Educación matemática en las Américas - III

Informe de la Tercera conferencia interamericana sobre educación matemática

Bahía Blanca Argentina 21 - 25 de noviembre de 1972

CIAEM
COMITE INTERAMERICANO
PARA LA
ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA

UNESCO

OFICINA DE CIENCIAS DE LA
UNESCO PARA AMERICA LATINA
MONTEVIDEO - 1973

Educación matemática en las Américas - III

Informe de la Tercera conferencia interamericana sobre educación matemática Bahía Blanca (Argentina) 21 - 25 de noviembre, 1972

CIAEM
COMITE INTERAMERICANO
PARA LA
ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA

UNESCO

OFICINA DE CIENCIAS DE LA
UNESCO PARA AMERICA LATINA
MONTEVIDEO - 1973

Publicado e impreso
en la Oficina de Ciencias de la Unesco para América Latina
(Montevideo - Uruguay)
1973

PREFACIO

Dentro del movimiento de renovación en la educación científica, que ha alcanzado ya a todos los países, la llamada "revolución en la enseñanza de las matemáticas elementales" aparece como el fenómeno más significativo y de mayores alcances.

El prestigio de la matemática como disciplina que maneja "verdades eternas" y su ubicación en la educación en niveles cada vez más elementales, en pie de igualdad con la enseñanza de los idiomas nacionales, pueden quizás dar razón de la mayor popularidad alcanzada por los cambios que se han producido y continúan produciéndose en su enseñanza.

Pero lo que esa popularidad no ha dado a conocer es, precisamente, la dificultad del problema, en gran medida revelada por la distancia que media entre los proyectos de cambios y las necesidades humanas y materiales que su implementación levanta.

Es por ello que si se pasa revista a los trabajos presentados y a las recomendaciones emanadas de los congresos dedicados a la enseñanza de esta disciplina en todo el mundo, puede apreciarse que la preocupación de los responsables por este sector de la educación, lejos de disminuir, busca caminos y estrategias nuevas - a veces audaces - para poder contemplar, lo más armónicamente posible, tanto las exigencias de la concepción actual de la matemática misma, como la necesidad de incorporar a los programas elementales de estudio los nuevos capítulos que se van haciendo imprescindibles - tanto del punto de vista teórico como del de sus aplicaciones - sin descuidar los nuevos recursos que la tecnología educativa va estructurando y a los cuales es imprescindible recurrir para atender a la vez a la expansión cuantitativa y a la exigencia de una mejor calidad de la enseñanza.

Ello también explica por qué tanto los gobiernos como las asociaciones de especialistas y los organismos internacionales preocupados por los problemas de la educación científica, promueven reuniones a nivel nacional, regional o internacional para estudiar diversos aspectos de cuestión tan urgente, para intercambiar experiencias y para buscar soluciones comunes para ensayar.

No podía la Unesco estar ausente en este interés renovado para mejorar la enseñanza de la matemática y así vemos como en 1966 empezó a publicar la serie intitulada "Nuevas tendencias en la enseñanza de las matemáticas" preparada con la colaboración de la Comisión internacional para la enseñanza de la matemática de la Unión Matemática Internacional y cuyo tercer volumen se publicará este año no sólo en inglés y francés sino también en español.

Otra contribución de la Unesco que merece destacarse es el libro sobre la enseñanza de la matemática en la escuela, preparado por los Profesores Servais y Varga, destinado a dar información sobre nuevos métodos y técnicas en la enseñanza, de especial interés para las personas que deben diseñar los currícula.

También conviene mencionar el programa experimental para el estudio de las matemáticas modernas en las escuelas secundarias que se inició en los países árabes en 1969 y que ha producido gran cantidad de material educativo de valor no sólo para la región aludida sino también para otras.

El interés de los Estados Miembros sobre las actividades relacionadas con la enseñanza de las matemáticas quedó bien patente en la Conferencia de Ministros de Educación y de Ministros encargados del Fomento de la Ciencia y de la Tecnología en relación con el desarrollo en América Latina y el Caribe, que la Unesco convocó en Venezuela en diciembre de 1971 donde se adoptó una recomendación pidiendo a los Estados Miembros "que realicen cuidadosos y profundos estudios para determinar los métodos más adecuados en la enseñanza de la matemática desde la más temprana edad de los niños". En otra parte de la recomendación se insiste sobre la necesidad de que con cierta periodicidad se realicen intercambios de experiencias con otros países de la región.

La Conferencia de Ministros realizada en Venezuela también demostró su interés por la Tercera Conferencia Interamericana de Educación Matemática; y es en virtud de una recomendación adoptada por ella que la Unesco unió sus esfuerzos a los del Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM) y a los de la OEA para organizar y realizar la conferencia, y que hoy publica este volumen que contiene los trabajos presentados junto con un panorama general de la educación matemática en la región, así como las recomendaciones que emanaron de un libre y fructífero cambio de opiniones.

Dr. A. de Veciana
Director de la Oficina de Ciencias de
la Unesco para América Latina

* * *

PROLOGO

El presente volumen contiene el Informe o Actas de la Tercera Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática celebrada en la ciudad de Bahía Blanca (Argentina) del 21 al 25 de Noviembre de 1972. Se trata de la edición castellana, de manera que las exposiciones y comunicaciones que fueron presentadas en otro idioma han sido traducidas.

Para conservar la continuidad con lo hecho para las Conferencias anteriores de Bogotá (1961) y Lima (1966), el volumen se ha titulado *Educación Matemática en las Américas III*. Con este tercer volumen se complementa un valioso material para seguir la evolución de la reforma de la enseñanza de la Matemática en los países de América. Al mismo tiempo, las exposiciones generales constituyen interesantes puntos de vista sobre temas actuales de destacados especialistas.

Los antecedentes e informaciones sobre la Conferencia, así como sus Recomendaciones finales, se encuentran en la Parte IV del volumen. Como allí se explica, la Conferencia de Bahía Blanca fue organizada por el Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM) = Inter-American Committee on Mathematical Education (IACME), contando con el apoyo del Gobierno Argentino y, en el aspecto internacional, de la OEA a través de su Programa Regional de Desarrollo Científico y Tecnológico. Por su parte la UNESCO, a través de su Oficina de Ciencias para América Latina de Montevideo, ha tomado a su cargo la publicación de este volumen.

La reunión del material, traducción de artículos y demás tarea editorial preparatoria ha sido hecha por la Comisión Organizadora Argentina de la Conferencia. Algunas exposiciones y comunicaciones no han podido ser incluidas por no haber sido recibidas en su forma final; otras, han tenido que ser muy resumidas por falta de espacio.

En nombre del Comité Interamericano de Educación Matemática agradecemos con placer a todos los autores, traductores y colaboradores, y de manera especial a la Unesco, el haber hecho posible la publicación del presente volumen.

L.A. Santaló

CONTENIDO

PREFACIO III

PROLOGO. V

PARTE I DISCURSOS DE APERTURA

Mensaje de S.E. el Sr. Ministro de Cultura y Educación, Dr. Gustavo Malek 1

La Tercera Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática, por el Dr. Roberto Etchepareborda, Rector de la Universidad Nacional del Sur (Bahía Blanca) 2

Importancia y significado de las conferencias internacionales sobre educación matemática, por el Prof. Renato Volker, Director Nacional de Educación Media y Superior Ministerio de Cultura y Educación, Buenos Aires 5

Programas de la OEA sobre enseñanza de la matemática,por el Ing.Andrés Valeiras(OEA) 10

La Tercera Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática: temas a tratar y sus proyecciones, por el Prof. Marshall H. Stone (Presidente del CIAEM) 15

PARTE II EXPOSICIONES SOBRE LOS TEMAS DE LA CONFERENCIA

TEMA I LA COMPUTACION Y SU ENSEÑANZA EN LOS DISTINTOS NIVELES

El impacto de la computación en la matemática, por Jean Paul Jacob (USA). 21

Aspectos didácticos de la enseñanza de la computación en la escuela secundaria, por Roger O. Mascó (Argentina). 27

Computación: la aritmética del futuro, por Jaime Michelow (Chile) 37

Computación y su enseñanza en la educación media, por Víctor Sanchez (Chile). . . . 44

Computadoras en la enseñanza media, por Conrad Wogrin (USA) 50

Comunicaciones (resúmenes). 63

TEMA II LA MATEMATICA MODERNA EN LA PRIMERA ENSEÑANZA

El enfoque moderno de la enseñanza de la matemática a nivel primario, por M. Chouhy Aguirre y Elsa de Martino (Argentina) 69

Minicomputer, por Frédérique Papy (Bélgica) 76

La educación matemática a nivel infantil, por Lore Rasmussen (USA). 87

La producción de textos para la enseñanza de la matemática en la escuela elemental, por Alonso B. Viteri G. (Ecuador) 103

Los métodos de enseñanza de las matemáticas en las escuelas primarias de Inglaterra por Elizabeth Williams (Inglaterra) 113

Comunicaciones (resúmenes). 120

TEMA III LA MATEMATICA MODERNA EN LAS CIENCIAS APLICADAS Y EN LAS ESCUELAS TECNICAS

Matemática moderna y matemática aplicada, por Héctor Fattorini (Argentina). 123

Algunas consecuencias de la expansión de la enseñanza superior en ciencias aplicadas para la matemática, por Guilherme de la Penha (Brasil). 125

La noción de aproximación en la enseñanza secundaria, por André Revuz (Francia) . . 132

La matemática moderna y la formación matemática de los ingenieros, por José Tola, (Perú). 136

Comunicaciones (resúmenes). 144

TEMA IV LA TRANSICION DE LA ESCUELA MEDIA A LA UNIVERSIDAD: AJUSTES EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA EN ESTE PERIODO

Articulación de la enseñanza elemental y superior: algunas observaciones, por André Delessert (Suiza). 147

Matemática y deserción estudiantil en la universidad, por Antonio Diego (Argentina) 157

Hacia la alfabetización matemática, por Howard F. Fehr (USA) 163

La evolución de la matemática en Colombia, por Ricardo Losada (Colombia) 172

TEMAS VARIOS

El Instituto para el desarrollo de la enseñanza de la matemática en los Países Bajos, por Hans Freudenthal (Holanda). 177

Al principio fue... el cálculo..., por Maurice Glaymann (Francia). 183

Pruebas de razonamiento verbal y matemático, por Marta Moraschi de Mastrogiovanni (Argentina). 198

El aporte del INEC a la enseñanza de la matemática, por Beatriz S. de Palau (Argentina). 211

PARTE III APRECIACION GENERAL DE LA SITUACION DE LA EDUCACION MATEMATICA EN LATINOAMERICA EN BASE A LOS INFORMES NACIONALES

I. Introducción. 219
II. Estructura de los sistemas educativos 221
III. La matemática en los planes de estudio. 221
IV. El curriculum de matemática 221
V. Formación y actualización docentes. 224
VI. La situación del personal docente 229
VII. Textos y publicaciones didácticas 230
VIII. Asociaciones matemáticas. 233
IX. La educación matemática a nivel universitario 234
X. Actividades extra-escolares 237

PARTE IV

A. Antecedentes y Objetivos. 241

B. Recomendaciones 245

C. Informes sobre la Conferencia y sobre el Comité Interamericano de Educación Matemática. 253

C1. El Programa de la Conferencia 253
C2. El Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM). 256
C3. Comités y Miembros Honorarios de la Conferencia de Bahía Blanca 258
C4. Lista de participantes extranjeros. 259
C5. Lista de invitados especiales argentinos y delegados de instituciones . . 264

* * *

PARTE I

DISCURSOS DE APERTURA

MENSAJE DE S.E. EL SEÑOR MINISTRO DE CULTURA Y EDUCACION DOCTOR GUSTAVO MALEK

La República Argentina, por conducto del Ministerio a mi cargo, ha acogido con particular interés y beneplácito la posibilidad de realizar en el país la 3a. Conferencia Interamericana de Educación Matemática, porque sabemos que, tal como ocurrió con las que le precedieron, esta reunión será trascendental para la educación científica en el continente americano. Nos ha guiado, pues, al contribuir a su organización, el propósito de un franco apoyo a la modernización de la enseñanza y el de ofrecer una oportunidad al intercambio de ideas, en diálogo directo, a quienes conducen esa enseñanza y aportan a la misma nuevos enfoques científicos y metodológicos.

Nos ha parecido, además, que una ciudad no demasiado grande con una Universidad joven, que desde sus comienzos ha estado particularmente ligada a los avances científicos y tecnológicos podría ofrecer un ambiente propicio para esta reunión, que requiere el esfuerzo concentrado de científicos y educadores. Estoy seguro que la elección ha sido acertada y que la ciudad y mi Universidad Nacional del Sur brindarán una acogida cordial y una feliz y fructífera estada a tantos huéspedes distinguidos de países americanos, europeos y de nuestra patria.

En mi carácter de Ministro de Cultura y Educación estoy especialmente interesado en que las conclusiones y recomendaciones de esta Conferencia sean factibles por su realista enfoque y enriquecidas por su proyección de futuro, con el fin de que contribuyan de manera directa y eficaz al mejoramiento de la enseñanza de la matemática en sus diferentes niveles tanto en lo que atañe a sus contenidos como a su didáctica.

Como docente e investigador dedicado a la química y a la tecnología, estoy deseoso que las contribuciones al mejoramiento de la enseñanza matemática y en particular al de la matemática aplicada -que es uno de los cuatro grandes temas que se discutirán aquí- redunden pronto en el amplísimo campo tecnológico, en el cual la matemática es la herramienta madre, la llave maestra y segura que abre los caminos del conocimiento.

En mi condición de hombre moderno, que brega por el entendimiento y la apreciación universal de los valores culturales, descuento que esta Conferencia -núcleo de personas que están al servicio de una ciencia que es universal por las ideas y conceptos que maneja y también por su lenguaje simbólico propio- contribuya desde el punto de vista humano a un mejor, más profundo entendimiento y aprecio mutuo. De esa manera no sólo se hará un servicio a la ciencia y a la enseñanza, que ya es mucho, sino a la causa del hombre, que es más.

* * *

LA TERCERA CONFERENCIA INTERAMERICANA SOBRE EDUCACION MATEMATICA

Dr. Roberto Etchepareborda
Rector de la Universidad Nacional del Sur (Bahía Blanca)

La circunstancia de haberse reunido en nuestra Universidad un núcleo tan selecto de estudiosos de la ciencia matemática, dispuestos a intercambiar opiniones sobre los progresos realizados en su enseñanza y sobre la eficiencia de los métodos aplicados en los países latinoamericanos durante los últimos años, es altamente propicia para emitir algunas reflexiones antes que los grupos de trabajo y las comisiones especiales empiecen a abocarse a su tarea, que auguro inteligente y provechosa.

En nombre de nuestra Universidad, me felicito por vuestra presencia que nos honra y destaca el alto nivel científico logrado por vuestra especialidad.

Esta joven Universidad, dentro de sus dimensiones modestas, pretende ser la expresión de una Argentina proyectada hacia el futuro, hacia sus grandes destinos tantas veces postergados. Por todo ello, se complace en ser sede de expresiones como la vuestra, que enaltecen a nuestro país.

Pese a su corta vida, esta casa puede decir con legítimo orgullo que en el campo de las matemáticas ha materializado realizaciones que hablan de una tarea silenciosa pero inteligente y en constante elevación. Su cuerpo docente no ha escatimado esfuerzos para brindar a la enseñanza matemática, nuevos y renovados enfoques, adecuados a los más modernos mecanismos pedagógicos. En el terreno de la investigación, donde la formación tendiente al otorgamiento de títulos de nivel terciario es una realidad que nos llena de satisfacción, el nivel alcanzado ha movido elogios de centros de estudio mundialmente reconocidos por su solvencia intelectual. Una biblioteca como la del Instituto de Matemática, que cuenta actualmente con 3.500 volúmenes y alrededor de 500 revistas periódicas y que está considerada como la mejor biblioteca de matemática de América Latina, es el testimonio más elocuente de la atmósfera de trabajo y creatividad que envuelve al desarrollo de esta ciencia en nuestra Universidad del Sur.

No nos atrevemos a formular estos conceptos en función de una mal entendida suficiencia, que está muy lejos de la modalidad y del espíritu de nuestros profesores e investigadores, sino con la profunda convicción de que en nuestra Universidad los estudios matemáticos están ubicados en el sitio que les corresponde por su importancia y por la gravitación que tienen para una cabal formación en el campo de las distintas ramas de la ingeniería.

Conviene subrayar el significado de los estudios matemáticos dentro del marco de la vida moderna, fuertemente influida por el acelerado movimiento científico y tecnológico que necesita, para mantener su ritmo de desenvolvimiento y procurar más altos niveles de vida, de más y mejores conocimientos matemáticos. Es menester no olvidar que los egresados de matemática son hoy requeridos con frecuencia creciente por la industria en sus facetas más avanzadas, en problemas como los de computación científica, programación, estadística, estudios físico-matemáticos, balística y demás.

Estas reflexiones deben insertarse en el conjunto de problemas que afectan al mundo contemporáneo, caracterizado por un arrollador progreso y por profundas transformaciones que afectan a todos sus integrantes.

La moderna tecnología científica aporta fuerzas controladas que rivalizan con las de la naturaleza misma. Utilizándolas, el hombre puede inventar su propio futuro. Ahora, le es posible crear un mundo sustancialmente desprovisto de indigencias, fatigas y enfermedades. También es posible implantar una plena tiranía o eliminar completamente la vida. La dirección que se tome depende de la eficacia del hombre para colocar la capacidad científica y técnica bajo control de la razón y dirigirla a buenos fines.

La incertidumbre que caracteriza a la sociedad contemporánea es el fruto de la dinámica y de la dimensión excepcionales que han adquirido hoy día los fenómenos técnicos y sociales.

Las consecuencias de esta transformación tecnológica pueden medirse al comprobarse cómo los países no alcanzados por el milagro industrial han permanecido retrasados en cualquier aspecto que se considere, ya sea en sus estructuras sociales, ya en su ordenamiento político o en su nivel económico, y -sobre todo- en sus posibilidades de progreso ulterior.

Algunos de los más graves problemas de nuestro tiempo encuentran su raíz precisamente en esta modificación producida tan sólo en una parte de la sociedad humana. Y así como hoy es tan difícil comprenderse entre pueblos de civilización industrial y pueblos de civilización preindustrial, así el diálogo se hará más difícil y los continentes se alejarán psicológicamente, el uno del otro, porque no obstante los siglos de cultura común, una verdadera mutación se habrá producido entre ellos. Resulta así que si no se ponen en acción fuerzas adecuadas de contraste, fragmentos de sociedad humana se alejarán y continuarán distanciándose siempre más los unos de los otros.

Este es, a mi entender, el desafío que nos viene de la década del 70. Es el desafío a nuestra aptitud de entender dónde estamos y hacia dónde vamos.

La pregunta que nos debemos formular es ésta: ¿Estamos en condiciones de controlar nuestro futuro, de neutralizar la amenaza que el mundo, cuyas dimensiones relativas ha reducido la técnica, estalle en pedazos?

Creo que la alta calidad que debe poseer el hombre moderno, especialmente cuando está investido de una gran responsabilidad, ya sea científica, como ustedes, política o productiva, es la capacidad de síntesis.

El ambiente en que vivimos se vuelve cada vez más complejo. La cantidad de nuestros conocimientos crece en forma vertiginosa. Si no nos ubicamos exactamente, si permitimos que nuestras máquinas nos esclavicen, si no conseguimos ordenar nuestras ideas y conocimientos, todo cuanto hayamos creado constituirá una abundancia inútil y aún peligrosa.

El mismo progreso técnico-científico -como los organismos vivos- tiene necesidad de un regulador. Hasta ahora ha funcionado como tal, desgraciadamente, el de carácter bélico. Pero, sin embargo, ha llevado todo el sistema al borde de la autodestrucción.

Para no perder el control del futuro se requiere, pues, que dicho regulador sea sustituído por otro que conduzca a un desarrollo coherente, establecido a la medida del hombre moderno, de este ser complejo que de criatura espiritual y racional se ha convertido también y en forma eminente en sujeto económico.

En otras palabras, la revolución tecnológica debe ser guiada al ataque de los verdaderos problemas de nuestra época: supervivencia en la era nuclear, y por lo tanto "pacem in terris", superpoblación, hambre en muchas partes del mundo, educación en el sentido más amplio y elevado, justicia en libertad, mejor circulación y distribución de la riqueza producida e incluso del mismo patrimonio tecnológico. Creo que el objetivo fundamental de una política global debe ser el de ampliar el área de prosperidad que hoy existe en el mundo.

Adopto la palabra "prosperidad" no porque la riqueza sea el bien mayor sino porque estamos *habituados a medirla*. Por aumento de prosperidad debe, pues, entenderse no sólo el aumento del rédito individual, sino la elevación del nivel de cada uno de sus aspectos: operación compleja que requiere comprensión humana, esfuerzo educativo, intervenciones técnicas precisas.

América Latina en especial puede y debe ser el banco de prueba para comprobar la factibilidad de conducir un continente íntegro al área de bienestar. Lo que se requiere es una amplia visión de los problemas que vienen al encuentro nuestro y la voluntad política de afrontarlos. Se debe pues, acelerar la toma de conciencia por parte de todos los gobiernos. Pero nada podrán hacer si sus pueblos no poseen fe. La aceleración se ha vuelto tan intensa que actualmente se registran más cambios durante la vida de un hombre que durante un lapso del pasado que abarque centurias.

El fundamento de un proyecto político coherente es el *desarrollo humano*, por eso definimos la cultura y la educación como bienes prioritarios por excelencia, puesto que constituyen el patrimonio esencial de las naciones y el secreto de su grandeza.

Tenemos el deber de velar por que los objetivos de los distintos niveles, ciclos y modalidades del sistema de enseñanza, aseguren el desarrollo físico, intelectual, moral, artístico y espiritual de los educandos en íntima relación con la realidad de su medio y sus necesidades.

La educación debe integrar a los educandos en el medio social y cultural, para lo cual debe estar dirigida al conocimiento y comprensión de las respectivas realidades nacionales, con su peculiar estilo, estructura y necesidades.

La educación contribuirá de esta manera a la consolidación de una vigorosa cultura nacional, condición indispensable paraque cada nación afirme su identidad propia y sea verdaderamente dueña, protagonista y creadora de su destino.

Estamos corriendo una carrera contra el tiempo. Esta carrera no podrá ganarse con la sola acción de los gobiernos. El triunfo se alcanzará también con la activa participación de científicos que -como ustedes- sepan leer inteligentemente los signos de los nuevos tiempos.

La reconocida solvencia científica de los que tendrán a su cargo las exposiciones de esta significativa reunión de la que la Argentina es sede por primera vez, y el interés demostrado por los participantes, hacen que se descuente el éxito de la tarea a emprenderse. En tal sentido formulo mis mejores votos y en nombre de la Universidad Nacional del Sur les doy la más cálida de las bienvenidas.

* * *

IMPORTANCIA Y SIGNIFICADO
DE LAS CONFERENCIAS INTERNACIONALES SOBRE EDUCACION MATEMATICA

Prof. Renato Völker
Director Nacional de Educación Media y Superior
Ministerio de Cultura y Educación (Buenos Aires)

Vivimos en una época extremadamente crítica en la que todo o casi todo se cuestiona; no es de extrañar, pues, si alguien pregunta -como efectivamente ha ocurrido- por el sentido y la razón de las conferencias internacionales de educación matemática. Se trata de eventos relativamente importantes, que cuestan tiempo y dinero y exigen un considerable esfuerzo de organización, movilizan a centenares de participantes, algunos venidos de lejanos países y concitan el interés y el apoyo de organismos internacionales, entidades privadas y ministerios. Es legítima entonces la inquietud por la índole de tales reuniones, sus alcances y consecuencias.

Como en los últimos catorce años ya se han sucedido en Europa y en América más de media docena de ellas, es posible y además útil llegar a algunas conclusiones en el sentido expuesto. A tales fines puede servir una breve visión retrospectiva y, más que ésta, el estudio de las recomendaciones hechas en cada reunión y su cotejo con los adelantos que sucesivamente se fueron dando en el campo de la enseñanza matemática. En el caso particular de las conferencias interamericanas de educación matemática, sirven a este último propósito los informes presentados por los países participantes, que permiten comparar el estado de esa enseñanza a la fecha de cada conferencia, con el que ofrecía en la conferencia anterior. Concluimos, por de pronto, que cada reunión interamericana nos permite actualizar y publicar la información sobre el estado de la enseñanza matemática en cada uno de los países del continente, lo que no es poco. Sin embargo, ese tipo de información también podría lograrse sin necesidad de celebrar reuniones como la de esta semana aquí en Bahía Blanca. Pero habrían otros aspectos de difícil o imposible realización si se prescindiera del sistema de conferencias; entre ellos están las llamadas "recomendaciones" y su mecanismo de elaboración.

Es bien sabido que las conclusiones de una reunión, como esta a la que estamos convocados, no obligan sino moralmente en tanto uno se sienta solidario con ellas. Por eso tienen carácter y alcance de recomendación. El mecanismo que les da origen permite el planteo y la consecuente discusión y votación del tema respectivo. Esta deliberación entre pares y el acuerdo mayoritario que es menester para lograr una recomendación, no podrían darse -como se dijo- sin la reunión efectiva de la conferencia; de donde ella resulta un elemento insustituible si se busca un planteo, fundamentación y tratamiento racional, amplio y equitativo de los temas que por su trascendencia merecen ser traídos a estos encuentros de matemáticos y educadores.

La experiencia ha demostrado -y procuraré probarlo más adelante- que se trata de una manera efectiva de dilucidar cuestiones que en el campo de la educación matemática nos interesan a todos y de comprometernos a seguir determinados caminos que, de común acuerdo, juzgamos como los más idóneos para alcanzar, en el menor tiempo posible, las metas propuestas. Las metas siempre apuntan hacia una enseñanza matemática mejor y todo lo que se plantea, discute y resuelve en estas reuniones está en función de ese propósito. ¿Qué medios se han seguido hasta ahora para lograrlo y hasta qué punto se ha tenido éxito? No intentaré un análisis retrospectivo de las distintas reuniones que desde la de Royaumont en 1959, se sucedieron cada par de años en Europa y en Latinoamérica, porque esa tarea iría mucho más allá del propósito de esta exposición; pro curaré, en cambio, señalar algunas características comunes de esas reuniones y clasificar en grandes grupos los temas y asuntos abordados en ellas con el propósito de obtener una visión de conjunto y de llegar a conclusiones valederas sobre la importancia y utilidad de los encuentros.

Las cuestiones de fondo. Son éstas las que han dado origen a un replanteo de la enseñanza matemática, fundamentalmente en lo que se refiere a sus contenidos y, en forma subsidiaria, en cuanto atañe a los aspectos metodológicos.

Pertenece a las cuestiones de fondo el planteo de Jean Dieudonné en el Seminario de Royaumont, por ejemplo, cuando abogó por la necesidad de sustituir la enseñanza de la geometría de Euclides por otros asuntos hoy más importantes y rendidores; o bien el cuestionamiento que en ese mismo seminario hizo el profesor Marshall Stone al señalar el abismo que separaba la matemática como ciencia, de la matemática escolar y la necesidad de reducir el atraso de ésta con respecto de aquélla.

Los planteos de fondo provienen en general de los matemáticos profesionales, investigadores y profesores universitarios que advierten la necesidad de que los estudiantes que abordan estudios superiores traigan una preparación de base, que por una parte esté más de acuerdo con los avances de la matemática actual como ciencia axiomática y que por otra signifique una capacitación instrumental más rica y ágil. Se trata, con frecuencia, de desplazar cuestiones que hasta entonces eran propias de los primeros cursos universitarios, hacia la escuela secundaria; pero ésta no los puede incorporar sin más en sus programas, sin correr el riesgo de recargarlos con el consecuente perjuicio para la enseñanza.

Se impone, entonces, un replanteo de la cuestión, que lleva al análisis crítico, no sólo de los contenidos en cuanto a su mayor o menor importancia teórica y utilidad inmediata y futura, sino también de la sucesión en que deben desarrollarse y del grado de rigor exigible. En muchos casos hay que optar por la eliminación lisa y llana de ciertos contenidos - tal vez caros al espíritu - y por su sustitución por otros de mayor rendimiento, ya sea por responder a una teoría subyacente más general o por ofrecer campos de aplicación más amplios. Pero las cosas, por lo común, no quedan allí sino que requieren replanteos o reformulaciones de base, porque arrancan desde más abajo y allí se tropieza con dificultades didácticas que ponen en juego y exigen un entendimiento entre matemáticos que hacen ciencia y profesionales de la educación, que la enseñan. Afortunadamente contamos hoy en día con un buen número de matemáticos que se interesan vivamente por los problemas didácticos y de psicología del aprendizaje; de modo tal que los planteos de fondo que hubo en seminarios y demás encuentros no tardaron en canalizarse por efecto de una colaboración fructífera de los distintos sectores interesados. Esa tarea en común desembocó siempre o casi siempre en una lista de contenidos esenciales o programas de estudio nuevos, con lo cual llegamos a otra de las características comunes de los encuentros internacionales.

Los programas renovados. Los hay de variado tipo y alcance: desde una lista de temas nuevos cuyo tratamiento se juzga imprescindible, hasta el enunciado de asuntos agrupados y ordenados según la edad de los alumnos a que se destinan. En algún caso los temas fueron desarrollados por especialistas expresamente reunidos al efecto, como ocurrió en el encuentro de Dubrovnik, en 1960, donde se procuró zanjar las dificultades que se entreveían para el dictado de algunos temas nuevos cuya inclusión se consideraba esencial. En la Conferencia de Lima hubo un pronunciamiento taxativo sobre los contenidos que a juicio de los participantes de esa reunión deben figurar en los programas destinados a niños y adolescentes agrupados por edad. Estos programas parten, pues, de un concepto subyacente de madurez mental de los alumnos.

Los programas nuevos se aplican comúnmente con carácter experimental durante cierto tiempo, en cursos expresamente elegidos al efecto y que están en manos de personal seleccionado. Se corre el riesgo de que ese personal se ponga tan al servicio de la buena causa que a fuerza de cultivar los temas nuevos, descuide la calculatoria tradicional -que lamentablemente también hace falta- y que los alumnos, duchos en hacer frente a "situaciones" matemáticas no dominen las herramientas elementales del cálculo, tengan dificultades con el factoreo o no sepan racionalizar un denominador. Es cierto que los cursos experimentales, en sus comienzos, tropezaban con la inexistencia de textos adecuados especialmente en castellano y ello demoraba su desarrollo y recargaba la tarea del docente responsable; pero hoy esa dificultad está salvada al disponer de textos en todos los niveles. Los cursos experimentales pudieron generalizarse, pero se tropezó entonces con otra dificultad grave: la preparación inadecuada del personal para hacer frente a esa nueva responsabilidad. Es esta la razón por la que en todas o casi todas las reuniones internacionales sobre educación matemática aparece en forma abierta o indirecta el tema de la

Formación y perfeccionamiento docente. No puede haber cambios sustanciales en la enseñanza si en primer término el que enseña no conoce bien el tema y si además, no está convencido de la necesidad de su buena enseñanza. En ambos casos necesita suficiente sentido crítico y honestidad intelectual como para juzgarse con acierto a sí mismo; además requiere una buena dosis de fuerza de voluntad al dejar de lado lo que resulta fácil y rutinario para abordar temas nuevos y llegar a dominarlos a tal punto que su enseñanza resulte grata y provechosa.

Los renovadores de la educación matemática sabían y saben muy bien que el problema fundamental en toda reforma está en captar en su favor al personal en actividad y en crear las condiciones para que ese personal se actualice y perfeccione. En varias conferencias se ha tratado este tema de difícil y costosa realización y se han formulado recomendaciones acertadas para abordarlo y resolverlo exitosamente. Mientras tanto, en todos los países la cuestión se ha encaminado en forma positiva, pero el grado de adelanto es distinto y depende de los recursos humanos, financieros y legales de que disponen. La tarea es de largo alcance en general y requiere montar un mecanismo eficaz y de elevado costo si se desea abreviar los plazos. Lo malo de la cuestión reside en que aparentemente es asunto de nunca acabar, porque a medida que pasa el tiempo aparecen nuevos contingentes de personal no actualizado.

En Lima se propuso remediar esta cuestión -ya casi obsesiva- mediante un enfoque distinto de la formación de los futuros docentes en el sentido de incluir en los planes de estudio asignaturas y actividades -preferentemente en forma de seminario- que los capaciten desde su iniciación profesional para perfeccionarse por cuenta propia y de manera contínua con la eventual ayuda de material escrito que a modo de apoyo podrían proveer las autoridades responsables de la enseñanza, entidades gremiales u otras organizaciones. El tema es de tanta trascendencia que merece ser meditado por todos los que tienen alguna responsabilidad en la formación de futuros profesores de matemática.

Mientras tanto no queda otra salida sino la de perfeccionar - de ser posible masivamente - al personal en actividad. Esta cuestión ha llevado a la consideración de temas y disciplinas que merecen o que deben figurar en los cursos de perfeccionamiento, en atención a los contenidos nuevos incorporados o por incorporar a los programas de estudios secundarios o primarios. Por esa razón hallamos en todas las reuniones internacionales de educación matemática, temas de este carácter que podríamos llamar temas de actualidad o

Temas de interés especial. Se trata evidentemente de asuntos nuevos que están en sazón y deben ser abordados en la enseñanza secundaria o primaria o al menos merecen un concienzudo análisis sobre la conveniencia y factibilidad de su incorporación a los respectivos programas. Estos temas van apareciendo cada vez más en las agendas de las reuniones internacionales y ello ocurre porque los otros, que hemos llamado cuestiones de fondo, programas renovados y formación y perfeccionamiento docente, ya se han debatido bastante, hay conciencia formada sobre su importancia y las recomendaciones que se formularon en su momento -a veces en forma reiterada- han hallado eco y están cumplidas o en vías de ejecución.

Los temas de interés especial, en cambio, muchas veces son candentes y otras se refieren a determinados campos o aspectos de la enseñanza matemática, ya sean de carácter científico o didáctico. Para dar algún ejemplo, pienso que el tema de la computación, que se tratará en esta conferencia, merece el calificativo de tema de interés especial, porque es de actualidad, está incorporado en muchas carreras profesionales a nivel universitario, existen experiencias sobre su introducción en escuelas de enseñanza media y primaria y hace falta conocer y discutir los objetivos que se persiguen con su enseñanza en esos niveles y los resultados allí obtenidos con el fin de llegar a conclusiones valederas y formular las recomendaciones que el tema merezca.

En el Primer Congreso Internacional de Educación Matemática de Lyon, en 1969, prácticamente todos los temas fueron de interés especial y es de suponer y de esperar que a medida que la enseñanza de la matemática se actualice, los temas de ese carácter ocuparán más y más las agendas de las reuniones por cuanto los de índole general estarán satisfechos.

La rendición de cuentas. He llamado así a los informes que los países suelen presentar en las reuniones internacionales sobre el estado de la educación matemática en sus respectivas jurisdicciones. En algunos casos aparecen a raíz de una encuesta precisa previamente formulada por alguna entidad central, como la OCDE (Organización de Cooperación y Desarrollo Económicos) en el caso del Seminario de Royaumont; en otros los informes son relativamente libres y se ciñen a lineamientos generales, como fue en ocasión de la Segunda Conferencia Interamericana de Educación Matemática de Lima y lo es en la presente. Siempre se trata de presentar un balance actualizado que sirva de base de partida para acordar futuras acciones y a veces puede usarse para analizar retrospectivamente los avances logrados desde reuniones anteriores. La comparación entre lo acordado, por ejemplo en Lima, con las realizaciones logradas en cada país desde entonces hasta hoy, pueden eventualmente llenarnos de satisfacción o, por el contrario indicarnos donde hemos estado remisos. Los informes, una vez publicados, nos dan además, en el caso de las conferencias interamericanas, una visión de conjunto sobre el estado actual de la educación matemática en todo el continente, lo que es altamente ilustrativo y puede servir de acicate para una sana colaboración internacional ya sea por vía del CIAEM (Comité Interamericano de Educación Matemática), inspirador y organizador de estas reuniones, o bien por acción directa entre los estados.

El mecanismo y alcance de las recomendaciones. Es este el último punto que en mi sucinto análisis deseo señalar como rasgo común y característico de las reuniones como la que nos convocó en Bahía Blanca; pero debo destacar una vez más que es un atributo tan propio y consubstancial que las hace insustituibles. No hay otro mecanismo, que yo sepa, que permita un planteo seguido de un intercambio de ideas inmediato, personal y vivo que a su vez obligue en un tiempo relativamente breve llegar a conclusiones valederas que pueden ser motivo de recomendación. Esta última, por su misma naturaleza, exige claridad y concisión de forma y transcendencia y sensatez de contenido.

La importancia de una reunión como la presente puede evaluarse por el acierto de las recomendaciones que dicte con relación a los temas tratados.

Pero no bastará con las recomendaciones; todos los que tienen alguna responsabilidad en su implementación, en tanto se sientan solidarios con lo resuelto, deben comprometerse a poner de sí todo lo que esté a su alcance para que esas recomendaciones se cumplan y fructifiquen en el terreno de la realidad educativa de cada país.

Si comparamos la situación actual de la enseñanza matemática en Latinoamérica con la imperante hasta la conferencia de Bogotá, por ejemplo, advertimos progresos; no tantos como hubiéramos deseado, pero de todos modos más de los que se habían logrado sin el apoyo y la guía que significaron las recomendaciones de la 1ra. y 2da. Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Esperemos que la que inauguramos hoy contribuya en igual o mayor medida a ese progreso.

* * *

PROGRAMAS DE LA OEA SOBRE ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA

Ing. Andrés Valeiras (OEA)

En nombre de la Organización de los Estados Americanos y en el mío propio agradezco el honor dispensado por la Conferencia al permitirme exponer el trabajo realizado por la Organización, tanto en el campo de la enseñanza de la matemática como en el de la matemática misma.

Ya tuve este honor en la II CIAEM (Conferencia Interamericana de Educación Matemática), en Lima, donde presenté lo realizado por la Organización hasta 1966. En aquella oportunidad mi revista consistió en indicar los diversos programas que la OEA desarrollaba y sus resultados en términos cuantitativos; considero que resultaría poco útil tratar de completar y poner al día aquella información en este momento.

