dans R sur l'addition des angles et est périodique de période λ, ce nombre étant la mesure de la longueur du cercle U avec l'unité choisie sur la droite réelle.

5. Quatrième année de finalité

5.0 Dans les classes de quatrième année de finalité le cours de mathématique ne dispose plus que de deux périodes par semaine. Il s'ensuit que le programme y est réduit.
De plus, il doit être diversifié suivant les options. Il comprend une partie obligatoire commune à toutes celles-ci et une partie facultative dans laquelle le professeur choisit les matières qui sont les plus utiles à la formation professionelle des élèves. Chaque fois que cela est possible et que le niveau de la classe le permet les notions enseignées ont un support théorique mais, dans certains cas, une présentation intuitive ou expérimentale est utile ou nécessaire.

5.1 *Matières obligatoires*

Factorisation des polynômes. Fractions dont les termes sont des polynômes. Opérations.
Fonction polynôme $x \longrightarrow ax + b$: signe et variation représentation graphique.
Grandeurs directement et grandeurs indirectement proportionnelles.
Résolution de systèmes d'équation du premier degré à deux inconnues.Problèmes.
Représentation graphique de fonctions empiriques et de fonctions mathématiques simples, lecture de graphique de fonctions.
Résolution de l'équation du second degré à une inconnue. Problèmes.

5.2 *Matières facultatives*

Radicaux d'indice n. Puissances.
Notions simples sur les progressions et les logarithmes, usage de la règle à calcul. Résolution de problèmes empruntés à la géométrie, à la physique ou aux branches techniques.

Similitude de figures. Changement d'échelle. Notions très élémentaires de géométrie dans l'espace (parallélisme et perpendicularité, solides et leurs éléments de symétrie, aires et volumes). Trigonométrie élémentaire.
Eléments de statistique. Calcul de moyennes et dispersion. Problèmes en rapport avec la vie familiale, sociale ou professionnelle.

IV. ENSEIGNEMENT DIVERSIFIE EN CINQUIEME ET EN SIXIEME ANNEES DU SECONDAIRE

1. Dans les deux années terminales des écoles secondaires (16-18 ans) la mathématique reste matière obligatoire pour tous les élèves mais son enseignement se diversifie beaucoup suivant les orientations de ceux-ci.

Les classes de transition, conduisant à des études supérieures universitaires ou techniques offrent trois niveaux d'enseignement A, B, C, suivant que l'horaire est de 8 périodes, 5 périodes ou trois périodes par semaine. En plus une option de renforcement permet de passer de 8 à 10 périodes hebdomadaires.

2. Au 3ème degré de l'enseignement technique de finalité le cours de mathématique a un horaire réduit à 3 périodes par semaine. Toutefois les programmes tiennent compte des orientations professionnelles des étudiants.

Les sections où la technique est la plus poussée peuvent offrir des options de renforcement de 1 ou de 2 périodes par semaine.

3. Cinquième et sixième années de transition

	Niveau A		Niveau B		Niveau C	
	5e	6e	5e	6e	5e	6e
3.1 *Nombres réels*						
La fonction $R \longrightarrow R$: $x \longrightarrow ax^2 + bx + c$;						
Représentation graphique					x	
Résolution de l'inéquation du second degré					x	
Racines $n^{ièmes}$ et puissances à exposants rationnels; règles de calcul					x	
3.2 *Nombres complexes*						
Le corps des nombres complexes	x			x		
Représentation géométrique, forme trigonométrique	x			x		
Equation du second degré				x		
Equations binômes				x		
Binôme de Newton et formule de Moivre		x		x		
Suites arithmétiques et géométriques dans C et dans R		x		x		
Polynômes en x à coefficients complexes						
Divisibilité par $(x - a)(x - b)(x - c)$	x					
Zéros d'un polynôme dans R et dans C	x					
Méthode des coefficients indéterminés	x					

Tandis que les classes de niveau C étendent leur connaissance de nombres réels, les cours de niveaux A et B abordent les nombres complexes.

3.3 *Commentaire*

a) "Les nombres complexes et les opérations sur ces derniers peuvent être définis de manière algébrique ou géométrique."

"Il est important de présenter les opérations sur les nombres complexes en liaison avec les similitudes directes du plan."

"Il y a économie de temps à étudier d'emblée les propriétés des suites arithmétiques et des suites géométriques dans C. On interprétera géométriquement ces suites."

Puisque l'ensemble des nombres complexes, muni de l'addition et de la multiplication, est un corps commutatif, le calcul des polynômes à coefficients complexes est formellement le même que celui des polynômes à coefficients réels. Par conséquent, l'étude des polynômes à coefficients complexes sera faite aussi brièvement que possible par analogie avec celle des polynômes à coefficients réels."

"On donnera, sans démonstration, le théorème de D'Alembert sur l'existence d'un zéro complexe d'un polynôme à coefficients complexes... On définira la multiplicité des zéros"...

b) Alors qu'il est de tradition de présenter les nombres complexes dans une symbiose d'algèbre et de géométrie certains demeurent réticents devant une présentation analogue des nombres réels. C'est méconnaître l'unité profonde de la mathématique sous ses divers aspects.

D'ailleurs, étant donné un corps K quelconque, pour tout élément a de K, l'application définie par

$$x' = x + a \qquad (1)$$

est une permutation de K. Les permutations (1) constituent sur K un groupe commutatif et simplement transitif: les groupe τ_k des translations de K. Pour tout $a \neq 0$ de K, l'application définie par

$$x' = x \cdot a \qquad (2)$$

est une permutation de K qui laisse 0 fixe. Les permutations (2) constituent sur $K \setminus \{0\}$ un groupe commutatif simplement transitif: le groupe D_r des dilatations de K. De plus, en vertu de la distributivité

$$(a + b)c = ac + bc \qquad (3)$$

la transformation de tous les éléments de K par un élément de D_k est un automorphisme de τ_k.
La réciproque de cette situation géométrique peut être établie (1). Dans le cas de R, τ est le groupe des translations de la droite et D, celui des homothéties de centre 0. Dans le plan complexe, τ est le groupe des translations et D, celui des similitudes directes de centre 0.

---

(1) c/2 F.Bachmann "Note über die Algebraisierung der affinen und projektiven Ebenen".

3.4 *Géométrie*

	Niveau A 5e	Niveau A 6e	Niveau B 5e	Niveau B 6e	Niveau C 5e	Niveau C 6e
L'espace affine: point, plan, parallélisme	x		x		x	
Projections parallèles	x					
Vecteurs de l'espace	x		x		x	
Translations, homothéties	x					
L'espace avec origine; sous-espaces	x					
Equation vectorielle d'une droite, d'un plan	x					
L'espace muni d'une repère; coordonnées d'un point	x					
Changement de repère	x					
Equations paramétriques d'une droite d'un plan	x			x		
Equations cartésiennes d'un plan, d'une droite	x			x		
L'espace euclidien: produit scalaire	x		x		x	
Produit vectoriel, produit mixte, dièdre	x					
Base orthonormée, équation normale d'un plan	x			x		
Distance de deux points	x			x		
Droites et plans perpendiculaires	x		x	x	x	
Distance d'un point et d'un plan	x			x		
Angle d'une droite et d'un plan						
Distance de deux droites gauches	x					
Angle de deux plans	x					
Plans perpendiculaires	x			x	x	
Symétries. Groupe des isométries	x					
Prisme, parallélépipède, pyramide, tronc de pyramide	x					
Sphère; intersection d'une droite et d'une sphère, intersection d'un plan et d'une sphère	x					
Cône et cylindre	x					

3.5 *Trigonométrie*

	Niveau A 5e	Niveau A 6e	Niveau B 5e	Niveau B 6e	Niveau C 5e	Niveau C 6e
Définition des fonctions circulaires					x	
Extension aux fonctions circulaires des relations entre les nombres trigonométriques d'un même angle ou d'angles associés					x	
Les formules d'addition et de Simpson					x	
Résolution d'équations trigonométriques simples					x	

3.6 *Commentaire*

a) Une étude succinte de quelques propriétés de l'espace affine convient comme introduction à la géométrie vectorielle et cartésienne de l'espace, si l'on veut développer chez l'élève une bonne vision spatiale."

"Partant de l'expérience physique, on admettra que l'espace est un ensemble de points dont les droites et les plans sont des parties propres ayant les structures étudiées en géométrie plane."

"On dégagera intuitivement les axiomes d'incidence des droites et des plans dans l'espace.

On traitera les sujets suivants: détermination d'un plan; parallélisme de droites, d'une droite et d'un plan, de plans; équipollence et vecteurs de l'espace."

Au niveau A, on étudiera l'espace vectoriel des translations.

"Le choix d'une origine permet de définir une bijection entre l'ensemble des vecteurs et l'espace. Par transport de structure, on obtient ainsi l'espace vectoriel de l'espace avec origine. La dimension trois de l'espace sera reconnue après avoir montré, suivant une voie géométrique, que les triplets de vecteurs qui n'appartiennent pas à un même plan vectoriel, constituent les bases de l'espace avec origine. Par le choix d'une base, on appliquera bijectivement l'espace avec origine sur l'espace vectoriel des coordonnées. L'isomorphisme des espaces vectoriels ainsi défini permet de passer des équations vectorielles d'une droite et d'un plan aux équations paramétriques correspondantes."

b) "Des axiomes relatifs à la perpendicularité de droites et de plans permettent de définir la symétrie orthogonale par rapport à un plan."

Au niveau A, "on fera une étude succincte du groupe des isométries de l'espace qui est engendré par les symétries orthogonales par rapport à des plans. Sur ces bases, on peut présenter une définition et les propriétés du produit scalaire dans l'espace."

Aux niveaux B et C notamment, "on pourra introduire le produit scalaire de vecteurs dans l'espace soit en admettant ses propriétés fondamentales, soit en la définissant par son expression analytique."
"L'emploi du produit scalaire simplifie l'étude de l'orthogonalité des droites et de plans" et celle des distances.

c) Le produit vectoriel n'est vu que dans le cours de niveau A. Dans ce dernier, on donne des notions sur les polyèdres usuels en distinguant celles qui relèvent de la géométrie affine de celles qui appartiennent à la géométrie métrique. Il en est de même en ce qui concerne le cône, le cylindre et la sphère.

d) Au niveau C, le cours de géométrie est réduit à l'essentiel: l'espace affine, les vecteurs de l'espace, l'espace euclidien, le produit scalaire, la perpendicularité des droites et des plans.

e) Une partie du temps est consacrée à l'étude des fonctions circulaires

$$\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} : x \longrightarrow \sin x,\ x \longrightarrow \cos x, \ldots$$

On identifie sin x, cos x, tg x, cotg x avec le sinus, le cosinus, la tangente, la cotangente de l'angle dont x est une détermination en radians.

La formule donnant cos (a-b) est établie, de façon économique, en utilisant le produit scalaire de deux vecteurs.

"Il importe d'habituer l'élève à tirer parti du formulaire limité dont il dispose."

3.7 *Algèbre linéaire*

	Niveau A 5^e	Niveau B 5^e
Applications, transformations et formes linéaires	x	
Applications linéaires du plan et de l'espace munis d'une origine. Vecteurs propres	x	
Transformations orthogonales du plan euclidien	x	
Matrice d'une application linéaire	x	
Matrices réelles, opérations	x	x
L'anneau des matrices carrées à 4 ou à 9 éléments	x	x
Déterminant d'une matrice carrée, propriétés	x	x
Déterminant du produit de deux matrices	x	
Matrices régulières; inverse d'une matrice régulière	x	x
Le groupe multiplicatif des matrices régulières	x	x
Matrice d'un changement de base	x	
Rang d'une matrice	x	x
Aire ou parallélogramme et volume de parallélépipède	x	
Résolution et discussion de systèmes d'équations du premier degré	x	x
Conditions de compatibilité d'équations linéaires	x	x
Condition analytique pour que trois points soient collinéaires et trois droites concourantes dans le plan	x	
Condition de compatibilité de deux équations à une inconnue dont une au moins est du second degré	x	

3.8 *Commentaire*

a) "Les matières reprises dans cette partie sont étroitement liées et de multiples façons. Le professeur adoptera l'organisation qui lui paraît propre à faire ressortir ces liens et, en particulier, les isomorphismes qui sont rencontrés chemin faisant."

b) Les applications linéaires ne sont vues qu'au niveau A.

"A partir de considérations géométriques, on introduira la notion d'application linéaire d'un vectoriel dans un vectoriel, par exemple, les projections parallèles dans le plan et dans l'espace munis d'une origine, les transformations linéaires dans le plan et dans l'espace munis d'une origine.

Sur ces exemples particuliers on recherchera l'image d'un sous-vectoriel par une transformation linéaire. On déterminera les vecteurs propres d'une transformation linéaire du plan. On reconnaîtra le groupe des permutations linéaires dans un vectoriel à deux et à trois dimensions."

c) "Les matrices peuvent être présentées, soit par la considération de tableaux numériques rectangulaires (en fait, de fonctions numériques définies sur des produits cartésiens) synthétisant des données extraites de situations concrètes, soit en liaison avec les applications et les transformations linéaires où elles servent à représenter celles-ci lorsqu'on a choisi une base dans l'espace vectoriel de départ et une base dans celui d'arrivée."

"On présentera le vectoriel des matrices de même type, le groupe multiplicatif des matrices carrées régulières liées aux transformations linéaires non singulières d'un espace vectoriel ainsi que l'anneau des matrices carrées de même type. Pour les exemples et les exercices, le professeur peut se borner aux matrices dont le nombre de lignes ou de colonnes ne dépasse pas trois.

"Les déterminants peuvent être vus en liaison avec l'inversion des matrices et, d'un point de vue géométrique, avec l'aire orientée d'une parallélogramme et le volume du parallélépipède, ce qui permet, en outre, de définir l'orientation des parallélogrammes et des parallélépipèdes. Le professeur facilitera ces rapprochements pour une étude coordonnée de la géométrie et de l'algèbre linéaire.

"La résolution de systèmes linéaires à coefficients numériques sera traitée d'abord par la méthode des combinaisons linéaires de Gauss. La résolution et la discussion des systèmes linéaires peut se faire à l'aide des déterminants ou des matrices."

Analyse	Niveau A		Niveau B		Niveau C	
	5e	6e	5e	6e	5e	6e
Continuité et discontinuité de transformations élémentaires du plan	x					
Fonctions continues de R dans R: continuité en un point; continuité sur un intervalle ouvert ou fermé	x		x		x	
Théorème de la borne supérieure (inférieure)	x					
Théorème des valeurs intermédiaires	x		x			
Composée de fonctions continues	x		x		x	
Somme, produit, quotient de fonctions continues	x		x		x	
Continuité des fonctions polynômes et des fonctions rationnelles	x					
Continuité des fonctions circulaires et de leurs réciproques	x			x		
Suite réelle. Limite de suite	x					
Limite d'une fonction dans R: limite finie	x		x		x	
limites infinies lorsque $x \longrightarrow x_0$ ou $x \longrightarrow \infty$	x		x		x	
Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient	x		x		x	
Cas d'indétermination	x		x		x	

	Niveau A		Niveau B		Niveau C	
	5e	6e	5e	6e	5e	6e
Dérivées de fonctions dans R: dérivée en un point; interprétation géométrique; règles de dérivation. Fonction dérivée	x		x		x	
Théorème des accroissements finis	x		x			x
Règle de L'Hôpital	x		x			
Fonctions primitives: définition	x		x			
Variation et graphique de fonctions: croissance, décroissance, extrême, tangentes asymptotes, points d'inflexion	x		x			x
Suite réelle et complexe et convergence des suites		x				
Formules de Taylor et de Mac Laurin		x		x		x
Fonctions primitives d'une fonction; calcul des primitives		x		x		
Intégrale définie; propriétés		x		x		x
Intégrale d'une fonction continue et primitive		x				
Calcul d'aires et de volumes		x		x		x
Fonctions exponentielles et logarithmes		x		x		x

3.10 *Commentaire*

a) L'analyse a, comme il se doit, une place prépondérante dans les classes de cinquième et de sixième quel que soit leur niveau.

Au niveau C, un développement trop théorique doit être évité."L'essentiel est que les élèves puissent utiliser l'analyse pour la résolution des problèmes mathématiques, économiques et de sciences naturelles."

Même au niveau A, les théorèmes les plus difficiles: théorème de la borne supérieure, théorème des valeurs intermédiaires, théorème des accroissements finis, règle de L'Hôpital..., peuvent être admis sans démonstration.

A ce niveau A, "pour présenter la notion de continuité de fonctions, on peut faire usage, par exemple, de transformations élémentaires du plan. Les disques ouverts du plan, les intervalles ouverts sur la droite, conviennent pour éclairer la notion de voisinage d'un point. On favorise ainsi l'assimilation de la notion de voisinage dans d'autres espaces métriques usuels comme l'espace R, R^2, R^3. A cette occasion, on pourra signaler les propriétés auxquelles satisfait une fonction-distance définie sur un ensemble"...

"Bien que la continuité figure dans le texte du programme avant les limites, il va de soi que cet ordre n'est pas imposé."

"Sur base d'exemples simples et de représentations graphiques, on dégagera les concepts de continuité et de limite finie d'une fonction en un point et on amènera leur définition en ε, δ."

Le plus simple et le plus efficace est sans doute de présenter la continuité et les limites finies en symbiose constante, sur la base de la propriété: Une fonction f est continue en x_0 si et seulement si elle est définie en x_0 de telle sorte que

$$f(x_0) = \lim_{x \to x_0} f(x)$$

On voit ainsi que les deux notions se définissent l'une par l'autre.

b) Les considérations sur les dérivées et les primitives sont classiques, de même que la liaison entre la croissance et la décroissance d'une fonction et le signe de sa dérivée première.

c) "On pourra présenter les formules de Taylor et de Mac Laurin comme des extensions de la formule des accroissements finis."
"La formule de Taylor permet de montrer comment une fonction dérivable jusqu'à un certain ordre peut être approchée par une fonction polynôme. On appliquera la formule de Mac Laurin au développement de sin x et de cos x"...

d) "La considération des aires orientées peut servir de support intuitif à l'introduction de l'intégrale définie d'une fonction..."
"On pourra traiter d'abord les intégrales de fonctions en escalier. Elles donneront des approximations de

$\int_a^b f(t)\,dt$ lorsque f est une fonction intégrable quelconque..."

"On montrera la liaison entre l'intégrale d'une fonction continue et les primitives de celle-ci."
"En ce qui concerne les propriétés de linéarité et d'additivité de l'intégrale, on pourra se borner au cas des fonctions continues."

e) "Les fonctions logarithme et exponentielle de base a, réciproques l'une de l'autre, peuvent être introduites en définissant d'abord la fonction logarithme népérien

$$R_o^+ \longrightarrow R:\ x \longrightarrow \ln x = \int_1^x \frac{1}{t}\,dt$$

"Quelle que soit la méthode employée, on étudiera les variations de chacune de ces fonctions, on calculera des développements limités de e^x et on en déduira des valeurs approchées de e..."

"On ne manquera pas de souligner l'importance de la fonction exponentielle comme modèle d'un type de croissance important dans les sciences naturelles et économiques."

3.11 *Statistiques et Probabilités*

L'enseignement traditionnel ignorait la statistique et, s'il faisait allusion aux probabilités, c'était souvent dans des exercices à propos des combinaisons et des arrangements d'éléments.

Les programmes modernisés font une place à ces sujets dont l'importance pratique dans les sciences biologiques, médicales, économiques, linguistiques, est tout aussi grande que dans les sciences physiques, chimiques, informatiques.

La matière proposée dans les deux dernières années est certes limitée mais elle est la même quel que soit le niveau et l'orientation.

3.12 *Cinquième année*

Statistique

Relevés statistiques dans un ensemble (population) partagé en classes. Effectifs et fréquences. Distribution statistique à une variable.
Histogramme; polygone de fréquences cumulées. Moyenne, médiane, mode. Variance et écart-type. Variable réduite.

Calcul des Probabilités

Notions d'expérience aléatoire: ensemble, supposé fini, des résultats possibles, ensemble des événements. Axiomes du calcul des probabilités.
Probabilité conditionnelle. Evénements indépendants.

3.13 *Commentaire*

a) Les professeurs de formation datant d'une vingtaine n'ont pas toujours reçu, en matière de statistique et de probabilités les idées fondamentales clarifiées par Kolmogorof et les autres probabilistes. C'est pourquoi les commentaires méthodologiques du programme sont assez didactiques.

b) "Sur des exemples, les élèves devront être entraînés au groupement des données statistiques, au calcul des fréquences, de la moyenne et de l'écart-type. Le professeur veillera à faire présenter avec ordre les tableaux de calculs. Cependant, comme le volume de ceux-ci peut être excessif, il est conseillé soit de choisir des effectifs assez réduits, soit de fournir les sommes de variables et les sommes des carrés et les racines carrées. On pourra, dans certains cas, organiser utilement le travail en groupes. Certains calculs pourront éventuellement être effectués sur une machine à calculer. Il faut éviter que la longueur des calculs fasse perdre de vue la signification des résultats.
Dans la partie théorique, il conviendra de familiariser les élèves avec l'emploi du signe sommatoire Σ."

c) "Le professeur réalisera des expériences concrètes pour faire apparaître la permanence statistique lors des épreuves répétées..."

"Dans chacune des situations expérimentales, on aura soin de convenir quels sont les résultats élémentaires possibles de l'expérience considérée. Les parties de l'ensemble des résultats possibles de cette expérience sont appelées les événements liés à celle-ci, si l'on se limite aux expériences dont l'ensemble des résultats possibles est fini. Un événement est dit réalisé au cours d'une épreuve si le résultat de celle-ci lui appartient. On peut parler de l'intersection, de la réunion et de la différence des événements."

d) "Probabiliser l'ensemble des événements, c'est donner une fonction numérique qui, à chaque événement, fait correspondre sa probabilité. Cette fonction doit satisfaire à certaines conditions, énoncées dans les axiomes.
"La probabilité d'un événement peut être posée à priori d'une façon théorique, par exemple en tenant compte des symétries éventuelles qui conduisent à admettre l'égale probabilité de certains événements. C'est ce qui a lieu pour les jeux théoriques de pile ou face, jet de dés, tirage de cartes ou tirage dans une urne."

"D'autre part, certaines expériences présentent une stabilité statistique. Si on répète à de multiples reprises, un grand nombre de fois une telle expérience et si, dans chaque série, on observe la fréquence de réalisation d'un même événement, les fréquences obtenues se stabilisent autour d'une valeur fixe: les séries pour lesquelles la fréquence s'écarte notablement de cette valeur fixe sont rares."

"A partir de là, la probabilité d'un événement est conçue, d'un point de vue statistique, comme une idéalisation de la fréquence. Quelle que soit l'approche considérée, on dégagera les axiomes du calcul des probabilités..."

e) L'initiation aux probabilités fournit un exemple non trivial de mathématisation des situations aléatoires. Il a fallu des centaines d'années pour dégager les axiomes. Ceux-ci sont évidemment satisfaits lorsque l'on interprète les probabilités comme des fréquences. D'ailleurs dans les tirages dans une urne, par exemple, on appelle probabilité d'un événement la fréquence du caractère dans la composition de l'urne.

3.14 *Sixième année*

Calcul des probabilités

Analyse combinatoire avec et sans répétitions. Binôme de Newton.
Variable aléatoire. Espérance mathématique. Moyenne. Ecart-type.
Distribution binomiale et normale. Usage de tables. Loi des grands nombres.

3.15 *Commentaire*

a) "L'analyse combinatoire" peut être abordée en étudiant le nombre d'applications, le nombre d'injections d'un ensemble fini dans un ensemble fini, le nombre de permutations d'un ensemble fini ainsi que le nombre de parties de k objets dans un ensemble de n objets ($k < n$). On se limitera à ce qui est indispensable au calcul des probabilités."

b) "Une variable aléatoire est une application dans R de l'ensemble des cas possibles liés à une expérience aléatoire. On étudiera successivement les variables aléatoires discrètes et les variables aléatoires continues en faisant usage de graphiques pour la distribution et pour la fonction de répartition. Dans le premier cas, l'emploi de signes sommatoires permettra d'établir les formules relatives à la moyenne, à la variance et à l'écart-type de la variable. En ce qui concerne les variables aléatoires continues, on se bornera au cas où il existe une densité de probabilité et on fera usage de l'intégrale d'une fonction numérique."

"On appliquera les notions générales à la distribution binomiale. Sous certaines conditions, la distribution normale peut être présentée intuitivement comme limite de la distribution binomiale."

"Il importe de familiariser les élèves avec l'usage d'une table de la variable normale réduite."

c) "En ce qui concerne la loi des grands nombres de Bernoulli, il suffira de l'énoncer et de la commenter."

Cette loi donne l'explication théorique de la liaison de la fréquence de réalisation d'un évènement dans la répétition d'une série d'épreuves indépendantes et la probabilité constante de cet événement à chaque épreuve.

Elle exprime en termes de probabilité la stabilité statistique de la fréquence. Néanmoins cette stabilité, qui est un fait d'expérience, doit pouvoir s'énoncer dans le langage de celle-ci: les séries d'épreuves qui donnent une fréquence s'écartant notablement d'une valeur stable sont rares.

d) Au programme présenté manque un aboutissement qui marque mieux encore le lien entre probabilités et statistique: l'inférence statistique. Il a fallu y renoncer, faute de temps et parce qu'il s'agit d'un sujet neuf pour les professeurs et qui s'adresse à tous les élèves. Dans le même souci de prudence pédagogique les écoles d'ingénieurs ne font pas porter l'examen d'entrée sur ce chapitre.

3.16 *Géométrie analytique*

	Niveau A 6e	Niveau B 6e
Matrice de changement de coordonnées cartésiennes	x	
Coordonnées homogènes dans le plan afin	x	
Equation d'une droite en coordonnées homogènes	x	
Recherche de l'équation de lieux géométriques	x	
Coniques définies par leurs équations canoniques dans les axes cartésiens	x	x
Réduction de l'équation d'une conique à une forme canonique	x	
Points impropres d'une conique	x	
Classification affine des coniques	x	
Faisceaux de coniques	x	
Intersection d'une conique et d'une droite	x	
Quaterne harmonique; points conjugués par rapport à une conique: pôles et polaires	x	
Tangentes et asymptotes	x	x
Centre; diamètre; diamètres conjugués	x	
Directions principales, axes et sommets	x	
Normale	x	x
Réduction à l'équation canonique dans une base orthonormée	x	
Foyers et directrices	x	x
Coordonnées polaires	x	

3.17 *Commentaire*

Dans les anciens programmes, la géométrie analytique tenait la plus grande place dans les cours de la classe terminale scientifique. Ces développements ont été notablement réduits. "Le professeur veillera à réduire strictement la présentation théorique à l'essentiel. Seules les notions capitales seront l'objet de mémorisation."

L'important est de "faire ressortir la méthode qui unit la pensée géométrique et l'outil algébrique."

On a distingué les propriétés affines des propriétés métriques.

"En géométrie affine, on utilisera des repères cartésiens quelconques, notamment dans l'étude des questions relatives aux pôles et polaires, aux tangentes et aux asymptotes, au centre et aux diamètres d'une conique.

Les questions proprement métriques relatives aux coniques: axes, normales, foyers seront traitées uniquement dans des repères orthonormés."

"Pour donner au cours un caractère de généralité, il est souhaitable d'introduire au plus tôt les coordonnées homogènes, les points et la droite impropres."

"Les coniques peuvent être définies comme ensembles de points dont les coordonnées homogènes vérifient une équation homogène du second degré, à trois variables et à coefficients réels. Cette équation peut être écrite en notation matricielle qui permet de rendre plus concis certains calculs."

"Le professeur pourra, s'il le juge utile, montrer la liaison entre les coniques et les formes quadratiques et linéaires.

Au niveau B, les notions de géométrie analytique sont ramenées au strict minimum.

3.18 *Renforcement*

Pour les élèves de niveau A qui ont déjà huit périodes de cours de mathématique par semaine il est possible, par une option de renforcement, de prendre en cinquième et en sixième année deux périodes hebdomadaires en supplément. Ce complément d'étude sera mis à profit de deux façons.

"Vingt heures de cours seront consacrées, annuellement, à des exercices de synthèse dont la résolution exige la mise en oeuvre de connaissances relevant de plusieurs points du programme de l'option de base."

"En outre, le professeur choisira un ou deux thèmes parmi les suivants:

1. Quelques notions sur les séries (convergence, série majorante ou minorante, série de puissances, rayon de convergence, convergence uniforme, développement en série de quelques fonctions).

2. Compléments de calcul intégral (autres procédés d'intégration, applications à la géométrie: rectification, courbure,...)

3. Equations différentielles simples; applications à la physique.

4. Méthodes numériques de calcul (interpolation, résolution d'équations par la méthode des approximations successives, par la méthode de Newton,...)

5. Etude complémentaire des transformations du plan et de l'espace.

6. Quelques notions d'inférence statistique: jugement sur échantillons extraits d'une population, estimation d'un pourcentage, estimation de la moyenne d'une population à partir d'un échantillon de grand effectif, intervalle de confiance.

7. Arithmétique: $Z,+$ et ses sous-groupes, PGCD et PPCM, nombres premiers et nombres premiers entre eux, l'anneau $(X,+,\cdot)$, théorème de Fermat.

8. Algèbre de Boole.

9. Notions d'astronomie.

10. Analyse vectorielle: fonction vectorielle, dérivée d'une fonction vectorielle, relation avec la cinématique.

4. Cinquième et sixième années de finalité

Les classes de finalité préparent immédiatement l'entrée dans la vie professionnelle.

En cinquième et en sixième, l'horaire du cours de mathématique compte trois périodes par semaine. La variété très grande des orientations des élèves amène une diversification correspondante des programmes qui sont propres à des groupes d'options.

Pour éviter des détails fastidieux, nous nous bornerons à mentionner des intitulés généraux dont le contenu peut se concevoir d'après les programmes vus auparavant (1).

4.1 *Groupe 1.* Options: secrétariat, comptabilité, soins de beauté, prothèse dentaire.

Groupe 2. Options: agents techniques en habillement, arts appliqués.

a) *Cinquième année*

Programme commun.

Nombres réels: racines et puissances rationnelles.
Equations et inéquations du second degré.
Système de 2 équations de degré inférieur ou égal à 2.
Fonctions trigonométriques, produit scalaire.
Résolution de triangles quelconques.
Statistique élémentaire.

---

(1) Les programmes des classes de finalité doivent être bien adaptés aux besoins de la vie professionnelle. Ils varient d'une région à l'autre. Nous donnons à titre d'exemple les programmes de la province de Liège.

Programme particulier

Groupe 1. Progressions, logarithmes, intérêts composés, annuités.

Groupe 2. Géométrie dans l'espace:
Incidence, parallélisme, perpendicularité.
Projections orthogonales. Symétrie.

b) *Sixième année*

Analyse.

Fonctions de R vers R: représentation graphique. Continuité, limites.
Asymptotes.
Dérivées, variation de fonctions.
Primitives et intégrales.

Probabilités.

Combinatoire, binôme de Newton.
Probabilités simples.

4.2 *Groupe* 3. Option: Assistance en pharmacie. Chimie. Chimie, droguerie, produits photographiques. Agriculture.

Les élèves de ces options ont suivi un cours de mathématique de 6 périodes par semaine en 4ème année.

a) *Cinquième année*. Algèbre.

Equations et inéquations du premier degré, programmation linéaire.
Equations de degré supérieur à deux, factorisation.
Equations irrationnelles simples.
Résolution algébrique et graphique de systèmes de 2 équations dont le degré ne dépasse pas deux.

Analyse.

Fonctions de R vers R. Représentation.
Continuité et limites. Asymptotes.
Dérivées. Variation de fonctions.

Statistique élémentaire.

b) *Sixième année*

Analyse.

Fonctions logarithmiques et exponentielles.
Logarithmes népériens et décimaux.
Différentielle.
Primitives et intégrales.

Géométrie analytique.

La droite.
Conique: équation réduite, constructions.
Coordonnées polaires.

4.3 *Groupe* 4. Options: Mécanique - Fonderie.
Transformations des matières plastiques.
Electricité.
Electronique, Automation, Radio, T.V.
Travaux publics et construction.
Dessin de construction.
Physique-chimie industrielles.

a) *Cinquième année*

Analyse.

Progressions et logarithmes.
Fonctions de R vers R. Représentation.
Continuité, limites, indétermination. Asymptotes.
Dérivées. Variation de fonctions.

Trigonométrie.

Entretien du formulaire. Equations simples.

Géométrie analytique.

Révision du vectoriel euclidien plan. Droite, cercle.
Equations réduites des coniques.
Coordonnées polaires.
Coordonnées paramétriques.

Renforcement.

Les élèves de l'option Physique-chimie industrielles peuvent prendre un complément d'algèbre et d'analyse de 2 périodes par semaine.

Application du calcul logarithmique à la chimie.
Exposants rationnels, leur application aux équations, aux dimensions et aux changements d'unité.

Nombres complexes jusqu'aux équations binômes.
Matrices et déterminants réels.
Résolution et discussion d.
Application des dérivées à des problèmes physiques.

b) *Sixième année*

Géométrie dans l'espace.

Géométrie affine. Axiomes.
Incidence, parallélisme, projections parallèles sur un plan.
Géométrie métrique. Axiomes de perpendicularité.
Droites et plans perpendiculaires. Projections orthogonales.
Dièdres et solides polyèdres.
Surfaces et volumes de révolution.
Sections planes de la sphère, des cylindres et des cônes.

Analyse.

Règle de L'Hôpital. Formule de Maclaurin.
Fonctions trigonométriques inverses.

Fonctions logarithmiques et exponentielles.
Logarithmes népériens et décimaux.
Différentielles.
Primitives et intégrales. Applications, aires et volumes.

Statistique élémentaire.

Renforcement. Une période par semaine est prévue pour donner des compléments aux élèves de deux options.

Option physique-chimie industrielles.

Intégrales des fonctions rationnelles, de fonctions irrationnelles simples, de fonctions trigonométriques non entières.
Applications du calcul intégral: Moments d'inertie, courant alternatif, poussée hydraulique.
Equations différentielles du premier ordre.
Applications.

Option Electronique, Automation, Radio, T.V

Nombres complexes.
Applications sur la fonction exponentielle.
Coordonnées logarithmiques.
Calcul intégral: applications graphiques.
Equations différentielles simples, applications.

V. CONCLUSION

Le panorama que nous venons de parcourir montre comment, en Belgique, l'enseignement mathématique, obligatoire pour tous les élèves des écoles secondaires, se diversifie de plus en plus, de façon progressive, au cours des quatre années supérieures. La différentiation s'opère suivant l'âge, le niveau, l'orientation des élèves, la liberté de choix laissée aux professeurs, dans le cadre d'horaires qui peuvent s'étendre de deux jusqu'à dix périodes par semaine.

Toute cette diversité est propre, à la faveur d'une ascension en spirale, à donner à chacun, selon ses moyens intellectuels, des connaissances et des méthodes mathématiques solides, tout en ne négligeant pour aucun le développement de l'intuition, de l'esprit logique et de la capacité d'appliquer l'outil mathématique.

De plus, dans toute la mesure du possible, sont offertes à tous les grandes idées organisatrices: ensembles, relations, fonctions et les structures principales: groupes, corps, géométrie affine, géométrie métrique, espaces vectoriels, limites et continuité...

Mises en relief tout au long des études, dès le moment voulu, elles apparaissent, non comme des ornements terminaux d'un vieil édifice déjà achevé, mais comme l'ossature structurante, depuis les fondations, les diverses matières et leur enseignement.

Elles sous-tendent ainsi, de façon permanente, l'apprentissage actif de la mathématique.

* * *

CONSIDERACIONES SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA EN EL CICLO DIVERSIFICADO COLOMBIANO

Carlos Eduardo Vasco Uribe, Mary Falk de Losada, Jairo Charris Castañeda y Ricardo Losada Márquez (Universidad Nacional de Colombia)

0. INTRODUCCION

Durante muchos años se dio en Colombia la aberrante situación de la Escuela Media Unica, llamada "Bachillerato", de seis años de duración, después de los cinco años de Escuela Primaria. Esta situación de carril único para todos los alumnos que superaban la primaria (en el año 1968 sólo el 26,8% de los que ingresaron a primer año), sigue siendo determinante en la enseñanza media actual, pese a los aislados esfuerzos de diversificación que reseñaremos más adelante.

Tal organización escolar de carril único no permitía al estudiante otra alternativa que el abandono de la escuela en los años intermedios, y se orientaba a seleccionar grupos privilegiados que pasaban a la universidad.

Tan reducido es el grupo que entra a la universidad, que en 1971 el entonces Ministro de Educación dio a conocer la cifra que de cada mil niños que entran a primero de primaria, sólo 25 entran a la universidad y 11 de éstos se gradúan.

A las necesidades de esta minoría se orientaba todo el Bachillerato, de corte claramente enciclopédico con diez, doce y hasta catorce asignaturas por año, y sin objetivos específicos de ningún tipo.

Hacia 1950 empezó a proponerse la diversificación del Bachillerato en dos especializaciones de dos años después de los cuatro años básicos: una dirección científica y una dirección humanística. Pero este proyecto fracasó por haberse dejado al arbitrio de los colegios la organización de las dos ramas, la cual era administrativamente impracticable por el reducido número de alumnos de los dos últimos años de bachillerato y las fluctuaciones masivas en las preferencias de los alumnos por una u otra rama.

La idea básica de la diversificación no cuajó pues en los colegios ordinarios, pero sí fomentó la apertura de institutos que aceptaban estudiantes que hubieran terminado el 4° año de Bachillerato: se llamaron diversamente escuelas o bachilleratos comerciales, bachilleratos técnicos, vocacionales, industriales, agrícolas, etc. La principal razón para ingresar a estas escuelas era el pánico que despertaban los cursos de química y física de 5° y 6° de bachillerato.

En el año 1959 se creó el Servicio Nacional de Aprendizaje, SENA, según el modelo brasileño. Este servicio de aprendizaje empezó a captar estudiantes que no habían comenzado o completado el bachillerato. Pero no se le considera propiamente una rama de la enseñanza media.

Las Escuelas Normales sí pueden considerarse como iniciadoras de un ciclo diversificado pedagógico, pues después de cuatro años de bachillerato como el de los demás colegios, tienen dos años de preparación inmediata para la docencia a nivel elemental. Al fin de este ciclo, el estudiante obtiene el título de "Normalista", que lo escalafona en el magisterio de la escuela primaria y le permite también ingresar a las Facultades de Educación de las universidades.

En el año 1969 el Gobierno Nacional creó los Institutos de Enseñanza Media Diversificada, INEM, con altos presupuestos de construcción y funcionamiento, y cierta autonomía respecto a los programas oficiales para el bachillerato.

En 1972 había quince INEM en el país que agrupaban aproximadamente 21.000 alumnos. Esto representa sólo el 2,3% de los estudiantes de secundaria. La diversificación consiste en que a partir del tercer año se puede elegir una intensificación en el área académica (ciencias o humanidades), industrial (metalmecánica, eléctrica, química o construcción), agropecuaria (agrícola, pecuaria) o técnico social (salud, economía doméstica, organización de la comunidad). La especialización dentro de cada área se hace en los últimos dos años.

El programa de matemática de los INEM está bastante influido por el programa mínimo del II CIAEM de Lima en 1966. Su objetivo principal es "la presentación de la matemática en forma unificada y armónica insistiendo en ciertas ideas que permiten hacerlo, tales como: estructuras, operaciones, mediciones, funciones, vectores, amplio uso de la representación gráfica, sistemas de numeración, propiedades de los números, inferencias estadísticas, probabilidades, conjuntos, deducciones lógicas, generalizaciones válidas, topología".

Se iniciaron también en 1965 los Institutos Técnicos Agropecuarios, ITA, con lo que comenzó a funcionar lo que podríamos llamar un ciclo diversificado agropecuario.

En los años 1970 y 1971 se presentó al Congreso un proyecto de modernización de la educación que contemplaba la homogenización de la nomenclatura educativa a nivel latinoamericano, con un período inicial de nueve años, llamado ciclo básico, y luego un período de dos o tres años de ciclo diversificado. La intención era la de reducir el número de bachilleres que pugnaban por ingresar a la universidad, y el deseo de orientar a los estudiantes a las carreras técnicas y medias que no exigían ampliación en los cupos universitarios y permitían un mejor ajuste de la calificación de mano de obra a las necesidades de la producción en el país. Desafortunadamente, este proyecto no tuvo buena acogida en ese tiempo.

Ahora vuelve a hablarse en Colombia de una reforma de la enseñanza primaria y media, y aunque no se conocen los proyectos concretos, se espera que se revivan muchas de las ideas de la fracasada reforma de 1970; ciertamente se insistirá en la diversificación en los dos últimos años de bachillerato.

Hablar pues de "Ciclo Diversificado" en Colombia es una ficción. Oficialmente sigue existiendo como línea básica de la educación media el bachillerato de seis años con su mismo corte clásico enciclopedista, que ilusiona a miles de jóvenes con las posibilidades de ascenso social que les daría una carrera universitaria. La dificultad de ingresar a la universidad produce una pléyade de jóvenes frustrados, desubicados y pésimamente preparados para enfrentarse a la vida real en las diversas ocupaciones u oficios que les están abiertos.

En anticipación de una estructuración integral de la educación media en el plan de ciclo básico - ciclo diversificado, trataremos de dar algunas ideas para los futuros planes de matemáticas en esos ciclos diversificados, especialmente en el científico; siempre teniendo en cuenta que el bachillerato clásico todavía agrupa al 70% de la población escolar entre los 12 y los 18 años de edad.

Los temas discutidos a continuación son apenas algunos de los temas de matemática que se deberían tratar en el ciclo diversificado. Fueron escogidos por ser especialmente básicos o por ser en cierta manera novedosos en el programa de estudios de matemática en Colombia. Aunque los enfoques varían mucho, en algún sentido puede decirse que hay un hilo que teje todos los temas en un todo, y es nuestra preocupación por el excesivo formalismo. Aunque la canalización de los estudiantes hacia distintas especializaciones hace posible enseñar más y mejor matemática a los alumnos de la rama pre-universitaria, nosotros no creemos que "mejor" equivale a "más formal". Insistimos en capitalizar la intuición detrás de mucha de la comprensión y actividad matemática, pues no se construye un modelo matemático ni se resuelve ningún problema no trivial "por formulario". Dadas las circunstancias de un profesorado con considerables deficiencias en su preparación y una población escolar acostumbrada a la memorización en vez del aprendizaje, tenemos que aceptar que una exigencia de rigor, hecha por un programa oficial se traduciría en un excesivo formalismo en el salón de clase. Además, se ha visto que se pone demasiada atención a las palabras y a las definiciones y demasiado poca a la actividad y a la intuición dentro de la enseñanza matemática. Así pues, las "fórmulas rigurosas" pasarían de los apuntes del profesor a los apuntes del alumno sin pasar por la inteligencia de ninguno de los dos.

1. LOGICA, CONJUNTOS Y ESTRUCTURAS

Suponemos que los estudiantes que llegan al ciclo diversificado han tomado un primer contacto con los temas de la matemática moderna en los cursos de 1°a 4° de bachillerato, que serían los grados 6° a 9° del ciclo básico. En esos cursos se presentaría el simbolismo y el significado de la negación, las conectivas, los conjuntos, las operaciones de complementación, unión, intersección, y diferencia, y unos primeros ejemplos de la estructura de grupo.

No ignoramos que la capacitación real de los profesores de estos cursos básicos, especialmente en las ciudades pequeñas y en el campo, es tan deficiente, que en muchos años no podrá hacerse tan ingenuamente la suposición que hacemos nosotros.

Pero aún en el caso de que en el futuro los estudiantes que llegan al ciclo diversificado sí tengan esos conocimientos de matemática moderna, el objetivo de enseñar la lógica, la teoría de conjuntos y las estructuras en el ciclo diversificado no puede ser la presentación formal de la lógica matemática, de la teoría de conjuntos de Zermelo-Fraenkel, ni de las estructuras ordinales, algebraicas y topológicas. Proponemos más bien como objetivos para estas áreas de la matemática moderna en el ciclo diversificado los siguientes:

- el descubrimiento de las estructuras subyacentes a situaciones de la vida diaria, como la situación-lenguaje y las situaciones usuales de manipulación de objetos y de números;

- el análisis de las estructuras allí descubiertas;

- la comparación de unas estructuras con otras y de diversas instancias de la misma estructura; y

- la simbolización de esas estructuras, lo que llamaremos la matematización de la situación real que sirvió de punto de partida.

Tomemos por ejemplo el caso de la lógica. No se tratará de enseñar lenguajes formales ni teoría de la demostración. Se trataría de aprovechar la familiaridad con la lengua materna para descubrir en ella estructuras subyacentes, saberlas refinar, analizar, simbolizar y manipular: saber "jugar con ellas". Más bien que una lógica del lenguaje o una matemática del lenguaje, haríamos una física del lenguaje.

Nótese la estrecha conexión que debe existir entre la enseñanza de la lengua materna y la de la matemática o la lógica, y la semejanza de método con el de la enseñanza de las ciencias naturales: manipular situaciones estructuradas hasta descubrir la estructura subyacente.

Antes de hacer otras consideraciones sobre los temas y la metodología queremos hacer énfasis en que no consideramos que la lógica, los conjuntos, las relaciones, las operaciones y las estructuras sean cinco regiones de la matemática que puedan ser enseñadas sucesivamente y como temas completos y consistentes en sí.

Nos parece que ellos deben aparecer conjunta y unificadamente como un lenguaje que permite no sólo expresar más precisamente las situaciones de la vida real, sino también comprenderlas más profundamente.

Ya en la lógica hay operaciones unarias y binarias (como la negación y las conectivas *y, o, si ... entonces*), hay relaciones (como la equivalencia tautológica y la deductibilidad), hay estructuras (como la de álgebra booleana con la *y*, la *o* y la negación).

Los conjuntos no pueden enseñarse sin la lógica, y la lógica progresa fácilmente con ejemplos de conjuntos. El paralelo entre las operaciones, relaciones y estructuras que aparecen en la lógica y en la teoría de conjuntos es inmediato, y facilita la comprensión de ambas áreas.

Y cualquier intento de hacer cualquier tipo de ciencia sobre cualquier región de la experiencia, exige el lenguaje de la lógica, el de los conjuntos y una mínima familiaridad con las nociones de operación, relación, sistema y estructura.

Para resaltar este carácter básico de la lógica, los conjuntos, las relaciones, las funciones u operaciones, los sistemas y las estructuras, el profesor deberá explicitar a sus estudiantes en cualquier rama de la matemática y a cualquier nivel de la enseñanza de ella, las preguntas siguientes:

1a. ¿Cuáles son los objetos con los que estamos trabajando?
1b. ¿Qué símbolos utilizamos para esos objetos?
2a. ¿Cómo se agrupan esos objetos en conjuntos?
2b. ¿Qué símbolos utilizamos para esos conjuntos?
3a. ¿Qué operaciones efectuamos con y entre esos objetos?
3b. ¿Qué símbolos utilizamos para esas operaciones?
4a. ¿Qué relaciones descubrimos entre esos objetos?
4b. ¿Qué símbolos utilizamos para esas relaciones?
5a. ¿Qué sistema estamos estudiando?
5b. ¿Cómo lo representamos?
6a. ¿Qué estructura tiene este sistema?
6b. ¿Cómo explicitamos simbólicamente esa estructura?

Estas doce preguntas aclaran la situación de cualquier cálculo matemático, desde el cálculo aritmético con números naturales, o el cálculo lógico con proposiciones, el cálculo de clases con los conjuntos como objetos, hasta el cálculo por antonomasia, el cálculo diferencial e integral, en el cual los objetos son las funciones reales, o también el cálculo geométrico sobre puntos, rectas, ecuaciones o vectores.

Estas preguntas son perfectamente generales para todo tipo de descripción matemática, y hasta para cualquier tipo de descripción científica que quiera ser rigurosa.

En particular, para el estudio de la lógica todas estas preguntas deben estar activas desde un comienzo. Recuérdese que los objetos son las proposiciones y las operaciones son la negación y las diez conectivas binarias. Para el estudio de las conectivas recomendamos la utilización de los juegos lógicos al estilo de Dienes-Golding, Papy, etc., por el coincidir con el enfoque de familiarizar al estudiante con una situación real hasta llegar a su normal formalización o matematización.

Además de interpretar las tablas de verdad de las conectivas en el sentido usual nos ha dado muy buenos resultados interpretar los valores de verdad: la V o la F, (o el 1 o el 0) como las consecuencias sociales (quedar bien o mal) de hacer una promesa o afirmación compuesta.

Desde un primer momento pueden utilizarse como ejemplos para proposiciones frases del tipo "*a* pertenece a B", en donde *a* designa un objeto bien determinado, y B un conjunto igualmente bien determinado; es decir, sin utilizar todavía las variables en un primer momento. Después de adquirir familiaridad con proposiciones compuestas cuyos componentes son de este tipo, el paso a las proposiciones abiertas o "condiciones en x" será muy fácil y natural, y el cálculo de predicados no aparecerá muy diferente del proposicional. Recordemos de paso el paralelo entre las variables y los pronombres del lenguaje ordinario.

La correspondencia entre predicados y conjuntos llevará a la necesidad de determinar bien el referencial o universo del discurso. Así puede introducirse naturalmente la exigencia de referencial que es equivalente al axioma de separación de la teoría de Zermelo-Fraenkel. Asimismo, la necesidad de cuantificar sobre un universo bien definido y la introducción de la cuantificación restringida ($\forall x \in U, P(x)$; $\exists x \in U, P(x)$) serán igualmente plausibles y "naturales".

También desde un primer momento de la enseñanza de la lógica debe hacerse resaltar la noción de operación como algo esencialmente activo que se hace a los objetos. Las operaciones reflejan la praxis. Se trata de operar sobre objetos (en la lógica sobre proposiciones) para transformarlas en nuevos objetos (proposiciones).

Las relaciones reflejan en cambio la teoría. A este nivel debe hacerse una clara distinción entre las operaciones y las relaciones, por más que en un estadio más avanzado sea posible definir una relación que corresponda a cada operación. Pero la posibilidad de esa reducción teórica no significa que sea lo mismo una operación que una relación.

Parece que esta confusión tiene un fuerte carácter ideológico, en cuanto que menosprecia la práctica y exalta la teoría, dificulta la comprensión de la realidad, oscurece la primacía de la praxis, estorba la correcta utilización de los símbolos, y (tal vez a largo plazo lo más importante), impide la creación de nuevos sistemas matemáticos para formalizar nuevas situaciones.

El enfoque debe ser pues el de buscar en cualquier sistema de objetos las estruc turas subyacentes. A cada tipo de operación sobre uno o más objetos corresponde una estructuración del sistema; cada relación que aparezca o se defina entre los objetos, estructura el sistema resultante de una manera específica.

En particular debe insistirse en las relaciones de clasificación ("equivalencias") y de jerarquización ("pre-órdenes", "órdenes estrictos", "órdenes parciales") que estructuran cualquier sistema tenga o no operaciones.

Otro enfoque fecundo es el de analizar la "compatibilidad" de las relaciones y operaciones entre sí, como la "monotonía" de una operación con respecto a una relación (suma con respecto al orden aditivo) o la distributividad de una operación con respec to a otra. En este enfoque es esencial distinguir claramente entre el conjunto y el sistema en cuestión, y mostrar que con un mismo conjunto de objetos se pueden montar muchos sistemas. Por ejemplo, si el conjunto es el de los números naturales N, se pue den estudiar separadamente los sistemas (N, +), un semigrupo; (N, x), otro semigrupo; (N, <) y (N, $\leqslant$), solo el segundo un sistema ordenado; (N, $\equiv$ (mód m)); (N, |), otro sistema ordenado; (N, +, x), un semianillo; (N, +, x, $\leqslant$), un semianillo ordenado; (N, E), en donde E es la operación de exponenciación, etc.

También se pueden introducir operaciones binarias menos usuales, como el máximo, el mínimo, el mcd. y el mcm. de dos números, etc. Por ejemplo en Q o en R puede introducirse el promedio de dos números como una operación.

También pueden introducirse relaciones de clasificación y de jerarquización diferentes a las usuales. Lo importante es el estudio y el análisis de las propiedades de cada relación u operación, que es precisamente el descubrimiento de la estructura del sistema. Nótese que hablamos de estudio y análisis, y no de aprendizaje de fórmu las definitorias.

La noción de morfismo entre sistemas con la misma estructura, y la noción de ca tegoría, cuyos objetos son los sistemas y cuyas flechas son los morfismos, con la ope ración de composición de morfismos, corona la presentación de un lenguaje unificado para toda la matemática y las ciencias naturales.

Para el estudio de las propiedades de las operaciones recomendamos insistir en la propiedad misma y su utilización para facilitar el cálculo y la solución de ecua - ciones, y no tanto en el nombre o la definición formal.

Para el estudio de las propiedades de las relaciones recomendamos distinguir claramente entre las propiedades aplicables a cualquier relación, sea cual fuere su conjunto de salida o de llegada, y las que se aplican solo a relaciones en un mismo conjunto.

Las primeras se deben agrupar dualmente en dos grupos de a dos:

	Con referencia al dominio:	Con referencia al recorrido:
Por lo menos un asociado	DEFINICION TOTAL	SOBREYECTIVIDAD
A lo más un asociado	FUNCIONALIDAD	INYECTIVIDAD

Las segundas se pueden enseñar también por parejas:

Reflexiva	anti-reflexiva
Simétrica	anti-simétrica
Transitiva	anti-transitiva

Todas estas propiedades, excepto la transitividad, se ven muy claramente representadas en los diagramas sagitales, y también deben reconocerse con facilidad en los diagramas cartesianos. Más que la formulación simbólica de la propiedad de una relación, lo que importa es la estructuración que induce en el conjunto: la agrupación en clases de relativos que produce la simetría combinada con la transitividad, y la jerarquización que produce la antisimetría combinada con la misma transitividad. La reflexividad es accidental, y puede añadirse o quitarse a voluntad por simple definición. Por ejemplo, en la relación "es hermano de" puede definirse que cada uno es her mano de sí mismo, o definirse lo contrario: la clasificación resultante es la misma; en la relación "es descendiente de" puede también definirse que cada uno es descendien te de sí mismo, aunque esto parece muy forzado; si no se define así, la jerarquiza - ción resultante es la misma que si se define la relación de manera que sea reflexiva.

Para la dificultad que presenta la formulación de la antisimetría, hemos encontrado que la que se aplica más universalmente y la que se comprende más fácilmente es la siguiente: si los elementos son diferentes, nunca hay simetría. En símbolos:

$$\forall a,b,\ (b \neq a \wedge b\ R\ a) \rightarrow a \not R\ b$$

Esta formulación evita el tener que apelar a que la antisimetría "se cumple vacuamente" en el caso de un orden estricto, como sucede con la formulación usual. Esta formulación permite dar una definición genérica de relación de jerarquización u ordenación, a base de la antisimetría así definida y de la transitividad; este tipo de re lación tiene como casos particulares el orden estricto y el orden amplio. No debe de cirse "orden parcial", pues la distinción entre parcial y total tiene otro criterio completamente distinto, que puede aplicarse a los órdenes estrictos o amplios. Para distinguir entre parcial y total puede definirse en general la relación de comparabilidad bajo una relación R, C_R, en la forma siguiente:

$$b\ C_R\ a \leftrightarrow (b\ R\ a \vee a\ R\ b)$$

Se recomienda el uso sistemático del orden b R a, y R x, etc. y la lectura natu ral "...es un R-relativo de..." para unificar la lectura de las relaciones funcionales y no funcionales y facilitar la enseñanza de la composición de relaciones y de fun ciones.

Por ejemplo:	y es menor que x	$y < x$ (No es funcional)
puede leerse:	y es minorante de x	y M x (No es funcional)
	y es divisor de x	y D x (No es funcional)
	y es cuadrado de x	y C x ($y = x^2$)
	y es sucesor de x	y S x ($y = x^+$)

Así pueden construirse las gráficas cartesianas de las cuatro relaciones en for ma coherente. Si se lee en el orden usual de las relaciones, x R y, habría que decir "x C y", "x S y", y las gráficas saldrían al revés de las usuales.

Este orden de lectura permite también leer la composición de relaciones simplemente "de", que es como la saben usar en la vida diaria los estudiantes: un sobrino es un hijo *de* un hermano: S = H∘F; el abuelo materno es el papá *de* la mamá: A_m = P∘M. De la misma forma pueden componerse relaciones funcionales con no funcionales: un minorante *del* cuadrado: M∘C; un divisor *del* sucesor. D∘S. Si se lee en el orden usual de las relaciones, x R y, es imposible hacer el paralelo entre la composición de relaciones y la de funciones.

La habilidad para distinguir claramente y simbolizar eficientemente las relaciones y las operaciones, y la práctica en analizar sus propiedades en un sistema dado, es el objetivo operacional que se busca a nivel de la enseñanza diversificada. Esto no es otra cosa que descubrir la estructura subyacente a un sistema de objetos con sus operaciones y relaciones. Esperamos que el ejercicio sistemático de estas actividades agudice la visión crítica del estudiante, que no se perderá ya en observar los individuos u objetos dispersos, sino que buscará sus relaciones y verá qué actividades prácticas u operaciones se pueden realizar sobre ellos: lo único importante no son los individuos, sino también los sistemas y las estructuras. Este mismo espíritu crítico, unido a la creatividad fomentada también por este tipo de matemática, podrá tener a largo plazo un efecto que todos deseamos, sin saber cómo contribuir a que se produzca: preparar al estudiante para que empiece a producir nuevos sistemas matemáticos más adaptados a la matematización de las situaciones reales latinoamericanas.

Nos parece que una presentación coherente de este lenguaje unificado de la matemática y de la ciencia es esencial para el ciclo diversificado preuniversitario, y no solo para el científico; también en el humanístico será de gran utilidad este lenguaje, que se va a utilizar en la lingüística, en la antropología, en la sicología y en la sociología. En su debida proporción, y con el menor énfasis en el simbolismo formal que requieran las circunstancias, debería explicarse este lenguaje de la lógica, los conjuntos, las relaciones, las operaciones, los sistemas y las estructuras también en los demás ciclos diversificados.