Algunos de los programas allí mencionados han terminado, otros han sido modificados; en particular; mencionaré que los programas de becas, regular y especiales, y el de institutos de verano en Estados Unidos continúan con menor volumen de actividades y que el programa de monografías continúa activamente; se han editado *trece* volúmenes en la serie de matemática y en este momento están en preparación los últimos tres títulos de una subserie de álgebra que se integra con cinco monografías.

En lo que sigue me referiré a las actividades iniciadas en 1969 al crearse el Programa Regional de Desarrollo Científico y Tecnológico y el Programa Regional de Desarrollo Educativo.

Los Programas Regionales de Desarrollo Educativo y de Desarrollo Científico y Tecnológico fueron establecidos en la Reunión de Maracay; ambos incluyen proyectos multinacionales, acciones de refuerzo y estudios de base además de cualquier otra actividad que el Consejo Interamericano para la Educación, la Ciencia y la Cultura apruebe.

Proyectos multinacionales: son las acciones o actividades ejecutadas en uno o más centros con la cooperación de varios o todos los Estados miembros, siempre que en su realización participe más de un país y cuyos beneficios se extiendan a varios países.

Acciones de refuerzo: son aquellas que tienen por objeto atender necesidades o requerimientos de instituciones específicas, encaminadas a fortalecer la infraestructura educativa, científica y cultural de determinados países.

Estudios de base: son aquellos que proporcionan los elementos de información que requieren los programas para determinar la situación educativa, científica y cultural de la región y precisar la orientación y metas de dichos programas; o para asistir a los países en sus propósitos de formular, revisar y ejecutar sus políticas en estas materias.

Al estructurarse los proyectos multinacionales en una especialidad, se ha pensado en utilizar las instituciones de mayor desarrollo en la región, caracterizados por el alto nivel de su enseñanza y sus programas de investigación; y con capacidad para ofrecer entrenamiento a nivel de postgraduación y para proporcionar asistencia técnica a otras instituciones latinoamericanas para el establecimiento y desarrollo de programas propios.

Los proyectos apoyaron, además, en forma sistemática, a esas instituciones líde - res para facilitar su tarea de contribuir al desarrollo regional.

Las tareas fundamentales de los proyectos multinacionales han sido las de formación de personal procedente de todos los Estados miembros a nivel de postgrado; y la de prestar asistencia técnica a las instituciones mediante el envío de profesores e investigadores visitantes y la adquisición de equipos, materiales científicos y bibliografía para llevar a cabo los trabajos propuestos.

Por el contrario, las acciones de refuerzo se dirigen a atender necesidades muy específicas de una institución, con el objeto de mejorar su capacidad docente o de investigación; o al apoyo de reuniones científicas de índole regional.

Una característica esencial de los programas regionales es que todas sus actividades son solicitadas por los Estados miembros de la OEA a través de un organismo de enlace especialmente designado por el gobierno respectivo para ese efecto, con lo cual se tiende a que ellas respondan al interés nacional y estén coordinadas adecuadamente con las políticas nacionales de ciencia y tecnología y de desarrollo.

Programa regional de desarrollo educativo

Este Programa es conducido en la Organización, por el Departamento de Asuntos Educativos y ejecuta múltiples actividades en más de cincuenta instituciones de América Latina en proyectos relacionados con: el Mejoramiento de la Administración y del Planeamiento de la Educación; Mejoramiento del Curriculum, Métodos y Materiales de Enseñanza; Tecnología Educativa; Desarrollo de Bibliotecas Escolares y Universitarias; Educación Técnica y Formación Profesional; Investigación Educativa; Educación de Adultos; y Producción de Material Educativo y Científico para la Prensa.

Nos interesa el Proyecto Multinacional de Mejoramiento del Curriculum, Métodos y Materiales de Enseñanza, el cual se ocupa de los problemas de enseñanza de ciencias.

Las instituciones encargadas del trabajo relacionado con matemática han sido:

Argentina: Instituto Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias (INEC)

Brasil: Fundación Brasileña para el Desarrollo de la Enseñanza de las Ciencias (FUNBEC)

Chile: Centro Nacional de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (Lo Barnechea).

Venezuela: Centro de Capacitación Docente (El Mácaro).

En INEC se realizaron cuatro cursos latinoamericanos de actualización y perfeccionamiento docente de profesores secundarios de matemática, de seis meses de duración a los que concurrieron un total de 20 becarios latinoamericanos, algunos de los cuales, al regreso a sus lugares de trabajo iniciaron experiencias piloto con nuevos contenidos de enseñanza.

En FUNBEC se preparó material de enseñanza y películas y se estudiaron contenidos para algunas unidades especiales.

En Lo Barnechea se dictó un curso y se proyecta otro, de tres meses, para actualizar personal docente y se han preparado nuevos planes y programas de estudio para toda la enseñanza primaria y parte de la secundaria.

En El Mácaro se prepararon textos modelo para el nivel primario, faltando únicamente completar el del último año.

Programa Regional de Desarrollo Científico y Tecnológico

Se desarrolla en cuatro áreas de concentración:

1. Infraestructura científica con proyectos de matemática, física, química, bioquímica, genética, microbiología y enseñanza de ciencias.

2. Infraestructura tecnológica con proyectos en ingeniería, ciencias del mar, ciencias de la tierra, ciencias agropecuarias y energía nuclear.

3. Desarrollo tecnológico con proyectos en concentración de minerales, metalurgia, tecnología de alimentos y nutrición, celulosa y papel, extractos vegetales, curtición y normalización.

4. Planificación científica y tecnológica, que se ocupa de los estudios nacionales sobre política y planificación, del Proyecto Piloto de Transferencia de Tecnología y de los Estudios sobre Cambio Técnico.

El Proyecto Multinacional de Matemática se apoya en la labor de las instituciones siguientes:

1. Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires, Argentina.
2. Instituto de Matemática Pura y Aplicada (IMPA), Río de Janeiro, Brasil.
3. Instituto de Matemática y Estadística, Universidade de Sao Paulo, Sao Paulo, Brasil.
4. México (Consorcio de: Centro de Investigación y Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional (IPN) y el Instituto de Matemáticas, Universidad Nacional Autónoma de México.

En todas ellas se pueden realizar estudios especializados en los diversos campos de la matemática; desde su iniciación, han recibido 64 becarios, por períodos variables de hasta 3 años, de los cuales aún permanecen en los centros 22 becarios. De los 42 restantes, alrededor de 30 han obtenido grados, la mayoría de licenciatura o maestría y unos pocos de doctorado, para regresar a sus países de origen con el compromiso de la reserva de sus lugares anteriores de trabajo.

El aporte que ello significa para las instituciones de origen es muy importante y ha permitido en algunos casos elevar su capacidad sustancialmente por el hecho de la selección concentrada en ciertas instituciones de modo que, si bien hubo becarios de 12 países, a cuatro de ellos corresponde más del 80%.

El número de personas formado ha sido limitado; las necesidades son mucho mayores, pero razones presupuestarias han impedido aumentar el número de becarios. En general, las becas son de larga duración, dos y tres años, lo cual ha contribuido a reducir el número de individuos que las han podido aprovechar.

La selección, tratando de concentrar el esfuerzo con algunas instituciones de la región identificadas previamente como centros potenciales de desarrollo en cada disciplina, aumentó su valor cualitativo y el impacto producido en esos centros.

También se ha establecido otra modalidad especial de formación de personal, mediante los que llamamos investigadores asistentes, que se incorporan a una institución para trabajar en proyectos de investigación en marcha, estableciendo la posibilidad de interacción de diversas instituciones en proyectos comunes.

Asistencia Técnica

La asistencia prestada a diversas instituciones incluyó el envío de 72 profesores e investigadores visitantes por un total de 350 hombres mes, para trabajar junto con los matemáticos locales en temas variados de investigación o para el dictado de cursos especiales. El personal visitante se integró con matemáticos de países de fuera de la región y con latinoamericanos.

Estos profesores dictaron en algunos casos cursos regulares o especiales que luego pasaron a ser cursos de rutina. Colaboraron en trabajos de investigación o los dirigieron, dirigieron trabajos de tesis y ajustaron sus conocimientos y valiosa experiencia al trabajo general de las instituciones de la región.

Actividades regionales

Un aspecto importante del Proyecto es su apoyo a diversas actividades regionales, entre las cuales merece ser destacada la Escuela Latinoamericana de Matemática.

La ELAM se inició a propuesta de la OEA; en 1968 se realizó en Brasil, tratándose temas de Análisis y en 1971 en México sobre Topología y Estructuras Diferenciales.

La Tercera se realizará en Argentina, en julio de 1973, sobre un temario ya establecido que incluye temas de álgebra y teoría de números.

Además de ELAM se han apoyado el Seminario de Ecuaciones Diferenciales en México (junio de 1972), el Simposio de Análisis en Recife (Brasil, julio de 1972) y el Seminario de Matemática en Córdoba (Argentina, julio-agosto de 1972).

La participación de becarios, investigadores asistentes, profesores visitantes y el apoyo de actividades regionales ha permitido desarrollar numerosas investigaciones de alto nivel científico como lo muestran las publicaciones ya realizadas en revistas internacionales.

También, como consecuencia del Proyecto, los matemáticos latinoamericanos se han relacionado mucho mejor entre sí, estableciendo una comunicación permanente que da frutos en forma de una mejor selección del personal a perfeccionar en los niveles más altos de especialización, apoyo mutuo en proyectos de investigación y la posibilidad de contribuir conjuntamente al desarrollo de otras instituciones, especialmente en países de menor desarrollo relativo.

Merece destacarse que tradicionalmente fueron más difíciles las comunicaciones de América Latina con Europa y Estados Unidos de América que en la misma región.

El énfasis puesto por el Programa en la formación de personal graduado mediante estudios de maestría y/o doctorado ha estimulado el interés de los medios académicos de la región por establecer con carácter permanente tales estudios donde no los había y ha robustecido los programas ya existentes dándoles una nueva dimensión interamericana.

Desarrollo de instituciones

En 1971, el Instituto de Ciencias de la Universidad de Asunción presentó un proyecto de desarrollo, destinado a crear la carrera de Matemática Aplicada, el cual fue aprobado y, en este momento, está por iniciarse.

La operación abarcará dos años, al cabo de los cuales, a través de la asistencia técnica a ser proporcionada y mediante la formación de su propio personal, se espera que el Instituto esté en condiciones de continuar en forma autónoma, aún cuando los centros responsables del Proyecto podrán aportar su ayuda adicional cuando sea necesario.

A partir del 1° de julio de 1972 se espera poder apoyar el desarrollo de otras instituciones, con especial atención en aquéllos que han formado personal para atender sus necesidades inmediatas a través del Proyecto.

El Proyecto de Enseñanza de Ciencias del Programa Regional de Desarrollo Científico y Tecnológico, desde su comienzo tiene a su cargo el programa de monografías y colabora con esta conferencia. Además, hasta el 30 de junio pasado atendió pedidos de varios países para realizar cursos para profesores de matemática, colaborando así con los esfuerzos de Colombia, Bolivia, Ecuador y Jamaica por actualizar su personal docente.

Durante el año anterior se preparó en OEA un nuevo proyecto destinado a apoyar sustancialmente algunas escuelas de profesorado del continente para mejorar la formación de los egresados en las ramas científicas, el cual fue aprobado por el Consejo Interamericano para la Educación, la Ciencia y la Cultura, que decidió además, que fuera incluido en el Programa Regional de Desarrollo Educativo.

* * *

LA TERCERA CONFERENCIA INTERAMERICANA SOBRE EDUCACION MATEMATICA: TEMAS A TRATAR Y SUS PROYECCIONES

Marshall H. Stone - Presidente del CIAEM

Señores representantes del Ministerio de Cultura y Educación, Señor Rector de la Universidad Nacional del Sur, señores miembros de las distintas comisiones organizadoras internacionales, nacionales y locales, señores y señoras:

Les pido perdón por dirigirme a Uds. en inglés, pero observo que de las seis naciones de habla inglesa que hay en nuestro hemisferio, tres están representadas en esta conferencia. Por lo tanto, es apropiado que en una de las disertaciones de esta sesión inaugural se use ese idioma.

Los últimos veinte años nos han demostrado que la educación se enfrenta a un cambio constante. Ahora nos damos cuenta que ya no podemos pensar en resolver los problemas educativos de una vez y para siempre, por el contrario debemos esperar que surjan nuevos problemas a medida que aumentan los conocimientos y sus aplicaciones tecnológicas, que alteran tanto nuestra forma de vida como el medio en que vivimos. Por lo tanto, al organizar nuestro sistema educativo sentimos la urgente necesidad de procurar una revisión continua de estos problemas y una incesante búsqueda de respuestas adecuadas para los mismos. Entre los órganos administrativos establecidos para el mantenimiento de nuestros sistemas educativos se debe encontrar un lugar para uno en especial que realice satisfactoriamente la interminable tarea de pensar, revisar e innovar los planes.

Las conferencias internacionales, tal como la que nos ha reunido a todos aquí en Bahía Blanca, realizan una función importante en este esfuerzo de discernir y proyectar los cambios necesarios en nuestras escuelas y universidades. Estas conferencias ofrecen una oportunidad única a los educadores de las distintas naciones para intercambiar experiencias y nuevas y promisorias ideas educativas y técnicas, que de otro modo permanecerían aisladas y limitadas en su efectividad.

Para poder seleccionar los temas especiales que serían discutidos en esta conferencia, hemos consultado la mayor cantidad posible de personas comenzando por los miembros del CIAEM (Comité Interamericano de Educación Matemática). Nuestro propósito ha sido la identificación de áreas en las cuales la educación matemática ya se está enfrentando con nuevos problemas, o los tendrá que enfrentar muy pronto. Evidentemente existen muchos más problemas de esta naturaleza que los que se podrían tratar en una sola conferencia. Por ejemplo, todos saben que una de las necesidades actuales, constante y muy urgente en la enseñanza de la matemática, es la de capacitar a los profesores que deben enfrentar la tarea de participar en la introducción de nuevos programas.

Sin embargo, si tuviéramos que considerar este problema, no podríamos hacerlo específicamente hasta no haber llegado a algunas decisiones con respecto a los nuevos programas, curricula o métodos que deben ser introducidos. Fue así como finalmente, con la colaboración del Profesor Santaló, seleccionamos entre los temas de una larga lista, cuatro que consideramos que introducirían alguna novedad y que no habían sido discutidos en profundidad en conferencias anteriores. El Prof. Santaló obtuvo la aprobación final de esa elección por parte del CIAEM y también de los organizadores argentinos.

Creo que todos verán claramente que cada uno de los cuatro temas que serán discutidos aquí, no solo muestran algún aspecto novedoso, sino que se caracterizan por su actualidad. No es necesario que me detenga a señalar la importancia de mantener la enseñanza de las matemáticas en constante contacto con sus distintas aplicaciones. Aquellos de nuestros alumnos que hagan algún uso específico de la matemática en sus profesiones, lo harán en su mayoría en campos que no son los de la matemática superior. Si actualmente existe alguna diferencia, se debe al hecho de que la utilidad de la matemática es hoy mucho más amplia y profunda de lo que ha sido en el pasado y augura una extensión mayor aún en el futuro. De ahí que debemos prestar especial atención a la necesidad de adaptar nuestra educación, tanto en la escuela como en la universidad, a los nuevos y más sofisticados usos de la matemática actual.

Constituye un ejemplo especial en este aspecto la reciente introducción dela computadora y la creación de una nueva "ciencia de la computación". Sobre este tema me extenderé más adelante.

Otro tema que ha sido solamente mencionado en las conferencias anteriores es el de la transición de la escuela a la universidad. Hace aproximadamente dos años me interesó mucho y en cierto modo me sorprendió, saber que la inscripción en la universidad en uno de los países latinoamericanos había aumentado en un 60% de un año a otro. Supongo que muchos otros países experimentan el mismo fenómeno de crecimiento en la demanda de una mayor educación. En su respuesta al mismo, las universidades se verán ante el problema de tener que admitir muchos alumnos que deberán enfrentar una muy difícil experiencia al ingresar en un ambiente académico completamente distinto y con nuevas exigencias. Un bajo nivel de preparación en matemáticas y un cambio brusco tanto en lo que respecta a métodos de enseñanza como a niveles académicos, pueden conducir al fracaso o a una penosa frustración a menos que se busque la forma de facilitar esa transición. El problema de la adaptación del primer año de matemáticas en la universidad, entra principalmente dentro de los límites de la educación superior, una vez que las escuelas secundarias han comprendido y cumplido los requisitos para la admisión de los jóvenes. Esta conferencia debería tratar algunas recomendaciones sobre estos aspectos, para los matemáticos universitarios.

El invento de la computadora electrónica nos enfrenta con un nuevo instrumento para la matemática que deberá ser tomado en cuenta, tanto en la escuela secundaria como en la universidad.

En mi solapa llevo este distintivo con los retratos de Boole y de Babbage, los creadores de la nueva ciencia de la computación. Sus ideas no pudieron ser adecuadamente introducidas en su época y hubo que esperar los avances de la electrónica que permitirían la construcción de máquinas capaces de realizar a gran velocidad, una enorme cantidad de operaciones coordinadas. Este desarrollo tuvo lugar principalmente desde 1945, y ha llegado ahora el momento en que la computación electrónica está produciendo cambios trascendentales en muchas actividades humanas. En lo que a la matemática se refiere aparece de manera más obvia en el arte del cálculo. Los métodos particulares utilizados deben ser adaptados a las operaciones de la computadora, hecho que puede alterar las preferencias por tal o cual procedimiento de cálculo. Para ilustrar mencionemos la solución de las ecuaciones lineales, al hacerlo con computadoras muchos problemas analíticos pueden reducirse, dentro de límites apreciables de aproximación. Las fórmulas clásicas expresadas por determinantes nos ofrecen un esquema explícito para calcular la solución (pero no necesariamente el mejor para una computadora electrónica). Otro método de solución, que se debe a Gauss, consiste en la elimina - ción sucesiva de una incógnita hasta obtener una sola ecuación con una incógnita, cu- yo valor se determina. Utilizando este valor y retrocediendo sobre los pasos realiza- dos para alcanzarlo, los valores de las incógnitas restantes se van hallando sucesiva mente. Este método de Gauss, presentado en la forma de un algoritmo conveniente cono- cido como "pivoteo", es perfectamente adecuado para computación electrónica.

De manera similar, los modernos métodos de cálculo para obtener soluciones numé- ricas de ecuaciones diferenciales, dan más importancia a cierto tipo de teoremas de existencia que a otros y pueden conducir también a interesantes aspectos teóricos. En ambos casos, parecen existir suficientes razones para revisar nuestras clases a la luz de las nuevas preferencias.

Existe sin embargo, mucha menor influencia directa en la enseñanza que la ejerci da por la introducción de las computadoras. La teoría de las máquinas computadoras es tá floreciendo en la forma de una nueva ciencia alrededor de la cual se agrupan muchos y nuevos campos fascinantes de matemáticas interelacionados de distinta manera, los que ofrecen numerosos desafíos al investigador. Estudios profundos de lógica, lengua- jes naturales y artificiosos, teoría de funciones recursivas y teoría de "autómatas" figuran entre las más abstractas teorías de la matemática que se agrupan alrededor de la ciencia de la computación. En los estudios más avanzados de matemática, tanto a ni vel universitario como de postgraduados hay ahora muchas oportunidades para introdu - cir nuevos cursos de interés para aquéllos cuyo propósito es la máxima explotación de la computadora electrónica en cuanto a sus posibles usos.

Me resta sólo comentar la inclusión de la matemática en la escuela primaria como uno de los cuatro temas de esta conferencia. Hemos tomado mayor conciencia durante es tos últimos años de las graves deficiencias de la enseñanza de la matemática en nues- tras escuelas primarias. Al mismo tiempo, hemos aprendido que el remedio no consiste solamente en modificar el curriculum, sino también en la adopción de una estrategia pedagógica radicalmente diferente. Los métodos de enseñanza convencionales han estado en vigencia por cientos o más bien por miles de años y los resultados obtenidos de ninguna manera nos pueden enorgullecer. Poco a poco y paulatinamente unos pocos, pero brillantes innovadores, nos han mostrado el camino hacia una nueva pedagogía. Creo no estar equivocado al afirmar que actualmente estamos ante un cambio asombroso acer- ca del cual los trabajos de las Sras. Williams, Papy y Rasmussen, nos darán una vi- sión inspiradora. Los dos principios que se han puesto en marcha son: primeramente, confianza en la habilidad del niño para descubrir y aprender la matemática por sí mis mo, a través de la exploración del medio en que vive y con un mínimo de apoyo o direc ción; y segundo, el énfasis puesto en los conceptos fundamentales de la teoría de las relaciones, sub-y-ascendentes en toda la matemática tanto desde el punto de vista psico- lógico como formal.

Debido a las frustraciones y a las dificultades que ha provocado la enseñanza de la matemática en la escuela primaria, es una feliz coincidencia que aparezca la pers- pectiva de un cambio radical en su aprendizaje, justamente en el momento en que exis- te un gran interés en la renovación de toda la enseñanza en la escuela primaria.

En América Latina muchos países muestran su empeño por extender y mejorar sus sis temas de enseñanza. La meta es lograr universalmente una buena calidad en la enseñan- za primaria y un contenido adecuado. Por este motivo es muy oportuno que la conferen- cia discuta un aspecto de los problemas involucrados. Si nuestras deliberaciones pueden obtener recomendaciones que ayuden a resolver las dificultades que tenemos por delante, en la enseñanza de las matemáticas, la conferencia estará por este solo hecho ampliamente justificada.

Queda un único punto por considerar y discutir en esta conferencia. No se menciona en nuestro programa, pero es importante para todos aquellos quienes están convencidos del valor de esta conferencia, y del éxito de las dos que la precedieron, realizadas en Bogotá en 1961 y en Lima en 1966. El futuro de la cooperación interamericana en el campo de la educación matemática, se puede decir sin exageración, que corre grave peligro. A menos que se encuentre rápidamente una solución para nuestras actuales dificultades, esta tercera conferencia quizás sea la última. Ha sido muy difícil organizar este congreso e imposible de poner en práctica el primer programa bosquejado.La razón, en una palabra es el dinero. La escasez de fondos reflejó que no interesaba ya el tipo de cooperación que representa el Comité Interamericano de Educación Matemática. Las sociedades matemáticas, las asociaciones de profesores, los ministerios de educación, otras dependencias nacionales, fundaciones y organizaciones internacionales tales como la Comisión Internacional para la Enseñanza de la Matemática, OEA y UNESCO no han demostrado interés en apoyar el trabajo de CIAEM como debieran hacerlo para que éste rindiera a la altura de su material humano. Algunas de estas organizaciones muestran algún interés, aunque en forma esporádica e improvisada, cuando se está por realizar una conferencia después de un período de cinco o seis años. Otras no se interesan nunca.

La mayor contribución a esta conferencia ha sido por parte del gobierno argentino. Por contraste, es vergonzoso informar que el gobierno de los Estados Unidos no ha realizado ninguna contribución directa. La colaboración de la OEA y de la UNESCO, en ese orden, han agregado lo suficiente a nuestros fondos para garantizar su realización. La presencia de muchos de nuestros oradores se debe al esfuerzo de algunos países de Europa que han mandado sus representantes. El gran interés despertado por la Conferencia ha hecho que organizaciones de los distintos países pagaran los gastos de sus delegados lo que explica el gran número de participantes, no solo de la Argentina sino de otras naciones de América.

Los fondos obtenidos de las distintas organizaciones alcanzan a quince mil dólares. La ayuda económica recibida ha sido menor que en los dos congresos anteriores.

La situación que acabo de describir fue prevista en la Conferencia de Lima y en la misma se recomendó formalmente que cada uno de los países de América debía realizar una contribución voluntaria anual de $ 100 para mantener al CIAEM y para la preparación de la próxima conferencia, programada entonces para 1971. Muy pocos países han aportado esta contribución. Un pequeño grupo, entre ellos la Argentina, ha respondido en forma regular. Por lo tanto, este programa voluntario ha resultado un completo fracaso.

La única forma de asegurar la futura actividad del CIAEM es lograr el continuo interés y apoyo, por parte de cada uno de los países del hemisferio, para este tipo de organizaciones interamericanas. Será imperativo conseguir anualmente los fondos para el trabajo que realiza. Deberían ser suficientes como para poder financiar los gastos de administración, las reuniones necesarias, una conferencia quinquenal, publicaciones periódicas, etc. Con $ 500 dólares por año, por parte de cada una de las 26 naciones involucradas, considero que se podrían cubrir esos gastos en forma adecuada.Esto incluiría también los gastos de viaje para dos delegados de cada país a la conferencia quinquenal y los gastos de viaje para una o dos reuniones de la organización misma. Sobre esta base, el apoyo siempre incierto por parte de la OEA y de la UNESCO probablemente sería innecesario. Considero que esta es una muy modesta proposición para asegurar la clase de cambios progresivos que nuestras conferencias han podido iniciar en el campo de la educación matemática.

Para concluir, quiero dar la más cálida bienvenida a todos aquellos que han venido a participar en el trabajo de la Tercera Conferencia Interamericana sobre la Enseñanza de la Matemática y les deseo el mayor de los éxitos en las deliberaciones y en sus iniciativas.

* * *

PARTE II

EXPOSICIONES SOBRE LOS TEMAS DE LA CONFERENCIA

TEMA I
LA COMPUTACION Y SU ENSEÑANZA EN LOS DISTINTOS NIVELES

EL IMPACTO DE LAS COMPUTADORAS EN LA MATEMATICA

Jean Paul Jacob (USA)

Aunque el propósito principal de esta reunión es estudiar y discutir la enseñanza de la matemática, especialmente en los ciclos primario y secundario, he decidido presentar algunas ideas que se dirigen a un problema más filosófico. Discutiremos aquí el impacto de las computadoras en la matemática, generalizando algunos ejemplos específicos que fueron presentados por otros oradores en esta conferencia.

Un ejemplo muy importante de estos, es el trabajo presentado por el Prof. Fehr y desarrollado en Teachers' College, en la Universidad de Columbia. Este es un método propuesto para enseñar álgebra lineal (específicamente la solución de ecuaciones lineales simultáneas) por métodos orientados hacia la computación (pivotal, Gauss) en escuelas secundarias.

Con el propósito de generar la discusión, queremos fabricar un ejemplo propio. Ejemplificará el tipo de preguntas que haremos al final de esta charla.

Nuestro ejemplo es el problema de multiplicar dos matrices cuadradas de 4 x 4, A y B, cuyas entradas son números reales. La forma clásica de multiplicación de las matrices A y B, es calcular cada elemento c_{ij} del producto matriz C, calculando

$$c_{ij} = a_{i1}\, b_{1j} + a_{i2}\, b_{2j} + a_{i3}\, b_{3j} + a_{i4}\, b_{4j}$$

Para calcular cada entrada c_{ij} del producto matriz C debemos realizar 4 multiplicaciones escolares. Como hay 16 elementos c_{ij} en el producto matriz C, necesitamos 64 multiplicaciones para calcular C. Si las entradas de A y B tienen 3 ó 4 cifras significativas cada una, probablemente no pretenderemos intentar la multiplicación de matrices 4 x 4 manualmente. Por eso los ejercicios en todos los textos de física o matemática pedían al alumno que multiplicara o invirtiera matrices que eran 3 x 3 como máximo. Las matrices numéricas de mayores dimensiones rara vez aparecían en los ejercicios antes de la popularización de las computadoras digitales. Las matrices de mayores dimensiones eran demasiado complicadas para manejarlas numéricamente, aunque muchos ejemplos de física y mecánica se reducían a ese tipo de matrices. ¿Por qué entonces los matemáticos de los años 20 y 30 no trataron de encontrar un método más simple para multiplicar matrices de 4 x 4 con valores reales con menos de 64 multiplicaciones...? ¿O lo habrán tratado? ¿Es posible? ¿Es éste un problema de matemática pura? ¿de matemática aplicada? ¿Alguien está trabajando en este problema ahora? ¿Por qué?

Comenzaremos nuestro enfoque del problema: "por qué tales matemáticos hacen tal cosa," repasando brevemente algunos puntos en la historia de la Matemática. El primer hito de ese siglo fue Gauss, "el Príncipe de la Matemática". Gauss tuvo el genio de hacer importantes contribuciones a las Ciencias Naturales o Aplicadas y de formalizar sus ideas en lo que fue el principio de la Matemática Pura (o estricta o esencial). Gauss contribuyó al Electromagnetismo, a la Física, a la Astronomía, a la Teoría de los Números, etc. Hasta construyó un telégrafo (antes que Morse). Pero también vió la necesidad de formalizar sus ideas en un lenguaje matemático preciso. Además hizo esto con ideas de otros como, por ejemplo, planteando la ecuación para la distribución normal de probabilidades reconocida en primera instancia por De Moivre, a fines del siglo XVII. Básicamente, sin embargo, Gauss actuó en gran parte con la curiosidad de un físico, un astrónomo o un moderno ingeniero de investigación. El siglo XIX tuvo muchos de estos matemáticos que, porque querían entender y explicar el universo que los rodeaba, pueden llamarse matemáticos dedicados a las ciencias aplicadas. Gauss fue su modelo y gobernó la colectividad de los matemáticos como Director del Observatorio de Goettingen. Su sucesor allí fue su alumno y gran matemático a su vez: Riemann.

Simultáneamente con estos matemáticos de aplicación, el siglo XIX vio el nacimiento de la Matemática Pura, o sea matemática construída sobre otra matemática y por el desafío matemático en sí. La satisfacción de los matemáticos puros provenía de la elegancia y *estética* de un nuevo resultado, siendo esta estética directamente proporcional a la información y generalización del resultado e inversamente proporcional al esfuerzo requerido para entenderla. Todos estos son conceptos relativos, pero la estética también lo es.

Los trabajos de Gauss y Riemann fueron los precursores de un nuevo concepto que ha cambiado a la humanidad y cuyo efecto no está aún plenamente entendido: la relatividad. La relatividad es probablemente el concepto más importante en la historia de la Matemática Aplicada. Fue desarrollado en dos partes (Relatividad Especial y General) por Alberto Einstein a principios de este siglo. Las teorías iniciales de Einstein fueron una continuación de algunas ideas del siglo XIX sobre Geometría n- dimensional, no Euclidiana. Los primeros pasos de la relatividad fueron los estudios sobre superficies curvas en un espacio cuatridimensional, siendo el tiempo la cuarta dimensión.

Entre los matemáticos puros del siglo XIX, debe mencionarse especialmente a Galois, que sentó las bases del Algebra Abstracta Moderna, aunque murió a la edad de 21 años (nada axiomáticamente, en un duelo!). No imaginó Galois que gran parte de su trabajo sería usado directamente en computadoras y en la teoría de la información. Otro purista cuyas creaciones fueron el alimento básico de las ciencias aplicadas, fue Cayley, quien introdujo el concepto y las propiedades de las matrices.

De ahí que el siglo XIX viera el principio de la Matemática como ciencia por derecho propio, aunque desarrollada casi siempre en conjunción con las ciencias naturales, sobre todo la Física. Esta situación se extendió a los primeros años de la década 1920, con nuevos tipos de matemática (no física) aplicada que aparecían, como la teoría de Von Neumann sobre juegos, lógica, etc.

Von Neumann hizo también una importante contribución al desarrollo de las primeras computadoras electrónicas digitales. Alguien en este público dijo que eso prueba que los matemáticos inventaron las computadoras. Creo que esta declaración puede ayudar a nuestro objetivo en esta conferencia.

Después de la primera guerra mundial, comenzó una nueva era para la ciencia, es decir, la era de la especialización. La matemática también se embarcó en ella y algunos matemáticos se especializaron tanto, que no solamente no pudieron comunicarse más entre ellos, sino que sólo podían enseñar a sus alumnos su propia área de interés, descuidando otras áreas. Agreguen esto al hecho de que algunos matemáticos tomaron el camino de la resistencia mínima (perdón por el vocablo E.E. (*)) y podremos explicar algunos resultados esotéricos que "florecieron" hacia el fin de la segunda guerra mundial.

En algunos de nuestros países en desarrollo, esta tendencia a "la matemática como ciencia y arte del razonamiento puro y lógico" fue apoyada como medio para competir con países más desarrollados en un área, mientras tecnológicamente quedaban atrás. Esta tendencia, aunque está desapareciendo, existe aún en algunos lugares, en países en desarrollo. Esta gente debería darse cuenta de que la tendencia tomó el rumbo opuesto cuando en la década de 1950, un gran número de problemas aplicados, nuevamente exigieron una matemática conceptual avanzada y especializada.

Se destacaban entre los problemas matemáticos de las ciencias aplicadas los problemas de ingeniería nuclear (física de alta energía), termodinámica y teoría del calor, propagación de ondas, etc. Al principio de la década de 1960, otras áreas, como control óptimo y teoría de la decisión, también atrajeron a los matemáticos a nuevos tipos de problemas aplicados, en cuya solución las computadoras ya tenían un papel importante.

En la actualidad, las ciencias sociales se están matematizando rápidamente y muchos matemáticos (principalmente estadísticos) experimentan sorpresa cuando leen un trabajo moderno sobre psicología o economía.

Todo lo antedicho se aplica tanto a la investigación como a la enseñanza de la matemática, principalmente a nivel universitario. Menos marcadamente, pero haciendo su aparición también como tema en la matemática, están los problemas relacionados con la computación. La influencia de las computadoras en la matemática puede considerarse de doble aspecto: primero, como herramienta para ayudar a la solución de problemas matemáticos; segundo, como fuente de nuevos problemas matemáticos que, en nuestra opinión, atraerán a muchos matemáticos. La computadora, como herramienta para resolver problemas matemáticos es uno de los temas de discusión más comunes en cualquier congreso y/o publicación de matemática aplicada.

El análisis numérico (o algorítmico) es ya una disciplina establecida en matemática y en ingeniería. La penetración del análisis numérico en la enseñanza secundaria ya ha comenzado y, como se dijo antes, cambiará la metodología de la enseñanza de la matemática en ese nivel y (eventualmente) en la primaria.

Las computadoras como herramientas se usan también en investigación en diferentes áreas de la matemática. No es raro que una de esas áreas sea la teoría de los números. Varios congresos sobre computadoras en la teoría de los números se han organizado ya, con resultados publicados. No ha habido aún, sin embargo, ninguna novedad que marque rumbos en este campo.

Las computadoras como fuente de nuevos problemas matemáticos, es un área en la

(*) N.del T.: E.E.: Ingeniería Eléctrica.

cual se ha hecho el mayor progreso en los dos últimos años.

A pesar de la popularidad de la computadora para problemas diarios de tipo contable, los límites de la capacidad de la computación no se conocen ni se entienden bien. Por ejemplo, aunque una computadora puede multiplicar y multiplica matrices con un millón de elementos cada una, estas rutinas usan la definición clásica de multiplicación de matrices, que, como hemos ilustrado en la pizarra no son necesariamente las más rápidas (¿son las más fáciles?).

En áreas como la inversión de matrices se conocen técnicas para acelerar considerablemente el cálculo de la inversa de esas matrices grandes, conocidas como "sparse".

El estudio de los límites algorítmicos de la computación pertenece a un nuevo campo conocido como complejidad de la computación. Los resultados típicos en este campo están relacionados, por ejemplo, al número mínimo de comparaciones necesarias para clasificar una lista de números (o claves) en varios casos diferentes, o para intercalar dos de esas listas ordenadas; el número mínimo de multiplicaciones necesario para hallar un valor numérico de un polinomio de grado n, o, si la evaluación debe ser hecha para muchos valores diferentes de la variable independiente, el número mínimo de multiplicaciones necesarias después de "pre-procesar" los coeficientes del polinomio, etc. Algunos de estos problemas y sus soluciones muy probablemente formarán parte del álgebra y/o del análisis combinatorio.

Problemas como la integración y diferenciación simbólica por computadora, o más generalmente, el manejo de símbolos podrán impactar la enseñanza matemática desde la primaria hasta la secundaria.

La investigación sobre la programación de lenguajes es una parte integrante de la linguística matemática, tanto como de la"software" de la computación.

Algunos de estos lenguajes como el APL, están especialmente adecuados para servir como intermediario entre el matemático y la computadora. Son definitivamente parte del futuro impacto de las computadoras en la matemática.

Conclusiones

"El hecho más vitalmente característico en matemática es en mi opinión su peculiar relación con las ciencias naturales, o más generalmente, con cualquier ciencia que interprete la experiencia a un nivel más alto que el puramente descriptivo". Así escribió John Von Neumann, uno de los más grandes matemáticos de este siglo, quien también contribuyó a la creación de las computadoras.

La historia de la matemática es rica en ejemplos de cambios radicales en matemática, que provenían de hombres interesados en entender el universo físico que los rodeaba.

No queremos implicar que la asociación entre el desarrollo matemático hasta los años 1920 y los problemas físicos haya estado siempre presente, pero este caso se daba frecuentemente. Todos los grandes matemáticos que hemos mencionado fueron también grandes maestros y fuentes de irradiación de conocimientos. Su comprensión básica de las ciencias naturales les permitió tener discípulos dedicados a grados de purismo muy diferentes a los de sus maestros.

El ejemplo más grande que se nos ocurre es Hilbert, a quien consideramos un gigante en hacer de la matemática la ciencia del razonamiento lógico. Hilbert tenía mucho interés en diferentes áreas de la matemática (álgebra, lógica, geometría axiomática, relatividad general, etc.). Creemos que la conducta general de Hilbert era la de un matemático puro. Se preocupaba más por la lógica y estética de sus resultados matemáticos que por sus posibles aplicaciones. No obstante, Hilbert impulsó a muchos de sus alumnos a usar la matemática como herramienta en la ciencia aplicada. Dos de ellos llegaron a ser excelentes físicos nucleares (Fermi y Oppenheimer) pero totalmente desconocidos en matemática. Esperamos que la historia se repetirá y que parte del futuro desarrollo de las ciencias de computación, provendrá de alumnos de algunos de los distinguidos matemáticos que tenemos en este público.

También pensamos que las ciencias sociales tendrán cada vez un papel mayor en el desarrollo de la matemática aplicada, compartiéndolo con el papel que la física tuvo hasta ahora. Nuevamente, la computadora será un importante intermediario, "masticando" la información para matemáticos dedicados a las ciencias aplicadas.

En el pasado, matemáticos como Gauss, etc., analizaron el universo que los rodeaba. Ahora que las computadoras son parte de ese universo, el "nuevo matemático" usará naturalmente la computadora para desarrollar y enseñar ideas. Recién ahora estamos viendo el comienzo de los usos creativos de las computadoras. La matemática no solamente será impactada por el desarrollo de las computadoras y la computación, sino que a su vez lo impactará.

Los países en desarrollo pueden tener la ventaja de beneficiarse con los errores y experiencias previas de otros países. Esto se aplica a la enseñanza de la matemática y principalmente a la enseñanza con y acerca de las computadoras. Las escuelas latinoamericanas pueden capitalizar rápidamente y lo han hecho, las buenas ideas provenientes de centros norteamericanos y europeos.

Vimos aquí casos de escuelas que pasaron de programas viejos y pasados de moda, a una didáctica moderna y actualizada. Algunos de los textos para la enseñanza de la matemática en escuelas primarias y secundarias, que hemos visto durante esta conferencia, lo ejemplifican muy bien.

Me impresionó mucho la presentación del Prof. Mascó sobre su experiencia en la enseñanza de computadora en escuelas secundarias.

No dudo que los dos congresos anteriores de esta serie tuvieron mucho que ver con algunos de los cambios que estamos observando. Esperamos que uno de los temas de esta reunión, es decir, el impacto de las computadoras y la computación en la enseñanza de la matemática, tendrá el mismo destino. Nos parece que una condición necesaria para el rápido desarrollo de una nación, es una adecuada comprensión y uso de las computadoras para todos los que deben tomar decisiones.

NOTA: Este texto es solamente un resumen de algunas partes de nuestra presentación. Los desarrollos matemáticos escritos en la pizarra durante la presentación en vivo se encuentran en las referencias.

Agradecimiento

Algunas de las ideas mencionadas durante nuestra presentación y discusiones en este Congreso son el resultado de consultas con los siguientes matemáticos distinguidos, a quienes estoy especialmente agradecido: Dr. R. Gomory (Director de Investigación, IBM), Dr. R. Karp (Profesor de la Universidad de California, Berkeley), Dr.J. Schwartz (Profesor en el Courant Institute of Mathematics, New York), Dr. S. Winograd (Director de Ciencias Matemáticas, Investigaciones, IBM).

Referencias

Complementos sobre los tópicos tratados en la conferencia anterior se encuentran en las siguientes referencias:

1) *The Mathematical Sciences: A Report*, Committee on Support of Research in the Mathematical Sciences, U.S. National Academy of Sciences, Publication 1681, Washington DC 1968.

2) *The Structure of Scientific Revolutions*, T.S. Kuhn, University of Chicago Press, Chicago, 1962.

3) *Mathematics, a Life publication, N.Y.*, 1963 (Life Science Library).

4) *Carl Friedrich Gauss, Prince of Mathematicians*, W.L. Schaaf, Franklin Watts, New York, 1964.

5) *The Works of John von Neumann*, Volúmenes I -VI, editado por A.H. Taub, Pergamon Press, 1961.

6) *What is mathematics?* R. Courant y H. Robins, Oxford University Press, 1941.

7) *Mathematics, Queen and Servant of Science*, McGraw-Hill, 1951.

8) *On the Number of Multiplications Necessary to Compute Certain Functions*. S. Winograd. Comm. Pure Appl. Math., vol. 23, 1970, pp. 165-179.

9) *Fast Evaluation of Polynomials by Rational Preparation*, M.Rabin y S. Winograd. IBM Research Report RC-3645, Yorktown Heights, N.Y., 1971.

10) *Computers in Number Theory*, Proceedings Symposium de Oxford, Inglaterra del 18 al 23 de agosto, 1969; Academic Press, 1971.

* * *

ASPECTOS DIDACTICOS DE LA ENSEÑANZA DE LA COMPUTACION EN LA ESCUELA SECUNDARIA

Roger O. Mascó (Argentina)

Introducción

Las computadoras han desbordado rápidamente el círculo de científicos y especialistas que les dieron vida, invadiendo prácticamente todos los campos de la actividad humana.

El hombre recibe de los medios de información periodística impresiones sensacionalistas sobre estas "máquinas que piensan", que van desde el eufórico optimismo que promete liberarlo de todos sus pesares, al vaticinio fatalista de que terminará siendo esclavo de su diabólica creación.

Es indudable que corresponde a las instituciones educacionales la tarea de clarificar ideas y conceptos en los distintos niveles de enseñanza poniendo de relieve posibilidades, limitaciones e implicancias sociales de esta "extraordinaria herramienta".

Lo que expondremos a continuación está basado en la experiencia que sobre la enseñanza de computación en la escuela secundaria se ha reunido en el Instituto Politécnico "Gral. San Martín" de la Universidad Nacional de Rosario.

El citado instituto tiene el carácter de escuela piloto e introdujo, a partir de 1970 el tema computación digital en el curriculum de matemática del quinto año de estudios. Así mismo se han realizado cursos de capacitación docente en computación, disponiéndose a la fecha de elementos que permiten evaluar resultados y perspectivas.

Computación en la enseñanza secundaria

Afortunadamente, podemos ya considerar erradicada la anacrónica creencia, de que ciertos campos de la ciencia pertenecen a un muy exclusivo círculo de especialistas y no deben elementalizarse para su transferencia masiva.

Cuando las aplicaciónes de una ciencia impactan a la sociedad, como lo está haciendo la computación, los educadores tienen el ineludible deber de adaptar métodos y desarrollar procedimientos y materiales para brindar al educando, en sus distintos niveles, el conocimiento de la filosofía, las técnicas operacionales, la gama de aplicaciones y sus efectos sociales.

Pero nadie debe llamarse a engaño, el estudio de computación, cualquiera sea el nivel, debe tener una clara sustentación matemática y su enseñanza no puede quedar diluida en divagaciones más o menos pintorescas.

En la enseñanza de la computación cobra particular vigencia la idea de Richard Courant al decir que "la más noble tarea de los matemáticos del futuro próximo puede ser muy bien la de establecer una unión orgánica entre la ciencia pura y aplicada y un sano equilibrio entre la generalidad abstracta y la diversidad individual".

Sobran argumentos para afirmar que la computación *debe* ser enseñada en la escuela secundaria y el objetivo más general de esta educación está contenido en la idea central de la frase citada anteriormente.

Objetivos particulares de la enseñanza de computación en la escuela secundaria.

Nos referiremos solamente a los conocimientos de computación que deben integrar la formación general de los estudiantes secundarios, dejando de lado, por ahora, la posibilidad de estudios orientados hacia la informática.

Podemos así resumir los objetivos básicos de la enseñanza de la computación en la escuela secundaria en los siguientes puntos:

a) Introducir al educando en la filosofía y los conceptos fundamentales de la computación.

b) Lograr que el estudiante analice, diagrame y programe problemas sencillos en un lenguaje elemental de una computadora de escritorio y en un sub-conjunto de un lenguaje superior (por ejemplo "mini-FORTRAN").

c) Mostrar el panorama de las aplicaciones, con sus posibilidades, limitaciones e implicancias sociales de la computación.

Contenidos.

Los contenidos que en nuestra experiencia han resultado adecuados al logro de los objetivos fijados han sido los siguientes:

- Introducción histórica e ideas básicas.
- Clasificación de computadoras en digitales y analógicas. Breves nociones sobre computadoras analógicas.
- La noción de algoritmo numérico y diagramas de flujo.
- Simulación del funcionamiento de una computadora: la computadora PX17 (nombre que hemos dado nosotros a nuestro sistema de simulación). Componentes. La noción de lenguaje y programa. Lenguaje y programas para la PX17. Ejecución de programas en la PX17.
- Números, sistemas de numeración y medios de representación. Los sistemas posicionales. El Bit. Sistema binario puro. Sistema decimal codificado en binario. Sistema hexadecimal. Sistema hexadecimal codificado en binario. Medios mecánicos, hidráulicos y eléctricos de representación.
- Breve descripción de los elementos de una computadora electrónica. La tarjeta perforada de 80 columnas. La hoja de programación FORTRAN.
- Lenguaje FORTRAN reducido (o mini-FORTRAN). Programa introductorio. Elementos del lenguaje. Instrucciones aritméticas. Instrucciones simples de entrada y salida: READ y WRITE. La instrucción FORMAT. Instrucciones de control: GO TO; IF y STOP. La instrucción END. Funciones incorporadas al lenguaje FORTRAN.
- Algoritmos de máquina. Diagramas de flujo. Programación en lenguaje mini-FORTRAN. Compilación. Ejecución.
- Estructura funcional de un centro de cómputo.

- Las computadoras de escritorio. Principios básicos de operación, lenguaje, programación y ejecución de programas en una computadora de escritorio.
- Descripción general de un sistema de computación con equipos periféricos. Nociones sobre el estado de desarrollo de la computación. Aplicaciones a los distintos campos. Posibilidades, limitaciones e implicancias sociales.

Procedimientos y materiales de enseñanza

La enseñanza de la computación digital en la escuela secundaria encuentra, como toda nueva disciplina, uno de sus más serios escollos en la falta de desarrollo de procedimientos y materiales adecuados. El desarrollo de estos elementos es siempre el fruto de una ardua y prolongada tarea en la que se capitalizan aciertos y se descartan errores.

Intentaremos brindar una síntesis de los procedimientos y materiales que estamos empleando en estos momentos en nuestra experiencia con resultados particularmente alentadores.

Antes de iniciar nuestra descripción debemos aclarar que el alumno dispone como material de apoyo, de la publicación del Instituto Politécnico General San Martín "Introducción a la Computación Digital" por R.O. Mascó y R.A. Morán, donde podrán encontrarse más detalles.

Clase introductoria

La computación tiene la particularidad de que la motivación está lograda simultáneamente, por lo tanto bastará historiar los hechos más salientes y sus ideas centrales en la evolución de la ciencia de la computación.

En lo que hace a clasificación de computadoras, conviene limitarla a la de analógicas y digitales.

En la presentación de las computadoras analógicas, no es recomendable dar ejemplos con circuitos eléctricos con los cuales el alumno difícilmente se encuentra familiarizado. Aquí como en toda situación en la que se desea poner de relieve los aspectos conceptuales se hace necesario ejemplificar con elementos sencillos, sólo así se logrará que el concepto aparezca en primer plano.

Resulta ser particularmente instructivo el ejemplo de la computadora analógica hidráulica de A.Demanet (1898) que permite resolver la ecuación de tercer grado:

$$x^3 + x - k = 0 \qquad \text{con } k > 0$$

con sólo *medir* la altura alcanzada por el líquido en un sistema de vasos comunicantes convenientemente construido.

Otro ejemplo simple a citar es el de la regla de cálculo. Estos dos ejemplos brindan material suficiente para enseñar la idea central y las características conceptuales más salientes de las computadoras analógicas.

Algoritmos numéricos

El concepto de algoritmo es uno de los conceptos fundamentales de la matemática y su importancia cobra singular relieve en computación.

Ejemplos simples como el de resolución de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas, el cálculo de valores de un polinomio de tercer grado por la regla de Horner o la resolución de ecuaciones de segundo grado, proveen de suficientes elementos para explicar el concepto de algoritmo numérico.

En este momento se introducen los diagramas de flujo correspondientes a los algoritmos numéricos, dando algunos ejemplos. No es necesario abundar en ejemplos por cuanto se tendrá oportunidad de volver sobre el tema al estudiar los algoritmos de máquina.

La computadora PX17 (simulación del funcionamiento de una computadora)

La simulación del funcionamiento de una computadora que resumiremos a continuación no debe subestimarse por su apariencia de juego de entretenimiento. Este, es sin lugar a dudas, un punto clave en el éxito o el fracaso de la enseñanza.

Vamos a sintetizar brevemente esta simulación:

a) Descripción de la PX17.

Los elementos que integran este "sistema de computación" (Fig. N° 1) son los siguientes:

- *Dispositivo de entrada*: un cajoncito de madera en el que se depositarán las instrucciones necesarias para la realización del algoritmo y los datos necesarios.
- *Dispositivo de salida*: una hoja de papel, o un sector de pizarra sobre el que se escribirán los resultados u otra información según lo establezcan las instrucciones.
- *Unidad aritmética*: una máquina de calcular que realiza las cuatro operaciones aritméticas elementales. Esta máquina puede simplemente imaginarse, dibujando su perfil en la pizarra.

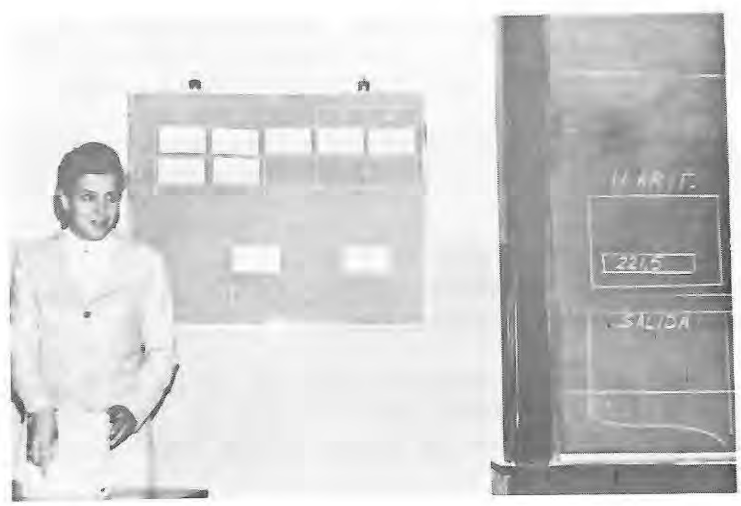


Figura N° 1

- *Memoria:* A este fin es particularmente útil un pizarrón magnético sobre el que se adhieren las tarjetas pegándoles una delgada arandela en su parte posterior. Por su puesto que puede emplearse un pizarrón de madera corriente fijando las tarjetas con chinches u otro elemento.
- *Unidad de control:* El profesor actuará como unidad de control, es decir será quien provocará la ejecución de las instrucciones recibidas.

La descripción de estos elementos debe estar acompañada por una detallada explicación de las leyes que rigen su funcionamiento y muy en especial en el caso de la memoria. Sobre este caso particular conviene ser reiterativo.

b) Tarjetas de instrucciones y de datos

Las tarjetas utilizadas son de 16 cm x 8 cm. (Fig. 1). Las de instrucciones están divididas en tres campos, cada uno de ellos reservado para suministrar cierto tipo de información al control.

Las tarjetas de datos no tienen campos y están recuadradas con un color distinto al de las de instrucciones.

c) Lenguaje

El lenguaje de la PX17 consta de 11 instrucciones codificadas. Como puede observarse en la Fig. 1 la codificación es *numérica*, y éste es un hecho que merece un comentario. La finalidad de la PX17 es la de que el alumno asimile y aplique los conceptos. No interesa aquí que aprenda un lenguaje, por lo tanto una vez logrado el objetivo perseguido, lo mejor es que olvide rápidamente el lenguaje de la PX17.

Hemos hecho experiencias con lenguajes alfabéticos y alfanuméricos lo cual invariablemente provocó confusiones luego al estudiar el mini-FORTRAN. Tales confusiones han desaparecido usando codificación numérica para el lenguaje de la PX17.

d) Programa

Este es el momento oportuno para formalizar los conceptos de algoritmo de máquina y de programa. El primer ejemplo debe ser extremadamente simple, como por ejemplo la multiplicación de dos números.

e) El concepto de programa almacenado

El primer programa que se ejecute en la PX17, además de cumplir el objetivo de mostrar las características funcionales de una computadora, debe utilizarse para destacar el concepto de *programa almacenado*. Este es un concepto sobre el cual el profesor debe insistir enfáticamente; cuando no hay claridad en el mismo, el alumno fracasa invariablemente en la programación de algoritmos iterativos.

Se ejecutarán a continuación programas de problemas más complejos, especialmente iterativos, introduciendo la instrucción de salto condicionado.

f) Clasificación de las instrucciones

Concluidos los ejemplos anteriores, en los que debe participar activamente el alumno, es conveniente reiterar los conceptos de lenguaje y programa y hacer una clasificación primaria de las instrucciones en:

- Aritméticas
- De entrada y salida
- De control

g) Revisión

Este es el momento oportuno para hacer una revisión y efectuar una evaluación de los resultados de la enseñanza.

Sistemas de numeración

La enseñanza se orienta en este momento a mostrar la factibilidad de ejecución automática de las operaciones descriptas en la PX17.

Corresponde analizar con cierta prolijidad el concepto de número, diferenciándolo claramente del sistema de numeración y de los medios físicos de representación.

Nuestro usual sistema posicional de base 10 nos da material para trabajar y observar las dificultades de representación por medios físicos en virtud de requerir 10 elementos distintos, lo cual nos conduce al sistema de numeración binaria como simplificación óptima.

Veamos algunos métodos de representación de números, de gran eficiencia didáctica en la enseñanza de la computación:

a) Tuercas para representar números-El bit.

El empleo de tuercas de dos colores sobre un pizarrón magnético (Fig. 2), como medio físico de representación de números en el sistema binario, permite mostrar elocuentemente que los medios de representación pueden ser de la más insólita extracción.

Figura N° 2

Se introduce aquí la noción de "bit" (abreviatura de "binary digit") insistiendo además en la diferenciación de los conceptos de:

- Número
- Sistema de numeración
- Medios físicos de representación

Es conveniente repasar la suma en binario, realizando algunos ejemplos con el empleo de tuercas.

Empleando los mismos elementos, pizarrón magnético y tuercas, se representarán números en sistema decimal codificado en binario (Fig. 3) y sistema hexadecimal codificado en binario (Fig. 4). Cabe observar que sobre conversión de un sistema a otro es suficiente dar ligeras ideas.

Figura N° 3

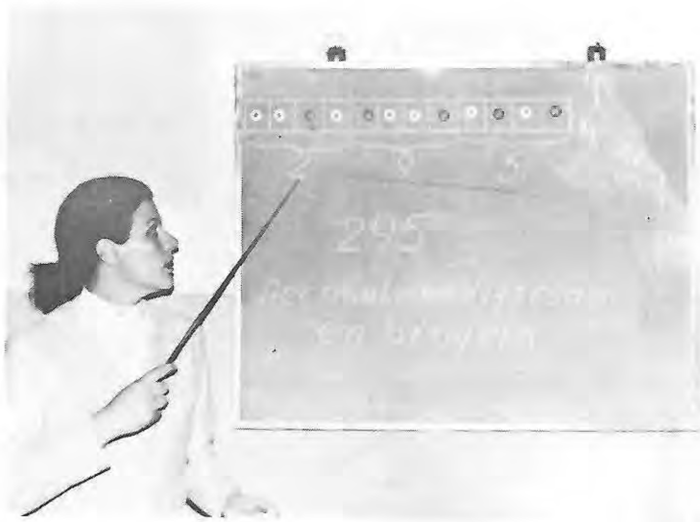
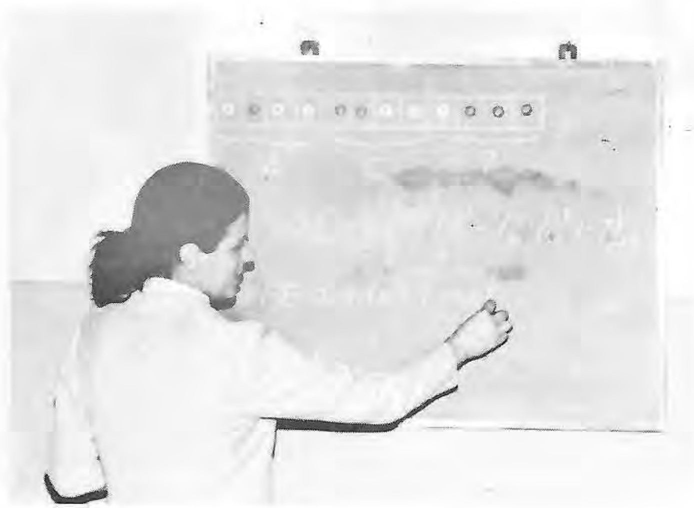


Figura N° 4



b) Un tablero de luces para representar y sumar números.

Se muestra ahora al alumno un medio eléctrico de representación de números. Empleamos para ello un tablero con cuatro líneas de pequeñas lámparas, con un interruptor para cada una de ellas. Las cuatro líneas de lámparas tienen por objeto poder mostrar la operación suma utilizando los arrastres.

El proceso completo de una suma puede apreciarse en las figuras Nos. 5, 6 y 7.

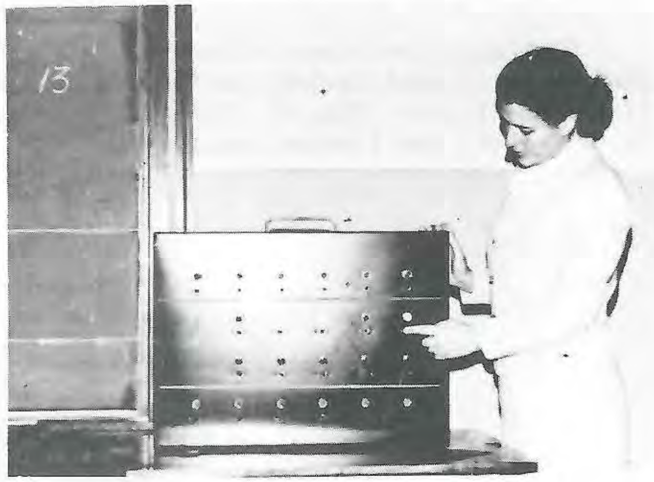


Figura N° 5

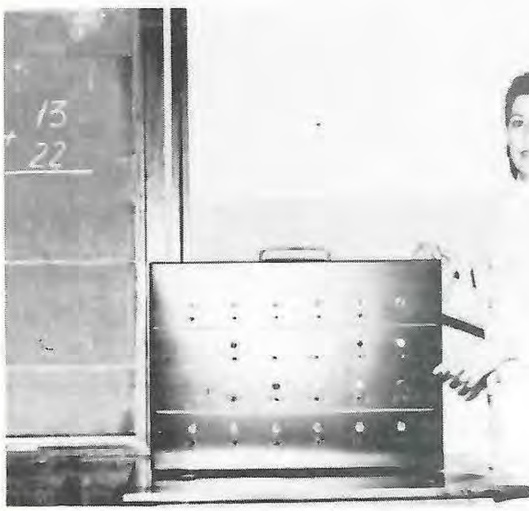


Figura N° 6

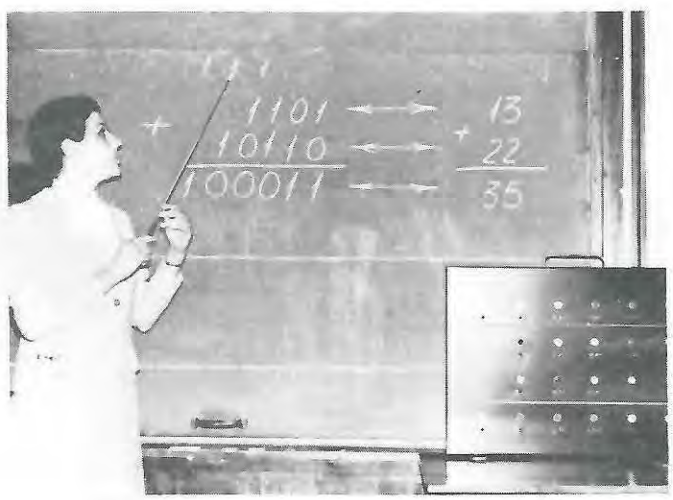


Figura N° 7

Es evidente que después de los pasos anteriores se tiene plena libertad para hablar de núcleos magnéticos o cualquier otro medio de representación.

La computadora y la tarjeta perforada

Estamos ya en condiciones de explicar la función de la tarjeta perforada y la lectura de la misma por la máquina lectora y describir una computadora real. La visita a un centro de cómputo en este momento resulta particularmente útil. Si tal posibilidad no existe puede recurrirse a la proyección de diapositivas.

Lenguaje FORTRAN reducido (mini-FORTRAN)

A partir de este momento la tónica del curso cambia sustancialmente; el alumno ha hecho suyos los conceptos fundamentales y ahora tiene que aplicarlos.

Como lenguaje hemos elegido un sub-conjunto del lenguaje FORTRAN constituído por los 8 tipos de instrucciones indicados en el contenido. El objetivo fijado en este punto es el de lograr una mediana habilidad para programar en este lenguaje.

Lenguaje de una computadora de mesa

Las computadoras de escritorio, cuanto más rudimentarias mejor, son un excelente medio de enseñanza de computación. En nuestra opinión, su valor didáctico, en una primera etapa, es muy superior al que puede brindar el más sofisticado centro de cálculo.

Con el camino ya recorrido son suficientes cuatro horas de clase para enseñar el lenguaje de una de estas computadoras y los primeros elementos de programación.

Práctica en máquina

Es indispensable que el curso se complemente con una práctica efectiva en máquina.

Estimamos como conveniente lo siguiente:

a) Programación y procesamiento de dos problemas en computadora de escritorio, por cada grupo de dos alumnos.

b) Programación y procesamiento de un problema en un centro de cómputo, por cada grupo de cuatro alumnos.

Cuando el alto costo no lo permita, el punto (b) podrá reemplazarse por una visita colectiva. La experiencia de un curso de computación sin práctica en máquina no es recomendable, al menos con el esquema que hemos expuesto aquí.

Presupuesto de tiempo

Un curso de las características señaladas requiere, para alumnos del quinto año, (17-18 años de edad) un total de 30 horas de clase de 45 m, sin comprender el tiempo de práctica en máquina.

Capacitación docente

Un curso eficiente de capacitación docente para el dictado del curso anterior requiere un mínimo de 45 horas de clase.

Factibilidad económica

Todo proyecto de modificación o de incorporación de nuevos elementos en la enseñanza debe hacerse con un enfoque realista y encuadrado en las posibilidades presupuestarias de cada país. El esquema que hemos adoptado es de factibilidad económica inmediata. Los elementos que hemos mostrado son todos de muy reducido costo.

Una computadora de mesa (Fig. 8), que puede ser compartida entre varias escuelas tiene un costo que la hace accesible a los presupuestos educacionales.

Figura N°8.- Alumnos del I.P.R. realizando práctica de computación.

Conclusión

La computadora es una maravillosa herramienta creada por el hombre y puesta al servicio de su mente.

A los educadores les concierne enseñar a la "juventud de todas las edades", como usarla en beneficio de la humanidad.

* * *

COMPUTACION: LA ARITMETICA DEL FUTURO

Jaime Michelow (Chile)

Introducción

Tanto se ha hablado y escrito sobre computación en los últimos 25 años que es extremadamente difícil, en una ocasión como ésta, hacer algo más que repetir asertos que se han hecho una y otra vez.

Trataremos, sin embargo, de tentar suerte recorriendo senderos menos transitados. Hablaremos de computación no desde el punto de vista del experto en ciencias de la computación, ni del programador que hace maravillas de ingenio y arte, ni del técnico que se mueve con desenvoltura en medio de complejos sistemas de Hardware y Software, sino que desde el punto de vista del educador. Y es por eso que recorremos un sendero poco transitado.

La palabra computación se usa tanto para designar una ciencia, como una técnica, como un arte.

Por lo reciente del fenómeno no hay conciencia todavía que sus cultores pueden responder a una gama amplia y diversa. Podríamos hacer un paralelismo con la aparición del automóvil y con el conjunto de actividades que se pueden desarrollar en torno a él:

Conductor acrobático

Experto en tránsito

Profesor de manejo

Psicólogo especialista en reacciones del automovilista

Sociólogo, que considera el impacto social del automóvil sobre las costumbres

Creemos importante hacer estas consideraciones que nos proporcionarán un punto de partida para el análisis posterior.

La principal dificultad, cuando se discute la computación y su enseñanza, es que la palabra computación significa tantas cosas para tanta gente.

¿Por qué enseñar computación?

Comenzaremos por hacernos esta pregunta: ¿Por qué enseñar computación?. Existen muchas razones. Podemos primero aprovechar la respuesta a la pregunta. ¿Por qué enseñamos matemática? y ver si podría esta situación paralela sugerirnos algunas respuestas.

La respuesta clásica a la pregunta sobre por qué se enseña matemática es:

i) Por un motivo *cultural informativo*. La matemática es una parte importante de la creación intelectual en las sociedades humanas; se debe conocerla.

ii) Por un motivo *técnico utilitario*. La matemática se aplica, es útil.

iii) Por su valor *formativo*. El hombre mejora como hombre al estudiar matemática.

Naturalmente estas tres razones no son exclusivas de la matemática, pero con cierta sorpresa nos encontramos con que podríamos también darlas en el caso de la computación.

i) Por un motivo *cultural informativo*. La computación es hoy una parte importante de la actividad intelectual en las sociedades humanas, por lo que se la debe conocer.

ii) Por un motivo *técnico utilitario*. La computación se puede aplicar y rinde frutos valiosos. Las minicomputadoras invaden hoy las oficinas e invadirán mañana el hogar, todos deberán usarlas, el poder operar una será considerado tanto o más indispensable que el poder manejar una máquina de escribir.

iii) Por su valor *formativo*. El hombre mejora como hombre al estudiar computación. Este aserto parecerá sorprendente e increíble. Lo fundamentaremos más adelante al hablar del impacto educacional de la computación.

Pero por si estas tres razones fueran pocas se me ocurre, sin buscar demasiado, otras dos no menos importantes:

iv) Por su valor *vocacional*. Un porcentaje extraordinario de jóvenes que terminan su enseñanza en el liceo se encontrarán trabajando con computadoras o en tareas relacionadas directamente con la computación. Aún a nivel de taller las máquinas herramientas programables serán cada vez más necesarias, abundantes y populares.

Y por si esto fuera poco una quinta razón:

v) Por motivos de *supervivencia* de algunos ideales sociales que tenemos en alta estima.

El mismo ex-Secretario General de las Naciones Unidas, U Thant, en un célebre informe, nos previene que la única manera de enfrentar los peligros que traería una aceptación deluso irreflexivo de las computadoras es: enseñar algo respecto a ellas a todos los ciudadanos en el momento de recibir su educación general. Me parece innecesario elaborar sobre este punto, en este lugar; permítaseme sólo decir que el peligro que el esclavo se convierta en amo inmisericorde, es un peligro por desgracia muy real.

Tal vez en forma indirecta hemos contestado una pregunta secundaria: ¿Dónde enseñar computación? Desde luego en el *liceo* (Secundario y/o primario) y, según concenso universal, mientras más temprano se haga algo en esa área mejor.

¿Quién debe enseñar?

Llegamos aquí a una cuestión delicada, que es y será por un tiempo conflictiva. Me creo autorizado para enfocar el problema pues no soy un "Computer man", lo que da cierta objetividad a mis juicios, y porque he estado "ligado" a la computación desde 1959, cuando empecé a trabajar en la fábrica de aviones Boeing, y me dí cuenta que toda mi labor de matemático iba a ser afectada por la existencia, geográficamente inmediata, de una cosa que se llamaba IBM 605.

En todos estos años he visto cómo los programadores que realizan una labor muy específica y técnica, en la que no tienen que preocuparse de las mil facetas inherentes a la computación, eran los encargados de enseñar a otros su técnica. Personas sin ninguna experiencia en el arte de transmitir información, que por su especialización tenían una visión distorsionada de ese cúmulo de cosas que se llama hoy computación (y que estaba temidamente pero cada vez con más celeridad tomando forma) eran los encargados de transmitir el conocimiento.

Los resultados fueron catastróficos, por suerte esto ocurría al nivel industrial y/o universitario, en ambientes que tienen recursos para cicatrizar heridas y reponer tejidos dañados.

Ocurría entonces que estudiantes que trabajaban un año en aprender a programar (creyendo que estaban aprendiendo computación) se encontraban en una situación de incapacidad para escribir los programas más simples, y como reacción natural adquirían una adversión a todo lo que estuviese relacionado a una computadora.

Esto ocurría a nivel mundial, también en Chile. Este estado de cosas se puede apreciar indirectamente en las publicaciones de toda una década.

Solo muy recientemente, en los últimos años, se ven aparecer libros nuevos, escritos con otra filosofía, teniendo como base una decantación intelectual de 15 años. Aparecen también algunas personas vitalmente interesadas en el tema desde el punto de vista de su enseñanza.

¿Por qué me he extendido haciendo estas consideraciones?

Ha sido mi experiencia que, por lo menos en mi país, y no creo que sea un caso único, los que trabajan en centros de computación quieren tener la exclusividad de la enseñanza de la computación a todos sus niveles. Estimo esta posición como extremadamente peligrosa. Les reconozco una, más que amplia, competencia para enseñar en el nivel universitario, y en honor a la verdad creo que lo están haciendo bien; y a únicamente al cabo de 6 meses sus alumnos pueden escribir programas, y no he detectado traumas.

Enfáticamente quiero decir que *no deben* enseñar al nivel *secundario*. No están preparados para decir lo que queremos decir (eso será motivo de una sección más adelante) ni saben como decirlo a ese nivel.

Creo *infinitamente* preferible que lo haga el profesor secundario de matemática, *aunque* al comienzo tenga él que aprender junto a sus alumnos.

Queda abierto el problema de quién preparará a los profesores secundarios. Creo que este punto merece atención especial de organismos internacionales, y que a nivel internacional y nacional se deben dar seminarios dirigidos por *educadores en computación* a nivel universitario que, usando los nuevos textos (y afortunadamente éstos ya existen en cantidades aceptables) creen la disciplina del educador secundario en computación.

Mucho de ésto ya hemos hecho en Chile, con miembros de mi equipo, en la Universidad y el Ministerio, hemos dado más de 10 cursos y seminarios, algunos con la colaboración de la OEA y Centro de Computación de la Universidad Técnica del Estado (UTE), a profesores secundarios, todos ellos con óptimos resultados de interés y comprensión.

Incluso estamos ofreciendo cursos a nivel de último año de enseñanza media, con la asistencia de alumnos de los dos años anteriores (Grado 10 y 11), los resultados son óptimos hasta la fecha. Además hemos logrado que en los institutos pedagógicos (yo lo hago en la Universidad de Chile) se creen los cursos de computación para los futuros profesores.

Nuestra experiencia de tres años en este campo nos ha permitido probar y volver a probar el material que tenemos preparado.

Impacto educacional

Parece increíble, en un primer análisis, que la existencia de una máquina pueda tener repercusiones filosóficas, sociológicas, científicas y educacionales.

En un segundo análisis se puede comprender que no es anormal que así ocurra y que hay ejemplos de esta situación. Ocurre en el caso del computador. No quiero extenderme aquí sobre las implicancias sociológicas y filosóficas; la posibilidad de una sociedad planificada hasta sus mínimos detalles y/o la aparición de una sociedad en la que el primer problema es encontrar un objetivo digno para ocupar el tiempo de ocio. Algunas de las implicancias científicas fueron mencionadas por el Prof. Stone, teoría del lenguaje, prueba de teoremas, etc.

Quiero eso sí insistir en algunas repercusiones en el campo de la educación. Los dividiré en aspectos *utilitarios* y *conceptuales*.

Desde el punto de vista *utilitario*, ¿qué significado puede tener una insistencia exagerada en los ejercicios aritméticos cuando las minicomputadoras, que comienzan a estar en todas partes, son obtenibles aún en modelos de bolsillo?

Desde el punto de vista completamente práctico ¿Qué importa tener dificultades en dividir aritméticamente si tenemos que efectuar pocas divisiones y en forma esporádica? Es absurdo no usar una máquina si tenemos que dividir abundamentemente.

A otro nivel, las tablas de logaritmos en base 10 están obsoletas ya que apretando un botón podemos encontrar $y = e^x$ y apretando otro x = logaritmo natural de y. Incluso podríamos imaginar minicomputadoras de uso específico, del tamaño de un paquete de cigarrillos, y de un precio muy bajo, cuyo fin único sería el de reemplazar la tabla de logaritmos.

¡Cuánta comprensión de la teoría y de las aplicaciones se puede lograr en el tiempo dedicado a enseñar el manejo de las tablas antiguas!

Pero aún más, hay un impacto *conceptual*. Permítaseme mencionar sólo tres aspectos a diferentes niveles.

Primero, a un nivel formal, la computación enseña a los educadores, que una poderosa arma de transmisión de información es el *diagrama de flujo* (nombre pomposo para un simple diagrama).

Tal como en amor un consejo sabio es: dígalo con flores, en educación se podría parafrasear: Si quieres transmitir información clara y concisa, dílo con diagramas de flujo.

Los educadores han recogido el mensaje y en la mayoría de los textos modernos, incluso a nivel de Kindergarten, vemos los rectángulos, los rombos y las flechas.

En un segundo nivel, más sofisticado, el educador, al escribir programas, al ver que el computador los *rechaza* y lo que es fundamental *al ver lo ridículo que sería culpar al computador del fracaso,* se convence de que sus técnicas de expresión y de comunicación de información no eran tan perfectas como creía.

Y lo que es más impactante una *horrible* sospecha cruza su mente; al comunicarse con alumnos (no ya con el computador) y al obtener resultados negativos, a lo "mejor" la culpa tampoco es del alumno en este caso.

Esta situación ha conducido a una mayor preocupación por el lenguaje a usar en la sala de clase; usar sólo las palabras indispensables, usar palabras cuyo significado sea claro, dar la información en forma ordenada y gradual.

Como un ejemplo extremo de lo que aseveramos, podemos dar lo que se conoce hoy como INSTRUCCION PROGRAMADA.

Finalmente, a un tercer nivel, que llega a tocar aspectos de filosofía educacional, nos encontramos con lo siguiente: en computación a menudo pedimos a un alumno o a un profesional que nos resuelva un problema: escribe éste un programa, lo lleva a la máquina, y el programa no funciona, se modifica este programa y se trata de nuevo.

Esta situación se repite corrientemente varias veces: Es que nos encontramos frente a un mal alumno o profesional? La respuesta es NO, el alumno es considerado buen alumno y el profesional buen profesional si después de un número razonable de intentos (que depende de la complejidad del problema, naturalmente) se logra el resultado apetecido.

Por lo demás, la vida es así, es *normal* no encontrar el resultado en el primer intento y en general siempre se nos permitirá intentar un número razonable de veces.