Siendo un lenguaje tan general y una formalización del lenguaje ordinario, parece muy conveniente en todos los casos como formación mental para la precisión y el rigor en todos los niveles. Aunque solo se intente un repaso de la aritmética en el ciclo agropecuario, por ejemplo, no debería reducirse el profesor a repetir lo aprendido en el ciclo básico, por más que allá hubiera estado mal aprendido. Se debe atacar la aritmética desde otro punto de partida, y con otro enfoque. La sugerencia que hacemos, es que ese punto de partida sea el análisis del lenguaje que se utiliza en esa subrama de la matemática, y que el enfoque sea el descubrimiento de las estructuras subyacentes a la situación ya familiar al estudiante. Así el joven egresado de cualquiera de los ciclos diversificados podrá utilizar creativa y críticamente la aritmética, y ojalá algún día desarrollar otros sistemas simbólicos expeditos y eficientes para ayudarle a dominar las situaciones de su vida real.

2. COMPUTACION

La introducción de la computación en la rama pre-universitaria del ciclo diversificado presenta varios aspectos conflictivos para un país como Colombia. Desde el punto de vista del profesor universitario de matemática o de una persona que ejerce una de las muchas profesiones a las que es aplicable la computación, el deseo de introducir un tema tan actual es manifiesto. Respondiendo a ellas y a un sector creciente de la sociedad colombiana que ha entrado en la corriente de la vida mundial compuesta por personas que son ciudadanos de este siglo y no sólo de Colombia sino del mundo

diríamos que no es apenas deseable, sino necesario, introducir la computación en la matemática del ciclo diversificado. Sin embargo saltan a la vista inmediatamente los argumentos de que no hay ni personal preparado, ni materiales adecuados para una enseñanza de la computación a un buen nivel. La adquisición de éstos representa un gasto grande respecto al presupuesto total de un colegio en Colombia y aunque se parezca difícil justificar este gasto, dado el sector pequeño de la población escolar que se beneficiaría de él, lo que nos proponemos hacer es mostrar que el gasto no es tan grande como se piensa y que sí está plenamente justificado.

Como no empezaremos sino hasta el semestre entrante a tener experiencias concretas a nivel de la enseñanza media, no nos atrevemos a sugerir un programa de un curso secundario de computación. Más adelante daremos el contenido de un programa tentativo para la capacitación de profesores de secundaria en las ciencias computacionales que sí se ha experimentado ya. Vale la pena notar que hemos leído con mucho cuidado las conferencias y recomendaciones publicadas por la Tercera Conferencia Interamericana de Educación Matemática y nos han sido de mucha utilidad para la planeación de los primeros cursos.

Más bien haremos ciertas consideraciones generales orientadas hacia los objetivos de la enseñanza de la matemática en el ciclo diversificado, y veremos cómo la ciencia de la computación es fundamental para la realización de estos objetivos. En ningún momento intentaremos llegar a soluciones para todos los sectores educativos. Estaremos siempre refiriéndonos al bachillerato pre-universitario.

En Colombia, como en muchos países latinoamericanos, hay regiones donde los servicios educativos son sumamente deficientes. Esto ocurre con mayor frecuencia en las áreas rurales, pero es bien conocido que en las ciudades también ocurre lo mismo, pues se encuentran muchos maestros y profesores de bachillerato que no tienen la preparación adecuada para desempeñar la labor que les corresponde. Estos problemas son endémicos en Colombia y necesitan un gran esfuerzo para empezarlos a resolver. Este es el aspecto del sistema educativo del país que más frecuentemente se analiza.

Pero por otro lado, vemos que en los colegios oficiales de bachillerato y en muchos institutos privados hay una mayoría de profesores de matemática que han hecho los estudios de licenciatura en matemática. Entre estos profesores hay una reserva de talento que no ha sido utilizada de manera óptima. En los recientes cursos de capacitación para profesores de matemática de bachillerato que abrimos en la Universidad Nacional, recibimos unos 240 profesores en ejercicio. Después de dos semestres de labores, ha quedado un núcleo de unos 75 que han mostrado interés, dedicación y creatividad en sus aportes al desarrollo de la educación matemática. Nos arriesgaríamos a decir que cualquier deficiencia académica, proviene de fallas en su formación universitaria, no de sus limitaciones personales. Estos profesores pueden producir más. A ellos les debemos la oportunidad de educación permanente a través de cursos y de revistas profesionales. Creemos que allí tenemos el potencial humano para iniciar la enseñanza de la computación a nivel del ciclo diversificado; no debemos desaprovecharlos.

Además, estamos convencidos de que hay estudiantes de secundaria y padres de familia, quienes, viviendo al tanto de las ciencias naturales y las ciencias sociales en Colombia y en otras partes, han visto el impacto de la computación y ciencias relacionadas en el manejo de los negocios y la planeación nacional, etc., tanto como en los avances científicos. Para los que aprecian la importancia y el poder de la computación es imperativo obtener cierta familiarización con ella, pues 'conocer' sin entender traumatiza.

En breve, creemos que hay un sector de la sociedad que pide saber algo sobre las ciencias de la computación, y un sector del profesorado que puede iniciar esa enseñanza. Aunque se presentan varios otros problemas educativos de gravedad que también deben ser resueltos y que parecen más básicos, estamos seguros de que nuestra respuesta a una situación educativa que tiene tantos y tan fuertes contrastes ha de ser variada; debemos reaccionar de diferentes maneras a problemas de distintas índoles. No sería la marca de un buen educador recetar las mismas técnicas a todos los sectores educativos. Tal como en Colombia practican el sobandero y el neurocirujano, también en Colombia hay que ofrecer al lado de la alfabetización un bachillerato pre-universitario digno de este siglo y del joven que ha sido formado por él. Sobre todo los que estamos trabajando en la universidad nos sentimos capacitados para dirigirnos hacia el bachillerato pre-universitario a través de la preparación de futuros profesores, la actualización de profesores en ejercicio y la redacción de objetivos adecuados para los programas de estudio en matemática.

Entre dichos objetivos también se encuentran razones imperativas para introducir poco a poco la computación en la preparación matemática pre-universitaria.

Así como en el nivel de primaria es imprescindible que un alumno matematice a partir de experiencias concretas -que a la vez sugieren conclusiones matemáticas y facilitan su comprensión- al nivel secundario y particularmente en el ciclo diversificado, creemos que la educación matemática debe reforzarse con modelos. Es decir, que la construcción de un modelo para una situación matemática, juega al nivel de secundaria el papel de facilitar la comprensión de la matemática implicada en ella, y al mismo tiempo sugiere nuevas conclusiones en base a ella; permitiendo al estudiante extender un concepto y extenderlo, ampliarlo o refinarlo.

Además, la construcción de algoritmos, básica en la programación, es una invitación a la creatividad, al mismo tiempo que exige organización y pensamiento ordenado. No dudamos que la combinación del razonamiento creativo y ordenado, basado en un cuerpo de conocimientos, describe la actividad de hacer matemática. Con la introducción de la computación en el ciclo diversificado esperamos dar oportunidad a los alumnos para que empiecen a adquirir madurez intelectual. Reconocer que varios algoritmos distintos pueden servir el mismo propósito, cada uno con sus deficiencias y ventajas, ha de animar al alumno a pensar por su cuenta en vez de buscar "la respuesta"; así se ayuda a crear un estudiante con la mente más abierta. Vemos en esta situación la misma configuración de aquella otra más avanzada tal vez, en la que un estudiante expuesto a varias demostraciones de un teorema se propone buscar sus propias demostraciones. Es importante, además, que en el proceso educativo un joven vea "algo de él" en los resultados obtenidos. En general, la resolución de problemas aporta este "algo", pero hay unas oportunidades especiales no triviales en la enseñanza de la computación.

Es tanto el valor educativo del uso del modelo y la construcción de algoritmos inherentes a la enseñanza de la computación, que nosotros en Colombia empezaríamos a darla en algunos cursos, aún en el caso de que la adquisición de máquinas se hiciera imposible por razones presupuestales. Además, un curso a este nivel, aún sin práctica en la misma máquina, también nos serviría para proporcionar alguna familiarización concreta con las computadoras. Sin embargo, si esta alternativa fuera imposible, optaríamos por un curso que contenga todos los elementos esenciales, menos la parte práctica.

Es más, el sector que más necesita aprender el sistema de la computación es el de los profesores de matemática en secundaria, pues ellos comprenden a fondo su importancia, aunque son pocos los que han podido estudiarla.

¿Como planeamos introducir la computación en el sistema educativo? Creemos que la introducción debe ser gradual -no a partir de un cambio de programa de estudios de matemática. Decretar que el programa de estudios secundarios debe incluir la computación, produciría un efecto tan efímero en el desarrollo de la educación como el efecto sobre la pobreza que tendría decretar que todo el mundo debe ganar un sueldo alto. Sería un engaño.

Ya se ha organizado en la Universidad Nacional, a partir del próximo semestre, un curso preparatorio para profesores de matemáticas del ciclo diversificado. El curso no será sobre programación sino sobre la enseñanza de la computación. Al mismo tiempo esperamos sea posible introducir un curso parecido para los estudiantes universitarios que siguen la carrera de educación matemática. Para estos cursos, sí contamos con unas máquinas pequeñas pero completas y con el centro de cómputo de la universidad, que creemos indispensable para la preparación del profesorado y con lo cual cuentan las principales universidades del país.

Esperamos animar a estos profesores a empezar cursillos introductorios para sus alumnos, armándolos con un programa tentativo y apoyándolos con la consejería que requieran. Sus experiencias en conjunto con las nuestras nos darán una idea de las fallas y aciertos del programa tentativo; a partir de estas experiencias se podría escribir un programa experimental para el uso de profesores de secundaria especialmente capacitados e interesados.

Como anexo a esta segunda parte, presentaremos un programa tentativo específico, basado en las experiencias de este año, para la preparación de profesores de secundaria en los rudimentos de la computación.

Nuestro propósito es crear una realidad, con base en la cual se puede pedir un aporte financiero oficial, llegando al establecimiento de cursos completos de computación al nivel del ciclo diversificado. Es bastante claro que una misma máquina tendría que servir a varios colegios en el ciclo diversificado -o que la enseñanza de la computación tendría que extenderse al nivel básico- para justificar la inversión correspondiente. El compartir una misma computadora parece realizable, pues en Colombia en una sola planta física funcionan dos o tres jornadas con su alumnado completo. Entre los colegios privados, la ubicación en áreas que parecen "concentraciones escolares" de varios establecimientos, hace practicable el compartir los servicios de computación.

En resumen, podemos decir que aunque lo ideal sería que los estamentos educativos guiáramos a la población previendo sus necesidades, nos vemos en Colombia en una situación donde una parte de la sociedad ya reconoce la falta que le hace la enseñanza de las ciencias de la computación. Hemos fallado en tomar la iniciativa, pero no tenemos porqué quedarnos atrás. Aparte de los motivos generales, la enseñanza de la computación al nivel del ciclo diversificado proporciona la oportunidad de trabajar con modelos matemáticos y tratar problemas de actualidad; así podemos realizar uno de nuestros objetivos académicos, pues nos parece que esto hace las experiencias matemáticas más relevantes a la vida del alumno. Además, la actividad de inventar un algoritmo apropiado para un cierto problema permite al estudiante participar de manera no trivial en su educación.

Finalmente, el cuerpo de conocimientos denominado ciencias de la computación tiene innegable valor de por sí, y siendo este cuerpo tan extenso, una introducción al nivel secundario facilitaría un tratamiento más a fondo en la universidad.

ANEXO: Programa tentativo

Para implementar los objetivos enunciados arriba, proponemos el siguiente programa tentativo, que se ha probado con grupos de profesores de matemática de enseñanza media:

1. Breve introducción histórica. El ábaco. Los huesos de Napier. Charles Babbage. Las tarjetas perforadas. Analizadores diferenciales de la década del 30. Computadores de relevos. Las máquinas de primera generación: ENIAC, MANIAC I y II, STRETCH, UNIVAC. Las máquinas de segunda generación: los transistores. Las máquinas de tercera generación: circuitos integrados.

2. Las computadoras analógicas y digitales. Esquema general de una computadora. Unidades de entrada y salida. Memoria. Registros. Control central y procesor.

3. El sistema binario. Sistema decimal codificado en binario. Bits y Bytes. Sistema octal y hexadecimal. Uso del ábaco como sumadora binaria; otros modelos de sumadora binaria ("minicomputadora" de Papy, modelos eléctricos y electrónicos).

4. Un modelo "humano" de una computadora: un equipo de estudiantes se reparte las funciones de las componentes de una computadora. Algoritmos verbales y diagramas de flujo. El lenguaje BASIC. Programas sencillos en BASIC. Ejecución de los programas por el modelo "humano".

5. Calculadoras y computadoras de escritorio. La lógica algebraica (signo "=") y la lógica polaca inversa. Práctica de cómputo. Programación por el teclado de máquinas programables. Cualidades: sencillez, tamaño, aplicabilidad a distintas especialidades. Limitaciones: no decisión; no iteración.

6. Programas de nivel intermedio en BASIC. Decisiones. Lógica. Ciclos de iteración ("Do-loops"). Práctica en el centro de cómputo de una institución.

7. Introducción al FORTRAN y otros lenguajes de programación. Formatos. Programas de nivel avanzado. (Opcional).

3. LA ENSEÑANZA DEL CALCULO

La enseñanza del cálculo diferencial e integral plantea problemas de carácter muy especial al educador, dentro de cualquier programa, y cualesquiera que sean los objetivos de éste. Las causas fundamentales de estas dificultades dependen principalmente de cuatro factores:

1. Las dos nociones o ideas fundamentales sobre las cuales reposa la teoría, las de límite y continuidad, son a la vez de las más simples (léase abstractas) y más profundas de toda la matemática.

2. La profundidad de tales ideas radica especialmente en su enorme aplicabilidad a los más diversos problemas de las distintas ciencias, incluída la matemática misma.

3. Para apreciar el poder del cálculo en las diferentes ciencias es necesario tener un conocimiento más o menos profundo de éstas.

4. Para aprovechar al máximo la aplicabilidad del cálculo es necesario desarrollar ciertos algoritmos, técnicamente complejos.

Con respecto al primero de los anteriores factores, todos los que alguna vez hemos estudiado cálculo estaremos de acuerdo en la mencionada dificultad de las nociones de límite y continuidad y en el problema que esto plantea para su enseñanza. Muchos estaremos de acuerdo en que tales nociones solamente llegaron a ser claras para nosotros en cursos posteriores de análisis matemático o topología general, pero todos comprendemos también que la motivación para tratar de esclarecer estas nociones se debió al haber reconocido el poder de aplicabilidad del cálculo a tan diversos problemas, razón que obliga también a proceder así en su estudio o enseñanza, aún si dichas nociones no son del todo asimiladas. Así, aunque es cierto que la mayor parte de las teorías matemáticas se complican técnicamente en sus desarrollos más elevados, la mayor dificultad del cálculo radica en sus fundamentos mismos: en sus puntos de partida.

Muchos han sido los esfuerzos para tratar de solucionar esta dificultad inicial: desde tratar de obviar el problema con la introducción de los llamados infinitésimos, de frecuente aparición en los textos anteriores al año 1950, hasta increíbles esfuerzos de carácter pedagógico para intentar introducir con franqueza la definición de tipo épsilon-delta. Ambas cosas parecen estar condenadas al fracaso. Y, sin embargo, todo el mundo parece tener en principio una idea intuitivamente clara de las nociones de límite y continuidad; por lo menos, hasta el instante en que sus profesores de cálculo pretenden enseñar tales nociones, y empiezan a usar frases como: f (x) tiende al límite L cuando x tiende a x_0, si se acerca indefinidamente a L sin nunca llegar a ser L, cuando x se acerca indefinidamente a x_0, sin nunca llegar a ser x_0, etc., o cuando ponen ejemplos de funciones como:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 4}{x - 2} & (x \neq 2) \\ 1 & (x = 2) \end{cases}$$

que obligan al estudiante a pensar durante meses qué diferencia hay entre esta función y la siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & (x \neq 2) \\ 1 & (x = 2) \end{cases}$$

para llegar al fin a la conclusión de que detrás de la noción de límite hay algo truculento, pues la división, obvia desde un principio, debe proponerse para que el cálculo del límite se dificulte.

No es fácil, sin embargo, atrapar la noción intuitiva de límite y continuidad que todo el mundo parece tener. En el caso de los límites de funciones éstas parecen estar ligadas a un cierto tipo de funciones: tal vez, funciones lineales o polinómicas de una variable. Todos parecen comprender que, por ejemplo, en el caso de funciones polinómicas, al cambiar el valor de la función en un punto de su dominio, su límite en ese punto no va a cambiar. Lo mismo sucede con ciertas funciones trascendentes elementales (como las trigonométricas, exponenciales y logarítmicas). Es de pensar entonces que tal vez el problema de los límites y la continuidad pueda obviarse en principio restringiendo la clase de funciones y la naturaleza de sus dominios. Esto, hasta el punto en que tal clase sea aún lo suficientemente amplia para con ella dar importantes aplicaciones del cálculo a una apreciable variedad de problemas. A un nivel pre-universitario, por ejemplo, la restricción a funciones polinómicas por intervalos y a funciones racionales elementales permite ya una aplicabilidad amplia, a la vez que tal clase de funciones goza de un alto contenido intuitivo en su comportamiento topológico y de un fácil cálculo de sus derivadas e integrales. Tal restricción permite además introducir la noción de integral como primitiva o anti-derivada:

$$F(x) = \int f(x)\, dx,$$

o mejor,

$$F(x) \sim \int f(x)\, dx$$

(léase: F es una primitiva de f), si:

$$F'(x) = f(x)$$

Se puede definir luego:

$$\int_a^b f(x)\, dx = F(b) - F(a)$$

si $F(x) \sim f(x)\, dx$; así se podrá ver que entonces:

$$\int_a^x f(t)\, dt = F(x) - F(a) \sim \int f(x)\, dx,$$

obviándose así el teorema fundamental del cálculo. Se puede pasar luego a la noción de área bajo una curva (función ≥ 0), definiéndola por:

$$A_a^b(f) = \int_a^b f(x)\, dx = F(b) - F(a),$$

y haciendo ver que esta nueva noción coincide con la clásica en los casos en que la clásica tenga sentido. Luego puede verse, si se quieren evitar cargos de conciencia, que

si $t_k \in [\, a + (k-1)\left(\frac{b-a}{n}\right),\ a + k\left(\frac{b-a}{n}\right)]$, o sea, $t_k \in [\, a_{k-1}, a_k]$,

viendo simplemente que las diferencias

$$\int_{a_{k-1}}^{a_k} f(x)\, dx - f(t_k)\left(\frac{b-a}{n}\right)$$

pueden hacerse tan pequeñas como se quiera, lo cual será fácil si la clase de funciones admisibles está bien escogida, y así justificar la anterior definición de área.

De todas maneras es importante recalcar que en este momento el estudiante puede estar más interesado en el juego de calcular áreas, o tangentes, o resolver problemas de máximos y mínimos de diversa índole, que en la justificación plena de los procedimientos que usa. Un error tradicional de la enseñanza de estos tópicos, frecuentemente debido a la ignorancia de los mismos profesores, radica, sin embargo, en no hacer notar a los estudiantes las limitaciones de estos procedimientos. Tales limitaciones deben hacerse notar mediante ejemplos concretos más que con el análisis de las hipótesis de los teoremas que les dan origen.

En cuanto a la aplicabilidad de las ideas fundamentales del cálculo a diversas ramas de la ciencia, nos parece que este debe ser el punto central de un tal curso. Es fácil encontrar aplicaciones geométricas tan simples o tan difíciles como se quiera. Estas últimas deben evitarse. Un poco más difícil es encontrar aplicaciones a la física. Pesos de varillas de densidad variable, velocidades debidas a aceleraciones variables, aceleraciones debidas a fuerzas variables, resistencias eléctricas que varían con la temperatura provocada por el paso de la corriente, campos eléctricos o magnéticos, etc., pueden suministrar ejemplos simples en este campo. Problemas de crecimiento de población sujetos a restricciones ambientales (bacterias para biólogos, criminalidad y alienación para sociólogos y sicólogos, precios y salarios sujetos a oferta y demanda para economistas, etc.) son fáciles de elaborar y pueden ser, o al menos parecer, estimulantes, sin requerir demasiados conocimientos de las diversas ciencias.

En cuanto al punto 4) creemos que las dificultades algorítmicas (cálculos de primitivas y derivadas) pueden reducirse a un mínimo restringiendo las clases de funciones. Las integrales, por ejemplo, deben ser casi inmediatas. No son ellas en sí lo que importa. Es su enorme utilidad (fuera del hecho de que el intento de calcular primitivas de funciones mediante funciones elementales es matemáticamente interesante sólo cuando no es posible).

Para terminar, diremos que al nivel secundario, diversificado o no, parece ser demasiado ambicioso, por razones de tiempo, el intentar ir más allá del cálculo diferencial e integral de funciones de una variable. Limitando bien la clase de funciones esto no parece ser, sin embargo, técnicamente difícil. Como es obvio, esto ampliaría considerablemente el rango de aplicabilidad, fuera del hecho de que muchos problemas del cálculo mismo pueden ser mejor formulados dentro del contexto del cálculo diferencial de varias variables.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Teniendo en cuenta la anterior discusión, podemos hacer las siguientes recomendaciones:

1. Para la enseñanza del cálculo en el ciclo diversificado es conveniente restringir la clase de funciones a una clase tal que en ella pueda desarrollarse la teoría fundamental aprovechando al máximo su contenido intuitivo. Una tal clase podría estar formada por funciones algebraicas por intervalos (un número finito de ellos), funciones trigonométricas elementales, exponenciales y logarítmicas. Debe tenerse cuidado con restringir apropiadamente los dominios para no causar complicaciones innecesarias que oscurezcan la teoría e impidan captar el contenido intuitivo de ella.

2. La idea de integral puede tratarse como antiderivada, de tal manera que la noción de límite no aparezca en ella, excepto al introducir la noción de área bajo una curva, tal como lo explicamos en la discusión general del tópico.

3. Las definiciones del tipo épsilon-delta deben omitirse. La clase de funciones considerada debe ser tal que los algoritmos necesarios para los cálculos de derivadas e integrales se reduzcan a un mínimo. Aun en el caso de introducir las vecindades y su diámetro (noción más clara en el plano que en la recta real), deben evitarse las sustituciones complicadas y los trucos de toda clase, por ingeniosos que sean.

4. Lo propuesto en los tres numerales anteriores debe ser común a todo curso de cálculo, independientemente de cuáles sean las posibles diversificaciones en las que se enseña el curso respectivo. Igualmente, la enseñanza de las aplicaciones geométricas elementales del cálculo (áreas, tangentes, máximos y mínimos) debe ser común a todas las diversificaciones.

5. Se propone que los últimos años de bachillerato tengan inicialmente solo dos ramas de diversificación: una para los estudiantes de ciencias naturales (matemática, física, química, biología), y otra para los estudiantes de ciencias sociales (psicología, sociología, antropología, filosofía). El cálculo en los esquemas de diversificación diferiría únicamente en cuanto al tipo de problemas de aplicación. La teoría fundamental debe ser la misma.

6. Sería conveniente discutir la posibilidad de incluir, al menos dentro del primer esquema de diversificación, nociones sobre el cálculo de varias variables. Pero en principio, proponemos limitar el campo al caso de una sola variable independiente.

7. Finalmente, insistimos en algo que nos parece fundamental: *el énfasis en la enseñanza del cálculo a nivel del ciclo diversificado debe ser en sus aplicaciones.*

4. PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

La probabilidad y la estadística son dos ejemplos más de temas que hace apenas 15 años se trataron casi exclusivamente al nivel universitario, porque su importancia en la matemática salió a la luz sólo en el siglo XX.

Si bien es cierto que la revolucionaria "matemática moderna" de los años 60 ha encontrado rechazo por la falla frecuente de su metodología formalista, es también cierto que la matemática "moderna" ha tenido éxito en cambiar fundamentalmente los programas de matemática en secundaria y en primaria. Introducida experimentalmente en los programas de matemática a varios niveles pre-universitarios, muchos de estos temas han llegado a acomodarse hasta en los primeros años de primaria. La probabilidad y estadística se encuentra entre estos temas "modernos" -y aunque ciertamente admitimos de antemano su inclusión en programas de matemática al nivel secundario, y aun primario, creemos que todavía hay mucho que discutir sobre cuáles aspectos se deben tratar y cómo se deben enseñar.

Según el más reciente programa oficial para matemática secundaria en Colombia, la probabilidad y la estadística son temas opcionales para 3° y 4° de bachillerato. Esta ubicación nos parece bien planeada, pues algunas nociones de probabilidad, y en especial de estadística, son básicas para la "alfabetización matemática" (usando el término del Prof. Fehr) de todo estudiante. De nuevo, estamos de acuerdo con que se tomen como temas opcionales por el momento, porque a los profesores mal preparados ciertamente no les debemos exigir que los enseñen. Sin embargo, no hay ninguna continuidad de temas prevista en el programa oficial y no se reconoce el hecho que estos tópicos deben explorarse más a fondo en el ciclo diversificado. Esto es una falla innegable del programa oficial, pues se requiere más preparación estadística de la que se puede adquirir durante los últimos años del ciclo básico.

Ahora consideramos la pregunta: ¿Qué se debe enseñar en el ciclo básico y qué en el ciclo diversificado?

4.1. Ciclo básico

A. Estadística. Básicamente sugeriríamos que la estadística descriptiva se desarrolle, incluyendo la dispersión, la moda, la mediana y la media aritmética de datos numéricos, tanto como algunos métodos de tabulación y de representación gráfica. Se pondría atención especial a la media aritmética y se incluirían nociones de varianza y desviación estándar. En efecto, esperamos que todo estudiante pueda leer un histograma sencillo y entender el origen de datos estadísticos sencillos, como la temperatura promedio para el mes de julio, la dispersión de notas en un examen dado, etc. El estudiante también debe reconocer algunos usos y limitaciones de cada uno de estos métodos de analizar datos.

B. Probabilidad. Esperaríamos que el estudiante pueda identificar el espacio muestral y el conjunto verdad de un evento, que comprenda la medida de estos conjuntos intuitivamente y que pueda calcular la probabilidad de un evento en casos donde la medida es discreta y la posibilidad comprensible intuitivamente. Ejercicios sencillos pueden emplearse para ilustrar la probabilidad de p y q, probabilidad condicional y eventos independientes pero los pormenores de estos conceptos se deben dejar para estudiantes de mayor madurez.

4.2. Ciclo diversificado

Ahora entramos en lo que forma propiamente parte del tema de este trabajo y nos proponemos ser más específicos.

A. Para los estudiantes de las escuelas normales, quienes, o bien serán maestros de primaria, o bien continuarán sus estudios de educación al nivel universitario, recomendamos un cursillo en la metodología de la enseñanza de estadística descriptiva. Es decir, la construcción de gráficas sencillas y la tabulación de datos basada en las gráficas, y vice-versa. Se pueden hacer gráficas sobre temas como "¿Cuántos hermanos tiene cada niño?", la estatura de los niños, el color de sus ojos, las calles donde viven, etc. Se incluirían distintas maneras de representar los datos, la moda y la media aritmética. Este cursillo debe reforzarse con el empleo de material didáctico y se debe poner énfasis en la participación activa de los niños en la construcción de las gráficas y su "interpretación".

Para estudiantes de los Institutos Técnicos Agropecuarios, estamos interesados en dar sentido a la base estadística sobre la cual reposan varios de sus cursos técnicos. En particular, deben poder juzgar la confiabilidad de conclusiones que se pueden sacar correctamente de ellos.

En la rama pre-universitaria creemos que se debe hacer un intento de familiarizar al estudiante con muchos modelos estadísticos, según nuestra insistencia general en el valor metodológico de los modelos, y que estos modelos deben ser analizados respecto a su uso apropiado y sus limitaciones. La inferencia estadística sencilla relacionada con la clase, el colegio y otras situaciones -como los cursos de ciencias- puede ser particularmente instructiva. Estamos interesados en familiarizar al estudiante con los procedimientos, la formulación de hipótesis y la aceptación o rechazo de ellas según los datos, en vez de enseñar la matemática formal de la inferencia estadística.

B. Probabilidad. Nuestro objetivo es formalizar y completar la introducción a la probabilidad dada en el ciclo básico, para aquellos estudiantes que planeen entrar a la universidad en cualquier campo de estudio. De nuevo advertiríamos que es mejor no tratar problemas que no sean intuitivos, excepto unos pocos casos desarrollados por el profesor. Es decir, el estudiante debe reconocer que no toda situación en la probabilidad puede ser resuelta al nivel intuitivo, pero al mismo tiempo no se le debe exigir que enfrente tales problemas por su cuenta. Al nivel de secundaria esta experiencia es más frustrante que instructiva.

Nuestro curso de probabilidad para el ciclo diversificado incluiría combinatoria, que, fuera de permitirnos tratar nuevos espacios muestrales y sus medidas, es una oportunidad excelente para aplicar técnicas de inducción y familiarizar al estudiante con demostraciones sencillas por inducción (no necesariamente formalizadas completamente). Los diagramas de árbol son una herramienta de valor incalculable en muchos problemas de probabilidad a este nivel -no solo para el uso ilustrativo del profesor, sino también como un medio que tenga el estudiante para plantear un problema. Quizá no lo hemos mencionado hasta ahora, pero ciertamente hemos supuesto que la resolución de problemas es uno de los objetivos principales de la educación matemática. Pocas son las técnicas que se pueden enseñar, pero sí se pueden presentar algunas herramientas que ayudan al estudiante a visualizar un problema y así dominarlo. En este nivel de la probabilidad, los diagramas de árbol proveen una manera de adentrarse en los problemas. Es aconsejable tratar las variables aleatorias y la esperanza, también en base a muchos ejemplos sin demasiado formalismo. Con el fin de dejar el estudiante abierto a más progresos en el campo de la probabilidad, creemos que deben explorarse algunos casos de espacios muestrales discretos e infinitos y otros continuos, tomando intuitivamente el salto de la sumatoria a la integral para aquellos estudiantes que hayan visto una introducción al cálculo integral.

Quizá vale la pena notar la imposibilidad de verificar empíricamente las hipótesis aún en los modelos probabilísticos más sencillos. Por ejemplo, podemos razonar a partir de un modelo sencillo, que la probabilidad de obtener un siete al lanzar los dados, es 1/6; sin embargo, nuestras pruebas empíricas, aun con un número muy grande de ensayos, darán un valor distinto. En vez de causar confusión entre los estudiantes, creemos que ésta será una valiosa lección que les dará una comprensión más profunda y más fundada de los modelos matemáticos y sus limitaciones.

* * *

TEMA III

ENSEÑANZA EXTRA - CURRICULAR DE LA MATEMATICA

THE ROLE OF A TEACHER'S ORGANIZATION FOR IMPROVING MATHEMATICAL EDUCATION

E. Glenadine Gibb, President
National Council of Teachers of Mathematics (U.S.A.)

INTRODUCTION

One of the objectives of this conference is to increase relations between the different countries represented at this Fourth Inter American Conference on Mathematics Education in our efforts to improve the teaching of mathematics at different levels in our countries.

Since the National Council of Teachers of Mathematics has had a prominent rôle in developing mathematics education in the United States of America and Canada, I have been asked to share with you the work carried on by this organization. Before describing some of the responsibilities that it presently assumes, as well as present-day issues in the teaching of mathematics in the United States and Canada, may I present a bit of history regarding this organization.

A HISTORICAL NOTE

Impetus for the formation of any organization is a purpose-leadership and direction in response to need. The National Council of Teachers of Mathematics, organized in 1920, is no exception. At that time, in response to a great increase in school enrollments, mathematics curricula under scrutiny and harsh criticism, and the need for reform in secondary school mathematics an organizing call was issued. This call came from a committee of the Chicago Men's Mathematics Club with support from the Association of Mathematics Teachers of the Middle States and Maryland and from the Mathematics Section of the Central Association of Mathematics and Science Teachers. Its purpose was to assist in promoting the interests of mathematics in America, to vitalize and coordinate the work of local organizations of teachers of mathematics and to stimulate major efforts to improve the teaching of mathematics in elementary schools, junior and senior high schools, two-year colleges, and teacher-education colleges. Its membership has grown rapidly from 127 members in 1920 to some 80.000 individual and institutional members in 1975, in its fifty-five years of existence. It has had many members from countries outside the United States and Canada. Recognition of the large Canadian membership was given in 1969 to assure that a representative from Canada is always on the fifteen-member Board of Directors, the governing body of the organization. A Canadian has been elected as the next president to assume office in late April 1976, NCTM's first Canadian president.

EFFECTING IMPROVEMENT IN THE TEACHING OF MATHEMATICS

The NCTM strives to fulfull its purpose to its membership and the greater mathematics education community in a variety of ways.

A. Publications Program

1. Communications through its journal and newsletters.

a. *The Mathematics Teacher*, established in 1908, was acquired from the Association of Mathematics Teachers of the Middle States and Maryland in 1920. It is published monthly except during June, July, August and September. It is devoted to the improvement of mathematics instruction in the junior high schools, senior high schools, two-year colleges and teacher-education colleges.

In contains expository articles on mathematics and its teaching by classroom teachers and specialists. The main emphasis is on practical ways of helping teachers teach better mathematics more effectively. Regular features include "Activities", for classroom use, ideas that have immediate classroom application, a section on new products and new publications that gives information and some evaluation of the varied educational products available in today's market, and descriptive information about new instructional programs.

b. *The Arithmetic Teacher*, founded in 1954, is concerned with the teaching of mathematics in the elementary school. It too is published from October through May. It features articles on mathematics content, and methods for pre-service and in-service elementary school teachers. Special sections include activity sheets for classroom use; examples of classroom activities, reviews of books on mathematics and mathematics education and of films and filmstrips on elementary mathematics; and reports of educational research having implications for classroom practice.

Both *The Mathematics Teacher* and *The Arithmetic Teacher* are official journals of the NCTM. The membership dues include a subscription to either journal.

c. The NCTM's newest journal, *Journal for Research in Mathematics Education*, was launched in January 1970 and is issued quarterly -January, March, May, and November. This publication is concerned with research into significant problems in mathematics education. It includes comprehensive reports on empirical studies, summaries of major research studies, and articles about current research in mathematics education.

d. *The Mathematics Student* is published four times a year. It contains enrichment and recreational material for students in grades seven through twelve. Special features are problem and short-article sections to which students are encouraged to contribute.

e. The quarterly *Newsletter* and the monthly *Bulletin for Leaders* also serve as sources of information.

2. Communications through publications

a. Yearbooks and Professional Books.

Since 1926 the NCTM has published yearbooks as needed to deal with problems in the teaching of mathematics. The most recent yearbook (the 37th) is *Mathematics Learning in Early Childhood*, designed to provide deeper insight into the whole spectrum of the

young child's learning of mathematics. This series is to be continued as the profesional books. A new type of yearbook is to be offered yearly, in response to current issues. The first to become available in April 1976, is *Measurement*.

b. Supplementary Publications

Topics in these some 90 books and pamphlets include teaching methods, study techniques, tests, contests, computer assisted instruction, bibliographies, books of rea-readings, and a classics series.

B. Professional Services Program

The NCTM derives its strength from the professional involvement of its members. Through its committees and joint activities with other professional associations, the NCTM serves as a major communications center for the mathematics education community. Information concerning metrication, curriculum, instructional aids, careers in mathematics, mathematics clubs and contests, including policy statements and guidelines are made.

There are now 179 affiliated groups throughout the United States and Canada. Organizational and financial assistance is provided to these affiliates in an effort to stimulate additional professional involvement among mathematics educators.

C. Convention Services Program

The program of national meetings has increased dramatically in the last decade. In place of the three national meetings, the NCTM instituted its program of name-of-site meeting some 15 years ago in an effort to enable more teachers to attend these meetings.

Regional meetings as well as the annual meeting are located throughout the United States and Canada so as to be accessible to mathematics teachers in all areas. Outstanding persons in mathematics education speak on subjects of interest to mathematics teachers. Workshops are conducted to keep instructors informed about new developments. Modern methods may be seen in practice. Ideas are collected and evaluated. A great variety of new books and teaching materials can be seen in the commercial exhibits. Student exhibits are on display and film and filmstrips are shown. During this past year minicourses have been a feature at our regional meetings, where several related sessions on a given topic such as statistics, geometry, leadership development enables participants to engage in an in-depth study of a particular topic.

Any teacher who has attended a convention can be expected to make a real effort to attend more, and will serve as a publicity agent and resource person in his or her school.

OTHER ROLES

For many years we have maintained and supported an interest in international mathematics education. Our Committee on International Mathematics Education has been very active through the years in such services as reporting international news, planning international sections of NCTM convention programs; bringing outstanding foreign educators to conferences and meetings, arranging exhibits of foreign teaching materials for display at meetings and encouraging its members to attend both the First and Second International Congress on Mathematical Education. We are now making preparations for the Third International Congress in the summer of 1976.

To what issues is the National Council of Teachers of Mathematics responding today?

Today the National Council of Teachers of Mathematics is responding to issues confronting teachers in the classroom for whom it serves. More specifically, these issues include:

1. A balance in mathematics curricula to provide understandings, skills, and problem solving capabilities.

2. Effective use of the mini-calculator in the classroom.

3. Alternative patterns of organizing instruction for individualized learning on the part of students.

4. Guidelines for teachers, administrators, and parents as well as special workshops in the transition to metric measure.

5. Designs for continuing education in inservice teacher education programs at the local level, including planning, implementation and evaluation.

6. Guidelines with respect to bilingual education and mathematics.

7. Special conference on mathematics for Special Education students.

8. Recommendations for Two-year College Placement Test.

CONCLUDING STATEMENT

A teachers organization can have a major influence on mathematics education, serving as an agency for both coordination and stimulation of major efforts to improve the teaching of mathematics. It must be responsive, however, to the issues and forces that confront the teaching and learning of mathematics in the classroom. Publications conventions, position statements, guidelines, professional services, special conferences are among the services that it can provide through the professional involvement of its members.

* * *

UN EXPERIMENTO DE LA UNIVERSIDAD SIMON BOLIVAR SOBRE EDUCACION A DISTANCIA

J. Jiménez Romero, Eduardo Lima de Sá

Para comenzar quisiera aclarar que si bien nuestra charla está incluida en un grupo denominado enseñanza extracurricular de la matemática, estamos muy lejos de considerar el programa que voy a describir, como algo de ese tipo. Se trata de un programa regular de la Universidad Simón Bolívar que está en su primera fase, y es experimental por ahora.

Ese programa nació hace aproximadamente tres años y tuvo su origen en la preocupación de un grupo de profesores de nuestra universidad, quienes junto con el entonces Decano de Estudios Profesionales querían lograr un mejoramiento del proceso de enseñanza-aprendizaje en la universidad. Era necesario convertir ese aprender a aprender en una realidad y había que lograr que el estudiante fuera realmente el centro de todo el proceso. Era necesario lograr la independencia del estudiante permitiéndole, entre otras libertades, las siguientes:

Libertad de pénsum. Consideramos que cada plan de estudios debía ser tan flexible como fuera posible y permitir soluciones individuales con la participación activa de la persona que tenga que pasar por él.

Libertad de tiempo. Fijar un tiempo determinado para que personas distintas aprendan lo mismo, perjudica a la mayoría, va en contra del estudiante bien preparado, el brillante, el profundo, el rápido, el lento, etc. Una vez que se considere el aprendiz como centro del proceso, debe aprender al ritmo que pueda o desee.

Asimismo, el estudiante debería tener libertad para elegir el método que le es más apropiado para lograr un determinado aprendizaje. Resumiendo, podríamos decir que no deberían estar pre-fijados ni el qué, ni el cómo, ni el cuándo y ni siquiera el dónde se realiza el aprendizaje.

No pretendemos haber conseguido plasmar todas estas ideas en el programa de estudios libres, esto es tan sólo un intento guiado por esa filosofía.

Permítame ahora, hacer un poco de historia acerca del programa. Se decidió experimentar con un programa de enseñanza a distancia y se estudiaron entonces los programas de ese tipo ya existentes en otros países, tales como Inglaterra, Suecia, la Unión Soviética, Polonia, España y Estados Unidos. Muy pronto se llegó a la conclusión que era de esperar: dichos programas no se adaptaban a la realidad venezolana y en particular a la realidad de la Universidad Simón Bolívar, y habría que fabricar íntegramente nuestro propio programa. Se decidió entonces, comenzar la experiencia con no más de 700 estudiantes ofreciéndoles dos posibilidades: la primera, aprender por el nuevo método lo equivalente a aproximadamente los dos primeros años de una carrera ya ofrecido por la universidad, con la posibilidad al cabo de esos dos años, de incorporarse a los estudios con clases tradicionales en la universidad.

La otra posibilidad es una carrera completa en este nuevo sistema, conducente al título de Docente en Matemáticas o Docente en Física. Las necesidades venezolanas de personal capacitado para la enseñanza media y básica superior, explican de sobra esta decisión.

El recurso básico en el proceso de aprendizaje en nuestro programa es el material escrito, que está constituido por lo que hemos llamado unidades de estudio, calculadas para poder ser asimiladas en un tiempo medio de 5 a 6 semanas. Dichas unidades son preparadas por profesores de la universidad y editadas por ésta en forma de libros que son vendidos a los participantes a un precio sumamente bajo.

Hasta el momento han sido publicadas alrededor de 30 de estas unidades, estando en preparación actualmente alrededor de 60 más. Algunas de estas unidades se encuentran en la exposición en la planta baja de este edificio, otras podrán verlas al finalizar la conferencia en la mesa que está a la entrada de la sala de conferencia. Una parte substancial de todo el programa lo constituye lo que hemos llamado el centro urbano, que es un local en el centro de la ciudad, al cual el participante puede acudir cuando lo crea necesario, para alguno de los siguientes servicios:

1. Consulta sobre los tópicos que está estudiando. Para atenderlas se cuenta con la ayuda de profesores y estudiantes de la universidad, especialmente entrenados para ello;

2. Obtener asesoramiento de tipo académico en diversos aspectos;

3. Interrelacionarse con otros participantes en actividades específicas de aprendizaje y en actividades de índole social, deportiva, etc. También puede hacer uso de otros recursos de aprendizaje.

En este momento puede hacer uso en forma individual de programas audiovisuales que complementan el material escrito y que han sido preparadas para el programa por profesores y estudiantes de la universidad, conjuntamente con su centro de medios audiovisuales. En un futuro muy próximo se ofrecerán otras ayudas de aprendizaje y se dispondrá de una biblioteca.

En el Centro Urbano es donde los participantes presentan exámenes y hacen todos los trámites administrativos necesarios.

En cuanto a la forma de evaluar, en cada unidad de estudio se especifican claramente los objetivos de aprendizaje que se quieren lograr. Se provee al participante de una serie de ejercicios y pruebas de autoevaluación. Cuando un participante cree haber logrado esos objetivos, puede presentar un examen. Un examen que es comprensivo y solamente se le considera la unidad como aprobada, si obtiene un rendimiento no inferior al 80%. En caso contrario, puede solicitar un nuevo examen al cabo de por lo menos 15 días.

En nuestro programa no existen notas. Unicamente se le comunica al participante si aprobó o no la unidad. En el caso de no aprobarla, se le indica ciertos objetivos de aprendizaje que él al parecer no ha logrado, para que profundice un poco sobre ellos. De la misma forma, no se guarda record de que el estudiante no ha aprobado el examen alguna vez, se guarda record de tipo administrativo, por cuanto no se permite presentar una unidad más de cuatro veces.

Como dije antes, ofrecemos dos carreras dentro del programa. Los planes de estudio correspondientes, fueron elaborados teniendo en cuenta los principios enunciados al comienzo de esta charla. En particular, el plan de estudios de matemáticas, consta de 130 unidades, de las cuales 70 son de matemáticas, 25 de formación docente y 35 de estudios generales. El 60% del total de unidades son electivas. Y son electivas en dos sentidos: el participante puede elegirlas de una lista propuesta por la coordinación del programa, o el participante mismo puede proponerla. En este último sentido, estamos obteniendo experiencia sumamente alentadora con un grupo muy pequeño de estudiantes que ha avanzado rápidamente en el programa desde que se iniciaron en enero de este año.

El total de unidades obligatorias de matemáticas, es 31, y podría dividirse así: Las primeras 4 unidades constituyen un asentamiento de conocimientos y de destrezas que se suponen obtenidas durante la educación secundaria; se estudia sistema cartesiano de coordenadas; la noción de función; funciones polinómicas exponenciales, logarítmicas y trigonométricas. En un segundo grupo hay 6 unidades, que contienen: geometría intuitiva del plano y del espacio, y álgebra lineal en R2 y en R3. Otro grupo, consta de 4 unidades que se tratan de cálculo diferencial e integral de una variable, con énfasis en métodos e ideas así como en destrezas en su manejo. Luego, hay 2 unidades en probabilidad finita y una de introducción a la estadística.

Cuando digo grupos de 4 ó 6 unidades, por lo general no tienen que tomarse en un determinado orden, solamente hay que respetar unos ciertos pre-requisitos. Luego hay 2 unidades que son una introducción a la computación; 3 unidades en las que se trata de ecuaciones diferenciales ordinarias, cálculo diferencial e integral en varias variables. En las 10 restantes se hacen estudios poco más formales o si quieren abstractos, tales como fundamentación de los números reales y complejos, introducción al álgebra abstracta, al análisis real; 1 unidad de introducción a la topología; 1 unidad de lógica y 1 unidad que propondrá preguntas sobre la naturaleza de las matemáticas.

Sobre las electivas, ya dije que son justamente eso: electivas; sin embargo, me voy a permitir leer algunos títulos de una lista tentativa de las unidades que hemos pensado producir: teoría clásica de ecuaciones, teoría de grafos, método axiomático, teoría de modelos, la matemática desde la antigüedad hasta Descartes, la matemática después de Descartes, álgebra lineal 1 y 2, teoría de cuerpos, teoría clásica de ideales, propiedades diferenciales de curvas, probabilidades estadística y cálculo numérico.

* * *

CONSTRUCCION DE COMPUTADORAS EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA

Jaime Michelow (Chile)

La matemática tiene un carácter tal que se hace amar, a menudo apasionadamente, por sus cultores; siendo este amor, probablemente, la única característica común de los matemáticos. Guiado por estos sentimientos, el matemático reconoce, no siempre conscientemente, que es su deber transmitir y promover su ciencia. Los problemas de la transmisión del conocimiento son tan grandes e importantes que, a menudo, atrae toda la atención y energía de los matemáticos quienes descuidan así el otro aspecto mencionado.

Desde luego existe el problema de promover la matemática en un sentido amplio que conduzca a que el medio social aprecie mejor la matemática, la comprenda mejor y la respete. Pero también existe el problema de promover en un sentido más dirigido, más fundamentalmente importante, el de garantizar la supervivencia de nuestro peculiar género ganando nuevos adeptos entre los jóvenes. La tarea aquí es doble: por un lado queremos que jóvenes que no mostraban interés se sientan atraídos; y por otro queremos compensar la falta de interés, que despierta en los obligados a estudiar los programas tradicionales de matemática, una enseñanza a menudo desganada y no inspirada.

Es, sin embargo, y como en tantas otras cosas, más fácil decir que hacer. ¿Cómo diseñar actividades realmente atractivas que no requieran un conocimiento ni avanzado ni sofisticado?

También hay que considerar que el joven debe realizar esta actividad sin presión, y a la velocidad que le es propia como individuo. No tomar en cuenta estos dos factores sería traicionar de partida el fin perseguido.

Estas últimas consideraciones nos indican inmediatamente que estas actividades no pueden ser realizadas incorporadas a un programa regular. Tienen necesariamente que ser actividades extra-programáticas.

Lo que queríamos contar es una experiencia de este tipo, que creemos valiosa e interesante por muchos motivos.

Existe en Chile un grupo de jóvenes estudiantes que provienen de todos los liceos de la capital y cuyos miembros pueden estar en cualquiera de los últimos cuatro años de la enseñanza secundaria.

Se autodenominan la Juventud Científica y encuentran refugio y protección en el Museo de Historia Natural y en su directora la Doctora Grete Moisty.

Con el auspicio del Gobierno e instituciones varias realizan una gran feria anual donde presentan proyectos extra-programáticos realizados durante el año.

Existe en la Juventud Científica un grupo de matemáticos que quiere competir y presentar proyectos que sean tan interesantes como un feto presentado en alcohol o una serpiente disecada.

Les pareció lo mejor venir a nuestro programa de post-grado y pedir ayuda.

Nuestra reacción fue inmediatamente decir que sí y en el minuto siguiente preguntarnos desesperadamente ¿qué hacer?

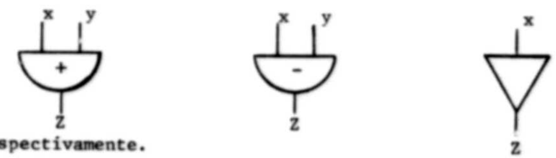
Nos pareció que un campo en el que no se requieren grandes teorías previas y que siempre resulta interesante y llamativo es la computación.

Aún más cuando el computador ha dejado de ser algo remoto y anda de mano en mano representado por su hijo (o su nieto) la calculadora digital electrónica.

Nos fijamos como primer objetivo el que se adquiriera una comprensión de los principios básicos que permiten la existencia de computadores por parte de este grupo; y pensábamos que su difusión a través de gráficos constituiría un trabajo decentemente aceptable en la feria que se veía venir a 10 meses plazo.

Sostuvimos una serie de cuatro reuniones de una hora y media cada hora en las que desarrollamos el siguiente programa:

1. Explicar la existencia de tres "cajas negras" (black boxes) llamadas "O","Y" y "NO" que se representan con los siguientes símbolos:



respectivamente.

2. Las entradas (input) se designan por x, y y la salida (output) por Z.

3. x, y, Z pueden tomar solamente los valores 0,1.

4. Físicamente los valores que x, y, Z toman están representados por intensidades de corriente o voltajes.

5. Las "cajas negras" "O", "Y", "NO" obedecen a las siguientes tablas:

"O"

X	Y	Z
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

"Y"

X	Y	Z
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

"NO"

X	Z
1	0
0	1

6. Se hace la asociación lógica (en un sentido doble)

1 VERDADERO

0 FALSO

y se justifican los nombres "O", "Y", "NO".

7. Se les propone el problema de diseñar un "circuito" con input x, y y output Z, R_1 (en que x, y, Z, R_1 son dígitos binarios 0 ó 1) y en que

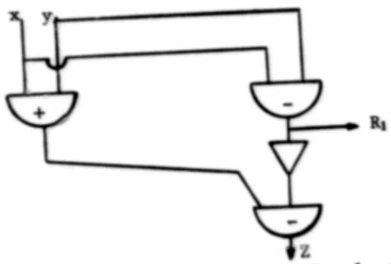
$$R_1 Z = x + y \qquad \text{(base 2)}$$

usando las cajas negras O, Y, NO como **elementos básicos**.

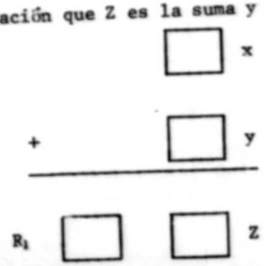
8. Se les sugiere que construyan la tabla respectiva:

x	y	Z	R_1
1	1	0	1
1	0	1	0
0	1	1	0
0	0	0	0

9. Y que se diseñe el circuito correspondiente

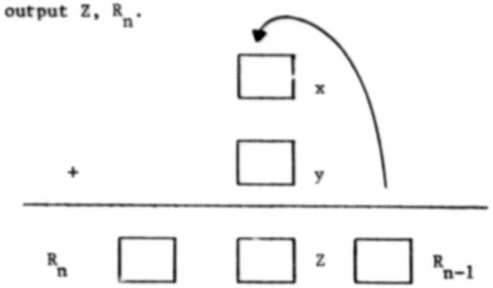


10. Se hace la observación que Z es la suma y R_1 el rebalse.



Este circuito recibe el nombre de SEMI-SUMADOR por las razones que se verán más adelante.

11. Se les propone el problema de diseñar un "circuito" SUMADOR con input x, y, R_{n-1} y output Z, R_n.

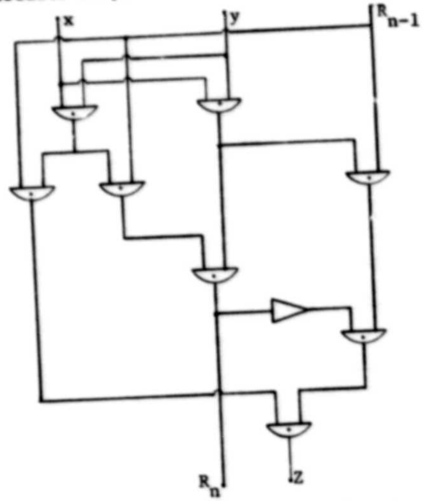


en que $\boxed{R_n Z = x + y + R_{n-1}}$ (base 2), donde R_{n-1} es el rebalse de la suma de dos dígitos anteriores y R_n el nuevo rebalse.

12. Construyen la tabla correspondiente.

x	y	R_{n-1}	Z	R_n
1	1	1	1	1
1	1	0	0	1
1	0	1	0	1
1	0	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	0	1	0
0	0	1	1	0
0	0	0	0	0

13. Y diseñar el circuito respectivo

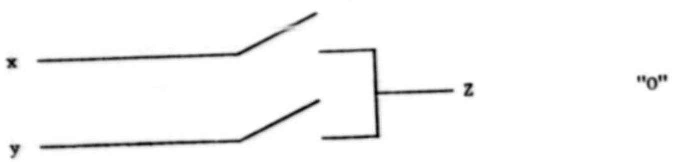


14. Surge naturalmente la pregunta de lograr el diseño que tenga el menor número de cajas negras. Varias soluciones son posibles. Las fáciles tienen muchos elementos.

15. Con esto se dio fin a la primera etapa, pero no sin que los estudiantes diseñaran, por iniciativa propia y sin guía, un circuito semi-restador y un circuito restador. Y aún más un circuito que suma y resta dependiendo de la posición de un interruptor.

A estas alturas se veía claramente que podrían fijarse objetivos más ambiciosos.

1. Les fijé la tarea de construir un semi-sumador con la indicación que las cajas negras se podrán materializar mediante interruptores en paralelo o en serie.



2. Les pedí que averiguaran cómo materializar la caja negra "NO.

3. Volvieron con un semi-sumador del tipo exhibido en el que habían resuelto el problema de la negación con un alfiler embobinado (un primitivo relais).

4. Los miembros del grupo habían dado soluciones distintas.

5. Para entonces después de dos meses de trabajo esporádico, el grupo se había reducido a los hermanos Erika y Raúl Silva, estudiantes del penúltimo y último año secundario.

Habiéndose probado que los estudiantes eran capaces de construir los diseños teóricos, iniciamos la tercera etapa que consistió en lo siguiente:

1. Reunir material de desecho (relais, ampolletas, interruptores, diodos, transformadores) donados por mi universidad y por la IBM.

2. Dejar el grupo a cargo del profesor Eduardo Buccioni, ingeniero electrónico, miembro de la sección computación de mi departamento.

3. El profesor Buccioni se reunió con ellos en forma también irregular durante 2 meses.

4. Les enseñó ciertas técnicas que se basan en el álgebra de Boole y que se usan para simplificar circuitos, disminuyendo el número de componentes necesarios.

5. Con los nuevos elementos (de desecho) se construyeron sumadores-restadores en serie, lo que permitía operar con números binarios de más de 1 cifra.

6. Se pensó que el input y el output debía ser decimal (un dígito) para ello los estudiantes, ya dominando los principios, diseñaron y construyeron un convertidor decimal-binario y otro binario-decimal.

7. Diseñaron y construyeron en *forma completamente independiente* un calculador que puede sumar o restar dos números decimales de un dígito, dando el resultado decimal.

8. La participación del profesor Buccioni fue meramente de supervisión y apoyo.

9. No se construyó un modelo mayor únicamente por no disponer del número de elementos materiales suficientes, pero se adquirió la tecnología que permite hacerlo.

El final de la historia es que este calculador fue presentado en la última feria de este año y ganó el primer premio en medio de una explosión publicitaria. Radio, periódicos, revistas y televisión, comentaron el hecho durante varias semanas.

El padre de los estudiantes ayudaba a soldar los contactos sin tener la menor idea de lo que estaba ocurriendo.

Para demostrar que los autores del proyecto no son en medida alguna casos especiales, les contaré que al ser interrogados por los periodistas acerca de sus planes futuros, mencionaban en primer lugar la posibilidad de estudiar biología. Yo dudaba entre reir o llorar.

Creo que podemos extraer algunas consecuencias. Primero las pertinentes.

1. El proyecto permite a un grupo de estudiantes, conocer aspectos del mundo moderno que son cada día más influyentes.
2. Se ve como la matemática juega un papel fundamental en un proyecto tan concreto y práctico como este.
3. Se aplica:
   i) Aritmética binaria
   ii) Conectivos lógicos
   iii) Algebra de Boole
4. Se requieren conocimientos previos muy reducidos.
5. Es un experimento que puede repetirse en cualquier parte; sólo se requiere en su forma más primitiva
   i) Cable eléctrico
   ii) Ampolletas de linterna
   iii) Pilas de linterna

   Materiales obtenibles hoy en cualquier parte del mundo.
6. En forma más sofisticada se pueden usar diodos y relais obtenibles de material telefónico de desecho.
7. Los resultados son impactantes.

Veamos ahora algunas consecuencias un poco menos pertinentes y poco más impertinentes.

- Muestra dramáticamente que con el estudiante medio se puede lograr casi cualquier cosa.
- Revela al estudiante que es posible hacer.
- Creo que gran parte de nuestro subdesarrollo se debe a bloques mentales. Se cree que el hacer en nuestros países es imposible, que el hacer nos está vedado por falta de tecnología y por restricciones económicas.
- Vemos que se pueda hacer, que con inventiva e iniciativa se pueden superar los handicaps económicos y tecnológicos. Vemos que el latino puede atreverse y tener éxito.

Creo, para terminar, que el resultado no sólo fue significativo para los que intervinieron directamente en el proyecto, sino que también para todo el grupo social en cuyo seno se probó que ciertas cosas eran posibles.

Para resumirlo matemáticamente, diremos que con un ejemplo se probó un teorema de existencia.

* * *

TEMA IV

MATEMATICA Y DESARROLLO. EL PROBLEMA DE LA FORMACION DE PROFESORES

MATEMATICAS E IDEOLOGIA

Daniel Crespín

De todos los animales el hombre parece ser el único que piensa. Esta vieja caracterización o definición dél hombre mantiene su validez. Ese pensamiento o intelecto acumula y analiza conocimientos, proceso éste que a lo largo de la historia ha llevado al desarrollo de toda una serie de disciplinas de carácter diverso, entre ellas las matemáticas, que juega hoy un importante papel en los logros de la ciencia y la tecnología. En nuestras sociedades en desarrollo, que para lograr independencia económica requieren de esa ciencia y tecnología, está más que justificado el estudio de las matemáticas.

Somos sociedades dependientes porque no controlamos nuestras riquezas, nuestros recursos naturales, y esto ocurre porque carecemos de recursos humanos capacitados,organizados y concientizados para tal tarea.

Somos sociedades subdesarrolladas porque en nuestro medio hay grandes sectores que carecen de los elementos esenciales de alimentación, vivienda, educación, salud y otros, que posibiliten una vida digna y proporcionen la base material mínima necesaria para la realización del hombre. El intento de solución por vía pacífica de estos dos grandes problemas involucra como factor esencial la ciencia y la tecnología y con ellas las matemáticas, todo lo cual debe ser adquirido y propagado en buena parte a través del proceso educativo.

Por otra parte, la carencia de metas claras y precisas para nuestro desarrollo económico y social produce indefinición en muchas actividades, en particular en la educación, y dentro de ésta en las matemáticas.

Un desarrollo por el desarrollo, que en lugar de hacerse para lograr y garantizar el bienestar del hombre, se haga sacrificando ese bienestar, es un proceso necesariamente condenado al fracaso.

La finalidad del desarrollo debe ser el bienestar del hombre, y no el crecimiento de parámetros económicos abstractos, incapaces de medir el bienestar material del pueblo.

Aún dentro de la carencia de metas precisas y bien definidas para nuestra sociedad, es posible derivar conclusiones acerca de las necesidades de educación matemática. Por ejemplo, la vida cotidiana en una sociedad moderna requiere que sus miembros posean conocimientos básicos de aritmética, luego, esta rama de las matemáticas elementales debe enseñarse (además de otras) en la escuela primaria. Puesto que una sociedad tecnológicamente independiente requiere científicos y tecnólogos capaces de resolver problemas científicos y tecnológicos concretos, y por cuanto la gran mayoría de esos problemas llevan a ecuaciones diferenciales, se impone la enseñanza a nivel de educación media del cálculo infinitesimal, o de algunos de sus prerrequisitos, al menos para quienes elijan especialidades tecnológicas y de ciencias naturales. Esto último es una recomendación que debe ser considerada en toda su amplitud y con todas las implicaciones que tiene. Nuestras consideraciones están enmarcadas dentro de la directriz de que la educación primaria y secundaria deben tener ambas el doble papel de formar intelectualmente al educando y simultáneamente deben proporcionarle elementos para la vida en sociedad y herramientas básicas para los problemas que enfrentaremos en nuestro proceso de independencia económica.

Queremos referirnos a una polémica recientemente reactualizada en nuestro medio. Se trata de la alternativa de matemáticas puras o matemáticas aplicadas. A nivel conceptual hay sin duda una relación muy estrecha, que es difícil distinguir de una identidad total, entre esas dos partes en que dividimos a veces las matemáticas. Es a nivel de toma de decisiones concretas donde se plantea claramente la dicotomía. Cuando se trata de enfrentar, por ejemplo, los complejos problemas de planificación de la industria petrolera, o de poner en marcha cualquiera de los proyectos económicos, educativos o sociales que puede emprender un gobierno, son imprescindibles matemáticos idóneamente capacitados para resolver muchos y vitales detalles dentro de estos proyectos. Haciendo una estimación arriesgada me atrevería a decir que mientras las matemáticas puras, requieren crecer en un factor de 100 las aplicadas requieren crecer en un factor de 1000. Pero hay que precisar que sería un gravísimo error el lograr el crecimiento de las matemáticas aplicadas destruyendo lo poco logrado en matemáticas puras, o frenando su desarrollo.

El matemático puro es la reserva necesaria e imprescindible cuando se tropieza en las aplicaciones con problemas realmente novedosos o cualitativamente distintos de los que un matemático aplicado está acostumbrado a enfrentar. Además, mientras el matemático aplicado está dedicado, por la naturaleza misma de su labor, a la resolución de problemas muy concretos, es necesario contar con docentes de alto nivel que garanticen la formación idónea en matemáticas de nuestros alumnos de educación superior, y este docente es casi siempre el así llamado matemático puro.

Para formar esos matemáticos, tanto puros como aplicados, se deben elaborar programas adaptados a requerimientos específicos, pero no se debe imponer en primaria, en educación media, o en estudios superiores no matemáticos, programas que provengan de necesidades en la formación de matemáticos profesionales, y que casi con seguridad tendrán contenidos poco útiles para el educando.

Recapitulando, las metas precisas y pormenorizadas que propongamos para nuestra sociedad generarían necesidades concretas que permitirían la diversificación de nuestros planes de estudio, y serían esas metas, la guía fundamental. Pero aún careciendo de metas precisas se pueden dar algunas pautas para orientar la enseñanza de las matemáticas en una forma más provechosa, manteniéndonos simplemente dentro del supuesto de la formación de un individuo útil dentro de la sociedad, y de la necesidad de una tecnología autónoma, siendo de particular importancia para esto último la implantación de programas en educación media que contemplen cálculo infinitesimal, o que estén dirigidos a facilitar la enseñanza de ese cálculo en la educación superior.

* * *

OBJETIVOS E TENDENCIAS DA EDUCAÇAO MATEMATICA EM PAISES EM VIA DE DESENVOLVIMENTO

Ubiratan D'Ambrosio (Brasil)

Estamos atravessando uma das épocas mais interessantes da história da humanidade. Encontramo-nos diante de um progresso científico e tecnológico dos mais marcantes que, paradoxalmente, coincide com injustiças sociais e desequilíbrios dos mais chocantes entre os vários países e, muitas vezes, regiões do mesmo país. Enquanto o mundo da ciencia e da tecnologia se nos apresenta capaz de realizar o que poderia ser considerado há alguns anos atrás, verdadeiros milagres, a utilização dos progressos da ciencia e tecnología para tornar a vida do homem menos angustiante parece-nos ser uma tarefa que escapa ao poder dos cientistas e, de fato a impressão que se tem é que a medida que o progresso científico avança, menos e menos as realizações da ciencia são voltadas a minorar o sofrimento do homem. Alía-se a isso um gritante desequilíbrio entre os países chamados "desenvolvidos" e o grupo dos países, agora esperançosamente chamados "em desenvolvimento". Os dados que nos são acessíveis mostram que esse desequilíbrio aumenta e que de fato cada um dos grandes progressos da ciencia transformados em progressos tecnológicos tendem a piorar a situação. A presença mais recente no contexto internacional das multinacionais, produto de uma sofisticação económica das mais notáveis, apoiada nos progressos tecnológicos mais recentes, vem ainda mais agravar a situação. Nesse quadro um tanto pessimista nos e obrigatório olhar para a nossa posição de cientistas dos países em desenvolvimento, examinar a finalidade mais imediata de nosso trabalho científico e analisar quais os ideais que devem guiar o nosso esforço. Consequentemente, obriganos a delinear uma filosofia que permita que nossos modestos recursos materiais possibilitem aos nossos incalculáveis recursos intelectuais, muitas vezes brilhantes, resultar mais imediatamente num benefício e tornar a qualidade de vida do homem latino-americano mais digna e mais esperançosa.

Ao propor o tema "Matemática e Desenvolvimento", a Comissão Organizadora da IV Conferência Interamericana sobre Educação Matematica revelou a sua preocupação sobre o assunto. Muito mais relevante do que estudar detalhes de currículo ou de metodologia dentro de uma filosofia de ensino de matemática, abstrata e ditada por tradições culturais distantes, parece-me o problema de se examinar a fundo questões tão elementares como: porque estudar matemática, porque ensinar matemática e como fazer com que essa matemática que ensinamos as crianças de 6 ou 7 anos de idade, as poucas crianças dessa idade que têm a felicidade, na América Latina, de encontrar uma escola, tenha uma influência mais direta na melhoria da qualidade de vida dos seus irmãos. Parafraseando Brecht, quando colocou na boca de Galileu as palavras: "Eu afirmo que o único objetivo da ciencia e aliviar a dureza da existencia humana", o ensino de matemática ou de qualquer otra disciplina de nossos currículos escolares, só se justifica dentro de um contexto próprio, de objetivos bem delineados dentro do quadro das prioridades nacionais. E unanimidade em todos os nossos países que a prioridade nacional absoluta é a melhoria da qualidade de vida de nossos povos. O que é baixa qualidade de vida, situação típica de América Latina, foi muito bem definido pelo Ministro da Educaçao deste país, Luis Manuel Peñalver, em sua tese apresentada a Universidade Autónoma de Guadalajara, México: La Educación y el Desarrollo Latino Americano (5/03/1975).

Não examinar o estudo da matemática nesse contexto, seria educacionalmente falho e mesmo do ponto de vista do desenvolvimento de nossa ciencia, isto é, encarando o ensino puramente do ponto de vista matemático, pelo menos, desinteressante. Se alegria de ver tal tema proposto pela Comissão Organizadora e a profunda emoção e honra que experimentei ao ser convidado para essa conferência, foram grandes as dificuldades encontradas para desenvolver o tema e conduzir essa sessão a algumas conclusões. O tema obviamente não é novo, mas o contexto latino-americano em que ele se apresenta é novo e é nosso. Como disse o grande poeta da língua espanhola, Antonio Machado: "Caminante no hay camino, se hace camino al andar". A solução tem que ser encontrada por nós, a solução deverá ser autênticamente nossa, e pouco poderá do esquema adotado pelos países desenvolvidos ser transferido à nossa realidade. Eu iria mais longe dizendo mesmo no contexto latino-americano, as diferenças regionais tornam pràticamente impossível vislumbrar uma solução que, exceto em suas linhas gerais, possa ser considerada como modelo. E somos então levados a atacar diretamente a estrutura de todo o ensino, em particular a estrutura do ensino de matemática, mudando completamente a ênfase do conteúdo e na quantidade de conhecimentos que a criança adquire, para uma ênfase na metodologia que desenvolva atitude, que desenvolva capacidade de matematizar situações reais, que desenvolva capacidade de criar teorias adequadas para as situações mais diversas, e metodologia que permita identificar o tipo de informação adequada para uma certa situação e condições para que sejam encontrados, em cualquer nível, os conteúdos e métodos adequados.

Realmente, o que de conteúdo se ensina é de pouca importancia no nosso contexto sócio-económico-cultural. De fato, o tipo de matemática, que se ensina as nossas crianças e que será utilizada no seu ambiente de trabalho e será relevante no seu contexto socio-cultural daqui 20 anos, será absolutamente diferente daquele que se pretende de uma criança em países desenvolvidos. Obviamente, a formação dos chamados quadros de elite, que deverão existir em nossos países, e que serão os responsáveis por grandes avanços científicos que pretendemos realizar, terão uma motivação completamente diferente dos quadros de elite dos países desenvolvidos. Quando se pensa nas origens familiares das futuras elites, vê-se que estas absolutamente dependem de seu recrutamento entre as camadas culturales e economicamente mais abastadas da população. O ensino, seguindo o conteúdo tradicional, imitado dos países desenvolvidos, é aristocrático. Enquanto naqueles países representa um processo de seleção que atinge praticamente todas as camadas da população, em nossos países representa um processo de seleção que marginaliza pelo menos 80% de nossas populações. A justiça social a que tanto almejamos, dificilmente poderá ser obtida recrutando elites científicas entre as camadas mais abastadas da população. Gostaria de chamar atenção para a necessidade da formação de uma elite científica, mencionada repetidas vezes, que julgamos absolutamente indispensável para o desenvolvimento de nossos países, dentro de uma justiça social expressa num processo de desaristocratização, e que permitirá a oportunidade de tais elites desporntarem em todas as camadas sociais. Naturalmente, um esquema de ensino baseado em conteúdo, e que obviamente se alimenta de treinamento prévio, bem como motivação e conhecimentos adquiridos em ambiente pré-escolar dificilmente poderá fazer com que essa elite se desidentifique da aristocracia dominante em nossos países.

Qual sería então a alternativa e um currículo não baseado num conteúdo pré-fixado? Mais uma vez insistimos na tese do ensino integrado como a única possibilidade de se desenvolver valores científicos ligados a nossa realidade, e não voltados a uma realidade estrangeira culturalmente colonizante (1). O proceso que o sociólogo brasileiro Gilberto Freyre chama de eslavo-ianquerização da nossa cultura, é provàvelmente muito mais evidente no estudo de ciencias, sobretudo na matemática, em todos os seus níveis. De outro modo, dificilmente poderíamos explicar a atitude simiesca com que foram adotados em nossos vários países as modernizações no ensino de matemática, de triste fama.

Naturalmente, situar a nossa ciencia dentro de um contexto integrado, tal vez cause uma certa perda de autonomia da disciplina, relaxamento dos padrões desgastados, embora tradicionais, de rigor matemático. Mas a sua substituição por um conceito não absoluto de rigor, permitirá que a nossa ciencia seja accessível e utilizada em varios níveis, em várias situações e não preservada para uma utilização restrita a alguns poucos iniciados. De fato, assim tem sido muito a contragosto dos puristas. A intuição física, a intuição do tecnólogo, sobretudo do engenheiro, tem sido responsável pela antecipação de várias teorias matemáticas que só ganharam seu "status" muitos anos após sua utilização com enorme sucesso pelos chamados "não matemáticos". Uma atitude assim, parece perfeitamente sadia, e conduz a graus de rigor e níveis de abstração que permitirão atingir, no devido tempo, toda a pureza procurada pelos puristas. Acreditamos que mais rapidamente e mais ligada a realidade do que como tradicionalmente se procura fazer. Como dizíamos, abrir mão da autonomia e da intocabilidade quase absoluta que tem a matemática no contexto escolar, desde os níveis primários até o universitário, parece-me absolutamente necessário. Talvez fosse mesmo desejável usar a denominação "atitude matemática" ao invés de simplesmente "matemática". Tal atitude matemática somente pode ser desenvolvida dentro de um contexto integrado de análise da natureza. Dificilmente poderia Galileu ser a seu tempo classificado de matemático, do mesmo modo como não o foram Newton e Leibniz. Isso implica em toda uma reformulação do que é considerado hoje a estrutura formal que deverá ser atravessada degrau por degrau por aqueles que querem galgar teorias matemáticas mais avançadas.

Gostaria de voltar a insistir que a motivação básica para tudo que fazemos, pesquisa, ensino, enfim toda nossa atividade, é a melhoria da qualidade de vida do homem. Nós, matemáticos, temos um cabedal de conhecimentos acumulado durante milhares de anos, através de várias culturas, e há uma coincidência surpreendente entre o desenvolvimento matemático nessas várias culturas. Talvez mais do que qualquer outra manifestação do conhecimento humano, a matemática seja universal. Assim sendo, permite uma análise crítica sobre seu papel na melhoria da qualidade de vida, com inúmeras interpretações sobre o que representa a ciencia para o bem estar do homem.

Não podemos deixar de mencionar o potencial da matemática para ajudar na solução dos problemas de base do nosso desenvolvimento. Mas tal potencial, sentido por todos, se situa cada vez mais na área de mistério e, até certo ponto, misticismo. A comunicação com o grande público, sobretudo com os demais cientistas, tem sido uma preocupação dos matemáticos de todos os países, sobretudo agora que a matemática absorve considerável porção de investimento e fundos governamentais para o desenvolvimento científico o tecnológico. Essa comunicação com o grande público e com o público científico em geral, torna-se não só conveniente mas também necessária para os matemáticos.

Dar conhecimento ao grande público de como vem sendo empregado os vários milhoes investidos em pesquisa matemática, quais as perspectivas de sua aplicação imediata ou mesmo remota para a solução dos problemas básicos de nossos países e, sobretudo, de que forma estamos contribuindo para a melhoria da qualidade de vida do nosso povo, parece-me obrigação fundamental. Sobretudo uma análise dos fatores que vêm determinando as prioridades na pesquisa matemática em nossos países, bem como os esforços que estamos realizando para que tal prioridade seja sensível a problemática geral do desenvolvimento.

Essa observação nos traz de volta ao tema principal de nossa intervenção, qual seja nos situarmos no contexto de nosso desenvolvimento. A própria manutenção, do su porte para o desenvolvimento da Matemática Pura, independentemente das aplicações imediatas, será enormemente favorecida pela perspectiva de sua posição nesse contexto. É fato reconhecido e aceito sem hesitações, que o fortalecimento das várias áreas de pesquisa matemática, tem sido um investimento dos mais relevantes para o desenvolvimento científico e tecnológico de todos os países, permitindo a consolidação de uma infraestrutura de base capaz de absorver novos avanços científicos e, consequentemente, nova tecnologia. Do mesmo modo, tal desenvolvimento da pesquisa matemática básica, tem sido, conforme exemplos encontrados em outros países, um ponto de apoio dos mais fundamentais para a adopção de novas opções sócio-econômicas, que se traduzem numa efetiva melhoria da qualidade de vida e do bem estar dos povos. Dificilmente poderíamos adotar novos modelos previdenciários adequados a nossa realidade ou procurar novas opções de produção e distribuição de energia ou propor medidas de proteção ao meio ambiente ou adotar esquemas de produção e distribuição de generos alimentícios, ou ensaiarmos modelos econômicos mais rendosos, sem uma base científica solidamente constuida sobre conhecimentos matemáticos básicos. A não aceitação desses fatos, nos colocaria indubitavelmente na qualidade de receptor de modelos estrangeiros, em condições quase inviáveis de propor novas alternativas e opções e de procurar para o nosso país um modelo próprio e autêntico.

Sem dúvida, quando falamos em desenvolvimento devemos nos ater ao contexto regional e temporal. As prioridades desenvolvimentistas mudam com o passar do tempo, mudam de região para região. O não conhecimento de fato, de que as prioridades mudam e são ditadas pelo momento histórico do país ou da região a que elas se referem, causam uma aberração no desenvolvimento científico. De fato, para que estamos fazendo ciencia? Para colaborar no acoplamento de duas naves espaciais? Mesmo que a nossa contribuição nessa direção permitisse a algum cientista latino-americano a obtenção do Prêmio Nobel, os milhares de crianças mortas por uma epidemia de meningite ou por um terremoto, não seriam ressuscitados com esse Prêmio Nobel. E não seriam evitados, tampouco. E todo um enfoque na pesquisa científica que parece-nos menos prioritário. Isso é muito amplo e deve ser interpretado num contexto sócio-econômico-cultural muito mais profundo. Há o perigo de se fazer ciência e contribuir para um progresso científico que irá beneficiar nações altamente industrializadas e dominantes, colocando nossos jovens cientistas a estudar problemas ditados por universidades ou centros de pesquisa estrangeiros, numa situação não de trabalhadores científicos para seu próprio país mas como elementos favorecendo o aumento do desnível que nos separa dos países desenvolvidos. Cada progresso científico altamente especializado que se obtenha aquí, pode representar um avanço maior das nações industrializadas colocando-nos relativamente mais para baixo. Merece alguma reflexão o estudo de Gunnar Myrdal na sua obra monumental "O drama asiático". O "braindrain" já tão lamentado, passa a ser substituida por uma estrutura em que nossos fundos são utilizados para beneficio do exterior. Coisas desse gênero podem ser evitadas. Não estamos absolutamente assumindo uma posição similar a que se vê muito discutida pelos anti-cientistas, representados principalmente nos ensaios contidos em uma coleção de trabalhos editada por A. Joubert e J-M. Lévy-Leblond, "Auto-critique de la Science", (2). Absolutamente, não é essa a posição. Temos muito a nos beneficiar da ciência. A ciência pode nos trazer benefícios incalculáveis. Mas como se orienta essa pesquisa científica é o ponto crucial. Es pesquisa científica deve ser orientada conforme prioridades nossas. E prioridades nossas são, basicamente, a melhoria da qualidade da vida do nosso povo. Não se pode, no entanto, esperar milagres com o mero desenvolvimento científico. E muito interesante o estudio de Michael J. Moravcsik e J.M. Ziman, "Paradisia and Dominatia: Science and the Developing World" aparecido em Foreign Affairs, (3), bem como os comentários sobre esse artigo feitos por Nicholas Wade, na revista Science (4). Mas não há dúvida que o desenvolvimento de uma atitude matemática adequada será de grande valia para no-

sso futuro.

A estrutura educacional, em particular a universitária, tem muito a ver com o tipo de cientistas que formamos e preparamos para o nosso futuro. A experiencia tem mostrado que é quase impossível treinar matemáticos aplicados, assim como qualquer outro cientista, para uma determinada aplicação. O treinamento do matemático aplicado não se faz dizendo: "Voce vai ser treinado para aplicar tal teoria nessa direção". O treinamento, ou qualquer outra técnica que se desenvolva ou se apresente formalizada ao aluno, quando chega a aplicação tende a ser aplicável a situações semelhantes aquelas para a qual foi desenvolvida. O cientista não é um indivíduo que opera uma certa técnica, mas sim aquele que cria, que oferece novas direções de ataque a problemática antiga ou nova. Seu treinamento deve-se limitar portanto a um mínimo de informações. O conteúdo da formação do cientista deve ser enormemente reduzido, com relação ao que se faz em nossas escolas. Ao invés do acúmulo de conteúdo deve-se dar ênfase ao desenvolvimento de atitude científica em relação a problemas, e de metodologia de coleta de informações que serão úteis uma vez identificado o problema e definida a forma de atacá-los. Se quizermos um modelo de como não deve ser o treinamento de cientistas para aplicações, citaríamos o modelo de pós-graduação que está sendo adotado em vários países da América Latina. O exemplo de como não deve ser, que conduz a estagnação da criatividade dos jovens, é o modelo de pós-graduação, copiado do decadente e moribundo modelo americano que, infelizmente, tem sido geralmente adotado e encorajado entre nós. Não há dúvida que a o ataque a problemas relevantes só pode ser feito através de interdisciplinaridade. Uma interdisciplinaridade logo no início da formação do jovem cientista e não uma interdisciplinaridade reunindo conhecimentos já cristalizados. Realmente, o conhecimento especializado é nada mais que um instrumento na solução do problema.

Voltamos assim ao ponto mencionado de como preparar matemáticos que sejam relevantes para o nosso processo desenvolvimentista. Não tenho dúvidas em afirmar que a estrutura tradicional de ensino e pesquisa que prevalece em nossos países é inadequada para os fins com que sonhamos. Na melhor das hipóteses, tal estrutura nos permitirá acompanhar como suários os maravilhosos progressos que a ciência e a tecnologia nos reserva para o futuro próximo. A estrutura de pesquisa e ensino científico que vivemos, traz-me a lembrança a corte do Rei Cristophe, tão magistral e tristemente descrita por Aimé Césaire. Realmente, a implantação de uma estrutura estranha e não adequada as nossas prioridades só pode nos conduzir aquele ridículo trágico que o grande poeta nos descreve. Um esforço para estabelecer uma estrutura universitária e de pesquisa científica realmente sensível aos nossos objetivos e as nossas aspirações é missão do mais alta urgencia. Como já tivemos ocasião de discutir, a possibilidade de uma experimentação nessa direção e tentar esquemas próprios, esquemas nossos, esquemas inovadores, encontra sempre a barreira das instituições já cristalizadas por uma pseudo-tradição, estrangeira as nossas prioridades e aos nossos valores (ver (5) e(6)). No que se refere a Matemática, a situação e particularmente grave. Talvez pelo estágio relativamente avançado de formalização em que se encontra nossa ciência, uma super-valorização de sua estrutura rigorista e seu formalismo, faz com que as possibilidades de aplicação sejam mais e mais remotas e lavadas a um nível extremamente elevado. Nossa condição de receptor de modelos desenvolvidos alhures, coloca-nos não somente numa desfasagem entre as várias possibilidades de aplicação matemática a problemas de base que afetam o nosso desenvolvimento, mas sobretudo uma situaçao de quase absoluta inadequação das teorias desenvolvidas em outro ambiente e em outra situação, aos nossos problemas mais fundamentais. Enquanto um matemático aplicado da categoria de Harold Grad diz que "se a história é um guia, essas novas estruturas matemáticas são o que se deve esperar que dará os fundamentos da Matemática Pura para as próximas gerações" (7), quando se refere a problemas matemáticos que surgem em pesquisa sobre fusão termonuclear controlada, poderemos dizer mais uma vez que se a história é um guia, dentro de alguns anos algumas das nossas faculdades de ciências na selva amazônica estarão estudando essas novas estruturas matemáticas com vistas à aplicação em problemas desse tipo. Ao mesmo tempo em que provàvelmente não haverá um especialista em condições de aplicar as modernas técnicas de previsão e controle de terremotos,que fazem com que ainda hoje ocorram tragédias como a que afetou a Nicarágua há tão pouco tempo. O argumento em contrário procura nos convencer que não é possível atingir um grau de sofisticação matemática útil, capaz de atacar tais problemas, sem passar pelas várias etapas de construção de uma teoria matemática que se traduz em 10, 15 ou 20 anos de formação universitária matemática, isto é, teoria, teoria até que se esgote a capacidade criativa do jovem pesquisador.

Tal argumento não é novo e me traz a memoria a refutação ao ensino público estabelecido na França após a revolução francesa, feita por N. Dechamps na sua exaustiva obra "Les sociétés secrètes et la Société" (8), quando dizia que ninguém deveria esquecer que foi o ensino privado paroquial que formou os Copérnicos, os Galileus, os Newtons, os Leibnitz, os Pascals, os Descartes e tantos outros cientistas pré-revolução. Realmente, a pobreza de tal argumento nos conduziria a admitir o ridículo de que o acúmulo de conhecimentos adquiridos pela humanidade só é atingido retraçando a história de toda a obtenção desse conhecimento. É evidente que o acesso ao conhecimento mais recente, ao conhecimento já elaborado pelas várias sociedades desenvolvidas e industrializadas, é absolutamente essencial para nós. No Simpósio sobre Ecosistemas patrocinado pelo SIAM Institute for Mathematics and Society e pela National Science Foundation em Alta, Utah, em julho de 1974, o biólogo Lawrence B. Slobodkin da State University of New York at Stony Brook, elaborou 10 pontos que ele gostaria que os matemáticos não fizessem quando trabalhassem em biologia populacional.

(9). Entre esses pontos, diz: "Eu gostaria que os matemáticos teóricos parassem de redescobrir a roda". Realmente, a mesma observação se aplica a nós. Absolutamente não se trata de redescobrir teorias, não se trata de refazer teorias. Simplesmente se trata de utilizar adequadamente as teorias matemáticas já existentes para a solução de problemas de base em nosso desenvolvimento.

A utilização de teorias avançadas e sofisticadas, exigem um enorme esforço metodológico para tornar essas teorias accessíveis desde o início da carreira do cientista. Aqui me parece estar o ponto crucial de nossa argumentação. Creio ser absolutamente insustentável a argumentação de que Matemática deve ser construída como um edifício lógico em que se superpõem conceitos, em que se superpõem resultados, e que a sofisticação atingida depende realmente de quão alto se vai nessa superposição de tijolos para construir o edifício. É absolutamente essencial, e eu diria fundamental, que possamos utilizar técnicas sofisticadas na solução de problemas que são nossos e que não interessarão a outros que não nós, que não serão objeto de preocupação de outros que não nós, que não fazem a humanidade sofrer que não nós. Como dizia, é absolutamente essencial que ataquemos os problemas de metodologia para trazer esse conhecimento avançado e sofisticado ao nível de sua utilização quase imediata. De fato, acelerar a formação de nossos jovens pesquisadores é da mais alta importancia para o nosso futuro científico e tecnológico. Infelizmente, nota-se a superposição de uma estrutura de pós-graduação a uma estrutura universitária, aumentando o tempo de formação

do indivíduo muito mais do que a nossa realidade exige. A grande maioria dos problemas que poderiam melhorar consideràvelmente a nossa qualidade de vida, são problemas que poderiam ser atacados por um jovem no início de sua carreira universitária. No entanto, nessa idade, com toda criatividade e idealismo característicos do jovem, o estudante é sujeto a uma construção teórica fundada na metodologia curricular desgastada das universidades americanas e européias, e que de nenhum modo o conduz a uma apreciação dos problemas em que a sua contribuição seria tão essencial. Como se vê isso afeta profundamente a estrutura curricular de nossas escolas, sobretudo universitárias. Digo sobretudo porque as mesmas observações podem ser feitas com relação a todos os níveis de escolaridade. Nos primeiros níveis de escolaridade, 1° e 2° graus, o que mais se deveria desenvolver é a sensibilidade para apreciar esses problemas. E a motivação para esse gênero de raciocínio. Já nos estudos secundários superiores e universitários, a participação dos jovens pode ser relativamente efetiva na solução dos problemas.

Vamos examinar alguns dos aspectos do que seria essa estrutura universitária adequada a permitir que os jovens se encontrassem ràpidamente em contato com os problemas de base. No que se refere à Matemática, o problema poderia se transformar num outro, isto é, preguntando-se como a Matemática se transforma em algo que possa ser mais imediatamente utilizável. Esse processo de transformação e aparentemente misterioso e dentro dos esquemas tradicionais, de rendimento muito baixo. Muito pouco do que se faz em Matemática e transformado em algo que possa representar um verdadeiro progresso no sentido de melhorar a qualidade de vida. É inadmissível que aceitemos esse fato sem contestação como um fato consumado, em não façamos esforços para mudá-lo. Poderíamos ir mais longe, dizendo mesmo que muito da Matemática que se faz é insuficiente para atacar alguns dos problemas básicos que afetam à humanidade. Na verdade, existem inúmeros problemas de biologia que não podem ser resolvidos por falta de uma matemática adequada. A maioria dos problemas de sociologia, quando se tenta quantificá-los, esbarram na falta de um instrumental matemático adequado. O mesmo se pode dizer de Economia, embora realmente a Economia talvez seja a mais matematizada das ciências chamadas não naturais. Paradoxalmente, cada dia a quantidade de matemática existente e criada, é maior. A quantidade de matemática sendo criada é fabulosa, o que se torna praticamente inaccessível ao jovem matemático. Para mudar esse estado de coisas, exige-se medidas corajosas e realmente arrojadas. Tradicionalmente, o ensino de matemática é feito pelo acúmulo de conteúdo. O que se faz é acumular conteúdos e um jovem que entra num 1° ano universitário faz disciplinas que não diferem essencialmente do que se fazia há cem anos atrás. Cálculo e Geometria Analítica feita nos cursos universitários é praticamente o mesmo que se fazia no século passado, seguindo praticamente os mesmos passos e levando, senão o mesmo, ainda mais tempo, com o argumento de que os estudantes que agora entram nas universidades são menos preparados do que os da geração anterior. O mesmo quadro se repete no 2° ano, no 3° ano, no 4° ano e na pós-graduação, onde os esquemas tradicionais estão ali implantados. Os requerimentos básicos de um mestrado nos EE.UU. há 30 anos atrás. No máximo, pode-se introduzir algumas tinturas de algo moderno, sobretudo nomenclatura. Na realidade, o aluno passando por um currículo universitário de matemática não sentiu e não recebeu o impacto do mundo em que ele vive. Não sentiu quais são os problemas básicos que determinan a estrutura social à qual ele pertence. Ocasionalmente se ve alguma tentativa de melhorar o programa modificando ligeira e superficialmente algumas ementas de disciplinas e os programas dos exames de qualificação.

Vamos discutir a seguir o que seria uma alternativa universitária que melhor res
pondesse à preparação do matemático, com vistas ao desenvolvimento, e sensibilizado pe
los problemas que afetam a sua comunidade. De fato, o ensino de conteúdo matemático,
é o mesmo se aplica a qualquer outra disciplina, deveria se limitar ao mínimo de lin-
guagem que permitisse a esse linguagem que permita a ele ter acceso a conhecimento a-
profundado e especializado, depositado em alguns bancos de conteúdo, tipo biblioteca,
mas dirigido essencialmente a um público que necessita de informação rápida e direta.
Tal linguagem fundamental e que seria adquirida em muito pouco tempo, num semestre ou
no máximo um ano de ensino universitário tradicional, permitiria ao aluno identificar
trabalhos, livros e mesmo teorias onde tópicos que lhe seriam necessários poderiam ser
encontrados. O argumento imediatamente contraposto a que já nos referimos, é que é ,
impossível chegar a uma teoria avançada em matemática sem se construir a base necessá
ria com o devido rigor para que se chegue aquele ponto. Mais uma vez, vamos contra a
opinião generalizada. O tratamento rigoroso de matemática é um mito contra o qual de
vemos lutar. Em verdade, é essencial que preocupações de rigor não interfiram com as
bases intuitivas da matemática. Entendemos que sensibilidade para rigor matemático é
algo que se adquire, que se sente após alguma vivencia com matemáticas, e que surge
naturalmente com o desenvolvimento do que poderíamos chamar "intuição para rigor". De
sse modo, tratar os diversos assuntos que aparecem em matemática com o devido "rigor"
pode neutralizar o que nos parece a função essencial do ensino da matemática, bem co-
mo de qualquer outro assunto. A ênfase estaria em despertar no estudante curiosidade
e espírito inquisitivo que, aliado a algum gosto pelo assunto, o motivará a procurar
tratamento mais aprofundado e mais rigoroso. Naturalmente, esse tratamento será apre
sentado em escalas de rigor, que por sua vez estimularão tratamentos ainda mais pro -
fundos e ainda mais rigorosos. O quanto de profundidade e de rigor é atingido no tra
tamento de qualquer assunto matemático depende única e exclusivamente do indivíduo que
está se exercitando na procura desse assunto. Jamais poderá ser determinado por con-
dições externas, imposto por um currículo rígido. Realmente, o quanto um indivíduo a
prende na escola é de menor importancia. De muito menor importancia do que a capaci-
dade que ele adquiriu de aprender coisas novas quando devidamente motivado. Realmen-
te as várias teorias e resultados matemáticos obedecem uma dinâmica tal que sua vali-
dez desaparece quando inserida num contexto abstrato.

Superada esta primeira fase de linguagem, a ênfase na formação universitária pa-
ssaria para o desenvolvimento de motivação através de uma técnica de formular e iden-
tificar problemas, em situações as mais diversas. Lembro-me de uma história de aventu
ras em que o anti-herói foi aprisionado e condenado a morte por uma tribo de indíge -
nas. Antes de ser executado, deveria explicar ao chefe a utilização do rifle que po-
ssuia. Começou sua lição com todos os detalhes de construção do rifle, de como montá
lo e desmontá-lo e até deu técnicas de balística interna e externa. E foi sobreviven
do, conseguindo desmoralizar a desgastar a justiça da tribo que o capturou. Nós tam-
bém estamos sendo desgastados pelo anti-herói que no nosso caso é a estrutura científ-
fica e universitária importada. Um matemático tradicional se comporta de modo seme -
lhante. O matemático tradicional procura entender todos os detalhes do funcionamen-
to de um teorema, que é ser exposto as suas provas completas, obviamente repousando
na construção de uma estrutura lógica. Na realidade, podemos usar eficientemente mui
ta matemática sem saber muitos teoremas, nem saber como demonstrá-los. Da mesma ma -
neira como um piloto de corridas pode usar a sua máquin em grande eficácia sem saber
a cinética química dos motores de combustão interna. Essa técnica de identificação de
problemas e de técnicas para atacar problemas parece-me essencial no desenvolvimento
da formação universitária do matemático.

Uma terceira componente que necessariamente deve acompanhar o desenvolvimento de
linguagem e o desenvolvimento de motivação para problemas é uma metodologia de acesso
à informação. Tal metodologia pode ser desenvolvida embora exija um esforço enorme de
nossa parte para tornar matemática accessível a vários níveis em que ela se faz nece-
ssária. Mas é perfeitamente possível. Lembro-me perfeitamente do exemplo de uma en-
ciclopédia tradicional em ordem lexicográfica, que exige uma certa metodologia de con
sulta. Essa metodologia nao passa praticamente desapercibida , primeiro pelo fato de
ser simples e depois pelo fato de ser muito freqüente, e a qual admitimos como parte
integrante de nossa vivencia. No entanto, a dificuldade de tal metodologia se faz sen
tir por exemplo, ao se consultar uma enciclopédia moderna, como a Britannica III. As
técnicas usuais de consulta de enciclopédia absolutamente não permitem que se obtenha
da Britannica III toda a informação desejada: E na realidade, muito mais informação
está ali contida do que nas enciclopédias tradicionais. Algo semelhante deve ocorrer
com a Matemática. E necessário que se desenvolva uma técnica de acesso a conhecimen-
to, e tal conhecimento, acumulado e depositado, deverá ser accessível a vários níveis
de necessidades. Sem dúvida, aí está contida uma das componentes mais importantes do
desenvolvimento de computadores dos anos futuros.

O modelo universitário proposto, deslocado do acúmulo de conteúdos, permitindo
que toda a estrutura universitária repouse num tripé, qual seja, uma componente desti
nada a desenvolver linguagem, outra destinada a desenvolver técnicas de identificação
e ataque a problemas, e uma terceira componente destinada a desenvolver uma metodolo-
gia de acesso à conhecimento acumulado, constitui o que acreditamos ser, uma estrutu-
ra universitária adequada para os nossos países, e que permitem colocar mais rápida -
mente e mais diretamente todo o conhecimento científico acumulado em milhares de anos,
pelas várias culturas que hoje constituem o nosso patrimonio, ao serviço de melhorar a
qualidade de vida do homem. Sem dúvida, não podemos esquecer nossa procura de uma tra
dição cultural, um entendimento e apreciação dos valores tradicionais das culturas pré
colombianas que constituem a base sobre a qual nossas nacionalidades repousam.

Embora a proposta que se faça aqui possa parecer irrealizável em vista de impli-
car que depende de uma reforma universitária de grande profundidade, a prática permi-
te que se adote a filosofia e o esquema aqui propostos, mesmo dentro da atual estrutu
ra universitária e curricular. Um modelo que segue, em linhas gerais tal filosofía,
está sendo experimentado na Universidade Estadual de Campinas, em convênio com o Mi -
nistério de Educação e Cultura do Brasil e Organização dos Estados Americanos.

(10). As próprias disciplinas que hoje constituem as componentes dos currículos
tradicionais em nossas universidades podem ser orientadas para a filosofia à que nos
propomos. Um professor encarregado de um curso de Cálculo ou de Análise, poderá per-
feitamente dirigir o seu curso dentro de um esquema repousando nas componentes que de
fendemos para a estrutura universitária, quais sejam, aspectos sensibilizadores, meto
dologia de acesso a conhecimentos e conteúdo adequado para a solução de problemas. A
adoção, mesmo no esquema de disciplinas tradicionais, permitirá atingir objetivos mais
adequados a nossa realidade.

Referencias

(1) D'Ambrosio, Ubiratan "Sobre a Integração do Ensino de Ciências e Matemática,
Ciência e Cultura 26 (11), Novembro 1974, p. 1003/1010.

(2) Jaubert, Alain et Lévy-Leblond, Jean-Marc, ed. "Auto-Critique de la Science, Collection Science ouverte, Editions du Seuil, Paris 1973.

(3) Moravcsik, Michael J. e Ziman, J.M "Paradisia and Dominatia: Science and the Developing World, Foreign Affairs, vol 53, n° 4, 1975, p. 699/722.

(4) Wade, Nicholas: Third World: Science and Technology Contribute Feebly to Development. Science, vol. 189, 5 September 1975, p. 770/776.

(5) D'Ambrosio, Ubiratan: L'adaptation de la structure de l'enseignement aux besoins des pays en voie de développement, Impact: Science et Société, vol. XXV, n° 1, 1975, p. 100/101.

(6) D'Ambrosio, Ubiratan: The project "CPS-Bamako": an option in post-graduate training for developing countries (a aparecer).

(7) Grad, Harold: Abstract SC 76-2, Notices of the American Mathematical Society, vol. 22, n° 7, 1975, p. A-740.

(8) Déschamps. n.: Les Sociétés Secrètes et La Société, 3ème édition, Oudin Frères, Paris, 1880.

(9) Levin, Simon A. editor: Ecology analysis and Prediction, Proceedings of SIAM - SIMS Conference on ecosystems, Alta, Utah, July 1-5, 1974, SIAM, 1975.

(10) D'Ambrosio, Ubiratan: Uma opção para formação de Mestres em Ensino de Ciências, Séminário Regional sobre "Enseñanza Integrada de la Ciencia in America Latina", Unesco, Montevidéo, 17-28 Novembro 1975. Documento n° 12.

* * *

MATEMATICA Y DESARROLLO

Paul Dedecker (*) *Universidad de Lovaina, Bélgica.*

Son ustedes en su mayoría educadores de América Latina y vengo aquí como matemático europeo, muy preocupado por los problemas de desarrollo de nuestra ciencia y su divulgación en los países latinoamericanos que tantas veces me han ofrecido su hospitalidad y amistad. Quisiera presentar algunas ideas a ese respecto, solicitando al mismo tiempo su indulgencia tanto por mi franqueza como por los errores que vaya a cometer por culpa de mi ignorancia. Para el matemático profesional que soy, resulta mucho más fácil explicar un teorema ante la pizarra que hablar de ese tema con impacto filosófico y político.

Los señores conferencistas de ayer, entre ellos el Señor Ministro de Educación, *Dr. Luis Manuel Peñalver*, y el *Profesor Mauricio Orellana*, Presidente del Comité de Organización Local, han explicado muy bien las grandes deficiencias del sistema educativo en países latinoamericanos, en particular en Venezuela, país huésped de esta conferencia.

Estas carencias existen en todos los niveles pero quisiera limitarme a la enseñanza superior y a la investigación. Siempre he estado convencido de que, para resolver los problemas en los otros niveles, es muy importante resolver los problemas a nivel universitario y de investigación. Cuando en un país se hace buena investigación y a la misma se le da el apoyo adecuado, hay buenos profesores universitarios que forman buenos educadores de secundaria, los cuales propagan una buena educación primaria. En otros términos, sí es de suma importancia tener buenos profesores en niveles primario, secundario y universitario, esto no lo es todo: hacen también falta investigadores en contacto con lo que se hace de mejor en el mundo. Y quiero agregar que esos investigadores no pueden existir si los gobiernos no les suministran la infraestructura necesaria. Pues, aquí, es imprescindible una política de la ciencia como parte de una política de desarrollo.

PANORAMA LATINOAMERICANO

Se dice en estos días, en los periódicos de Caracas, que Venezuela tendrá que importar matemáticos del exterior. Lo mismo se ha dicho desde luego en otras partes, pero creo que uno tiene que ser muy prudente en ese particular. Los matemáticos no se importan como trigo: es mucho más costoso y delicado para conseguir buena calidad, adaptación al ambiente y buen rendimiento. El país importador les tiene que tratar debidamente para no perder el beneficio; para una buena colaboración, el esfuerzo de adaptación tiene que ser bilateral. Además, los buenos matemáticos siguen siendo un producto escaso, absolutamente no abundante en nuestro mundo. Creo, pues, que los países de América Latina tienen que crear sus propias escuelas de matemática. Para ello, una etapa crucial es el desarrollo de una investigación de alto nivel internacional, entendida esa palabra en sentido global, no solamente a nivel de los países industrializados.

(*) El Profesor Paul Dedecker de la Universidad de Lovaina - Bélgica, ha trabajado en varios viajes en numerosos centros universitarios latinoamericanos desde hace casi 20 años. Su primer contacto con la región fue en ocasión del Simposio Internacional de Topología Algebraica, celebrado en 1956 en la ciudad de México. Ha sido asesor de la Unesco en Chile en 1959 y fue investigador de la Universidad Central de Venezuela durante el año escolar 1960-61. Luego fue profesor visitante de otros centros en países como Brasil, Chile, Colombia, Ecuador, El Salvador, Perú, Venezuela, etc. Es Profesor Honorario de la Universidad Central de Venezuela y ha dictado conferencias en casi todos los países latinoamericanos. En el texto presente se hace referencia a otras ponencias de la conferencia, ya que el mismo fue entregado una vez pasado ésta.

Indudablemente, los países industrializados deben ayudar a los países en vías de desarrollo. Pero mi experiencia en esa dirección queda bien matizada. Existe una gran falta de comprensión hacia los países en desarrollo, en particular hacia América Latina, de parte de los países industrializados, y no solamente de parte de la fracción así llamada capitalista de los mismos. Hace poco, una persona influyente de una universidad belga me decía que países como Venezuela e Irán tenían todos los recursos necesarios para su desarrollo y que no necesitaban ayuda alguna, sin darse cuenta de que los ingresos petroleros no lo son todo. Desgraciadamente, la mayoría de los científicos y otros habitantes de los países avanzados limitan sus contactos a estos mismos países, sin darse cuenta de la realidad imperante en la mayor parte del planeta. A pesar de estar en crisis tanto la ciencia como la economía en aquellos países, ni sus habitantes ni sus gobiernos se dan cuenta de que la crisis no llegará a ser superada sin un cambio radical de actitud, sin comprender que la crisis de los mundos capitalistas y socialistas no tienen solución a no ser que se supere la crisis mucho más dramática que aflije a los pueblos más pobres del mundo.

En Europa, en los Estados Unidos, etc., en la actualidad, muchos jóvenes matemáticos no saben dónde emplearse, cuando hacen falta científicos capacitados de toda clase en todas partes del mundo. Pero en su mayoría prefieren quedarse allí donde la situación no es tan mala, a pesar de la dura lucha imperante dentro de la profesión. En general, muchos temen perder algo de su capacidad científica al salir por algún tiempo del mundo industrializado. Esto es cierto en parte, ya que en países subdesarrollados, no solamente se necesitan hombres, pero también organización e infraestructura adecuadas que hacen muchísima falta. Algunos gobiernos o instituciones universitarias actúan como si quisieran contratar a especialistas sin haberles conseguido las herramientas necesarias con que tienen que trabajar y sin las cuales están condenados a perder su tiempo y el dinero del país.

A eso hace falta agregar que, con gran frecuencia, los países latinoamericanos están infiltrados por personeros que, a pesar de no tener ninguna capacidad ni experiencia científica, ocupan posiciones administrativas claves y hacen todo desarrollo difícil, sino imposible. Lo mismo, en escala de la administración de un país, llega a producir una burocracia espantosa. Sin duda alguna, el hecho de que Venezuela, a pesar de sus recursos excepcionales, no ha podido hasta ahora suprimir sus deficiencias en educación e investigación científica se debe en gran parte a esta situación cuya superación necesitaría una política firme, consciente y en escala nacional.

Aquí conviene notar que, muy a menudo, ese virus viene inoculado desde la misma América Latina. Está producido por unos elementos que van migrando de alguna parte de la región hacia otras intelectualmente menos desarrolladas, pero económicamente más ricas para colonizárselas al beneficio de sus intereses, sin darle prioridad a las necesidades de aquellos países que los acogen. No sin frecuencia, aventureros europeos vienen a mezclarse a esas personas. A menudo esos grupos actúan creando agitación, confusión, apoyándose en posiciones demagógicas.

Hace unos meses, tuve la oportunidad de visitar universidades del Irán, que es un país muy parecido a Venezuela, pero de cultura y de historia mucho más antiguas en cierto sentido "occidental" (es decir, olvidándose de las extraordinarias, pero menos potentes, culturas orinoco-amazónicas). Salí de aquel país con la impresión de que allí la situación parece notablemente menos complicada, más sana; que también la dinámica está más seriamente orientada hacia una solución de los problemas esenciales. La respuesta, sin embargo, sólo la podrá dar la historia.

Sin duda, en América Latina se habla mucho y se realiza menos. Cuando unos quieren hacer algo, a veces tratan de conseguirlo sin pagar el precio (algunas obras públicas son un ejemplo fuera de la universidad), con el resultado que, o bien no se logra la meta, o bien se logra demasiado tarde y a un precio mucho más alto.

También existe a menudo una mala comprensión en países latinoamericanos cuando creen que, en países avanzados se tiene todo para hacer ciencia. Y cuando contratan a especialistas bien calificados, se les trata frecuentemente sin la debida atención, como empleados de poca calidad, en forma burocrática, sin preguntarles lo que necesitan para trabajar, sin hacer caso a sus observaciones. Muy a menudo ciertos círculos locales los acusan de "colonialismo", cuando esa crítica es completamente injustificada y aún cuando estas personas han venido a petición del mismo país interesado.

Estoy convencido de que una acción de los científicos, actuando científicamente en escala mundial, podría contribuir a la solución de esta crisis, la cual es parte de la crisis científica imperante actualmente en todo el mundo. Pero, para ello hace falta una infraestructura y es sumamente difícil conseguirla. Ni la Unesco la tiene. Tal vez podría hacerse algo en este sentido en escala menor para la región latinoamericana. Sin duda, una conferencia como la presente puede aportar su contribución. Sin embargo, se debe hacer la observación fundamental de que, en vista de la magnitud y de la escala del problema, buenas voluntades no son suficientes. Es necesaria una voluntad política, y aquélla a nivel tan alto como sea posible en los gobiernos.

La importación de matemáticos, como lo hemos dicho, es un problema delicado. Por motivo de la crisis de empleo para científicos en países industrializados, se corre el peligro de que una multitud de aquellos, entre los mediocres, invadan a países latinoamericanos. Ya cuando no había crisis científica en países industrializados, entraban parásitos sub-calificados. En efecto, en países industrializados los mejores no tienen problemas de trabajo. Siguen siendo necesitados y los países más pobres que les necesitarían no les pueden ofrecer posiciones competitivas. Sin embargo, conviene subrayar dos cosas: primero y como ya he dicho, los jóvenes científicos de países avanzados no están en general preparados ni al ambiente ni a los problemas de los países en desarrollo. Adaptarse les cuesta un esfuerzo que muy a menudo no va en pro de su producción científica. En segundo lugar, y por mala visión, ciertos gobiernos o instituciones de América Latina rechazan absolutamente ofertas de colaboración por parte de muy buenos científicos de Europa o Norte América, al mismo tiempo que contratan a personas de calidad obviamente inferior.

Existen planes de cooperación técnica en los que jóvenes de países europeos vienen a países latinoamericanos en un programa alternativo al servicio militar. Pero esto es muy poco eficiente, ya que estos jóvenes no tienen la preparación adecuada, ni siquiera la experiencia científica para hacer cualquier cosa sin guía muy seria en sus propios países. La verdad es que tales planes son delicados y peligrosos, pués, pueden convertirse en contraproducentes. Para ser eficiente un programa de este tipo tendría que ser supervisado por una especie de estado mayor científico, integrado por personalidades de primera categoría de los países de origen. Sin esa precaución, la experiencia llega a ser mala tanto para los muchachos, que a menudo salen con amargura, como para el país visitado que tiene que pagar la cuenta y logra mal gasto. Pero no conozco ningún país industrializado dispuesto a emprender tal esfuerzo si no fuese para lograr metas bien calculadas en pro de sus propios intereses.

FILOSOFIA MATEMATICA

En nuestro mundo contemporáneo se admite que la matemática es una cosa muy necesaria e importante para el desarrollo económico y tecnológico, y para el desarrollo social, siempre que la economía y la tecnología estén al servicio del hombre. La matemática se ha desarrollado desde miles de años y ahora no se puede concebir un país moderno sin un cuerpo de matemáticos adelantados.

Ahora bien, conviene a ese respecto discutir un poco cuáles son los temas de investigación que corresponden a los países en vía de desarrollo. En una reciente nota de la revista de la Unesco (Impacto, Ciencia y Sociedad, Vol. XXV, N° 1, 1975, Cartas al editor), nuestro colega *Profesor Ubiratán d'Ambrosio*, de la Universidade Estadual de Campinas, Estado de São Paulo, Brasil, ha mencionado el riesgo de que la educación y la investigación científica se hagan un instrumento potente de una cierta forma de colonialismo sutil y durable por parte de los países industrializados. Agrega *d'Ambrosio* que, en su deseo de presentarse como modernos y de vanguardia, los científicos de países en vía de desarrollo tienen el riesgo de adoptar programas y filosofías que se han formado en contextos totalmente ajenos, según prioridades muy a menudo opuestas a las necesidades de esos países que se encuentran en busca de su porvenir.

Si bien, estoy de acuerdo con estas observaciones de la citada nota, me parece que la ponencia del *Profesor d'Ambrosio* en esta conferencia abarca posiciones que son muy originales pero mucho más radicales y que, a mi parecer, requieren un estudio muy cuidadoso y prudente. Con lo que estoy de acuerdo, lo interpreto como significando que la matemática que se hace en un país debe ser aquella que el país necesita y no una matemática impuesta desde el exterior. Pero aquí se plantea el problema: ¿Cuál es la matemática que se necesita en tal país? ¿Débese hacer matemática pura o matemática aplicada? Precisamente a esto ha sido dedicada parte de la exposición del *Profesor Crespin*, el cual acaba de decir que si se hacen cien horas de matemática pura, se deben hacer mil horas de matemática aplicada. Tal posición me parece demasiado rígida, bastante dudosa sino peligrosa, y quiero aclarar mi opinión. También *d'Ambrosio* parecía tener ideas perjudiciales acerca de ciertas ramas de la matemática: por ejemplo, en la citada nota, parece él considerar la topología algebraica como una cosa que no se debe hacer en países pobres o semi-pobres y que sólo corresponde a las necesidades y posibilidades de países industrializados. Pues, según él, esa materia tendría un carácter de lujo en países en vía de desarrollo.

Esto es una discusión de mucha importancia tanto por su impacto práctico como por su carácter filosófico y aquí quiero decir dos cosas:

En primer lugar: A propósito de la enseñanza, se discuten mucho los programas y esa discusión es fundamental. Pero mucho más importante que un buen programa es un buen profesor. Antes de reformar los programas conviene capacitar los profesores, tener profesores bien formados, responsables y con visión amplia. En forma similar, mucho más importante es la calidad de la investigación, la calidad del investigador, más bien que el tema investigado. Si un tonto estudia un problema prioritario, nunca lo va a resolver. Pero si personas bien listas se han perdido algún tiempo en juegos intelectuales, pronto van a resolver los problemas prioritarios que se les plantea.

En segundo lugar: A propósito de matemática pura o aplicada, me parece totalmente justificada una idea fundamental de *N. Bourbaki*, el cual afirma la unidad profunda de la matemática. Esto implica que es muy ilusoria sino perniciosa la división entre matemática pura y matemática aplicada. Pues, sería muy peligroso decretar que, en cier-

tos países, sólo se debe cultivar matemática de tipo aplicable o inmediatamente aplicable. Precisamente tal decisión sería bien propicia a poner aquel país en posición de dependencia de los países industrializados o de algún grupo de aquellos. Limitar la libertad de pensar, de trabajar, es cosa muy mala: es someterse a la dominación de otros. Conviene recordar que los grandes matemáticos han sido aquéllos que han unido la teoría y la práctica: basta recordar *Arquímedes*, *Newton*, *Leibniz*, *Lagrange*, *Gauss*, *Poincaré*, etc. y, más recientemente, *von Neumann*.

El mismo profesor *Dieudonné* (1), quien nos declara enfáticamente no tener preocupación alguna por el hecho de que sus trabajos matemáticos tengan o no tengan aplicación práctica, que, aún más, dice que está seguro, e incluso feliz, de que no tengan aplicaciones en ningún futuro previsible; ese mismo profesor *Dieudonné*, cuando lo escuchan o lo leen, se dan inmediatamente cuenta de que insiste sobre la importancia del álgebra lineal, del análisis, etc. para cosas de la vida práctica, para aplicaciones a la física, para interpretaciones geométricas. Y precisamente, cuando en otros libros o artículos más avanzados, él nos explica la motivación de cosas tan abstractas como la geometría algebraica contemporánea, translucen la prolongación y generalización de problemas tan simples y fundamentales como el cálculo del número de soluciones de ecuaciones algebraicas, la estructura de la intersección de superficies u otras cosas algebraicas.

No veo contradicción, pues, entre sus afirmaciones, que a ciertos parecen tan radicales, algunos dicen violentas y aristocráticas, y la posición de aquellos convencidos de que la matemática debe estar al servicio del hombre. Son dos caras de la misma realidad y es también una gran lección humanística. Por una parte, no se vive para hacer matemática, pero se hace matemática para vivir; es decir, para ayudar al hombre en la titanesca lucha en la que estamos metidos todos. Por otra parte, no se hace matemática, no se logra ciencia verdadera sin libertad total de investigación de pensamiento. Los que quieren limitar esa libertad son estos bárbaros a los que aludió el profesor *Dieudonné*, que quieren estrangular a la civilización, a la libertad, a la vida de nosotros todos, tanto en los países ricos como en los países pobres.

Además, es muy peligroso dividir el mundo en ricos y en pobres. Esto conviene a los que nos quieren esclavizar, mantener esclavizados, que se llamen "capitalistas" o "socialistas", pero que sí, seguramente, son "imperialistas" y pelean entre sí para compartir el dominio del planeta. La realidad es que todos los hombres vivimos en el mismo mundo y somos solidarios, además víctimas de unos egoístas que quieren gozar y dominar todo para beneficio propio. Esta política implica una radicalización industrial y una expansión cuyo precio se hace cada vez mayor. No se puede lograr sin destruir a valores humanos fundamentales, no solamente culturales como las del aborígen americano sacrificado a un horrible paganismo llamado civilización, pero también físicos como la pureza del aire, de las aguas, de los recursos naturales. En eso el pueblo de Venezuela, los pueblos de América Latina así como prácticamente todos los pueblos del mundo aparecen como las víctimas de esa dictadura global y universal que, se quiere demagógicamente llamar o democracia o socialismo y que, sin un cambio radical poco previsible llevará toda la humanidad a un desastre apocalíptico universal. Por aquí aparece el hecho matemático, base del conocido informe del "Club de Roma", al que se refiere la profesora *Castelnuovo*, de que no puede haber expansión indefinida en un mundo finito, siendo la actual crisis mundial un signo anunciador.

---

(1) Hacemos aquí referencia a unas declaraciones muy realistas y en cierto modo proféticas, que aparecieron en la conferencia oral del profesor *Dieudonné*, pero que desafortunadamente no están reproducidas en su relato escrito.

Por eso, me parece completamente falsa la idea de que estos problemas son esencialmente muy diferentes en "países ricos" y en "países pobres".

Esto es pura demagogia o error. Y si los pobres sufren más del poder de las multinacionales, de las super-potencias, también esas fuerzas chupan la riqueza de los países ricos en detrimento de sus pueblos. No es la matemática adelantada, ni en general la ciencia adelantada que causan el mal, sino las maniobras de aquellas fuerzas oscuras que se están apoderando del mundo. Y no se salvarán los más pobres, al contrario, sin asimilar esas técnicas matemáticas, lo que no lograrán sin esfuerzo ni algo de dolor.