Pero ¿qué hace nuestro sistema educacional? Permite sólo un intento, y valora según el resultado del mismo, este método es *anormal* y frustrante. Un sistema razonable debería permitir al alumno modificar su primer respuesta hasta llegar a lo que se desea de él.

¿Qué se debe enseñar?

Finalmente llegamos al problema de qué se debería enseñar en el liceo. Tomando en cuenta todas las consideraciones anteriores, nuestra respuesta es el Programa Chileno de Computación.

El programa que brevemente describiremos, es el programa oficial, aprobado por el Ministerio de Educación, de la Unidad de Computación que se debe dar en el 4° año medio (Grado 12), en todos los liceos del país, tanto para la mención humanística como para la mención científica.

Siendo esta una unidad completamente nueva, no habiendo profesores preparados para enseñarla en número suficiente, no esperamos que esta unidad se ofrezca en todos los liceos *hoy*, pero sí puede ocurrir en un par de años. Creemos que en marzo de 1973 se estará ofreciendo en unos 10 o 15 liceos. El obstáculo principal para la rápida puesta en marcha del programa lo ha constituido la carencia total de textos. Hace un mes, un miembro de nuestro equipo en el Ministerio publicó una guía para profesores y está en prensa un texto para los alumnos preparado por miembros de nuestro grupo en la Universidad Técnica del Estado (que estará disponible en breves semanas).

Creemos que de esta forma la implantación del nuevo programa habrá pasado la difícil etapa del despegus y el progreso posterior será rápido.

Descripción del programa

1.- Introducción histórica, principalmente en base a investigación bibliográfica llevada a cabo por los mismos alumnos.

2.- Breve comentario acerca de los fenómenos físicos y matemáticos que posibilitan la construcción de una computadora.

a) Existencia de fenómenos físicos bivalentes como ampolletas y electroimanes.
b) El hecho matemático que se puede dar a cualquier número natural una representación binaria.

3.- Rápida información acerca de la aritmética binaria.

4.- Organización de una computadora como un sistema que procesa información, estableciendo un paralelismo con sistemas que procesan otros productos.

Unidad de entrada	-	Recepción
Unidad de salida	-	Despacho
Memoria	-	Bodega
Unidad aritmética	-	Taller
Unidad de control	-	Administración

5.- Breve descripción de una computadora abstracta ADA, y construcción de un lenguaje directo para ella, de no más de 17 órdenes.

6.- Usando la computadora abstracta enseñar como ejemplos, qué es:

a) Un programa almacenado
b) Ciclos (algoritmos repetitivos)
c) Punto fijo y punto flotante
d) Subprogramas (almacenamiento de energía computacional)
e) Diagrama de flujo (¡cuán necesarios son!)
f) Diferencias entre LOGICA Y CODIFICACION en un programa

7.- Explicar qué es un compilador (un sueño hecho realidad) y qué son los lenguajes simbólicos.

8.- Mini-Fortran (con pocos elementos se pueden hacer grandes cosas). Sólo se estudia:

a) READ
b) WRITE
c) FORMAT
d) GO TO
e) IF
f) STOP

g) END
h) Aritmética
i) Funciones (raíz cuadrada, seno, coseno, tangente, arco-tangente, logaritmo y exponencial)

9.- Aplicaciones (conectadas con problemas tratados en otras asignaturas en el liceo)

a) Resolver sistemas de ecuaciones. lineales (2, 3 variables)
b) Resolver ecuaciones de segundo grado.

Todo esto se puede realizar en 30 horas de clase:

Se entiende que este es un programa que se propone *hoy* de acuerdo con el Hardware disponible en Chile. Con otras condiciones propondríamos tal vez APL o BASIC en vez de FORTRAN.

Tal como mencionáramos, el "cómo" tratar este programa, aparece en un librito que se está publicando en estos momentos.

Espero que en las reuniones del comité de trabajo correspondiente, podamos tratar más a fondo algunos de los puntos tan rápidamente mencionados aquí, y podamos también, en conjunto, evacuar recomendaciones acerca de los temas propuestos.

* * *

COMPUTACION Y SU ENSEÑANZA EN LA EDUCACION MEDIA

Víctor Sánchez Carrasco (Chile)

Introducción

Antes de entrar a desarrollar el tema "Computación y su enseñanza en la educación media", me parece conveniente dar una visión del estado de la enseñanza de computación actualmente en Chile. Principalmente, porque en relación al tema que tengo el honor de exponer, voy a entregar no sólo mi opinión personal, sino que además, las ideas que surgieron de las conversaciones, discusiones y análisis que han realizado los representantes de los centros de computación universitarios de mi país, Chile.

Existe una Asociación de Centros de Computación Universitarios, que agrupa a los centros de todas las universidades del país. Ellas son:

Universidad del Norte
Universidad Técnica Federico Santa María
Universidad Católica de Valparaíso
Universidad Católica de Santiago
Universidad Técnica del Estado
Universidad de Chile
Universidad de Concepción
Universidad Austral

En todas ellas se ha incorporado, en los planes de enseñanza de las carreras de ingeniería, la asignatura computación y programación, que aparece con nombre distinto en algunos casos, pero que corresponde al mismo programa de materia, esto es, a una introducción a computación y a continuación, lenguaje Fortran. El número de horas destinado a esta asignatura varía desde 2,5 hasta 3,0 horas semanales durante un semestre.

En cuatro universidades: la de Concepción, la Católica de Santiago, la de Chile, y la Técnica del Estado, se ha creado la carrera "Programador de Computador" con una duración promedio de dos años. En dos de estas cuatro universidades se ha creado una carrera de cuatro años de duración, los dos primeros años comunes a la de "Programador de Computador". Una de ellas es la Universidad de Chile que otorga el título "Ingeniero de Ejecución en Procesamiento de Información" y la otra es la Universidad Técnica del Estado que otorga el título "Ingeniero de Ejecución en Computación e Informática".

En la Universidad de Chile me tocó participar en la creación de las carreras ocupando actualmente el cargo de Coordinador Docente de ellas. Aprovechando esta experiencia presenté en la Universidad Técnica del Estado, durante 1971, los proyectos de de creación del Departamento de Computación e Informática, independiente del Centro de Computación, y de creación de las carreras mencionadas anteriormente. Ambos fueron aprobados por el Consejo Superior de la Universidad y empezaron a funcionar el segundo semestre de este año.

Considerando lo anterior podemos decir que no tenemos experiencia en lo que se refiere a la enseñanza de Computación en la educación media, pues hasta la fecha no hemos impartido docencia en ese sector. Pero, por los mismos antecedentes que he dado, podemos decir sin falsa modestia que tenemos bastante experiencia en la enseñanza de computación en la universidad, especialmente en los primeros años, función que realizamos desde comienzos de 1962.

Creo que es necesario indicar que es diferente la experiencia que se puede tener al trabajar en proyectos de ingeniería en que se utilicen computadoras, por muy complejas que sean las aplicaciones; de la experiencia adquirida al enseñar computación y programación.

Creemos por lo tanto que estamos capacitados para señalar las deficiencias que hemos detectado durante el desarrollo de las asignaturas de computación y programación, como asimismo las fallas que observamos en la formación lograda por quienes terminan y aprueban esas asignaturas. Por eso deseamos proponer puntos que sirvan para elaborar planes y programas de computación para su enseñanza en la educación media, pues ellos permitirán corregir las deficiencias y fallas aludidas.

Estas fallas o deficiencias podemos separarlas de acuerdo al tipo de estudiante. Estos tipos son:

a) Estudiante de carreras en las que no se enseña computación y programación. Ejemplo: medicina, pedagogía en inglés, en castellano, etc.

b) Estudiantes de carreras en las que se ha incorporado la enseñanza de computación y programación. Ejemplo: ingeniería, arquitectura, construcción civil, etc.

En el primer caso se comprueba que no saben razonar en forma lógica, especialmente para resolver problemas que caen fuera del marco estricto de su profesión, y dentro de él los problemas los resuelven muchas veces en forma intuitiva o aplicando lo que en forma simple podríamos llamar recetas. En otras palabras, no tienen la capacidad de analizar los problemas hasta el detalle más pequeño, sin dejar de considerar todas las situaciones previsibles y a veces también tomar una determinación para aquellas imprevistas. Se les forma un bloqueo mental y rápidamente determinan que eso es imposible de hacer. Un ejemplo que grafica lo anterior: se habla de computadoras que diagnostican la enfermedad de los pacientes e incluso recetan la medicina y tratamiento adecuados. ¿Cuál ha sido la reacción primera, de los médicos, cuando se les ha pedido que ayuden a estructurar el programa que hará los diagnósticos? La respuesta inicial ha sido: eso es imposible, el médico tiene que ver al paciente y según su experiencia y conocimientos determinar la enfermedad y tratamiento correspondientes. Seguramente algunos de Uds. piensen lo mismo, pero analicemos el caso. Al médico que está viendo al paciente; por ese sólo hecho ¿le surge de improviso, misteriosamente, en su cerebro, la solución? No, no es así, él ha recibido información, a través de la vista, del oído, del tacto, etc. y esa información puede ser por ejemplo, color y estado de la piel, reacciones nerviosas que tiene el paciente, sonido de los bronquios, temperatura, etc. todo lo cual va estructurando un cuadro clínico. Ahora bien, toda esa información puede ser entregada al computador y también pueden ser entregadas todas las combinaciones de síntomas y las enfermedades a que corresponden y, teniendo la enfermedad, ya se puede determinar fácilmente la receta y/o el tratamiento. Esto se hace en México, por ejemplo y ha dado buenos resultados.

En el segundo caso, estudiantes a los que se les enseña computación y programación; por la presión que existe para pasar, dentro de un período corto, un lenguaje que les permita resolver problemas propios de su especialidad, no se le da especial importancia o mucho énfasis a la parte de algoritmos, tablas de decisión y diagramas de flujo, que son etapas previas, obligadas, que se deben cumplir antes de entrar a la programación. Se llega así a la situación contradictoria que muchas veces el alumno codifica primero y realiza el diagrama después. El problema grave es que cuando hay situaciones complejas que resolver, no puede hacerlo.

Nuestra relación actual con las computadoras

Cada día se ve con mayor claridad y se comprende en mejor forma, el crecimiento continuo del uso de computadoras. Sin embargo, esta claridad y comprensión la tienen en general sólo aquellos profesionales que se desempeñan en áreas relacionadas directamente con la aplicación de computadoras, como lo son en el campo científico, los académicos de las universidades, en particular los profesores de matemáticas, además los ingenieros en sus diversas especialidades y en el campo administrativo, el personal que labora en los centros de procesamiento de información. Por el contrario, el ciudadano común aún a estas alturas, piensa que con estas máquinas tan veloces se puede obtener cualquier resultado en pocos segundos con sólo apretar unas cuantas teclas. Parecerá quizás una exageración, pero realmente es un problema, que tienen que enfrentar a diario los analistas de sistemas de información. Cuesta convencer a los ejecutivos de algunas empresas que, por ejemplo, la automatización de la contabilidad de esa empresa no puede realizarse en dos o tres semanas sino que tomará meses llevarla a cabo.

Es necesario realizar una verdadera labor de educación y convencimiento de que los costos de la automatización, que aparentemente son subidos por el tiempo que toma diseñar el sistema de información, son compensados por la economía que se obtiene posteriormente, una vez que el sistema se pone en marcha. A pesar de lo anterior, el hecho que año a año, están siendo entregados a las industrias y a las empresas, ingenieros que han utilizado durante su carrera la computadora, para solucionar problemas de sus especialidades, implica exigencias de parte de ellos, en los lugares en que trabajan, para que se cambien los métodos, en algunos casos anacrónicos, empleados hasta ese momento, por otros en los cuales interviene en algunas o en varias etapas, la computadora. A muy corto plazo, en una medida importante, nos veremos afectados por las computadoras, por la aplicación que éstas tienen en la solución de diversas situaciones de la vida diaria. Debemos por lo mismo, enfrentar el problema de preparar a la gente, tanto para hacer uso de estas máquinas, como para entender el trabajo de los especialistas en computación. Debemos preparar mayor información que permita romper los moldes estrechos en que aún se desenvuelve la computación, de tal manera que no haya subestimación ni sobreestimación de la capacidad de los equipos.

En otras palabras, así como incluímos la enseñanza de computación en los programas tradicionales de ingeniería, por el efecto multiplicador que dicha medida tendría para lograr la incorporación del computador en la solución de problemas que tendían de una u otra manera a optimizar recursos, así también debemos introducir en los colegios secundarios programas que permitan, efectivamente, divulgar en un ámbito mayor, el significado que tienen las computadoras en nuestra época. Pero más importante aún es lograr por ese mismo camino, que los estudiantes piensen en forma lógica, ordenada y precisa, que se acostumbren a no dejar el más mínimo detalle de lado, que adquieran el hábito de resolver los problemas algorítmicamente. Se logra así alcanzar una meta de extraordinaria importancia y es la de entregar herramientas valiosísimas de trabajo, no sólo a aquellos alumnos que seguirán carreras de ingeniería o similares, sino que a todos los alumnos cualquiera sea la carrera universitaria que eligirán posteriormente. En la actualidad, en la Universidad Católica de Santiago, a manera de experiencia, se ha incorporado en el perfeccionamiento de post-grado de la carrera de obstetricia, la aplicación del concepto de algoritmo a las técnicas de parto. Los resultados inmediatos obtenidos son altamente satisfactorios y todos los profesionales asistentes estiman que los conocimientos adquiridos debieran obtenerse a través de programas regulares de enseñanza en cada especialidad.

Proposición de puntos para el desarrollo de un programa

Los puntos que se proponen, tienden a resolver dos problemas que estimamos se presentan en la gran mayoría de los países. Uno es el que ya enunciamos anteriormente, el otro es la falta de equipos, tanto de preparación de información, como de proceso de la misma, en cada uno de los colegios secundarios y más aún en cada uno de los centros poblacionales en que están ubicados dichos colegios.

La solución de instalar equipos de procesamiento de información en cada uno de los colegios no se justifica por lo antieconómica. La solución de tener un equipo en cada centro poblacional aún es difícil de llevar a la práctica a pesar de que es la más adecuada. Queda entonces la situación real que es la de tener en la actualidad, computadoras, sólo en los grandes centros poblacionales, de los cuales muchas veces los centros menores quedan bastante retirados.

Lo anterior determina a nuestro juicio, una restricción importante sobre el programa, restricción que se traduce en la menor importancia que otorgamos a la enseñanza de un lenguaje de computación. Al respecto me remito al informe que preparó la comisión de los Centros de Computación Universitarios, encargada del tema que tratamos. Dice el informe: "No nos parece adecuado introducir la enseñanza de computación incluyendo un lenguaje de computación dentro del programa, en forma obligatoria,ya que esto significa, para el profesor, tener una abundante práctica previa y sostenida,que dudamos seriamente que pueda lograrse en la mayoría de los casos. Creemos que en cambio deben enseñarse los conceptos generales, las aplicaciones más usuales, describir el impacto de las máquinas en la sociedad actual, y una explicación intuitiva de su funcionamiento, de modo que el alumno pueda comprender sus aplicaciones en varios campos de la ciencia y la técnica.

En el aspecto de equipos creemos que no existe una capacidad instalada de computadoras ni equipos de perforación suficientemente grande como para poder realizar un plan en que se incluya la enseñanza obligada de lenguajes".

Es por eso que creemos más conveniente desarrollar el programa en base a los siguientes puntos:

1.- Breve descripción de una computadora.

2.- Creación de una imagen intuitiva de la computación en el alumno a través de sus aplicaciones en las diversas áreas de la ciencia y de la tecnología, como ser: matemáticas, medicina, ingeniería, ciencias sociales, procesos industriales, etc.

3.- Impacto de la computación en la sociedad actual. El alumno, mediante la comprensión de algunos ejemplos de procesamientos de datos y sistemas de información, deberá percibir las profundas transformaciones que ha promovido el uso de la computación en la organización industrial, en la administración pública, en la pedagogía y educación, en la planificación y comunicación de datos, etc.

4.- Enseñanza del concepto de algoritmo, de tablas de decisión, de diagramas de flujo de programa. Concepto de ciclos, arreglos unidimensionales, subrutinas, etc. Análisis y lectura de los procesos más comunes a través de sus diagramas de flujo.

5.- Enseñar a los alumnos a diseñar procesos aplicando los conceptos indicados en el punto 4. Estudiar casos que se resuelvan teóricamente y el alumno debe hacer el diagrama correspondiente. Además, de algunos de ellos, el profesor escribirá un programa en Fortran u otro lenguaje con lo cual introducirá éstos, de modo descriptivo. Se hará insistencia en la relación entre los diagramas de flujo y las sentencias del lenguaje.

En relación al punto 4 debe establecerse que existe una diferencia de fondo entre la tabla de decisión y el diagrama de flujo. En forma resumida, la tabla de decisión define "qué es lo que hace un determinado sistema" en cambio un diagrama de flujo determina "cómo" lo hace. De lo anterior derívase, que a partir de la tabla de decisión pueden surgir varios diagramas de flujo, en cambio de un diagrama de flujo podremos llegar sólo a una tabla de decisión.

Entrenamiento de profesores

Previo a la implantación del programa en los colegios secundarios, es necesario entrenar los profesores que impartirán docencia en el área de computación en dichos colegios. Existen muy pocos profesores en la enseñanza media, que tengan algo de experiencia en el uso de computadoras, ya sea para resolver problemas numéricos o no numéricos. Nos parece que es un riesgo muy alto el dejar la enseñanza de computación en manos de profesores que no tienen, en la exposición de las materias, la seguridad que da la práctica. Por otra parte, si estamos empeñados en formar un hábito, una disciplina de pensamiento en el alumnado, sería contradictorio y nocivo el entregar un conocimiento en forma de recetas, producto de la misma inseguridad del docente que no tendría la respuesta adecuada ante determinadas consultas. Es más, considerando que el alumnado está en un período de maduración, de formación de su personalidad, el hecho que un profesor conteste "no sé" o "no conozco" la respuesta, por muy valiente y honesta que sea esta actitud, dejará una huella difícil de borrar en quienes lo escuchan.

Nuestra proposición es que la parte teórica y entrenamiento práctico inicial de los profesores, puede realizarse en un período corto intensivo durante las vacaciones de verano, en los Centros de Computación Universitarios, bajo la tuición de los Centros mismos, quienes están en condiciones de proporcionar, aparte de la experiencia docente, equipos de procesamiento de información y asesoría en programación. Continuaría el entrenamiento práctico a lo largo del año mediante el envío por correo u otra vía más expedita, por parte de los profesores a los centros de computación cercanos, de las hojas de codificación con los programas y datos, recibiendo de vuelta las cintas o tarjetas perforadas y los listados de programas y resultados o errores. Terminaría el entrenamiento práctico con un período intensivo, durante las siguientes vacaciones de verano, en el cual se profundizarían aspectos relevantes del lenguaje para entrar a un análisis general o introducción, a los sistemas de operación utilizados.

Es importante hacer notar que el entrenamiento no tienen por que recibirlo solamente los profesores de matemáticas. Es cierto que históricamente son las personas que más cerca han estado del área de procesamiento de información y en muchos casos han sido ellos los que han dirigido y orientado las líneas de trabajo en computación. Sin embargo, pese a lo anterior y considerando el objetivo que se persigue, este entrenamiento debieran recibirlo profesores de cualquier disciplina. Por esto mismo, en forma paralela a esta medida de urgencia de entrenamiento de profesores de la educación media, debe impulsarse la incorporación de la enseñanza de computación y programación en todas las carreras universitarias y con mayor énfasis en aquellas dependientes de los institutos pedagógicos, esto es, las que forman el cuerpo docente tanto de los colegios secundarios como de las universidades.

* * *

COMPUTADORAS EN LA ENSEÑANZA MEDIA

Conrad A. Wogrin (USA)

Introducción

Durante mucho tiempo, la matemática ha estado al servicio de toda empresa de carácter científico, pseudo-científico o técnico. En la última década la ciencia de la computación ha asumido un papel semejante en las universidades. Aunque se acepta en general que una cierta comprensión de la matemática es un atributo esencial de una persona bien educada, tal afirmación acerca de la computación o de las computadoras podría suscitar una controversia, pero el hecho es que gran número de disciplinas requieren hoy ser expuestas de algún modo accesible a las computadoras.

La industria de la computadora se ha convertido en una de las más extendidas del mundo porque las computadoras se usan ampliamente en todas las industrias del mundo. Se han creado muchos oficios específicamente destinados a atender a la computadora o a prepararla para su labor. Mientras que al comienzo de la década las personas empleadas en esas tareas provenían principalmente del rango de los graduados, actualmente hay una dependencia cada vez mayor de gente específicamente preparada en computación en un nivel que no llega a ser universitario. Provienen de institutos técnicos y escuelas secundarias.

La computadora es una máquina realmente distinta de cualquier otra: es al mismo tiempo pragmática y abstracta, su cuerpo físico es tan inservible como de un tremendo valor potencial. No hay "puesta en marcha" que por sí misma le haga producir algo útil pero, en manos de una persona creativa, es impredecible todo lo que puede llegar a hacer. Y hemos podido ver ciertamente que el hombre recibe un fuerte incentivo cuando dispone de una computadora como herramienta. Dada la naturaleza de las computadoras no es extraño que entre los creadores de las mismas y sus usuarios más imaginativos se destaquen los matemáticos; así como una gran proporción de profesionales en la ciencia de la computación han hecho estudios formales de matemática, y cualquier instituto de computación recurrirá a los recién graduados en matemática para ocupar sus puestos de prestigio (no creo que la recíproca sea o llegue a ser cierta).

También es cierto que en muchas universidades la ciencia de la computación (quizás bajo otra denominación) está incluída en las ciencias matemáticas, aunque hay una vigorosa competencia de parte de la ingeniería y la economía por mostrar un interés competitivo y regulador en la nueva ciencia. En las escuelas secundarias, en cambio, sólo la matemática está en condiciones de introducir las computadoras en su curriculum. Si el departamento de matemática de alguna universidad resolviera ceder a otros la ciencia de la computación, habría quienes esperan por hacerse cargo de ella, mientras que si la matemática en la escuela secundaria no asume la responsabilidad de introducir estas nuevas técnicas en su curriculum, ninguna otra asignatura puede asumirla.

La computación y el curriculum de la matemática

Ya existen varios programas bien documentados para introducir la computación y las computadoras en la matemática de la escuela secundaria o paralelamente a ella.

El programa "Man Made World", publicado por McGraw-Hill Co., Nueva York, ha destinado cerca de la tercera parte de su material a las computadoras, y es posible conseguir, además de los libros de texto publicados, los manuales de laboratorio y las guías para los maestros, un conjunto de programas para la computadora. También se puede adquirir a bajo precio una computadora analógica y circuitos lógicos digitales para un laboratorio.

Hay una publicación de Forsythe, Keenan, Organick y Stenberg, "Computer Science: A First Course", John Wiley & Sons, Nueva York, que según tengo entendido fue escrito para complementar el material del School Mathematics Study Group. Contiene comentarios para el profesor y textos suplementarios sobre PL/1 y FORTRAN. Un trabajo similar es el "SMP Computing in Mathematics", Cambridge University Press, que se basa en el School Mathematics Project en el Reino Unido, y estoy seguro de que existen o se publicarán pronto muchos otros programas.

Ya estamos en condiciones de seleccionar los materiales. Permítanme referirme brevemente a la variedad de técnicas accesibles para introducir y usar computadoras en la escuela secundaria. Por una parte hay un curso cuyo objetivo consiste en meramente iniciar al estudiante en las técnicas y los métodos de la programación. No es posible enseñar este curso sin llegar a darse cuenta de que a través de la programación el estudiante comprende en seguida la naturaleza secuencial de la resolución de problemas y las instrucciones graduales y precisas que se necesitan en un algoritmo. Con muy poca imaginación, uno dispone fácilmente de laboratorio de matemática, ya que para trabajar con una computadora es preciso ejercitar la abstracción. La programación provee la objetivación que ayuda a aprender sin apartarse de la abstracción matemática en su aplicación a un fenómeno físico que se capta intuitivamente.

A partir de esta observación uno llega a preguntarse si existen métodos para que el estudiante pueda aprovechar la habilidad de la computadora para manejar números y símbolos a una tremenda velocidad, con el fin de realizar experiencias con grupos, anillos y reticulados.

Otra aplicación de la computadora es la de ayudar a la ejercitación. En el apéndice he incluído un programa llamado ALGEBRA realizado por mi alumno Stephen Tabbi que permite al maestro preparar una o más ecuaciones lineales para dar a resolver a los alumnos. En este caso tales ecuaciones se identificaron como TEST1, TEST2, etc.(cuanto más alto el sufijo, más difícil la ecuación). Cuando el estudiante ingresa el nombre de la ecuación, digamos TEST4 según se ha indicado, la computadora imprime la ecuación. El estudiante puede intentar resolverla y si desea confrontar el resultado o desistir del esfuerzo, ingresando ALGEBRA seguido del nombre de la ecuación obtendrá una serie de líneas impresas: primero la regla que se aplica y a continuación el desarrollo del resultado; así sigue el proceso hasta que la solución se completa. El estudiante puede optar por ingresar la ecuación en la forma indicada en la última parte del ejemplo del apéndice y la computadora podrá obtener el resultado si la solución existe o, en caso contrario, indicarlo mediante un mensaje adecuado.

Este programa se probó en la clase de álgebra del octavo grado que cursan mis hijas. Inicialmente suscitó un interés general pero éste decayó a los pocos días: una parte de los alumnos había perdido enteramente el interés y un grupo más reducido de ellos se dedicó a intentar mejorar el programa pero sin intención de aplicarlo.

También he hecho que un estudiante prepare un programa para diferenciar un polinomio expresado en cualquier forma y exhibir el resultado. Si se quiere, también es posible hallar el valor de la función en un conjunto de puntos, lo que sugiere inme - diatamente la posibilidad de mostrar el gráfico de la función. Entonces, variando el valor de los coeficientes y observando los cambios en los gráficos se obtiene una impresión intuitiva de la importancia de los distintos coeficientes en la determinación de la pendiente y la posición de la función.

Como prevención para quienes deseen desarrollar métodos de ayuda del aprendizaje con la computadora, quede claro que el estudiante pierde interés cuando todo el trabajo interesante lo hace la computadora y él queda sólo a cargo de las respuestas automáticas o las tareas de rutina. La computadora capta y desafía al estudiante siempre que él pueda hacer uso de su propia creatividad e ingenio.

Cuando uno ve un terminal para gráficos con su lápiz electrónico y su control de rotación, sufre la tentación de querer incorporar el esquema al curriculum pero hay que advertir que tales esquemas son prohibitivos desde un punto de vista económico. Esperemos que en el futuro puedan ser más accesibles.

Algunos comentarios sobre equipos para computación

Hay muchas maneras de llevar las computadoras a la educación secundaria. Por un lado está la mini-computadora que usan los estudiantes uno por vez (quizás un término por vez), cuya mayor aplicación se da en la enseñanza de la programación. El estudiante escribe un programa en un lenguaje adecuado (por lo general propio de la máquina o una forma restringida de un lenguaje corriente como BASIC, ALGOL o COBOL) y prepara, separadas del equipo, las tarjetas o la cinta con que alimentará la computadora. Se ingresa el programa en la máquina que lo procesa e imprime ya sea los resultados o los mensajes de diagnóstico. Una máquina así puede ocupar de 20 a 50 estudiantes por día, de modo que si cada estudiante tiene acceso una vez por semana solamente, la máquina puede llegar a ser usada individualmente por cerca de 250 alumnos por semana.

Tal equipo con su personal y abastecimiento podría costar entre 10.000 y 40.000 dólares por año para operar, y como podría atender entre 20 y 250 estudiantes, el costo anual por estudiante oscilaría entre 40 y 2.000 dólares. Creo que es posible ajustarlo alrededor de los 75 dólares anuales por estudiante, aunque es evidente que un planteo descuidado puede producir un costo prohibitivo.

En el otro extremo del espectro está el gran equipo con tiempo compartido que se puede utilizar para casi todos los programas previsibles (excepto quizás los más elaborados gráficos interrelacionados). La máquina, que puede operar alrededor de 100 terminales activos simultáneamente, cuesta de 2.500.000 a 3.000.000 de dólares (incluyendo terminales y comunicaciones de unos 2.000 dólares por punto de acceso). El costo anual de operaciones de un centro de computación que provea los servicios de una máquina como esa es de 1.000.000 a 1.500.000 dólares, pero como en general en las horas libres tales máquinas se pueden emplear en otras aplicaciones, se puede suponer que lo imputable a educación corresponde a un 50% del costo. Por lo tanto, una máquina como esa puede atender entre 1.000 y 10.000 estudiantes a un costo anual que oscila entre 50 y 750 dólares por estudiante.

Un gran equipo y el rico programa que puede operar a un costo razonable podría atender las necesidades de una vasta región, pero eso requiere un sistema muy confiable de comunicaciones de poco ruido, y una organización capaz de atender la reparación y el mantenimiento de los terminales a grandes distancias. En la práctica, un equipo grande sólo es conveniente en sitios de gran concentración de estudiantes.

Resumen

A los fines de la conferencia podemos comenzar asegurando que ya hay muchos ejemplos y programas para el uso de las computadoras en la escuela secundaria, aunque, por otra parte, cabe la certeza de que solo estamos en el comienzo y queda mucho por explorar aún.

La planificación del programa debe estudiar tres aspectos: la presentación de material accesible, útil y estimulante; la preparación de maestros y el uso económico de computadoras. Por haber descuidado, en los primeros trabajos, a los dos últimos factores, se obtuvieron programas interesantes pero impracticables.

APENDICE

*TEST*1	Ingresado por el estudiante
5X=30	Respuesta de la máquina (*)
*ALGEBRA TEST*1	Ingresado por el estudiante
COLLECT TERMS ON EACH SIDE OF EQUATION	Respuesta

5X+ 0 = 0X + 30

+ 5X = + 0X + 30

5 X = 30

SOLUTION X = 6

*TEST*2

-5X=30

*ALGEBRA TEST*2

COLLECT TERMS ON EACH SIDE OF EQUATION

-5X + 0 = 0X + 30

-5X = + 0X + 30

-5X = 30

SOLUTION X = -6

*TEST*3

-5X = -30

*ALGEBRA TEST*3

COLLECT TERMS ON EACH SIDE OF EQUATION

-5X + 0 = 0X- -30

-5X = + 0X- 30

-5X = 30

SOLUTION X= 6

(*) Las ecuaciones fueron ingresadas por el profesor antes de la sesión de ejercitación.

TEST4

0.5X=30

ALGEBRA TEST4

COLLECT TERMS ON EACH SIDE OF EQUATION

0.5X+ 0 = 0X+ 30

+ 0.5X = + 0X+ 30

0.5 X = 30

SOLUTION X= 60

TEST5

2.5X = 25

ALGEBRA TEST5

COLLECT TERMS ON EACH SIDE OF EQUATION

2.5X+ 0 = 0X+ 25

+ 2.5X = + 0X+ 25

2.5 X = 25

SOLUTION X= 10

TEST6

-2.5X=25

ALGEBRA TEST6

COLLECT TERMS ON EACH SIDE OF EQUATION

-2.5X+ 0 = 0X+ 25

-2.5X = + 0X+ 25

-2.5 X = 25

SOLUTION X= -10

TEST7

13X+10-(5X-3)+4=5X+(3X+10)+7

ALGEBRA TEST7

EXPANSION, REMOVE GROUPING SYMBOLS

+13X+10-5X+3+4=5X+(3X+10)+7

EXPANSION, REMOVE GROUPING SYMBOLS

+13X+10-5X+3+4=5X+3X+10+7

COLLECT TERMS ON EACH SIDE OF EQUATION

8X+ 17 = 8X+ 17

SUBTRACT 17 FROM BOTH SIDES

+ 8X = + 8X+ 0

SUBTRACT 8 X FROM BOTH SIDES

0 X= 0

SOLUTION X= 0

TEST8

-10X+(20X-3-(5X+7+(3X-9))+14)=16X-(5X+3-(9X-2)+20)

ALGEBRA TEST8

EXPANSION, REMOVE GROUPING SYMBOLS

-10X+(20X-3-(5X+7+3X-9)+14)=16X-(5X+3-(9X-2)+20)

EXPANSION, REMOVE GROUPING SYMBOLS

-10X+(20X-3-5X-7-3X+9+14)=16X-(5X+3-(9X-2)+20)

EXPANSION, REMOVE GROUPING SYMBOLS

-10X+20X-3-5X-7-3X+9+14=16X-(5X+3-(9X-2)+20)

EXPANSION, REMOVE GROUPING SYMBOLS

-10X+20X-3-5X-7-3X+9+14=16X-(5X+3-9X+2+20)

EXPANSION, REMOVE GROUPING SYMBOLS

-10X+20X-3-5X-7-3X+9+14=16X-5X-3+9X-2-20

COLLECT TERMS ON EACH SIDE OF EQUATION

2X+ 13 = 20X- 25

SUBTRACT 13 FROM BOTH SIDES

+ 2X = + 20X- 38

SUBSTRACT 20 X FROM BOTH SIDES

-18 X = -38

SOLUTION X = 2.111111111

```
             TEST9
(4X-3X)+6+(13X-2)=1+2-4+(7X-3X)
             ALGEBRA TEST9
EXPANSION, REMOVE GROUPING SYMBOLS
+4X-3X+6+(13X-2)=1+2-4+(7X-3X)

EXPANSION, REMOVE GROUPING SYMBOLS
+4X-3X+6+13X-2=1+2-4+(7X-3X)

EXPANSION, REMOVE GROUPING SYMBOLS
+4X-3X+6+13X-2=1+2-4+7X-3X

COLLECT TERMS ON EACH SIDE OF EQUATION
14X+ 4 =  4X-  1

SUBTRACT  4  FROM BOTH SIDES

+14X = + 4X- 5

SUBTRACT  4 X  FROM BOTH SIDES

10 X =   -5

SOLUTION  X=  -0.5


             TEST10
(6X+3)-4X+10)=7X+5

             ALGEBRA TEST10
MISMATCHED PARENTHESIS IN ARGUMENT


             TEST11
6X+14-9Y+3=14X+12
             ALGEBRA TEST11

ILLEAGLE CHARACTER IN ARGUMENT

+6X+14-9Y+3=14X=12
        ↑
```

```
          TEST12
6X+14=3X+3X+12
          ALGEBRA TEST12
COLLECT TERMS ON EACH SIDE OF EQUATION
6X+ 14 =  6X+  12
IMPOSSIBLE, NO SOLUTION
```

```
     TESTE←'5X+9Y=6X+5'
     ALGEBRA TESTE
ILLEAGLE CHARACTER IN ARGUMENT
5X+9Y=6X+5
   ↑
     TESTE←'9X+5(3X+2)=4X+6'
     ALGEBRA TESTE
ILLEAGLE CONNECTIVE IN ARGUMENT
9X+5(3X+2)=4X+6
   ↑
```

El estudiante propone su propia ecuación

```
     TESTE←'5X+((3X-5∧
SYNTAX ERROR
TESTE←'5X+((3X-5∧
     TESTE←'5X+((3X-5)= 67'
MISMATCHED PARENTHESIS IN ARGUMENT
     )BYE

CPU USAGE        8.40
CONN HRS.        0.60

OFF AT 21/08,  08/11/72.
```

Signo de terminación.
El alumno usó 8.40 segundos de tiempo de computadora durante una sesión de ejercitación que duró 36 minutos.

PROGRAMA ESCRITO EN LENGUAJE APL

```
      ∇ALGEBRA[⎕]∇
    ∇ ALGEBRA ARG
[1]   S←'0123456789-+().=X'
[2]   LN17:I←K←Z←0
[3]   IPL←IPR←⍳0
[4]   →(L←(ARG[1]=S[11]),(ARG[1]=S[12]))/LN5,LN5
[5]   →(ARG[1]=S[11])/LN5
[6]   ARG←S[12],ARG
[7]   LN5:I←I+1
[8]   →(I=((E←⍴ARG)+1))/LN6
[9]   R←S⍳ARG[I]
[10]  →(L←(4⍴R)=13 14 16 18)/LN1,LN2,LN3,LN4
[11]  →LN5
[12]  LN1:IPL←IPL,I
[13]  →LN5
[14]  LN2:IPR←IPR,I
[15]  →LN5
[16]  LN3:EQ←I
[17]  →LN5
[18]  LN4:''
[19]  'ILLEAGLE CHARACTER IN ARGUMENT'
[20]  LNA:ARG
[21]  ⎕←PT←((I-1)⍴' '),'↑'
[22]  →
[23]  LN6:→((⍴IPR)=(⍴IPL))/LN7
[24]  'MISMATCHED PARENTHESIS IN ARGUMENT'
[25]  →
[26]  LN7:→((⍴IPR)=0)/PH2
[27]  LN8:K←PLH←J←K+1
[28]  →((R←S⍳ARG[K])=13)/LN9
[29]  →LN8
[30]  LN9:K←K+1
[31]  →(L←(2⍴(R←S⍳ARG[K]))=13 14)/LN10,LN11
[32]  →LN9
[33]  LN10:K←K-1
[34]  →LN8
[35]  LN11:LNX←LNY←0⍴' '
[36]  LNX←LNX,(PLH-1)↑ARG
[37]  P←2⍴R←S⍳ARG[PLH-1]
[38]  →(L←(P=11 12))/LN12,LN13
[39]  'ILLEAGLE CONNECTIVE IN ARGUMENT'
[40]  I←PLH-1
[41]  →LNA
[42]  LN12:J←J+1
[43]  →(J=K)/LN13
[44]  P←2⍴R←S⍳ARG[J]
[45]  →(P=11 12)/LN15,LN16
```

```
[46]  →LN12
[47]  LN15:ARG[J]←S[12]
[48]  →LN12
[49]  LN16:ARG[J]←S[11]
[50]  →LN12
[51]  LN13:LNY←ARG[(PLH+(ι((K-PLH)-1)))]
[52]  LNX←LNX,LNY,(K↓ARG)
[53]  LN19:Z←Z+1
[54]  →(Z=((ρLNX)-1))/LN20
[55]  →(L←×/((LNX[Z]=S[12]),(LNX[Z+1]=S[11])))/LN18
[56]  →LN19
[57]  LN18:TEMP←((Z-1)↑LNX),(Z↓LNX)
[58]  LNX←TEMP
[59]  →LN19
[60]  LN20:''
[61]  →(ARG[1]≠S[12])/LN21
[62]  ARG←1↓ARG
[63]  LN21:'EXPANSION,REMOVE GROUPING SYMBOLS'
[64]  ⎕←ARG←LNX
[65]  →LN17
[66]  CAT←0
[67]  PH2:IND←ιI←J←K←CR←CL←XL←XR←0
[68]  NUM←0ρ' '
[69]  →(ARG[1]=S[11])/LN22
[70]  ARG←S[12],ARG
[71]  LN22:ARG←ARG,S[12]
[72]  LN24:→((3ρR←SιARG[I←(I+1)])=11 12 16)/LN23,LN23,LN23
[73]  LN50:→((I=(ρARG)),(I<(ρARG)))/LN25,LN24
[74]  LN23:IND←IND,I
[75]  →LN50
[76]  LN25:→((J←(J+1))=(ρIND))/LN26
[77]  LN27:K←IND[J]
[78]  LN28:→((K←(K+1))=IND[J+1])/LN31
[79]  P←'C'
[80]  R←SιARG[K]
[81]  →((R=15),(R≤10),(R=17))/LN29,LN29,LN30
[82]  B:'FUNCTION ERROR AT B'
[83]  →
[84]  LN29:NUM←NUM,ARG[K]
[85]  →LN28
[86]  LN30:P←'X'
[87]  →LN28
[88]  LN31:→((IND[J]+1)=IND[J+1])/LN25
[89]  →((W←R←(NUMιS[15]))>(ρNUM))/LN32
[90]  Q←ρDEC←R↓NUM
[91]  X←(Qρ10)*MU←((ιρDEC)×¯1)
[92]  DPT←+/R←((SιDEC[ιQ])-1)×X
[93]  NUM←(W-1)↑NUM
[94]  →LN51
[95]  LN32:DPT←0
[96]  LN51:Q←ρNUM
[97]  X←(Qρ10)*MU←((⍒(ιQ))-1)
[98]  IPT←+/R←((SιNUM[ιQ])-1)×X
[99]  TOT←IPT+DPT
```

```
[100] →((ARG[IND[J]]=('+'))∨(ARG[IND[J]]=('=')))/LN60
[101] TOT←TOT×¯1
[102] LN60:DOG←0
[103] →(L←(P=('C'))∧(K≤(EQ+1)))/LN33
[104] →(L←(P=('X'))∧(K≤(EQ+1)))/LN34
[105] →(L←(P=('C'))∧(K>EQ))/LN35
[106] →(L←(P=('X'))∧(K>EQ))/LN36
[107] D:'FUNCTION ERROR AT D'
[108] →
[109] LN33:CL←CL+TOT
[110] →RET
[111] LN34:XL←XL+TOT
[112] →RET
[113] LN35:CR←CR+TOT
[114] →RET
[115] LN36:XR←XR+TOT
[116] RET:NUM←0ρ' '
[117] →LN25
[118] LN26:''
[119] 'COLLECT TERMS ON EACH SIDE OF EQUATION'
[120] XSL←XSR←CSL←CSR←S[12]
[121] →(XL≥0)/LN37
[122] XSL←S[11]
[123] LN37:→(XR≥0)/LN38
[124] XSR←S[11]
[125] LN38:→(CL≥0)/LN39
[126] CSL←S[11]
[127] LN39:→(CR≥0)/LN40
[128] CSR←S[11]
[129] LN40:XL;'X';CSL;|CL;' = ';XR;'X';CSR;|CR
[130] ''
[131] →(L←((XL=XR)∧(CL≠CR)))/LN41
[132] →LN42
[133] LN41:'IMPOSSIBLE, NO SOLUTION
[134] →
[135] LN42:→(L←(CL<0),(CL=0),(CL>0))/LN43,LN44,LN45
[136] ED:'FUNCTION ERROR AT ED'
[137] →
[138] LN43:CR←CR-CL
[139] 'ADD ';CL;' TO BOTH SIDES OF EQUATION'
[140] →LN44
[141] LN45:'SUBTRACT ';CL;' FROM BOTH SIDES'
[142] CR←CR-CL
[143] LN44:''
[144] CSR←S[12]
[145] →(CR≥0)/LN46
[146] CSR←S[11]
[147] LN46:XSL;|XL;'X';' = ';XSR;|XR;'X';CSR;|CR
[148] ''
[149] →(L←(XR<0),(XR=0),(XR>0))/LN47,LN48,LN49
[150] F:'FUNCTION ERROR AT F'
```

```
[151] →
[152] LN47:'ADD ';|XR;' X';'TO BOTH SIDES OF EQUATION'
[153] →LN48
[154] LN49:'SUBTRACT ';|XR;' X ';'FROM BOTH SIDES'
[155] LN48:''
[156] XL←XL-XR
[157] XL;' X= ';CR
[158] ''
[159] AN←CR÷XL
[160] 'SOLUTION  ';'X= ';AN
    ∇
```

* * *

COMUNICACIONES (Resúmenes)

1. LA COMPUTACION EN LA ESCUELA SECUNDARIA, por Hugo Acevedo (Resistencia, Argentina).

Nuestra experiencia se inicia en el IREM (Instituts de Recherche sur l'enseignement Mathématique) de París, dirigido por el Profesor Andre Revuz, en octubre de 1970 y hasta julio de 1971. A partir del mes de setiembre de 1972 se continúa en el Centro de Estudios sobre Enseñanza de la Matemática (Castelli 900 - Resistencia - Chaco) de la Universidad Nacional del Nordeste.

El principal objetivo de nuestro trabajo consiste en estudiar la factibilidad de introducir nociones básicas de computación a nivel secundario, sin crear una nueva asignatura e integrándola en lo posible a los temas del curriculum vigente.

Se realizaron experiencias en cinco establecimientos secundarios en cursos del último año de la carrera y con alumnos de una edad promedio de 18 años.

El temario desarrollado es el siguiente:

- La computadora y las máquinas de calcular.
- Programación y lenguaje.
- Memoria y forma de trabajo.
- El análisis de problemas y los diagramas de flujo.
- Los saltos incondicionados.
- Los saltos condicionados.

Para verificar los programas se hizo uso de una minicomputadora que ofrece a nuestro criterio muchas ventajas por sus pequeñas dimensiones, su construcción simple y su lógica de trabajo muy natural.

Metodológicamente hemos utilizado el juego por cada dos estudiantes para simular la relación operador-computadora e introducir así los conceptos básicos mencionados. Una ejercitación abundante ofrecida al alumno como situación problemática a resolver, permitió desarrollar rápidamente ideas claras en relación con el tema y lo que es fundamental, fueron comprendidas rápidamente.

Concluyendo, la experiencia nos ha permitido verificar que:

1) El tema entusiasma a un elevado porcentaje de alumnos -casi la totalidad- demostrando un profundo interés que permite trabajar largo tiempo, con atención sostenida (cuatro horas aproximadamente de clase).
2) Los conceptos elementales sobre computación son accesibles y fácilmente asimilables por los estudiantes del último curso de la escuela secundaria.
3) El profesor encuentra en la máquina un aliado importante en su acción formativa, que puede explotar ventajosamente para resolver problemas, fijar demostraciones y organizar el pensamiento de sus alumnos.
4) Facilita además el cálculo numérico y la ejemplificación objetiva de conceptos abstractos o no muy simples, como los de isomorfismos y límites de sucesiones.
5) Permite orientar vocaciones hacia nuevas especialidades más acordes al momento que vivimos.

2. ALGUNAS REFLEXIONES SOBRE CURSOS DE INTRODUCCION A LA COMPUTACION EN EL NIVEL UNIVERSITARIO, por Rogelio A. Morán (Centro de Matemática Aplicada y Cálculo, Universidad Nacional de Rosario, Rosario, Argentina).

Deseo hacer algunas reflexiones sobre aspectos didácticos en los cursos de Introducción a la Computación Digital para distintas orientaciones en las Facultades de Ingeniería. Subrayo la palabra introducción pues sólo me referiré a aquellos cursos en los cuales se parte de la base que los alumnos no poseen ningún conocimiento previo. Concretamente se trata de la experiencia recogida en los cursos regulares de 2° año de ingeniería, en los cursos para graduados de ingeniería y en los optativos para la licenciatura en matemática. Los tres cursos tienen características comunes en cuanto que todos consisten en enseñar los conceptos fundamentales del funcionamiento de la computadora, elementos suficientes de FORTRAN y métodos numéricos, por supuesto con muy diferente profundidad en cada caso. Además ninguno de estos cursos está destinado a gente que hará de la programación su profesión y, por lo tanto, no se cuenta con la vocación como aliada del profesor, sino sólo con una necesidad no del todo comprendida.

En este contexto surgen algunas observaciones sobre la enseñanza de dichos cursos. La primera es que a pesar de las obvias diferencias en los tres grupos receptores, los cursos pueden encararse esencialmente en la misma forma. Naturalmente que habrá diferencias en el ritmo de cada curso y en el vocabulario empleado. En este respecto la experiencia ha demostrado que la introducción hecha en la publicación mencionada por el Ing. R. Mascó en su conferencia de ayer, mediante una computadora hipotética, da muy buenos resultados aún en la enseñanza universitaria. Desde luego que con las adaptaciones del caso: por ejemplo, para los alumnos de 2° año de ingeniería bastará decir que el lenguaje de la máquina elemental está compuesto por las siguientes once instrucciones, y nombrarlas y dar su significado; en cambio, en la licenciatura convendrá definir el conjunto de los caracteres admisibles por la máquina, luego el conjunto de todas las cadenas finitas formadas con los elementos del anterior,que un programa es un subconjunto del segundo conjunto, etc., puesto que esto agradará a la forma de pensar de los alumnos, aumentando su interés. Pero en esencia estaremos enseñando lo mismo en ambos, utilizando el mismo tablero como memoria, las mismas once instrucciones numéricas, las mismas tarjetas, etc. Esta forma elemental de introducción, aún para alumnos de cursos superiores o graduados, se ha revelado muy efectiva.

Una vez introducidos los conceptos de funcionamiento de la computadora digital,y realizados dos o tres ejemplos con su lenguaje y direccionamiento numéricos exclusivamente, conviene inmediatamente ampliar el conjunto de los caracteres admisibles para incorporar el direccionamiento simbólico, haciendo notar que es más un cambio de forma que conceptual, que resulta muy fértil porque facilita la tarea de programación.En este punto se debe introducir la idea de algoritmo y su forma gráfica: el diagrama de flujo. Esta parte es fundamental y se debe efectuar una ejercitación intensa pues es donde verdaderamente el alumno razona la resolución de clases de problemas. El diagrama de flujo se torna fundamental como herramienta del pensamiento: es aquí donde el alumno adquirirá los conceptos quizás más duraderos. A este efecto es útil valerse de los propios métodos numéricos del curso para desarrollar los correspondientes diagramas de flujo. Si en esta etapa se introduce la noción de índice en los algoritmos iterativos, resultará muy fácil enseñar luego la variable con subíndice de FORTRAN, por ejemplo.

No debe apresurarse la incorporación de instrucciones de un lenguaje particular, como FORTRAN, hasta tanto no se haya hecho una práctica suficiente sobre la resolución de la parte algorítmica de los problemas, pues la experiencia docente demuestra que en general los alumnos tienden apresuradamente a escribir el programa (codificar) sin haber completado el diagrama de flujo correctamente, con los consiguientes errores.Es decir que debe enseñarse la computación como una forma rigurosa de comprensión de los problemas, más que como codificación de un lenguaje en particular. Desde este punto de vista, el lenguaje en sí cobra un carácter accesorio.

Sin embargo se debe enseñar un lenguaje concreto (en las condiciones actuales en el país, para este tipo de cursos, el más apropiado parece ser FORTRAN) porque es la única forma de que el alumno pueda obtener resultados concretos, lo cual es de gran importancia didáctica; además tiene valor formativo en sí mismo. En este respecto la experiencia también indica que pretender enseñar todas las instrucciones de un lenguaje en forma continua, sólo conduce a confusión; se debe comenzar con un conjunto de instrucciones mínimo indispensable como para poder procesar los programas en máquina. Este conjunto debe estar compuesto por las instrucciones equivalentes a las once instrucciones numéricas de la máquina hipotética. Después de una buena ejercitación con estas únicas instrucciones se irán agregando otras a través de su presentación mediante ejemplos, definiéndolas con más precisión recién más tarde. No es necesario enseñar todas las instrucciones de un lenguaje sino sólo aquellas de uso más frecuente, pues la realidad es que en las materias técnicas de las distintas carreras,en general todavía no se utilizan elementos de computación, de manera que el alumno no puede volcar sus conocimientos del tema en lo que debería ser el ámbito natural de su práctica en este sentido. Sucede que se tiene conciencia que en la actualidad la computación es necesaria, pero lamentablemente no se la utiliza. Todo parece indicar que habrá que esperar hasta que la inevitable presión de la realidad haga cambiar estas circunstancias.

3. CONSIDERACIONES SOBRE EL BACHILLERATO EN CIENCIAS DE LA COMPUTACION, por V.W. Setzer (Instituto de Matemática e Estadistica, Universidade de São Paulo,Brasil)

Existen en el Brasil, hasta el momento y por lo que a mí me consta, dos cursos de bachillerato en ciencias de la computación: uno en la Universidad Estatal de Campinas, cuya primera promoción se recibió en 1971, y otro en la Universidad de São Paulo, donde la primera promoción saldrá en 1974. Participamos en la creación del BCC (bachillerato en ciencias de la computación) del Instituto de Matemática y Estadística y Ciencias de la Computación de la Universidad Estatal de Campinas, y actualmente dirigimos el Departamento de Matemática Aplicada del Instituto de Matemática y Estadística responsable del curso en la Universidade de São Paulo. Nos sentimos, por tanto, muy vinculados a la problemática de una tal carrera. A fin de exponer nuestras ideas sobre los pros y los contra de dicho programa hemos redactado los comentarios que siguen.

1. *Ciencias de la Computación* (CC) *versus Análisis de Sistemas* (AS)

En primer lugar es necesario hacer una distinción entre CC y AS. Entendemos por CC un conjunto de materias que estudia e investiga la formulación y la solución de problemas computacionales, si bien con ello no pretendemos que el campo se deba reducir únicamente a todo lo que se refiere a la computación propiamente dicha. Un problema computacional no precisa necesariamente ser enfocado bajo el punto de vista de las computadoras, que no son más que artificios mecánicos para efectuar operaciones reducibles a la aritmética o a las funciones analógicas. Por otro lado, tomaremos el AS en el sentido usual en nuestro país, es decir, como la formulación de un problema referente al tratamiento de informaciones empresarias. Evidentemente los dos campos no son disjuntos. Por ejemplo, la creación de un banco de datos de una empresa puede muy bien ser considerado un problema de CC, a pesar de tratarse de un caso típico de AS. Naturalmente hay áreas que no pertenecen a ambos simultáneamente, como ser el Análisis de Algoritmos por parte de CC y el catastro de personal por parte de AS.

2. *El papel de la Universidad en la preparación de profesionales.*

Consideramos que es misión de la Universidad formar profesionales tanto en CC como en AS. Ambos son campos bastante extensos que requieren un cuerpo docente diversificado y equipo de computación adecuado para el entrenamiento amplio y eficiente de los alumnos. Sin embargo, somos de la opinión de que las dos carreras deben ser bastante separadas, es decir, con pocas materias en común para los alumnos de ambas especialidades. Así por ejemplo AS requiere la enseñanza de organización industrial, contabilidad, control de stocks, elementos de economía, relaciones humanas, técnicas de administración, lenguajes de programación comercial de computadoras, etc. Por otra parte CC exige una buena preparación en análisis matemático, álgebra moderna, análisis numérico, matemática aplicada, programación matemática, lenguajes algorítmicos, teoría de la construcción de compiladores, lenguajes formales, teoría de autómatas, etc. Hemos procurado en estos enunciados mostrar las teorías típicas de cada área que difícilmente se justificarían en la otra.

El área CC está cada vez más identificada con la matemática, a través de la formalización de los procesos computacionales y del desarrollo de las teorías que van justificando y estructurando lo que tradicionalmente se hacía empíricamente. De hecho, un programa de computación o, en general, un algoritmo, puede considerarse como un modelo matemático para la solución de un problema. En este sentido colocamos a la CC como vecina de la matemática, como ciencia exacta, distinta de las otras ciencias, desde la física a la biología. De aquí que consideramos que el ambiente matemático es el más propicio para CC. En cambio para AS el clima óptimo sería una fusión de esfuerzos entre ingeniería (principalmente de producción) y economía y administración, aprovechando de CC algunos tópicos de interés común, como lenguajes de programación y organización de archivos.

3. *Necesidades de profesionales en CC y AS.*

La necesidad de profesionales en ambas carreras es obvia y creciente día a día. En nuestra opinión, el país necesita con urgencia especialistas en CC para formar el soporte educacional, científico y tecnológico que cualquier país moderno debe tener. Se ha criticado a los especialistas o profesores de CC como "divorciados de la realidad", "perdidos en manipulaciones abstractas", etc. En general estas críticas muestran un desconocimiento de lo que es la CC. Hay varias disciplinas típicas de esta área que tienen un gran interés práctico; por ejemplo, el estudio de la teoría y construcción de compiladores, da conocimientos que permiten una utilización más efectiva de los lenguajes de programación en cualquier aplicación. Por otra parte, incluso las teorías más abstractas pueden llegar a tener importancia práctica muy grande: nunca se puede prever la importancia futura de una ciencia, como CC, que cuenta con poco más de diez años de edad.

Podemos citar, en resumen, las siguientes razones que justifican, entre nosotros, la preparación de profesionales en CC:necesidad de personal con conocimientos sufi -

cientes para desarrollar sistemas de programación de computadoras o para adaptar las ya existentes a las necesidades locales; necesidad de personal capacitado para analizar e implementar las técnicas más modernas desarrolladas por los países más adelantados; necesidad de formar docentes en áreas elementales que sin embargo requieren amplios conocimientos en computación; necesidad de colocar al país a la altura internacional de la comunidad científica y técnica, permitiendo de esta manera el intercambio de resultados y de personal.

4. *¿Graduación o post-graduación?*

Reconocida la necesidad de formar personal en CC aparece la polémica sobre el nivel que debe darse a esa enseñanza. Las siguientes razones creemos justifican la creación de cursos a nivel de graduación.

a) La formación de un especialista en CC es característica de un área razonablemente bien definida, con pequeñas intersecciones con otras. Por ejemplo, no es necesario para un futuro profesional en CC el estudio de muchas materias típicas de ingeniería, como química, diseño técnico, organización industrial, etc. Tampoco tiene necesidad de estudiar ciertos tópicos característicos de la matemática avanzada, como funciones analíticas, geometría diferencial, análisis superior,... excepción de los especialistas en la teoría de la computación o en análisis numérico. Un bachillerato en CC permite la concentración en un área de mayor utilidad para el campo.

b) Creemos que los egresados en CC representarán una nueva mentalidad profesional. Su preparación matemática es superior a las demás carreras, con excepción del bachillerato en matemática propiamente dicha. Por otra parte el hecho de tener un entrenamiento intenso en la resolución de problemas con computadoras, le da el matiz de mentalidad práctica, de procurar "ver los resultados" o de organización personal, típica del ingeniero. Tenemos la esperanza de que nuestros graduados podrán dedicarse a aspectos teóricos y abstractos como los bachilleres en matemática, con un interés para los formalismos marcadamente superior que el de quienes proceden de otras carreras. Por otra parte, esperamos que tengan suficiente espíritu práctico para poder ejercer actividades típicas de la mentalidad de los ingenieros, economistas, etc.

c) Con la formación de bachilleres en CC, la enseñanza de post-grado en esta área sufre un impacto decisivo en el sentido de la elevación de su nivel. Innumerables cursos básicos de una maestría en CC dejarán de ofrecerse con derecho a crédito, pasando a nivel de iniciación científica. Cuando se tengan suficientes graduados en CC para los estudios de maestría, los cursos básicos de esta área tendrán que ser tomados por ingenieros, físicos, etc. sin derecho a crédito, como ya está sucediendo con la maestría en matemática, en física, etc. Actualmente estos créditos deben concederse pues en caso contrario no se conseguiría atraer interesados para un programa que llevaría entonces mucho más tiempo.

La enseñanza de post-grado debe desde luego continuar: en el caso de los bachilleres en CC deberá significar realmente el inicio de una actividad de investigación.

En ciertos países extranjeros hay relativamente pocos bachilleratos en CC. Ello se debe en muchos casos al hecho de que el Departamento de CC es parte de la Facultad de Filosofía y Ciencias, en las cuales se exige a los alumnos una formación humanística que insume tal cantidad de tiempo, que no queda para una formación matemática como la que requiere un bachillerato en CC. No es este nuestro caso, en que la formación humanística, por definición, es objeto de la enseñanza media.

Una crítica a la formación de bachilleres en CC es la rapidez con que se vuelven obsoletos los conocimientos en esa área. Nuestro argumento es que esto sucede en todas las áreas. Piénsese, por ejemplo, en la ingeniería electrónica. La necesidad de una constante actualización, en nuestro mundo moderno, es general para todas las profesiones.

Otra argumentación en contra, se refiere a que la reglamentación de la futura profesión puede perjudicar su flexibilidad. No creemos que el fantasma de una reglamentación profesional deba restringir la evolución de las universidades, impidiendo la creación de nuevos cursos.

En la Universidade de São Paulo estamos intentando formar personal realmente capacitado para actuar en los aspectos científicos de la computación. No es tarea fácil, pero creemos con ello llenar una laguna existente en nuestro país. Pocas universidades están capacitadas para llevar adelante un programa parecido. Para AS no hace falta un cuerpo docente tan avanzado y especializado, por lo que puede dejarse a cargo de otras instituciones. Es un hecho conocido la proliferación de cursos de AS. Esperemos que, por el contrario, solamente se dediquen a la formación de profesionales en CC aquellos que decidan formar una élite de personal capacitado para actuar científicamente en el área de la computación en un alto nivel.

* * *

TEMA II

LA MATEMATICA MODERNA EN LA PRIMERA ENSEÑANZA

EL ENFOQUE MODERNO DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA A NIVEL PRIMARIO

María Margarita O. de Chouhy Aguirre y Elsa De Martino (Argentina)

Hablar de un enfoque moderno en la enseñanza elemental de matemática, replantea los viejos problemas de la enseñanza primaria, que creemos se repiten en mayor o menor grado en todo el mundo.

Durante mucho tiempo se consideró que esa etapa de la enseñanza era la más fácil de impartir. Con el desarrollo de la psicología evolutiva se ha ido descubriendo que enseñar lo primero y más simple es, quizás, lo más difícil desde el punto de vista pedagógico. Un profesor universitario necesita una preparación científica muy seria en cuanto se refiere a los contenidos, pero los educandos no necesitan de él la profunda preparación pedagógica y psicológica que requiere el maestro. Enseñar por primera vez lo fundamental es mucho más difícil que transmitir la teoría científica más intrincada.

Por otra parte, lo que se enseña, por simple que sea, debe ser la piedra fundamental de todo conocimiento futuro. En ese momento están en juego, no solamente las bases del conocimiento, sino las actitudes mentales, los hábitos de razonamiento y toda la afectividad que puede polarizarse en un rechazo o en una afición que serán muy difíciles de modificar en otras etapas de la enseñanza.

El niño de los seis a los nueve años, está ávido de experiencias, desea descubrir y aprender, se interesa por todo, rinde en sus trabajos el máximo de su capacidad. El maestro para él, es un dios, su palabra es sagrada. Esta etapa, óptima para la adquisición de nociones básicas, para internalizar operaciones en forma razonada y comprensiva, para crear hábitos de razonamiento y de trabajo, se dedica a que adquiera mecanismos operatorios que le resultan tan tediosos como incomprensibles.

Este período de la formación del niño, que nos parece tan decisivo, no solamente desde el punto de vista pedagógico, sino también desde el científico, estuvo siempre en manos de personas que habían recibido una preparación, que en nuestro país y en la mayoría de los otros de América, no excedía del nivel secundario.

Por primera vez termina sus estudios, este año, en la Argentina, una promoción de maestros que ha cursado dos años a nivel terciario. No hablaremos, porque no es del tema, de los defectos y carencias que puede tener un plan tan reciente, pero queremos destacar que es el primer paso para lograr, ante todo, docentes que tengan una verdadera vocación para la enseñanza primaria. Por otra parte, estos maestros adquieren una mejor preparación científica y pedagógica que les permitirá iniciar la enseñanza de la matemática y de las otras ciencias, con miras a un nivel superior y sin caer en los errores y vicios que ha padecido hasta ahora.

Su formación a nivel terciario les dará, además, una jerarquía que debe traducirse también en otros aspectos, inclusive el económico, y que esperamos, les permitirá dedicarse al estudio y al constante perfeccionamiento indispensable en toda tarea docente.

Los maestros carecieron siempre de una bibliografía adecuada. Los hombres de ciencia de alto nivel nunca se preocuparon por escribir para el maestro primario. Es raro el caso de una Lucienne Félix o de un Hans Freudenthal. Además sus trabajos son recientes y las traducciones al español escasísimas. Creemos que no hace más de tres años que existe en nuestro país una abundante bibliografía de matemática para el nivel primario, que como toda obra que comienza debe ir superándose año a año.

Durante mucho tiempo los maestros argentinos no tuvieron otro apoyo que alguna revista editada y redactada por maestros y los manuales de enseñanza primaria, verdaderos resúmenes de conocimientos que en la parte dedicada a matemática repetían viejos errores y enfoques arcaicos.

El objetivo fundamental de la materia parecía ser solamente el alcance de una habilidad para el cálculo rápido y mecánico.

El perfeccionamiento y la gran difusión en todos los campos de las máquinas calculadoras y computadoras ha traído un cambio total con respecto a estos objetivos.

A su vez las ideas de la psicología evolutiva, especialmente de la escuela de Piaget, plantean el problema desde un punto de vista totalmente distinto. Las estructuras que estudia la matemática actual, no son ya un mero conocimiento a adquirir en un nivel superior, sino que parecen ser aquellas según las cuales se organiza la inteligencia del niño.

Esta es quizás la verdadera revolución que afecta fundamentalmente la enseñanza de la matemática en la escuela primaria. Un maestro debe conocer perfectamente dichas estructuras, no para transmitirlas como tales, sino para organizar el aprendizaje de acuerdo a ellas, ya que toda didáctica que las ignora contraría la evolución lógica de la inteligencia del niño, con lo que surge la aversión y el rechazo que es tan frecuente observar en nuestros alumnos de todos los niveles.

La matemática se caracteriza por ser una construcción axiomática, eminentemente abstracta y cuyo método específico es el deductivo. Por lo tanto la enseñanza de la matemática, como tal, es totalmente imposible a nivel primario.

El alumno comienza la escuela en la etapa preoperatoria que se extiende de los 2 a los 7 años. Durante ésta se construyen gradualmente las estructuras mentales de clasificación y ordenamiento, las que una vez organizadas permiten al alumno operar sin dificultad y de un modo coherente sobre la realidad que lo circunda. De los 7 a los 11 o 12 años, el niño está en la etapa de las operaciones concretas. Durante ésta, las variadas acciones y transformaciones que el niño efectúa sobre la realidad física se van haciendo cada vez más móviles y generalizables internalizándose gradualmente.

De acuerdo a la etapa de evolución en que se encuentra, el niño debe desarrollar en la escuela una actividad que reproduzca situaciones del juego infantil en lo que éste tiene de vital y de creador, para extraer relaciones. Estas relaciones lo llevarán a crear nuevas relaciones en las que volverá a establecer otras y así sucesivamente.

En vista a todo lo expuesto: ¿en qué consiste un enfoque moderno de la enseñanza de la matemática en la escuela primaria?

Para dar una respuesta que contemple la situación real de la escuela primaria en casi toda América Latina, no podemos olvidar que este ciclo de enseñanza es el único para una gran mayoría de la población.

Por lo tanto no puede descuidarse una enseñanza práctica que atienda a las necesidades inmediatas. El desarrollo del pensamiento lógico, característica fundamental de todo enfoque moderno, no va en contra de esta enseñanza práctica, sino que por el contrario la apoya y la consolida.

La inclusión de algunos temas nuevos como conjuntos y relaciones, para los cuales la vida diaria proporciona múltiples modelos, no puede ser el único fin de la enseñanza. El lenguaje conjuntista es *un medio* que permite aclarar ideas y expresar simbólicamente de una manera accesible a los niños, definiciones y relaciones matemáticas.

El abuso de diagramas de Venn no conduce a nada positivo. Pero si el alumno tiene una clara noción de las ideas fundamentales, puede usarlos para aclarar conceptos, como por ejemplo en las clasificaciones de triángulos y cuadriláteros y aún en otras disciplinas del curriculum.

En un lúcido artículo de Howard Fehr publicado en el N° 6 de Elementos, el autor habla de "sensatez y tontería en los nuevos programas de primaria". Compartimos totalmente lo que allí se expone.

Como dice H. Freudenthal en otro artículo: "el hecho de que se puedan hacer muchas cosas más, no significa que se deban hacer". Algunos niños convenientemente guiados y manipulando materiales didácticos muy elaborados, pueden llegar a tratar temas superiores y a extraer sorprendentes conclusiones. ¿Hasta qué punto se justifica la inclusión de esos temas para todos los niños? En primer término en Latinoamérica cuando pensamos en la enseñanza pública debemos desterrar técnicas que requieran materiales costosos, que por mucho tiempo no estarán al alcance de todos.

Se puede hacer muchísimo con los materiales rudimentarios que ofrecen la naturaleza y la vida cotidiana, siempre que el maestro tenga la preparación necesaria y esté anímicamente dispuesto al *cambio de actitud que es condición fundamental para renovar auténtica y totalmente la enseñanza elemental.*

Se abandonará entonces la mera transmisión de recetas mecánicas y de razonamientos estereotipados y como dice Gattegno: "Enseñar matemática será ayudar a los niños a tomar conciencia de su pensamiento racional, de la libertad de espíritu en la creación de relaciones; y ayudarlos a gustar de tal actitud y a considerar que es una riqueza humana que aumenta el poder del intelecto en el diálogo con el Universo".

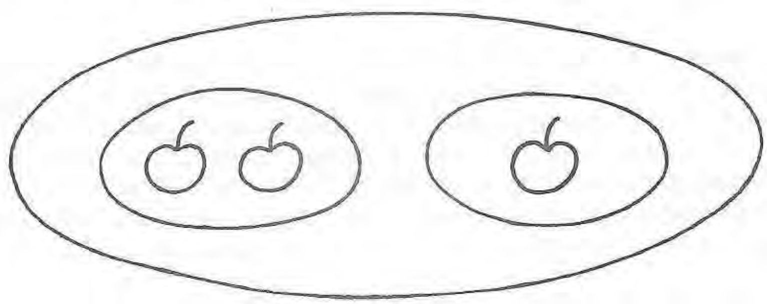
Nuestra experiencia de varios años nos dice que adoptando esta actitud el aprendizaje de la matemática se transforma en una actividad creadora a la que el alumno se dedica con alegría y entusiasmo y cuyos resultados superan con creces a los obtenidos en la escuela tradicional.

Vamos a dar algunos ejemplos de contenidos tradicionales, presentes en todo programa viejo o nuevo, que generalmente ofrecen dificultades a los alumnos y que con un tratamiento diferente llegan a ser adquiridos perfectamente.

Es a veces en lo más simple dónde se cometen los mayores errores. Tradicionalmente *la adición de números naturales*, aún sin tener plena conciencia de ello, se iniciaba buscando el cardinal de la unión de dos conjuntos disjuntos. Desgraciadamente aún en textos actuales, después de indicar el trabajo con material concreto, se traduce la situación en un dibujo que presenta un error de concepto, agregado a una incongruencia didáctica. Es típico encontrarlo en libros y cuadernos de los alumnos:

Para el niño hay allí 6 manzanas y creo que a partir de ese momento comienza su desconfianza y su inseguridad en el quehacer matemático.

No cuesta nada presentar en el diagrama el conjunto unión formado por los mismos elementos de los conjuntos que intervienen en la operación. A nivel de números se indicará la adición, pero el maestro debe saber que está manejando dos operaciones: una la unión de conjuntos disjuntos, que está implícita en el lenguaje que se emplea con el niño y que no se indica simbólicamente; otra a nivel de los números naturales, cardinales de dichos conjuntos y que es la adición:



$$2 + 1 = 3$$

Hemos trabajado sin dificultades con este diagrama. Conviene recordar que lo fundamental es el trabajo constante del niño con material concreto, único adecuado a la etapa del desarrollo psicológico en que se encuentra.

La introducción, desde el principio, de la sustracción y de la división exacta de números naturales como *operaciones inversas* de la adición y de la multiplicación, determina en los niños una comprensión cabal del sentido de dichas operaciones. Los alumnos que en la enseñanza tradicional se habitúan a identificarlas con las operaciones concretas de quitar o repartir tienen una gran dificultad en resolver aquellos problemas de sustracción o división en que dichos sentidos no están explícitos. Por otra parte, es asombroso como los niños llegan a plantear sencillas ecuaciones y a resolverlas correctamente efectuando el pasaje de términos y de factores, cuando han comprendido el concepto de una operación inversa de otra.

En la práctica del *algoritmo de la división*, tan penoso por su situación de tanteo que desorienta mucho a los alumnos, se comete además un error didáctico. Se trabaja con cocientes exactos hasta que se presenta la división de polidígitos. Simultáneamente con esta operación, de por sí dificultosa, se inician las divisiones enteras con resto distinto de 0. Esto contribuye a desmoralizar al alumno. La división entera debe iniciarse tempranamente, desde 2° grado con números dígitos, presentando situaciones muy sencillas y concretas que la motiven. Superada la comprensión de éstas, en tercer o cuarto grado se la presenta con polidígitos. Su carácter de resta repetida no resulta, así, una sorpresa y si se escriben los productos parciales y se indica la resta (que en muchos países como en el nuestro, se omite por razones de rapidez, totalmente innecesaria, para velocidad están las máquinas) desaparecen gran parte de las dificultades inherentes al algoritmo de esta operación.

Otro tema en que las cosas se complican inútilmente es en el de *múltiplos y divisores*, tema en que suelen fracasar la mayoría de los alumnos que ingresan al secundario. Ante todo las ideas fundamentales se iniciaban tarde. Desde el momento en que el niño entiende claramente la multiplicación y sabe que 2.3=6, puede decir que 6 es múltiplo de 2 y 6 es múltiplo de 3. La no simetría y la transitividad de esta relación de orden deben aparecer en las experiencias de los niños y aplicarse en el cálculo.

Aquí los diagramas de Venn son realmente útiles para que los niños formen conjuntos de múltiplos de 2 y 3 números y encuentren las intersecciones. Se comenzará trabajando con conjuntos finitos y en grados superiores con conjuntos infinitos. "Múltiplos comunes" será un nombre que surgirá de los niños en sus experiencias. Más adelante el *múltiplo común menor*, con esta secuencia de las palabras, aparecerá como un concepto perfectamente claro y lógico.

Aquí como en las clasificaciones de triángulos y cuadriláteros y en algunos otros temas, los diagramas de Venn resultan instrumentos esclarecedores y de un valor didáctico incalculable, pero deben ser elaborados por los alumnos después de repetidas búsquedas y ensayos.

Otro concepto de la matemática actual, las *relaciones de equivalencia*, debe aprovecharse para solucionar viejos problemas didácticos.

Los alumnos que después de una rica experiencia con material concreto dominan la equivalencia de fracciones, aprenden fácilmente a nivel del cuarto año escolar la suma de fracciones de distinto denominador. El reemplazo de las fracciones por otras equivalentes de la misma clase surge como un hallazgo de los alumnos. Es conveniente no mecanizar este proceso con el uso de una raya de fracción larga y el único denominador. No es indispensable recurrir a materiales estructurados costosos. Con papel de diario o cartulina y tijeras se pueden obtener resultados tan buenos como con el material más sofisticado.

La equivalencia en superficie y en volumen estudiadas en toda la riqueza de la relación permiten que los alumnos lleguen por sí mismos a las fórmulas fundamentales y de superficie de volumen.

Otro concepto que los alumnos pueden manejar desde los primeros grados es el de *función*. Comenzando como un juego para el que se fija una determinada regla, el niño va internalizando perfectamente la idea. La proporcionalidad directa y la inversa aparecerán más tarde como funciones especiales y el alumno resolverá la regla de tres, pero desde una situación de riqueza y no con una receta prefijada. Los gráficos cartesianos son también muy accesibles a los niños que los pueden realizar desde los primeros grados, adquiriendo así una herramienta de sumo valor en el mundo actual.

Es quizás en *medición* donde la escuela tradicional obtenía los peores resultados. Los maestros no conocen aún la estructura de espacio vectorial, ni lo que significa una operación cerrada y una externa.

El mal manejo de todos estos conceptos ha creado graves problemas. La noción de aproximación en las medidas que los niños entienden muy bien a través de una experiencia adecuada, los llevará sin dificultades a una primera aproximación hacia el número real.

Todo esto asusta aún bastante a los maestros, pero un entrenamiento adecuado los lleva a superar sus desconfianzas y los resultados obtenidos compensan sus esfuerzos. Los alumnos que a lo largo del año escolar adquieren una rica experiencia en mediciones de todo tipo, experiencia que se va enriqueciendo año tras año con otras magnitudes, no tienen las clásicas dificultades con las reducciones que tanto preocupan a los maestros. Deben suprimirse las reducciones absurdas de hectáreas a mm^2, por ejemplo, y dedicar más tiempo a que el alumno sea capaz de elegir la unidad adecuada a cada situación.

Finalmente nos referiremos a la *resolución de problemas* que tantas dificultades presenta a los alumnos de todos los niveles.

La enseñanza de la matemática tiene como uno de sus objetivos fundamentales capacitar al niño para enfocar situaciones problemáticas y resolverlas. La forma con que se inicia esta actividad impide que la actitud del alumno sea positiva. Creemos ante todo que la palabra "problema " debiera evitarse en un principio, ya que por lo menos entre nosotros, está cargada de sentidos negativos. El anuncio de que se va a resolver un problema puede significar para los niños que la calamidad se cierne también sobre sus cabezas.