No es solamente en países subdesarrollados que la ciencia y la tecnología están desviadas al servicio de fuerzas anti-humanas. Esto es sin duda lo que tanto disgustó a nuestro colega *Alexandre Grothendieck* (el cual tan frecuentemente y tan útilmente ha trabajado en Brasil) y le llevó tanto a visitar a Vietnam del Norte en guerra, como, en un momento, a la idea de abandonar la investigación, mientras ésta fuese vergonzosamente desviada de sus finalidades humanísticas y nobles. Pero, renunciar a la investigación no me parece solución correcta. Al contrario, se la debe perseguir incansablemente y, al mismo tiempo, desarrollar una lucha consciente y eficiente para su utilización justa.

Pertenecemos a un mundo único y nos salvaremos juntos o bien nos destruiremos juntos. La naturaleza a que nos enfrentamos es una y sus leyes son iguales para todos. Y así para la matemática.

Nuestra ciencia, inclusive la más pura y la más abstracta, no es juego intelectual como algunos lo creen. Es una ciencia natural como otras que tiende a aclarar ciertos fenómenos y utiliza para ello sus métodos propios, por particulares e intelectuales que sean. Como la naturaleza es única no puede haber, como algunos lo insinúan, diferencias grandes entre la matemática (y los esfuerzos que necesita) en el norte y en el sur. Como *d'Ambrosio* lo observa justamente, hay coincidencia sorprendente entre las matemáticas producidas por distintas culturas. Que no se imaginen ciertos estudiantes o recién graduados que esas teorías les están impuestas como suplicio por unos dominadores extranjeros.

Evidentemente, los países pobres no tienen tantos recursos y no pueden investigar todo como lo hacen países avanzados. Pero creo que, incluso en países en vías de desarrollo, se debe apoyar toda investigación que sea seria. La mencionada discusión del profesor *d'Ambrosio* en la revista de la Unesco era a propósito de un plan en el Mali. Es precisamente a ese respecto que criticaba la topología algebraica. Quiero decir que si el Mali, que desgraciadamente es un país bastante pobre, llega a tener un buen especialista en topología algebraica, sería una tontería completa, una absurdidad inconcebible castigar a ese señor, limitándole la libertad de pensamiento; al contrario, se le debería apoyar con toda fuerza. Además, no se debe olvidar ni esconder que la topología algebraica, la geometría algebraica y esas ramas avanzadas, y por ello abstractas y bastante difíciles, no son cosas del aire. Esas especialidades, en realidad, representan un análisis muy elaborado, pues abstracto, de fenómenos bien concretos. Son histórica e íntimamente ligadas al desarrollo de ramas tan importantes como la geometría, el análisis y la física teórica.

Esta discusión se relaciona directamente a la pregunta que, varias veces, se me ha hecho durante la conferencia: ¿Cuáles son las materias de investigación matemática que considero como prioritarias en países de América Latina?

Que quede mi respuesta bien clara: la prioridad absoluta es hacer buena investigación, es decir de alto nivel. Sobre el tema, no quiero poner restricción alguna, sino aquellas impuestas por asuntos de calificación del personal y de presupuesto. Sin embargo, veo como prioritarias las investigaciones que siguen las metas desarrolladas por los grandes matemáticos o son orientadas hacia algunas necesidades nacionales determinadas por autoridades serias. En general creo que se deben estudiar cuestiones ligadas a los grandes problemas del álgebra, del análisis, de la geometría; tanto mejor, pero no necesariamente, si están ligados a cosas de física, teórica u otra, desde lejos o desde cerca. No se deben emprender generalizaciones gratuitas ni estudiar problemas inventados sin motivación. La historia de la matemática y la vida son buenas guías. Unos temas en equilibrio inestable, como el álgebra categórica, no son prioritarios ni siquiera en países industriales. Sin embargo, de ningún modo, quisiera eliminarlos: tal vez no sean útiles en sí, pero lo son en relación con otros temas y con una finalidad unificadora. Se sabe que unos haces y cohomologías sofisticadas tienen aplicaciones a la mecánica clásica, a la hidrodinámica, etc. (véase el curso de hace unos años del Profesor Saunders MacLane sobre "Geometrical Mechanics" en la Universidad de Chicago y una conferencia de él ante la Escuela Naval de Washington, publicada en el *American Mathematical Monthly* de 1970; también una tesis mía sobre cálculo de variaciones en los *Memoires de la Société Royale des Sciences de Liège*, Vol. XIX, 1957). Se dice también que la teoría de categorías tiene aplicación a la teoría de autómatas.

Los niveles tecnológico y económico de América Latina hacen que se justifique según me parece, cualquier tipo de investigación. Además, la matemática latinoamericana ya logró un muy buen grado de madurez. Pero lo que sí hace falta es desterrar y liquidar a los tantos estafadores que se enmascaran de falsa seriedad y engañan al público o a los jóvenes estudiantes sin defensa. Es horrible el malgastar, la mala organización, la demagogia que imperan en ciertas universidades, cuando tendrían ellas que servir de modelo, moral y técnico, para el resto del país, del continente.

POLITICA MATEMATICA

Ahora bien, si la matemática mundial es única, sin embargo es muy cierto que los matemáticos de los países en vías de desarrollo no deben copiar ciegamente ni la matemática ni los métodos de los países adelantados. Tampoco se les puede aplicar las mismas obligaciones ni los mismos criterios de apreciación. Conviene aclarar bien que, en países industrializados se hace mucha investigación de poca importancia o poca relevancia que el resto del mundo puede perfectamente ignorar, que realmente constituyen una especie de *matemática de consumo* un producto de la "sociedad de consumo". A menudo se trata de cosas que más bien son ejercicios que se hacen para conseguirse un doctorado o un Ph. D.; además que estos son diplomas de muy poco uniforme valor.

Lo que hace falta en matemáticas y otras ramas, es asimilar las cosas "importantes" que se pueden definir como la obra de los grandes científicos, sean de países ricos o de países pobres, cualquier sea el sistema económico de esos. Y no solamente hace falta asimilar, lo que sería limitación absurda, sino también hace falta llevar la investigación hacia más adelante. Cierto es que el estatus de la matemática actual refleja el desarrollo socio-industrial de los países avanzados, el nivel de la técnica que poco a poco lograron construir. La solución de los mayores y pendientes problemas de desarrollo global del mundo necesita nuevos avances tecnológicos y sociales que tienen que ir a la par con nuevos avances matemáticos.

Es bien comprensible la inquietud de muchos matemáticos latinoamericanos de cooperar al desarrollo económico de sus patrias. Unos piensan que mejor hacen cuando más se dedican a matemática de tipo aplicada, opinión que no me parece correcta. Además que no siempre la "matemática aplicada" es tan inmediatamente "aplicable", ni la "pura" tan "inaplicable".

No creo que los matemáticos se deban culpabilizar si sus trabajos no aportan contribución directa a unos problemas fundamentales que afectan a la humanidad. El aporte de la matemática me parece más bien esencialmente indirecto, a través de procesos bastante complicados por los que nuestros teoremas tal vez logran incorporarse a la tecnología. Nuestro solo aporte directo podría ser aquel de formar discípulos y educadores, lo que no es nada despreciable en nuestro mundo compartimentado en oficios especializados.

Si a uno le preocupa resolver directamente el problema de los terremotos, o aquel del hambre, que se dedique a geología y sismología, respectivamente, a ciencias políticas y sociales o a agronomía, más bien que a matemática.

La crisis económica no es culpa de nosotros matemáticos y, mucho más importante, mucho más eficiente que despreciar la matemática pura, incluso la más desarrollada y sofisticada, es lograr una repartición justa de las riquezas del mundo. Pues, mucho más relevante que oponer una "matemática aplicable" a una matemática pura (oponer una "actitud matemática" a una "matemática tradicionalista") sería terminar con la "circunstancia de que algunos miembros de la Comunidad Internacional habían estado disfrutando de los recursos propios y ajenos, en desafío de lo que era justo y racional, sin atender debidamente a las necesidades de los países en desarrollo". (1)

Volviendo ahora a lo anterior, es cierto que, hablando de los "grandes matemáticos", estoy haciendo referencia a la aristocrática así llamada "Teoría de los genios" de la cual se habla en Francia después de un artículo publicado en la "Gazette des Mathématiciens", a fines de 1974. Se trata del relato de una conferencia del profesor J. *Dieudonné* en la que se dice que la matemática va impulsada por unos ciertos genios, los cuales actúan como locomotoras del progreso. Esta tesis, seguramente, es cierta pero no significa, y lo dice el mismo *Dieudonné*, que no haya mucho trabajo para otros matemáticos muy buenos que vienen a cultivar y desarrollar más el terreno.

Y así es cierto que América Latina necesita sus matemáticos líderes y que no menos ciertamente los tiene y va a tener más. Pero estos líderes de América Latina no son y no pueden ser completamente iguales a los de países industrializados. A diferentes regiones con diferentes prioridades, les corresponden diversas formas de liderazgo. Precisamente, los líderes están entre aquellos que hacen algo original, aquellos que no copian. Muchos líderes de la matemática china se han formado en el mundo occidental, sino a su estilo, y parece que les ha costado algo en adaptarse al nuevo ambiente, como también según parece, tuvieron que luchar para convencer al ambiente de la importancia de ciertos temas un poco abstractos y elaborados.

(1) Del discurso pronunciado el día 17 de diciembre de 1975 por el *Dr. Manuel Pérez Guerrero*, Ministro de Estado de Venezuela para Asuntos Económicos Internacionales, en la conferencia de París sobre Cooperación Económica Internacional.

Si queremos caracterizar a los grandes matemáticos, más general a los grandes científicos, pueden ser definidos como aquellos cuya obra tiene un impacto histórico, cuya labor llega a aliviarnos mucho la vida, como personas que resuelven un problema difícil e importante, que nos presentan una síntesis en la cual, en pocas líneas o páginas (también en muchas) se nos aclara, se nos explica cosas que antes eran muy complicadas, muy difíciles. Sin duda, los grandes matemáticos caben dentro de ese criterio y ya hemos citado algunos de ellos. Obras de *Hermann Weyl* como "Raum, Zeit, Materie" "Die Idee der Reimannschen Flache", "The Theory of Groups and Quantum Mechanics", le ponen dentro de los grandes. La solución por *Pierre Deligne* de las conjeturas de *Weil*, también le califica como uno grande. En biología, la obra sintética de *Darwin*, después de su viaje alrededor del mundo, lo ha calificado como un gigante. Y así el caso de *Pasteur* en medicina, etc. No me parece conveniente mencionar aquí nombres de líderes de América Latina: son suficientemente conocidos de ustedes, aquellos que unen contribuciones fundamentales a la matemática en sí con un esfuerzo eficiente para el desarrollo de sus respectivas patrias o el desarrollo del continente en su globalidad. Sin embargo, quiero mencionar a las escuelas líderes como las de México, de Río de Janeiro, Sao Paulo, Buenos Aires, Montevideo, a las que hay que agregar las muy valiosas escuelas de Colombia, Perú, Chile, Venezuela, sin tampoco olvidarse de los esfuerzos que se van realizando en otras partes como Bolivia, Cuba, Ecuador, Centro América, Puerto Rico, etc.

Permítanme decir algo sobre los criterios que se deben aplicar para juzgar a los matemáticos de países en vías de desarrollo. Esto es un problema en él que no se pueden copiar los países industrializados por diferencia de situación, por diferencia de prioridades, etc., además que estos países no tienen siempre los mejores criterios por lo que se refiere a sus propios intereses científicos. Si lo bueno de los países desarrollados no se puede copiar servilmente, a fortiori no conviene inspirarse en sus errores. En mi reciente viaje al Irán, pude observar que se utiliza allí un sistema muy copiado al de Estados Unidos de América. Y en eso veo un peligro de dependencia del desarrollo científico de este país. Es como si se quisiera imponer a estos matemáticos hacerse "estrellas" de tipo Europeo-Estado-Unidense, a copiar este estilo. Esto cuando el Irán tiene una realidad cultural tan diferente, tan rica, muy a menudo mucho más rica que la europea y a fortiori de Norteamérica. Así al matemático de Irán se le va imponiendo como condición de progreso profesional, publicaciones en revistas extranjeras. Esto equivale a imponerle calificada dependencia del exterior, con el riesgo evidente de desprestigiar lo nacional; esto cuando tal publicación no es una garantía tan grande de su calidad científica. En los países industrializados existen unos grupos que dominan las revistas consideradas como buenas e influyentes, que a menudo publican cosas mediocres y rechazan cosas de valor.

Si el sistema del "referee" tiene sus cualidades, también tiene defectos y deja sin defensa a autores buenos que no tengan las "conexiones", las "protecciones" adecuadas. Hasta cierto punto, se han desarrollado circuitos matemáticos exclusivos que tienen carácteres elitistas y aristocráticos y actúan como lobbies de negocios y como monopolios, vendedores de esa matemática de consumo, de la que ya hemos hablado.

En Venezuela, la ley de universidades impone la realización de "un trabajo original" para cualquier ascenso de un profesor en el escalafón, lo que puede ser bastante razonable y liberal. Pero la "originalidad" de tal trabajo viene a ser apreciada por un jurado local que, en la mayoría de los casos, no es más sino es menos competente que el autor; pero que "si" puede tener interés, en la política de intrigas y llegue a recibir un trabajo malo y a rechazar uno bueno.

Presiones sobre el matemático existen en todas partes. Son muy diversas y de fuerza muy variable, pero, en muchos países, existe una filosofía contra la cual no se lucha sin riesgos. Unos quisieran limitar el papel del matemático a inventar, digerir y producir teoremas, negándole la libertad de relacionar su ciencia con el mundo ambiente. Esto cuando la matemática es todo lo contrario de una actividad cerrada, ajena a la vida social y económica. Tampoco, como ha sido sugerido, nuestra labor puede limitarse a almacenar definiciones y teoremas en unas memorias electrónicas, para el uso de unos autómatas sin pensamiento. ¿Qué persona, con experiencia matemática, puede pensar que, alguna vez, teoremas almacenados en una computadora conducirán a una teoría nueva, original, profunda? Esto es como si se quisiese imponer como filosofía seria el famoso chiste de *Bertrand Russel* según el cual, la matemática es una actividad en la que no se sabe lo que uno hace ni si lo que uno hace es correcto.

Frente a tales teorías, creo que la matemática, más general la ciencia, aparecen como elementos fundamentales del proceso democrático.

La matemática no es un conjunto de recetas acumuladas en millares de años. La matemática es una cosa que se debe reconstruir y ampliar globalmente en cada momento, en cualquier parte, y esto con la herramienta fundamental que es el rigor científico. Este, y en particular el rigor matemático, no son en nada mitos, ni siquiera cuando se enseñan cosas a los niños, o cuando se quiere integrar la ciencia al desarrollo de los pueblos atrasados.

CONCLUSION

Quisiera llegar ahora a ciertas cosas prácticas.

Mi convicción íntima es que los matemáticos latinoamericanos pueden tener un papel muy importante en el progreso y en la lucha para la independencia de sus respectivas patrias. Y que mejor trabajan hacia esa meta cuando se dedican a investigaciones de la más alta calidad. Solamente pocos pueden ahora lograr a incorporarse a la élite, bastante reducida, de los matemáticos mundialmente reconocidos. Pero la situación va mejorándose al correr el tiempo. Ese progreso es una ambición valiosa que hay que favorecer por una consciente política de la ciencia, manteniendo contacto con lo mejor que se hace en el mundo y anhelando a participar activamente hasta que, "algún día" no tan lejano, América Latina se convierta en uno de los grandes productores de investigación matemática, en todas las ramas.

Cuando nuestra ciencia tiene un papel importante en la solución de los problemas de la sociedad contemporánea, tenemos el privilegio de no necesitar presupuestos muy grandes para llegar a resultados y realizaciones concretas. Este hecho se ha repetido muchas veces: por una parte, no necesitamos aparatos complicados y costosos como físicos, químicos, etc. Pero sin embargo, no es cierta, sino completamente equivocada, la leyenda según la cual los matemáticos necesitan nada más que un pedazo de papel y un lápiz. Aparte de computadoras, lo esencial reside en bibliotecas bien organizadas y en un sistema administrativo de publicaciones y de comunicaciones con demás centros. Pues, si la matemática no se va a desarrollar bien sin invertir cierta cantidad de dinero, sin embargo una cantidad razonablemente limitada de capital puede producir una verdadera escuela matemática, logrando resultados de alto nivel y participando efectivamente al movimiento científico mundial. Además, tal escuela matemática, sin duda alguna, serviría como locomotora llevando hacie adelante el tren de las demás ciencias.

Pienso que una conferencia de este tipo es una excelente oportunidad para explicar esto a los señores Ministros de los Gobiernos. Ellos se enfrentan a muchos problemas de importancia realmente prioritaria, entre ellos la educación en todos sus niveles. Dentro de eso, el costo de la enseñanza superior llega a cifras muy altas que no siempre están bien utilizadas. Un ejemplo de malgasto, desgraciadamente frecuente inclusive en países industrializados, es el de contratar a hombres sin darles las herramientas necesarias al desempeño de su labor. En el nivel de post-grado, no solamente se debe pagar a los profesores sino también a los alumnos, dejándoles suficiente tiempo para estudiar. Y si un gobierno descubre un malgasto, cortar los créditos no es la solución (igual como no lo es acabar con la investigación cuando uno juzga que es mal utilizada) sino imponer una justa disciplina a los responsables, siendo sin embargo entendido que no sería justo si no contraproducente implantar unos reglamentos absurdos que hacen imposible la investigación.

Ahora bien, el progreso de la matemática en un país depende de factores que van más allá del control de los matemáticos. El problema al que se enfrentan los países latinoamericanos tiene una magnitud tal que, como ya he dicho, no se va a solucionar por factores de buena voluntad, sino que necesita decisiones a nivel político y ejecución firme.

Pero aquella decisión política no le corresponde solamente a los países latinoamericanos, sino también a los países industrializados. Los gobiernos de estos países tienen que interesarse en esto, y no solamente en forma artificial sino de manera profunda. Nunca acabarán con la crisis que enfrentan sin que se solucionen los problemas del llamado "Tercer Mundo", sin que se alcance una más justa repartición de la riqueza del mundo. Esto también hace falta explicarlo bien a los señores ministros de los países industrializados. No sólo a ellos, sino a sus pueblos que, en su gran mayoría, viven sin conocer la existencia y la naturaleza de estos problemas. También tenemos que explicarlo a nuestros colegas matemáticos y educadores de los países industrializados, los cuales, a pesar de todo el afán desinteresado que tengan al progreso de la ciencia en sí, difícilmente llegan a comprender que aquel progreso se haría mucho más armonioso y mucho mayor si se acabase con la pobreza de la mayoría de los habitantes del planeta. Puede ser muy linda y muy profunda la obra de los grandes matemáticos. Pero tendría luz de estrella brillante la integral de las labores de estos millares de genios potenciales que, por motivo de pobreza, nunca llegan a saber nada de matemática. Con su incorporación a nuestra profesión, muy pronto muchos problemas sin solución como el teorema de *Fermat*, la hipótesis de *Riemann*, caerían al rango de corolarios de otras teorías más profundas. Y pronto, en otras ramas más prácticas se acabaría con el hambre, con el cáncer, y otros desastres que afectan a la humanidad.

Existe, entre los buenos matemáticos, un movimiento que se va ampliando hacia contribuir al desarrollo mundial de la matemática. Pero queda muy demasiado limitado y necesitaría ampliarse por un factor 10^2 ó 10^3. Hace tres años había en Amberes una conferencia sobre funciones modulares organizada por *Serre* y *Deligne*. Allí estaba nuestro colega *Félix Recillas* de México, quien me pidió si se podría solicitar a *Deligne* que se viniera a pasar un tiempo en la Universidad Nacional Autónoma. Pero *Deligne* me dijo que tendría que pedirle el permiso a *Serre*, el cual sin duda no se lo otorgaría, a pesar de que el mismo *Deligne* se preparaba a pasar períodos en Moscú y en Princeton.

Ahora bien, yéndose a México, tal vez *Deligne* hubiera tenido algún atraso en la solución de las conjeturas de *Weil* y conviene dejar la cosa así. Al muchacho, cuando le gustase, aún podrá irse a México, ya que le quedan muchos años para vivir. Y quisiera que entonces siga hacia más adentro de América Latina.

Creo que si los países subdesarrollados necesitan ayuda de matemáticos bien formados, también necesitan colaboración de matemáticos de primera categoría. En Brasil han trabajado *Jean Dieudonné* y *André Weil*, lo que ha tenido un impacto sobre todo el continente. La Argentina tuvo la influencia de buenos matemáticos españoles e italianos, también Brasil. *Solomón Lefschetz* ha tenido gran influencia en México y no se pueden mencionar a todos los matemáticos de países industrializados que pusieron su experiencia por tiempo parcial o completo al servicio de América Latina. La Unesco ha organizado visitas de personas como *Charles Ehresmann*, *Laurent Scwartz* y varias veces *Smale* ha estado en Brasil en donde tuvo la inspiración para sus trabajos sobre la conjetura de *Poincaré*. Todo ese movimiento logró crear la brillante y valiosa escuela latinoamericana de matemática que ahora conocemos pero que necesita ampliarse mucho más.

Sin duda se debe perseguir el plan de intercambio entre el sur y norte, en ambos sentidos. No se le debe limitar al nivel universitario, sino extenderlo a todos los niveles educacionales. Es evidente que visitas de un par de semanas son una cosa muy buena, pero mucho más lo son visitas de un par de meses, o aún mejor de un par de años.

Esto concierne a los hombres. Pero al mismo tiempo los países latinoamericanos tienen que organizar bien seriamente su infraestructura matemática, muy especialmente en bibliotecas de calidad y en material de secretariado. No se podría insistir demasiado sobre ese punto que no está bien comprendido ni aplicado, incluso en países que tienen todos los recursos necesarios.

La labor que tenemos que desempeñar pasa por una mayor información del público tanto en países del norte como en países del sur. Especial atención se debe prestar para informar a nuestros colegas matemáticos de los países industrializados y se debe pensar en hacerlo a través de revistas tan útiles como "Notices of the American Mathematical Society", "Gazette des Mathématiciens", tal vez el multinacional y esencialmente comercial "Mathematical Intelligencer" de la Springer Verlag.

Ser buen matemático, buen educador, son cosas de mayor importancia. Pero esto no es contradictorio a ser al mismo tiempo un buen ciudadano, no solamente de su propio país, sino también de todos los países, logrando positiva síntesis entre la vida científico-profesional y los problemas de la sociedad.

Muchas gracias.

Caracas, Diciembre de 1975

* * *

TEACHER EDUCATION AND THE IMPROVEMENTS OF MATHEMATICAL EDUCATION

Howard F. Fehr (U.S.A.)

MATHEMATICAL EDUCATION

One of the principal activies of mathematical education is to determine the content of the curriculum. What mathematics should be studied in schools? By whom? All or some of the students? To what duration of schooling? To attain what specific goals or objectives? To what degree of skill and understanding. These are serious questions which face education at all times and especially in a time of accelerated change in which we are now living.

In the late 18th century, when mathematics was entering the curriculum of the secondary school, the content was selected by the mathematics instructor, usually as preparation for subsequent university study or as a necessary tool of practical skills needed in navigation or business. By 1900 A.D. in most nations of the world the content was dictated by groups of mathematicians. Today, however, with almost all youth continuing their formal school education to the graduation from secondary school there can no longer be goals for mathematical study that are apart from the entire life of our culture. Political goals, societal desires, industrial - technological - scientific - economical demands - all have great force in establishing goals and content of school mathematics study.

Thus we are literally forced to shape our mathematics program through the following groups or persons acting in counter-clockwise order.

Makers - Givers - Takers - Users - Remakers - (Visual 1)

This process must be a continuous one if we are to keep abreast of new knowledge and change. (Parenthetically, it may be noted that *criticism* of mathematics education usually takes place in the opposite of the clockwise direction).

From what has been said, it becomes evident that (1) Curriculum construction is not a scientific process. On the contrary it is a compromised expression of social, scientific, professional and pedagogical desires in conformity with the total educational process; (2) Any particular curriculum development is greatly influenced by the value judgements of the persons involved with it; and (3) Today, teachers must have a greater share of the responsibility in shaping the mathematics curriculum. They can no longer be at the end of the production line, forced to present to the students an end product which either is no longer a viable instrument or is so new that they may not understand some of the content and its goals. No teacher should be only a tool of educational technology. The administration of any mathematics curriculum demands that we preserve the essential relationship between a young student and the teacher as one in which the teacher is a primary interpreter of what adult society is demanding.

It is this last observation that brings us to the title of this address. In the last fifteen years there have been some excellent innovative programs in mathematics that have not met with the success they should have had, largely because the innovators neglected the rôle of the teacher. It was the inability of the teacher to understand the content (new to them), the spirit, and the goals of the programs that led them to adhere to a traditional program. We have learned that successful innovation depends on the teachers' committal and competence, that is, to know rather deeply the content, the objectives, and the manner of adapting the subject matter to the mental maturity of the student. If improvement is to be made in mathematics education it is in great measure dependent upon the total involvement of the classroom teachers.

An examination of the qualities that mathematics teachers should possess can give us some indication of the education the teacher must have to undertake the responsibilities of contemporary teaching. First of all, the teacher is a *Decision Maker*. The teachers must select the content and the best fitting textbook for the classes they teach. They must make decisions on how to present the learning material to the students - as a lecture, as an experimental approach, as a class discussion with selected media, and so on. The teacher must have a number of strategies to motivate and arouse the intellectual activity of the student. Further decisions must be made as to when sufficient learning has taken place to pass on to new learning, and the type of evaluation techniques that will give a basis for these decisions. Everyday with every student, the teacher must make decisions which defy purely technical procedures. This demands a great competence in subject matter, in pedagogy, and in the understanding of adolescents.

The teachers who are responsive to improvement of their profession must possess an *Adaptivity to Change*. Not only must the teachers be aware of new research in the field of education, but they must be able to sense the value or purpose of *new* content being made available at the school level. Certainly they must be aware of new goals of teaching brought about by new technology and the need to experiment with these new intrusions into an existing program. In this connection, during the next few years there will be much need to reform our program to the use of mini-calculators, computers, and numerical analysis that have made the slide rule, and much of the traditional algorithmic algebra, obsolete.

There can be no improvement unless the teachers possess *Professional Zeal* or ambition. They must not only want to, but feel it is their responsibility to advance the profession. This is in some measure insured by continuing or recurrent education, such as that given by university institutes, where, with fellow teachers and inspired college professors, the teachers learn how to innovate new programs which seek to improve the output of their endeavors.

Personality and the ability that inspire confidence in the instructor are great advantages to successful teaching. While the entire question of developing a magnetic personality is not yet resolved, we do know some of the characteristics that mark it. A displayed responsibility on the part of the teacher to aid each student in achieving success in their study is paramount to a healthy learning situation. Children learn not only by confidence in the teachers' knowledge but also in recognition of the teachers' interest in their own advancement. If a child does not like the teacher, the chances are great that the child will also develop a negative attitude, or even dislike, for the subject in which the teacher instructs.

While there are other traits -one can make a long list- a teacher of mathematics must possess intelligence: -both cognitive and social intelligence. No matter what zeal, outgoing personality, and love of children exists, without a rather high intellectual accomplishment in mathematics and its social relevance, the job of

successful teaching cannot be accomplished. There is a dangerous trend in the educational world of today of training enthusiastic would-be teachers to teach the poor student, disadvantaged children, and slow learners -especially at the elementary level but who do not have the knowledge and competence in mathematics to do so. Mentally impoverished teachers will lead to brightest of students down to those who for any of a number of reasons, are retarded in their learning of mathematics. Thus it is a sound knowledge of mathematics backed by the best available information on pedagogy - goals and methods- that will enable teachers to play the important role they will have to, in the improvement of Mathematical education. What professional training is needed to create such teachers is the problem facing education today.

MATHEMATICS AND ITS SOCIAL RELEVANCE

It would appear reasonable to assume that we should teach that mathematics which should be relevant to the needs of the society in which our present school youth will function as adults. In other words we must educate our youth today so that when they enter tomorrow's society they will not be anachronistic. Having some sense of what a teacher must teach we can make proposals on what teachers should know!

Although the development of mathematics during this century has been remarkable in both its pure aspects and as a means of scientific explanation, yet this development has been a "continuous" one. There does not exist a *classical mathematics* as opposed to a new "*modern mathematics*" and the use of both of these terms is to be regretted. There is only a *unified mathematics* which has evolved from all past experience. Nevertheless the teaching of school mathematics has maintained to a great degree of pseudo-historical style in its presentation. Each branch is imbedded in the philosophy and the time in which it was created!

It is trite to say that activities of the twentieth century have brought about a change in concepts not only in mathematics but in all sciences. The extensions and the diversity of applications of science have created powerful instruments that are radically different from that of 100 years ago. The essential feature is that this evolution of our society and its culture has taken place at a far more rapid pace than the renewal of our school education from one generation to the next. In all this change it is perhaps "mathematics" that has given the world of education its most severe lesson, namely that the belief, that the reign of ready-made ideas learned in school will suffice an individual throughout his whole life, is now terminated.

Rather than teaching our children only a set of mathematics skills and programming their minds as one programs a computer, it is of first importance to develop fundamental and unifying structural concepts which will be retained permanently and from an intellectual basis for the continued study and use of mathematics. The traditional program in school mathematics was based on one goal, mainly, preparation for the study of the calculus, a subject considered to be a climax of all subsequent study. With this in mind, the teaching of arithmetic, algebra, geometry, and trigonometry was almost entirely algorithmic. Our students learned how to perform with emphasis on skills, skill in computing, skill in manipulating algebraic expressions, in factoring polynomials, in solving equations, in giving geometric demonstrations in steps with reasons, in trigonometric expressions, and so on. The reason for all this algorithmic study was based on a belief -never verified- that a person must be able to do all these skills including those of analytic geometry, if he is to do the calculus.

The uselessness of this type of mathematical education for most of our youth is attested to by the abysmal absence of any genuine knowledge of, or ability to use the algebra, geometry, trigonometry or calculus a year or two after they have ceased their formal study. We are literally forced to make a two-directional reform in our ins - truction:

1) A switch from a purely skill centered learning, totally behavioristic, to one based strongly on conceptual approaches to learning. This involves the psychological theory of concept formation, discovery learning, guided or directed problem solving and interpretative as well as creative uses of content as reflected in modelling. This is a pedagogical reform.

2) A complete reorganization of the scope and sequence of the mathematics from the classical separation of the branches to a unified study of the subject. This invol ves an early introduction to the basic concepts underlying all of mathematics as well as to some of the more recently developed aspects. This is a content reform.

The purpose of this shift in pedagogy and content is to provide a program of mathematical instruction that will interest and involve the students in genuine mathe matics. It would educate them to think and to express themselves in a language of words and symbols in which popular, technical and professional books and articles are now being written. The course would provide an early introduction to sets, relations and functions as mappings, the structure of the several number systems as realizations of groups, rings and fields. Vectors would be introduced and related to translation; vector spaces would form another unifying element.

A prime objective would be to relate mathematics to up-to-date problems by means of modelling, linear programming, the use of matrices, probability, iterative proces- ses, calculators and computers both mini and digital. In short the course would in- clude that kind of mathematics that reflects recent development and leads to useful links with subsequent study in schools, colleges, and universities. In the long run it would aim at increasing the number of persons able and qualified in the subject.

The evolution of such a program of instruction would not necessarily be solely for preparing future mathematicians, nor future engineers, scientists, economists, town planners, business executives, or the like. It would be the type necessary for future informed citizens, to understand what scientists and computers are doing and saying, so that educated citizens can ask insightful questions and give thought to reasoned answers. It would aim to span the deep abyss that has now separated much of our society into a few "magi" who know and a multitude of "helots" who appear as dumb founded savages. (1)

TEACHER EDUCATION

As stated earlier, an impoverished teacher will lead to impoverished learning. There should be no such categorization as mathematically less-able teachers for the slow learning students. A teacher, just as a doctor, lawyer or any professional in his work, must be able to teach to the very best minds as well as the slow or retarded minds. A program of teacher education must then be of high quality and demanding of high attainment.

(1) See Georg Steiner. Atlantic Monthly, August 1970.

It is an elementary task to list University courses a teacher should pursue. It is a far more difficult task to describe the manner in which the subject matter of those courses should be selected and the manner in which they should be taught to prospective teachers. The goals of this study and the measure of the professional attainment must be spelled out or at least recognized by the university professor. For mathematics and science majors the courses are motivated through the subject itself; for education students with a major interest in secondary school mathematics teaching the motivation comes more from emphasis on deepening and widening the insight and use of mathematics so as to form a strong foundation for that which they will have to teach.

Looking at the probable content that will be taught in secondary schools in the future -Number (Arithmetic); Geometry-Synthetic, coordinate, vector, transformation; Algebra-sets, relations, functions, structures, usual activities; Probability and Sta tistics; Numeracy - calculators, computers, flow charts, programming, numerical ana - lysis; Logic-quantifiers, connectives, implications, inferences, proof; Linear Algebra vector-spaces, analytic geometry; and Applications-problems, modelling, mathematical explanations- it is possible to list courses which should give a sufficient profes- sional background.

Admission to a teacher-education program should be high school graduation with a major interest in mathematics (including at least a pre-calculus course), and high scholastic attainment -say in upper quartile of academic achievement. If the aspirant shows high ability but is not prepared, at a minimum, to begin the university study with the calculus, the preliminary study should be made with no university credit before entering the training program. The study to enter the profession of teaching will require 5 or 6 years, including an intern-clinical teaching apprenticeship during the last two years of the training program.

While the courses are listed by titles used by the universities, every attempt should be made to relate all the content to show the unity of mathematical study. (Vi sual 4).

1.	Foundations. Set Theory and Logic, Number Systems.	3 s.h.
2.	Real Analysis including Differential Equations.	12 s.h.
3.	Abstract Algebra, algebraic structures.	3 s.h.
4.	Matrices and Linear Algebra.	3 s.h.
5.	Foundations of Geometry -affine, euclidean, transformations, coordinate, vector, non-euclidean.	6 s.h.
6.	Probability and mathematical statistics.	6 s.h.
7.	Digital Computer Programming, including electronic calculators and numerical analysis.	6 s.h.
8.	Applications and Modelling.	3 s.h.
9.	History of Mathematics including the History of Mathematical Education.	3 s.h.
10.	Survey of Mathematical Curriculums in the developed countries. Trends in teaching.	3 s.h.
11.	Apprenticeship in mathematics teaching Methods and Media.	12 s.h.
12.	Additional elective courses in Mathematics	6 s.h.
		66 s.h.

In addition to the above courses, required courses should be included in Psychology, Philosophy, Social Sciences, and the Physical Sciences. The last named should contain as a minimum, a one-year (six semester hour) university course of a contemporary variety in each of the sciences, physics, chemistry, biology and geo-science.

A few remarks on the nature of these courses are in order. Outside of some necessary formal presentations and lectures, the university professor should attempt to use the same teaching techniques with his classes of aspiring teachers, as these teachers will be using with their high school students. Of course the "savoir" of content is important for teachers. Without knowledge of the subject no one can teach it. But just as important in teaching is the "savoir faire". A good teaching technique stresses the formation of concepts, understanding, and problem solving procedures which ultimately lead to the formation of computational algorithms and manipulative skills which are also important. To this end a teaching strategy must stress inquiry into a situation, the proposing of hypotheses, dialogue and debate, and dynamic intellectual activity brought about by the rubbing of minds -student with student and student with the teacher. Telling, lecturing, and verbal development on the part of the teacher should be at a minimum. The teaching of the teacher should act as a catalytic agent to cognitive development.

Perhaps the most important part of the program is the 12 semester hour apprenticeship in mathematics teaching. The first three semester hours should be a course in the psychology of learning and teaching mathematics accompanied by critical observation of teaching. This course should deal with methods and use of media in conducting mathematics learning. The other nine semester hours should be carried out in a joint seminar -practice teaching- internship program. The first three semester hours should be an extension of methods study, meeting weekly, and the assignment of the aspirant to a school, where observation, practice teaching, lesson planning, and constructive criticism takes place over a half-year. The last six semester hours should be one in which the aspirant is assigned to actual teaching on a part-time basis and paid for this service. This teaching should be observed by a university assigned master teacher in the school system. The teacher should attend weekly seminars on content and method held at the University under the direction of a Mathematical Education Professor. During each semester, the teacher should demonstrate at least once, the ability to organize, teach, and evaluate the results in front of a group of peer observers. Upon doing this satisfactorily and completing the required study the aspirant should be licensed for life -as is done in the other professions. This license should carry with it the obligation for recurrent or updating education after stated intervals of practice in the profession.

With teachers educated in this style, with continuous inter-relation with the universities and their staffs both in straight mathematics and in mathematical education we can look forward to a continuous activity in curriculum reform, teaching procedures, and improvement in the mathematical attainment of the people as a whole.

* * *

PROGRAMA DE FORMACION DOCENTE EN MATEMATICA PARA PAISES EN VIAS DE DESARROLLO (RESUMEN)

Mauricio Orellana Chacín, Saulo Rada Aranda

En el mes de abril del presente año se llevó a cabo en la ciudad de Barquisimeto, Venezuela, bajo el auspicio del Instituto Universitario Pedagógico Experimental de esa ciudad, y con asistencia de 50 delegados, un seminario destinado a revisar algunos de los problemas de más actualidad en el campo de la educación matemática. Uno de los tópicos cubiertos en el mismo fue el de formación de profesores de matemática, sobre el cual presentamos un trabajo que pretendía servir de material de apoyo para la elaboración de un plan de formación de profesores de nivel medio y básico superior que pudiera unificar criterios en las diversas instituciones de formación docente del país. Dentro de las recomendaciones formuladas en dicho seminario se planteó:

> "Experimentar el plan presentado en alguna institución, con el fin de obtener las experiencias necesarias para su aplicación general".

Posteriormente ese trabajo fue divulgado en varias instituciones en las cuales tuvo una favorable acogida aún cuando hasta el presente no ha sido adoptado por ninguna en particular. Producto de esa divulgación se recogieron observaciones de diferentes personas involucradas en ésta problemática, algunas de las cuales han sido acogidas. A continuación, presentamos una versión resumida del tema.

Aún cuando la mayoría de los datos que hemos considerado corresponden a la realidad venezolana, en diversos eventos internacionales se ha puesto de manifiesto que ésta es semejante en muchos de los países subdesarrollados y en vías de desarrollo. Por esto, nos parece interesante presentar el trabajo ante un público conformado, en su mayoría, por participantes latinoamericanos a objeto de contrastar las ideas desarrolladas, perfeccionarlas y afinar las formulaciones presentadas.

Tanto los problemas que conforman las características del subdesarrollo, como la implantación de la reforma de la enseñanza de la matemática a escala internacional, nos conduce inevitablemente a replantear los planes de formación docente. Si bien es cierto que este tema ha sido objeto de discusión en numerosos congresos internacionales, da la impresión de que varias de las formulaciones esenciales allí presentadas corresponden a países que han alcanzado un alto grado de desarrollo matemático.

Uno de los problemas más graves que existen en Venezuela y América Latina en general es la escasez de profesores adecuadamente preparados, lo cual ha obstaculizado el proceso de reforma de la enseñanza de la matemática. Este hecho fue puesto de manifiesto por primera vez en dos de los considerandos de las resoluciones de la Primera Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática, que se llevó a cabo en Bogotá, Colombia, en 1961. Allí se estableció:

1. "Que es alarmante la creciente escasez de profesores de matemática, lo que hace peligrar el desarrollo de esta ciencia y sus aplicaciones".

2. "Que en consecuencia es urgente adoptar medidas para intensificar la formación de un número elevado de profesores calificados, principalmente en la etapa secundaria".

Esta realidad, lejos de aliviarse durante los últimos años, ha tendido a agravarse dada la masificación de la educación, lo cual ha conllevado un desproporcionado crecimiento de la matrícula estudiantil en relación a la producción de personal docente calificado en muchos de los países latinoamericanos, como es el caso específico de Venezuela. Además, las medidas adoptadas hasta el momento, no han tenido la eficacia necesaria para la resolución del problema.

Para comprobar esta situación, puede constatarse que en la primera evaluación de la enseñanza de la matemática en los liceos oficiales de Venezuela, publicada en la Revista Educación, N° 103 - 104, abril de 1963, se señalaba que en los 83 liceos oficiales que funcionaban en el país para ese entonces, laboraban 307 profesores de matemática de los cuales eran graduados sólo 54, lo cual corresponde al 17,6%. Existían en esa época 55 liceos (66,3%) sin ningún profesor graduado. Posteriormente, durante la Conferencia de Lima (1966), en el informe presentado por la delegación venezolana, se indicó que sólo el 20% del personal docente en matemática para el nivel de educación media, era graduado.

Aún cuando hasta donde tenemos conocimiento, no se dispone de todos los datos que serían necesarios para evaluar las necesidades actuales del país en este aspecto hay una serie de indicios y algunas estadísticas que permiten apreciar que la situación no ha tenido modificaciones sustanciales, lo que se refleja al comparar el número total de egresados, desde 1936, de las diversas instituciones que forman profesores para educación media en Venezuela, el cual está en el orden de 1400 profesores con una matrícula de unos 700.000 alumnos en dicho nivel.

Esta cifra, en lo que concierne al profesorado dedicado a la labor de aula, se encuentra disminuida, por cuanto un cierto porcentaje de este profesorado está retirado u ocupa cargos de tipo administrativo.

Estos indicadores nos llevan a pensar que es preciso instrumentar medidas que permitan aumentar significativamente la producción de egresados que es del orden de 200 por año. Tal situación se opone a cambios realizados en algunas instituciones y a tendencias en otras, en donde se observa la inclinación a establecer una serie de requisitos que en última instancia prolongan el período de formación de un profesor hasta cinco años como mínimo. Particularmente, como existe la tendencia en varios países, al igual que en el caso venezolano, de establecer la obligatoriedad de la educación hasta el noveno año, es preciso contar con un mayor número de profesores para atender las necesidades del ciclo básico de educación media, cuya matrícula prácticamente duplica a la del ciclo diversificado. Esto sugiere la necesidad de estructurar tres niveles diferentes para la preparación de profesores de educación media, que corresponden a las necesidades del ciclo básico común, del ciclo diversificado y un tercer nivel destinado a la formación de expertos en educación matemática que posean una sólida formación matemática y los aspectos pedagógicos inherentes a la trasmisión del conocimiento. Dicho tercer nivel corresponde a una tendencia internacional que había sido expresada en el Primer Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática, llevado a cabo en Lyon, Francia en 1969, donde se planteó:

> "La teoría de la educación matemática se ha transformado en una ciencia autónoma con problemas propios del contenido matemático y de su experimentación. Esta ciencia nueva debe tener su lugar en el departamento de matemática de las universidades y en los institutos de investigación, de manera tal que los que se califiquen en esa disciplina puedan acceder a todos los grados universitarios".

Si bien la necesidad de instrumentar en las instituciones que se ocupan de la formación docente un nivel de post-grado, a fin de formar especialistas en educación matemática, ya había sido atendida en algunos de los países desarrollados, en los países latinoamericanos no ha sido sino hasta muy recientemente cuando se han comenzado a implantar programas de post-grado en enseñanza de la matemática.

Debemos señalar que, al diseñar los tres niveles y sus exigencias, hemos tomado en cuenta, ante todo, la realidad de la situación educativa de estos países en el campo de la matemática, lo cual limita hasta cierto punto la concepción que podríamos tener sobre la formación ideal de un profesor de matemática.

Por otra parte, hemos partido de la necesidad de ofrecer un programa que prevea las oportunidades necesarias para que una vez que el profesor haya culminado una primera etapa de su formación, que lo capacite para desempeñar determinadas funciones docentes, pueda engranar dentro de las subsiguientes etapas con creciente especialización y entrenamiento para cumplir funciones a otros niveles. Esto obedece a la necesidad impuesta por el desarrollo de la matemática y sus aplicaciones, así como por la continua renovación de las tendencias en la enseñanza de la ciencia y de la pedagogía en general, que demandan un profesor en constante perfeccionamiento profesional.

Es preciso aclarar que, a fin de que se cumpla este objetivo, el medio debe prever estímulos para aquellos profesores que efectivamente se preocupen de mejorar su capacitación profesional. Al diseñar los niveles del presente plan, se presupone que la obtención de diplomas a diferentes niveles otorga prerrogativas al profesor, no únicamente en lo que respecta al salario sino también en la habilitación para ejercer determinados cargos relacionados con la función docente.

Es de señalar que la ausencia de un real escalafón para el profesorado de educación media, situación que se observa en algunos países, como es el caso de Venezuela, origina una serie de problemas para ese nivel educativo ya que, debido a la creciente demanda de personal calificado que hay en nivel superior, aquel profesor de educación media que se perfecciona a través de la realización de cursos de post-grado procura encontrar colocación en instituciones de educación superior pues las mismas le ofrecen escalafón y un reglamento de personal docente y de investigación que garantiza que los esfuerzos realizados en pro de su perfeccionamiento le serán reconocidos. Esto implica una valiosa pérdida para el nivel medio ya que son estas personas precisamente quienes podrían ejercer un efecto multiplicador y funciones dirigentes especializadas.

Es conveniente indicar que en la mayoría de los países desarrollados existen prerrogativas claramente determinadas de acuerdo a los diferentes niveles de preparación del profesorado.

En la estructuración de los niveles, partimos de una primera etapa con una duración de tres años para la preparación del personal docente del ciclo básico común de educación media (grados 7 - 9). A este respecto, debemos aclarar que no compartimos plenamente algunas recomendaciones internacionales, como la formulada en el informe del Simposio Internacional sobre Enseñanza de la Matemática realizado en Bucarest en el año 1962, bajo el patrocinio de la Unesco, donde se indica que la duración de la carrera de un profesor de matemática debe ser no menor de cuatro años una vez concluída la escuela secundaria. Este criterio se ha expresado también en el conocido programa de Düsseldorf y se ve reforzado por opiniones muy autorizadas de distinguidos matemáticos y educadores matemáticos tales como Fehr, Santaló y Volker. Por otra parte, mu chos de los proyectos modernos que se adelantan hoy día en los países vías desarrollados son de tal nivel que requieren una formación bastante especializada del profesor de matemática. No obstante, si bien tales planteamientos tienen validez para aquellos países que disponen de recursos humanos en número suficiente y en donde se plantea un aumento de competencia profesional que tiende a producir un personal docente cada vez más calificado, no se compadecen con una realidad que demanda la formación de grandes contingentes de educadores a corto plazo.

Es preciso aclarar que cuando hablamos de reducir el número de años de estudio para la formación de un profesor del primer nivel, no queremos significar que esto conlleve una merma en cuanto a las exigencias cualitativas de la enseñanza, entendiendo por éstas el nivel requerido en los cursos previstos. Antes bien, pensamos que la reducción de algunas exigencias de tipo cuantitativo, como son número de años de estudio, número total de créditos, número de horas de permanencia en el aula, permite implementar una serie de actividades metodológicas que aseguran un grado de eficiencia apropiado en la formación del profesor. No se trata simplemente de recortar un determinado plan de estudios a fin de aumentar la oferta de personal graduado, ya que el habilitar para el ejercicio a una masa de profesionales insuficientemente preparada contribuiría a agravar los problemas que confronta la enseñanza de la matemática. Antes bien, lo que se desea es asegurar el logro de una serie de objetivos mínimos que garanticen la eficiencia del egresado.

Para esto se ha estructurado un programa que presenta la matemática en forma unificada y contempla el uso de métodos de enseñanza apropiados para el logro de las metas propuestas.

Los objetivos específicos que se han formulado para los diferentes niveles son los siguientes:

OBJETIVOS DEL NIVEL 1

1. Formar profesores para el ciclo básico común de educación media con conocimiento apropiado de la estructura de la matemática actual y de su lenguaje, en función de su labor docente.

2. Formar profesores de matemática que sean creativos dentro de su campo de acción y estén preparados para afrontar con éxito futuras modificaciones de los programas.

3. Proveer al futuro docente de conocimientos que le permitan trasmitir las ideas y conceptos matemáticos de acuerdo con la capacidad de abstracción y el desarrollo psicológico del educando.

4. Capacitar al futuro docente de la metodología y los recursos educativos con los cuales transmitirá los conocimientos matemáticos adquiridos.

5. Desarrollar el interés por la investigación científica y educativa entre los alumnos.

6. Iniciar al futuro docente en las aplicaciones de la matemática en otras disciplinas.

OBJETIVOS DEL NIVEL 2

1. Formar profesores para el ciclo diversificado de educación media con conocimiento apropiado de la estructura de la matemática actual y de su lenguaje, en función de su futura labor docente.

2. Formar profesores de matemática que puedan desempeñarse como auxiliares en cursos de nivel básico de educación superior.

3. Capacitar al futuro egresado de manera que pueda desempeñar eficientemente ciertas funciones de dirigencia académica, tales como jefaturas de departamento de matemática en institutos de nivel medio.

4. Profundizar el estudio de las correlaciones de la matemática y de sus aplicaciones en otras disciplinas, haciendo especial énfasis en lo que concierne a las menciones ofrecidas en el ciclo diversificado.

5. Proporcionar al profesor de este nivel conocimientos que le permitan comprender la evolución de la matemática a través de sus diferentes períodos históricos y la importancia que ha tenido en el desarrollo de la ciencia.

OBJETIVOS DEL NIVEL 3

1. Produndizar la preparación del profesor de matemática en el desarrollo actual de la enseñanza de esta ciencia, tanto en lo que respecta al contenido como en el aspecto metodológico.

2. Formar profesores para el ciclo básico de educación superior con conocimiento apropiado de la estructura de la matemática actual y de su lenguaje, en función de su futura labor docente.

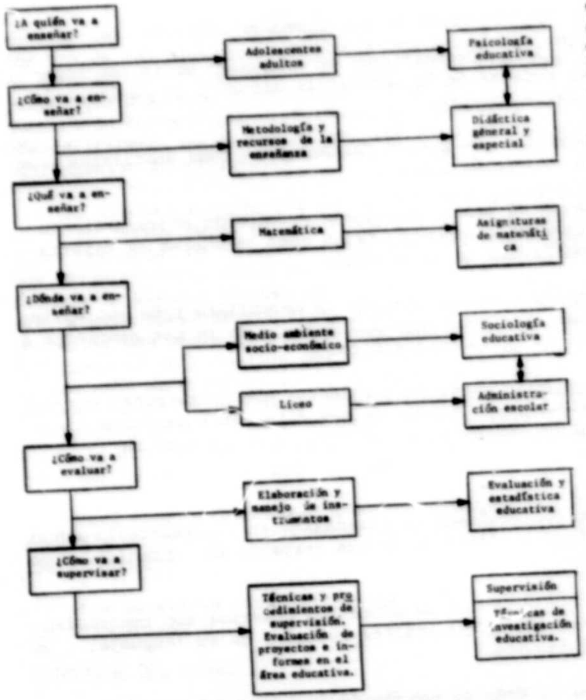
3. Especializar al profesor en el área de enseñanza de la matemática a fin de que pueda desempeñar funciones de dirigencia académica tales como: supervisor de matemática, coordinador regional de matemática, diseñador de planes y programas de matemática, y esté capacitado para impartir cursos a otros docentes.

4. Capacitar al profesor de manera que al egresar de este nivel pueda dictar cursos y realizar investigaciones dentro del área de educación matemática.

5. Capacitar al profesor de manera que pueda proseguir estudios más avanzados en educación matemática.

Para el logro de tales objetivos se ha diseñado un conjunto de cursos como consecuencia a una serie de interrogantes que presentamos en el cuadro de la página siguiente.

Un punto de discusión que se ha planteado frecuentemente entre matemáticos y pedagogos ha sido la cantidad y orientación de los aspectos pedagógicos a estudiar por el futuro docente. En realidad, no existe evidencia precisa, hasta donde tenemos conocimiento, sobre la influencia de la formación profesional pedagógica en la efectividad de la labor docente, por lo cual hemos procurado que los cursos incluídos en el plan respondan a situaciones muy concretas.



Por otra parte, en la redacción de los alcances de los contenidos programáticos de matemática, se han tomado en cuenta las nuevas tendencias en la enseñanza de esta disciplina, presentadas en diversos eventos internacionales tales como las conferencias interamericanas sobre educación matemática, los seminarios sobre este tema que ha organizado la Unesco y diferentes opiniones recogidas de destacados educadores latinoamericanos que se han dedicado al tema. Dichos alcances son los siguientes:

NIVEL 1

Teoría intuitiva de conjuntos. Funciones. Relaciones de orden y equivalencia. Estructuras algebraicas. Nociones de teoría de grafos y aplicaciones. Nociones de álgebra de Boole y aplicaciones a la lógica proposicional y circuitos lógicos. Estudio de conjuntos numéricos: naturales, enteros, racionales, reales, complejos. Combinatoria. Probabilidades finitas. Estadística elemental. Grupos, grupos de permutaciones, grupos de transformaciones. Programa Erlangen. Divisibilidad de números enteros, congruencias, anillo Z_n. Anillo de polinomios. Estudio elemental de matrices, espacios vectoriales de dimensión finita, transformaciones lineales, determinantes, sistemas de ecuaciones lineales, con especial énfasis en R^2 y R^3. Solución de ecuaciones, inecuaciones lineales e inecuaciones polinómicas de una variable. Geometría afín y euclídea del plano y del espacio mediante el método axiomático y con técnicas de álgebra lineal. Cálculo de funciones de R en R. Límites. Continuidad. Derivación. Gráficas de curvas. Integración de Cauchy-Riemann. Introducción al cálculo vectorial. Nociones de ecuaciones diferenciales. Introducción a la física.

NIVEL 2

Programación lineal. Método simplex. Diagramas de flujo. Algoritmos. Programación en BASIC. Usos y alcance de la computadora. Integrales impropias. Funciones gamma y beta. Integral de Riemann-Stieltjes. Probabilidad y estadística. Historia de la matemática. Tópicos electivos entre: teoría formal de conjuntos, [illegible] numérico, ecuaciones diferenciales y transformadas, topología de espacios mét[illegible] introducción al análisis, mecánica.

NIVEL 3

Grupos finitos. Ideales de un anillo. Extensiones de cuerpos. Problemas clásicos. Tópicos adicionales de álgebra lineal. Nociones de variable compleja. Espacios normados. Series trigonométricas y su aplicación a la resolución de las ecuaciones diferenciales de la física. Introducción a la topología general. Tópicos electivos entre: modelos matemáticos, introducción a la teoría de la medida orientada hacia la fundamentación de la teoría de probabilidades, tópicos avanzados de estadística matemática, tópicos especiales de geometría.

En base a los alcances señalados anteriormente, se han diseñado las asignaturas que se incluyen en el siguiente cuadro:

	OBLIGATORIAS	ELECTIVAS
NIVEL 1	Matemática finita Grupos y geometría I Grupos y geometría II Cálculo I Cálculo II Cálculo III Algebra I Algebra II Física Sociología educativa Administración escolar Psicología educativa Didáctica general Didáctica de la matemática Idioma I Idioma II	
NIVEL 2	Introducción a la computación Probabilidad y estadística Historia de la matemática Evaluación y estadística educativa.	Fundamentos de la matemática Cálculo numérico Ecuaciones diferenciales Topología de espacios métricos Mecánica Supervisión Orientación Dinámica de grupos
NIVEL 3	Complementos de álgebra Análisis real Topología general Seminario de matemática Seminario de educación matemática Supervisión Técnicas de investigación educativa	Modelos matemáticos Complementos de geometría Variable compleja Métodos matemáticos de la física Filosofía de la educación superior Administración de la educación superior Curriculum Teoría del aprendizaje

Finalmente, a objeto de facilitar la interpretación del plan, se incluye el siguiente modelo de seguimiento curricular en relación a las asignaturas antes señaladas. El mismo no pretende ser rígido ya que admite varias alternativas tanto en el aspecto secuencial como en la composición de los cursos que lo integran. Es precisamente en este punto donde se ha recogido el mayor número de observaciones al plan presentado originalmente en Barquisimeto.

	SEMESTRE I	SEMESTRE II
NIVEL 1	1. Matemática finita (4T, 6P) 2. Grupos y geometría I (3T, 4P) 3. Idioma I (3T)	1. Cálculo I (3T, 4P) 2. Grupos y geometría II (4T, 6P) 3. Idioma II (3T)
	SEMESTRE III	SEMESTRE IV
	1. Cálculo II (3T, 6P) 2. Algebra I (3T, 4P) 3. Sociología educativa (3T)	1. Cálculo III (3T, 4P) 2. Algebra II (3T, 4P) 3. Administración escolar (3T)
	SEMESTRE V	SEMESTRE VI
	1. Física (3T, 6P) 2. Psicología educativa (3T) 3. Didáctica general (3T)	1. Didáctica de la matemática (3T) PRACTICA DOCENTE
NIVEL 2	SEMESTRE VII	SEMESTRE VIII
	1. Introducción a la computación (2T, 3P) 2. Probabilidad y estadística (3T, 4P) 3. Evaluación y estadística educativa (3T)	1. Historia de la matemática (3T) 2. Electiva de matemática (3T) 3. Electiva de pedagogía (3T)
NIVEL 3	SEMESTRE IX	SEMESTRE X
	1. Complementos de álgebra (3T) 2. Análisis real (3T) 3. Supervisión (3T)	1. Topología general (3T) 2. Técnicas de investigación educativa (3T) 3. Electiva de matemática (3T)
	SEMESTRE XI	SEMESTRE XII
	1. Seminario de matemática (2T) 2. Seminario de educación matemática (2T) 3. Electiva de pedagogía (3T)	TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

* * *

PARTE III

MESAS REDONDAS

Las siguientes versiones están hechas en base a la grabación magnetofónica, habiéndose extractado lo esencial para evitar repeticiones y para tener en cuenta el tamaño programado para el presente volumen.

1. *MESA REDONDA SOBRE "MATEMATICA Y DESARROLLO"*

FORMARON EL PANEL: Daniel Crespín (Venezuela), Ubiratan D'Ambrosio (Brasil, Paul Dedecker (Bélgica), Carlos Imaz (México), Hernando Mateus (Colombia).

ACTUO COMO MODERADOR: Jesús Andonegui Millan (Venezuela).

MODERADOR: Estimados colegas, vamos a dar inicio a la mesa redonda que estaba prevista para la tarde de hoy, cuyo título es *Matemática y desarrollo*. Tenemos aquí algunas preguntas que consideramos de interés, algunas de ellas se han derivado de los temas tratados en el día de hoy y que vamos a proceder a hacerles a los distinguidos panelistas. Luego de estas preguntas contaremos con la participación de ustedes y para ello solicitamos que en el formulario que se les ha suministrado nos escriban las preguntas que estén relacionadas con el tema y sobre todo aquellos aspectos que han sido tratados en el día de hoy.