Usamos con éxito la palabra *situación*. Desde el comienzo hay que presentarlas de modo que interesen al niño y signifiquen un desafío a su espíritu creador. También desde el principio hay que enfocar el planteo como un pasaje del lenguaje común al matemático y procurar que lleguen a expresar en una ecuación sencilla lo que dice el lenguaje verbal. Es fundamental no imponer un camino prefijado ni un cierto número de pasos, respetando el enfoque individual de cada alumno.

Después se procede al revés: se plantea una ecuación matemática y se invita a los alumnos a inventar una situación que se resuelva por medio de dicha ecuación. Este proceso reversible es utilísimo para que el niño adquiera pleno dominio de lo que significa resolver y plantear problemas .

El problema "tipo" seguido de otros que no presentan diferencias más que en las cantidades, debe desterrarse totalmente.

Es importante presentar constantemente situaciones verdaderamente distintas para agilizar el razonamiento.

El uso de fichas permite graduar individualmente la dificultad de las situaciones presentadas. Si los maestros se forman un buen archivo de fichas convenientemente graduadas, pueden individualizar la enseñanza sin mayor esfuerzo, superando así la situación creada por los alumnos más dotados, para los cuales deben tener problemas más difíciles que resulten un desafío a su capacidad superior.

Todo esto presupone un adiestramiento de todos los maestros que es muy difícil de lograr. Hay en el país más o menos 2500 profesores de matemática y 160.000 maestros. Si la actualización de los profesores aún no está concluida, la de los maestros llevará muchísimo más tiempo.

Lo que debe quedar bien claro, es que *ningún maestro puede actualizarse en cursos de dos semanas*, por excelentes que sean. Así solamente se consigue que lleguen a la conclusión de que mucho de lo que hacen no sirve, pero no se les da lo suficiente como para reemplazarlo.

Un curso serio de perfeccionamiento para maestros debe tener como *duración mínima, un año*. Es preferible preparar muy bien a unos pocos docentes que puedan irradiar a otros, que preparar insuficientemente a muchos.

Es imprescindible que se publiquen *guías de apoyo* para los maestros en ejercicio, *controladas por matemáticos de alto nivel*.

Sería interesante publicarlas en forma modesta, al mimeógrafo, al estilo de los SMSG, textos experimentales para ser ensayados por los maestros y *susceptibles de corrección* sobre la marcha de la experiencia.

Es imperativo realizar experiencias serias, evaluadas científicamente y que incluyan el *seguimiento de los alumnos*.

Los maestros que se vean debidamente apoyados por una bibliografía seria, pero a su alcance, y que verifiquen personalmente los resultados positivos de sus esfuerzos, asumirán con alegría y sin temor una nueva actitud.

Es esto condición indispensable para lograr el cambio que nuestros pueblos exigen y que pondrá a nuestra enseñanza a la altura del tiempo histórico que tocará vivir a nuestros niños.

* * *

MINICOMPUTER

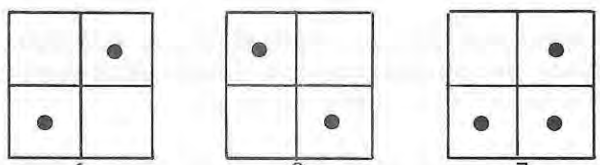
Frédérique Papy (Bélgica)

El método que hemos utilizado para iniciar al niño de 6 años en el cálculo numérico mecánico o mental aprovecha las ventajas decisivas del binario sobre cualquier otro sistema de posición, siempre teniendo en cuenta el contexto decimal en el cual estamos sumergidos. Nos ha sido posible alcanzar este resultado gracias a la MINICOMPUTER de Papy.

Inspirada por ciertos trabajos de Monseigneur Lemaître, este tipo de ábaco bidimensional utiliza armoniosamente el binario en el interior de las placas organizadas decimalmente (L) y (Mi) (estos paréntesis se refieren a la bibliografía al final).

800	400	80	40	8	4
200	100	20	10	2	1

Fig. N° 1



= 697

6 9 7

Los colores recuerdan la escala de rojos de Cuisenaire que facilita el acceso a las cuatro reglas de la máquina

2 de octubre de 1967

FREDERIQUE cuelga en la pizarra una placa del MINICOMPUTER mural

Fig. N° 2

marrón	malva
rojo	blanco

- ¡Oh! ¡estos son nuestros colores! dice Jean-Jacques enseñando una regleta blanca, una roja, una malva y otra de color marrón.

(F) - ¡Tienes razón!

(F) - Vamos a jugar todos juntos, vosotros con vuestras regletas, yo con esta gran placa y estos peones.

FREDERIQUE pone dos peones negros en la caja blanca.

¡Oh! ¡Se sostienen solos! dice un niño maravillado.

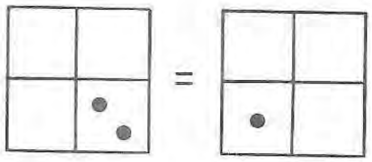
(F) - Empalmad dos vagones blancos.

- ¡Es como uno rojo!

- Un tren blanco - blanco tiene la misma longitud que un vagón rojo.

FREDERIQUE retira los dos peones negros de la caja blanca y pone uno en la caja roja.

Fig. N° 3



(F) - Dos peones sobre la caja blanca igual a un peón sobre la roja.

Los niños adoptan pronto el ingenioso atajo: "un rojo" por "un peón sobre la caja roja".

De donde, el slogan:

"dos blancas igual a un rojo"

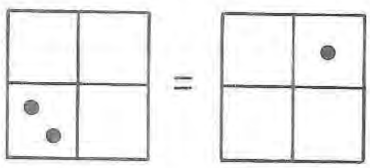
(F) - ¡Prosigamos el juego!

FREDERIQUE pone dos peones negros sobre la caja roja; los niños empalman dos vagones rojos.

- ¡Es como un vagón malva!

FREDERIQUE retira los dos peones de la caja roja y pone uno en la caja malva.

Fig. N° 4



- Dos rojos igual a un malva.

Jean-Jacques, ansioso de manejar los peones imantados, implora:

- ¡Señora! ¿Puedo jugar?

FREDERIQUE accede y Jean-Jacques quita el peón negro de la caja malva y coloca allí dos peones verdes.

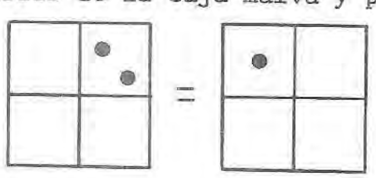
- ¡Oh! ¡Qué bonito!

(F) - Empalmad dos vagones malvas.

- Es como un vagón marrón.

FREDERIQUE quita los peones verdes de la caja malva y pone uno en la caja marrón.

Fig. N° 5



- Dos malvas igual a un marrón.

(La lección continúa...)

5 de octubre de 1967

(F) - ¡Nuevo juego!

FREDERIQUE posa un peón sobre la caja blanca.

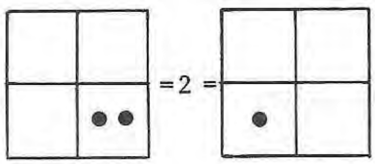
- 1

Posa un segundo peón sobre la caja blanca.

- 2

- ¡Yo puedo jugar de otra manera! dice Carine. Ella quita los dos peones de la caja blanca y pone uno sobre la roja.

Fig. N° 6



(F) - Añadimos 1 al número 2, dejando un nuevo peón sobre la caja blanca.

- Es 3.

- Como en las regletas, rojo-blanco,

- o verde claro.

(F) Añadamos 1 al número 3, prosigue FREDERIQUE posando un nuevo peón en la caja blanca.

- Es 4.

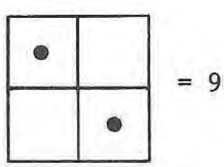
Yo puedo jugar de otra forma, dice Sylvie que retira los dos peones de la caja blanca y coloca uno sobre la roja.

- Hay otra manera, afirma Jean-Philippe reemplazando los dos peones de la caja roja por un peón sobre la malva.

(F) - Continuemos añadiendo 1...

La letanía se prosigue y los números 5,6,7,8,9 aparecen sobre la MINICOMPUTER.

Fig. N° 7



(F) - Añadamos 1 al número nueve.

Un niño pone un peón sobre la caja blanca.

- Es 10.

- Yo juego de otra forma, dice Anita reemplazando los dos peones de la caja blanca por un peón sobre la roja.

- Es el tren rojo-marrón.

- La regleta naranja.

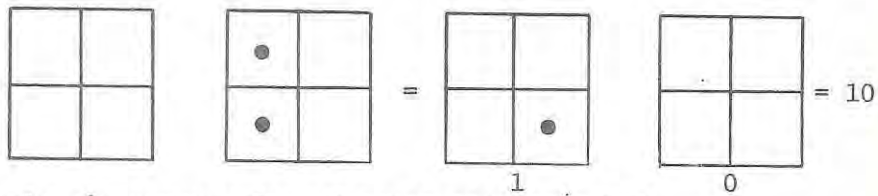
- Es 10.

FREDERIQUE cuelga en la pizarra una segunda placa de la MINICOMPUTER, a la izquierda de la primera.

Reemplaza el peón de la caja roja y el de la caja marrón por un peón sobre la caja blanca de la nueva placa, diciendo simplemente:

(F) - He aquí, también 10.

Fig. N° 8



- ¡Hala! ¡Sobre la segunda placa!, comenta Jean-Jacques nada extrañado.

(La lección continúa...)

Así armados, nuestros alumnos son capaces de representar sobre la MINICOMPUTER el número de elementos de un conjunto de peones colocados en la caja 1. La aplicación regresiva de las cuatro reglas fundamentales permite conservar el contacto concreto con un número escrito o representado sobre la máquina.

13 de octubre de 1967

Dos pequeñas placas de MINICOMPUTER y una caja de peones sobre el pupitre de cada niño.

(F) -¿Cuántos peones hay en vuestra caja?

- 29......32......26......35......

¡Las cajas de los niños han sido llenadas desigualmente!

(F) - Colocad la caja de peones sobre la caja blanca de la primera placa.
Jugad... después escribid el resultado.

Primer largo trabajo individual sobre MINICOMPUTER: concentración, gestos precisos y rápidos; ciertos niños llegan al final sin error.

Torpezas técnicas, peones caídos, falsas maniobras, es preciso ayudar a los otros.

La segunda parte de la lección se juega sobre la MINICOMPUTER mural.

Se parte del número 25 formado sobre la máquina.

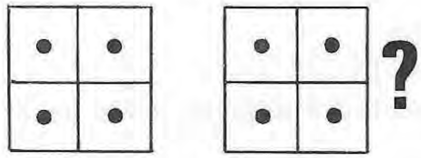
Se conducen todos los peones a la caja blanca de la primera placa y se les cuenta: ¡Confirmación!

Después de 15 días la presión de la clase me obliga a introducir una tercera placa y a aceptar números más grandes que 100.

13 de octubre de 1967

- Si yo pongo un peón sobre cada una de las cajas de la máquina, ¿he marcado el número 100? pregunta Didier, para el cual la MINICOMPUTER es aún una máquina con dos placas.

Fig. N° 9



FREDERIQUE no responde. Ella presiente que el problema se presentará bajo un aspecto nuevo y prefiere dejar que el pensamiento del niño siga su curso espontáneamente.

---

24 de octubre de 1967

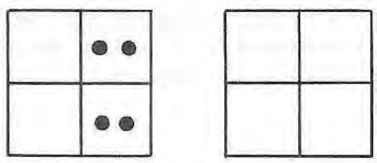
Didier vuelve a la carga

- Quiero marcar 100 en la máquina.

(F) - ¡Muy bien! ... ¡Traza tu plan!

- 100, es dos veces 50, prosigue Didier, que marca

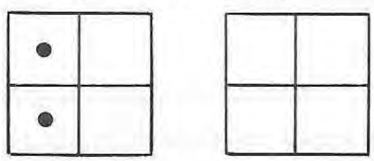
Fig. N° 10



- ¡Yo puedo jugar!

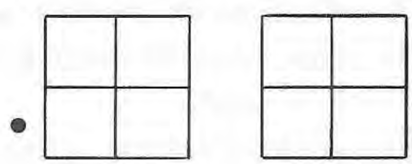
Reemplaza los dos peones de la caja blanca por un peón sobre la roja. Y los dos peones de la caja malva por un peón sobre la marrón.

Fig. N° 11



- ¡Yo quiero seguir jugando! dice él, retirando el peón de la caja roja y el de la caja marrón y colocando un peón a la izquierda de la segunda placa

Fig. N° 12

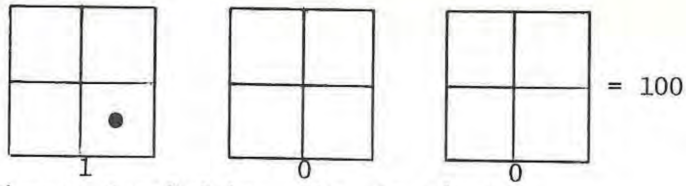


Y Didier reivindica:

¡Señora! ¡Me hace falta una nueva placa!

FREDERIQUE se la da. Triunfante, Didier forma el número 100.

Fig. N° 13



Sobreexcitado, grita números formándolos sobre la máquina.

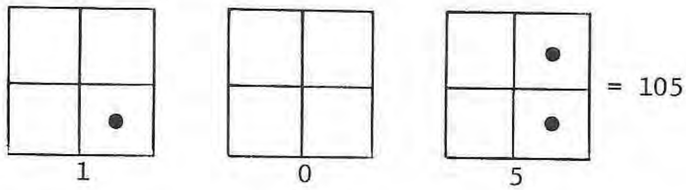
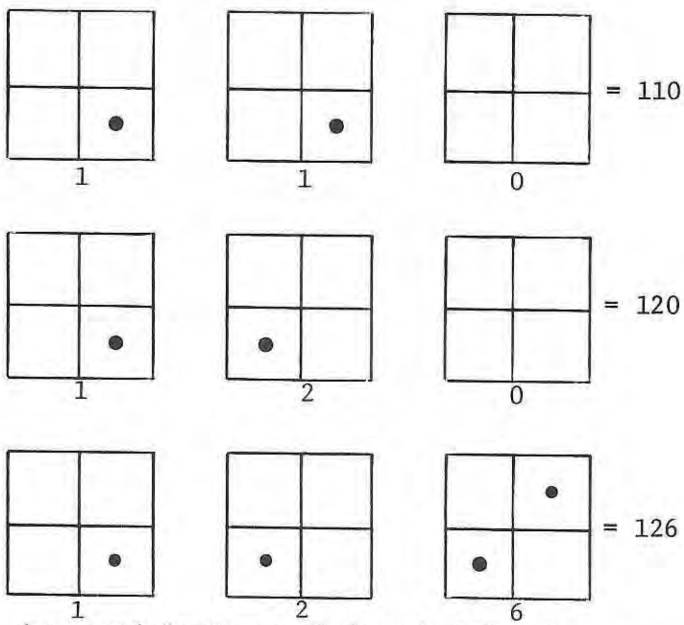


Fig. N° 14



La clase, impresionada, ha participado en el descubrimiento.

La adición de números naturales se efectúa de manera automática "jugando" con la máquina; así como la operación "doblar", una de las nociones primitivas en el niño y fundamental en la MINICOMPUTER.

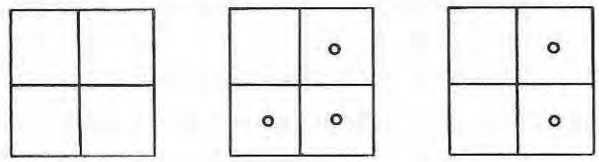
La parte de memoria arbitraria, tan a menudo repulsiva en el aprendizaje del cálculo, es reducida al mínimo. La adición de pequeños números es efectuada según reglas inteligibles: el sistema binario puro, cuando la suma es inferior a 9, y un sistema mixto decimal-binario en los otros casos. Los niños, son así iniciados, desde el principio en un sistema de numeración de posición.

(F) - En un parking, cuento 75 Volkswagen y 49 Mercedes.

¿Cuántos automóviles hay en total?

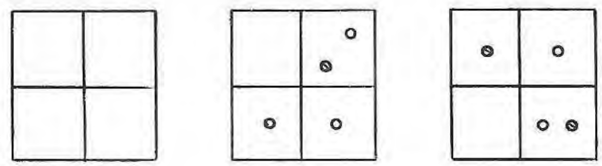
- ¡Marquemos 75 en rojo! (círculos claros)

Fig. N° 15



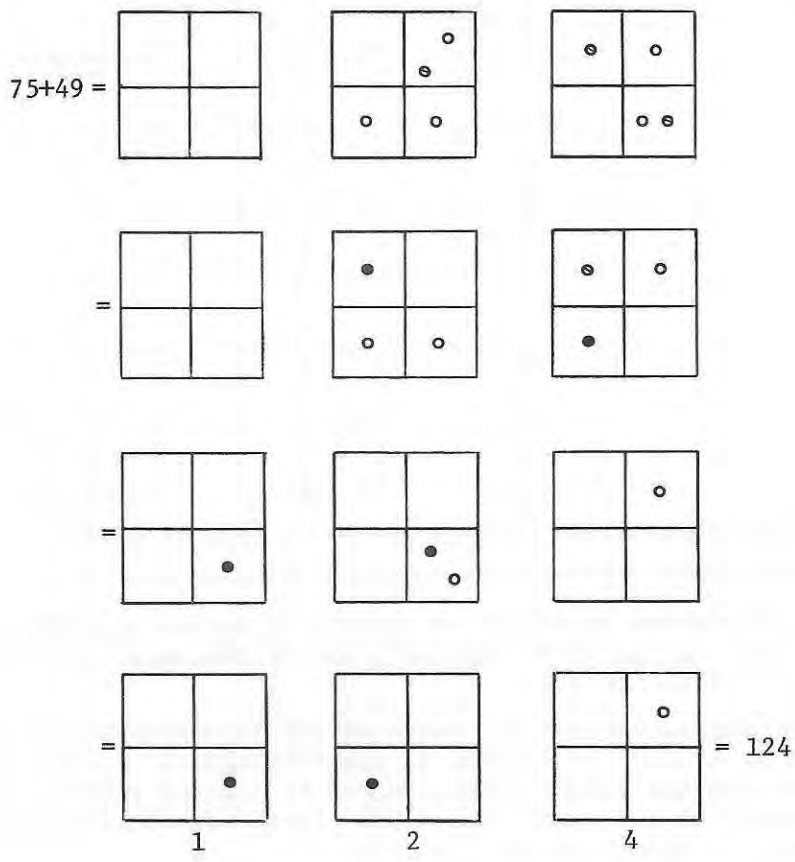
- Y 49 en verde (círculos rayados)

Fig. N° 16



- ¿Puedo jugar, señora?

Fig. N° 17

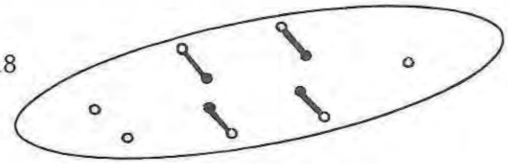


ENTEROS NEGATIVOS

Cada mañana, los niños anotan la temperatura en grados centígrados (Celsius).En Bruselas, al principio del año escolar, únicamente se utilizan los números naturales; los meses de invierno imponen los negativos. En el sexto mes, los enteros negativos se encuentran entre los conocimientos normales de los alumnos, con el estatuto de números auténticos sirviendo para "medir" una "magnitud" bien sensible.

La anotación de los resultados de una serie de partidas de dados, jugadas por dos niños, utiliza números rojos(claros en la figura) y azules (negros en la figura), a los efectos antagonistas, ya que todo punto ganado por uno de los jugadores elimina un punto ganado por el otro. Se deduce una adición de números rojos y azules. Los alumnos llegan al grupo aditivo de los enteros (salvo a las cuestiones relativas a la notación).

Fig. N° 18



7+4=3

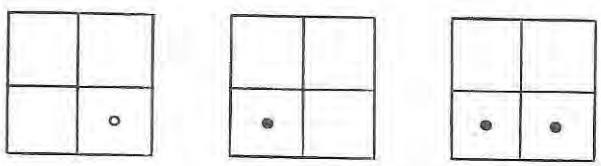
Ulteriormente se simplifica la escritura: todos los números son escritos en negro, los antiguos azules son superrayados con una pequeña barra. Esta vez, tenemos efectivamente el grupo Z, +, salvo una pequeña variante: $\bar{3}$ se pone en lugar de - 3. Se ha reconocido desde hace mucho tiempo las ventajas que presenta para los debutantes la notación $\bar{3}$, corrientemente utilizada en los cálculos logarítmicos de antaño.
Al principio, nosotros anotamos el resultado de cada partida colocando peones, rojos y azules, sobre un platillo. Una batalla de exterminación suministra el tanteo final. Espontáneamente los alumnos transfieren el proceso a la MINICOMPUTER.

(F) - Un cálculo para mayores: 100+23

¡Excitación en todos los bancos!

(F) - ¡A la máquina!

Fig. N° 19



(F) - ¿Vencedor?

- ¡Rojo!

- -¡Soldados rojos! ¡Atacad a los azules!

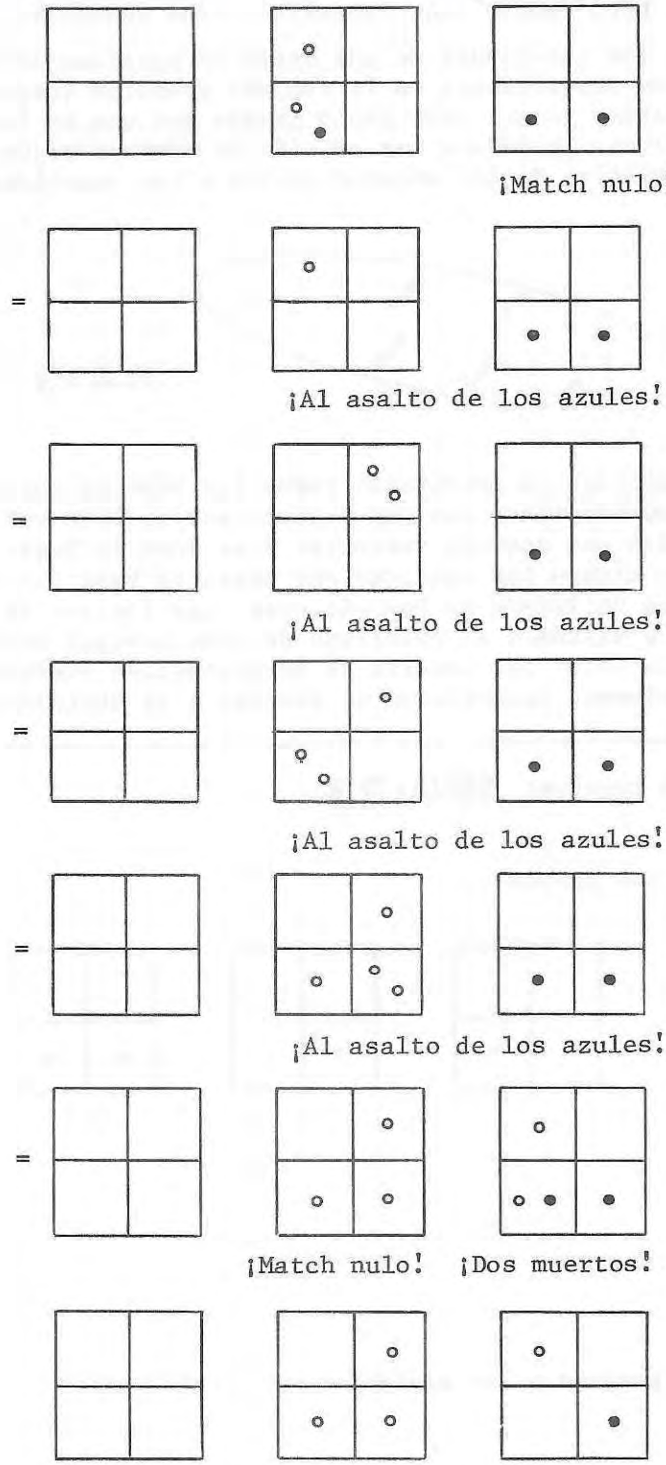

¡Match nulo!
=
¡Al asalto de los azules!
=
¡Al asalto de los azules!
=
¡Al asalto de los azules!
=
¡Al asalto de los azules!
=
¡Match nulo!
¡Dos muertos!

Fig. N° 20

etc...

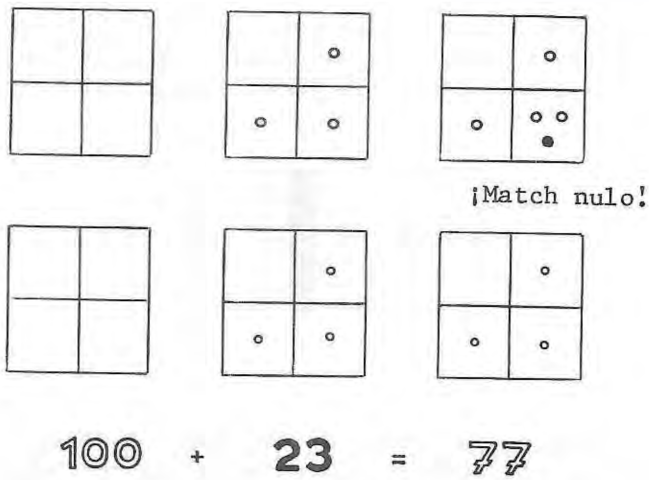


Fig. N° 20
(cont.)

En nuestra enseñanza, la función "mitad" aparece como la recíproca de la función "doble" que es una transformación de Z, es decir una función de Z en Z. Pero existen números que no son el doble de ningún entero. Para éstos no existe ningún entero como mitad. Un bastón de chocolate puede equitativamente romperse en dos. Un billete de 100 francos se cambia por dos billetes de 50 francos. Es verdad que 100 es un número par. Pero 1 franco se cambia también equitativamente por dos monedas de 50 céntimos, que afortunadamente siempre interesan a los niños de 6 años. Les parece desde entonces natural buscar la mitad de 1 sobre la máquina.

Queriendo escribir 100, como doble de 50, es cuando los alumnos me han obligado literalmente a darles la tercera placa. Ahora, ponemos 100 en la máquina y observamos la técnica que permite encontrar su mitad. Lo mismo con el número 10.

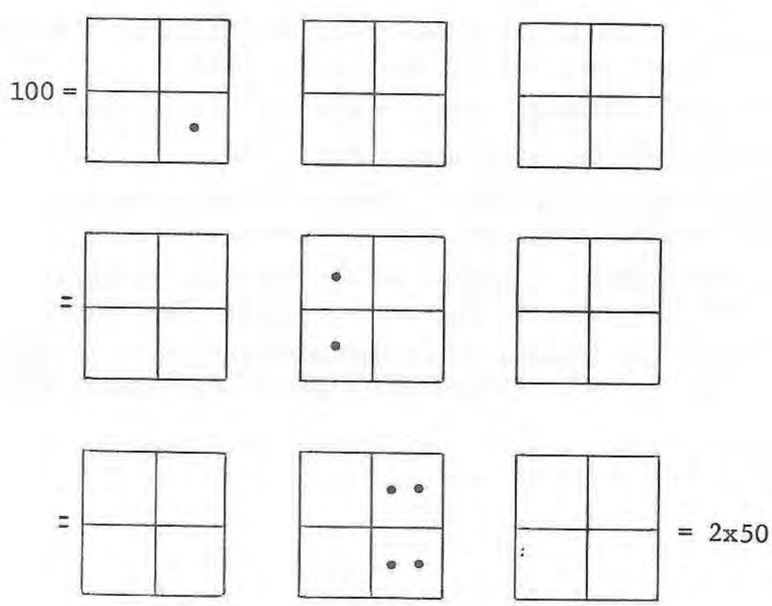
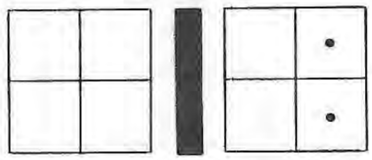


Fig. N° 21

¿Cómo aplicar la misma técnica para calcular la mitad de 1? Los niños piden una nueva placa, a la derecha, y pronto la bautizan "placa de los minúsculos", poniendo una barrera bajo forma de línea verde: la futura coma. Así calculamos la mitad de 1 que escribimos 0,5.

Fig. N° 22



= 0,5

0 , 5

El problema del reparto equitativo de 100 francos entre tres niños introduce una situación prodigiosamente interesante. La primera idea de número decimal ilimitado penetra con esta observación de niño: "Todavía estaremos aquí mañana por la mañana...".

El interés que manifiestan los niños de 6 años por los grandes números impone que se les someta a cálculos no motivados, presentados como retos. Gracias a la MINICOMPUTER, nuestros alumnos adicionan y sustraen números de tres cifras y los multiplican por fracciones simples. Este trabajo es muy formativo porque exige una gran concentración para descubrir cada vez las buenas estrategias. Estos ejercicios contribuyen a crear una armoniosa simbiosis entre el ser humano inteligente y la auténtica máquina que es MINICOMPUTER a los ojos de los alumnos.

BIBLIOGRAFIA

(L) LEMAITRE, G. Comment calculer?, *Bulletin de l'Academie Royal de Belgique Classe des sciences*, Bruxelles, 1954.

LEMAITRE, G. Pourquoi de nouveaux chiffres?, *Revue des Questions Scientifiques*, 20 Juillet 1955.

LEMAITRE, G. Le Calcul élémentaire, *Bulletin de l'Academie Royal de Belgique*. Classe des Sciences, Bruxelles, 1956.

LEMAITRE, G. *Calculons sans fatigue*, E. Nauwelaerts, Louvain, 1954.

(Mi) PAPY, *MINICOMPUTER*, Bruxelles, IVAC, 1968.

(MMi) PAPY, *Mathématique Moderne I*, Bruxelles-Paris-Montreal, Didier, 1963. Traducción inglesa: McMillan, New York, Londres.

(EG) PAPY y FREDERIQUE, *L'enfant et les Graphes*, Bruxelles-Montreal-Paris, Didier, 1969. Traducción inglesa: Algonquin, Montreal.

(EM) FREDERIQUE, *Les Enfants et la Mathématique*, vol. 1, Bruxelles-Paris-Montreal, Didier, 1970. Traducción inglesa: Algonquin, Montreal.

Los extractos de clases de este artículo se han tomado de (EM) y se han podido reproducir gracias a una cortesía del editor.

* * *

LA EDUCACION MATEMATICA A NIVEL INFANTIL

Lore Rasmussen (USA)

Es un gran honor para mí haber sido invitada por el Dr. Marshall Stone y el distinguido Comité Ejecutivo, a participar en la Tercera Conferencia Interamericana ya que por primera vez enfoca la Educación Matemática a nivel infantil.

Estoy muy contenta de concurrir aquí como una experimentada maestra de niños y maestros. Desde la perspectiva del aula he tratado de remodelar el aprendizaje de la matemática para convertirlo en una experiencia más estimulante, más significativa y más atractiva en la vida de un niño.

Mi exposición estará dividida en tres partes. La primera parte describirá algunas de las experiencias y conocimientos que he adquirido en el aula. La segunda parte se ocupará de dos grandes reformas matemáticas ocurridas en los Estados Unidos. La tercera parte ofrecerá algunos puntos de partida posibles para desarrollar el concepto de "escuela primaria" adaptándolo a recursos y necesidades locales. En estas secciones la calidad de la educación matemática es tratada en un contexto más amplio.

Parte 1 - Recuerdos del aula

Hace quince años yo estaba, al igual que la mayoría de los maestros de escuela primaria, totalmente desconectada de los matemáticos profesionales y desconocía la bibliografía referida al tema. No sabía que la pedagogía y el contenido de la educación matemática para los niños estaban siendo seriamente cuestionados por algunos de los matemáticos de mayor renombre. Mi presencia aquí, hoy, tiene su origen en el accidente histórico de que mi insatisfacción respecto a como estaba enseñando matemática a los niños coincidiera con el momento en que los expertos en la materia sintiesen la misma insatisfacción.

Experimenté traumáticamente en mi propia aula los efectos del aburrimiento de los niños, de su pasividad, de su falta de entusiasmo mientras luchaban con la ayuda de los libros de texto y de deberes existentes hasta ese momento para cumplir con el aprendizaje de los conocimientos matemáticos uniformes y fijos del programa establecido. Niños que, sin esfuerzo pasaban trozos musicales de una clave a otra, que utilizaban intuitivamente la perspectiva en sus dibujos, que escribían o improvisaban obras magníficamente estructuradas, que inventaban sus propias gramáticas y diccionarios y que clasificaban sistemáticamente todo lo que juntaban - *estos mismos niños* se convertían en robots cuando se trataba de calcular, encontrando rara vez una salida para su imaginación o su sentido estético.

Cambiar esta actitud y espíritu de los niños se convirtió en mi desafío. Tuve éxito en proporción directa con mi sensibilidad y habilidad en permitir a los niños la elección de la propia secuencia de su aprendizaje.

Nunca olvidaré el día en que Bill, de 8 años de edad (que no podía sumar números de un dígito sin equivocarse, aún cuando era capaz de leer a Shakespeare) y Terry, de 7 años de edad (que podía sumar con la velocidad de un rayo) colaboraron en la preparación de un libro de "Trucos para hacer más fácil la Aritmética". Al escribirlo, ellos descubrieron por sí mismos cómo se comportaban los números impares y pares en las operaciones de suma y de multiplicación. Llegaron a la conclusión de que (1) "el cero debe ser par porque actúa siempre como un número par", y (2) "si uno no está seguro de cuál es el producto de dos números, se puede arriesgar con un número par, pues hay más productos pares de dos números enteros que productos impares en las tablas de multiplicación". Ellos tenían páginas y páginas de ejemplos para demostrar estas afirmaciones, y las resumieron mediante una estrategia general. La habilidad en el cálculo de Bill mejoró pero lo que aún es más importante, comenzó a buscar más reglas para reducir el esfuerzo penoso del trabajo puramente memorístico. (Esto sucedió en 1956 cuando en la mayoría de los libros de ejercicios para escuela primaria y en los manuales de los maestros, el cero no se consideraba un número sino un "lugar vacío" en el sistema de numeración decimal).

El "Libro de Trucos", se amplió mediante el aporte de otros niños que escribieron "Cómo crecen los números", contando, duplicando, triplicando o elevando al cuadrado los números naturales. En poco tiempo las paredes de la clase se cubrieron con las secuencias numéricas escritas por los niños. El cielo raso fue decorado con esquemas hechos con piolines que permitían visualizar la proporción del crecimiento sucesivo mediante poligonales. Las mesas quedaron cubiertas de pequeños objetos (arroz, porotos) pegados formando esquemas en series.

Por un momento se olvidaron de donde estaba la próxima lección en el texto. Se inventaron nuevas progresiones y esquemas y lo hicieron muchos niños que demostraron en más de una oportunidad poseer una capacidad mayor que la exigida por el programa escolar.

Yo también me dejé invadir por el fervor de los niños. Yo también me iba a casa ideando ingenuamente cosas nuevas. Busqué libros escritos por educadores matemáticos. Encontré muy poco que pudiera inspirarme. No contenían humor, espíritu de juego, ni la esperanza de encontrar un orden en el universo.

Mi primer aprendizaje útil provino de estos tres libros: "Número; el Idioma de la Ciencia" de Dantzig, "Placer del Matemático" de W.W. Sawyer y "Matemática e Imaginación" de Newman. En el aula, los bloques de aritmética estructural de Catherine Stern (*) y las varillas de Cuisenaire se convirtieron en nuestros primeros excelentes materiales didácticos. Nos permitieron fabricar modelos para nuestras investigaciones y a su vez estos modelos nos sugirieron otros esquemas matemáticos.

El lanzamiento del Sputnik por los rusos hizo que la matemática y la enseñanza de las ciencias se convirtieran en una prioridad nacional de primer orden. Mediante la prensa me puse en contacto con los trabajos de pionero realizados por M. Beberman y Page (**) en la reforma de la matemática a nivel de escuela secundaria. Los consideré entonces y los sigo considerando ahora, como profesores pioneros sobresalientes en el campo de la matemática, en los Estados Unidos. Bajo su tutela aprendí a adaptar el uso

---

(*) C. Stern es la autora del libro "Los niños descubren la aritmética", 1949.

(**) El Dr. Max Beberman, fallecido, fue el fundador del Proyecto IUCSM de la Universidad de Illinois.
El Profesor David Page, su primer colaborador se convirtió en fundador del University of Illinois Arithmetic Project.

de la recta numérica, las coordenadas cartesianas y las ecuaciones(un álgebra simple), para niños de corta edad. Las experiencias con funciones, en forma de juegos sobre la recta numérica y el plano numérico brindaron una práctica aritmética llena de significado para el niño. Nunca olvidaré la impresión que me causó el Profesor Franz Hohn de la Universidad de Illinois cuando tradujo mi simple descripción de un juego sobre el plano numérico, hecho en la clase, utilizando el complejo lenguaje de "Un estudio de las propiedades geométricas de transformaciones afines en el plano euclídeo". ¡Por suerte la terminología se utilizó después de la exitosa experiencia!

Junto con mi nueva toma de conciencia del lenguaje matemático, sobrevino una evaluación totalmente distinta de muchas de las actividades realizadas en el aula.

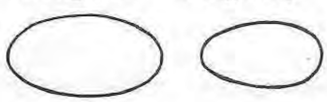
La construcción mediante los bloques, que hasta entonces había sido considerada tan solo como un juego, tomó un nuevo significado cuando la forma y el tamaño de los bloques, sus caras, aristas y vértices fueron repentinamente tomados en cuenta, comparados y registrados. El trabajo con bloques se amplió con cajas, tubos y conos. Se abrieron y transformaron en modelos planos, su desarrollo fue analizado y se reconstruyeron. Eventualmente se los llenó con arena para poder medir su volumen.

El recorte y plegado de papel, el dibujo de diseños y las impresiones habían sido siempre consideradas como simples actividades prácticas. Pero ahora los niños comenzaron a hablar de los dobleces rectilíneos, los ángulos, las partes fraccionarias, las simetrías obtenidas y las traslaciones utilizadas.

Aprender a decir la hora y registrarla, llevó a una rica exploración de círculos, aritmética modular, simetría central, ángulos y sus medidas.