PREGUNTA (al Profesor Carlos Imaz): ¿Cómo podemos concebir la relación entre lo que es matemática y desarrollo? En el día de hoy se han desarrollado algunas ideas al respecto. Los Profesores Crespín y Paul Dedecker hicieron algunas referencias en relación a esto. Quisiéramos conocer la opinión del Dr. Imaz sobre cómo concebir esta relación, si alguna cosa es función de la otra o, si existe un paralelismo, ¿qué debe ser primero?

RESPUESTA: Desde luego no pretendo responder a esa pregunta porque además han habido hoy bastantes consideraciones al respecto; pero sí me gustaría indicar dónde buscaría yo la respuesta. Estoy de acuerdo con el Profesor Fehr, creo que ayer decía él que la matemática es una disciplina, si la consideramos como un conjunto de conocimientos bien organizados, pues tiene como tal sus terrenos propios de acción, sus modalidades, sus metodologías, en fin, una serie de características bien delimitadas, aún cuando éstas también pueden ser objeto de estudio y discusión; pero considero que la temática de esta reunión no está evidentemente enfocada hacia esa problemática.Por otro lado, aquí en la pregunta, además del término matemática aparece el término desarrollo. Yo quiero entender (y esto es cuestión personal) el término de desarrollo en el buen sentido, es decir, en el sentido de evolución social. Normalmente se utiliza el término desarrollo un poco como antesala o antecámara del capitalismo, yo quisiera usarlo en término más dinámico, como evolución social.

Ahora, al hablar de evolución social estamos hablando de un fenómeno que pertenece a las ciencias sociales y por otro lado las ciencias sociales son a su vez un conjunto de disciplinas y cada una de ellas tiene su acervo de conocimiento y su metodología, etc. Tomando en consideración estas cosas me parece que es más importante en realidad plantearse hacia dónde va nuestra evolución social y tratar de determinar no sólo como la matemática actual, la matemática que nosotros conocemos, la forma en que está desarrollada, organizada, etc., puede funcionar con respecto a eso, sino incluso preguntarnos qué tipo de evolución, qué tipo de cambios debe de sufrir nuestra concepción matemática general. Y me refiero no sólo a la concepción de la matemática como ciencia sino a la concepción de la matemática como elemento de nuestra cultura y como elemento educativo en particular que es lo que más nos interesa aquí.

Con respecto a la sociología dinámica, que yo sepa, como modelo científico, el único que está realmente más o menos establecido es el modelo que se basa en las teorías marxistas de la evolución social. Marx habla de dos elementos dinámicos que participan en una sociedad como son: las fuerzas de producción, por un lado, y las relaciones de producción por el otro, y de la interacción entre ellas surge la superestructura que podríamos llamar el estado, dentro de la cual, en cierta manera, se encuentran inmersas muchas de las actividades sociales o al menos como actividades dirigidas, por ejemplo la educación, y eso es parte de lo que nos interesa aquí en este momento. Entonces, a ese respecto se puede ver que quizás de una manera independiente de lo que un sector, podría ser, por ejemplo, el sector matemático, pretenda cuál es la relación de la matemática con la sociedad. Si nosotros nos atenemos a ese modelo hay una interacción que está allí. Si nos fijamos en el modelo de Marx y pensamos en los dos elementos básicos, es decir, en las fuerzas de producción y relaciones de producción, es claro que la matemática juega un papel en ambos sectores, pero principalmente lo juega en el sector de relaciones de producción en cuanto a la matemática contemplada como instrumento educativo; quizás su papel básico, en cuanto a las fuerzas de producción, lo juega como matemática aplicada, es decir, como matemática relacionada con la tecnología; pero de momento nos interesa más la parte educativa y quizás más en la segunda parte, es decir, en las relaciones de producción.

Ahora, dentro de ese esquema como plantea Marx la evolución social, es decir, como plantea el cambio social, él dice, más o menos, si mal no recuerdo: "que las fuerzas de producción van cambiando y esto provoca cambios en las relaciones de producción hasta que en un momento dado la contradicción entre ese interjuego llega a tal grado de que dentro de esa organización social los cambios de las relaciones ya no son posibles y entonces viene un cambio, o una evolución social", así se ha cambiado de las sociedades primitivas a las sociedades feudales, a las sociedades mercantilistas, sociedades capitalistas u organizaciones socialistas que de acuerdo con Marx serían la última etapa del desarrollo por contradicción.

Desde mi punto de vista, lo que uno debería de plantearse realmente, en primer lugar, es tratar de determinar con mayor precisión -de acuerdo con este modelo- que es el único modelo concreto del que yo dispongo, por ejemplo en el caso concreto de Latinoamérica, en qué situación nos encontramos, si queremos seguirle llamando sub-desarrollo, o precapitalismo, o es de hecho un capitalismo, o en fin que será, no se exactamente quizá eso corresponde realmente a los sociólogos determinarlo, pero más o menos sí tenemos una idea bastante clara, de que en un cierto lapso de tiempo debemos propiciar de alguna forma esa evolución social. En esos términos, repito, nos debemos preguntar de cuál forma la matemática a través de la correlación educativa, o de la acción educativa, puede participar de esa evolución social. Recuérdese también que Marx señala muy claramente que los elementos del cambio se dan dentro de la sociedad misma, es decir, no se dan posteriormente, sino que forman parte intrínseca del cambio mismo, por lo tanto son un problema actual y no son un problema de tipo utópico sino es algo que se debe discutir, precisamente, cuando esos cambios están aparentemente en puerta.

Yo se que todo esto es un poco vago, pero es difícil concretar las cosas, como para decir hágase, a, b, c, etc.; lo que sí quisiera señalar definitivamente es que me parece que este tipo de análisis nunca se hace, es decir, partimos de una forma muy simplista de este desarrollo que no está nunca muy definido y pensamos casi exclusivamente en una matemática tal y como la conocemos ahora, es decir, no pensamos en la posibilidad de la evolución de esa matemática, conjuntamente con la evolución social, o incluso antes de que esa evolución social se presente de una manera concreta.

En fin, no quiero alargarme mucho porque este es un tema que puede seguirse por horas y además no lo vamos a resolver aquí. Quisiera quizás señalar un poco nada más a guisa de ejemplo anecdótico, y exagerando algo las cosas: recuero que hace unos 2 ó 3 años en México, un par de matemáticos que trabajaban en la universidad me comentaban en son de crítica, los cambios que se habían incorporado a la educación primaria en relación con la matemática, el hecho de que los cambios realizados habían impulsado a profesores de primaria a dirigirse a los profesores universitarios para alcanzar sus dudas, y el comentario que me hacían era que eso les quitaba mucho tiempo a ellos. Estas dos personas eran reputados matemáticos. Si de mi hubiese dependido en ese momento los hubiese sacado de la universidad.

PREGUNTA (al Profesor Paul Dedecker): Esta mañana en su conferencia, expuso que era conveniente que la matemática a desarrollar se hiciera en función de las necesidades de cada región o de cada país. ¿Puede concebirse la existencia de algunos temas que tendrían prioridad para ser investigados en estos países en vías de desarrollo?

RESPUESTA: Yo creo que todos los temas que se relacionan con la física matemática, por ejemplo, y entre esos yo veo la geometría, la geometría diferencial, la topología, el álgebra, el análisis, yo creo que esos son temas fundamentales que conviene estudiar en América Latina. Ciertos países tal vez no pueden estudiar todo esto, pero creo que esos temas son fundamentales y prioritarios, siempre teniendo la idea que la matemática es una ciencia natural que sirve para entender mejor la naturaleza.

PREGUNTA (al Profesor D'Ambrosio): ¿Podría usted desarrollar un poco más algunos ejemplos de implementación de esquemas que permitan crear actitudes más favorables para hacer matemática mejor adaptada a nuestra realidad?

RESPUESTA: Yo creo que es mejor clarificar el inicio. No se trata de identificar tópicos de matemática o temas de matemática. Creo que la matemática es importante, no sólo ella, sino todo el conocimiento acumulado, es muy importante y por tanto creo que todo ese conocimiento puede ser útil; el problema es de desarrollar actitud en los científicos, actitud en los estudiantes, actitud en todos y no hacer misterios de la matemática que existe.

Es imposible para nosotros desarrollar todos los tópicos de matemáticas, es imposible hacer una previsión de lo que será importante, de lo que va a ser importante; entonces es necesario desarrollar dos cosas fundamentales: una de ellas es la actitud del científico con relación a su ambiente, a su sociedad, a la naturaleza que castiga. Como dice el profesor Imaz, es una cuestión de actitud, que un joven identifique que hay posibilidad de aplicar matemática por ejemplo, para solucionar un problema de transportar alimentos a una aldea que está circundada por agua. Ahí hay un problema matemático, hay una posibilidad de aplicar la matemática. Yo creo que es puramente académico decir: no, ahora vamos a estudiar geometría diferencial, o ahora vamos a estudiar análisis, porque eso es más importante. Eso es académico, y académico sin mucha importancia para nosotros. Es importante crear un tipo de individuo que sea más sensible a su realidad, ese tipo de individuo es menos importante en los países que son desarrollados porque hay una superabundancia de científicos. Cuando hay un problema de emergencia en un estado a causa de una inundación, inmediatamente se procura un catálogo y hay cincuenta individuos capaces de trabajar para resolver el problema. Para nosotros es completamente diferente, cada situación, es una situación que crea la necesidad de una actitud apropiada, entonces, todo el sistema escolar debe ir en dirección de desarrollar esta actitud y en dirección no de amontonar una superposición de contenido porque ¿qué podemos decir del contenido que se va a estudiar hoy en base a nuestra realidad?

La única cosa que justifique el contenido de lo que estamos estudiando hoy es porque aquella dirección de estudios matemáticos está bien desarrollada. Entonces,es necesario desarrollar una posibilidad de tener acceso al mayor contenido posible de matemática que existe almacenado no importa dónde, y no desarrollar el contenido para cada individuo sobre todo el continente ¿cómo hacer eso?. Es un trabajo de metodología, de acceso a un contenido que existe, al acceso de un conocimiento existente, que nosotros no podemos desarrollar.

PREGUNTA (al Profesor Daniel Crespín): Como ustedes habrán observado,tanto en el acto inaugural en el discurso del ciudadano Ministro de Educación, como en la información de prensa que ha estado apareciendo, en Venezuela se observa un problema bastante agudo en relación a la formación de matemáticos. Yo quisiera preguntarle al Profesor Crespín ¿cómo puede incrementarse esa formación de profesores? y si sería necesario crear algún organismo, que con un programa de tipo especial sobre la enseñanza de la matemática pueda promover el crecimiento de matemáticos en el país.

RESPUESTA: Creo que sí es posible, dada nuestra situación, instrumentar un organismo de esa naturaleza. Un organismo que describirá más adelante, una especie de instituto matemático que es necesario. Si es que nos planteamos el no copiar literalmente esquemas de otros países, deberíamos ir directamente a nuestra realidad y problemática en cuanto a la enseñanza de las matemáticas, tendríamos que colocar grupos de personas capacitadas para ello dentro de un organismo que les permita hacer una labor en el sentido de fomentar las matemáticas.

Concibo este organismo de la siguiente forma: Me refería a esa idea en una intervención que hice durante la convención de la ASOVAC el mes pasado en la Facultad de Ciencias de la Universidad Central de Venezuela. Hablé de la necesidad de crear un instituto de matemática que tendría las siguientes funciones: promover la redacción de textos para los primeros años, ciclos básicos de las universidades y de la educación secundaria; este instituto contaría con los matemáticos mejor preparados del país, profesores de secundaria, maestros de primaria inclusive, que podrían ir allí a hacer pasantías por el tiempo necesario para que asesorados por ese personal técnicamente capacitado pudiesen redactar los textos que tanta falta hacen en nuestra educación. Ese instituto podría también crear programas especiales para el aprovechamiento rápido de los jóvenes -que sin duda los hay en Venezuela- que tengan particular inclinación y facilidad para las matemáticas, también podría facilitarle a profesores de educación secundaria y a maestros de primaria, con cierta regularidad y continuidad, cursos para mejorar su capacitación, aumentar sus conocimientos enseñándoles nuevas técnicas de enseñanza y el manejo del material nuevo que allí se crease.

En ese sentido -si tuviese suficiente personal-, podría también plantearse la posibilidad de dar pasantías para profesores universitarios. Es bien sabido que los profesores universitarios periódicamente deben presentar trabajos de ascenso y se exigen que éstos sean investigaciones de carácter original. Pero, por razones de tiempo, excesiva carga docente, ambiente lleno de problemática, perturba la posibilidad de sentarse a meditar sobre un posible tema de investigación; entonces existiría un personal que los podría ayudar en esa labor.

PREGUNTA (al Profesor Hernando Mateus): ¿Existe en Colombia algún proyecto similar al que actualmente se desarrolla en México?

RESPUESTA: Yo creo que en realidad en lo que nosotros estamos concentrados es en la forma como se podría desarrollar la matemática dentro de los medios con que contamos, y además, en una forma común para los países que nosotros estamos representando. En Colombia, la Universidad Nacional es una entidad en la cual se está tratando de implementar las matemáticas en base a unos cursos de capacitación para profesores de la enseñanza media, los cuales se están dictando los días sábados y en época de vacaciones y esto ha sido en realidad una experiencia bastante exitosa.

Hemos tenido en cuenta además que dentro del núcleo de profesores universitarios que enseñan matemáticas en Colombia, el 80% son profesores que salen de la Universidad Nacional. Para incrementar la enseñanza de la matemática en la gran mayoría de las universidades de provincia, se han creado las facultades de educación que otorgan el título de Licenciatura en matemáticas. Además, anualmente se hace un coloquio, el coloquio colombiano de matemática, paralelamente al Congreso de Matemática organizado por la misma Universidad Nacional y por la Sociedad Colombiana de Matemáticos. En lo que quiero hacer hincapié es en algo que dijo el Profesor D'Ambrosio: que deberíamos tratar de desarrollar matemáticas de acuerdo a la realidad de nuestros países. Creo que en esta conferencia debemos empezar por sentar bases de tal forma que podamos crear en un futuro cercano un postgrado de educación matemática, de acuerdo a las necesidades comunes que tenemos cada uno de los países. Creo que una de las conclusiones que debemos tratar de buscar en esta conferencia es ver si es factible una integración para comenzar a crear programas que logren un título a nivel de postgrado en educación matemática, porque precisamente, de acuerdo con las palabras del ciudadano Ministro de Educación de Venezuela, todo país necesita un científico por cada mil habitantes, pero nosotros debemos darnos cuenta que para la formación de ese científico intervienen 10, 20 ó 30 profesores de los cuales el 50% en algunas partes serán de matemáticas, pero lo fundamental debe ser, cómo podríamos nosotros enseñar matemáticas, tratar de incrementar el nivel de la matemática en nuestros países y para ello tenemos suficiente personal idóneo con el cual puede pensarse crear una base conjunta para la formación de ese tipo de profesor que pudiera enseñar matemática en una forma racional y buena.

PREGUNTA (al panel): Ya se han desarrollado algunas ideas que quizás de implantarlas pueden facilitar un crecimiento en la producción de matemáticos en los países en vías de desarrollo; sin embargo, yo quisiera preguntar ¿existe algún plan concreto que agilice esta producción o si tienen algunas ideas que puedan implementarse a mediano plazo para aumentar esa producción de matemáticos?

RESPUESTA (Paul Dedecker): Yo creo que tal vez lo que se podría hacer dentro de la idea de hacer matemática más sensibilizada por nuestra problemática de desarrollo, sería la organización de más conferencias interdisciplinarias. Yo no veo mucha posibilidad de obtener matemáticos sensibilizados para nuestros problemas, pero si una comunicación muy fuerte de matemáticos con otros científicos. La misma cuestión de si se puede hacer matemática pura, o aplicada hay que plantear primero qué es matemática pura, qué es matemática aplicada lo cual es imposible de responder. Si se pre para una persona para hacer una aplicación, esa persona nunca va a encontrar la situación en que fue preparado para su aplicación.

RESPUESTA (D'Ambrosio): La actitud típica del matemático, es la de clasi ficar tal problema en su especialidad, la actitud típica del científico es de clasifi car tal problema en su ciencia. El problema existe, el problema es dado por la socie dad el problema se presenta, el científico va y clasifica el problema como un proble- ma de matemática, entonces va a clasificar ese problema de matemática en problema de análisis, una vez clasificado en análisis va a clasificarlo en la otra especialidad , cuando él llega un poco más adelante perdió perspectivas del problema, entonces es de sarrollar una actitud de comunicación entre varios científicos, entre varios especia- listas, yo creo que será mucho más productivo para nosotros desarrollar el establecer algunas conferencias interdisciplinarias sobre temas de importancia para nuestra rea- lidad, por ejemplo, está dado el problema de los sismos, terremotos, yo estoy con una idea fija, no se por qué, que es la de congregar especialistas de varias ramas y ver que se puede hacer sobre este cúmulo de problemas, generar actitud de investigación con relación a problemas reales y concretos de nosotros; al mismo tiempo las universi dades van a continuar sus estudios. Yo no tengo ninguna ilusión de cambiar la estruc tura de la universidad, yo no tengo ninguna ilusión de cambiar la enseñanza primaria ni secundaria, eso no se cambia, está muy arraigada en nosotros, se cambia con el tiem po, pero no con el tiempo que permite que sea útil a nuestro desarrollo; entonces se debe trabajar dentro de ese sistema, introducir dentro de ese sistema elementos que permitan una mudanza de actitud, yo creo que las conferencias interdisciplinarias fre cuentadas por los matemáticos (que en realidad los matemáticos no van a esas conferen cias), pueden hacerse al mismo nivel de enseñanza primaria, ese es un componente de nuestro ideal de escuela primaria, eso se puede hacer en la misma escuela primaria ¿por qué no hacer una conferencia para los niños con especialistas en varias ramas? Se hace una conferencia sobre el problema científico de los terremotos, y el niño parti- cipa de la discusión del científico sobre un problema de tal generalidad, esto comien za a desarrollar en el niño una actitud favorable en relación a la ciencia que nues - tros estudiantes no pueden tener porque terminó una hora de matemáticas, comienza una hora de física, comienza una hora de geometría, entonces, creo que más que crear ins- titutos de investigación, más que crear muchas estructuras de postgrado, creo que nues tro esfuerzo debería ser más en la dirección de abertura.

DANIEL CRESPIN: Yo creo que lo que dice el Profesor D'Ambrosio ya se es- tá haciendo pero no necesariamente en conferencias en escuelas, sino por otros medios como la radio y la televisión y que tal cosa tiene un papel diferente de institutos de los que se ha hablado.

PROFESOR D'AMBROSIO: La radio y la televisión son medios de información de dar contenido al problema científico, pero no es un elemento de trabajo, yo creo que las conferencias no pueden ser reemplazadas por información. En las conferencias para los niños, los niños deben participar, los niños no son pasivos son mucho más ac tivos que nosotros; toda la estructura educacional hace que se produzca un niño pasi- vo, que está frente a una televisión, a una radio o a un profesor, toda la estructura es para formar al niño pasivo, entonces una conferencia es con la participación de los niños.

PREGUNTA (Profesor José Saravia): ¿Cuáles deberían ser las característi- cas fundamentales de los postgrados en Venezuela? Se sobreentiende que son los post- grados en matemática. Voy a pasar esta pregunta al Profesor Daniel Crespín, por ser venezolano conoce un poco nuestra realidad y a ver cómo enfoca el problema.

RESPUESTA (Profesor Daniel Crespín): En primer lugar, un poco al margen de la pregunta, es decir, durante el día de hoy, casi todas las conferencias y esta mesa redonda se han concentrado en la problemática universitaria, yo espero y mucho la mentaría que no fuese así, que podamos discutir la problemática de la escuela prima - ria y de la secundaria que son tanto o más importantes porque involucran un número mu cho más grande de profesores, de educadores y de educandos, entonces no quisiera que se pensara que se trata de establecer un monopolio por parte de la problemática uni - versitaria sobre la temática y la discusión que se hace durante la conferencia.

Una vez hecha esa aclaratoria vamos a tratar de comentar la pregunta sobre las características de un postgrado en Venezuela, un postgrado en matemática en particu - lar. El problema del postgrado es muy complejo y hay varios puntos de vista, unos in sisten en que el postgrado debe ser para quien lo hace aprenda a investigar, haga in- vestigación, otros sostienen que un postgrado tiene varios niveles, así es efectiva - mente en otros países, hay por ejemplo un nivel de master of arts, master of science, philosophical doctor, en Estados Unidos de América, en Francia creo que hay primero la licencia, después el DEA, luego el doctorado del tercer ciclo y finalmente el doctora do de estado. Eso está estratificado, pero aún considerando posibles estratificacio- nes para un postgrado, lo fundamental es implementar un postgrado cuando se puede ha- cer de manera que produzca una escuela matemática venezolana, en el sentido siguiente: debe ser un grupo de matemáticos el que dirija eso, que sea capaz de generar una pro- blemática propia para evitar en cierta medida el problema de la dependencia a ese ni- vel, que se puede presentar muy fácilmente y ejemplifico: si se hace un postgrado que no tenga esas características, digamos, el postgrado eventualmente llevaría a investi gación, entonces los temas de investigación, la problemática que se estudia, en la me dida en que eso depende del tema que esté de moda en alguna escuela norteamericana , francesa, hay un problema de dependencia, si ellos cambian el tema, cambian su moda, va a cambiar la nuestra automáticamente y allí hay efectivamente esa situación que he mos definido como dependencia en otros sectores, no seríamos nosotros quienes decidi- ríamos qué es lo que se hace, es posible que eso no se pueda lograr en una primera e- tapa, allí han habido diversas opiniones, se han confrontado muchos puntos de vista, pe ro yo creo que debe ser la línea directriz el tratar de que el postgrado sea autónomo en ese sentido y en general que la investigación sea autónoma, como lo es en esos paí ses que mencioné en los países adelantados, como lo ha sido en otros países que no son tan adelantados y que sin embargo dieron frutos muy valiosos a la matemática, como por ejemplo, Polonia, allí había grupos estables de individuos con una problemática pro - pia, dedicados a trabajar sobre ella por su propia cuenta y ellos señalaron caminos pa ra muchos otros después, pero es fundamental tomar en cuenta ese aspecto, pienso yo.

PREGUNTA (Guadalupe Avilés): ¿Cree usted que nos aprovecharía mejor a to da la América Latina si compartimos las experiencias publicándolas en una gaceta pro- pia de cada país sobre educación matemática y sus conclusiones sobre las experiencias?

RESPUESTA (Hernando Mateus): En realidad la pregunta tiene una respuesta obvia, claro que si aprovecharíamos todas estas experiencias, e inclusive se podrá pen sar no en una gaceta propia de cada país sino en que se seleccionaran unos trabajos a través de las gacetas informativas o de los periódicos de cada país en los cuales se esté trabajando sobre este tema, y en la Conferencia Interamericana de Educación Matemática se seleccionaran algunos de estos trabajos que se les considera de importancia como vía de información para el resto de los participantes que no han tenido oportunidad de verlos.

En Colombia tenemos una revista llamada Notas de Matemática en la cual se está trabajando precisamente sobre este tema, sobre cómo enseñar diversos tópicos nuevos para el segundo ciclo de enseñanza, o sea la enseñanza secundaria.

ACLARATORIA (Profesor Andonegui): Hay dos preguntas al Dr. Daniel Crespín, pero como están relacionadas, yo voy a tratar de hacerlas una sola, una del Profesor Mario Andrés Graterol Hidalgo, de Venezuela, dice así: El Profesor Daniel Crespín en su exposición dijo que él creía conveniente en la enseñanza de la matemática a nivel secundario, introducir el cálculo infinitesimal. ¿Cree usted que sería conveniente modificar los programas de matemáticas a nivel secundario en los actuales momentos?

La otra, del Profesor Gregorio Sánchez, de Venezuela, dice: Usted no cree que si se organizan cursos para profesores a nivel de educación media y universitaria, con carácter de perfeccionamiento en metodología, contenidos curriculares, etc. logrando una orientación contínua del docente; ¿se mejoraría la enseñanza de las matemáticas ? ¿Hasta qué punto sería necesario aumentar el número de horas semanales de matemáticas en secundaria?

RESPUESTA (Dr. Daniel Crespín): En cuanto a la conveniencia de modificar programas, creo que hace falta un estudio a fondo de los programas vigentes y modificarlos. No conozco muy a fondo la problemática, no he participado en grupos de trabajos sobre el tema, pero sí tengo referencias directas por parte de estudiantes y por parte de profesores de secundaria, bastante numerosas por cierto, y, por otra parte, está lo que dije en el sentido de que creo que es bueno introducir el cálculo infinitesimal, pero esa introducción debe hacerse con un estudio previo, con una capacitación previa del personal, una planificación muy cuidadosa que no convierta ese nuevo cambio de programa en un desastre; sí es conveniente modificarlo, pero no creo que se pueda hacer ahora para todo el país, habría que establecer ciertos programas.

En cuanto a la respuesta sí creo que es necesario modificar el contenido de los programas, de los actuales currículos e introducir el cálculo infinitesimal, pero eso es un proceso gradual que hay que hacerlo cuidadosamente, planificarlo bien para que de buenos frutos. Capacitar muy bien al personal docente y preparar todo el material de apoyo necesario.

En cuanto a la pregunta sobre la organización de cursos, efectivamente, se mejorarían mucho la enseñanza de las matemáticas si se organizaran cursos a nivel de educación media y universitaria con carácter de perfeccionamiento en metodología, contenidos curriculares, etc., logrando una orientación contínua. De hecho tales cursos existen, el Instituto Pedagógico los dicta, pero el Instituto Pedagógico no cuenta con suficientes recursos humanos. Creo que habría que volcar más recursos humanos en esa tarea y buscar la participación de otros organismos, de otras instituciones, ampliar el equipo, por así decirlo, y de esa ampliación podría dársele un vuelco positivo.

* * *

2. *MESA REDONDA SOBRE "LA PROBLEMATICA DE LA REFORMA DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA".*

PANEL: Emma Castelnuovo (Italia), Luis Roberto Dante (Brasil), Jean Dieudonné (Francia), Howard F. Fehr (U.S.A.), Ricardo Losada (Colombia), Artibano Micali (Francia), Saulo Rada Aranda (Venezuela), Willy Servais (Bélgica).

MODERADOR: Tania Calderín de Guedez (Venezuela)

MODERADOR: Vamos a dar comienzo a la mesa redonda sobre la Problemática de la Reforma de la Enseñanza de la Matemática.

Durante las dos últimas décadas ha tenido lugar en el plano internacional un amplio movimiento conducente a la reforma de la enseñanza de la matemática en todos los niveles educativos. Este proceso ha efectuado los objetivos de la educación matemática, lo cual ha traído como consecuencia la reformulación de contenidos, métodos de enseñanza y evaluación del aprendizaje. En Latinoamérica a comienzos de la década del 60, se inició la actualización de planes y programas de estudio de matemática a nivel superior en base a las nuevas orientaciones de la enseñanza. En este proceso tuvieron apreciable influencia las recomendaciones de numerosos eventos internacionales dedicados a la problemática de la enseñanza de la matemática y particularmente las dos primeras conferencias interamericanas sobre educación matemática que se realizaron en Bogotá en 1961 y en Lima en 1966. Paulatinamente las nuevas tendencias alcanzan los niveles de educación primaria y educación media. En el presente foro se analizará brevemente como ha sido este proceso y toda la problemática que ha conllevado en los diferentes niveles del sistema educativo. Para ello contamos con la presencia de distinguidas personalidades que se han visto activamente vinculadas en dicho proceso quienes han accedido gentilmente a conversar esta tarde sobre estos tópicos.

Vamos a iniciar haciendo un recuento de los países que han tomado mayor participación o -mejor dicho- han sido los abanderados en el proceso de reforma de la enseñanza de la matemática. Uno de ellos es el caso de Francia.

PREGUNTA (al Profesor Artibano Micali): Francia ha sido uno de los países abanderados en el proceso de reforma de la enseñanza de la matemática. No obstante, informaciones de prensa y noticias que han llegado al público parecen indicar que actualmente está planteado un cuestionamiento de las ideas básicas que animaron dicho proceso. Sería interesante que usted describiera en forma breve, cuál ha sido el proceso y aclare el estado actual en que se encuentra el mismo.

RESPUESTA: Quiero inicialmente aclarar que las ideas acá expuestas son ideas de la delegación francesa en lo que concierne al proceso de la reforma. Inicialmente quiero hacer una pequeña historia. En el proceso de la reforma de la enseñanza de las matemáticas en Francia la APM (Asociación de Profesores de Matemáticas) jugó un papel muy importante. En efecto, a partir de los años 50 y teniendo en cuenta las diferentes reuniones internacionales de aquel entonces, como por ejemplo el Seminario Royaumont, la APM que representa el conjunto de profesores de matemáticas de Francia empezó a realizar seminarios y cursos entre los cuales dictaron cursos los profesores: Carta, Revuz, Lichnerowicz y Samuel, entre otros. En esa época fue muy difundido un libro entre los profesores de la enseñanza de secundaria del curso que dio Revuz (sería tal vez bueno insistir que la APM es un verdadero movimiento de masas que condujo en 1967 a la creación de una comisión ministerial presidida por André Lichnerowicz, profesor en el Colegio de Francia). Esta comisión estaba constituida por profesores de matemática tanto de la universidad como del curso secundario y de un físico el Pro fesor Louis Neel, posteriormente Premio Nobel de Física. Además formaba parte de la comisión la Inspección General y representantes del ministerio, algunas veces incluso el propio ministro participaba en la comisión y en esa comisión tomaron parte también representantes de los sindicatos docentes y de la APM. Tengo el agrado de decir que nuestro amigo Glaymann aquí presente, también participó en esta comisión como presidente de la Asociación de Profesores de Matemática.

La comisión presentó al ministerio un relatorio proponiendo una modernización profunda del contenido y de los métodos de enseñanza de la matemática. Además el relatorio proponía un mejoramiento en la formación de los maestros y la creación de los IREM (Instituto de Investigación para la Enseñanza de la Matemática). Ese relatorio quedó aproximadamente 1 año dentro del escritorio del Señor Ministro y no fue sino en agosto de 1968, a consecuencia tal vez de la primavera del país, que el nuevo Ministro Señor Edgar Faure tomó en cuenta el relatorio y creó desde el principio del año escolar 68 y 69 tres IREM: el de París, Lyon y Estrasburgo. En el 65 cada academia pasó a tener un IREM y actualmente hay 25 en total en Francia. Al mismo tiempo (a partir de 1968) hubo un cambio progresivo de programas y en la segunda área el cambio se llevó a cabo en 1972 tomando en cuenta las experiencias hechas. Pero no fue sino en 1970 que la comisión simplificó y modernizó el programa de la escuela primaria, pero lo que se ha hecho en ese nivel no es muy serio. ¿Cuáles son las dificultades de la reforma? A la luz de 7 años de experiencia se puede hoy formular algunas autocríticas para intentar corregir allá adonde las cosas no marchan bien. La primera crítica es que nosotros pensamos que la comisión no ha tomado suficientemente en cuenta el contexto social en el cual los programas deberían ser aplicados, contexto éste tanto desde el punto de vista del alumnado como del docente. La comisión no ha conseguido definir de manera precisa cuáles tendrían que ser los objetivos sociales y pedagógicos de una formación científica de masa en la escolaridad obligatoria que en Francia va hasta los 16 años. Parte de la comisión no ha tomado suficientemente en cuenta el hecho de que los profesores tenían una formación inicial insuficiente y en ese sentido uno de los papeles de los IREM es la de cubrir dicha insuficiencia, sin haberlo conseguido totalmente.

Una segunda crítica es la siguiente: la comisión estuvo enteramente preocupada con la construcción lógica de la matemática más que por consideraciones de orden pedagógico. Las experiencias demostraron que había dificultades muy grandes respecto a la enseñanza de la geometría de 13 a 16 años. Y por otra parte la comisión estaba muy dividida respecto a esta cuestión. Y en estas condiciones a la comisión le faltó acierto respecto al problema de la geometría. Los profesores encargados de clases experimentales alertaron en ese entonces a la comisión del gran peligro que había en introducir la enseñanza axiomática de la geometría de 13 a 16 años. Los comentarios oficiales que acompañan a los programas ven como los manuales didácticos condujeron a las críticas bien conocidas de todos ustedes y que fueron hechos principalmente por Thom y Leray; esto condujo a los profesores a una situación difícil en las clases de niños de 13 a 16 años.

La tercera y última crítica es que nosotros estamos convencidos de que una verdadera modernización en la enseñanza de la matemática sólo puede ser eficiente en el contexto de una reforma global de la formación científica. Hoy día los IREM intentan superar tal laguna, jugando un papel compensador y actuando en los siguientes puntos: 1) en investigaciones sobre la enseñanza de la geometría de 13 a 16 años que es uno de los puntos críticos y 2) en investigaciones multidisciplinarias poniendo en práctica equipos constituidos por profesores que enseñan en las distintas ramas científicas.

PREGUNTA (al Profesor Luis Roberto Dante) ¿Qué se ha hecho en el Brasil? Brasil ha sido uno de los países latinoamericanos donde se adelantó más la reforma de la enseñanza dela matemática durante las décadas del 60 y 70 y en donde se desarrollan actualmente más proyectos en el área de la enseñanza de la matemática. Pensamos que sería interesante que usted resumiera brevemente, cuál ha sido el proceso de la reforma educativa brasilera en este período y las experiencias que el mismo ha arrojado.

RESPUESTA: A reforma do ensino da matemática no Brasil, iniciou-se em 1961, com a formação do grupo de estudos do Ensino da Matemática em São Paulo, capital. Dois, dos principais objetivos do referido grupo, formado por professores universitários, secundários e primários, foram:

- em primeiro lugar, divulgar novos conteúdos para o ensino secundário, tais como: conjuntos e lógica, relações e funções, estruturas algébricas, etc.; e,

- em segundo lugar, promover através de cursos de férias o treinamento de professores para desenvolverem tais conteúdos.

Alguns anos depois, formou-se no sul do país, em Porto Alegre, o outro grupo de estudos com características semelhantes ao anterior, o qual trabalha até então, visando o aperfeiçoamento de ensino da matemática para o ensino do primeiro grau, de 7 a 15 anos. Este grupo essencialmente segue a linha de Enèce.

Atualmente tem surgido outros grupos em várias cidades e estados do Brasil, todos eles compostos de professores universitários, secundários e primários, os quais organizam seminários sobre ensino da matemática, cursos de aperfeiçoamento visando a reciclagem periódica dos professores e laboram materiais didáticos, textos, etc.. Alguns desses grupos se filiaram as correntes Papy, d'Enèce, Choquet; outros procuram seguir orientações proprias.

Sem dúvida alguns desses grupos exerceram fortes influências para que o conteúdo de matemática para as escolas secundárias ganhassem tendências modernas sem que boa parte dos professores estivessem preparados para isso. Isso veio provocar exageros espantosos, sobretudo na introdução de conjuntos nos primeiros anos da escola primária feita com excesso de detalhes e parte integrante apenas do primeiro capítulo dos livros didáticos sem nenhuma tentativa de fazer de esse conceito unificador, uma linguagem para o desenvolvimento de outros conceitos. Outros exageros que se notaran nos primeiros anos de segundo grau, de 15 a 18 anos, foi a introdução de elementos de lógica onde o aluno momorizava as tábuas verdades porém nunca has usado, pois raramente era incentivado a analisar se um argumento qualquer era válido ou não. Raramente conceitos e lógica eram utilizados nas demonstrações direta ou por absurdo e muito mais raramente ainda era proposto a ele, alguns problemas simples de circuitos elétricos. Todavía nos ultimos anos uma reação contra esse estado de coisas começaram a se fazer sentir, a esforços notáveis das Secretarias de Educação, visando uma análise crítica daquilo que se fez e do que se poderá fazer. A título de exemplo o Centro de Recursos Humanos da Secretaria do Estado de São Paulo apresentou há pouco tempo o Guía Curriculare de Matemática para o ensino do primeiro grau. Apesar deste guia apresentar algumas falhas e estar sujeito a críticas, consideramos ótimo esse esforço de apresentar uma sugestão na direção de um movimento modernista, porém moderado. Igualmente o Centro de Recursos Humanos e Laboratório de Curriculums da Secretaria de Educação do Estado de Rio de Janeiro está realizando um trabalho criterioso nesse sentido. Mais recentemente, há cerca de dois anos para cá, o Ministério da Educação e Cultura através do Programa de Expansão e Melhoria do Ensino (PREMEN) vem dando suporte financeiro ao desenvolvimento das unidades das ciências e matemáticas voltadas sobretudo para as aplicações e integração entre ciências e matemáticas. Tais projetos são realizados em convênio com Universidades e desenvolvidos em Institutos e Departamentos de Ciências e Matemáticas, respectivamente. E, após a sua elaboração com recursos do Ministério da Educação e Cultura são difundidos em carácter nacional em larga escala com programas especiais de treinamento docentos. Para dar uma idéia rápida dos projetos que estão sendo financiados pelo Ministério da Educação e Cultura podemos citar um, no Rio Grande do Sul, de Ciências Integradas para primeiro grau; tres, em São Paulo, capital sendo Ciências Integradas, Física e Biología para segundo grau; cinco, em Campinas, Estado de São Paulo, um sobre Geometría Experimental, outro sobre Funções, outro sobre Equações e Enaquações, outro sobre Iniciação aos Computadores para o segundo grau e, outro Iniciações a Matemática para os dois primeiros anos de primeiro grau. Dois projetos semelhantes estão sendo desenvolvidos no Ceará, um sobre Estatística e outro sobre Combinatório para o segundo grau. A maioria dos grupos citados acima, tem representantes aqui nesta IV Conferência e estão dispostos a prestar esclarecimentos específicos que os participantes desejarem.

PREGUNTA (al Profesor Saulo Rada Aranda): ¿Considera usted que la reforma que se ha llevado a cabo en nuestro país en la enseñanza de la matemática ha estado acorde con las nuevas tendencias de la enseñanza en esta ciencia y en caso de no estar de acuerdo con esto, cuáles cambios sugeriría usted?

RESPUESTA: En líneas generales yo pienso que la reforma de los programas, principalmente a nivel medio y primario que comenzó a experimentarse en el país a partir del año 69 está inspirada, definitivamente en las tendencias que para aquel entonces marcaban la orientación de la enseñanza de la matemática a esos niveles. Lógicamente que este proceso de implantación fue un tanto incompleto ya que cuando se procede a una reforma, al principio se incurre en algunas exageraciones, siempre hay algunos detalles que hay que afinar posteriormente y en este caso, faltó un poco de evaluación en el programa que se implantó y de revisión constante posteriormente a la implantación de los mismos, ya que los programas correspondían a una época de transición y han permanecido hasta ahora 6 años. Evidentemente que hoy día es necesario reformular lo que se hizo en ese entonces.

En ese sentido hay algunos ensayos que se están llevando a cabo actualmente. Uno de ellos y al que quiero referirme, aún cuando sea muy brevemente, es a lo hecho recientemente por el Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC). Es un proyecto en el cual participaron un grupo de profesores del Instituto Pedagógico, de secundaria, etc., cuyo trabajo inicial se realizó el pasado mes de agosto. Allí partió de una impresión diagnóstica de la realidad actual en el campo de la enseñanza de la matemática restringida en este caso específicamente al ciclo básico de educación media. Se hizo un diagnóstico a dos niveles: por una parte, de las necesidades reales de la formación en matemática a nivel de educación media tal como era visto por profesores universitarios, en el sentido de ver cuál era la situación ideal a la cual se quería llegar y por otra parte, de un análisis de la situación actual, real, en el cual participaron un grupo de profesores de educación media. En base a eso y tomando en cuenta una serie de aspectos tales como el análisis del sector de educación del V Plan de la Nación, de los aspectos educativos de la constitución nacional, de las leyes de educación y de las recomendaciones internacionales de los últimos eventos relacionados con la enseñanza de la matemática, particularmente de las Conferencias Interamericanas de Bogotá, de Lima y de Bahía Blanca y del Seminario de las Aplicaciones de la Matemática en la Enseñanza y el Aprendizaje, que se llevó a ca-

bo en Montevideo a finales del año pasado, y con la colaboración de psicólogos en los aspectos inherentes a la transmisión del conocimiento, se diseñaron una serie de alternativas a seguir para mejorar los programas actuales. En base a esas alternativas se escogió una que ofrecía una cierta garantía en el aspecto de factibilidad y que si era no la más deseable, al menos en principio ofrecía mejorar significativamente la enseñanza de la matemática a nivel del ciclo básico común. Pero en conclusión, lo que ha quedado más o menos claro es que si hay un cierto consenso en lo que respecta a los contenidos que se deben enseñar en el ciclo básico, algo que se acepta uniformemente; lo que no estaba muy claro era el enfoque que se debía dar a la enseñanza. En tal sentido se adoptó un enfoque práctico, interdisciplinario y actitudinal-científico en contraposición al enfoque predominante epistemológico que tienen los programas vigentes.

Hasta ahora es algo que se está comenzando a implementar y es prematuro todavía generalizarlo a nivel nacional. Posiblemente para el año próximo, cuando se proceda a evaluar lo que se haya hecho y además se adelanten otros proyectos tanto para enseñanza primaria como para el ciclo diversificado, se podrá tener algo más concreto al respecto. Pero en líneas generales el proceso de reforma que se ha llevado a cabo en matemática, concretamente a mí me parece que ha sido sumamente positivo aún cuando es claro que ha faltado un poco de seguimiento, de evaluación, de afinar detalles y probablemente también un poco de supervisión en lo que respecta al proceso en general.

PREGUNTA (al Profesor Ricardo Losada): Si bien hoy día se ha logrado un cierto consenso en lo que respecta a la necesidad de enseñar matemáticas de una manera distinta a cómo se venía haciendo tradicionalmente, el desarrollo de esta ciencia y la constante aparición de nuevas aplicaciones y nuevas tendencias en la enseñanza de la misma, determina que los contenidos a enseñar estén bajo constante revisión. En la II Conferencia sobre Educación Matemática que se llevó a cabo en Lima, Perú, en 1966, se esbozó un programa actualizado de matemática para el nivel de educación media. ¿Cuáles tópicos considera usted que podrían afinarse hoy día en dicho programa, en virtud de las nuevas tendencias antes señaladas?

RESPUESTA: Para ello creo que es más importante que analicemos cuál es nuestra responsabilidad como profesores, y en especial de matemáticas. Naturalmente nosotros debemos transmitir conocimientos. Transmitir lo que nuestros antepasados nos han dejado y crear ciencia. Nosotros estamos interesados en este congreso en ver precisamente cómo, qué y en dónde debemos transmitir esos conocimientos. La matemática es una ciencia hoy muy extensa, supremamente extensa. La vida además es finita. Entonces tenemos que determinar, qué matemática debemos enseñar a los muchachos, a qué edad, y cómo debemos enseñarla. Es nuestra gran responsabilidad. Hay que tener en cuenta lo que se ha desarrollado en este siglo la matemática. Temas como la computación, que no existía anteriormente, hoy por hoy, todos los días, nos llegan trabajos e innovaciones, tanto en materia física, como en materia analítica. Entonces nos debemos preguntar ¿qué debemos enseñar y cómo? Pero tenemos que analizar a qué edad debemos enseñar que es lo más importante. En algunas clases de matemáticas yo hago un paralelo a mis estudiantes con los deportistas. Comenzar a hacer deportes, después de los 30 años es un poco difícil. A mí me parece que algo similar sucede en matemáticas, si no aprovechamos la edad de los 15 a los 25 para enseñarle suficientemente al muchacho las estructuras matemáticas, después va a ser bastante difícil que ellos puedan contribuir a lo que nosotros queremos, o sea producir ciencia. Entonces en ese sentido, me parece que debemos orientar, que debemos enseñar a un estudiante en el ciclo básico y en el ciclo diversificado.

Me parece que la ponencia que presentó nuestra delegación esta mañana dice claramente lo que debemos enseñar en el ciclo diversificado.

PREGUNTA: Ya hemos hablado un poco sobre los procesos de reforma en algunos países de Latinoamérica y de Europa. Nos acaba de ampliar su ponencia de esta mañana, el Profesor Ricardo Losada. Sería interesante ver ahora un poco sobre el enfoque y la metodología con que se deben trabajar los programas de matemática. Para ello le formulamos a la Profesora Emma Castelnuovo la siguiente pregunta:

En nuestros países se observa que un alto porcentaje de la población estudiantil de la educación media y en muchos casos, de la educación primaria, muestra poca inclinación a proseguir estudios relacionados con la matemática. En parte se atribuye esto al enfoque y metodología con que se trabajen los programas de enseñanza en la escuela primaria y en el ciclo básico de secundaria. En base a su experiencia, ¿Cuál considera usted que sería la actitud más apropiada de un profesor de enseñanza matemática a este nivel?

RESPUESTA: Quisiera decir solamente pocas cosas sobre la función que en mi opinión, tiene la enseñanza de la matemática en un primer ciclo, especialmente en el primer ciclo secundario. Cuando un país tiene una escuela obligatoria hasta cierta edad, por ejemplo hasta 14 años, esta escuela debe ser igual para todos los alumnos, debe ser una escuela en la cual se anulen las diferencias de las clases sociales, una escuela en la cual se hagan las amistades para siempre. Una escuela en la cual la mente del muchacho se abre a la vida. Debe ser la escuela en la cual con igualdad para todos, se construye una conciencia social y luego política. Cada muchacho debe tener la posibilidad de desarrollar sus dotes particulares. Dotes que pueden también no ser aquellos que se atribuyen a la inteligencia entendido en el sentido más restricto como muy frecuentemente se hace. Ahora bien, en tal escuela, en la escuela que queremos, la función de la enseñanza de la matemática, es en mi opinión enorme. En efecto, la matemática es la única asignatura, entre las que generalmente se enseñan en la escuela que no hace notar, no destaca el nivel social al cual el niño pertenece. No tiene ninguna importancia el hecho de que en familia se hable la verdadera lengua o el dialecto, alguna importancia si se vive en una hermosa casa o en un cerro. No interesa si los padres son intelectuales o analfabetos. Todos los alumnos son iguales delante de la matemática. Pero cuando digo esto, quiero decir que la enseñanza no debe tener como fin el de imponer elegantes y abstractas definiciones y demostraciones que vienen de lo alto. No deben producir un rigor anticipado, inoportuno, absurdo, arma del profesor contra los alumnos. La matemática que se enseña debe ser la verdadera matemática. Debe ser una contínua educación de saber ver. Saber ver con los ojos físicos, sea con los ojos de la mente. En conclusión debemos conducir al alumno, hacia la actitud del gran matemático. Dar la inquietud de la investigación y la alegría del descubrimiento. Baso solamente en esta manera que la escuela podrá tener una real función social. Es solamente así, que cada alumno podrá destacar sus particulares dotes intelectuales. Es de esta manera que no perderemos como se hace muchas veces, que no perderemos la mayor riqueza que tiene cada país, aquella de la inteligencia de su pueblo. Esto también puede ser peligroso para ciertos gobiernos.

PREGUNTA (al Profesor Willy Servais): En el proceso de renovación de la enseñanza de la matemática en países latinoamericanos, se ha criticado a veces, el que se tomen en cuenta las experiencias que han adelantado países más desarrollados en dicho campo. Se ha insistido en que deben elaborarse programas acordes con la realidad nacional en cada caso, independientes de las tendencias que se observan en otros paí-

ses. ¿Hasta qué punto considera usted que es válido trasladar experiencias provenientes de países con un alto grado de desarrollo matemático a los planes y programas de nuestros países?

RESPUESTA: C'est évidemment une question très délicate et n'attendez pas de moi des réponses miracles et assurées. Pour le temps assez court qu'avec d'autres compagnons j'ai passé ici, je me suis rendu compte combien vos problèmes sont multiples et vastes. Ce n'est pas une raison pour se laisser impressionner. Il faut balayer tout complexe et ne pas répéter trop souvent qu'il y a des pays sous-développés en voie de développement. Ja l'ai déja dit: les pays d'idées développés pourraient bien être pour le moment en voie de sous-développement. Dans nos pays d'Europe, aux Etats Unis, il y a vingt à vingt-cinq ans, tout était à faire pour donner à l'éducation mathématique de chaque communauté nationale une organisation et un contenu dignes de la mathématique vivante.

Nos solutions diffèrent par les traits de nos cultures, nos besoins spécifiques, nos possibilités en hommes et en moyens. Les Français, les Anglais, les Italiens, les Espagnols, les Hollandais, les Belges, les Allemands, les Russes, les Polonais, les Suisses, les Américains du nord, les Canadiens, les Japonais, ont tous leurs systèmes éducatifs, variés comme leur cuisine nationale. Les solutions différentes sont également nourricières si l'alimentation intellectuelle est bien balancée et bien équilibrée. Plus nos emprunts mutuels et nos contrastes ont assuré una fertilisation croisée, plus vous etes capables de faire la meme chose et de donner des solutions adaptées a vos pays ou les races indiennes, espagnole, portugaise, noire, sans parler de toutes les autres, ont mélangé leurs apports.

Aidez-vous de toutes vos forces en comparant les réponses que vos différent pays d'Amérique latine donnent à leurs problèmes.

Au-delà des structures éducatives, des contenus des programmes, des méthodes didactiques, il y a un problème à mon sens plus fondamental. Amener le plus grand nombre d'enfants à entrer dans cette construction de l'esprit humain qu'est la mathématique. Il faut les apprivoiser, et pour cela, faire appel à leur affectivité profonde plus encore qu'à leur raison abstraite.

Il y a un mot d'ordre à donner à tous pour déclencher una mobilisation générale des esprits des enfants en faveur de la mathématique. Soyez humains pour faire aimer la mathématique. Ajouterais-je qu'il est plus facile d'être humain lorsque les conditions de travail le sont?

Luttez pour qu'elles soient dignes de vous. Mais là interviennent des questions qui sont capitales, sociales et économiques, et je serais indiscret de dire comment il est possible dans vos pays d'avoir sinon le pouvoir politique, tout au moins une influence sur les décisions politiques.

PREGUNTA (al Profesor Jean Dieudonné): En los países latinoamericanos, como se ha expresado reiteradamente en las Conferencias Interamericanas sobre Educación Matemática, la demanda de docentes y matemáticos profesionales es muy grande, y en general no guarda proporción con la producción normal de las instituciones que se dedican a su formación. Esto ha obligado a recurrir frecuentemente a personal extranjero, a contratar un alto número de profesionales egresados de otras especialidades que no siempre tienen la formación apropiada para trabajar en la docencia y lo que es peor, se abusa del personal no graduado. ¿Es que en nuestros países no se sabe estimular al personal o al joven para desarrollar carreras matemáticas? ¿Es que en los países de alto grado de desarrollo matemático existe atractivo por la carrera de matemáticas y dicha carrera se considera ante las autoridades del estado y del público en general como algo importante para el desarrollo del país y si es así, cómo se ha llegado a promocionar dicha carrera? ¿Nosotros desearíamos saber si puede servir la experiencia de ustedes a nuestros países?

RESPUESTA: Je crois que quand un pays veut promouvoir des mathématiciens, la premiere chose à faire, c'est de leur donner des conditions de vie convenables. Comme dit l'adage latin: "Primum vivere". On ne peut pas demander à quelqu'un d'entrer dans une carrière si à côté, pour les mêmes genres de capacités et de formations il peut trouver des rémunérations bien supérieures avec des conditions de travail à peu près équivalentes. Par conséquent, jamais un pays n'aura de corps professoral convenable s'il ne lui donne une vie décente et ce à tous les niveaux, parce que, comme on l'a dit très souvent justement, et beaucoup de pays en ont fait la triste expérience, on arrive quelquefois à payer très bien des professeurs d'université, voire même quelquefois des professeurs du secondaire, et puis on laisse les professeurs de l'enseignement primaire croupir dans la misère. Le résultat, c'est que l'enseignement est mauvais parce qu'avec de mauvais instituteurs vous aurez des élèves mal préparés pour le secondaire, donc mal préparés pour le supérieur. Pour cela, la condition, si vous voulez, de la vie matérielle est absolument essentielle. Il ne faut pas surcharger à tous les degrés d'heures de cours énormes qui ne leur permettent même pas de réfléchir et il faut leur donner una vie décente. Je ne dis pas qu'il faut leur faire des ponts d'or, bien sûr, mais il faut qu'ils aient la possibilité de trouver dans la carrière d'enseignement, outre les satisfactions propres à cette carrière, les mêmes avantages matériels qu'ils trouveraient dans des carrières qui seraient adaptées à leurs capacités. Cela me semble la première condition.

La deuxième condition, c'est évidemment qu'il y ait un milieu scientifique qui soit sufisamment développé. Là évidemment, c'est un avantage que les pays dits développés ont énormément par rapport aux autres.

Je parle des mathématiques parce que c'est ce que je connais bien. Une école mathématique, une tradition mathématique, c'est quelque chose qui ne se développe que très lentement et qui est de longue haleine. Je ne crois pas que je blesserais ici les susceptibilités de mon voisin le Professeur Fehr en disant que même les Etats-Unis avec leur énorme puissance matérielle et spirituelle ont mis trois générations environ pour créer une école de mathématiciens. Il faut dire que depuis ils ont rattrapé leur retard, ils ont mis les bouchées doubles et actuellement tout le monde est d'accord pour leur reconnaître la primauté en nombre et en qualité dans le développement de la recherche mathématique. Mais enfin, si un pays comme ça, avec des ressources en hommes et en puissance matérielle a mis presque cent ans pour se créer une école mathématique, vous pouvez vous imaginer la difficulté qu'ont les plus petits pays. Il y a même un fait, un phénomene curieux en ce sens-là, c'est qu'un pays de dimensions trop petites a du mal a se créer sa propre école mathématique et que presque toujours les meilleurs mathématiciens du pays finissent par le quitter pour s'intégrer à un pays voisin plus important où ils trouveront beaucoup plus à parler. Donc, si vous voulez, il faut des milieux mathématiques, et il en faut beaucoup, et il en faut des très variés, pour que l'étudiant qui veut entrer dans les mathématiques puisse s'agréger à un groupe de gens qui comprendra non seulement des professeurs, mais aussi beaucoup de collègues, d'étudiants plus ou moins avancés, parce qu'on apprend souvent beaucoup plus en parlant avec un camarade qu'en écoutant le cours d'un professeur. Il faut des gens justement de tous les niveaux et avec des degrés d'avancement dans le travail

plus ou moins grand. Donc célà, c'est évidemment la seconde condition. Elle est difficile à réaliser sauf, comme je l'ai dit, dans des pays assez grands et dans des pays qui ont une tradition assez longue.

Alors, qu'est-ce qu'on doit faire lorsqu'on n'est pas dans ces conditions-là? A mon avis, il faut essayer de pallier les difficultés au maximum. Je crois en particulier que dans un pays comme le vôtre ou comme dans la plupart des pays d'Amérique latine, il faut que les mathématiciens forment un groupe uni, il ne faut pas que chacun travaille dans son coin, qu'ils ne s'occupent absolument pas des autres, du fait que vous êtes peu nombreux, que vous n'avez pas une tradition très longue et bien que vous n'ayez pas des écoles très développées, il faut pallier ces difficultés en se groupant ensemble, il faudrait avoir des réunions régulières non seulement dans la même ville, mais des mêmes provinces, des mêmes pays qui échangent constamment des idées, qui apprennent les nouveautés qui se passent à l'extérieur et si un d'entre eux revient de voyage, il peut parler de ce qu'il a entendu à l'étranger etc. Il y a une énorme possibilité là-dedans, et je crois que ça serait une des possibilités de développer beaucoup plus rapidement une école de mathématiques et, une fois qu'il y a une école mathématique, automatiquement les garçons qui, eux se sentent attirés par les mathématiques et pourvu qu'ils soient bien aiguillés, il y a bien entendu le problème de l'enseignement secondaire, pourvu que le professeur ait assez d'intelligence pour reconnaître qu'un élève est doué et lui conseille de se diriger vers les carrières mathématiques, beaucoup plus attrayantes et vous aurez dans ces conditions davantage de professeurs, ce qui est essentiellement votre problème numéro un.

PREGUNTA (al Profesor Howard Fehr): Pasamos ahora a ver un poco sobre las oposiciones que se han confrontado ante la reforma de la enseñanza de la matemática.

Desde sus inicios el proceso de reforma a la enseñanza de la matemática ha confrontado una serie de oposiciones por parte de diversos sectores a nivel internacional ya se mencionó en la conferencia del Profesor Dieudonné el debate que se planteó entre él y René Thom en Francia. Se ha hablado mucho últimamente de la oposición que ha adoptado el Doctor Morris Kline en Estados Unidos de América. Se ha hablado mucho sobre el libro que publicó "¿Porqué Juan no sabe sumar?", en el cual se dice que no sólo no sabe sumar sino además el libro lleva una serie de críticas al movimiento de la reforma, ¿piensa usted que estas reacciones pueden significar una tendencia a regresar a las formas más tradicionales de la enseñanza? ¿Es cierto que Morris Kline actualmente está apoyado por gente que fueron pioneros de la reforma y que tienen un gran peso en educación matemática en Estados Unidos de América? A Venezuela por ejemplo han llegado rumores de que Polya es partidario de Morris Kline. ¿Qué puede usted decirnos en relación a esta serie de comentarios?

RESPUESTA: Well, it is a rather delicate question again to tell someone his opinion concerning Morris Kline. Nevertheless, I will try my best to answer your question. Let me start off by saying that in the United States, there is no Central Ministry of Education, not in the Federal Government nor in many of the States. In the States, the Department of Education exists only for financial and overall reasons and they do not prescribe any curriculum.

Every school district, every school system is alone on its own in deciding what its mathematics program shall be. Nevertheless, for college preparatory students, there is a general overall program set by the College Entrance Examination Board, in geometry, in algebra, and then at its advanced level, in the calculus. We must understand something of the reform movement in the United States. The College Examination Board was dissatisfied with the type of mathematics found in the textbooks back in

1951, 1952, and 1953, and they were also dissatisfied with the type of knowledge that the students were displaying on the test about mathematics. And so, they created a Commission on Mathematics to study what should be done. The Commission made its report, but it made its report in a characteristic traditional form: update algebra this way, do the geometry this way, do some more algebra this way, and then teach some functions, and then prepare them by a precalculus course to do analysis. So, our suggested reform was one really of updating a traditional program set by the College Entrance Examination Board in 1901. This was accomplished by the School Mathematics Study Group, headed by Professor E. Begle, but now at Stanford University, and made a completely new set of textbooks to cover the program, beginning in grade 1 and going through the first year of collegial study.

This cannot be called a reform. None of the new terms appear in these books, except commutativity, associativity and distributivity. The word "set", of course, came in, but the teacher was not knowing what a set was, used it the way they wanted to, and of course, this brought forth just a part of criticism.

No attempt had been made to warn the teachers of what was coming, and the teachers were literally scared out of their wits, so that they could not teach the new material, which actually was not new at all.

But a new school program was some rather good mathematics and so the trouble began. This one program began in Florida, and it started in the seventh grade with a heavy dose of symbolic logic, for only the gifted children. And then they proceeded from there to abstract algebra, and so on. When the mathematicians saw this program, they did not ask whether some children can do it or not, they just simply got together and 68 of 69 of them signed a paper objecting to this type of mathematics, and I think, just to do so. That program is still in existence, but it is not in favor.

On the other hand, this program was so near the traditional program that after one or two years of teaching the program, all the teachers were happy with it. And so, we still began to teach algebra as it was taught in the fifteenth, sixteenth, and seventeenth centuries. Euler's algebra would be a good illustration of it. We insisted furthermore that any concept of function be limited to a few elementary ideas on functions.

As a result of this, we did make a little progress, and the elementary schools attempted to introduce continuity, non-continuity, distributivity, and associativity and commutativity, and they tried to teach this in a more formal way than should ever have been presented to elementary school children. This was dropped almost the first or second year after it appeared in the programs. Now, ten years later, Morris Kline makes criticisms. He is a very good classical historian of classical mathematics. And he is also a very good physicist in the electromagnetic field. But he did not take a chance of reading the books at all or maybe he heard the word "sets" and just like a bull sees a red fly he got mad and attacked. And he started raging about the terrible things that were being done in elementary schools and his book: "Why Johnny cannot read" - did a great disservice to the promotion of real, sound, good mathematics.

And I can say that it did not take more than a year for the mathematical world, at least for the National Council of Teachers of Mathematics to see that what this man Kline had said in his book was a strawman that should have been knocked over and they knocked it over. But anyone who objects to a program should be able to put a

program in its place and he never put what he called a good program because he never knew what he wanted to do. And so, if you criticize, you should be ready to tell what the remedies are. A real reform would have to be based on a unified mathematics beginning with sets, relations, mappings or functions, operations, and the structures that you build on these fundamental ideas and we could englobe all of the worldwide geometry and all of the algebra within such a program and yet include a very good study of linear algebra and vector spaces. I was rebuffed by the SMSG saying this would never be possible in the United States of America. That made me angry, so I drew up a proposal in which I invited people from Europe, from the Northern countries, from England, and from the United States to participate and it was supported by the Federal Observant Education and the National Science Foundation and we built a program on unified mathematics.

Where we do this, there was a program for six years of study showing exactly how we would teach each type of concept, beginning in the seventh grade in a totally informal instructive way, in the eighth grade introducing some logic and beginning with those things wherever logic can be used, and in the ninth and tenth grade getting into some good solid genuine mathematics, and in the eleventh and twelfth grade doing real work in analysis and the application of analysis to probability and statistical distribution.

This program, then, was worked out, year by year. We trained the teachers both in mathematics and in the nature of the course we were offering and also in how to teach it, and Dr. Willy Servais who is here on the platform did a magnificent job of training the teachers, and there is your first obstacle to doing a reform movement. You must not scare the teachers. We will learn to do it. You must take the teachers into your confidence. They must be informed before the programs enter into operation. Otherwise, they will fail, they will be criticized, and then you will have nothing less than ten or fifteen years of worry before you can begin anew again. These teachers taught the course to selective students. We deliberately limited our program to the student body of the upper fifteen per cent of the elite in mathematics and science, in general.

In the second year, we rewrote the book on the criticism we received from the teachers and from the supervisors of the program. The third year, we put it in the final stage knowing that what we had there would be learnt by good students taught by properly educated teachers. The program is now complete. We have 80.000 people studying it this year. We have over 3.000 teachers trained to teach it most of whom, even if the program is dropped, will not stop teaching correctly the good things they had in this program.

And I want to say that we tested this and evaluated this with the College Entrance Examination Board because we did not teach any euclidean synthetic geometry whatsoever. Not a bit of it.

And I can tell you that by teaching the affine plane synthetically for four weeks and then immediately getting into the coordinated plane and then getting into algebra and then getting into a vector and transformations with the usual matrices you can accomplish two years of the old-fashioned study in about four to six months. And that is why we are doing it and we can do it. Now, the question is: Will it be a fact? Morris Kline has not said a single word about our program. He cannot.

And the fact is that we have records to show that our students on the College Entrance Board examinations never having any geometry of this type nor the old euclidean type did far superior work. On the 14 questions, they exceeded those who came from the regular geometry of the synthetic type in solution, these problems at the one thousandth level of confidence which is higher than anyone could ever hope to get. We know from our evaluation that our students have good aptitudes for mathematics and do not lose them with mathematical aptitude tests.

Now, I did not come here to sell our program. I do not want to sell any program. But I did want to say this. That you must first educate the teacher, you must educate the general public, especially the scientific public: the engineers, the people who work in electronics and other types of industry and they will see at once the value of this type of mathematics.

And having educated them, you must look for that person who is out to cover you over the head and mock you. And you must meet him ahead of time. And if you meet him ahead of time, you meet not too early.

I think I have just closed this remark by saying that at a recent demonstration of this so-called contemporary unified mathematics, Professor Kline and I were present. The children were doing order relations, but especially they were doing equivalent relations. And they were doing a magnificent job. They used our diagrams. But when he finished, he said: Oh, well, I can do it, but so what. Then I gave him a small problem. I said: A man has a heart attack. There are three different curing categories: slight, murderous and dangerous. The probability is known for each of these types of heart attacks for people over fifty years of age. It is gathered by statistics. Now, I said to Professor Kline I know in which category I was. An equivalence relation puts me into that category and I did not know what the doctor meant because I did not know this disease to happen, but he said: You stay here in this heart center because I want you here, we have the place, you like it here, and the nurses are certainly beautiful and nice. Well, I was paying three hundred dollars a day for that room and that care. If I went downstairs to the recovery room I would have paid only eighty dollars a day. Meaning then a lot to me at that time. I was taken care of and my life was spared, I said Morris Kline because that medical doctor, a heart specialist, knew probability and he knew how to use the coordination and separation of partitioning of sets and knew what it meant. He spared my life. Every teaching doctor ought to know all about sets and the partition of sets and their application to probability. That is a good thing.

INTERVENCIONES DE LOS PARTICIPANTES EN LA CONFERENCIA

PREGUNTA (de Rafael Fernández Nieto): Mi experiencia es en primer lugar en educación. Soy licenciado en educación con un post-grado en estadística del Ministerio de Educación y me preocupa el problema de la enseñanza de la matemática y de la estadística; desde el punto de vista del problema instruccional a mí me parece que se ha insistido bastante y es claramente evidente que para nosotros poder mejorar nuestro sistema de educación en matemáticas debemos tener en primer lugar y como algo fundamental muy buenos profesores con conocimientos académicos suficientemente válidos y bien establecidos pero, mi pregunta es la siguiente: es que acaso la formación de un buen profesor con una buena formación en matemáticas es suficiente para garantizar el

éxito, la efectividad de todo un programa académico en matemática tanto a nivel primario, secundario como a nivel universitario, en otras palabras vamos a asumir en este caso cuando suponemos que es suficiente la formación de buenos profesores de matemáticas el que vamos a tener en cada salón de clase un profesor con una buena lección o una buena cátedra de matemáticas, pero, que hay en relación con otros recursos fundamentales relacionados con la enseñanza de las matemáticas, concretamente todos aquellos materiales instruccionales que sirven de ayuda complementaria, recursos tecnológicos, materiales de apoyo, libros de ejercicios, etc. concretamente quisiera referirme a unas investigaciones que se han hecho en la Universidad de Wisconsin en el llamado proyecto DMP -development and mathematical processes- en el cual se trata de enfocar la matemática o la enseñanza de las matemáticas con una integración total, no solamente de contenidos y de aspectos pedagógicos pero incluyendo también todo lo que se refiere a recursos de evaluación continua sistemática, la elaboración de materiales para el uso de los alumnos e igualmente otro tipo de materiales: luego, quisiera sintetizar mi pregunta en esto: ¿no es acaso conveniente concebir el problema de la enseñanza de las matemáticas en una forma más integral, más sistemática, más completa por cuanto el problema de la enseñanza de las matemáticas es mucho más complejo y es mucho más completo?

RESPUESTA (Willy Servais): Voici, je pense que pour bien enseigner les mathématiques il faut en connaître assez convenablement les idées fondamentales, il n'est pas possible d'enseigner les mathématiques uniquement avec une formation qui serait purement pédagogique mais, comme vous le dites, connaître la mathématique même solidement n'est pas suffisant pour faire qu'un professeur soit bon, la question est de savoir comment développer l'aptitude positive des élèves envers la mathématique. Comme les enfants sont variés, il faut avoir recours à tous les moyens dont on peut disposer autour de soi et en se disant que si tel enfant n'est pas accessible à une pensée algébrique il le sera à un modele intuitif géométrique, que s'il ne conçoit pas une liaison logique entre des faits il sera peut être sensible à une liaison causale, je pense beaucoup en matière d'enseignement de la mathématique qui n'est pas une science mais un art c'est-à-dire, une action pour des connaissances scientifiques et qu'il faut concevoir les choses un peu comme une bonne diète en matière alimentaire. Maintenant je dirais volontiers que si dépassant ce que je dis, on allait comprendre que dans la technologie de l'éducation il suffit d'avoir des gadgets pour faire de la bonne besogne je dirais non, je dirais même encore plus, que la pédagogie de la mathématique elle-même n'est là que comme servante, elle n'est pas là pour faire un show pédagogique n'est ce-pas, et, alors en définitive je reviens a ce que disais si vous avez les moyens employez-les, mais il ne faut pas qu'ils deviennent envahissants, il y en a qui croient qu'en faisant de la télévision en circuit fermé ça va resoudre tous les problèmes et finalement par cette méthode on en arrive à retourner à un enseignement "ex-cathedra" qui est plus fossile, pardonnez-moi, que l'enseignement "ex-cathedra" qui se fait derrière un bureau avec un tableau noir, parce que l'on n'a même pas les auditeurs ou les spectateurs devant soi; alors je pense qu'il y a toute une chose positive que l'on peut faire en technologie de l'éducation, mais il faut que ça aille de pair avec une connaissance approfondie du sujet de la mathématique et aussi de la psychologie de l'adolescent auquel cet enseignement s'adresse et en toutes ces matières il ne faut pas dire des généralités, il faut en psychologie avoir en vue la psychologie différentielle qui montre que tel type d'intelligence n'est pas analogue à tel autre et que, pour celle-là, il faut suivre telle voie, plus profondément je croirais que des considérations psychanalytiques seraient de nature très importantes en matière d'enseignement de la mathématique.

PREGUNTA (de Ennio Romero): Yo quisiera hacerle una pregunta al Dr. Fehr, en relación a lo siguiente: Es cierto que, los Estados Unidos a raíz del lanzamiento del Sputnik ruso al espacio, se abocó a una reforma curricular fundamentalmente centrada en el desarrollo de las matemáticas, de la ciencia, y creo que los idiomas modernos, y ello ha producido un enfoque el cual ha sido cuestionado como se ha manifestado aquí por eminentes matemáticos norteamericanos como el Dr. Morris Kline y otros, uno de los fundamentales promotores de tal reforma curricular a comienzo de la década de los 60, fue el Dr. Zacarías, y mi pregunta viene entonces fundamentada en el hecho de que actualmente a partir del año 1974, se está realizando un programa de televisión educativa, precisamente dirigido por el Dr. Zacarías, en orden a clasificar los conceptos que el nuevo enfoque de la matemática le ha producido a los estudiantes, es decir, el fundamento de este programa de educación matemática televisado en los Estados Unidos y dirigido por el Dr. Zacarías y quien fue uno de los pioneros de la reforma curricular de las matemáticas al comienzo de los 60, tiene como fundamental objetivo el de clarificar los conceptos matemáticos que ahora están un tanto confusos en la mente de los jóvenes americanos. ¿Cree usted que esta posición sea coincidente con la del Dr. Morris Kline y otros cuestionadores de la orientación de aquella reforma curricular de los años 60?

RESPUESTA (Howard Fehr): The criticism of Dr. Zacharías is a different one than the criticism of Dr. Kline. Zacharías is a physicist, and of course, as a physicist he uses mathematics. But he has never taught mathematics at the universities and colleges, except at the Massachusetts Institute of Technology where he teaches physics from a mathematical point of view. So, there is no question of his eminence in the field of physics. He headed not the mathematics reform, but the reform in teaching of physics in the early sixties. and there was a physical science study commission. And they produced a book which was to exhibit physics as it is conceived in the last part of the twentieth century and not as conceived in the last part of the nineteenth century. This physics book has had a good reception. It has been used for changing physics courses in the United States. It is an exceedingly difficult book and it cannot be covered by even a good class in one year. But it can serve as a source book. The only thing that I find in objecting to it is the incorrect use of mathematics. They take a function $\frac{r^2 - s^2}{r - s} = r + s$ and develop the formula and then do not say that $r \neq s$, and they get the result. They do not tell you that you are not permitted to divide by zero. That does not bother the physicist. He uses mathematics to get his results.

Zacharias founded a Scientific Educational Research Institute. I forget the exact name of this Educational Research Corporation. It gets grants of no less size than one "zach", named after "zacharias". One zach is the equivalent of 250.000 dollars, about a million bolivars. Anything less than that he will not take. The program that you referred to about televising the teaching of arithmetic is a program for the elementary schools to teach arithmetic so they will know what it is all about. He uses sets of objects, but he does not call it a set. The results of this are totally unknown as yet, but we have had at least five different programs that were going to teach arithmetic so that all children could learn it. And I think by this time we ought to come to the conclusion that not all children learn it the same way or can learn the same thing at the same time. But we still have people who insist that this is a false assumption, but nevertheless I am quite willing to have people experiment with it.

A continuación hubo intervenciones de Eleazar Bermúdez, Ramón Alberto Mata, Felix Salazar, que fueron comentadas por J. Dieudonné, E. Castelnuovo y A. Micali, después de lo cual se levantó la sesión.

* * *

PARTE IV

INFORMES SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA

INFORME DE ARGENTINA

La enseñanza de la matemática en la Argentina ha tenido pocas variantes desde la Tercera Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática realizada en Bahía Blanca en el mes de noviembre de 1972. Podríamos reproducir, casi sin variantes, el informe preparado en aquella oportunidad por el profesor Atilio Piana. Nos limitaremos a los párrafos esenciales del mismo, completándolos en algunos detalles para tener en cuenta las escasas novedades del período 1972 - 1975.

COMISION NACIONAL PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA

En 1964 se creó la Comisión Nacional para la Enseñanza de la Matemática, dependiente del Ministerio de Cultura y Educación, que actuó hasta 1966 y a cuyas sugestiones se debieron gran parte de las actuaciones de organismos oficiales respecto de la enseñanza de la matemática, como está expuesto en el informe de la Segunda Conferencia Interamericana de Lima. A fines de 1968, el ministerio creó una nueva Comisión Nacional, con los mismos fines que la anterior, de aconsejar sobre las medidas más convenientes para modernizar la enseñanza de la matemática en todos los niveles. La comisión elevó en 1969 un proyecto de contenidos generales desde el jardín de infantes hasta el último año del ciclo medio, proyecto que no fue puesto en práctica. A fines de 1971 la comisión preparó los programas de matemática para los cursos de profesorado de nivel elemental y colaboró en la elaboración de los nuevos lineamientos del curriculum para las escuelas primarias. En 1972 la comisión se disolvió y sus sugestiones fueron solo parcialmente tenidas en cuenta en algunos cursos experimentales.

CURSOS EXPERIMENTALES

Entre 1963 y 1970 se llevó a cabo una interesante experiencia en 10 establecimientos de enseñanza media de la ciudad de Buenos Aires y del interior del país dependientes del Ministerio de Cultura y Educación. El objetivo de este ensayo fue el de experimentar nuevos métodos, técnicas y procedimientos en el proceso enseñanza-aprendizaje de varios aspectos de la matemática actual: conjuntos, relaciones, funciones, transformaciones geométricas, estructuras algebraicas, nociones de probabilidad y estadística y nociones de límite, continuidad y derivada. Como consecuencia de los resultados obtenidos fueron modificados parcialmente los programas oficiales de matemática en todos los establecimientos de enseñanza media. En particular, en 1971 se inició la aplicación experimental de un nuevo programa de álgebra a nivel de tercer año del ciclo básico (edad 15 años) con las siguientes unidades: lenguaje conjuntista, leyes de composición interna, estructuras de grupo, anillo y cuerpo, números reales, polinomios, vectores y sus aplicaciones a la geometría plana.

Cursos experimentales diversos y seminarios para docentes en los cuales se discute la puesta en práctica de temas nuevos han tenido lugar durante los últimos años en muchos establecimientos dependientes de universidades nacionales y organismos provinciales. Pueden citarse, sin ser los únicos, los realizados en el Liceo Víctor Mercante de La Plata (Profesora Gonzáles Baró y colaboradores), los que responden a los programas y textos redactados por los Profesores César A. Trejo y Jorge Bosch (colegios secundarios de La Plata y Liceo Naval), y los introducidos por el Profesor Roger Mascó en el Instituto Politécnico de Rosario, en vista principalmente a la formación de técnicos de nivel medio. Otros ensayos han sido hechos en el Colegio General San Martín de Mendoza (Profesora Alderete de Soraire y colaboradoras) y en el Colegio San

Pedro Nolasco de la misma ciudad. En Resistencia hay que señalar las experiencias del profesor Hugo Acevedo y colaboradores patrocinadas por el Consejo General de Educación de la Provincia del Chaco y el departamento de extensión universitaria de la Universidad Nacional del Nordeste. En la ciudad de Mar del Plata, la profesora Elsa Elena Chamas viene realizando, desde 1971, interesantes experiencias en distintos cursos de escuelas secundarias dependientes de la nación y de la provincia. En Corrientes, la Profesora Elena Cottet y colaboradoras han puesto en marcha en la escuela primaria los programas de Papy.

Experiencias con números en color e iniciación al lenguaje conjuntista han sido llevadas a cabo en Mendoza (Profesora Josefina Cosentino), La Plata (Profesor Alfredo Palacios), Rosario (Profesora Ziperovich), Corrientes, Río Cuarto y otros puntos del país. Cursillos breves y conferencias para profesores y maestros en actividad de corta duración, pero de mucha influencia por sus brillantes contenidos, han sido dadas por especialistas extranjeros como Dienes, Elizabeth Williams (1973 y 1975) y Edith Biggs (1974).

CAMBIOS EN LOS PROGRAMAS

Los cambios en los programas de la escuela media iniciados en 1966 han substituido con escasas modificaciones, a pesar de que en un principio se consideraron como tentativos en espera de una modificación posterior mas completa y substancial en vista a los resultados conseguidos. A partir de 1967 se aplicaron nuevos programas de matemática en el 4° año de la escuela media (bachillerato y comercial) que se caracterizaron por una importante poda de la geometría del espacio tradicional y la incorporación, en su lugar, de nociones de probabilidades y estadística. En 1968 comenzaron a aplicarse nuevos programas en el 5° año del bachillerato y comercial, con introducción de elementos de cálculo y reordenando la matemática financiera, pero conservando la presentación de la matemática clásica.

FORMACION DOCENTE Y ACTUALIZACION DEL PERSONAL EN ACTIVIDAD

En la Argentina los estudios de profesorado de matemáticas para el ejercicio de la docencia en el nivel medio, tiene 4 años de duración y se cursan en 13 institutos oficiales y 20 privados. Los de profesores de nivel elemental (magisterio primario) se cursan en más de 200 institutos oficiales y privados y tienen dos años de duración. Para cursar cualquiera de dichos profesorados se exige haber aprobado el ciclo secundario completo.

Los planes del profesorado elemental comprenden, además de otras asignaturas, dos cursos de matemática cuyos programas incluyen: lógica, conjuntos, relaciones, leyes de composición, números, probabilidades finitas, nociones sobre estructuras algebraicas y nociones de estadística educativa.

En cuanto a la actualización de profesores en actividad, son abundantes los cursos breves locales organizados por diversas instituciones nacionales o privadas, pero sin carácter sistemático ni de carácter nacional. Los más importantes son los organizados por un convenio entre el Ministerio de Cultura y Educación y la OEA, dentro del programa regional de desarrollo educativo de esta última organización, los cuales se realizan anualmente (durante los últimos 5 años), tienen 6 meses de duración y asisten profesores en actividad, argentinos y algunos becarios latinoamericanos, con un total de alrededor de 30. En estos cursos, se dictan conferencias, y seminarios sobre las nuevas tendencias en la enseñanza de la matemática, junto con cursos regulares de álgebra lineal estructuras algebraicas, probabilidades y estadísticas y temas variables.

Aparte de estos cursos nacionales, hay que mencionar otros de carácter local y sobre temas más específicos. Existe por ejemplo desde hace varios años, el seminario Dassen de la Sociedad Científica Argentina, dirigido por el Profesor César A. Trejo que se dedica principalmente a discutir y analizar temas de metodología y didáctica de la matemática a nivel secundario.

PUBLICACIONES

Especial mención merece la revista "Conceptos" que su editor Profesor José Banfi publica desde 1967 (continuación de "Elementos" que se publicó entre 1963 y 1966). Actualmente "Conceptos" está en su número 34 y cumple una meritoria labor de información y discusión acerca de las tendencias actuales en la enseñanza de la matemática, principalmente de nivel medio, sin descartar los problemas de la primera enseñanza. En sus números pueden encontrarse tanto las noticias de los principales acontecimientos mundiales al respecto (conferencias, reuniones, recomendaciones, programas) como artículos y comentarios de profesores argentinos y de otros países.

En cuanto a libros de texto, tanto para la escuela primaria, como para la secundaria, la bibliografía ha crecido mucho en los últimos años, como puede verse en los catálogos de las distintas editoriales argentinas.

El Consejo Nacional de Educación, dependiente del Ministerio de Cultura y Educación, ha publicado en los últimos años unos fascículos destinados a los maestros de enseñanza primaria, desde el primer grado, titulados "Educación para la Reconstrucción", con normas y contenidos para la enseñanza de la matemática, con enfoque conjuntista desde el comienzo.

ACTIVIDADES EXTRAESCOLARES

Entre 1971 y 1973 se realizaron las Olimpíadas Matemáticas Argentinas, destinadas a alumnos del ciclo medio, divididas en tres niveles. En la de 1971 participaron 31.000 alumnos, que se fueron eliminando por sucesivas pruebas parciales (escolares, regionales y provinciales) para culminar en las pruebas finales, de carácter nacional, aunque después se ha interrumpido la realización de las Olimpíadas, durante las tres realizadas se reunió una cantidad abundante de material (problemas y soluciones de los mismos, algunas originales de los alumnos, de singular interés) que en parte fue publicado en un boletín de las Olimpíadas. El resultado se estima muy positivo, en especial para mover la inquietud de los profesores hacia la búsqueda y solución de problemas capaces de despertar el interés de los alumnos.

ESTADISTICAS RECIENTES

En esta Cuarta Conferencia Interamericana en la que uno de los temas a tratar es el de la enseñanza diversificada, puede ser interesante tener a mano la distribución por especialidades de las principales características de la enseñanza, aunque no se refiere a la Argentina, las estadísticas oficiales del Ministerio de Cultura y Educación de 1974 contienen los datos de la página siguiente.

Teniendo en cuenta que la introducción de la matemática moderna ha sido llevada a cabo, y aún muy parcialmente, en los estudios del bachillerato (tanto en los programas como en los profesores), en menor escala en el comercial y casi nada en las escuelas técnicas, resulta que, en el mejor de los casos, las ideas modernas han llegado a un 36,8 por ciento del alumnado de escuela media.

EDUCACION MEDIA

Especialidad	N° alumnos	Porcentaje	N° Establecimientos	Porcentaje
Bachillerato	440.304	36,8	1.774	38,8
Comercial	392.511	32,8	1.419	31,0
Técnica	322.710	26,9	1.084	23,7
Agropecuaria	9.249	0,8	110	2,4
Artística	24.683	2	107	2,3
Asistencial	3.685	0,3	59	1,3
Varias	4.587	0,4	24	0,5
Total	1.197.729	100	4.577	100

EDUCACION SUPERIOR

Universitaria	N° alumnos	Porcentaje
Medicina	62.942	12,6
Ciencias básicas y tecnológicas	162.536	32,7
Ciencias sociales	154.564	31,1
Humanidades	61.260	12,3
Total	441.302	88,79

No Universitaria	N° alumnos	Porcentaje
Profesorados	47.211	9,5
Otras especialidades docentes	460	0,1
Especialidades no docentes	6.962	1,4
Artística	1.792	0,3
Total	56.425	11,21

CRECIMIENTO DEL NUMERO TOTAL DE ALUMNOS

	1970	1971	1972	1973	1974
Primaria	3.648.057	3.667.905	3.669.007	3.741.456	3.778.434
Media	980.558	1.024.210	1.058.945	1.125.715	1.197.729
Superior	293.302	342.979	351.287	423.824	497.727

* * *

RELATORIO SOBRE A SITUAÇAO DO ENSINO DE MATEMATICA NO BRASIL

Ubiratan D'Ambrosio

Dois fatos marcam fortemente a posição do ensino de Matemática no Brasil a reforma do ensino secundário e o Plano Básico de Desenvolvimento Científico e Tecnológico.

A reforma do ensino secundário, estabelece um 1° grau com duração de 8 anos e um 2° grau com duração de 3 a 4 anos e de carácter profissionalizante. O 1° grau deve necessariamente conduzir a uma profissão. A reconciliação da profissionalização com a preparação as escolas universitárias tem sido talvez o ponto de maior dificuldade na implantação da reforma.

Relacionada com a reforma, e de fato visando sua implantação, foram criadas as Licenciaturas em Ciências, por instrução do Conselho Federal de Educação, de julho de 1974. As novas Licenciaturas em Ciências têm por finalidade formar em 4 anos, professores para os 1° e 2° graus, de tal modo que a primeira componente da licenciatura, com duração mínima de 2 anos e 180 horas, prepara professores de ciências, habilitados a lecionar no 1°grau e a 2a. parte da licenciatura, 3° e 4° anos, com duração adicional de 1000 horas, prepara professores com especialização nas diversas ciências (Matemática, Física, Química, etc.) para lecionar nos cursos de 2° grau. Essencialmente, o espírito da Licenciatura em Ciências é integrador, devendo idealmente a primeira componente de dois anos, apresentar a ciência integralmente, desenvolvida a partir de projetos. Infelizmente, as universidades estão encontrando dificuldades na formação básica, adotando um esquema de mosaico, justapondo todas as ciências como disciplinas estanques. Desse modo, nos dois primeiros anos tem-se um currículo enfraquecido das disciplinas especializadas, em particular da Matemática, seguido nos 3° e 4° anos de estudos intensivos das disciplinas específicas correspondentes as especializações.

Tais preocupações integradoras e profissionalizantes nas reformas de 1° e 2° graus, e conseqüentemente nas licenciaturas, refletam uma situação que se generaliza em vários países do mundo, qual seja, há de questionar a validez de uma estrutura educacional em que as ciências, em particular a Matemática, são estudadas desligadas de qualquer contexto e visando apenas o desenvolvimento dessa própria ciência.

Um outro fator de grande relevância no ensino de Matemática nestes últimos anos é relacionado com o chamado "Plano Nacional de Pós-Graduação", consequência do Plano Básico de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. Trata-se de um esforço maciço das agências governamentais no sentido de estimular o mestrado e o doutorado. Os objetivos do Plano Nacional de Pós-Graduação indicam a formação de cerca de 1000 mestres e doutores em Matemática nos próximos 5 anos. Tal plano, âltamente financiado, gera um aceleramento e desenvolvimento dos cursos de pós-graduação no país, com reflexos evidentes na pesquisa matemática. Digno de menção, é o esforço do Ministério de Educação e Cultura, em convênio com a Organização dos Estados Americanos, para o desenvolvimento, em nível de pós-graduação, de elementos capazes de agir na implantação das novas licenciaturas.

En tal clima de integração da Ciências e Matemática, o ensino de Matemática nas escolas de 1° e 2° graus em universidades, sobretudo nas de 1°grau, passa por um período de incertezas e busca de uma definição. Os movimentos para introdução de matemática moderna nas escolas de 1° e 2° graus, originalmente fortemente influenciados pelos projetos School Mathematics Study Group, e pelos seguidores das linhas de Papy, Dienes, "reforma francesa", e outros e representado no Brasil por grupos de estudos, passam agora por um questionamento intenso. Raros são os estados aos quais compete a estruturação e definição dos currículos de 1° e 2° graus, que podem definir a sua filosofia no que se refere ao ensino da Matemática. De fato, um questionário enviado as Secretárias de Educação de todos os Estados brasileiros, visando a preparação deste relatório, foi respondido por apenas 4 Estados. E mesmo essas respoustas são pouco esclarecedoras quanto a existência de uma diretriz e filosofia para o ensino da Matemática.

Talvez o passo mais notável a esse respeito tenha sido o aparecimento do "Guia Curricular para o Ensino de 1° Grau", elaborado em 1973 pelo Centro de Recursos Humanos "Laerte Ramos de Carvalho", da Secretária de Educação de São Paulo, sob responsabilidade de uma equipe de professores universitários e secundários. Amplamente discutido e testado, tal guia representa um esforço meritório no sentido de fixar uma diretriz para o ensino de Matemática no 1° grau. Com grande influência nos demais Estados brasileiros, representa a melhor aproximação do que seria uma direção que toma o ensino de 1° grau em Matemática no país. Como era de se esperar, o guia atraiu acirra das críticas de vários grupos ligados ao ensino.

Outro acontecimento importante no ensino de Matemática no país, foi o Seminário de Ciência e Matemática, organizado pelo Projeto de Ciências de PREMEN (Programa para Expansão e Melhoria do Ensino), órgão do Ministério de Educação e Cultura e que teve lugar em outubro de 1973 no Rio de Janeiro. Sabiamente, o "Projeto de Ciências" organizou dois seminários simultâneos, um sobre "Ensino de Ciências" e um sobre "Integração de Ciências e Matemática", antecipando as novas licenciaturas de ciências e refletindo a angústia das autoridades quanto a implantação da reforma de 1° e 2° graus. Tal Seminário deu origem a vários projetos financiados pelo Ministério de Educação e Cultura, através do Projeto de Ciências do PREMEN, para intensificação da integração da Matemática com as demais ciências, e a introdução de Matemática Aplicada na escola secundária, conforme as recomendações da III Conferência Interamericana sobre Educação Matemática (Bahia Blanca, 1972) e da Reunião de Montevidéo (Unesco, novembro 1974). Estão em elaboração pelo Projeto de Ciências, unidades de *"Geometria Experimental"* e de *"Funções"*, ambas de carácter fortemente integrador, de *"Equações e Inequações"*, conduzindo à programação linear, todas para o 1° grau, e de *"Introdução à Computadores N° 2° grau"*, todos sob responsabilidade da Universidade Estadual de Campinas. Unidades de *"Introdução à Estatística"* e *"Análisis Combinatória"*, ambas para o 2° grau, estão sendo elaboradas sob responsabilidade da Universidade Nacional de Material Escolar (FENAME) as pressões acessíveis em todo o país, deverão estimular inovações no ensino de 1° e 2° graus, mesmo em regiões menos desenvolvidas. Servirão, espera-se, parapon to de partida para novos grupos de pesquisa em ensino de Matemática.

Ao mesmo tempo foram intensificados os trabalhos de vários grupos de estudos sobre ensino de Matemática, bem como o aparecimento de outros, com projetos e direções de pesquisa específicas. Entre estes se destacam o GEEM (Grupo de Estudos do Ensino de Matemática), fundado em 1961 e com sede em São Paulo, o Geempa (Grupo de Estudos para o Ensino da Matemática de Porto Alegre), o CIPEM (Centro Interdisciplinar de Pesquisa sobre o Ensino da Matemática), com sede em Campinas, e o grupo se desenvolve no Centro Educacional de Niterói. Alguns desses grupos seguem linhas incorporadas a movimentos internacionais, enquanto outros procuram desenvolver estudos e projetos experimentais de investigação, ligados a realidade brasileira. Alguns esforços no sentido de introduzir o estudo de Computação nas escolas de 2° grau, bem como investigações sobre o impacto das minicalculadoras no ensino de aritmética estão sendo desenvolvidos.

Esforços no sentido de levar a Matemática mais próxima ao grande público são ilustrados pela elaboração de filmes de matemática pela TV Cultura de São Paulo, e pelo esforço da TV Globo do Rio de Janeiro em desenvolver um currículo de Matemática para crianças. Além disso, registram-se inúmeros projetos comerciais para o desenvolvimento de material audio-visual, utilizando mini-cassetes e diapositivos com ampla divulgação extra-escolar.

* * *

INFORME DE COLOMBIA

Ricardo Losada

En Colombia, como en todos los países, se ha venido consolidando lo que podríamos llamar en este siglo la revolución de las matemáticas pues el espíritu que ha levantado éstas y otras conferencias internacionales, nacionales, coloquios y publicaciones ha influido para que el profesorado y las entidades que tienen a cargo la administración de los programas docentes hayan recomendado y ejecutado cambios definitivos en todos los niveles de la enseñanza de la matemática. Estamos pues con el ansia y el deseo de cambio y en el país se respira un ambiente que permite adoptar metodologías nuevas y programas de acuerdo a lo que en esta conferencia y en las anteriores se ha venido discutiendo sobre la nueva matemática, si así pudiéramos llamarla.

Ha sido, este período desde la 3a. Conferencia en Bahía Blanca, especialmente benéfico para el desarrollo de la matemática en Colombia a nivel de la educación secundaria, ya que el gobierno aprobó a fines del año pasado un programa que ha tenido como referencia las recomendaciones formuladas en las Conferencias Interamericanas anteriores y si bien es cierto no llega a lo que podríamos llamar el programa ideal, si da un enfoque sobre la matemática de acuerdo a los desarrollos de la misma, especialmente en este siglo.

Sin embargo, ya solucionado este problema (fundamental y tal vez el principio) estamos abocando otros que hay que resolver lo más pronto posible, pues de lo contrario todo quedaría en un simple deseo de cambio.

La capacitación del personal docente que lo desarrolle es el paso siguiente que estamos dando a través de una reforma en los programas universitarios de formación de licenciados, incluyendo temas como el de computación, probabilidad, etc., que permitirán a los nuevos maestros desarrollar el programa con propiedad. Naturalmente este proceso es largo pero se han venido programando en varias universidades cursos para el personal en ejercicio con el fin de lograr una pronta implantación de la nueva orientación y metodología que el nuevo programa implica.

Existe un grupo de profesores en la Universidad Nacional que inició un estudio de la reforma y comenzó un programa experimental de capacitación del profesorado y elaboración de textos especialmente elaborados para desarrollar la filosofía que anima el cambio que se ha hecho. La universidad ha escogido esta investigación y marca una etapa definitiva en la enseñanza secundaria, pues un equipo conformado por profesores universitarios y del nivel secundario podrán entrar a orientar la matemática a este nivel.

En materia de publicaciones para desarrollar los nuevos tópicos ha sido realmente escasa en las universidades, algunos grupos de profesores han elaborado varios textos pero todavía se siguen los tradicionales o literatura importada dentro de la gran hojarasca seudo matemática de publicaciones que existen en la actualidad de acuerdo con lo expresado por el Profesor Freudenthal en la Conferencia de Argentina.

Realmente el país está en mora de iniciar un programa intenso de publicaciones que le permitan enseñar matemática como realmente debemos hacerlo, sin embargo en esta conferencia deberíamos discutir planes conjuntos entre las naciones para producir este material pues ello implicaría naturalmente bajos costos y buen nivel académico si se estructura algunas comisiones multinacionales con este fin.

Sería importante que los centros regionales que existen como el CIAEM, marcará pautas definitivas para que los países puedan colaborar naturalmente en este plan.

La enseñanza universitaria también ha sufrido cambios fundamentales pues fuera de que se ha aumentado notablemente los departamentos de matemáticas en las universidades oficiales y privadas, ya se han empezado a recoger frutos de proyectos que iniciamos hace unos 10 años con personal que fue a especializarse al exterior y que ha vuelto para asumir posiciones definitivas, para el desarrollo de la matemática a nivel superior. Además se ha seguido y se seguirá con este proyecto que consideramos primordial para el continuo progreso en cualquier campo de las ciencias.

En varias universidades colombianas, existen las carreras de educación y de matemáticas con buenos niveles académicos. En la Universidad Nacional se tiene un programa de post-grado que se ha venido madurando, sin embargo estamos en una etapa de transición que demanda un impulso fuerte para lograr un programa de doctorado y lo que es más importante una escuela matemática. Sería muy importante que también los centros regionales se ocuparan de este problema pues creemos que varios países están en situación semejante a la nuestra.

La Revista Colombiana de Matemáticas y el Boletín se siguen editando periódicamente y allí se publican los trabajos de investigación que hemos realizado en matemáticas en los últimos años. En el año 74 aparece *"Notas Matemáticas"*, publicación destinada a los profesores del ciclo elemental y la enseñanza secundaria, esto ha sido algo interesante pues es la aproximación de la universidad en sus orientaciones y recomendaciones al profesorado de los niveles elemental y medio.

* * *

FONDO DE CAPACITACION POPULAR

Programa de la Presidencia de la República de Colombia, el Ministerio de Comunicaciones y el Ministerio de Educación.

Informe presentado por: Carmen I.Gamboa, Rosalba Beltrán, Rafael Cardona, Sara A. de Pabón.

El Fondo de Capacitación Popular es una institución que tiene a su cargo el diseño y divulgación de programas educativos, utilizando medios de comunicación social (radio, televisión y material impreso).

Viene funcionando desde 1967 y entre sus realizaciones figuran: la enseñanza primaria para adultos, por televisión (canal propio N° 11), el bachillerato por radio y programas diversos sobre recreación, divulgación científica y temas de interés general, incluyendo uno sobre universidad al aire. Uno de los objetivos fundamentales del Fondo de Capacitación Popular es el de brindar oportunidades de estudio a los adultos que, por diversas circunstancias, no han tenido acceso a la enseñanza directa.

A partir de 1971 se inició el diseño del bachillerato radial. En este momento se están emitiendo primero y segundo, los cuales se han ofrecido tres y dos veces respectivamente, el tercer curso está listo para salir el próximo año.

Hasta el momento se han atendido 50.000 usuarios aproximadamente. En el desarrollo de este trabajo participan:

- Un equipo pedagógico de 20 licenciados en las diferentes áreas,la mayoría con estudios de post-grado.
- Una división de investigaciones.
- Una división de promoción de la comunidad.
- Un equipo técnico de radio y televisión.
- Un equipo artístico de diagramadores, dibujantes y fotógrafos.
- Una sección de correspondencia.

Hasta el momento se ha seguido en líneas generales la programación del Ministerio de Educación Nacional, sin embargo, el grupo ha visto la necesidad de estructurar un currículo propio basado en las necesidades, intereses y expectativas de los usuarios.

Los programas son presentados a los usuarios a través de material impreso (fascículos), de emisiones radiales y esfuerzos televisados esporádicos.

Los usuarios consiguen el material impreso en los almacenes de las Cajas Agrarias de las distintas regiones del país. El precio total del material que incluye 150 fascículos (con 5 lecciones cada uno) de las diferentes áreas es de $ 210.oo (aproximadamente US$ 6.oo).

Las emisiones radiales son transmitidas por la Radio Nacional de Colombia y algunas emisoras privadas. Cada emisión tiene una duración de una hora con un promedio de doce minutos para cada área. La duración de cada curso es de un semestre.

El Instituto Colombiano para la Educación Superior (I.C.F.E.S.) a través del Servicio Nacional de Pruebas, es el encargado de hacer la evaluación final de cada curso. Los resultados de estas evaluaciones han sido satisfactorios.

Una de las últimas actividades que el equipo de programación ha desarrollado en este último semestre del año, ha sido la elaboración, producción y experimentación de un programa piloto dirigido a estudiantes de primero de bachillerato, cuyos objetivos fueron esencialmente:

- Integración de áreas centradas en el concepto de relación.
- Combinación de medios de comunicación (radio, material impreso y T.V.)
- Experimentación de nuevas metodologías de trabajo.

El programa se está evaluando y los resultados serán utilizados en la reestructuración del currículo antes mencionado.

Con respecto a la enseñanza de la matemática, el grupo de programación sigue las nuevas tendencias en su enseñanza, tendiendo a hacerla aplicable y funcional en el contexto colombiano.

Para mayores informes, las personas interesadas se pueden dirigir a:
Capacitación Popular
Avenida Caracas N° 63-09
Bogotá - Colombia

* * *

INFORME DE COSTA RICA

Guillermo Vargas S.

La educación pre-universitaria costarricense se ha reestructurado en tres fases o etapas:

1. La educación preescolar (Jardín de niños);
2. La educación general básica, con una duración de nueve años y subdividida en tres ciclos de tres años cada uno;
3. El ciclo de educación diversificada con una duración de dos años.

Los cambios más notables en la enseñanza de la matemática se han introducido en el ciclo de educación diversificada, quizá por el carácter de "especialización" que esto entraña.

En el ciclo de educación diversificada, al estudiante, además de las materias básicas denominadas de "Núcleo común", se le ofrece un "abanico" de posibilidades de acuerdo a sus preferencias y vocación. De esta forma, en el ciclo diversificado, el estudiante costarricense además del curso de matemática básica que comprende los tópicos de estudio tradicionales, a saber: a) Polinomios, estudio de propiedades y operaciones, b) Factorización y simplificación, c) Teoría de funciones, definición, propiedades, operaciones, d) Funciones logarítmica y exponencial, e) Progresiones aritméticas y geométricas, f) Estudio exhaustivo de la geometría euclídea y clásica y g) Análisis de las funciones trigonométricas circulares y sus aplicaciones.

En lo que se refiere al curso de Matemáticas II Opcional, se modificó sustancialmente en atención a las nuevas tendencias en la enseñanza de la matemática, en lo que a contenidos programáticos se refiere, iniciándose en el décimo año con:

a) Un estudio detallado y riguroso de "Estructuras Algebraicas" (ofreciendo no sólo el sustento teórico sino engarzando permanentemente con los estudios ya efectuados por el estudiante).

b) Teoría de matrices, desde un punto de vista rigurosamente teórico inicialmente para ofrecer luego aplicaciones de carácter eminentemente práctico.

c) Estudio de elementos de Estadística y Probabilidades, fundamentada en investigaciones elementales realizadas por los estudiantes, lo cual además desplaza, en parte, el carácter "magistral" de la enseñanza.

En el undécimo año se hace un estudio de: a) Algebra vectorial; b) Análisis introductorio del cálculo infinitesimal, límites de funciones elementales, derivación e integral indefinida.

Cabe mencionar la labor de confección de libros de texto para estudiantes realizada por una comisión de profesores universitarios en colaboración con el Ministerio de Educación Pública.

En el tercer ciclo de educación general básica (séptimo, octavo, noveno año), se mantienen básicamente sin alteraciones los temas originales, salvo un análisis más

fuerte de la teoría de conjuntos, que puede realizarse gracias a que este tema se estudia ahora siguiendo el método "espiral" desde el Jardín de niños, y además el estudio "vertical" de la lógica a través de los tres años según aparecen las necesidades en los otros temas de estudio.

Otra modificación es la supresión del carácter teórico que antes se daba al análisis de los temas en este ciclo, con el objeto de cumplir con los nuevos objetivos generales fijados para la educación general básica.

En lo que se refiere al primer y segundo ciclos de educación general básica, encontramos la introducción desde temprana edad de elementos de teoría de conjuntos y nociones elementales de estadística, estudio de relaciones y operaciones. Sin embargo, el cambio más importante ha sido básicamente en los métodos de enseñanza dentro del nuevo concepto de educación como un proceso de interacción entre educadores y educandos, en el que el sujeto de la educación es el educando-educador y que debe además estar estrechamente vinculado con su experiencia existencial. De esta forma, toda vez que un concepto matemático nuevo va a ser introducido se pretende primero de una u otra forma que el estudiante esté familiarizado con él, a través de sus experiencias en el medio ambiente.

En referencia a la fase preescolar o Jardín de niños, es importante mencionar la gran extensión que esta etapa de la educación ha sufrido en los últimos años, lo que entraña que a mucho menor edad un más alto número de niños entran en contacto con los conocimientos matemáticos referentes a teoría de conjuntos, numeración, etc.

A nivel universitario, se ha creado una nueva universidad estatal, la Universidad Nacional con una escuela de matemática que ofrece las carreras de matemática y enseñanza de la matemática. Tanto en la nueva Universidad Nacional como en la Universidad de Costa Rica existe una nueva y fuerte tendencia hacia el robustecimiento de la matemática aplicada y la computación. A la vez, ambas universidades han dado un gran impulso a la formación, capacitación, mejoramiento y "refrescamiento" del personal docente en servicio en todas las diversas áreas del país.

* * *

INFORME DE MEXICO

Olimpia Figueras

I) En 1971 la Secretaría de Educación Pública le encargó a un grupo de matemáticos la redacción de los libros de texto de matemáticas para el nivel primario. En México estos libros se utilizan en todas las escuelas primarias del país y se reparten gratuitamente.

En 1972 apareció la primera edición de los libros de texto de matemáticas para 1° y 2° grados. Debido a que estos libros se escribieron desde un punto de vista distinto al que tenían los libros de texto gratuitos que se habían usado hasta esa fecha y además como se introducían por primera vez algunos conceptos, se pensó que era conveniente escribir un auxiliar didáctico para el maestro. Este libro, además de que le sirve para entender el punto de vista de los libros de los niños, le ayuda a complementar su formación académica. Los auxiliares didácticos para 1° y 2° grados se editaron también en 1972 y se distribuyen gratuitamente a todos los profesores de grupo que imparten los cursos.

En 1973 apareció la primera edición de los libros para 3° y 5° grados junto con sus auxiliares didácticos. Y en 1974 apareció la primera edición de los libros de 4° y 6° grados y los auxiliares didácticos respectivos.

A partir de la primera edición todos estos libros han sido corregidos y están en constante evaluación y experimentación. Se recogen las experiencias y opiniones de los profesores para hacerles los cambios necesarios y así poderlos adecuar para lograr el máximo aprovechamiento posible.

II) Para fortalecer y actualizar la formación del profesorado de primaria, se ha instituido un sistema abierto de educación llamado licenciatura en educación preescolar y primaria. Este plan se cursa en tres años.

Para el área de matemáticas, en el primer año se les entregó a los profesores inscriptos un libro, Matemáticas I. Este libro pretende dar una visión de tipo panorámico de lo que es la matemática, en relación tanto con la educación primaria, como desde un punto de vista de ampliación cultural. El libro se reparte en forma gratuita.

III) En noviembre de 1973 se estableció un sistema abierto de educación para nivel medio básico llamado: La Secundaria Abierta. Este sistema ofrece la posibilidad de extender los servicios educativos a la población que por diversas causas no se ha podido incorporar al sistema educacional. Está dirigido a personas mayores de 16 años que hayan acreditado la primaria.

El plan de estudios de esta secundaria abierta está formada por cuatro áreas de aprendizaje que se cursan en un mínimo de tres años.

Los programas están desarrollados en 18 libros de texto de los cuales 6 corresponden al área de matemáticas y que están siendo elaborados especialmente para este sistema por un grupo de maestros y matemáticos. Actualmente están en circulación los dos primeros. Como complemento, se estableció un servicio de orientación y consultoría integrado por maestros especialistas, el cual atiende consultas personales, por teléfono y por correo.

Cuando los alumnos de este plan se consideran preparados presentan exámenes para acreditar sus estudios.

IV) El 1° de abril de 1975 fue creada en el Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CIEA del IPN), la Sección de Matemática Educativa, que a la fecha cuenta con 12 matemáticos de tiempo completo, así como personal de asesoría de los diversos niveles educativos.

La tarea fundamental de dicha sección es la de dedicarse a la investigación básica y general de los procesos de aprendizaje de la matemática, así como a la transmisión masiva y selectiva de esta ciencia. Al mismo tiempo que trata de cumplir con su tarea fundamental, desarrolla una serie de actividades que se desprenden inmediatamente de dicha tarea. Algunas de éstas son las siguientes:

a) Experimentar, revisar, corregir y rehacer de manera contínua los libros de texto gratuitos de la primaria. (Ver I). Para lograr ésto la sección contará con una escuela primaria piloto.

b) Estudiar las necesidades reales de los maestros de primaria y crear los diversos tipos de materiales auxiliares para ellos. Para marzo de 1976, la sección tendrá listo para su publicación el libro, Matemáticas II, que servirá para el 2° año de la licenciatura de educación primaria y preescolar (Ver II).

c) Iniciar un estudio de la problemática en el nivel medio básico, (secundaria). La sección ha publicado ya el libro, Matemáticas I para el primer año de secundaria, el cual aparece como texto experimental.

Junto con la experimentación de este libro se hará la de los textos de otros autores que están autorizados por la Secretaría de Educación Pública como textos para el 1er. año.

El experimento se lleva a cabo con algunos miembros de la sección y profesores para 50 grupos (este año) de primero de secundaria para evaluar el aprendizaje de las matemáticas con los distintos materiales didácticos.

d) Crear una sección de graduados donde puedan formarse aquellos elementos más especializados que en general requiere la investigación educativa en todos los niveles, en diversas instituciones.

En lo particular se abrió una maestría en ciencias: área matemática educativa, que tiene como objetivo básico la preparación de personal académico adecuado para enfrentar los problemas de educación matemática en los niveles medio superior y superior. Esta maestría está abierta también para estudiantes latinoamericanos.

Es importante hacer notar que los objetivos de los cursos que se ofrecen en la maestría son muy distintos a los que se contemplan en cursos tradicionales. Además de cubrir ciertos contenidos se pone énfasis en los desarrollos históricos y conceptuales con el fin de dar a los estudiantes una visión suficientemente crítica y amplia que les permita situar y utilizar el conocimiento matemático dentro del marco educativo. Este primer año se imparten los cursos de análisis, álgebra y geometría y matemáticas y conocimiento.

e) Creación de materiales pedagógicos para los distintos niveles académicos. Además la creación de materiales de divulgación para ser transmitidos por los distintos medios de comunicación de que se dispone actualmente.

La sección está escribiendo folletos sobre diversos temas de matemáticas para los distintos niveles académicos. Dichos materiales servirán para la formación y actualización de los profesores de las diferentes instituciones educativas del país.

Además de estas actividades tiene los siguientes proyectos de investigación para el futuro:

i) Estudio de los procesos de inferencia en la matemática.

ii) Estudio de la adquisición de algoritmos por los niños.

iii) Historia y filosofía de las matemáticas.

iv) Historia y análisis de los métodos educativos de la matemática.

v) Correlación entre la fisiología del sistema nervioso y las potencialidades del individuo para el aprendizaje de la matemática.

V) Desde abril de 1974 se estableció un plan conjunto entre la Sociedad Matemática Mexicana (SMM) y el Programa Nacional de Formación de Profesores (PNFP) de la Asociación Nacional de Universidades e Institutos de Enseñanza Superior (ANUIES), por medio del cual se ofrecen cursos para profesores de Enseñanza Media Superior. Los participantes de los cursos trabajan individualmente con el material impreso que les proporciona la SMM, el cual se está elaborando especialmente para ellos. Después hay un curso con duración de una semana que se lleva a cabo en la localidad donde residan los profesores participantes. Los profesores que tienen a cargo los cursos son profesores de matemáticas de las diversas universidades del país. Además se pueden hacer consultas por correo.

Desde 1974 a la fecha se han ofrecido ya 12 cursos.

VI) El departamento de matemáticas del CIEA del IPN amplió su plan de maestría este año; ofreciendo cursos de verano y un programa abierto de estudios.

Las finalidades de ésto son:

a) Brindar una oportunidad de mejorar la preparación académica a los profesores de matemáticas de nivel superior en el país.

b) Ofrecer la oportunidad de entrar en contacto con estudios de postgrado a estudiantes, pasantes y recién titulados.

En el verano de 1975 asistieron 40 alumnos de las Universidades e Institutos Tecnológicos del país. De los 40 alumnos 22 estuvieron becados por la SMM.

VII) La SMM aparte de organizar conferencias, congresos y simposia elabora una serie de materiales impresos a distintos niveles:

a) La revista *Matemáticas y Enseñanza.*

En esta revista se incluyen básicamente artículos, conferencias y reportes de experimentos relacionados con los problemas de la enseñanza de las matemáticas que se imparten en los ciclos pre-universitarios, es decir, desde la primaria hasta la enseñanza media superior.

b) *Miscelánea Matemática.*

En esta publicación se incluyen artículos elaborados por los profesores y estudiantes de las diversas facultades de ciencias del país.

c) *Boletín.*

En esta publicación se incluyen artículos de investigación matemática. Dicha publicación tiene una difusión internacional.

d) *Notas de Matemáticas y Simposia.*

El propósito de esta serie es el de ofrecer una publicación rápida e informal de las notas de cursos, de conferencias y ponencias presentadas en reuniones, congresos y simposia de diferentes áreas de matemáticas.

Además en febrero de 1974 se firmó un convenio de coedición con el Fondo de Cultura Económica.

Bajo este convenio se editarán cuatro series.

1) Material dirigido a los profesores de primaria así como también textos de divulgación para el público en general.

2) Serie orientada hacia los profesores y alumnos del nivel medio y superior.

3) Serie orientada hacia el nivel superior.

4) Notas y materiales para la maestría y el doctorado.

VIII) En setiembre de 1975 se creó una nueva maestría en matemáticas en la Universidad Autónoma Metropolitana.

El plan de estudios de esta maestría ofrece 5 modalidades: álgebra, filosofía de la ciencia, probabilidad, sistemas dinámicos y matemáticas básicas.

* * *

INFORME DE PARAGUAY

José Luis Benza, Ada Sanabria de Ibarrola, Stella Marés de Galiano

REFORMA EDUCATIVA EN PRIMARIA Y SECUNDARIA

El movimiento de reforma en el campo de la matemática se inició en el Paraguay con algún retraso respecto a los demás países latinoamericanos. Aisladamente, distintas instituciones se preocuparon por el problema y dieron los primeros pasos encaminados a esa reforma, que en la mayoría de los casos se reflejó en cursos de actualización para profesores.

Actualmente, tanto los programas, su experimentación y el entrenamiento de profesores, ya no son esfuerzos aislados, sino que responden a un plan coordinado por el Ministerio de Educación y Culto a través del Instituto Superior de Educación.

La elaboración de los nuevos programas correspondientes al ciclo primario y medio fueron confeccionados en el Ministerio de Educación y Culto, por un equipo técnico de profesionales paraguayos, especialmente contratado para el efecto durante el período 1972-1975.

Estos programas introducen variación en la metodología, nuevos temas y diversificación en las distintas ramas de la enseñanza media.

En el aspecto metodológico se impulsa una participación activa del alumno, un mayor uso de material didáctico y una participación más orientadora que expositora del profesor.

Los nuevos temas incluidos son; en primaria: teoría de conjuntos, probabilidades, estadística, sistemas de numeración en bases diferentes a 10 (en el idioma guaraní la numeración está hecha en base 5) y algunos nuevos capítulos de geometría.

En secundaria: teoría de conjuntos, probabilidades, estadística, geometría analítica, estructuras algebraicas, cálculo diferencial e integral y elementos de matemática financiera.

La experimentación de estos programas se está llevando a cabo según un cronograma confeccionado en distintos lugares del país. Cumpliéndose hasta el momento lo previsto en dicho cronograma.

Esta experimentación se inició en primaria en 1972, en escuelas urbanas y rurales y se iba implementando a medida que se producían los programas y materiales. En secundaria se inició en 1975 en 10 colegios del país.

Se realizan evaluaciones semestrales que permiten realizar ajustes en los programas y en la metodología.

La coordinación de la formación de maestros de primaria y profesores de matemática de secundaria está centralizada en el Instituto Superior de Educación, dependiente del Ministerio de Educación y Culto. Para los maestros de primaria la formación se realiza en 8 instituciones del país, pero con la orientación dada por el I.S.E.

La formación de profesores de matemática para la secundaria se realiza exclusivamente en el I.S.E., existiendo sin embargo cursos de actualización de profesores en servicio a cargo del I.S.E. y otras instituciones de enseñanza, realizándose estos cursos en base a los nuevos programas.

El Departamento de Producción de Material Educativo del Ministerio de Educación y Culto con la ayuda de la Agencia Internacional para el Desarrollo (AID) ha publicado hasta el presente año textos de matemática para primero, segundo y tercer grados de primaria con sus correspondientes guías didácticas de acuerdo a los contenidos programáticos de la reforma. Los mismos serán distribuidos gratuitamente a las escuelas públicas rurales del país.

Está planificada la serie completa del primero al sexto grados. En ella la matemática se presenta organizada conforme a sus estructuras fundamentales y contempla los siguientes temas unificadores:

- CONJUNTOS
- Sistemas numéricos
- Sistemas de numeración
- Teoría de los números
- Proposiciones numéricas
- Relaciones

- Geometría
- Medidas
- Gráficas y estadística

Estos textos son probados en escuelas pilotos y los profesores que lo utilizan son especialmente entrenados para el efecto.

CARRERAS DE MATEMATICA EN LA UNIVERSIDAD

En el Paraguay existen tres centros de estudio donde puede obtenerse el título de licenciado en matemáticas:

1) El Instituto de Ciencias Básicas de la Universidad Nacional de Asunción, a través de su departamento de matemáticas y de su centro nacional de computación, mediante un proyecto multinacional de OEA, creó la rama de matemática aplicada que abarca tres especializaciones: computación, investigación de operaciones y estadística. Estas carreras fueron preparadas en 1973 y en 1974 se puso en práctica a partir del primer curso. También se reestructuró la carrera de matemática pura, pero por la situación socio-económica por la que atraviesa el país se espera mayor demanda de las especializaciones de matemática aplicada. Estas fueron encaradas de manera que el estudiante adquiera una buena base matemática y una formación práctica en su especialidad para poder competir en el mercado de trabajo. Con becas a otros países, especialmente a Francia, se espera completar la formación de los egresados.