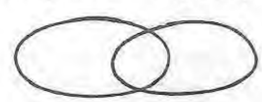
Los diagramas de Venn presentados en juegos, en los cuales los niños eran los elementos de los conjuntos, se convirtieron en vehículos naturales para descubrir las relaciones existentes entre las cosas. Con los niños más pequeños estas relaciones eran tratadas mediante un lenguaje simple, natural y lógico. Solamente tres palabras básicas referidas a las relaciones eran necesarias (todos-alguno-ninguno) para poder describir las siguientes relaciones entre dos conjuntos:

(ninguno - ninguno)



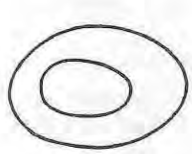
ningún árbol es un pájaro
ningún pájaro es un árbol

(alguno - alguno)



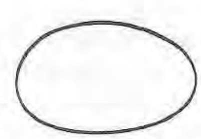
algunas cosas rojas son zapatos
algunos zapatos son cosas rojas

(alguno-todos)



algunas mujeres son madres
todas las madres son mujeres

(todos-todos)



todos los animales con plumas son aves
todas las aves son animales con plumas

Con niños de más edad se introdujo un lenguaje conjuntista más formal y la notación de operaciones entre conjuntos en la medida en que resultó oportuno, generalmente para describir las relaciones en un modelo físico en una situación particular.

En nuestras clases no se descuidó el dominio de los algoritmos de cálculo pero rara vez se convirtió en tema principal de nuestras lecciones. En cambio se insistía en el análisis de los problemas, buscando distintas y mejores formas de llegar a su solución, resolviendo problemas con la destreza con que contábamos, y finalmente, comparando la eficacia de los métodos "caseros" para calcular, con los algoritmos sintetizadores de uso corriente en aritmética. Los ejemplos que me vienen a la memoria son el caso de Jorge (7 años) que demostraba una alegría silenciosa cuando podía aplicar las imágenes mentales de sus muchos "viajes" en una línea de números enteros para resolver con rapidez un problema de substracción de 3 dígitos como sigue:

$832 - 378 = 500 + (-40) + (-6) = 454$

O el caso de Steve (6 años) que anunció orgulloso acabar de descubrir que el doble del doble del doble de cualquier número es 8 veces el número.

¿Cómo lo hicimos? Primero introduje un sistema de numeración no decimal mediante la observación de la serie de envases en los que se vende la leche en los Estados Unidos, cuyos volúmenes se van duplicando. Obtuvimos un modelo para la aritmética binaria, mediante juegos en los que sólo se podía comprar un número dado de tazas de leche usando el menor número posible de recipientes. Nueve tazas se anotaban así:

1/2 gal.	qt	pt	1/2pt
1	0	0	1

Si se beben 2 tazas, la regla de la menor cantidad de envases cambia el registro a

qt	pt	1/2pt
1	1	1

y el numeral binario para siete.

Los bloques de Aritmética Multibase de Dienes (Dienes Multibase Arithmetic Blocks) se convirtieron en ayuda valiosa para aprender a identificar por medio de la experimentación con diversas bases, los principios de un sistema posicional de numeración: el limitado número de símbolos necesarios, el papel de la base, el de la ubicación y la noción del orden de magnitud.

No sólo se permitió jugar en clase al dominó, al ajedrez, las damas y otros juegos, sino que se estimuló su práctica. Inventamos y aprendimos muchos códigos secretos. Juntamos y clasificamos de acuerdo con sus atributos los materiales que teníamos a nuestro alcance. Pesábamos y medíamos con unidades de nuestra propia invención y luego comparábamos los resultados. Pudimos comprobar los beneficios de las unidades convencionales. Hicimos gráficos de líneas y de barras. La geometría proyectiva fue sugerida a partir de la observación de sombras y uniendo con piolines puntos del contorno de las sombras con el respectivo punto que lo originó en el objeto.

Los números primos (definidos como aquellos números especiales que no pueden formar un conjunto rectangular salvo que tenga una unidad de longitud uno de los lados) les pareció fascinante a los niños, aún a los de siete años. El factoreo y el factoreo de números primos eran investigaciones personales muy aceptadas.

Dejándonos llevar por el interés de los niños, caíamos invariablemente en un estudio serio, aunque primitivo, de una rama interesante de la matemática. A menudo se daba el caso de que desde diferentes puntos de partida los niños llegaban a la observación de las mismas estructuras. Un buen ejemplo de esto es nuestro descubrimiento, a lo largo del año, del triángulo de Pascal en la tabla de los números, en el cálculo de probabilidades de "cara o cruz" al tirar una moneda y nuevamente en la cantidad de caminos mínimos posibles entre puntos, cuya distancia es creciente, en una red rectangular.

Es imposible detenernos a considerar siquiera una pequeña parte de la dieta matemática que consumimos. Siempre la tarea principal fue organizar la secuencia de contenidos de acuerdo con el interés natural y la disposición de los niños. A continuación daré algunas ideas acerca de la ubicación de algunos contenidos por la edad y la selección de éstos, de acuerdo con mi experiencia.

1. Aparear y contar

El niño en edad escolar ya ha acumulado un repertorio de experiencias en contar objetos, mucho mayor del que generalmente creemos. Hemos dejado muchas veces que su dificultad en recordar las palabras convencionales y los símbolos en su orden correcto, ocultara la facilidad con que domina la noción matemática de contar. No se deben demorar las operaciones con conjuntos en situaciones concretas hasta que las secuencias de palabras y símbolos de la operación de contar se hayan convertido en algo totalmente automático.

2. Invención de notaciones

Ya que la temprana adquisición de la comprensión matemática depende de las experiencias concretas con nociones matemáticas, la imposición de una numeración escrita convencional en una etapa demasiado prematura, puede llevar a la confusión y al alejamiento de la materia. La propia necesidad del niño de comunicar y registrar sus actividades físicas lo llevan a la espontánea invención de símbolos. Muy a menudo una notación con flechas (como las usadas por los Papy) proviene naturalmente de los niños. Mis propios alumnos reinventaron los paréntesis cuando advirtieron las ambiguedades de la expresión escrita 4 x 2 + 7 indicando mediante lazos si ello significaba

4 x 2 + 7 ó 4 x 2 + 7

Estos lazos corresponden a las pausas en su lenguaje oral.

3. Relaciones

Muchos tipos de relaciones tales como *mayor que, menor que, más cerca que, un vecino de, una hermana de, lo mismo que*, deberían ser exploradas antes de que nos centremos con demasiada rigidez en una sola relación especial y difícil como es la de igualdad. Los niños tienen más experiencias con desigualdades que con igualdades. Se requiere menos habilidad y destreza en el cálculo para establecer asersiones que se expresen por una desigualdad, que para obtener las que se expresan por una igualdad y si se los deja en libertad para recorrer todo el territorio de las relaciones, los niños desarrollan sus propias apreciaciones sobre una ecuación. Virtualmente devoran los símbolos escritos muy expresivos como: $>$, $<$, $\not>$, $\not<$, $=$, $\neq$, $\approx$, mientras registran por su cuenta su propio ordenamiento de los números. Mientras un niño puede contestar a la pregunta: Escriba algo acerca del número 15 "escribiendo" 15 = 8 + 7, otro niño puede contestar con la misma seguridad "$15 < 16$" ó "$15 \neq 105$". Las tres contestaciones fueron aceptadas.

4. Operaciones con enteros

La suma y la resta de números enteros surge natural y rápidamente a partir de un juego de saltos sobre la recta numérica cuando "Casa", "Principio", o "Cero" no siempre son presentados como el origen de una semirrecta sino colocados arbitrariamente por los niños en cualquier lugar de la recta. En el juego de saltos ellos cruzan este punto en las dos direcciones y desarrollan intuitivamente mediante el movimiento, la noción de números orientados y de valor absoluto. Al principio adoptan su propia terminología y registro para los números positivos y negativos, pero muy fácilmente los convierten a los términos convencionales.

5. Introducción de la multiplicación

Los esquemas de multiplicación observados en sumas repetidas ejercen una fascinación especial en los niños pequeños. Son rítmicos y producen un dibujo agradable cuando se dibujan sobre un cuadro de 10 x 10, o si se obtienen por saltos sobre la recta numérica. Los cuadrados perfectos son inmediatamente sus favoritos y se memorizan con rapidez.

Me pregunto porqué se demora tanto en la mayoría de los textos la presentación de la multiplicación.

6. Notación fraccionaria para la división

Las experiencias con las regletas Cuisenaire, plegados de papel y la actividad natural de compartir las cosas en clase, desarrollan el lenguaje de las fracciones, en una etapa anterior a otras formas de división.
1/3 de 9 significa encontrar *uno de tres grupos* iguales que fueron necesarios para hacer nueve. No hay ninguna dificultad extra en encontrar 2/3 de 9 o *dos de esos tres grupos*.

7. Técnicas de cálculo previas a los algoritmos

Si en la clase, el énfasis se da principalmente al proceso de hacer matemática en vez de memorizar algoritmos tradicionales, los niños desarrollan técnicas de cálculo muy ingeniosas y que ellos adaptan a los problemas cada vez más complejos. Un grupo de alumnos de mi clase inventó una adaptación de sus técnicas de multiplicación con la regleta Cuisenaire a una versión de papel y lápiz. Los factores fueron representados, en un código, como el largo y el ancho de un rectángulo. El producto fue representado como el área. Un sistema de rayas largas, rayas cortas y puntos fueron utilizados para representar 10, 5 y 1 respectivamente. De esta manera 27 x 16 fue dibujado como se puede observar en el diagrama A y el producto encontrado como en el diagrama B.

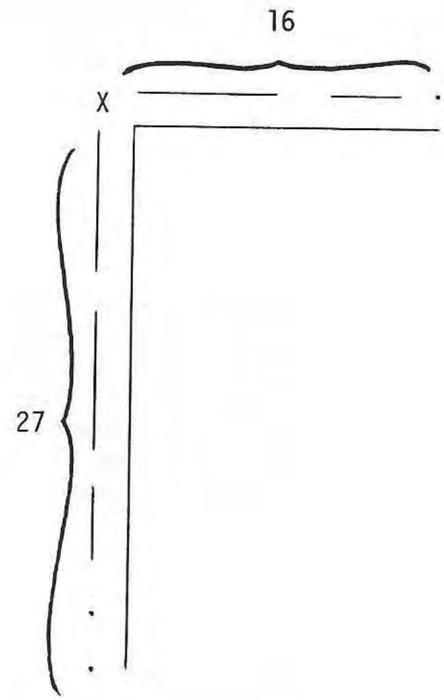


DIAGRAMA A

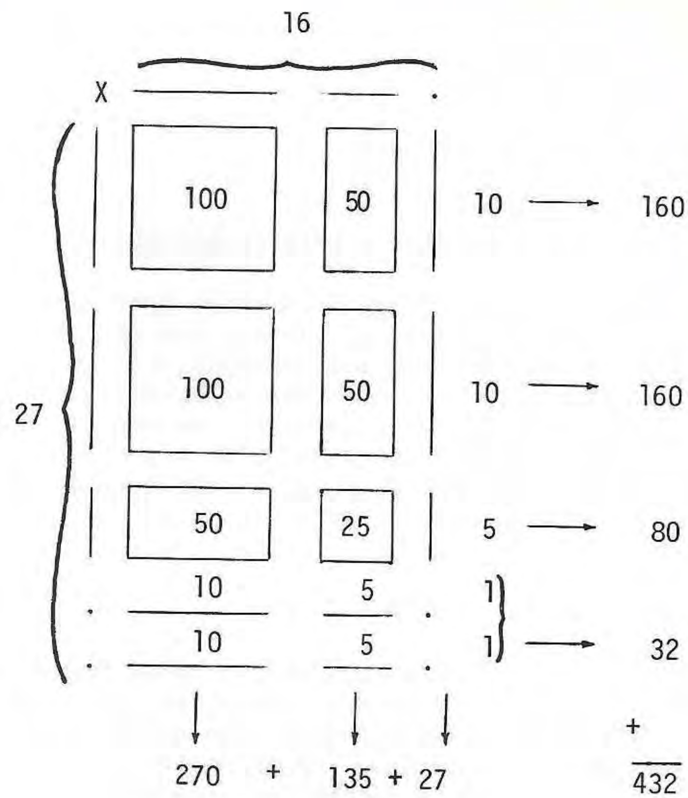
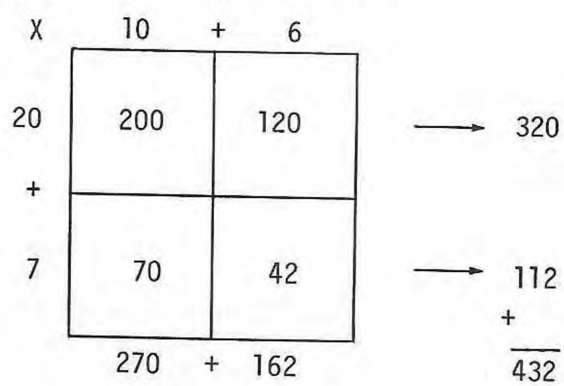


DIAGRAMA B

Más adelante redujeron los diagramas a esto:



27 X 16 = 432

Algunos niños fueron un paso más adelante y aplicaron este excelente recurso a la multiplicación de números mixtos en un cuadro de 2 x 2 llevando a cabo la multiplicación en cruz como en los casos anteriores. Ellos "creían" obviamente en las leyes de conmutación, distribución y asociación, pues las usaron aún cuando no habían oído hablar de ellas como tales.

8. Materiales concretos - muletas o elementos de ayuda

Rara vez he visto que los niños continúen empleando los materiales concretos,los diagramas o las tablas de calcular hechos por ellos mismos, después de poder pensar los problemas y resolverlos mediante acciones mentales internalizadas. Puede que recurran a ellos para controlar sus soluciones o para explicar sus pensamientos a otras personas. En estos casos su comportamiento es similar al del matemático profesional que utiliza la regla de cálculo, la máquina de sumar, las tablas de logaritmos y de raíces cuadradas. Solamente el profesor torpe obligará al niño a realizar operaciones mentales demasiado temprano o demasiado tarde.

9. Geometría -¿en qué orden?

El interés natural del niño de edad pre-escolar en hacer construcciones mediante bloques y otros objetos que tiene a su alcance, sugiere que la geometría comienza con la exploración de los sólidos. Gran parte de su construcción es simétrica -atestiguando una toma de conciencia intuitiva de forma y tamaño, de comparación y contraste. Manejando los objetos a ciegas, va tomando gradualmente conciencia de las características especiales de sus partes. La meta final es un examen de planos, líneas y puntos. Para el estudio de polígonos son útiles tanto las bandas elásticas (gomitas) sobre geoplanos, como las construcciones con alambre y pajitas.

10. La matemática impregna todas las áreas del curriculum escolar

El estudio del arte y de la naturaleza, de la geografía, la lectura, y el trabajo en madera, tiene que estar constantemente integrado con el programa de matemática de la escuela primaria. Para los matemáticos y los niños pequeños, ellos están naturalmente relacionados. El curriculum escolar y su organización de horarios los ha separado artificial y destructivamente.

11. Descubrimiento de la periodicidad de los decimales

Los niños mayores (10 - 12 años de edad) se interesan por la conversión de las fracciones ordinarias a fracciones decimales y la distinción entre los decimales finitos y los decimales periódicos. Esto nuevamente despierta interés en el cálculo, maneja conceptos de números primos o primos relativos, lleva a un estudio de las reglas de divisibilidad de los números. $1/2 = 0{,}5$; $1/8 = 0{,}125$; $1/7 = 0{,}\overline{142857}$; $2/7 = 0{,}\overline{285714}$, por ejemplo, revelan interesantes contrastes. Decimales periódicos con largos ciclos a veces llevan, al estudio de los números irracionales.

Parte 2 - Reflexiones sobre reformas en la enseñanza de la matemática en los Estados Unidos

La reforma de la enseñanza de la matemática en los Estados Unidos en las décadas del 50 y del 60 fue sobre todo una reforma de contenidos. Este movimiento post-Sputnik fue dirigido por eminentes matemáticos e implementado por maestros sobresalientes. Sin esta prestigiosa asociación, los rudimentos de temas tales como: la teoría de los números, la geometría, el álgebra, la topología, la lógica y las funciones, no hubieran podido abrirse camino tan rápidamente en el programa de las escuelas primarias. Todos los libros de textos actuales reflejan este cambio de contenido. Esta expansión de las investigaciones matemáticas ciertamente representa un adelanto sobre el pasado. Sin embargo, esta reforma se queda corta en su máximo potencial debido a que no asume una pedagogía centralizada en el aprendizaje, fundamental para su éxito.

Originado por un análisis profesional de la matemática elemental desde un punto de vista avanzado, lo mejor de la reforma se concentra en clarificar la presentación de un tema, programado con la idea de que los niños lo vivieran como un descubrimiento y sustituyendo el lenguaje de los viejos libros de texto elementales por un lenguaje matemático más moderno y puro. Los innovadores, muchas veces alentados por sus propios logros, creyeron que estos nuevos programas serían adaptados universalmente para todos los niños.

En la práctica la reforma se quedó corta en muchas de sus metas. La preocupación por el lenguaje preciso tal como las distinciones entre número y numeral y equivalente e igual, fueron impuestos artificialmente. La insistencia en implantar el lenguaje de conjuntos, en el abuso de ciertas notaciones, la mención de leyes conmutativas, asociativas y distributivas, muchas veces entorpecieron la confianza intuitiva para las matemáticas tanto en los maestros como en los alumnos.

La lección del libro de texto de matemática, aún cuando estaba ilustrada con material estructural concreto, estaba muy lejos del mundo del niño. Pocos autores se arriesgaron con preguntas abiertas. No confiaron ni en el maestro ni en el niño para que proyectara sus propias experiencias en base a unas pocas instrucciones bien planteadas. Muchos maestros primarios que anteriormente habían utilizado los objetos de uso diario y el juego de los niños para la enseñanza del cálculo, dejaron estas actividades por temor a distorsionar las "nuevas matemáticas". De ahí que la enseñanza de las matemáticas se ciñera más que antes a horarios y recursos especiales.

Estamos en los principios de una segunda revolución en la enseñanza de las matemáticas, que implica una aproximación basada en la experiencia. Combina la herencia pedagógica de Froebel, Montesorry y Dewey con las teorías de aprendizaje de Piaget y Bruner y adquirió prestigio con los logros obtenidos en su aplicación en las escuelas primarias inglesas.

Este cambio supone que el niño aprende mejor a través de todos sus sentidos y a través de sus propias experiencias. Por lo tanto, el maestro se transforma principalmente en el creador del medio y en un guía, consultor y evaluador del aprendizaje del niño; y ya no es más la fuente principal de todo conocimiento. Los chicos se sienten alentados para trabajar juntos en pequeños grupos, interactuando activamente, realizando experiencias muchas veces elegidas por ellos mismos. Cada aula se transforma en un laboratorio con materiales, herramientas, materiales concretos estructurados, una variedad de textos de matemáticas, archivos con guías de trabajo o problemas organizados por temas. Los niños se encuentran simultáneamente ocupados en una variada gama de actividades que abarcan varios temas, explorándolos de acuerdo con sus posibilidades individuales. Las actividades podrían ocupar todo un día de clase. Otras áreas de conocimiento, ciencias, arte, geografía y el estudio del idioma nativo, están interrelacionadas con el aprendizaje de las matemáticas y muchas veces se superponen.

La práctica de las habilidades se ofrece sistemáticamente cuando es necesario, pero la mayoría de las veces individualmente o en pequeños grupos. Los niños enseñan a sus compañeros y las habilidades se desarrollan si es posible a través de juegos.

Los exámenes y los tests se utilizan principalmente con propósitos de diagnóstico y no para detectar las fallas de un niño. Unicamente los maestros fallan.

Donde se ha realizado este cambio pedagógico el resultado ha sido que las matemáticas se han transformado en la actividad favorita de la escuela primaria, y los maestros han sido captados por el mismo espíritu aventurero de los niños. Se reúnen voluntariamente en sesiones de taller donde se enseñan unos a otros e intercambian anécdotas y ejemplos recogidos en el aula y en el trabajo de sus niños. Nuevamente están siendo involucrados los mejores matemáticos profesionales pero esta vez más como aprendices de las formas del pensamiento del niño, que como personas de consulta en su especialidad.

Yo hubiera deseado que en los Estados Unidos la Revolución en el contenido y en el proceso hubiera ocurrido simultáneamente ya que uno necesita del otro. Mientras que el primero dependía demasiado de la lógica matemática, de gráficos de alcance y de secuencia y muy poco de la psicología infantil, al último le vendrían bien algunos lineamientos matemáticos que le permitieran explorar un tema en profundidad y tener un panorama de lo que es un programa bien organizado.

Las editoriales ya compiten en el mercado escolar con los materiales concretos y las secuencias de tarjetas (en lugar de los libros de texto). Una gran cantidad de material atractivo, de alto precio y de calidad despareja, existe ya, lo que es una tentación para el maestro y para el alumno, a quienes se desea satisfacer con presuntos problemas del medio, en lugar de alentarlos a inventar sus propios problemas. La participación local activa en el desarrollo de un curriculum tiende a desaparecer en este frenesí comercial. Los mejores logros en la educación están involucrados en la formulación de tareas de aprendizaje organizadas conjuntamente por maestros y alumnos, ya que en este proceso se enseñan unos a otros y se autocorrigen. Solo el tiempo nos dirá si existe equilibrio entre uno y otro.

Parte 3 - Nuevas alianzas educativas para la escuela primaria

Cada uno de los que nos hallamos reunidos aquí tenemos la fortuna de haber adquirido algún prestigio profesional o de haber ejercido alguna función directiva en nuestro respectivo país. Todos hemos dejado muy atrás nuestra niñez, sin embargo el motivo que nos reúne es la preocupación por el futuro de la educación de los niños de las Américas. Aunque el tema principal de esta conferencia es la educación matemática, debemos coincidir en que sólo puede florecer donde exista un número suficiente de buenas escuelas, maestros bien entrenados y niños bien alimentados y sanos. Ninguno de nuestros países, incluyendo el mío, ha logrado aún esa condición básica. De ahí que la tarea que tenemos por delante es difícil y requiere un ataque simultáneo desde distintos frentes.

Mientras edificamos suficiente número de escuelas, debemos reclutar y preparar a los jóvenes mejor dotados,para que enseñen en ellas. Mientras preparamos los maestros, debemos revitalizar las instituciones para la formación de docentes, debemos hacer a toda la población más conciente de su educación para que de ese modo los gobiernos tanto a nivel nacional como a nivel local, consideren como de más urgente prioridad el problema de la calidad de la educación masiva.

Este trabajo parece abrumador con los medios y poder humano existentes, cuando cada una de esas necesidades se ve por separado y cuando se aplican las antiguas definiciones de maestro, escuela, preparación de docentes y currículum.

Hay un modelo de educación innato en nuestras culturas pero que no es característico de nuestras escuelas. Es el sistema de aprendizaje aplicado tanto al hijo del pescador como al médico interno del hospital. Todos sabemos como se aplica en las artesanías, en las ciencias o en los negocios.

Los cocineros necesitan sus cocinas, los físicos sus laboratorios, los agricultores sus campos, los artesanos sus talleres; cada uno tiene sus respectivas herramientas y sus materiales. Ellos aprenden las técnicas y simultáneamente resuelven los problemas en sus respectivas especialidades guiados por sus maestros. Detrás de cada torta exitosamente horneada, de cada Premio Nobel recibido, de cada semilla germinada,de cada puente sólidamente construido y de cada vaso magníficamente tallado, se esconden incontables esfuerzos que fallaron y energías útiles empleadas durante largos períodos de tiempo en un esfuerzo por lograr mejorar aunque no se alcance la perfección.

Nuestras escuelas se asemejan demasiado al impersonal trabajo en serie de una fábrica y muchos niños fracasan porque lo que se les ofrece no es adecuado para ellos, por ser muy pobre o poco estimulante. Muchas veces la rica cultura de nuestras sociedades se ha mantenido fuera del aula de la escuela primaria.

Para tener éxito en la educación de nuestros niños en el área de la matemática tanto como en otras áreas debemos volver a pensar en los conceptos de maestro, escuela, programa, formación docente, recursos comunitarios y necesidades de los alumnos.

La definición de maestro debe cambiar

Si creemos que el niño aprende mejor haciendo matemática, resolviendo problemas del mundo real, entonces debemos utilizar las destrezas matemáticas que proporciona el mundo de trabajo que rodea cada escuela. El comerciante con sus balanzas, el carpintero con su cinta y su escuadra, la enfermera con su termómetro y con su tabla de tallas y pesos, todos son maestros en potencia de los jóvenes. Ellos deben ser un recurso tanto de los maestros como de los alumnos, para aprender. De la misma manera no debemos subestimar la matemática intuitiva empleada por la madre que cose, cocina o hace las compras en el mercado, o el padre que cultiva la tierra, sale a pescar, trabaja en la fábrica o es zapatero.

Al reconocer primero y al organizar luego estos recursos de la comunidad, comenzamos a tender un puente entre el aprendizaje académico y el mundo cotidiano, a dar un sentido de dignidad tanto al niño como a sus padres, a llevar nuevos conocimientos tanto al aula como al hogar.

Los niños mayores son muchas veces los mejores maestros de los más pequeños. Este intercambio de enseñanzas entre los niños de distintas edades ha tenido mucho éxito en los Estados Unidos, cada vez que ha sido ensayado resultó beneficioso tanto para el niño mayor como para el más pequeño. De esta manera al involucrar a la comunidad y al utilizar a los niños mayores como tutores o asistentes de los menores, la enseñanza individual o en pequeños grupos puede transformarse en una realidad.

El lugar destinado a la enseñanza del niño debe ser reconsiderado

La congestión de un aula típica es asfixiante para el aprendizaje cuando no se alterna con otros lugares de trabajo. Esto es cierto en todas las áreas de aprendizaje pero más aún en la matemática que tiene que ver con el espacio, la forma, el tamaño, el número, la medida, el movimiento y la topología. Los niños que realizan frecuentes viajes a los alrededores vuelven más observadores de su propio medio familiar, recogen datos, observan esquemas, hacen mapas, miden distancias y velocidades, aportan colecciones de objetos naturales o hechos por el hombre. El patio del colegio es a menudo un lugar de instrucción ideal, el piso constituye la más grande de las superficies para hacer gráficos, para medir áreas, para organizar juegos estructurados o para estudiar sombras.

Se debe estudiar qué es lo que se debe aprender y cómo se lo aprende

Si al extender las oportunidades educativas a todos nuestros niños, continuamos usando como medida de lo que deberíamos aprender, un programa uniforme, predeterminado y establecido (aunque no necesariamente adecuado) para una élite económica, fracasaremos. En ese caso necesitaremos continuar aprendiendo mecánicamente, obligados por el temor a un fracaso en el examen y de esta manera condenaremos a la gran mayoría de los niños a transformarse en otra generación de ciudadanos pobremente educados y pobremente empleados.

Los niños cuya autoimagen es ya pobre, para cuyas familias las escuelas son una experiencia extraña, necesitan que se les construya un programa que gire alrededor del ciclo de su propia vida. Respuestas a preguntas tan elementales como: ¿quién soy yo?, ¿de dónde vine?, ¿cómo llegué aquí?, ¿quién está aquí conmigo?, ¿qué podemos hacer juntos? ¿qué nos rodea?; sugieren una forma orgánica de aproximación a la educación adaptable a cualquier lugár. Hay cientos de temas matemáticos implicados en estas simples preguntas.

La primera pregunta, ¿quién soy yo? conduce al niño a recopilar datos personales: edad, altura, peso, impresiones digitales, talle, medidas de fuerza, resistencia o velocidad. También cuántos miembros tiene su familia, cuál es el orden de nacimiento, para dar algunos ejemplos más.

La pregunta"¿qué podemos hacer juntos?" sugiere que los niños juegen usando clasificaciones y agrupamientos. Si agrupamos a los niños en grupos de a dos, de a tres o de a "n", ¿sobrará alguno? Treinta niños, cada uno moviendo sus 10 dedos puede ser un buen modelo para 300 unidades. Treinta niños, cada uno con sus dos manos entrelazadas, transforman las 300 unidades en 30 decenas. ¿Cuántas manos entrelazadas se pueden obtener con 7 + 9 dedos en movimiento.

No sugerimos aquí que se eliminen los libros de texto, sin embargo no se deben considerar como el principal soporte del programa. Las series escritas en regiones donde se aplica el Programa Africano de Ciencia para la Escuela Primaria, y en particular el panfleto "Nosotros, las Actividades y los Experimentos"(*), son algunos de los mejores modelos para el desarrollo de cuadernillos de interés local sobre matemáticas para áreas rurales.

Si aceptamos que los programas para aprendices son eficaces en los oficios, las profesiones, la granja y los negocios, entonces debemos volver a introducir su pedagogía en las escuelas y preparar a los maestros para que puedan apreciar este tipo de aprendizaje que requiere simultáneamente el trabajo de la mente y de las manos.

En las zonas en que existen niños desnutridos, la preparación de alimentos y la alimentación misma deben formar parte del curriculum. Esto proporciona muchos conocimientos matemáticos. No podemos eludir esas responsabilidades. La costura, el bordado, el hilado, además de su valor utilitario y artístico, constituyen experiencias en matemática aplicada.

Nuevos caminos hacen falta para preparar maestros primarios

Para lograr una preparación de maestros que responda a las necesidades de la nueva escuela, es necesario que los centros regionales de formación de maestros cuenten, entre su personal, con pedagogos en combinación con artesanos, artistas, ingenieros y representantes no especializados de la comunidad. El centro debe estar provisto de talleres, cocinas, laboratorios, estudios; cada uno con un especialista para ayudar al maestro residente de manera que éste pueda aprender nuevas habilidades.

Las discusiones y análisis de la aplicación de estos conocimientos para mejorar la vida comunitaria sirven naturalmente en dichos centros. Se pueden ofrecer cursos sobre nuevos métodos de enseñanza y nuevo contenido a grupos de maestros de una misma localidad. Cada uno de ellos establecerá luego su propio minicentro de entrenamiento dentro de su comunidad.

Estos centros podrían aún cruzar los límites nacionales en las regiones menos pobladas - dirigiéndose en particular a las necesidades y recursos de lugares similares por sus características geográficas - altiplano, costa, zonas agrícolas, etc. El personal de distintas instituciones de formación docente también podría servir como personal residente allí, conociendo nuevos colegas de los que tomarían nuevas ideas que ellos luego llevarían a sus propias instituciones.

Se deben construir nuevos "puentes" que vinculen las facultades de nuestras universidades y las escuelas primarias.

Los profesores de matemática, ciencias y demás campos de las universidades deben ser estimulados cada vez más para que se sientan activamente comprometidos en la actividad escolar de los niños más pequeños. En los Estados Unidos, prestigiosos matemáticos tales como los profesores Pedro Hilton, Andrés Gleason, Pablo Rosenbloom y Hassler Whitney de Cornell, Harvard, Columbia y Princeton respectivamente y muchos otros,

(*) Este folleto puede adquirirse a través del Education Development Center, Newton, Massachussets.

han dedicado voluntariamente gran parte de su tiempo para enseñar a los niños de la escuela primaria, y han ofrecido también mucho apoyo y aliento a los profesores por medio de su actuación.

Este vínculo se debe afianzar y en nuestro país son los matemáticos quienes han abierto el camino en este sentido.

Si el maestro y la comunidad no pueden venir al centro, el centro debe ir a la escuela.

Unidades móviles, laboratorios de ciencias y de matemática instalados en ómnibus u otros vehículos rodantes pueden ir a distintos barrios o al patio de la escuela y permanecer allí una semana o más. Durante el horario escolar pueden estar al servicio de los niños; luego estarán disponibles para los maestros y adultos.

Estas serían mini-aulas para mostrar nuevos materiales y al mismo tiempo talleres para construir medios auxiliares con los materiales propios del lugar. *Estudiantes del nivel post-secundario podrían contribuir con un año de servicio en el campo como "cuerpo docente"*. Los jóvenes que van a ser profesionales pueden ser estimulados para ofrecer de seis meses a un año de trabajo en zonas alejadas para reforzar así lo que la escuela puede ofrecer. En los Estados Unidos se han organizado bajo la denominación de "Volunteers in service to America" (servicio de voluntarios de América). A nivel local equivale al "Peace Corps". Estos jóvenes se transforman en recurso humano de las comunidades, aprenden sobre otras culturas dentro de su propio país, pueden formar parte del personal de las unidades móviles, reemplazar a los maestros para que asistan a cursos de perfeccionamiento y aprendan de una manera realista que aún existen muchos problemas sociales y económicos por resolver.

Terminaré esta presentación mostrando la forma cómo mis colegas y yo hemos tratado de llevar a cabo algunos de estos propósitos en Filadelfia. Creamos un nuevo tipo de escuela urbana como parte de un sistema de escuelas públicas. Estamos ahora en el tercer año y nuestro ejemplo ha alentado a otros en los Estados Unidos y también en el exterior.

Me gusta referirme a nuestra escuela como "Womb to tomb school" ya que es una combinación de escuela de comunidad vecinal principalmente para niños desde la edad de tres semanas hasta 14 años con una acentuada componente de educación para maestros, para profesionales y padres. Esta escuela comunitaria está compuesta de seis unidades interrelacionadas:

1. Futuras madres de 12 a 14 años de edad o madres que reciben educación académica y enseñanza sobre el cuidado de los niños en forma simultánea.
2. Una guardería para sus bebés y los de otras madres que trabajan.
3. Un jardín de infantes para niños de 3 a 4 años de edad.
4. Una escuela elemental para niños de 5 a 12 años de edad.
5. Un centro voluntario para padres y maestros para estudio independiente y cursos organizados para padres de la localidad y para maestros de otras escuelas de la ciudad. Este es un centro vespertino.
6. Un internado riguroso con programas de trabajo y estudio para alumnos secundarios, post-secundarios y universitarios que pasan un año de perfeccionamiento con nosotros y que es reconocido por parte de las instituciones a que pertenecen.

La vida interna se desarrolla como en un pequeño pueblo y aunque maestros profesionales estén a cargo del aprendizaje de los niños, padres, personal en perfeccionamiento, voluntarios y niños mayores, también imparten enseñanza. Todos aprenden; unos de otros, y las edades en los grupos están mezcladas deliberadamente, con diferencias que oscilan entre dos y tres años.

Se hace énfasis en la combinación de aprendizaje académico con juegos y experiencias de trabajo. Todo lo concerniente a refacciones del edificio, construcciones en el patio, moblaje y material auxiliar de enseñanza son confeccionados en su mayoría por la gente de la comunidad, como una parte de su educación. Los padres cocinan para sus hijos, éstos también cocinan y cosen. Gran parte del aprendizaje de la matemática se realiza mientras los niños trabajan con las manos. Hábiles maestros se preocupan para que esto sea utilizado en los períodos de aprendizaje más formales. En un momento dado, un grupo de niños de 8 a 9 años de edad estará estudiando álgebra, otro geometría euclideana, otro funciones. Se adquiere experiencia matemática recogiendo manzanas en una huerta o vendiéndolas en la comunidad, haciendo dulce, sidra, torta de manzanas y otros manjares.

La mayoría de los niños provienen de familias de muy bajo nivel económico. La escuela se encuentra situada en un barrio pobre en el corazón de la ciudad, pero el espíritu de su vida interna, y el éxito académico de sus niños, es tan contagioso que existe una larga lista de postulantes pertenecientes a familias de la clase media alta que desean que sus niños ingresen a ella.

No sólo los niños tienen éxito, sino también sus maestros y sus padres. Los adultos trabajan durante largas horas pero sienten que están aprendiendo continuamente. Los establecimientos de capacitación docente y los intelectuales de la comunidad nos están observando como un modelo para el cambio escolar. Nuestros niños pasan la mayor parte del tiempo aprendiendo libremente en la ciudad. Nosotros hemos redefinido lo que es un maestro, hemos ampliado el espacio físico donde se aprende, hemos roto las barreras entre el aprendizaje escolar, el trabajo y el juego. Nos sentimos gratificados al ver que muchos jóvenes adultos con talento, que nunca pensaron en ser maestros primarios, vienen a nuestro establecimiento a aprender. Ellos aprecian lo intelectualmente estimulante y emocionalmente reparador que puede ser una escuela para niños.

Una escuela como esta no cuesta más que una típica escuela americana. El entrenamiento de maestros es más económico que el usual. Al combinar la educación de los niños, la educación de los maestros y un rico programa de educación para el adulto, el maestro primario ya no se siente sólo y en el peldaño más bajo de la escala profesional.

Un reciente estudio comprensivo de la Unesco, dirigido por Edgardo Faure de Francia, sobre futuras necesidades educativas en todo el mundo, parece apoyar la clase de modelo educativo presentado aquí. De acuerdo al New York Times, en su edición del 1° de octubre último, la comisión apoyó la moción de hacer que la educación en todos los niveles sea más accesible, mucho menos estructurada y menos dependiente de los exámenes formales, de los grados y aún de los edificios escolares, y esté más íntimamente ligada a los intereses propios del alumno y a los sucesos del mundo "real" más allá del"aula".

El lenguaje de la matemática es universalmente comprensible para todas las personas. No necesita "intérprete" entre las distintas culturas. Sin embargo, la enseñanza de la matemática es de una naturaleza distinta: en su grado más alto, la educación de la misma es altamente específica e integral de acuerdo con los recursos y las necesidades de un lugar en particular. Se debe transferir de una sociedad a otra poniendo el mayor cuidado y la mayor reflexión - pero siempre teniendo presente el amor hacia los niños.

He presentado aquí las experiencias de una maestra que ha adaptado la enseñanza de la matemática a los niños de acuerdo con las necesidades locales. Espero haber estimulado en otros el deseo de hacer lo mismo en sus respectivos medios.

* * *

LA PRODUCCION DE TEXTOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA EN LA ESCUELA ELEMENTAL

Alonso B. Viteri G. (*Ecuador*)

El texto del alumno

El texto escolar es considerado actualmente como un medio educativo, tanto para dirigir como para efectuar el aprendizaje. Vale decir, como un instrumento útil al servicio del maestro y del alumno. Su ayuda se manifiesta en todas las fases de la lección: diagnóstico, elaboración, refuerzo y evaluación de aspectos cognoscitivos, destrezas y cambios de comportamiento del niño.