   El Instituto de Ciencias Básicas está estudiando un proyecto en el que se propondría otorgar un título superior a la licenciatura, ésto vendría acompañado de una elevación en la cantidad y nivel de las asignaturas impartidas, ya que la carrera tendría una duración mayor a la actual que es de cuatro años de estudio.

2) La Facultad de Filosofía y Ciencias de la Educaci[illegible] la Universidad Católica "Nuestra Señora de la Asunción" también reestructuró sus programas, dando cabida en sus programas a un mayor número de asignaturas aplicadas como estadística y probabilidades, investigación de operaciones y computación. Anteriormente su orientación fundamental era la formación de profesores de enseñanza media.

   El plan decenal que actualmente se está por desarrollar, contempla la creación de una Facultad de Ciencias y Tecnología donde se espera que funcionen carreras de matemática aplicada relacionadas con planificación, proyectos, procesamiento de datos, optimización, etc. La carrera actual de matemáticas dependería de una facultad de "Ciencias del Hombre", donde la orientación volvería a ser la de formación de profesores de matemática para el enseñanza media.

3) La Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad Nacional ofrece la carrera más corta, pues sólo dura tres años. Aunque no se han realizado cambios importantes desde su creación, existe el pensamiento de mejorar su nivel.

COOPERACION CIENTIFICA

En el área de la matemática se ha contado durante el período 1972-1975 con la cooperación de profesores universitarios de matemática provenientes de diversos organismos: Unesco, OEA, Embajada de Francia y el Cuerpo de Paz.

SEMINARIO SOBRE LA ENSEÑANZA DE CIENCIAS BASICAS

En julio de 1975 con la colaboración de la Unesco, el Instituto de Ciencias Básicas organizó un seminario sobre el mencionado tema. Invitados especiales dieron conferencias sobre el tema y participaron en los debates posteriores. En el área de la matemática fue invitado el Dr. Luis A. Santaló, Presidente del CIAEM. Como resultado de este evento quedó un conjunto de recomendaciones sobre distintos aspectos de la enseñanza de ciencias básicas.

TELEEDUCACION

El Centro de Teleeducación del Ministerio de Educación y Culto realizó programas radiales sobre distintos temas dirigidos a alumnos de los dos últimos grados de la enseñanza primaria de siete escuelas de la capital. En estos programas se incluyeron temas de matemáticas ya desarrollados por el profesor en clase, a manera de repaso, como sistema métrico, fracciones, reducción de tiempo, soluciones numéricas de problemas, etc. Estos programas eran escuchados por los alumnos en la clase, sin participación del profesor y sin el uso de material de apoyo. Se realizaron en total 48 emisiones, a razón de 2 por semana durante 3 meses para cada grupo, con una duración de media hora cada emisión. Una evaluación realizada por los profesores arrojó buenos resultados y 5 de los 7 colegios pidieron que se continúe con los programas radiales. Para el futuro, el Centro de Teleeducación tiene previsto realizar algunos programas de mayor envergadura utilizando material de apoyo. Para 1976 se realizarán programas para el 4to. grado, abarcando alrededor de 70 centros de estudios. En 1977 para 4to. y 5to. grados y en 1978 para 4to., 5to. y 6to. grados. Este proyecto cuenta con la colaboración de la Agencia Internacional para el Desarrollo (AID).

INSTITUTO SUPERIOR DE EDUCACION

Perteneciente al Ministerio de Educación y Culto, este instituto se convirtió en la institución más importante para la enseñanza en primaria y secundaria. Concentra la responsabilidad de implementar los nuevos programas, evaluarlos y ajustarlos.

También es su responsabilidad la coordinación en la formación de profesores de primaria y secundaria. Desde 1974 funciona en su nuevo edificio, el más moderno y mejor equipado del país, para la formación de profesores.

* * *

INFORME DEL PERU

César Carranza

Para informar sobre los avances de la enseñanza de la matemática en el Perú, desde 1972 a la fecha, es necesario recordar que existen tres niveles de enseñanza: educación inicial, educación básica y educación superior.

1. Educación inicial

En el nivel de educación inicial se ha seguido con los estudios y experimentación de técnicas nuevas para el aprestamiento en matemática con niños de 4 a 5 años.

Se ha tomado como punto de partida las experiencias de Piaget y Dienes para determinar las nociones matemáticas y proponer una alternativa al curriculum de educación inicial en el área de desarrollo intelectual. Para implementar estos estudios se han elaborado guías pedagógicas para los maestros y cuadernos de aprestamiento para los niños, material que ha sido experimentado en 12 núcleos educativos comunales (NEC) con resultados muy favorables.

2. En el nivel de educación básica existen dos modalidades:

2.1. Educación básica regular que comprende nueve grados, para personas entre 6 y 15 años. Se divide en tres ciclos: primer ciclo (4 grados), segundo ciclo (2 grados) y tercer ciclo (3 grados).

2.2. Educación básica laboral que comprende también nueve grados, para personas mayores de 15 años. Se divide en tres ciclos: primer ciclo (2 grados), segundo ciclo (3 grados) y tercer ciclo (4 grados).

En la modalidad de educación básica regular subsisten aún tres tipos de programas que se aplican en 819 núcleos educativos comunales (NECs).

2.1.1. Programas tradicionales: se imparten al tercer, cuarto y quinto años de educación secundaria.

2.1.2. Programas adaptados: se imparten de transición a quinto año de primaria y de primer a segundo año de secundaria. Pretenden ser un "puente" entre lo tradicional y el proyecto de la reforma educativa.

2.1.3. Programas de reforma, se aplican en el primer ciclo que comprende:
Primer grado (480 NECs, aproximadamente 800,000 niños),
Segundo grado (277 NECs, aproximadamente 300,000 niños),
Tercer grado (137 NECs, aproximadamente 130,000 niños) y
Cuarto grado (137 NECs, aproximadamente 130,000 niños).

Para implementar estos programas se han escrito las siguientes guías didácticas: Matemática I (parte teórica, parte pedagógica y cuaderno del alumno), Matemática II (parte pedagógica y cuaderno del alumno), Matemática III (parte pedagógica y cuaderno del alumno) y Matemática IV (parte pedagógica y cuaderno del alumno).

Por otra parte, se ha seguido con el reentrenamiento de los maestros en ejercicio con la participación del Ministerio de Educación a través del Instituto Nacional de Investigación y Desarrollo de la Educación (INIDE), del Instituto para la Promoción de la Enseñanza de las Matemáticas (IPEM), de la Pontificia Universidad Católica del Perú, de la Universidad Nacional de Educación y de la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas. Así mismo el INIDE está elaborando prototipos para la capacitación del maestro a distancia.

En la modalidad de educación básica laboral subsisten también tres tipos de programas que se aplican a aproximadamente 526,000 estudiantes:

2.2.1. Programas tradicionales: se imparten al quinto y sexto años de la educación secundaria.

2.2.2. Programas adaptados: abarcan del primer al cuarto años de educación secundaria.

2.2.3. Programas de reforma: se imparten al primer y segundo grados (primer ciclo), tercer, cuarto y quinto grados (segundo ciclo) y sexto y séptimo grados del tercer ciclo. Estos programas de reforma son llevados aproximadamente por 363,600 estudiantes.

Para implementar estos programas se están elaborando los cuadernos de trabajo autoeducativos para los programas del segundo al quinto grado entre los cuales están los programas de matemáticas.

En el nivel de educación básica, tanto regular como laboral, los programas de reforma para los nueve grados incluyen los siguientes temas:

Conjuntos, relaciones y funciones, números naturales. Numeración de posición, divisibilidad, números enteros, números racionales, números reales, polinomios. Ecuaciones de primer y segundo grado. Inecuaciones. Geometría y medida. Introducción a la probabilidad y estadística.

Teniendo en cuenta las evaluaciones sobre la aplicación de los programas de reforma en los niveles inicial y regular, parece necesario poner especial atención en los próximos años, en las siguientes actividades:

1. Reajustar los programas de reforma.
2. Intensificar el reentrenamiento de los maestros tanto en el aspecto teórico como metodológico.
3. Completar y mejorar las guías didácticas, elaborándolas de manera tal que, todas tengan aspecto teórico, aspecto metodológico y cuaderno del estudiante; y que pueden ser leídas por los maestros con muy poca ayuda adicional.
4. Mejorar el sistema de distribución de material didáctico de manera que éste llegue a su destino en la época propicia.
5. Que los núcleos educativos de las diferentes zonas del país, utilicen los servicios de los maestros reentrenados existentes en la zona, para que éstos puedan a su vez prestar asistencia técnica pedagógica a sus colegas que imparten los programas de reforma.

3. Educación superior

El nivel de educación superior comienza con el primer ciclo que tiene por objeto preparar bachilleres profesionales. Con este fin se han iniciado experimentalmente en el presenta año, 10 escuelas superiores de formación profesional que atienden a aproximadamente 5.600 estudiantes de 15 a 18 años.

Hasta el momento, se han impartido dos semestres de matemáticas básicas y se han elaborado las guías de aprendizaje para los alumnos. De acuerdo con la experiencia obtenida, se están reajustando los programas impartidos, así como se está planeando para 1976 el programa del tercer semestre que debe estar orientado a prestar auxilio a las siguientes áreas profesionales: salud, artes, turismo, economía y administración, agropecuaria, forestal, pesquería, petróleo, electricidad y electrónica, mecánica, minería y metalurgia, construcción y topografía. Se piensa además que algunas áreas profesionales necesitarán por lo menos seis semestres de estudios de matemática: a grandes rasgos se consideran los siguientes tópicos para los seis semestres:

Números reales. Ecuaciones e inecuaciones de primer grado. Proporcionalidad. Regla de tres simple y compuesta. Regla de mezcla de aleación. Ecuaciones de segundo grado. Progresiones y logaritmos. Geometría del plano y del espacio. Trigonometría. Cálculo vectorial, elementos de cálculo diferencial e integral. Estadística y programación lineal.

Por su parte las universidades siguen trabajando con el segundo ciclo de educación superior (licenciatura y "magister"). Las Universidades de San Marcos, Ingeniería, Trujillo, Cuzco y Católica siguen formando licenciados en matemáticas en las áreas: pura, estadística, investigación operativa y computación; han mejorado sus programas y han incrementado notablemente su personal docente.

Por otra parte, en las Universidades Católica e Ingeniería siguen funcionando los ciclos de estudio conducentes al grado de "Magister" que se iniciaron en abril de 1971 y abril de 1972, respectivamente. Aproximadamente han egresado de estos programas 30 "magistri" que se desempeñan como profesores universitarios en Lima y provincias. Algunos de ellos han salido fuera del país a seguir estudios de doctorado.

Finalmente las Universidades de San Marcos, Trujillo, Cuzco, Educación, Huamanga, Católica y otras, siguen formando profesores de matemáticas de educación básica según los lineamientos que señala la nueva ley educativa y la Universidad de Educación ha iniciado en 1974 un programa de "Magister" en educación con mención en matemáticas con el objeto de contribuir a la formación de los nuevos profesores de educación básica y de educación superior.

Después de esta visión panorámica de todo lo efectuado en 1972 a 1975, se puede decir, en general, que la educación matemática ha mejorado cualitativa y cuantitativamente. Sin embargo, es opinión generalizada en el medio matemático peruano, que aún no se satisface la demanda del número suficiente de profesores de matemáticas que el proceso de desarrollo nacional exige.

* * *

MATHEMATICS EDUCATION IN THE U.S.A. (1972-1975)

Howard F. Fehr

The era 1950-1970 was one of intense activity in mathematics education. The important committees and conferences included the University of Illinois School Mathematics Committee (UISMC); the Commission of Mathematics of the College Entrance Examination Board, (C.E.E.B.); the School Mathematics Study Group (SMSG); and the Cambridge Conference on School Mathematics on Goals for School Mathematics. All these groups, except that of Cambridge, instituted improved content and pedagogy within the traditional framework of curricula organization, that is separate years of study of arithmetic, algebra 1, algebra 2, plane geometry, trigonometry, and the like. They were literally forced to this type of upgrading mathematical instruction by the lack of adequately-trained teachers to teach otherwise. The Cambridge Group, for the most part, ignored pedagogical and teacher training factors, presenting a program, designed as a guide for encouragement and aspiration, to be attained in the decades at the end of the twentieth century.

CURRICULUM DEVEOPMENT

The School Mathematics Study Group, having achieved its objectives came to a close in 1972. In the middle of the last decade two new curriculum studies entered the field of mathematical education, the Secondary School Mathematics Curriculum Improvement Study (SSMCIS); and the Comprehensive School Mathematics Program (CSMP), both dedicated to the development of a unified mathematics study in the spirit of the Cambridge Report and European reforms. SSMCIS was given over to the program for school years 7-12. CSMP at first given over to the exceptionally gifted student in high school, is now developing a curriculum for grades K-6. Both of these programs will be briefly described.

SSMCIS

The philosophy of SSMCIS is that there is only one mathematics, a unified one in the contemporary viewpoint. As such the algebraic structures form a solid backbone from which all the traditional branches derive their unified nature. All study is based on sets, relations, functions (mappings) and operations. The strands, -algebra, geometry, probability, analysis, numerical methods- appear over and over again in a spiral development until they are strongly united in vector-space structure. Diagram I shows this edifice. Essentially, the curriculum moves good students (IQ 115 up) through a year and a half of what was considered good university mathematics in 1970.

See Figure 1 in next page.

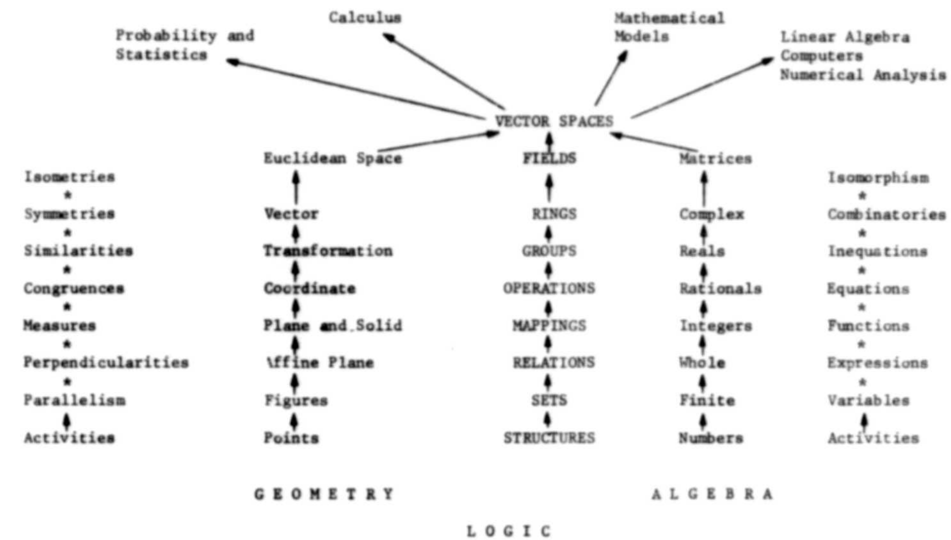
The program is now (1975-1976) studied in over 400 schools involving 80,000 students in grades 7-12. SSMCIS has obtained its objectives -a unified mathematics program to serve as a model for other unified presentations and has terminated its experimental material producing activity. It recommends that the U.S.A. expedite further curricula revisions so as to extend the unified structure idea to a great majority of students.

CSMP

Having completed the development of a very advanced program for highly capable secondary school students, one that more than meets the Cambridge "goals", the project has now turned its full attention to the completion of its elementary school

Figure 1

A UNIFIED APPROACH TO SCHOOL MATHEMATICS



curriculum begun in 1970. The Project is sponsored by the Federal National Institute of Education and is under the Direction of Burt Kaufman. Its headquarters are at CEMREL, 3120 59th Street, St. Louis, Missouri, 63139, U.S.A.

The present goal is to create a completely new curriculum in mathematics for the Kindergarten (K), Primary (1-3) and Elementary (4-6) schools for children ages 5 to 12 years. To do this, the project is organized into (1) an advisory Committee to propose and to review the operation of production of content and materials; (2) a group of consultants -mathematicians and educators to create programs, suggest content and pedagogical devices, present ideas for classroom experimentation, direct the research and oversee the mathematical development. This group is international in scope (Steiner and Engel, Germany; Rade, Sweden; Georges and Frederique Papy, Belgium; e.g.); (3) a permanent staff of teacher-writers who produce the materials for classroom use and test them out in experimental teaching situations. The degree of success of the curriculum is evaluated by the CSMP evaluation staff.

The creation of the program is based on a *philosophy* that Mathematics, even at the elementary level, is an intellectual activity. This activity is centered about ideas of various kinds of numbers, computations, geometrical figures, measurements, probability and combinatorics. All these concepts use the unifying ideas of sets, relations, and functions taught in a spiral fashion, devoid of any type of formalism or sophisticated vocabulary and symbolism. The pedagogy from the start makes use of non-verbal language, specifically that of strings (Venn diagrams), arrows, and the Papy Minicomputer. The teachers are specially trained to act as "directors" of the learning, which, especially for the fundamental concepts, takes place in pupil investigations of "situations".

The materials developed through 1975 included a complete program for grades K through three. Each year of study requires a complete demonstration set including a teachers guide, pupil work sheets and workbooks, (desk) Minicomputers, (binary-decimal abacus) for students and other manipulative material. While using "situations" it teaches mathematics and does not attempt explicitly to integrate it with the learning of other sciences. It brings into the elementary school some of the main tenets of the Cambridge Goals. A statement from the NIE review committee is indicative of what is occurring. The report says:

> "A characteristic of the CSMP program is its emphasis on mathematical ideas treated in a unified fashion. The mathematician can recognize in the content of the K-3 program an imposing list of concepts: set intersection and union, function, inverse function, parallel displacement, Venn diagrams, functional composition, bases other than 10, algorisms, permutations, and the number line, to name just a few. It is 20th century mathematics; the old elementary curriculum was 15th century mathematics."

The program for 1975-1981 is to establish the unified curriculum for grades 4 - 6.

ORGANIZATIONS

The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), the National Science Foundation (NSF), the National Assessment of Educational Progress (NAEP), and the Mathematics Association of America (MAA) are the outstanding organizations that have continued to support endeavors to improve mathematics education.

The NCTM is the largest organization of teachers of mathematics in the world. It publishes four journals: "The Arithmetic Teacher" for elementary school teachers (K-8), "The Mathematics Teacher" for secondary school and junior college teachers (7-14); "The Mathematics Students Journal" for secondary school students, and the "Journal for Research in Mathematics Education" for leaders in mathematical education. It holds an annual conference in the Spring of each year of four days duration, as well as eight or more regional conferences across the nation of one to three days duration. The conferences feature outstanding speakers, exhibits of books and media and workshops in content and pedagogy. The Council also publishes Year-books on pertinent themes as well as many other brochures and books on topics of concern to mathematics teachers.

The NSF continues to give financial support for curriculum development in mathematics education. It supports conference of leaders to examine the immediate problems facing mathematics education and curriculum projects to update and reform mathematics instruction. In 1974 and 1975, there were four conferences, at various school levels, on curriculum and teachers' centers as well as a national survey of goals and innovation patterns of on-going mathematical activities; and the establishment of three Teachers' Centers.

The NAEP is supported by Federal and private foundations to assess the educational outcome in all areas of school study. The first report on mathematics of fundamentals was released in 1975. More complete reports will follow. The NAEP gathered information on probability samples of 9-year olds, 13-year olds, 17-year olds (in school and out of school) and adults ages 26 to 35 years. The first tests were on computational skills in arithmetic and the solution of simple consumer arithmetic problems. Generally the results showed that the best performance was made by 17-year olds with adults not too far behind. One outstanding conclusion is that in mathematics, formal education makes a great impact on better achievement. However the correct use of consumer arithmetic by 17-year olds and adults is attested by less than two-thirds of the people in these age groups.

The MAA continues to conduct a yearly mathematical contest for high-school students. To this contest, there was added, in 1972, a U.S.A. Olympiad contest for the students having the highest scores in the MAA test. In 1974 this activity was expanded to select and train a team of eight students to take part in the International Olympiads organized by Russia and its allied countries. Despite the newness of this type of mathematical competition, the U.S.A. team took second place in 1974 (Russia was first) and third place in 1975 (East Germany was first and Hungary second).

NACOME

There exists in the United States of America a consortium of the major mathematical organizations called the "Conference Board of the Mathematical Science". Among the organizations involved are the Mathematical Association of America, American Mathematical Society, National Council of Teachers of Mathematics, Association for Symbolic Logic, Institute of Mathematical Statistics, and Society for Industrial and Applied Mathematics. The Board handles those matters, activities, and problems that are inter-related with several or all of these organizations.

The United States of America has no federal ministry of education where official curriculum are prescribed and national tests are administered. Nor do most of the States, all of which have departments of education, set up a prescribed school curriculum. These departments act as advisory bodies, setting up general desirable outcomes and licensing teachers. In particular, any school district is a law unto itself, with regard to what it teaches as long as it follows certain regulations as to the amount of and financing of public education. This being the situation, it is very difficult to determine to what extent the various reform movements in mathematical education are in force or have effected change both in content, and in pedagogical matters.

In June 1974, the Conference Board of Mathematical Sciences (CBMS) at the request of several of its constituents, attempted to bring some sort of central intelligence on mathematical education by appointing a National Advisory Committee on Mathematical Education (NACOME). With financial backing of the National Science Foundation, this Committee has attempted during the past year, 1974-1975, to assemble a comprehensive overview and analysis of the current status of U.S.A. mathematical education, Kindergarten through Grade 12. In light of this overview and analysis of content (or courses), objectives, and innovative practices in pedagogy, it should be able to formulate some specific recommendations on the needs for the improvement of mathematical education.

The first report will be published by CBMS in late Fall of 1975. It will be concerned with an analysis of the Curriculum Reform Movements in the U.S.A. during 1955-1975. The current program and moot issues on the reformed programs, the patterns of classroom teaching and teacher education, the evaluation of mathematical achievement, and recommendations and perspectives for the next few years on improving the outcome of mathematical education throughout the nation. The report will be available from the Conference Board of Mathematical Sciences, 832 Joseph Henry Building, 2100 Pennsylvania Ave. N.W., Washington, D.C. 20037.

THE MATHEMATICS PUBLISHING INDUSTRY

Most textbooks, teaching materials and other media for learning mathematics are published by private commercial publishing companies. As such these producers are interested in two principal goals, one to contribute to the educational demands of the times and secondly to make monetary profit. Over the last few years a gradual lowering of average achievement on standardized tests, criticisms by conservative citizens, and widely circulated indictments against the new mathematics have induced publishers to implement reactionary "reforms" in mathematics programs, especially at the elementary school level. While deficiencies usually attributed to "Modern Mathematics" may well have their origins not in curricular innovations but rather in societal, demographic and methodological changes -such as the "individualization movement", the fact remains that Modern Mathematics has become "the whipping boy".

Textbook publishers are not immune to such criticisms and have reacted moderately to these criticisms. At the middle school level, publishers have limited change to what is known as the "basic skills issue". One publisher describes the theme as "back to basics", while two others characterize their programs as "skill oriented" or balanced. As a result of these issues, some modern terminology, symbolism, and topics on number bases and set operations are rapidly disappearing in middle school (grades 5-9) textbooks. Fortunately, however, the central theme of contemporary mathematics teaching -understanding and concepts- has not yet been eclipsed by basic skills which will dominate published textbooks in the years ahead.

A new issue that has developed in the last two years and which may slowly dominate the basic skills movement, is the "problem solving issue". This will become all the more important as the minicomputer enters into middle-school learning. There is some evidence that problem solving concerns are growing. There is a re-emphasis of this aspect of learning in both teacher training programs and educational research. A second indication is the cool student reaction to non-problem basic skill drill as a boring classroom activity.

At the high-school level commercial textbooks have made very little change from the pattern set by SMSG in the decade 1960-1970. Some adjustments in level of sophistication -usually downward- have been made to accomodate population change. The stability (or stagnancy) of secondary school textbooks is due in part to the domination of the market by relatively few publishers who followed the SMSG traditional pattern of organization of high school mathematics into full years of study of the separate branches -Algebra I, Geometry, Algebra II, and Pre-calculus, Grades 9-12. Eventually all publishers competing in the secondary field produced texts that border on Xerox copies of one-another. Publishers are exceedingly wary of publishing any new or experimental programs, especially since a few publishers lost money on some such ventures in the past ten years.

RESEARCH

A most encouraging development is the establishment with federal financial assistance of the Center for the Study of Learning and Teaching Mathematics at the University of Georgia in Athens, Georgia. This Center is in a way similar to the IREM's (Institutes for Research in Mathematical Education) in France. The IREM's are narrower in their research efforts related mostly to the curriculum content while the Center is open to all types of philosophical, psychological, pedagogical and substance areas of research.

SMSG, and the Survey of Recent East European Mathematical Literature, located at the University of Chicago have recently published volumes 7-14 in the Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics. These volumes are having an influence in the direction that U.S.A. researchers are taking. There is a definite trend away from experimental studies toward more qualitative descriptive, diagnostic, clinical work. Investigators have become disenchanted with the failures of experimental comparisons of methods to provide useful information.

There is a trend in curriculum research to place emphasis on applications and mathematical modelling. Several research efforts are based entirely on the collection of *situations* and problems, that are open-ended as well as closed in possible solutions, to be used in teaching mathematics at the secondary-school level. There are other projects, at Florida State University and Indiana University in which projects on curriculum development make explicit provisions for research on learning and teaching the curriculum materials.

TRENDS

The huge wave of curriculum construction from 1955 to 1975, which peaked in the middle '60's has come to an end. These efforts were largely directed at the better students (college and university intending youth). There remains an adaptation of these curricula to meet the needs of the great majority of students e.g. the middle 60% of mental ability, as well as the pedagogical problem of arithmetic literacy for the lower 20% of intellectual ability. Yet, we can expect that with the mini-calculators and digital computers, as well as newly discovered uses of mathematics, there must be a continuous study and readaptation of the curriculum content for university preparation.

There are signs that the present shift of research to descriptive, diagnostic, and clinical approaches will produce a quality and quantity of mathematical education investigations to such an extent that classroom practices will be greatly influenced by the results.

Current movements in educational practices in general are bound to have an effect on teaching school mathematics. Accountability, contractual learning, open classrooms, behavioral objectives, discovery activity learning, individual learning, and other schemes for operating the learning process are being advocated by their creators. Teachers, and even mathematical educators continue in the ever-present practice of camping on bandwagons before inspecting and testing them to see how sturdily they are built. In mathematics, at present, the trends are on individualization of instruction and activity learning. However the classroom group or class teaching of our subject appears to gain as much or more than the popular bandwagons do in student achievement.

There must be a revival of the study of the preparation of teachers of mathematics. Many good innovations in vector spaces, transformation geometry, topological approaches to analysis, and the like have not succeeded because of lack of understanding of the objectives and content on the part of the classroom teacher. In elementary schools practically no geometry is taught because of this teacher ignorance. No curriculum, no matter how excellent, will be taught successfully by teachers who do not know. Teachers tend to teach the way and the substance they themselves learned at school. New programs of teacher education must insure a deeper and broader knowledge of contemporary mathematics and its didactics.

More and more all youth is staying in formal school study to the ages of 16 to 18 years. Yet, the mathematics community, national and international, per se, in its conferences and congresses, has continued to weight its reports and proposal for the students who will continue their education in higher institutions. The majority of students do not proceed to higher education. The concern of economists, sociologists, politicians, and civic planners, has turned to the more basic questions of the mathematical education of this group of students. If the mathematics community is to retain credibility it is essential that its concerns -research and experimentation- be broadened to include the issues of basic mathematical education, either terminal or recurrent.

The reporter appreciatively acknowledges the help in making this report of Professors E.G. Begle (Stanford University), J. Fey (Maryland), B. Kaufman (CSMP), J. Kilpatrick (Georgia), B. Vogeli (Columbia), J. Wilson (NSF) and J. Payne (NSF).

* * *

INFORME DE VENEZUELA

Federico Martin

INTRODUCCION

De los eventos internacionales que se han ocupado de la enseñanza de la matemática los que mayor influencia han tenido en Venezuela, han sido las Conferencias Interamericanas sobre Educación Matemática, de las cuales se han efectuado tres hasta el momento: en Bogotá en 1961, en Lima en 1966 y en Bahía Blanca en 1972.

En la Conferencia de Lima se formularon recomendaciones para los programas de matemática para la escuela media y en lo relativo a la formación de profesores de matemática. Estas recomendaciones influyeron en los nuevos programas de matemática en Venezuela, tanto a nivel primario como los de nivel medio, programas que fueron revisados y re-estructurados tomando en cuenta las nuevas tendencias en la enseñanza de la matemática y fueron implantados entre los años 1969 y 1973. Sin embargo, el proceso de reforma había comenzado con bastante anticipación como lo muestran los siguientes hechos:

a) En los años 60 y 61 el departamento de matemáticas y física del Instituto Pedagógico de Caracas realizó una investigación que se presentó en la Conferencia de Bogotá y que concluyó en una publicación en abril de 1963: "Evaluación de la Enseñanza de la Matemática en los Liceos de Venezuela", Revista Educación XXIV, N° 103-104.

b) Por la misma época el Instituto Pedagógico de Caracas, comenzó a ofrecer cursos de perfeccionamiento y de actualización al profesorado de educación media en ejercicio y a re-estructurar sus planes de estudio en atención a las nuevas tendencias en la enseñanza de la matemática.

c) En julio de 1965 aparece el primer texto dirigido a estudiantes de nivel medio (11 a 12 años) escrito por un equipo de docentes venezolanos y con las nuevas orientaciones en la enseñanza de la matemática.

Vamos a presentar unas consideraciones sobre los aspectos más resaltantes del estado actual de la enseñanza de la matemática en nuestro país.

SOBRE LA FORMACION DE PROFESORES

El movimiento de reforma de la enseñanza de la matemática ha dado lugar a replantear los planes de los institutos de educación superior y formación docente que se ocupan de la preparación y actualización del profesorado de matemática en todos los niveles. En diversos eventos internacionales se ha tratado este tema como punto específico de los mismos.

Desde uno de los primeros congresos dedicados a la enseñanza de la matemática, como fue el seminario de Royaumont el cual tuvo lugar en Francia del 23 de noviembre al 4 de diciembre de 1959, y que está considerado como el punto de partida de la reforma de la educación matemática en los países europeos, se dedicó un tema especial para el entrenamiento de profesores.

Uno de los programas más conocidos acerca del alcance de los contenidos matemáticos que debe poseer un profesor de educación media, es el programa de Dusseldorf, el cual comprende un conjunto de cursos elaborados en matemática de universidades de Alemania, Francia e Italia y se considera válido para efectos de equivalencia entre dichas universidades. En el mismo, el programa de matemática se divide en dos niveles: básico y superior de secundaria.

Por la misma época (1963), en la Conferencia de Cambridge (Estados Unidos de América) que reunió a un grupo de distinguidos matemáticos norteamericanos con el objeto de proponer un curriculum para la escuela secundaria con indicaciones de tipo metodológico, también se hizo especial énfasis en la preparación de profesores.

En los dos Congresos Mundiales sobre Enseñanza de la Matemática realizados en Lyon - Francia (1969) y en Exeter - Inglaterra (1972) se trató este problema.

Por otra parte, algunos de los principales países que han adelantado la reforma de la enseñanza de la matemática han publicado recomendaciones específicas sobre este punto. Entre estos, particular difusión han alcanzado las recomendaciones del Committee on the Undergraduate Program in Mathematics (CUPM), que es el organismo de la Asociación Matemática de América encargado del mejoramiento de la enseñanza de la matemática universitaria. En éstas se hace una distinción de la formación de los profesores para cinco niveles de enseñanza, que corresponderían aproximadamente a lo que en Venezuela son los niveles primario, básico secundario, diversificado, básico superior (dos primeros años de nivel superior) y universitario de pregrado.

De la 1ra. Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática, Bogotá 1961, traemos la siguiente recomendación:

"Que la formación de profesores de enseñanza media, tienda a estar exclusivamente a cargo de la universidad, y bajo la influencia de los matemáticos más competentes, a fin de evitar el divorcio entre la enseñanza de la matemática y los progresos de la ciencia y la tecnología; entre tanto, en los casos en que esté a cargo de instituciones especiales, que los cursos de matemática sean de nivel universitario".

El punto señalado reviste particular importancia para un país como Venezuela en donde la formación de profesores ha estado tradicionalmente a cargo de instituciones especiales como son los institutos pedagógicos, que funcionan independientemente de las universidades. Actualmente existen los siguientes:

1. Instituto Universitario Pedagógico de Caracas. Fundado en 1936, forma profesores para educación media bajo un régimen de 8 semestres académicos para completar 120 créditos y un semestre para prácticas docentes.

2. Instituto Universitario Pedagógico Experimental de Barquisimeto. Fundado en 1963, forma profesores en 8 semestres.

3. Instituto Universitario Pedagógico Experimental de Maturín. Fundado en 1971, forma profesores en 8 semestres.

4. Instituto Universitario Pedagógico Experimental de Maracay. Fundado en 1971, forma profesores en 8 semestres.

Además de estos institutos, los siguientes centros se ocupan de formar personal para la enseñanza de la matemática en educación media:

5. Universidad de Oriente. Forma licenciados en educación mención matemática en 4 años.

6. Universidad del Zulia. Forma licenciados en educación mención matemática en 4 años.

7. Universidad Católica Andrés Bello (Privada). Forma licenciados en educación mención matemática en 5 años.

8. Instituto de Mejoramiento Profesional del Magisterio, Centro de Profesionalización de docentes no titulados y que enseñan en educación primaria y secundaria. La rama de educación media fue fundada en 1969 y funciona con un régimen de cursos por correspondencia.

El esfuerzo de todas estas instituciones han logrado elevar la cifra de 54 profesores graduados en matemática en 1961, que representó aproximadamente el 17% del personal en ejercicio, a unos 1300 en la actualidad que representa aproximadamente el 25% del personal en ejercicio. Cifra que tiende a disminuir de acuerdo con los datos de los organismos de planificación del Ministerio de Educación.

También de la Conferencia de Bogotá recordamos que se estableció lo siguiente:

"1. Procédase a constituir un "Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia" cuyo objetivo consistirá en atender en forma orgánica, continua y sistemática al mejoramiento y modernización del proceso enseñanza-aprendizaje de la ciencia.

"2. El centro ejercerá su acción en todos los niveles educativos a objeto de procurar el mejoramiento de métodos y medios de enseñanza y la formación y perfeccionamiento de los docentes y así como de estimular a los docentes y a los alumnos para que desarrollen una actitud investigativa, creadora y activa."

Estos dos artículos nos señalan el alcance de las actividades de este nuevo centro de estudio y aplicación que indudablemente está tratando de corregir las deficiencias existentes, las cuales cada día por el aumento de la población educativa, y por la carencia de medios adecuados, presentan mayores dificultades para solucionarlas.

Por primera vez en nuestro país, educadores y científicos se están reuniendo como una sola fuerza con el fin de llegar a definiciones más precisas que permitan en forma sostenida y progresiva una enseñanza modernizada de la ciencia.

Los objetivos de este centro nos muestran también que para que ese esfuerzo tenga éxito es necesario contar de antemano no sólo con un personal idóneo que dirija el centro sino con la colaboración de los científicos unida al espíritu de superación de todos los educadores, de quienes dependerá en mayor grado el éxito de este experimento.

Entre los distintos proyectos que este centro está dirigiendo en estos momentos vamos a indicar los relativos a la enseñanza de la matemática:

1. *Proyecto CENAMEC-MATCB-01*

Es un experimento sobre la reformulación de los programas de matemáticas del ciclo básico común de educación media (para jóvenes entre 11 y 14 años). Para la implementación de este experimento se realizó una impresión diagnóstica en dos fases:

Primera fase: (facilidades) estado actual del proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática en el ciclo básico común de educación media. (participación de docentes de aula y coordinadores o jefes de departamentos de matemáticas de liceos del país).

Segunda fase: (necesidades) estado actual de la matemática y sobre su enseñanza a jóvenes del primer ciclo. (participación de docentes de educación superior, matemáticos y análisis de las recomendaciones de congresos internacionales sobre la materia).

De la confrontación de estas dos fases surgieron cinco alternativas a implementar con las variables deseabilidad y factibilidad. Aún las fases siguientes consistieron en la decisión e implementación de una de las alternativas, lo que significó fijar criterios tales como la base conceptual del diseño curricular, elaboración de los programas: general, específico y analítico, toma de decisiones sobre el enfoque de la matemática en el ciclo básico común de educación media, elaboración de guías de ejercicios y guías de estudio, decisión sobre estrategias educativas, recursos de enseñanza, evaluaciones a cada objetivo instruccional, elaboración de un banco de items para todo el ciclo básico común de educación media, elaboración de normas de seguimientos y evaluación y diseño experimental e instrumentos de medida de variables.

En estos momentos hay más de 4.000 jóvenes en aulas de todo el país con los cuales se está experimentando esta nueva programación de la matemática en el ciclo básico común de educación media. Posteriormente a los ajustes a que haya lugar, se hará extensivo a todo el país.

2. *Proyecto CENAMEC-MATCB-02*

Es un programa de vendaje de docentes en ejercicios sobre técnicas educativas y concretas y a base de cursos-talleres de poca duración (3 días máximo a tiempo completo). Estas actividades se desarrollan en las distintas ciudades y poblaciones del país y fundamentalmente se han ofrecido las siguientes:

a) La evaluación del proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática en la escuela secundaria.

b) Planificación de los programas de matemática del ciclo básico común de educación media con criterio educativo funcional en la medida en que se especifican las siguientes dimensiones:

- objetivos instruccionales - evaluación
- estrategias educativas
- recursos
- actividades del alumno y del profesor

c) Elaboración de recursos para el aprendizaje de la matemática en el ciclo básico común de educación media.

Este proyecto se compone como objetivos:

1. Dotar al docente de matemática de educación media, de una técnica concreta en alguno de estos aspectos:

   - planificación para cumplir el programa
   - evaluación del proceso enseñanza-aprendizaje
   - elaboración y utilización de recursos de aprendizaje para la enseñanza de la matemática.

2. Motivar al docente en ejercicio para que realice una planificación racional de su labor docente tomando en cuenta los conceptos económicos y poderosos.

3. Formar equipos de docentes en distintas regiones del país que actúan creativa, racional y críticamente en lo relativo a la enseñanza-aprendizaje de la matemática.

3. *Primera olimpíada matemática venezolana*

Dentro de las tareas que le corresponde desarrollar al Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia -CENAMEC-, señaladas en el decreto de creación de este organismo, está la de:

"Participar en la promoción de actividades tendientes a despertar y apoyar el interés y la vocación de los jóvenes por la ciencia y la tecnología".

Estas actividades incluyen aspectos extra-curriculares de la enseñanza, que actualmente son considerados de gran importancia por todos los organismos especializados en educación, por cuanto contribuyen a descubrir y estimular vocaciones y aptitudes necesarias para el proceso de desarrollo del país.

Esta actividad tiene como objetivo:

Descubrir, en el nivel de educación media, estudiantes dotados de aptitudes especiales para el aprendizaje de la matemática, que posean creatividad, destrezas operatorias y habilidad para transferir conocimientos matemáticos adquiridos a nuevas situaciones.

La Olimpíada cuenta con su reglamento en donde además indica cómo se desarrollará tal evento.

Además de estos proyectos ya descritos también el CENAMEC cuenta entre sus futuras acciones, la realización de festivales juveniles de la ciencia, proyectos de ciencias integradas tanto en educación primaria como en educación media, diseño de laboratorios, etc.

POSTGRADOS

Existen en el país varios cursos de postgrados en relación a la matemática, así tenemos:

1. Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas (IVIC)
   Centro de Estudios Avanzados
   Magister Scientiarun in Matemáticas Aplicadas.

   El objetivo del curso es proporcionar a los profesionales de la especialidad una sólida formación matemática que permita la enseñanza de esta disciplina en carreras directamente vinculadas al desarrollo, como ingeniería, economía, investigación operativa, etc. y la aplicación directa de métodos matemáticos en la gerencia y organización de la actividad económica a diversos niveles. El curso tiene una duración de cuatro semestres y para la obtención del título es necesario aprobar veinticuatro unidades crédito, además de la tesis de grado.

2. Instituto Universitario Pedagógico de Caracas (IUPC)

   Departamento de matemáticas, física y técnicas comerciales. Magister en enseñanza de la matemática.

   En cuanto a la recomendación de la Conferencia de Lima formar expertos en educación matemática que posean una sólida fundamentación matemática y los aspectos pedagógicos inherentes a la transmisión del conocimiento, se insistió en ella posteriormente en el Primer Congreso Internacional de Enseñanza de la Matemática llevado a cabo en Lyon, Francia en 1969. Allí se planteó:

"La teoría de la educación matemática se ha transformado en una ciencia autónoma con problemas propios del contenido matemático y de su experimentación. Esa ciencia nueva debe tener su lugar en el departamento de matemática de las universidades o en los institutos de investigación, de manera tal que los que se califiquen en esa disciplina puedan acceder a todos los grados universitarios".

Todo esto hace pensar en la necesidad de instrumentar en las instituciones que se ocupan de la formación docente en un nivel de postgrado que permita dar continuidad a los niveles de pre-grado a fin de formar expertos en el campo de educación matemática. Si bien esta necesidad ya había sido atendida en algunos de los países desarrollados, en nuestro caso no ha sido sino hasta recientemente cuando el Instituto Pedagógico de Caracas ha iniciado el ofrecimiento de cursos de postgrado en educación matemática, que tiene por finalidad formar profesores que puedan ejercer funciones dirigentes de tipo académico a nivel nacional y en el área de la enseñanza de la matemática: supervisores nacionales, coordinadores regionales, diseñadores de planes y programas de matemática a nivel primario, medio y superior, profesores de didáctica de la matemática a nivel superior y para los profesores que trabajan con esta asignatura en los cursos de primer y segundo nivel de los institutos de educación superior. El curso tiene una duración de cuatro períodos regulares, a razón de catorce semanas como mínimo de duración por período. El pensum está distribuido en un 15% en el área de educación, 80% en el área de especialización y 5% en electivas.

Las asignaturas que se dictan son las siguientes:

Algebra. Análisis. Geometría. Probabilidad y estadística. Historia de la matemática. Didáctica de la matemática en la escuela media. Seminario. Técnicas de investigación educativa. Seminario sobre problemas de la educación media. Seminario sobre problemas de la educación superior. Dinámica de grupos. Computación educativa. Geometrías no euclidianas. Lógica simbólica. Axiomas de la teoría de conjuntos. Nuevas técnicas de administración aplicadas a la educación.

3. Universidad Central de Venezuela (UCV)
Centro de Estudios para graduados de la Facultad de Ingeniería

a) Magister Scientiarum en Matemáticas Aplicadas.

Tiene por finalidad la formación de personal especializado y docente en matemáticas aplicadas. Los alumnos con deficiencias en su preparación profesional tendrán que cursar las asignaturas de pregrado o extensión de conocimientos, antes o simultáneamente con los de postgrado. La duración del curso es de dos años. El alumno debe poseer conocimientos de idioma instrumental además del castellano. El alumno deberá aprobar un mínimo de treinta unidades, con un promedio mínimo ponderado de doce puntos.

b) Doctor en Matemáticas Aplicadas.

Tiene por finalidad preparar los profesionales en los aspectos teóricos y metodológicos que conducen a una sólida preparación para la investigación en matemáticas aplicadas. Es necesario que el alumno posea conocimiento instrumental de dos idiomas extranjeros. El alumno debe realizar una escolaridad regular no inferior a tres períodos. El curso tiene una duración de dos años y el alumno deberá aprobar un mínimo de cuarenta y cinco unidades de postgrado, de las cuales por lo menos treinta deberán ser de nivel de doctorado, aprobadas con un promedio de quince puntos. Es imprescindible la presentación de la tesis doctoral conforme a lo dispuesto por la ley de universidades, artículo 160.

4. Universidad de Carabobo (UC)
Area de Estudios de Postgrado
Master en Ciencias, mención matemática.

El curso fue creado en 1970, con el objetivo de preparar y mejorar el profesorado de matemáticas a nivel superior, así como el personal de investigación en disciplinas teóricas y aplicadas de base matemática. El curso está organizado en tres niveles: el nivel básico de postgrado, el nivel superior y el nivel avanzado. El programa se desarrolla en tres semestres lectivos, durante los cuales se ofrece instrucción en cinco áreas: probabilidad y estadística, análisis, topología y geometría, álgebra y análisis numérico y computación. Para optar al título se exige aprobar un total de treinta y tres unidades-crédito. El curso recibe la colaboración de la Universidad de Madrid (España) y de la Universidad de Oklahoma (U.S.A.), en lo referente a aporte de docentes.

5. Universidad de Oriente (UDO)
Departamento de matemáticas

a) Maestría en Ciencias (mención matemática pura)

Creado en 1973, tiene por objetivo elevar el nivel de conocimiento de aquellos profesores en ejercicio, tanto de la Universidad de Oriente como de otras instituciones de educación superior en Venezuela, para realizar mejor labor docente y preparar personal con información adecuada que permita ayudar al país en su desarrollo tecnológico. El programa del curso contempla asignaturas de la especialidad y asignaturas electivas, y el estudiante debe completar treinta y seis créditos, incluyendo cuatro créditos en tesis de grado. La duración del curso es de dos años.

b) Maestría en Ciencias (mención matemática aplicada)

Creado en 1973 para elevar el nivel de conocimientos de profesores en ejercicio de la Universidad de Oriente y otras instituciones de educación superior en Venezuela, para realizar mejor labor docente y preparar personal con información adecuada que permita ayudar al país en su desarrollo tecnológico. El programa contempla asignaturas de la especialidad y asignaturas electivas; el estudiante debe completar treinta y seis créditos, incluyendo cuatro de la tesis de grado. La duración del curso es de dos años. Los estudiantes en la mención matemáticas aplicadas cuentan con oportunidad de colaboración de investigadores del Instituto Oceanográfico de la Universidad de Oriente.

6. Universidad del Zulia (LUZ)
Instituto de Investigaciones Petroleras
Magister en Matemáticas

El curso fue creado en 1970. Tiene por finalidad dar al alumno no sólo una especialización profesional, sino también una capacitación docente y de investigación. El programa contempla asignaturas básicas y asignaturas de la especialidad para obtener el título de Magister, el alumno deberá aprobar un mínimo de treinta unidades, de las cuales doce deberán ser de formación básica, quince de la especialidad y tres de la tesis de grado. El cupo mínimo de cursantes será de cinco y el máximo de veinticinco. Recibe colaboración financiera del Instituto Nacional de Cooperación Educativa (INCE) y de la Universidad del Zulia, y aportes docentes de la Unesco, del Instituto Venezolano de Investigaciónes Científicas (IVIC) y de la Universidad del Zulia. La duración del curso es de tres períodos de dieciseis a dieciocho semanas cada uno.

Además de los mencionados, la Universidad Simón Bolívar ha proyectado una Maestría en matemática. La Universidad Central tiene entre sus proyectos abrir una opción docente en su licenciatura de matemáticas y próximamente ofrecer programas de doctorado en matemática.

Finalmente, el Comité Venezolano de Educación Matemática -CVEM- proyecta organizar una sociedad de matemáticos y profesores de matemática con la finalidad de divulgar aspectos relacionados con la enseñanza y de organizar cursos de actualización para docentes en ejercicio.

* * *

PARTE V

A. INFORMACIONES GENERALES

OBJETIVOS GENERALES DE LA CUARTA CONFERENCIA INTERAMERICANA SOBRE EDUCACION MATEMATICA

1. Considerar temas referentes a la enseñanza de la matemática en todos los niveles, analizar métodos para obtener la máxima eficiencia, discutir los problemas que se presentan y proponer normas para una posible solución de los mismos.

2. Incrementar las relaciones entre las entidades de los distintos países relacionados con la enseñanza de la matemática y, dentro de cada país, entre las instituciones y personas vinculadas con problemas educacionales en los distintos niveles, para lograr un mayor conocimiento mutuo y una mejor coordinación de esfuerzos y tareas.

3. Informar sobre los progresos realizados y dificultades encontradas en la enseñanza de la matemática en los distintos países de América a partir de la última Conferencia realizada, en este caso la III Conferencia en Bahía Blanca en 1972.

TEMARIO

I. Las aplicaciones de la matemática en la enseñanza y el aprendizaje.

II. La matemática en el Ciclo Diversificado.

III. Enseñanza extra-curricular de la matemática (Olimpíadas, Museos de Ciencias, Ferias de Ciencias, Centros de matemática, ...).

IV. Matemática y Desarrollo. El problema de la formación de Profesores.

Además se llevarán a cabo dos mesas redondas en las cuales participarán invitados de diversos países. Estas versarán sobre:

1. La Problemática de la Reforma de la Enseñanza de la Matemática.

2. Matemática y Desarrollo.

En el transcurso de la Conferencia se presentará una Exposición de Material Didáctico.

PROGRAMA

LUNES 1

8.30 a 12.00 y 14.30 a 16.30 — Inscripción y constitución de los grupos de trabajo.

19.00 — Acto inaugural, a cargo del ciudadano Ministro de Educación, doctor Luis Manuel Peñalver.

Exposición de material didáctico.

Brindis.

MARTES 2

Conferencias

9.30 — Matemáticas e ideología
Daniel Crespín (Venezuela)

11.00 — Matemáticas y desarrollo
Paul Dedecker (Bélgica)

14.30 — Las Aplicaciones de la Matemática a nivel del Primer Ciclo Secundario
Emma Castelnuovo (Italia)

15.30 — Objetivos e tendencias da Educacao Matemática en países en vía de desenvolvimento.
Ubiratán D'Ambrosio (Brasil)

17.00 — Mesa Redonda: Matemática y Desarrollo

MIERCOLES 3

Conferencias

8.30 — La Educación Matemática en el Ciclo Diversificado Venezolano
Ennodio Torres, Héctor Pantoja y José Sarabia (Venezuela)

9.30 — L'enseignement dans les classes du secondaire et ses rapports avec l'enseignement supérieur
Jean Dieudonné (Francia)

11.00 — The role of the Teachers Organization in the improvement of Mathematical Education
E. Glenadine Gibb (U.S.A.)

14.30 — L'enseignement des Mathématiques et de la Statistique dans les Sciences Sociales et Economiques
Colette Andrieu-Bui y Bui-Trong Lieu (Francia)

15.30 — Programa de Formación Docente en Matemática para Países en Vías de Desarrollo.
Mauricio Orellana Chacín y Saulo Rada Aranda (Venezuela)

17.00 — Trabajo de grupos.

JUEVES 4

Conferencias

8.30 — Equiping the teacher to play a dominant role in improving Mathematics Education.
Howard F. Fehr (U.S.A.)

9.30 — Un experimento de la Universidad Simón Bolívar sobre Educación a distancia.
J. Jiménez Romero y E. Lima de Sá (Venezuela)

11.00 — La Mathématique dans le Cycle Diversifié.
Willy Servais (Bélgica)

VIERNES 5

Conferencias

8.30 — Matemática en el Ciclo Diversificado Colombiano.
Carlos E. Vasco Uribe (Colombia)

11.00 — Construcción de Computadoras en la Enseñanza Secundaria.
Jaime Michelow (Chile)

14.30 — Mesa Redonda: La Problemática de la Reforma de la Enseñanza de la Matemática.

17.00 — Trabajo de grupos.

SABADO 6

8.30 — Discusión de las recomendaciones.

Elección del nuevo Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM).

Acto de clausura.

* * *

ENTIDAD ORGANIZADORA

A nivel internacional de IV Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática es organizada por el Comité Interamericano de Educación Matemática (C.I.A.E.M.)(afiliado al ICMI - International Committee on Mathematical Instruction) constituido por: Marshall H. Stone, Presidente Honorario (Amherst, Massachusetts, Estados Unidos de América); Luis A. Santaló, Presidente (Universidad de Buenos Aires, Argentina); Howard F. Fehr, Vice-Presidente (Columbia University, Nueva York, Estados Unidos de América); Enrique Góngora, Secretario (Universidad de Costa Rica, Costa Rica); Vocales Titulares: César Carranza (Pontificia Universidad Católica, Lima, Perú); Carlos Imaz (Instituto Politécnico Nacional, México); Rafael Laguardia (Instituto de Matemática y Estadística, Montevideo, Uruguay); Leopoldo Nachbin (Instituto de Matemática Pura y Aplicada, Río de Janeiro, Brasil); Mauricio Orellana Ch. (Instituto Pedagógico y Universidad Central, Caracas, Venezuela); Jerko Valderrama (Universidad Nacional, Santiago de Chile); Vocales suplentes: Oscar Aguilar Hidrobo (Universidad Central, Quito, Ecuador); José L. Benza (Instituto de Ciencias, Asunción, Paraguay); Roberto Carranza (Facultad de Ciencias, La Paz, Bolivia); Claude Gaulin (Laval University, Montreal, Canadá); Ricardo Losada (Universidad Nacional, Bogotá, Colombia); Phyllis Macpherson (University of West Indies, Kingston, Jamaica).

COMITE ORGANIZADOR LOCAL

COMITE VENEZOLANO DE EDUCACION MATEMATICA:

Presidente Honorario:	José Alejandro Rodríguez
Presidente:	Mauricio Orellana Chacín
Vice-Presidente:	Saulo Rada Aranda
Secretaria:	Tania Calderín de Guédez

Vocales:

Félix Estacio
Gisela Marcano de Martín
Horacio Rivas Mijares
Pedro Antonio Tirado

DELEGADOS DE INSTITUCIONES:

Carlos Andueza (CVP)
Jesús Andonegui (IPC)
Estrella Benaím G. (CONICIT)
Pedro J. Colina Oráa (M.E.)
Jesús S. González (UCV)
Francisco Marín (USB)

ENTIDADES PATROCINANTES

A nivel nacional:

Ministerio de Educación
Universidad Central de Venezuela
Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas (CONICIT)
Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC)
Instituto Pedagógico de Caracas
Universidad Simón Bolívar
Universidad de Oriente
Colegio de Profesores de Venezuela
La Electricidad de Caracas

A nivel internacional:

Organización de Estados Americanos (OEA)
Unesco

* * *

B. *RECOMENDACIONES*

Durante la sesión plenaria del día 6 de diciembre de 1975, presidida por el vicepresidente Dr. Howard F. Fehr y actuando como director del debate el Dr. Ubiratan D'Ambrosio, se consideraron los informes de los grupos de trabajo sobre los Temas I, II, III, IV y resultaron aprobadas las siguientes recomendaciones:

TEMA I - LAS APLICACIONES DE LA MATEMATICA EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE:

1. Que es conveniente crear el mayor número posible de núcleos de investigación en todos los países latinoamericanos. Los núcleos de investigación nacionales deberán interaccionar para favorecer la creación del Centro Latinoamericano de Investigación en Educación Matemática.

   En dichos núcleos se han de reunir educadores en diferentes áreas, espontáneamente o con apoyo oficial, a experimentar y a evaluar diferentes métodos de enseñanza.

2. Que deberían implementarse mecanismos que permitan a cada grupo conocer sobre el trabajo de los demás.

3. Las ponencias referentes a resultados obtenidos en experiencias concretas de los diversos grupos de trabajo en los distintos países, son de particular interés para la Conferencia y se debe propiciar su inclusión.

TEMA II - LA MATEMATICA EN EL CICLO DIVERSIFICADO

Contenido matemático del ciclo diversificado y metodología de la enseñanza en este ciclo:

1. La matemática debe ser asignatura obligatoria en el ciclo diversificado.

2. La formulación de los programas del ciclo diversificado debe tomar en cuenta:

   a) *En lo metodológico:*

   - enseñar matemática con la formalización mínima necesaria.
   - decidir mediante análisis de objetivos los que sean necesarios para cada especialidad del ciclo diversificado.
   - los métodos y procedimientos usados en la enseñanza de la matemática en el ciclo diversificado deben contribuir a la continuidad con los siguientes niveles de enseñanza.

   b) *En cuanto a los programas:*

   - cada país, de acuerdo a sus circunstancias decidirá un programa básico para cada una de las especialidades del ciclo diversificado.
   - ofrecer electivas en matemática a nivel del diversificado, que con programas especiales y número de horas de clases adecuadas, responda a la intención de incentivar talentos matemáticos.
   - tomar en cuenta la opinión de los profesores de enseñanza a nivel superior, particularmente los que trabajan en los primeros semestres.

3. En los programas del ciclo diversificado y de acuerdo a las respectivas especialidades se recomienda, entre otros, la inclusión de tópicos relativos a:

Funciones reales.
Algebra lineal en R^2 y R^3.
Computación (en las especialidades que la requieran).
Elementos de cálculo infinitesimal.
Probabilidad y estadística.

Uso de la calculadora en el ciclo diversificado:

1. Iniciar de inmediato las investigaciones necesarias para la implementación del uso de calculadoras.

2. Reestructurar los programas de los niveles primario y medio, haciendo más énfasis en la parte operacional.

3. Crear laboratorios de matemática.

Confección de manuales sobre: a) aplicaciones de la matemática; b) reactivos de pruebas para el ciclo diversificado de educación media.

1. Elaborar un manual de aplicaciones de la matemática.

2. Formar un equipo técnico interdisciplinario para la elaboración de dicho manual.

3. Elaborar un manual de reactivos de pruebas para el ciclo diversificado de educación media.

4. Formar un equipo de especialistas en matemática, evaluación y formulación de objetivos para la elaboración de dicho manual.

¿Cuándo es conveniente comenzar la diversificación?

1. Realizar un estudio exhaustivo con la intervención de psicólogos, orientadores, sociólogos, economistas, etc., los cuales, atendiendo al grado de madurez del educando, a las necesidades de desarrollo del país, al mercado de trabajo, etc., determinen tanto el número de años que deben dedicarse a la preparación general, como el momento en que debe comenzarse la diversificación y la duración de la misma.

TEMA III - ENSEÑANZA EXTRA-CURRICULAR DE LA MATEMATICA (OLIMPIADAS, MUSEOS DE CIENCIAS, FERIAS DE CIENCIAS, CENTROS DE MATEMATICA)

1. Dar la máxima prioridad a la organización de olimpíadas y ferias científicas juveniles aprovechando las experiencias de aquellos países en los que estas actividades se efectúan ya en forma regular.

2. Utilizar en la medida de lo factible y con las debidas precauciones, los modernos procedimientos de transmisión del conocimiento a la distancia, tanto para dar acceso a la cultura a la mayor cantidad posible de población, como para la puesta al día de profesores en ejercicio.

3. No olvidar que es imprescindible incluir en cualquier proyecto de educación matemática a un matemático profesional que vele por la corrección de los conceptos matemáticos manejados.

4. Ser doblemente cuidadosos en evitar imperfecciones que tendrán un efecto nocivo a escalas no conocidas, teniendo en cuenta el efecto multiplicador de los nuevos métodos de enseñanza.

5. Que los matemáticos de alto nivel de cada país se interesen por participar en el mejoramiento de la enseñanza a niveles más iniciales y en la búsqueda y detección del talento matemático joven en la forma más amplia posible.

6. Tener el mayor cuidado en que estas experiencias abarquen toda la población del país en el sentido sociológico más amplio posible.

7. Ser especialmente cuidadoso en incluir en estos proyectos extraprogramáticos ejemplos que tengan relación con campos no tradicionales como las ciencias económicas, sociales o humanas.

8. Iniciar en los países que estén en condiciones de hacerlo, proyectos de este tipo en el futuro más inmediato, con miras a aquilatar las experiencias en la V Conferencia del CIAEM.

TEMA IV - MATEMATICA Y DESARROLLO. EL PROBLEMA DE LA FORMACION DE PROFESORES

Recomendaciones referidas a la problemática de la educación matemática:

En cuanto al alumno:

1. El objetivo principal de la enseñanza de la matemática es el desenvolvimiento del educando para resolver sus necesidades socio-económicas dentro de sus capacidades intelectuales.

En cuanto a procedimiento:

1. Establecer un sistema de comunicación entre los países latinoamericanos a fin de obtener un programa básico mínimo, técnicas y demás formas didácticas de evaluación y de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

Recomendaciones sobre la formación de docentes de matemática:

1. En todos los niveles, la formación del docente en matemática debe ser responsabilidad de instituciones de nivel superior. A éstas les corresponderá coordinar y dar asistencia académica-pedagógica para conseguir un profesional que satisfaga las exigencias conducentes a la formación plena de los educandos.

2. Las instituciones de nivel superior procurarán estimular una verdadera vocación por las tareas del magisterio, colaborando en todo momento al logro de sus objetivos.

3. Para satisfacer los requerimientos de profesores en cada país, es necesario disponer previamente de las informaciones que permitirán racionalizar los esfuerzos en esta materia.

4. Para enfrentar la falta de profesores se elaborarán planes de emergencia a cargo de los institutos de nivel superior. Diversas opciones pueden ser consideradas de acuerdo con las necesidades propias de cada país.

Recomendaciones relativas al papel del docente en la educación matemática:

1. El docente debe ser un promotor de cambio social, esto por cuanto el acelerado accionar del mundo moderno nos exige que hagamos un análisis crítico y constante de nuestras realidades para adoptar las mejores soluciones en cada caso.

2. El docente debe transformarse en un profesional capaz de planear, producir, administrar y evaluar situaciones de enseñanza-aprendizaje en las cuales dejó de ser lo permanente y en algunos casos única fuente de aprendizaje.

3. El papel del profesor de matemática es lograr que los estudiantes a su cargo, alcancen los aprendizajes previamente descritos en los objetivos, haciendo realidad la premisa de la educación centrada en el estudiante.

Recomendaciones referidas al mejoramiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de matemática:

1. Es conveniente un estudio de las estrategias de aprendizaje de la matemática actualmente vigentes a través de seminarios o cursos impartidos por las instituciones de nivel superior de formación de docentes en matemática.

2. En la elaboración de los currícula de matemática en los países deberán constituirse comisiones en las que tengan participación profesores en ejercicio de los niveles respectivos.

Recomendaciones de tareas específicas:

1. Estudio comparativo de los programas de matemática de los países de la comunidad interamericana.

2. Elaboración de una plataforma conceptual que sirva al diseño del programa en matemáticas de los distintos niveles del sistema escolar.

3. Diseño, montaje y mantención de un sistema permanente de comunicación, destinado al campo de la educación matemática.

Recomendaciones relativas a la V Conferencia:

1. Promover la organización de comités de educación matemática a nivel regional o nacional.

2. Estudiar, conjuntamente con los comités de educación matemática, nacionales o regionales, cuáles son los problemas prioritarios de la educación matemática.

3. Incluir a otros países que puedan contribuir en forma efectiva a la búsqueda de soluciones a nuestra problemática.

4. Asegurar el carácter interamericano global del Comité y de la Conferencia mediante la participación efectiva de todos y cada uno de los países americanos.

* * *

C. PALABRAS PRONUNCIADAS POR EL PROFESOR UBIRATAN D'AMBROSIO EN EL ACTO DE CLAUSURA

Lamentamos muy profundamente la ausencia del Profesor Luis Santaló, Presidente electo del CIAEM, y me toca a mí el honroso deber de dirigir esta reunión. Yo creo que mis palabras reflejan mucho de lo que el Profesor Santaló les diría, puesto que en diferentes oportunidades discutíamos la acción futura del CIAEM y su papel en el contexto de la educación matemática a todos los niveles en nuestro continente.

Nuestra gratitud al comité que termina su gestión, por el ejemplo de trabajo y dedicación que nos dieron. Lo mismo digo de los comités precedentes cuya idea organizada en 1961 se hizo realidad en 1966. Debe destacarse la presencia constante del Profesor Howard F. Fehr en todas las actividades de la enseñanza matemática en Latinoamérica a quien estamos muy agradecidos por su acción constructiva y su enorme solidaridad con nuestros problemas.

En los próximos años esperamos reafirmar la acción del CIAEM en todos los niveles de la enseñanza matemática, así como su acción en los varios estadios y necesidades de nuestros países. Sin duda, hay un desequilibrio muy grande en la educación matemática. La felicidad de nuestro continente depende de un equilibrio digno y constructivo entre nuestras regiones y países, y el CIAEM espera poder ser un agente catalizador en la búsqueda de este equilibrio. Su acción, más amplia que la organización de las Conferencias Interamericanas, debe ser proyectada hacia las organizaciones regionales, en la promoción de seminarios especiales, grupos de trabajo sobre muchas de las innovaciones y direcciones que son recomendadas y en una amplia actividad de difusión de informaciones e intercambio de experiencias.

Se espera que el Boletín Informativo bien como el Directorio de Personas e instituciones que trabajan en la educación matemática en nuestro continente, sirva como elemento de enlace y establezca los lazos de comunicación necesarios para que la comunidad matemática latinoamericana tenga siempre presente dos realizaciones y las dificultades de unos y otros. La afiliación del CIAEM, el International Committee on Mathematical Instruction permitirá que América Latina participe con independencia y posición propios, de los varios movimientos innovadores de la enseñanza matemática en el mundo.

El próximo Congreso Internacional sobre Educación Matemática, que se realizará en Karlsuhe, Alemania, en agosto de 1976, reconoce la presencia de América Latina. Esperamos que una amplia participación latinoamericana en ese congreso reafirmará nuestra individualidad y la necesidad del planteamiento firme de nuestros problemas.

Consideramos un gran honor para los brasileños que la V Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática sea celebrada en Brasil, cuya proposición fue aceptada por el CIAEM. La Conferencia se prevé que será realizada a principios de 1979. Su organización, que estará a cargo de un Comité Internacional de programa, deberá reflejar mucho de la experiencia acumulada en las conferencias precedentes, al mismo tiempo que deberá reflejar la evolución de la educación matemática en nuestro continente. La dinámica propia de estos congresos y de los varios aspectos sociales y económicos de nuestro país servirá para imprimir una especial característica a la V Conferencia.

Para terminar esta sesión, con un total de 282 participantes, de los cuales 104 vienen de otros países, se puede considerar que ha sido un marco de la consolidación de las actividades del Comité Interamericano sobre Educación Matemática. Nosotros que acompañamos de cerca el trabajo de la comisión organizadora, podemos afirmar que la su peración de las enormes dificultades de orden material y financiero nos da la seguridad de que el CIAEM es una organización que alcanzó su madurez y sobrevivirá a todas las dificultades que se interpongan en su existencia. Fue esencial para el éxito de la conferencia, el apoyo irrestricto del Ministerio de Educación de Venezuela, que nos prestigió con la presencia del señor Ministro de Educación, Dr. Luis Manuel Peñalver en la sesión inaugural. Igualmente, la Universidad Central de Venezuela, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas (CONICIT), Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC), Instituto Pedagógico de Caracas, Universidad Simón Bolívar, Universidad de Oriente, Colegio de Profesores de Venezuela, la Electricidad de Caracas. A nivel internacional: la Organización de Estados Americanos (OEA) y la Unesco.

Enfatizamos lo mejor de nuestro reconocimiento, al trabajo del Comité Organizador local, coordinado por el Profesor Mauricio Orellana Chacín. Este trabajo permitió que nuestras actividades se desarrollaran en un ambiente grato y propicio para nuestras deliberaciones. El esfuerzo y dedicación que a esta Organización dio el Profesor Orellana es difícilmente imaginable por los participantes en el plenario o en sus sesiones de trabajo. Yo se que la organización de un congreso como éste representó un sacrificio y dedicación personal de la esposa del Presidente, Sra. Inés de Orellana, a quién hacemos llegar nuestro reconocimiento. El Profesor Orellana fue apoyado con dedicación e intensidad por sus compañeros del Comité Venezolano de Educación Matemática. En particular destacamos el trabajo intensivo del Profesor Saulo Rada Aranda, aparte de todos los trabajos de la Vice-Presidencia del Comité Organizador, le correspondió también la organización de la exposición. Y Tania Calderín de Guédez, quién se encargó de brindar las facilidades de este hermoso sitio que es la Casa de Andrés Bello, y poner a nuestra disposición la parte operativa del evento, todos encontraron en el Presidente Honorario, Profesor José Alejandro Rodríguez, el apoyo y estímulo necesarios para el éxito del evento. Lo mismo se puede decir de los vocales del Comité Venezolano de Educación Matemática, los Profesores Félix Estacio, Gisela Marcano de Martín, Horacio Rivas Mijares y Pedro Antonio Tirado, y de los delegados de Instituciones ante el Comité Organizados Local: Carlos Andueza (CPV), Jesús Andonegui (IPC), Estrella Benaím G. (CONICIT), Pedro Colina Oría (M.E.), Jesús S. González (UCV), Francisco Marín (USB).

No nos olvidemos del elemento de aporte que encontramos en todo el personal de apoyo, sobre todo el eficiente y gentil trabajo de intérpretes y secretarias. A todos ellos nuestra sincera gratitud.

Yo me considero portavoz de todos los extranjeros que aquí vinieron y descubrieron o reencontraron la inmensa hospitalidad y calor humanos del pueblo venezolano. En estos pocos días nos sentimos en casa, como se siente en la casa de un hermano. A todos, muchas gracias.

* * *

D. NUEVOS COMPONENTES Y AUTORIDADES DEL COMITE INTERAMERICANO DE EDUCACION MATEMATICA (CIAEM)

Siguiendo la costumbre establecida en las conferencias anteriores, al final de la Conferencia de Caracas se procedió a elegir a los nuevos miembros y a las autoridades del Comité Interamericano de Educación Matemática. Estos miembros estarán en funciones hasta la próxima Conferencia Interamericana, que en principio deberá celebrarse en Brasil en 1979. El CIAEM quedó constituido de la siguiente manera:

Presidente Honorario:	Marshall H. Stone (260 Lincoln Av. Amherst, Mass. 01002, USA).
Presidente:	Luis A. Santaló (Cochabamba 780, 1150 Buenos Aires, Argentina).
Vice-presidente 1°:	Ubiratan D'Ambrosio (Av. Julio Mesquita 254, 13100 Campinas, São Paulo, Brasil).
Vice-presidence 2°:	Saulo Antonio Rada Aranda (Resid. City Park, Apto. 11, Av. Paez, El Paraíso, Caracas, D.F., Venezuela).
Secretario:	Enrique Góngora (Apartado 2717, San José, Costa Rica).
Vocal 1°:	Emilio Lluis (Cincinati 23, México D.F. 18, México)
Vocal 2°:	César Carranza Saravia (Luis Felipe Villarán 695, San Isidro, Lima, Perú).
Vocal 3°:	John Kelley (University of California, Department of Mathematics, Berkeley, California, USA).
Miembros:	Soeradjpersad Badrising (Bechanieweg 44, Paramaribo, Surinam).
	Claude Gaulin (Faculté des Sciences de l'Education, Université Laval, Québec 10, Qué., Canada).
	Jesús Salvador González (Av. Buenos Aires, Qta. Zulay, Los Caobos, Caracas D.F., Venezuela).
	Richard F.R. Harms (Zepp Lampestraat 5, P.O. Box 492, Aruba, Antillas Neerlandesas).
	Teodoro Jarufe Abedrabu (Cervantes 3137, Santiago de Chile, Chile).
	Jorge Lewowicz (c/o Prof. Laguardia, La Cumparsita 1357, Montevideo, Uruguay).
	Ricardo A. Losada Marquez (Carrera 55, N° 45-45, Bogotá, Colombia).
	Eduardo A. Luna Ramia (Calle 5, Cerros de Gurabo, Santiago, República Dominicana).
	Edgar Muñoz Lima (38 Av. 0-62 Zona 7, Guatemala, Guatemala)
	José Paulo Quinhors Carneiro (Av. Ataulfo da Paiva 528/402, Lablon, Río de Janeiro, Brasil).
	José Alberto Velázquez Durán (Calle Tercera, N° 126, Los Ceibos, Guayaquil, Ecuador).
	José Von Lucken (Instituto de Ciencias Básicas, Casilla 1139, San Lorenzo, Paraguay).

* * *

E. NOMINA DE PARTICIPANTES

ANTILLAS NEERLANDESAS

Delegados:

CURIEL, Wilfred John
Kaya Kokolishi 87, Schelpwyh
Curaçao

HARMS, Richard F. R.
Zepp Lampestraat 5
P.O. Box 492
Aruba

SUARES, Wilfried

BELGICA

Invitados Especiales:

DEDECKER, Paul
109 bis - Rue de Mont Cenis
Paris XVIII (Francia)

SERVAIS, Willy
60 Rue des Déportés
6510 Morlanwelz

Observador:

SERVAIS, Renée
60 Rue des Déportée
6510 Morlanwelz

BOLIVIA

Delegado:

SORUCO ETCHEVERRY, Carmen
Héroes del Acre N° 1738
La Paz

BRASIL

Delegados:

ALLAN DA SIVA, Nelo O.
IMECC-UNICAMP
Campinas, São Paulo

BARCO, Luiz
Rua dos Aliados 140
Alto do Lapa
C.E.P 05082
São Paulo

BORGES BOTELLO, Junia
Rua Dr. Homem de Melo
439, 2° A
São Paulo, S.P.

DA COSTA, Newton C.A.
Rua Joao Cachoeira, 272 - Apto. 51
São Paulo, S.P.

DANTE, Luiz Roberto
Avenida 17 N° 542 (13500)
Rio Claro - São Paulo

GOMIDE, Elza Furtado
R. Lisboa 159, Apto. 61
São Paulo 05413

GROSSI PILLAR, Esther
Rua Pedro Ivo, 865
Porto Alegre R.G.S.

LASS FERNANDEZ, Dicesar
Rua Clovis Bevilaqua 550
Apto. F4/22
Campinas, São Paulo, S.P.

LORENZATO, Sergio
Rua Alexandre Herculano, 134
N. Sra. Auxiliadora
Campinas, São Paulo, S.P.

QUINHOES CARNEIRO, Jose Paulo
Av. Ataulfo de Paiva 528/402
Leblon, Rio de Janeiro

ROTONDARO, Italo
R. 35, N° 67
Res. Parque Continental
São Paulo

SEINFELD DE CARAKUSHANSKY, Mina
Rua Toneiro N° 30, Apto. 302
Copacabana, Rio de Janeiro

SOARES, Marineusa Gazzetta
Rua Aristeu Valente, 352
Nova Odessa

VALENTE, José Armando
Rua Benjamin Constant 1465
Campinas, São Paulo, S.P.

BRASIL (continuación)

Observadores:

AVERBUCH, Anna
Rua Senador Vergueiro 207 - C.01
Rio de Janeiro

COHEN GOTTLIEB, Franca
Rua Cinco de Julhio 323, Apto. 1001
Rio de Janeiro

FELDMANN, Rosa
Al. Apetubés 487
São Paulo

HAMMER, Margarida
Rua Bento Gonçalvez N° 2131
Novo Hamburgo - R.S.

KAUFMAN FAINGUELERNT, Estela
Av. Oswaldo Cruz 139/1202
Rio de Janeiro

NORUNHA P. DE QUEIROZ, Amelia M.
Rua Gen Danton Teixeira
Rio de Janeiro

SA CARVALHO, Moema
R. Visconde de Itauna 198
Rio de Janeiro

WHITMAN, Andrew P.
Rua Marqués de Sao Vicente, 293
ZC 19 - Rio de Janeiro, R.J.

Delegado:

LEITE-LOPES, Maria Laura
Rua Prof. Luiz Cantanhede, 202
Apto. 301 - Rio de Janeiro

Invitados especiales:

D'AMBROSIO, Ubiratan
Av. Julio Mesquita 254, Apto. 41
13100 Campinas, São Paulo

NACHBIN, Leopoldo
Av. Eloy Franqueira Soares 223
Rio de Janeiro ZC - 18

CANADA

Observador:

NEUFELD, K. Allen
11647 72 Avenue Edmonton
Alberta

Invitado especial:

GAULIN, Claude
Faculté des Sciences de L'Education, Université Laval,
Québec 10, Qué.

COLOMBIA

Delegados:

AGUDELO DE PABON, Sara
Carrera 55 B. N° 46-15
Bogotá

AGUDELO MENDEZ, Rafael Humberto
Calle 15 A, N° 28-33 Sur
Bogotá, D.E.

BELTRAN G., Rosalba
Carrera 10A N° 22A-81 Sur
Bogotá

CARDONA OVIEDO, Rafael
Carrera 27B, N° 1-D-63
Bogotá

CASTRILLO GUERRA, Leonor Beatriz
Diagonal 53, N° 38-38, Apto. 302
Bogotá

GAMBOA CACERES, Carmen Inés
A. Aéreo 52659
Bogotá

GARCIA, Jaime A.
Calle 26A, N° 36-52
Bogotá

LOSADA M., Antonio
Universidad Nacional de Colombia
Bogotá

MATEUS P., Hernando
Calle 26, N° 34-14, Apto. 1002
Bogotá

COLOMBIA (continuación)

MEJIA CAMPO SERRANO, Consuelo
Apartado Aéreo 950
Barranquilla

Observador:

RODRIGUEZ QUESADA, Gonzalo
Calle 99A, N° 53-65
Bogotá

Invitados especiales:

FALK DE LOSADA, Mary Elizabeth
Carrera 55, N° 45-45
Bogotá

LOSADA MARQUEZ, Ricardo Aníbal
Carrera 55, N° 45-45
Bogotá

VASCO URIBE, Carlos Eduardo
Carrera 7, N° 40-62
Bogotá, D.E.

COSTA RICA

Delegados:

BARRANTES, Geiner
Universidad Nacional de Heredia
San José de Costa Rica

VARGAS SALAZAR, Guillermo
Apartado 6617
San José

Invitado especial:

GONGORA TREJOS, Enrique
Apartado 2717
San José

CHILE

Delegados:

JARUFE ABEDRABU, Teodoro
Cervantes 3137
Santiago de Chile

SUAREZ VARGAS, Luis Alejandro
Villa Los Presidentes
Block 126-D, Depto. 42
Nuñoa - Santiago

VILLANUEVA MANSILLA, Felipe
Valdepeñas 753
Santiago

ZAVALA CONTRERAS, Hernán G.
5 de Abril 3961
Santiago

Invitado especial:

MICHELOW, Jaime
Matucana 830
Santiago

ECUADOR

Delegados:

ANDRADE GONZALEZ, Jaime
Inglaterra 12-95
Quito

BARREZUETA BARREZUETA, David Iván
Alejo Lascano 1621 y Carchi
Guayaquil

CABEZAS PUENTE, Marco Antonio
Calles Valparaíso 667 y Chile
Quito

MORAN MOSQUERA, Jorge Ramón
Alcedo 1112 y Av. del Ejército
Guayaquil

PRO MENESES, Alejandro
Av. América N° 3327
Quito

VELAZQUEZ DURAN, José Alberto
Calle Tercera N° 126
Los Ceibos - Guayaquil

VITERI GARRIDO, Alonso Bolívar
Pasaje La Recoleta N° 156
Quito

YEPEZ PLASCENCIO, Oswaldo
La Habana 1006
Guayaquil

ZURITA HERRERA, Gaudencio
Casilla 5863
Guayaquil

FRANCIA

Delegados:

GLAYMANN, Maurice
14 Rue de Chavril
69110 Ste. Foy Les Lyon

MICALI, Artibano
40 Avenue Louis Pasteur
34470 Perols

ROUMIEU, Charles
Rue Combe Cande
34000 Montpellier

Invitados especiales:

ANDRIEU-BUI, Colette
29 Rue J. Fouriaux
92160 - Antony

BUI-TRONG, Lieu
29 Rue J. Fouriaux
92160 - Antony

DIEUDONNE, Jean
10, Rue Genéral Camou
Paris (7e.)

GUATEMALA

Delegado:

MUÑOZ LIMA, Edgar
38 Av. 0-62-Zona 7
Guatemala

ITALIA

Invitado especial:

CASTELNUOVO, Emma
Vía S. Angela Merici 48
00162 - Roma

JAPON

Invitado especial:

MIMURA, Yukio
4-4-25 Komaba, Meguroku
Tokyo

MEXICO

Delegados:

ANTOLIN FONSECA, Antonio
Medicina 49-12
Col. Copilco - Universidad Z.P.20
México, D.F.

FIGUERAS DE RAIGOZA, Olimpia
Jecualiapan N° 36
Edif. V, Depto. 2
México 21, D.F.

GARCIA RODRIGUEZ, Octavio Carlos
Torres de Mixoac A-14-1002
México, D.F.

GONZALEZ GOVEA, Sergio
Sur 73, N° 4353-2
Col. Viaducto Piedad, Z.P.13
México, D.F.

LLUIS, Emilio
Cincinnati 23
México 18, D.F.

Invitado especial:

IMAZ, Carlos
Retorno 111 de Río Churubusco
N° 5 - México 13, D.F.

PARAGUAY

Observadores:

AYALA ZELADA, María Angélica
Manuel Domínguez 1032
c/ EE.UU. - La Asunción

BAÑUELOS INSFRAN, Ema Milca
Luis Alberto de Herrera 1269
c/ Cupupayty y Constitución
La Asunción

RODAS GARCETE, Ramona Florentina
Gral. Bruguez 957
La Asunción

Invitado especial:

BENZA, José Luis
San Rafael 450 (Barrio Pepsi)
La Asunción

PERU

Delegado:

PALOMARES ALVARIÑO, Luis Enrique
Av. Palermo N° 234
Balloncillo - Lima

Observadores:

BOLON, Jeanne
Aviación 269-D
San Borja - Lima

CABRERA GEN, Carlos Humberto
Prolongación Lucanas 278
La Victoria - Lima

Invitado especial:

CARRANZA SARAVIA, César
Luis Felipe Villarán 695
San Isidro - Lima

PUERTO RICO

Observador:

GONZALEZ ALERS, Carlos Antonio
Calle C-376-Urb. Mani
Mayaguez

REPUBLICA DOMINICANA

Delegados:

LUNA RAMIA, Eduardo A.
Calle 5, Cerros de Gurabo
Santiago

MILLER DE MARTINEZ, Haydée
Catalina Pou N° 5
Mirador Sur
Santo Domingo

TURBIDES RYMER, Teófilo Marcelo
Salomé Ureña 106
Santo Domingo

SURINAM

Delegados:

BADRISING, Soeradjpersad
Bechanieweg 44
Paramaribo

LEMMER, Freddy
Veldhuizenlaan pc 42
Paramaribo

ROBINSON, David E.
Josef Lelystraat 150
Paramaribo

SEDOC, Edwin Johan
Erosstraat 53/Elisabethshof
Paramaribo

URUGUAY

Invitado especial:

LAGUARDIA, Rafael
La Cumparsita 1357
Montevideo

ESTADOS UNIDOS DE AMERICA

Delegados:

BURTON W., Jones
1850 Folsom St., N° 606
Boulder Colo., 80302

GIBB, E. Glenadine
University of Texas at Austin
Austin, Texas

HERNANDEZ NIETO, Rafael Alberto
909 E Eagle Heights Madison
Wisconsin

ROMBERG, Thomas
4016 Mandan Circle Madison
Wisconsin 53711

WEISE, Ingrid
7416 Haddington Pl.
Bethesda, Md. 20034

Observador:

VOLLMAN, Thomas E.
College of the Virgin Islands
St. Thomas, U.S.V.I. 00801

Invitado especial:

FEHR, Howard F.
165 W 66th. St. (16-A)
New York, N.Y. 10023

VENEZUELA

Delegados:

AGUIRRE DE ARRIAGA, María Teresa
Calle 4 con Transv. 40
Resid. Las Vegas, 4° Piso,
Apto. N° 41 - Urb. Montalbán
Caracas, D.F.

ALCOBA INDRIAGO, José Antonio
Calle Rómulo Gallegos N° 8
Cariaco - Estado Sucre

ARENAS AGUILAR, José Angel
3ra. Avenida Santa Eduvigis
Resid. La Ceiba, Apto. 12
Caracas D.F.

AVILES DE COLLAGUAZO, Guadalupe
Av. Principal
Resid. Caparo, Piso 10, Apto. 102
Urb. Palo Verde - Edo. Miranda

AZUAJE BERRIOS, Melitón Leonidas
Bloque 01, Apto. 03-05
Urbanización Río Castán
Trujillo - Estado Trujillo

BARBA DE RAMOS, María
Carrera 18, Entre 60 y 61
N° 60-68 - Barquisimeto
Estado Lara

BARRAGAN ZAMBRANO, Fernando J.
Calle 60, N° 1913-43
San Cristóbal - Edo. Táchira

BERMUDEZ DE LOS HEROS, Rafael E.
Calle Hélice, Edif. Gran Chacao
Piso 7, Apto. 72 - Chacao
Caracas, D.F.

BLEI, Margarita
Resid. Monteverdi, Apto. 73
Av. El Samán, El Marqués
Caracas, D.F.

CABRERA DE ARMAS, Anatael
Urbanización Mocotíes
Vereda 3 - Izq.
Mérida - Estado Mérida

CAMACHO, Arturo
Universidad Simón Bolívar
Sartenejas - Baruta
Caracas, D.F.

CAMARIPANO MOTA, Ildemaro
Calle Mellado, Qta. Neiba N° 90
San Juan de los Morros
Estado Guárico

CASTEJON GUTIERREZ, Antonio R.
Avenida 15
Edif. Jatem, Apto. 6
Maracaibo - Estado Zulia

CLEMENTE VENTURA, José
Resid. Caroní, Apto. 10-02
Intercomunal de El Valle
Caracas, D.F.

CORTES R., Luis A.
Hotel Ansonia
Avenida Urdaneta
Caracas, D.F.

CORTINEZ TORRES, Carlos Alberto
Carrera 13-A, N° 56
Maturín - Edo. Monagas

COVA OLIVEROS, Ramón
Av. Gil Fortoul
Edif. Venus, Apto. 10
Urb. Santa Mónica
Caracas, D.F.

CRESPO OSTRIA, Luis
Edif. Loreto, Depto. 3-B
Av. Páez - El Paraíso
Caracas, D.F.

CRESPO SILVA, Arturo
Parque Residencial Anauco
Quinta N° 11 - Av. Los Próceres
San Bernardino, Caracas, D.F.

CRUZ GALVEZ, Cipriano
Carrera 13-A, N° 56
Maturín, Estado Monagas

CHIRINOS MIRANDA, Antonio José
Avenida 6, N° 6
Urb. El Solito
Cabimas - Estado Zulia

VENEZUELA (continuación)

DELGADO ORTIZ, Raúl
Garcés 101
Coro - Estado Falcón

DESCHEIRDER, Francis
1ra. Avenida Los Palos Grandes
Edif. Monte Ulia, Apto. 62
Los Palos Grandes
Caracas, D.F.

DURAN SALVADOR, Wilfred Oscar
Apartado 3093 - El Trigal
Valencia - Estado Carabobo

FERMIN, José Simón
Carrera Guaraúno, Bloque 10
Apto. 00-06 - Urb. Man...
San Félix - Estado Bolívar

FERNANDEZ RINCON, Mario Enrique
Avenida 11D, N° 52-160
Maracaibo - Estado Zulia

GANUZA ZAMORA, Edgar
Resid. El Rosario, Edif. B-1
Apto. 6, Cumaná - Edo. Sucre

GARCIA GOMEZ, César Rafael
Calle Las Margaritas N° 114
Carúpano - Estado Sucre

GOMEZ LOPEZ, Almanzor
Edif. Palmira, 4° Piso, N° 8
Avenida Fuerzas Armadas
Caracas, D.F.

GUTIERREZ GUAPE, Adrian Antonio
Avenida 99, N° 83, Este
La Barraca, Maracay
Estado Aragua

GZYL, Cristina
Edif. IPAS III, Piso 1, N° 14
Av. Los Chorros - Sebucán
Caracas, D.F.

HERNANDEZ OLIVARES, Elsa M.
Resid. Jardines de Sebucán
Edif. A, Apto. 2-B
Av. Principal de Sebucán
Caracas, D.F.

HERRERA DE JARJURY, Amelia D.
Av. El Limón, Qta. Lola
El Cafetal - Caracas, D.F.

INDRIAGO MORAN, Magdalys
Av. Carabobo, Entre Callejón Prebol y López Latouche
Resid. Belén, Piso 2, Apto. 202
Valencia - Estado Carabobo

ISAMBERTT CARDENAS, William
Calle 82A, N° 71A-112
Urb. Las Lomas
Maracaibo - Estado Zulia

KREIMERMAN KOPEIKA, José
UNET, Apartado 436
San Cristóbal - Edo. Táchira

LLENADO DE TOVAR, Luz
Qta. Mariluz - Calle Arichuna
Sector B-2, La Trinidad
Caracas, D.F.

MARQUEZ ROMERO, Armando
Edif. Residencias Manan, Apto. 24
Av. Arichuna - Urb. Macaracuay
Caracas, D.F.

MARTINEZ LOPEZ, Henry R.
Avenida Caracas N° 59
San Felipe - Estado Yaracuy

MASON, José
Resid. Arcar, Apto. 1-C
Av. Cristóbal Colón
La Trinidad - Caracas, D.F.

MATA TOLEDO, Ramón Alberto
4ta. Avenida Norte de Guaicaipuro
Qta. Coromotana - Av. Andrés
Bello - Caracas, D.F.

MEDINA YAJURIS, Emilio
1ra. Avenida, Qta. María Auxiliarora -
Urb. La Esperanza
Maracay - Estado Aragua

MIRABAL, Ramón
Departamento de Matemática
Universidad de Los Andes
Mérida - Estado Mérida

VENEZUELA (continuación)

MOGOLLON MONTERO, Ramón Esteban
Avenida Bermúdez N° 90
Los Libertadores
Barquisimeto - Estado Lara

MORAKIS DE CAMPOS, Virginia
Residencias Elsa - Urb. El Toro
Las Delicias - Maracay
Estado Aragua

MUÑOZ DE PAEZ, Mirian Margarita
Resid. Galerías Bolívar, Piso 3
Apto. 33 - Calle Ribas
Los Teques - Estado Miranda

NANI RUGERI, Giovanni
Edificio Majay, Apto. 203
Urb. Majay - Valencia
Estado Carabobo

NAVARRO IBAÑEZ, Emilio José
Av. Avila Sur - Altamira Sur
Edif. Torre Altamira, Apto. 123
Caracas, D.F.

NUÑEZ URDANETA, Jorge Alejandro
Residencias Beatriz, Apto. 83
Calle 6D - Urb. Montalbán
Caracas, D.F.

OLIVO, Omar
Urb. Base Aragua
Edif. Sauce, Apto. 03-05
Maracay - Estado Aragua

ORELLANA CHACIN, Rafael José
Calle Soapure, N° 140
Qta. Rashli - Piedra Azul
Baruta - Estado Miranda

ORTIZ PINTO, Héctor Agustín
Carrera 10, Casa 4-89
La Concordia - San Cristóbal
Estado Táchira

PAEZ ZAVALA, Juan Antonio
Calle 8, N° 37 - Urb. Independencia
Coro - Estado Falcón

PARRA DE VILLALOBOS, Bélgica
Av. Los Samanes - La Florida
Residencias El Alepli, Apto. 7B
Caracas, D.F.

PINEDA MORA, Luis Ovidio
Carrera 3ra. N° 9-70
Ureña - Estado Táchira

PLANCHART, Enrique
Departamento de Matemáticas
Universidad Simón Bolívar
Sartenejas - Baruta
Estado Miranda

REBOLLEDO, Guillermo Alberto
Calle Orinoco N° 16-B
Qta. Allisoa - Urb. Piedra Azul
Baruta - Estado Miranda

RECHT, Lázaro
1ra. Transversal
Quinta Euzkotarra
Urb. Santa María
Caracas, D.F.

REQUENA, Pedro Manuel
Calle C, N° 72
Cumaná - Estado Sucre

RIERA, Julio Ramón
Pineda a Toro N° 52
Altagracia - Caracas, D.F.

ROA ZAMBRANO, Excermín
Edif. Bogotá, N° 1
Av. Bogotá - Los Caobos
Caracas, D.F.

RODRIGUEZ DE PORTES, Ligia G.
Av. Caracas N° 1
Urb. La Plata - Valera
Estado Trujillo

RODRIGUEZ M., Virginia
Av. Principal Las Delicias N° 50
Urb. San Cristóbal
Mérida - Estado Mérida

ROJAS JIMENEZ, Julián
Av. Circunvalación Uno N° 14
Urb. El Castaño - Caracas, D.F.

ROMAN TIRADO, María Auxiliadora
Edif. Guayamurí, Apto. 14
Av. Río de Janeiro - Chuao
Caracas, D.F.

VENEZUELA (Continuación)

ROMERO MARTINEZ, Ennio Luis
Calle Camoruco N° 23
Las Delicias - Maracay
Estado Aragua

ROMERO PEÑA, Leo Pastor
Av. Fermín Toro N° 44-B
San Juan de los Morros
Estado Guárico

RUIDO RUIDO, Luis Felipe
Calle Peña Pérez
Resid. Caroní, Apto. 2A
El Viñedo - Valencia
Estado Carabobo

SAAVEDRA DE LEON
Rubén Darío
Edif. Centinela - Calle El Recreo
Entre Av. Casanova y Venezuela
Caracas, D.F.

SALAS PIÑERUA, Luis
Qta. Socaire, Ramal A
Urb. La Estancia - Los Chorros
Caracas, D.F.

SALDIVIA RISQUEZ, José Jonás
Resid. América, Apto. A-3
Av. Cristóbal Colón
La Trinidad - Caracas D.F.

SANCHEZ MONCADA, Gregorio E.
Calle Cafetal - Qta. Subjobert
Urb. Pirineos - San Cristóbal
Estado Táchira

SANCHEZ MORA, Rafael
Resid. Caucagua, Apto. 2-A
Urb. Las Acacias - Av. El Parque
Caracas, D.F.

SERVA DI DOMENICO, Giuseppe
Resid. La Vega N° 43
Calle 22 con 2da. Avenida
Urb. Montalbán - Caracas, D.F.

TORRES OLIVERA, Marianela
Edif. Zulia, Piso 2, Apto. 15
Calle Loira - El Paraíso
Caracas, D.F.

TOVAR BOSCH, Jofre A.
Avenida N° 5 - Qta. Karriska
Alto Prado - Caracas, D.F.

VIDAL RODAS, Juan Manuel
Resid. Odeón, Apto. 92
Plaza Las Tres Gracias
Los Chaguaramos - Caracas, D.F.

VILLEGAS LOPEZ, Andrés M.
Calle Sirio N° 92-61
El Trigal Norte - Valencia
Estado Carabobo

VIVAS SANCHEZ, José Evaristo
Bloque 42E-01, Apto. 01-01
Unidad Vecinal - San Cristóbal
Estado Táchira

Observadores:

ALONZO LOPEZ, José Rafael
Edif. Fátima, 2° Piso, Apto. 3
Puente Trinidad a Tienda Honda
Caracas, D.F.

ALVARADO MARTINEZ, Armando
Edif. La Mina, Apto. 10
Calle Mariño - Maturín
Estado Monagas

BAHAMONDES ALLENDE, Maino R.
Avenida Cumaná N° 8
Edificio Femar - Ciudad Bolívar
Estado Bolívar

BAIZ QUEVEDO, Frank Alexander
Edif. Artico, Piso 1, Apto. 2
Calle Humboldt - Los Chaguaramos
Caracas, D.F.

BERESTOVOY DE WANDER, Susana
Edif. Candoral, Torre C, Apto. 142
Av. Urdaneta - Caracas, D.F.

BERTSCH DE MOREIRA, América J.
Conjunto Residencial Guacaipuro
Qta. Amerony - Calle La Francesa
El Vigía - Los Teques
Estado Miranda

VENEZUELA (continuación)

BONILLA MONTILLA, César Oswaldo
Bloque 30, 3° Piso, Apto. 301
Urbanización La Hacienda
Caricuao - Caracas, D.F.

BORGES DE MOTA, María de la Cruz
Residencias 2000 - Edif. María
Apto. 18 - Avenida Páez
El Paraíso - Caracas, D.F.

CAICEDO ALVAREZ, Héctor
Calle Las Lauras, Qta. N° 7
San Rafael de La Florida
Caracas, D.F.

CAMARDIEL, Alberto
Edif. San Felipe, Apto. 12
Av. Bellas Artes
Los Chaguaramos - Caracas, D.F.

CASTRO APONTE, Margarita
Resid. Loreto, 3° Piso, Apto. A-6
Av. Buenos Aires - Los Caobos
Caracas, D.F.

CEDEÑO BERRUETA, Rafael Antonio
Avenida Francisca de Vittoria
Qta. Lapita - Urb. La Trinidad
Caracas, D.F.

CONTRERAS CARRERA, Luis Fernando
Avenida 19 de Abril
Edif. La Bermeja, Apto. 73
San Cristóbal - Edo. Táchira

CONTRERAS PEÑA, Carmen Marina
Av. Libertador N° 6-A
Urbanización La Concordia
Barquisimeto - Edo. Lara

CHACIN CHACIN, Luis Eduardo
Bloque 2, Letra B, N° 6
Coche - Caracas, D.F.

CHANG BAEZ, Guillermo
Apartado 309 - Mérida
Estado Mérida

D'ARISTOTLE, Anthony
Universidad Simón Bolívar
Sartenejas - Baruta
Estado Miranda

DE RISI NOTARO, Filomena
Calle D - Edif. Edén, Piso 9
Apto. 94 - Urb. El Pinar
El Paraíso - Caracas, D.F.

DOMINGUEZ AGUILAR, Ramón Eligio
Calle Piar N° 6-42
Tinaquillo - Estado Cojedes

DONOSO DE WESTPHAL, Sylvia
Edif. Cassarino, Apto. 4
Av. Bolívar - Maturín
Estado Monagas

ESQUEDA TORRES, Elio Marh
Calle Carabobo - Urb. La Paz
Edif. Say Park III, Apto. 82-A
El Paraíso - Caracas, D.F.

FERMIN CORREA, Freddy
Resid. El Conquistador, Apto. 138
Calle Machado - El Paraíso
Caracas, D.F.

FERNANDEZ DE COLINA, Marvelia D.
Calle N° 32-A, Qta. Chapultepec
Urb. Montalbán - La Vega
Caracas, D.F.

FERRIZ OLIVARES, David
Guamito a Minerva N° 5B
Lídice - Caracas, D.F.

FLORES GALBAN, Jesús Manuel
Calle 03, N° 13
Urb. Los Chaimas
Cumaná - Estado Sucre

GRATEROL HIDALGO, Mario Andrés
Av. Caracas Curía Diocesana
Apartado 14 - San Felipe
Estado Yaracuy

GUARATE BUJANA, Zulma Amalia
Toro a Doctor González N° 45
(N° nuevo 42-10) - Aptdo. 4082
Carmelitas - Caracas, D.F.

LANDAETA BOVES, Juan
Calle Plaza N° 4-4
Barinas - Estado Barinas

VENEZUELA (continuación)

LARA C., Lorenzo
Calle Los Turpiales - Qta. Maruja
Urb. Prados del Este
Caracas, D.F.

LEDEZMA PINTO, Alfredo
Edif. Sto. Stefano, Apto. 31
Pichincha con Santos Michelena
Maracay - Estado Aragua

LELO, José
Resid. El Parque, Apto. 47
Av. Rómulo Gallegos
Caracas, D.F.

LEON, Luis Segundo
Escuela Artesana Granja
"Santa Bárbara" - Km. 4 1/2
Carretera El Vigía - Sta. Bárbara
Estado Mérida

LUNAR, Juan Bautista
Calle Vargas N° 150
Cumaná - Estado Sucre

MELEAN, Eudo Mariano
Calle 68A, N° 94-72
Urbanización La Victoria
Maracaibo - Estado Zulia

MUÑOZ MALDONADO, Albis Teresa
Edif. Sur 23, Piso 12, Apto. 48
Avenida Este 2 - Los Caobos
Caracas, D.F.

NOUEL DE BARTOLI, María Antonia
Av. Los Llanos N° 78
San Juan de los Morros
Estado Guárico

NUÑEZ LEON, Jesús Rafael
Calle 29, N° 32
Urb. Alberto Ravell
Maturín - Estado Monagas

OLAZABAL DE LASA, María Dolores
Carrera 23, N° 9-63
San Cristóbal - Edo. Táchira

OLIVER RUGELES, Daniel
Edif. San Pedro, Apto. 7
San Pedro de los Altos
Estado Miranda

PAEZ SANCHEZ, Lelis
Edif. Cojedes, Apto. PB-1
Residencias Venezuela - Coche
Caracas, D.F.

PARADA HUERFANO, Joaquín
Unidad Vecinal - Bloque 11
Piso 2, Apto. 11
San Cristóbal - Edo. Táchira

PATIÑO, Marcos Alberto
Calle 70, N° 28-35
Maracaibo - Estado Zulia

PEÑALVER HERNANDEZ, Jesús E.
Carrera 9, N° 207
Maturín - Edo. Monagas

PEREZ, Jean-Paul
Instituto Venezolano Francés
Embajada de Francia
Av. Buenos Aires - Los Caobos
Caracas, D.F.

PEREZ, Jesús Antonio
Calle 2da., N° 0-132
Urbanización La Esperanza
Valera - Estado Trujillo

PEREZ MONAGAS, Maximiliano
Edif. San Jorge, Apto. 7A
Calle Voltaire - Colinas de
Bello Monte - Caracas, D.F.

PEREZ MONTILLA, Jesús Salvador
Bloque 8, Apto. A-4
Urbanización Miranda
Valera - Estado Trujillo

PORRAS GUADARRAMA, Rafael S.
Edif. La Maravilla, Apto. 10-C
Av. Circunvalación del Sol
Urb. Santa Paula - Caracas, D.F.

VENEZUELA (continuación)

RAMIREZ MOYA, José Rafael
Av. María Teresa Toro
Edif. Siracusa, N° 64
Urb. Las Acacias - Caracas, D.F.

RIVERO, Jairo Luis
Calle Guárico N° 59
Camaguán - Estado Guárico

ROBESPIERRE ROMERO, Ramón E.
3ra. Transversal
Resid. Giraluna, Piso 9, Apto. 9-B
Los Palos Grandes - Caracas, D.F.

RODRIGUEZ GOMEZ, Alexis J.
Edif. Los Laureles, Piso 13
Apto. A-2, Avenida Páez
Caracas, D.F.

ROJAS DE BARBOZA, María Trinidad
Final Calle Caurimare
Resid. Sierraysol, Apto. 201
Colinas de Bello Monte
Caracas, D.F.

ROMERA GOMEZ, Lourdes
Bloque 1, Apto. A-5
Urbanización Santa Eduvigis
Caracas, D.F.

SAAVEDRA, Neantro
Departamento de Matemáticas
Universidad Simón Bolívar
Sartenejas - Baruta
Estado Miranda

SACA SACA, José Mario
Departamento de Física
Universidad de Oriente
Cumaná - Estado Sucre

SALAZAR, Jorge Antonio
Prolongación Avenida Principal
Qta. Angela María - Urb. Sta. Inés
Caracas, D.F.

SALAZAR CARDENAS, Félix Alberto
Calle Urica N° 26
Cumaná - Estado Sucre

SANTACRUZ DE AUDE, Dinorah V.
Edif. Carmel, Apto. 2A
Av. Kerdell - Valencia
Estado Carabobo

SERNA G., Guillermo A.
Edif. Granada, Apto. 1-C
Av. San Francisco Parque
Las Islas - Colinas de la California
Caracas, D.F.

SOLIS DE CABELLO, Miriam B.
Resid. Serranía, Piso 2, Apto. 24
Av. Río Manapire
Parque Humboldt
Prados del Este - Caracas, D.F.

THONON, Henri-Claude
Resid. San Remo, Apto. 115
Urb. Los Ruices - Caracas, D.F.

TOLOSA, Juan José
Departamento de Matemáticas
Universidad Simón Bolívar
Sartenejas - Baruta
Estado Miranda

TOVAR, Nelson Enrique
Resid. Verónica, Apto. 2-C
Av. Páez - El Paraíso
Caracas, D.F.

VILLALOBOS, Jaime Enrique
Urb. El Juncal N° 18-B
Casigua "El Cubo"
Estado Zulia

VILLAROEL DE URRIBARRI, Yuli
Edif. Castelmonte, Piso 25, Apto. 4-A
Av. La Clona
Los Chaguaramos - Caracas, D.F.

VIZCAINO DE SAAVEDRA, María F.
Edif. Centinela - Calle El Recreo
Entre Av. Casanova y Venezuela
Caracas, D.F.

ZEGARRA VERNAL, Jorge Humberto
Resid. Acuario, N° 54
Parque Humboldt
Caracas, D.F.

VENEZUELA (continuación)

MENDOZA D'PADE, Leonardo
Resid. Santa Sofía, Apto. 12-4
Calle Tepuy - Parque Humboldt
Caracas, D.F.

Invitados especiales:

ANDONEGUI MILLAN, Jesús Gilberto
Conjunto Residencial Los Mecedores
Torres - Piso C, Apto. 38
La Pastora - Caracas, D.F.

ANDUEZA ACUÑA, Carlos Alberto
Edif. Zulia, Apto. 34
Av. Libertador - Maripérez
Caracas, D.F.

CALDERIN DE GUEDEZ, Tania
Resid. Clarisa - Torre A, N° 24
Av. Anauco - Colinas de Bello Monte
Caracas, D.F.

COTLAR, Mischa
Parque Tamanaco 10, C,
Avenida Las Palmas
Caracas, D.F.

CRESPIN, Daniel
Av. Avila N° 82 - Urb. Miranda
Vía Guarenas - Edo. Miranda

ECHEGARAY DE S., Ligia María
Edif. Los Roques N° 94
Av. Parque Humboldt
Prados del Este - Caracas, D.F.

ESTACIO, Félix Fortunato
Bloque 2, A-5 - Urb. Continente
Catia - Cuartel
Caracas, D.F.

GONZALEZ, Jesús Salvador
Av. Buenos Aires, Qta. Zulay
Los Caobos, Caracas, D.F.

JIMENEZ D., Julio R.
Av. Barcelona - Mi Curritas
La California - Caracas, D.F.

LIMA DE SA, Eduardo
Resid. Unión, Apto. 22
4ta. Avenida Los Palos Grandes
Caracas, D.F.

MARCANO DE MARTIN, Gisela
Edif. Suerte, Apto. 22
Calle Río Manapire
Parque Humboldt - Caracas, D.F.

MARCANO RIQUEZES, Luis José
Avenida Las Acacias N° 44
La Florida - Caracas, D.F.

MARIN GIL, Francisco
Edif. La Suerte, Apto. 3
Calle La Cinta - Las Mercedes
Caracas, D.F.

COLINA, Pedro José
Departamento de Matemáticas
Instituto Pedagógico
Av. Páez, El Paraíso
Caracas 102

MARTIN, Federico
Edif. Suerte, Apto. 22
Calle Río Manapire
Parque Humboldt
Caracas, D.F.

ORELLANA, Inés Cecilia de
Calle Cuchivero, Qta. Mauin
Urb. Piedra Azul - Baruta - Caracas 108

ORELLANA CHACIN, Mauricio José
Calle Cuchivero, Qta. Mauin
Urb. Piedra Azul - Baruta - Caracas 108

PANTOJA CARVAJAN, Héctor Ramón
Carrera 10, Qta. Abuelita
Colinas de Santa Rosa
Barquisimeto - Edo. Lara

PARRA DE CECCATO, Alba Teresa
Edif. La Niña, P.H. 29
Av. Santander - El Paraíso
Caracas, D.F.

RADA ARANDA, Saulo Antonio
Resid. City Park, Apto. 11
Av. Páez - El Paraíso
Caracas, D.F.

RIVAS MIJARES, Horacio
Calle 9, Quinta Azul
Urb. Colinas del Turbio
Barquisimeto - Edo. Lara

VENEZUELA (continuación)

RIVERO DE PARIS, Josefina
Av. Naranjillos - Qta. Tamunangue
Urbanización del Este
Caracas, D.F.

RODRIGUEZ ORTEGA, Narciso
10a. Transversal, Entre 6a. y
7a. Avenida - Qta. Teremare
Altamira - Caracas, D.F.

RODRIGUEZ, José Alejandro
Transversal 31, Qta. Galaxia
Urb. Montalbán, Caracas, D.F.

SANCHEZ DE DELGADO, Germania
Calle 6 - Qta. Sinfonía
Urb. La Paz - Caracas, D.F.

SARABIA R., José Antonio
Carrera 17, N° 55-60
Barquisimeto - Edo. Lara

TINEO, Antonio
Calle 25, N° 6-65, Apto. 15
Mérida - Estado Mérida

TIRADO TIRADO, Pedro Antonio
Universidad de Oriente
Cumaná - Estado Sucre

TORRES CRUZ, Ennodio
Carrera 2, N° 163
Qta. Zaida - Urb. Los Libertadores
Barquisimeto - Estado Lara

* * *

OTRAS PUBLICACIONES DE LA OFICINA REGIONAL DE CIENCIA Y TECNOLOGIA DE LA UNESCO PARA AMERICA LATINA Y EL CARIBE EN ESTA MISMA SERIE

- **La formación de ingenieros y la industria en América Latina (1973). 254 pp.**

  Este volumen constituye las actas del Seminario latinoamericano sobre cooperación entre instituciones de enseñanza y la industria en la formación de ingenieros que, organizado por la Unesco, se realizó en Córdoba (Argentina) del 6 al 12 de mayo de 1973. Entre sus capítulos figuran: Antecedentes sobre la cooperación entre las instituciones de enseñanza de la ingeniería y la industria; La cooperación del sector industrial con las instituciones de enseñanza de la ingeniería; Esquemas de perfeccionamiento y promoción de las instituciones de enseñanza de la ingeniería para su interacción con el sector industrial; Políticas nacionales para el desarrollo tecnológico y su repercusión en la formación de ingenieros en función del proceso de desarrollo industrial. Se reproducen, además, los documentos de base que se utilizaron para el seminario; un análisis de tres países de la región (Argentina, México y Venezuela); informes nacionales de 16 países y un capítulo destinado a conclusiones y recomendaciones.

- **Hidrología de nieves y hielos en América Latina (1973). 162 pp.**

  Este libro comprende las notas del Curso regional de formación en hidrología de nieves y hielos que se realizó en Santiago de Chile del 15 de noviembre al 12 de diciembre de 1971 y que continuó con una excursión a los glaciares argentinos del 13 al 18 de diciembre del mismo año. Incluye las notas de clase de los profesores W. Ambach (Austria), L. Lliboutry (Francia) y G. Østrem (Noruega). Incluye además las pruebas de evaluación del curso, las prácticas de campo, datos sobre el equipo utilizado y una bibliografía recomendada.

- **Enseñanza integrada de las ciencias en América Latina (1973). 19 pp.** (agotado)

  Constituye el informe de la reunión consultiva sobre la enseñanza integrada de las ciencias, realizado en Montevideo (Uruguay) del 29 de noviembre al 1 de diciembre de 1972. Tiene un capítulo destinado a explicar qué es la enseñanza integrada de las ciencias, otro comprende el análisis de la situación en la región y los problemas que se presentan y hay una parte dedicada a las estrategias para resolver los problemas en este campo.

- **La enseñanza de las ciencias en América Latina (1973). 113 pp.**

  Informe del Seminario latinoamericano sobre el mejoramiento de la enseñanza de las ciencias, realizado en Montevideo (Uruguay), del 5 al 15 de diciembre de 1972, realizado con la asesoría del Dr. A.V. Baez (Estados Unidos de América) y el Profesor K. Keohane (Reino Unido). Comprende: un análisis de las tendencias y problemas de la enseñanza de las ciencias en América Latina; el desarrollo de los grupos de trabajo sobre matemática, física, química, biología, ciencias mesológicas y ciencia integrada; el desarrollo de los grupos de trabajo sobre formación y perfeccionamiento de profesores, tecnología educacional, diseño y experimentación de nuevos cursos, equipos de laboratorio de bajo costo, objetivos y evaluación, y actividades científicas extraescolares. Un capítulo final se destina a los modos de acción posibles.

- **Las aplicaciones en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la escuela secundaria (1974). 167 pp.**

  Informe de la reunión que sobre este tema se realizó en Montevideo (Uruguay) del 8 al 17 de agosto de 1974 y que fue dirigida por los profesores Luis A. Santaló (Argentina) y Bent Christiansen (Unesco). Tiene los capítulos siguientes: I. Tendencias recientes en educación matemática; II. Nuevas tendencias en las aplicaciones de la matemática; III. Aplicaciones de la estadística y de la probabilidad y IV. La computación en la escuela. Cuenta además con varios apéndices.

- **Nuevos temas de química en la enseñanza secundaria (1975). 163 pp.**

Informe de la reunión que sobre este tema se realizó en Montevideo (Uruguay) del
4 al 16 de noviembre de 1974, dirigida por el Prof. Ariel H. Guerrero (Argentina).Los
temas que se desarrollan son: isomería, cinética química, caminos de reacción y apli
caciones de la clasificación periódica. Varios apéndices, uno de ellos da una biblio
grafía para profesores.

- **Las ciencias sociales y humanidades en la formación de ingenieros (1975). 132 pp.**

Versión española de los estudios monográficos y de algunas comunicaciones presen-
tadas en el Coloquio internacional sobre la función de las ciencias sociales y humani
dades en la formación de los ingenieros (Bucarest, setiembre de 1972). Después de una
introducción por el Sr. H. Knepler (Estados Unidos de América) figura una parte desti
nada a las perspectivas internacionales preparada por la Secretaría de la Unesco, con
tinúa con tres estudios monográficos que conciernen a Chile, Rumania y Estados Unidos
de América. Luego vienen dos estudios complementarios, uno destinado al Japón y otro
a la enseñanza en el Instituto Politécnico de Bucarest. Termina el libro con las con-
clusiones y recomendaciones del Coloquio de Bucarest. [Existen versiones en francés e
inglés].

- **Enseñanza integrada de las ciencias en América Latina - 2 (1976). 142 pp.**

En este volumen se presenta el informe del Seminario sobre enseñanza integrada de
las ciencias en América Latina realizado en Montevideo (Uruguay) del 17 al 28 de no-
viembre de 1975,dirigido por el Dr. A.V. Baez (Estados Unidos de América). Entre sus
capítulos cuenta con uno destinado a la enseñanza integrada de la ciencia en la re-
gión, otro a recomendaciones. En la segunda parte figuran los informes de las tres co
misiones: el primero se dedica al diseño de un módulo educacional sobre el medio am-
biente, desde un punto de vista de la enseñanza-aprendizaje integrada de la ciencia,
los otros dos a las instalaciones y materiales y a la implementación de la enseñanza
integrada de la ciencia. Termina con una serie de anexos en los que figuran los docu-
mentos de trabajo preparados para el seminario e informes nacionales de diez países
de la región.

- **Ingeniería y medio ambiente (1976). 166 pp.**

Este libro comprende el informe de la Reunión de expertos sobre la formación de
ingenieros en aspectos relacionados con el medio ambiente, realizada en París (Fran -
cia) del 17 al 21 de junio de 1974. Contiene el resumen de las discusiones sobre pro-
blemas y perspectivas mesológicas, requerimientos de ingenieros y opciones en la for-
mación de ingenieros y programas internacionales de cooperación. Cuenta también con
un capítulo destinado a conclusiones y recomendaciones y otro sobre un proyecto de pro
grama mundial para la formación de ingenieros en aspectos relacionados con el medio
ambiente. Contiene además una serie de anexos entre los cuales figuran comunicaciones
de los consultores. [Existen versiones en francés e inglés].

- **Educación matemática en las Américas - IV (1976). 249 pp.**

Actas de la IV Conferencia interamericana sobre educación matemática organizada
por el Comité Interamericano para la Enseñanza de la Matemática (CIAEM) con el apoyo
de la Unesco y de la OEA. Figuran en esta publicación exposiciones sobre los cuatro te
mas centrales de la conferencia: I. Las aplicaciones de la matemática en la enseñanza
y el aprendizaje; II. La matemática en el ciclo diversificado; III. Enseñanza extra-
curricular de la matemática y IV. Matemática y desarrollo, el problema de la formación
de profesores. Figura también el desarrollo de dos mesas redondas, una sobre matemáti
ca y desarrollo y otra sobre la problemática de la reforma de la enseñanza de la mate
mática. Otra parte está destinada a los informes nacionales presentados por ocho paí-
ses de la región, así como uno que cubre los Estados Unidos de América. Se destacan
las comunicaciones de Emma Castelnuovo (Italia), Colette Andrieu-Bui (Francia), Bui-
Trong-Lieu (Francia), Jean Dieudonné (Francia), W. Servais (Bélgica), Howard Fehr (Es
tados Unidos de América) y Glenadine Gibb (Estados Unidos de América), así como las
de varios matemáticos de la región.

* * *

7, place de Fontenoy, 75700 PARIS

téléphone : *national* (1) 568.10.00
international + 33 1 568.10.00
télégrammes : Unesco Paris
télex : 204461 Paris

UNESCO