En el área de la matemática, constituye un verdadero y dinámico laboratorio en el cual el estudiante tiene oportunidades de hacer, en forma gradual y divertida, actividades y juegos interesantes que sirven para desarrollar destrezas, habilidades, conceptos, principios y valores; que permiten transferir manipulaciones a generalizaciones y abstracciones, y relaciones físicas o naturales a operaciones lógicas y matemáticas; que coordinan experiencias propias del clima socio-cultural en el que él se desenvuelve, para el logro de una más rápida asimilación de conceptos y la comprensión, interpretación, análisis y aplicación de conocimientos en la resolución de problemas; que provocan vivencias agradables para estructurar el pensamiento reflexivo y conector lógico de ideas y niveles mentales; que correlacionan aptitudes y diferencias individuales y que producen imágenes mentales multiplicadoras de aprendizaje.

El texto escolar es un agente del proceso educativo, no compite ni reemplaza al maestro; al contrario, ayuda y facilita la tarea docente. No es una fría exposición de conocimientos, ni un recetario de fórmulas mágicas que deben ser memorizadas por el alumno, sino un buen proveedor de experiencias, información y vivencias ambientadas al mundo infantil; organizadas con naturalidad y conforme a las leyes del aprendizaje, la psicología del niño y la estructura lógica de la matemática; impregnadas de constante y amena actividad y condicionadas a la jerarquía de destrezas del aprendizaje. Es apenas una parte del hacer educativo, no es el todo, ni tampoco el código de educación matemática.

La guía didáctica del maestro

Este libro es el complemento del texto del alumno. Su función es la de informar al profesor sobre los fundamentos y objetivos filosóficos, psicológicos, sociológicos y pedagógicos del texto escolar; sobre los contenidos programáticos, técnicas educativas y enfoques metodológicos de la asignatura; sobre la organización de la obra impresa, las estructuras psicológicas de la enseñanza-aprendizaje y la distribución lógica de la materia; sobre el estado actual de la matemática y sus aplicaciones científicas y tecnológicas en la vida socio-económico-cultural de los pueblos; en fin, la de sugerir estrategias, acciones educativas y técnicas para el uso y manejo del libro del estudiante.

La elaboración de los libros

Es una tarea compleja que requiere:

- Trabajo meditado.
- Planificación adecuada.
- Experiencia docente amplia.
- Filosofía educativa definida.
- Curriculum escolar práctico.
- Contenidos programáticos articulados y funcionales.
- Técnicas educativas modernas.
- Vocabulario simple, graduado y adaptado al medio socio-cultural del niño.
- Selección de actividades, de acuerdo con las experiencias y vivencias del alumno, para desarrollar y evaluar destrezas, conceptos y principios.
- Integración y correlación de conceptos matemáticos.
- Estilo y redacción adecuados a la asignatura y a la madurez mental del lector.
- Contexto preciso, claro, ordenado, útil y equilibrado.
- Ilustración artística, dinámica y comunicativa.
- Diagramación estética, funcional y adaptada al mensaje, a las diferencias individuales, a las actividades de la lección y a los intereses del educando.
- Calidad de edición, impresión y materiales.
- Experimentación dirigida.
- Evaluación científica de los resultados de la experimentación dirigida y del uso masivo de los textos escolares en las escuelas primarias del país o área geográfica.
- Revisión y corrección periódicas de la planificación y redacción de los libros para dinamizar el programa de producción de textos escolares en ámbito nacional o regional.
- Conocimientos de

(1) *Matemática y metodología*

a) Teorías modernas de matemática.
b) Aplicaciones científicas y tecnológicas de la matemática.
c) Estructuras lógico-matemáticas.
d) Dirección del aprendizaje de la materia.
e) Métodos de enseñanza de matemática.

(2) *Teorías de comunicación*

a) Comunicación educacional.
b) Comunicación educacional aplicada a textos escolares.

(3) *Procesos del aprendizaje*

a) Psicología del aprendizaje.
b) Teorías modernas del aprendizaje.
c) Modelos para el aprendizaje-enseñanza.
d) Procesos psicológicos de la enseñanza y el aprendizaje.
e) Psicología del desarrollo del niño.
f) Características del niño.
g) Motivación del niño.

(4) *Curriculum*

a) Aspectos básicos para desarrollar el curriculum.
b) Elaboración, desarrollo y evaluación del curriculum.
c) El desarrollo del curriculum en la escuela elemental de la ciudad y del campo.
d) El desarrollo del curriculum en los textos escolares.

(5) *Técnicas de programación de textos escolares*

a) Objetivos y valores en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
b) Objetivos de comportamiento.
c) Plan de la lección.
d) Elaboración y análisis de objetivos.
e) Elaboración y análisis de conceptos.
f) Taxonomía de destrezas.
g) Integración y correlación de conceptos de una misma área y con los de otros campos o asignaturas.
h) Elaboración y análisis de actividades didácticas.
i) Planificación, elaboración y análisis de documentos.
j) Elaboración y análisis de métodos de evaluación.
k) Elaboración y evaluación de páginas.
l) Revisión y corrección de documentos y páginas.

(6) *Evaluación*

a) Evaluación psicológica y evaluación didáctica.
b) Evaluación interna y objetiva de textos escolares.
c) Preparación de pruebas y medidas.

(7) *Medio socio-cultural*

a) Costumbres y lenguaje.
b) Características sociales, económicas y culturales de la comunidad.
c) Peculiaridades de la comunicación en la comunidad.
d) Juegos y actividades nacionales, regionales y locales que generan o aplican conceptos o principios matemáticos.
e) Escenas, imágenes y esquemas atractivos.

Etapas de la elaboración

La elaboración comprende las siguientes etapas de realización:

1) Planificación.
2) Redacción.
3) Diagramación e ilustración.
4) Revisión.
5) Edición e impresión.
6) Experimentación.
7) Evaluación

(1) Planificación

La planificación contiene 2 partes:

a) Preparación de documentos previos.
b) Composición de documentos posteriores.

Documentos previos

a.1. Análisis de la filosofía educativa de la escuela elemental.
a.2. Estudio del sistema educativo adoptado por el país o región geográfica.
a.3. Diagnóstico de conocimientos y destrezas del niño.
a.4. Investigación de las aptitudes infantiles para el aprendizaje de matemática.
a.5. Encuesta sobre el léxico empleado en el país o región geográfica en relación con la matemática.

Documentos posteriores

b.1. Sipnosis de los fundamentos, objetivos y características de la serie básica de textos escolares de matemática (libros para todos los grados de la escuela primaria).
b.2. Cartel de alcance y secuencia de la serie básica de libros de matemática.
b.3. Síntesis de los contenidos de la guía didáctica.
b.4. Plan de cada uno de los textos de la serie básica de matemática.
b.5. Proyecto de cada una de las guías didácticas de la serie de obras para el alumno.
b.6. Tabla de distribución de los contenidos de matemática.
b.7. Cartel de selección de escenas, imágenes y esquemas.
b.8. Cuadro de control de la programación y de la evaluación del trabajo realizado.

El documento b.1 tomará en cuenta:

- Los intereses, aptitudes y etapas del desarrollo mental y físico del niño.
- Las bases filosóficas y pedagógicas de carácter universal.
- Los fines educativos nacionales o regionales de la escuela elemental o básica.
- Los fundamentos formativos e informativos de la matemática.
- Los conceptos y principios estructurales de la matemática.
- Los siguientes objetivos:

  Interesar al niño en el libro para que lo utilice como instrumento de investigación, aprendizaje y recreación.
  Despertar su afición por la matemática.
  Lograr la comprensión de las estructuras y fundamentos matemáticos.
  Desarrollar actitudes, destrezas, habilidades y hábitos para conseguir cambios de comportamiento del alumno.
  Orientar al escolar hacia la aplicación socio-económica de la matemática.
  Desarrollar pensamientos y razonamientos lógicos.

- La selección de contenidos de conformidad con:

  La evolución de los intereses infantiles.
  Las técnicas educativas de la actualidad.
  La madurez del escolar.
  Las diferencias individuales.
  Las leyes del aprendizaje.
  Los procesos del aprendizaje.
  Las experiencias y vivencias del niño en relación con la matemática.
  Los métodos, procesos y formas útiles para la dirección del aprendizaje de matemática.
  Las estructuras matemáticas y psicológicas.
  Las actividades y destrezas que desarrollan conceptos, principios y valores matemáticos.

- Las características de los textos relacionadas con:

  El contenido de espíritu nacional o regional.
  La planificación.
  La socialización.
  La graduación.
  La actualización.
  La previsión.
  La amenidad.
  La claridad.
  La sencillez.
  La higiene.
  La comodidad.
  Los costos de producción.

El documento b.2 es fundamental en la planificación de la serie básica de textos escolares para la educación matemática, quizá el más importante de todos; aunque flexible y dinámico, es una especie de codificación de los contenidos programáticos de los seis libros, estructurada para desarrollar el curriculum escolar en el texto del alumno y con el fin de planificar las lecciones de la guía didáctica del maestro.

El cartel de alcance y secuencia reflejará:

- La extensión, profundidad y actualidad de la ciencia matemática.
- La espiralidad involucrada en la presentación de conceptos y principios científicos.
- La estructura lógica de la matemática.
- La integración y correlación de conceptos matemáticos entre sí y con otros de otras materias o áreas.
- Los elementos unificadores y catalizadores de la asignatura.
- La graduación y sistematización de conocimientos.
- La organización de los conceptos en estructuras.
- La frecuencia, importancia y aplicación de los conceptos básicos y principios matemáticos.

El documento b.3 incluirá:

- Los asuntos cualitativos y cuantitativos de la educación.
- Las características y objetivos de la serie básica de obras escolares.
- La promoción del programa de produción masiva de libros.
- Los objetivos de la matemática en la escuela elemental o básica.
- La nueva orientación de la matemática.
- El empleo de métodos propios de la matemática.
- La simplificación de los procesos del aprendizaje.
- Las bases psicológicas del aprendizaje.
- Las técnicas de la dirección del aprendizaje.
- La organización de contenidos en unidades ideológicas o científicas.

- La comunicación educacional.
- El desarrollo de destrezas.
- El enriquecimiento del curriculum de la escuela primaria.
- El desarrollo del curriculum en la serie básica de textos escolares.
- La evaluación del curriculum escolar.
- Las sugerencias metodológicas.
- El material complementario.
- La bibliografía.

El documento b.4. es un extracto del documento b.2. Este plan, además, contemplará:

- Las características psicológicas del niño:

  Sincretismo, imitación, sociabilidad, ludismo, coleccionismo, observación, curiosidad, activismo, etc.

- Las características didácticas del texto referentes a :

  La influencia del ambiente socio-cultural.
  La edad mental.
  Los métodos lógicos y didácticos adecuados a la enseñanza-aprendizaje de matemática.
  Los medios de comunicación educacional.
  Los niveles del conocimiento.
  La graduación de dificultades, etc.

- Las características técnicas relacionadas con:

  El título y subtítulos.
  Los tipos, familias y medidas de letras.
  La carátula, colores y papel.
  El formato, número de páginas, encuadernación, etc.

El documento b.5. es un resumen del documento b.3. Su planificación se divide en dos partes, la una general y la otra específica.

La parte general, a más de la síntesis del documento b.3., contendrá:

- Los objetivos del texto escolar.
- El plan del libro.
- La organización de la obra y la distribución del contenido.
- La fundamentación psicológica y pedagógica de la organización del texto en unidades ideológicas o científicas.
- Los contenidos científicos de cada unidad.
- La información científica sobre los contenidos del libro.

La parte específica comprenderá:

- Los consejos metodológicos para el uso del libro del alumno y de la guía del maestro.
- Las lecciones desarrolladas utilizando el texto.

- Los juegos, amenidades, cuentos, problemas, instrumentos didácticos, etc.
- La bibliografía.

El documento b.6. sirve para controlar la dosificación, extensión, profundidad, espiralidad, secuencia, graduación, sistematización, integración, correlación y frecuencia de los contenidos.

La selección a que se refiere el documento b.7. debe realizarse en base a:

- Los intereses infantiles.
- La funcionalidad y atracción de escenas, imágenes y esquemas.
- La familiaridad de los elementos comunicativos no verbales con el niño.
- Las relaciones de los medios de comunicación con el ambiente socio-cultural en que se desenvuelve el educando.
- El grado de comunicación de los recursos técnicos de la ilustración.
- La clave del mensaje.
- La facilidad para la decodificación y recodificación de la comunicación no verbal.

El documento b.8., para su fácil elaboración y lectura, tiene que emplear elementos de estadística gráfica. La utilidad de este cuadro se manifiesta en la pronta evaluación y adecuado control de las tareas ejecutadas.

Si los recursos técnicos, humanos y económicos del programa de producción de textos escolares son favorables, entonces, es aconsejable, por conveniente, la planificación de las tareas específicas en secuencia de acción, tiempo de duración y costos; empleando para ello cualesquiera de los sistemas de programación conocidos.

(2) Redacción

La redacción de los libros reflejará el marco teórico y práctico contemplado en la planificación y el especulativo y experimental de los programadores.

En esta fase fundamental de la elaboración se tomará en cuenta:

- Los objetivos del aprendizaje.
- El proceso del aprendizaje.
- Las estrategias del proceso educativo, en especial, el método de enseñanza-aprendizaje, acorde con la naturaleza y estructura de la materia, el nivel primario y la madurez mental y emocional del lector. (El método que cumple más estas condiciones es el heurístico).
- Las actividades de diagnóstico, de desarrollo de destrezas, conceptos y principios, de refuerzo y de evaluación.
- La jerarquía de destrezas.
- Las experiencias, vivencias e intereses de los niños.
- Los niveles del conocimiento: concreto, semiabstracto y abstracto.
- Las transferencias psicológicas o inducciones matemáticas.

- Las inferencias y constataciones matemáticas.
- La extensión del contenido y las dificultades de conceptos.
- La espiralidad del programa para reforzar y evaluar constantemente.
- La comunicación verbal y no verbal del mensaje.
- La respuesta activa al mensaje.
- Las características individuales y socio-históricas de la comunicación.
- La codificación analógica y digital, la decodificación y la recodificación del mensaje.
- El feedback de información de signos, de acciones y de objetos.
- El vocabulario.
- La selección de los medios de comunicación educacional.
- La secuencia de los medios de comunicación educativa.
- La elección de la asociación de la secuencia de los medios comunicativos educacionales.
- El análisis y el orden de la secuencia.
- Las variables que intervienen en la transmisión del mensaje.
- Los problemas de la comunicación.
- Los condicionantes del aprendizaje: neurológicos, trasmisores de codificaciones y motivación.
- Las barreras del aprendizaje: codificación científica, codificación del maestro, aspectos psicomotores y falta de gratificación.
- La distribución en unidades ideológicas o científicas.
- La evaluación del rendimiento en cada unidad.
- La correlación de conceptos con los de otras áreas en líneas simétrica, antisimétrica y circular.

(3) Diagramación e ilustración

En esta etapa se preparan las maquetas del libro, una en borrador y otra definitiva.

En dicho trabajo, a más del formato, número de páginas, tipos y familias de letras, colores, espacios positivos y negativos, equilibrio del contexto con la ilustración, técnicas de dibujo, decoración, composición artística, distribución de masas, etc., debe considerarse:

- Los mensajes codificados y transmitidos por medios no verbales.
- Los condicionantes biológicos de la comunicación.
- La comunicación no verbal relacionada con el ambiente socio-cultural del niño y con la psicología infantil.
- Las secuencias y sus bases, empleadas en la comunicación no verbal.
- Las etapas de los modelos de comunicación no verbal que usa el arte pictórico.

- El dinamismo de imágenes y escenas utilizadas en la comunicación del mensaje.
- La estética del dibujo y del color.
- Las funciones psicológicas y didácticas de los medios de comunicación.

(4) Revisión

La revisión es el reajuste de la obra, de conformidad con:

- La consulta a profesores, expertos, asesores técnicos y autoridades en la materia.
- El estudio analítico del trabajo realizado.
- La comparación crítica con otros libros.
- La experimentación de la comunicación del mensaje y la respuesta obtenida, ensayo realizado por los programadores con grupos de niños.

(5) Edición e impresión

La edición e impresión corresponden a otras especializaciones técnicas; sin embargo, los programadores, junto con el diagramador, supervisarán la ejecución de estas dos etapas para rectificar o aprobar, tanto las pruebas químicas (en azul), como las de máquina (en colores).

(6) Experimentación

La experimentación dirigida tiene los siguientes objetivos:

- Probar si el niño posee los conceptos previos y las destrezas necesarias para adquirir el nuevo concepto o principio, materia del ensayo.
- Fijar el grado de asimilación del escolar.
- Descubrir la preparación y habilidad del profesor.
- Hallar deficiencias en la comunicación del concepto o del principio, sujetos a experimentación.
- Auscultar la intensidad de motivación que provoca el texto al lector.
- Encontrar fallas en la estructuración de las páginas del libro.
- Descubrir dificultades en la enseñanza-aprendizaje de matemática.
- Obtener información sobre los resultados de la estrategia y comunicación educativas empleadas en la obra.
- Observar las reacciones del niño frente a la matemática y al texto escolar.
- Dialogar con el maestro sobre el uso del libro.
- Analizar los resultados obtenidos en el ensayo.

La experimentación debe ser parcial y total, de páginas y de todo el libro, con grupos y masiva, para poseer información completa. El Ecuador inició esta fase en el año lectivo 1970-71, experimentando el texto de matemática de primer grado, y en la actualidad continúa con el mismo propósito. Aproximadamente, un cuarto de millón de niños de diferentes regiones geográficas, ambientes y tipos de escuelas elementales ha utilizado el libro. Esta experimentación masiva, por ser la más representativa de todas las variables que inciden en la prueba, arroja resultados más reales y ajustados a los datos que intervienen en la problemática del trabajo docente y de los alumnos.

(7) Evaluación

La evaluación científica de la experimentación del texto escolar y de la correspondiente guía didáctica, completa el trabajo programado para la producción de libros destinados a la escuela elemental. Sus resultados técnicos permiten estudiar e incorporar los cambios necesarios en una nueva edición. Una modificación de la política de producción de obras escolares para la escuela primaria tiene que fundamentarse en una experimentación dirigida y en una evaluación cabal de estos auxiliares educativos, modificación que debe expresarse en términos de mejoramiento de la dirección y proceso del aprendizaje de matemática moderna en el primer nivel.

El Ecuador hállase evaluando el libro primero de matemática "A Jugar con los Números" y la guía didáctica respectiva, en lo que tiene relación con el rendimiento escolar.

La técnica utilizada es la del muestreo. La veracidad, confiabilidad y la validez de los items han sido probadas en algunos ensayos efectuados en varios planteles del país. Antes de aplicar la prueba se ha procedido a seleccionar las provincias representativas de los diferentes medios socio-económico-culturales y en ellas, los diversos tipos de escuela: urbana, rural, completa, pluridocente y unitaria. Los centros educativos fueron escogidos al azar y tres son las variables prefijadas:

La A para medir el rendimiento de los alumnos de establecimientos que usan el libro "A Jugar con los Números" y la guía didáctica; la B con el mismo objetivo anterior en planteles que solamente utilizan el texto sin guía didáctica; y la C, en escuelas que no emplean el libro y la guía didáctica, pudiendo utilizar otros textos. La evaluación encuéntrase en sus últimas fases y el informe final será conocido a mediados de 1973. Los procesos evaluativos hasta aquí realizados permiten conocer, aunque en forma estimativa, el buen éxito alcanzado por el primer texto escolar de matemática, como una excelente ayuda en el aprendizaje de esta asignatura, especialmente, cuando el maestro innovador se dedica a utilizar adecuadamente este instrumento puesto a su servicio y al de la educación matemática de los niños que han iniciado la escolaridad.

* * *

LOS METODOS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS EN LAS ESCUELAS PRIMARIAS DE INGLATERRA

Elizabeth Williams (*Inglaterra*)

Me alegró mucho ver el plural en el título de mi conferencia, ya que en realidad no existe *un solo* método oficial en el Reino Unido. Nuestros métodos son tan variados como *el contenido* de nuestra matemática a nivel primario y abarcan desde la clase de instrucción directa seguida por ejercicios prácticos hasta las actividades elegidas libremente que pueden no tener objeto pre-fijado.

Las escuelas de Inglaterra gozan de entera libertad en cuanto a los programas y métodos de enseñanza, pero como es de imaginar, existe una cierta paridad de criterios en cuanto a lo que es aceptable o no. Esto se logra por medio de discusiones entre grupos de profesores, por sugestiones ofrecidas por los Consejeros del Comité Local de Educación o por los Inspectores del Ministerio de Educación y en el caso de la matemática, por los informes de la Asociación de Matemáticas y de la Asociación de Profesores de Matemática. Durante los últimos ocho años, aproximadamente, los maestros primarios han contado con la ayuda del programa experimental y de la guía para maestros producidas por el proyecto Nuffield, para la enseñanza de la matemática. También se ofrecen gran número de cursos para maestros en actividad, en los cuales se discuten nuevos métodos de enseñanza, por ejemplo, ideas matemáticas no familiares. De esta manera se llega a un acuerdo, aunque no unánime, sobre los métodos.

Yo trataré de ofrecerles a Uds. un detalle de lo que *actualmente* se considera un programa aceptable para la escuela primaria con un personal capacitado y consciente de su tarea, que ha tratado de poner al día su curriculum. Pero vayamos primero a los orígenes del movimiento que produjo el cambio fundamental de la educación matemática en las escuelas primarias de Inglaterra.

Antes de la última guerra mundial existía una gran insatisfacción entre los maestros, aunque muchos programas de la escuela primaria (arte, educación física, naturaleza) estaban evolucionando y eran mucho más libres e individuales y estaban más en relación con el mundo circundante. Las matemáticas en cambio seguían siendo formales, muchas veces limitadas a lograr cierta destreza numérica y tratar pocos tópicos de aritmética. Los maestros no estaban conformes con la mínima contribución que tales cursos ofrecían para el desarrollo personal del niño y para una mejor comprensión en cuanto a su estado físico o social. En los distintos países, el movimiento para mejorar la enseñanza de las matemáticas ha comenzado en diferentes formas: por iniciativa de las universidades o con la presentación de nuevos esquemas por parte de la administración educativa. Pero en Inglaterra el impulso proviene exclusivamente de los maestros, como se puede ver por los informes de 1954-55 sobre la enseñanza de la materia,en las escuelas primarias. En ambos informes se insiste sobre la conveniencia de proporcionar a los niños experiencias prácticas de las cuales surja la comprensión de las ideas matemáticas. Ese impulso se basaba entonces en conceptos educativos amplios, más que en un cambio del *contenido matemático*.

Este principio de enseñanza basada en la experiencia es tradicional de una amplia línea de pensadores sobre educación y sobre las oportunidades que puede ofrecer la educación a los niños. Por ejemplo, en el siglo diez y siete, *Comenius* enseñó que el saber debía ser un todo integrado de conocimientos universales al alcance de toda la humanidad y él pensaba que podía surgir de cualquier objeto, por más simple que este fuera, -una flor, el tiempo o un recipiente. Pestalozzi estaba empeñado en que aún el niño más pobre en las circunstancias más humildes, debería ser conducido mediante tareas convenientes hacia una más amplia comprensión de las cosas. También Rousseau, Froebel y Montessori estaban dentro de la línea de desarrollar el entendimiento a través de las actividades *naturales* del niño, mediante el uso de material estimulante(este desgraciadamente muchas veces falta en nuestras escuelas). Llegamos así a Piaget, quien hoy afirma que las respuestas verbales a las *técnicas impuestas* (ya sean tradicionales o modernas) no garantizan una verdadera comprensión.

Esta corriente del pensamiento internacional influyó en Gran Bretaña, en algunas personas preocupadas por lo restringidas que estaban las oportunidades de los niños de los barrios bajos (Slums) de nuestras grandes ciudades. Es interesante hacer notar que los primeros pasos en ese sentido se dieron con aquellos niños de condición humilde y que muchas de las actividades y materiales planeados para ellos fueron matemáticas. Dos pensamientos de Piaget influenciaron en los maestros: 1° Una *lógica en acción* precede una *lógica en el pensamiento*, y 2° el pensamiento interioriza la acción utilizando imágenes en la mente.

Gradualmente se fueron extendiendo a los mayores las bases para lograr "mathematical insights". Se ha tenido éxito en los niños británicos cuyas edades oscilan entre los 5 y los 11 años de edad, y actualmente se están experimentando planes para niños de 11 a 13 años.

Al tratar de identificar lo que se quiere significar con la expresión "mathematical insight" debo decir que nosotros en Inglaterra hemos puesto énfasis en el reconocimiento de "patterns" (esquema, diagrama, estructura, diseño) observados en la organización de un conjunto, o la disposición de objetos, o la colocación de los mismos en un *orden* determinado, o una *secuencia* de sucesos (incluyendo las operaciones matemáticas, una melodía en música, las afirmaciones de una proposición). Nosotros pensamos las relaciones como características de conjuntos de secuencias. De ahí que *el reconocimiento de relaciones*, entre las cosas o entre las personas, tal como "tiene la misma forma de" "es el doble de largo que" "vive en la misma calle que" se ha transformado en la meta de los primeros trabajos prácticos de los niños. Las relaciones de *equivalencia* y *orden*, vistas en muchas experiencias distintas, conducen a la idea de número natural y de cero, y también a la toma de conciencia a través de las experiencias, de muchas propiedades físicas y espaciales que muestran estas relaciones, ej.capacidad, masa, paralelismo, inclusión.

En el Congreso Internacional de Educación Matemática, realizado en la Universidad de Exeter (Inglaterra), en agosto de este año, uno de los 38 grupos de trabajo presentó como tema de estudio "La Estructura y la Actividad". Este tema introduciría una nueva idea para las matemáticas en la escuela primaria: ¿estructura o actividad? Esta fue una de las principales cuestiones planteadas en dicho congreso. El grupo consideró dos esquemas contrastantes como *muestras* y analizó sus diferencias. El primero ofrecido por una escuela experimental de matemáticas de Fransheville, cerca de Lyon (Francia), y el otro fue tomado de un folleto publicado por el condado de Essex (Inglaterra), con el título de "El Impacto de las Matemáticas Modernas en las Escuelas Primarias" recopilado por un grupo de maestros. En el esquema de Fransheville las estructuras se presentaron primero y a continuación las aplicaciones. En el plan de Essex las experiencias prácticas iniciales condujeron a las estructuras y a las generalizaciones. Se observaron dos puntos especiales de diferencia: Essex puso más énfasis que Fransheville en mediciones y también en la forma de *registrar los resultados* descubiertos en los experimentos realizados por los niños. La situación de descubrimien to, de respuesta abierta se consideró como preparatoria para la genuina resolución de problemas en circunstancias no familiares, y para ofrecer como campo propicio al proceso de creación e imaginación del niño. El énfasis de Essex sobre el registro, aunque aún discutido en Inglaterra, está dentro de la línea de los grupos de trabajo en cuanto a que la experimentación de los niños debe continuarse con una revisión organizada de sus descubrimientos. En la mayoría de las escuelas primarias inglesas, el registro por medio de la realización de modelos, diagramas o gráficos muchas veces precede cualquier intento de hacerlo por medio de palabras o símbolos, ofreciéndoles la oportunidad de discutir y aclarar ideas, lo que puede conducir a la fijación de la imagen en su mente.

El interés en esta representación se demostró claramente con Keith, un niño de 7 años de edad, en una clase donde los niños debían recoger datos y realizar un gráfico sobre los cambios diarios de un objeto de su elección. Keith se enfermó y no pudo asistir a la escuela. Desilusionado al no poder tomar parte en la tarea de su grupo, tuvo la inspiración repentina de que el podía contar cada día el número de marcas que aparecían en su piel debido a su enfermedad. Desgraciadamente las marcas eran muchas como para que cada una pudiera ser indicada por medio de un cuadrado en su hoja cuadriculada. Entonces *inventó* la idea de asignar dos manchas a cada cuadrado. El no sabía la tabla del dos pero con paciencia trabajó hasta lograr el número necesario de cuadrados para representar el máximo número de marcas: 53, incluyendo el medio cuadrado necesario para representar el número impar.

Un principio importante es puesto en práctica en la enseñanza de las escuelas inglesas: para que un concepto determinado, una operación o relación sea manejada por el niño y lo tenga a su disposición para usarlo cuando sea necesario, es fundamental la realización de *una variedad de experiencias*. Por ejemplo: números orientados, las propiedades de los polígonos regulares, la noción de transitividad, deben ser considerados cada uno bajo distintas circunstancias. Entonces al diagramar un programa para presentar conjuntos de una de estas ideas se organizarán gran variedad de actividades para que los niños organizados en grupos, las desarrollen independientemente, y en discusiones subsiguientes clarifiquen la propiedad común o el procedimiento pudiendo aún encontrar que existe una nueva pregunta que necesita respuesta.

Tres cambios sociales significativos han ejercido considerable influencia recientemente sobre la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria de Inglaterra: el cambio al sistema decimal en la moneda; y la aceptación del sistema métrico decimal de medidas que deberán estar debidamente organizados antes de 1975 y que ya ha sido implantado en las escuelas primarias; y en tercer lugar la expansión del uso de computadoras y máquinas de calcular.

Los países acostumbrados a los sistemas decimales de moneda y medidas, casi no pueden imaginar el efecto de estos cambios. En Gran Bretaña nos han obligado a re-pensar actividades relativas a medidas que tuvieron un papel tan importante en la enseñanza de la matemática en la escuela primaria. Nosotros solíamos pensar que la necesidad de utilizar 3, 12, 16, 28, etc. como multiplicadores, hacía que nuestros niños fueran particularmente aptos para el cálculo. Esto pudo haber sido cierto para algunos, pero ahora encontramos que las experiencias prácticas con el sistema decimal de moneda y el sistema métrico tienen un profundo efecto sobre el entendimiento y el uso adecuado de la numeración decimal escrita. La relación fundamental de 1 a 10 y de 10 a 1 en la escala decimal, puede ser ilustrada en muchos otros ejemplos: costos, masa, longitud, capacidad, densidad, etc.

El reemplazo de fracciones por notaciones decimales (observadas actualmente en los precios expuestos en negocios) ha dado una aplicación práctica fácil de los decimales y una mejor conexión entre las operaciones numéricas y la práctica de la medición. Esto posibilitó una reducción considerable en la práctica del cálculo, junto con una revisión de las experiencias necesarias para aprender múltiplos, denominadores comunes y fracciones.

La llegada de las computadoras ha acelerado la reducción del tiempo necesario para la práctica mecánica del cálculo y ha alentado el estudio de las *propiedades* de las operaciones numéricas y de las programaciones de cálculos complejos. El uso de diagramas de flujo para estos programas surge (quizás a los 7 años de edad) de los primeros registros de simples secuencias de acciones tales como prepararse para ir a la escuela. Las notaciones utilizando distintos símbolos para las acciones y las elecciones (o para tomar decisiones) son fácilmente comprendidas. El paso siguiente es el reemplazo de lo manuscrito por tarjetas perforadas. Algunas de nuestras escuelas primarias, particularmente en Essex, *tienen acceso* a una calculadora de mesa, de manera tal que pequeños grupos de niños puedan realizar sus propios programas. La rapidez con que logran comprender estas operaciones y la habilidad que alcanzan para programar económicamente, son muchas veces sorprendentes. Si un pequeño grupo de niños se dedica a estudiar operaciones numéricas aplicando estas técnicas modernas elaborará un "código práctico" en el cual la conmutatividad, la distributividad de la multiplicación y de la adición tienen una utilidad evidente y no aparecen como meras propiedades abstractas de operaciones simbólicas que se realizan sobre el papel.

Cuando los niños ingleses utilizaban libras y onzas para pesar, los numerales del sistema binario se construían fácilmente, expresando el peso de una masa cualquiera en términos de las pesas convencionales de 1, 2, 4 y 8 onzas.

Esto ya no es posible y el sistema binario se introduce con las dos alternativas de un interruptor y el código de luces en un panel cuya construcción puede estar a cargo de un grupo de alumnos, el plegar repetidas veces un papel por la mitad, o el duplicar un cierto peso, proporciona las secuencias para la notación: 8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$. El panel de luces y los modelos como las tarjetas perforadas y los diagramas de flujo, muestran claramente la íntima relación entre los esquemas numéricos y los espaciales, tan utilizados en la escuela primaria. Si recordamos los tres tipos de relación que los niños de la primaria descubren, reconocen y utilizan (espacial, lógica y numérica) comprenderemos que las tres se pueden presentar en la misma situación.

Por ejemplo: antes de contar o nombrar un conjunto de objetos de distinta forma, el niño que inicia la escuela primaria, quizás los agrupe según sus formas, aparee algunos de estos conjuntos estableciendo relaciones de equivalencia y luego ordene los mismos de acuerdo al criterio de "un elemento más".

Al hacer así ha establecido una equivalencia de forma, una relación de orden y el principio básico de contar. Para establecer una relación numérica puede hacer corresponder a cada conjunto una regleta de Cuisenaire y de esta manera percibir claramente el esquema de la relación.

Si se dispone de papel cuadriculado de 1 cm. cada cuadrito, el niño puede hacer un gráfico de las regletas y escribir el número correspondiente como una clave para su dibujo. Este tipo de actividades puede ser realizado por pequeños grupos de niños de 6 a 7 años mientras aprenden las operaciones de adición y sustracción, multiplicación y división manipulando objetos de la vida cotidiana, buscando las regletas apropiadas para representar la operación, dibujando un diagrama sobre papel cuadriculado y finalmente escribiendo la operación matemática.

He hablado de los esquemas especiales como si fueran estáticos, pero un importante factor de la enseñanza actual de la matemática en la escuela primaria es el uso que hacemos del *movimiento* para descubrir las relaciones matemáticas. Esto se puede hacer solamente cuando los niños se pueden desplazar integrando esquemas y tienen libertad para buscar ritmos en el movimiento y nuevas formas. Una clase en Inglaterra está dispuesta de tal modo que distintos grupos de alumnos pueden tener un lugar para desarrollar sus actividades y pueden ir a otro especialmente conveniente para realizar sus experiencias. Pueden también seleccionar su propio material y hacer las observaciones en el momento apropiado dentro o fuera del aula. Puede ser posible que ellos tomen notas sobre el crecimiento de una planta, o el movimiento de una sombra, a intervalos regulares y que utilicen luego esta información para poder predecir el futuro crecimiento o futuro movimiento. De esta manera los niños descubren que algunas veces los mismos esquemas numéricos aparecen en diseños espaciales y en las trayectorias de objetos en movimiento.

Comentemos un ejemplo. Nuestros niños hacen varias matrices (disposición rectangular de números) ej. un cuadrado de 100 u otro similar para base 5, el cuadrado adición, el cuadrado multiplicación. En sí misma dicha disposición encuadra el modelo espacial de un gráfico cuadrado, pero cuando estudiamos las filas, las columnas y las líneas en diagonal de números, descubrimos varias *relaciones entre los números*. En el cuadrado de la multiplicación el niño encuentra que la diagonal que corre de la izquierda superior hacia la derecha inferior contiene los productos 1 x 1, 2 x 2, 3 x 3. Nuestros niños saben que un *producto* puede ser representado por filas de cuadrados que forman un *rectángulo*. *Estos* productos, 1, 4, 9, 16,... pueden ser representados por una secuencia de cuadrados. Los denominamos *números cuadrados* perfectos y crecen muy rápidamente. ¿Con qué rapidez? Los niños cortan cada uno en cuadrados unidad y colocan los de cada número en columnas hasta formar un *gráfico en bloque*. De esta manera ellos pueden apreciar lo rápido que aquellos crecen y observar la secuencia de los incrementos 1, 3, 5, 7. Pueden apreciar *por qué* existen estas diferencias y también verán que si hacen un gráfico por medio de segmentos, sus extremos superiores no pertenecerán a una recta sino a una curva. Durante la discusión, los niños podrán preguntar que sucede en un cuadrado de media unidad de lado y ver entonces que cuando se dibuja el cuadrado parece correcto, decir $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ya que en un cuadrado unidad hay 4 cuadraditos. En esta forma se extienden sus conocimientos numéricos.

Sin embargo esta misma curva de los cuadrados, aparecerá nuevamente si seguimos a nuestros niños en sus descubrimientos.

Si se dibujan dos rectas numéricas paralelas marcadas con la misma unidad, a partir de un punto determinado, y si se une cada punto de una a un punto de la otra de manera que la suma de los números representados por los dos puntos sea siempre la misma, aparecerá una curva que envuelve los segmentos que unen los pares de puntos. Los niños gozan al hacer modelos como este, pero también pueden descubrir algo más sobre la curva. Si se corta, se dobla por su eje de simetría, colocando este luego sobre un eje en papel cuadriculado, los niños pueden elegir una escala para mostrar que los puntos de coordenadas (1,1) (2,4) (3,9) etc. están sobre la curva. Aún más sorprendente para los niños es el resultado de proyectar una pequeña y pesada pelota cubierta con tiza sobre un plano inclinado (una tabla en declive). Dejará un trazo sobre una hoja de papel y esta nueva curva puede ser tratada de la misma manera que las anteriores para llegar a demostrar que es la misma curva de los cuadrados. En posteriores in vestigaciones realizadas por los niños aparecerá esa curva en distintas circunstan - cias, de esta manera la idea de función comienza a desarrollarse. Otras curvas, tales como aquellas obtenidas a partir de rectángulos superpuestos de la misma área, o la sombra de un palo o de un bastón en un día de sol, mostrarán una tendencia a aparecer revelando así estructuras numéricas y espaciales.

El estudio de las formas en movimiento se desarrolla de dos maneras: primero por medio de los movimientos básicos que el niño puede realizar; luego movimientos interesantes y útiles observados en los vehículos y las máquinas. La forma básica en que se mueve el niño es hacia adelante y hacia atrás. Observado como un movimiento a lo largo de una línea puede pensarse como suma y resta. Un niño pequeño puede representar esto como un vector y utilizar este símbolo en una cantidad ilimitada de experiencias (tales como navegación) y aprender así inesperadamente un método para la suma de vectores. De estas actividades surgirá la secuencia de figuras por la traslación y el teorema de Pitágoras, utilizando vectores para mostrar las traslaciones. Los otros movimientos básicos, como la rotación aparecen en muchas formas interesantes como por ejemplo en la esfera del reloj y otros cuadrantes, con su sistema finito de numeración, y las ruedas, en toda su variedad, para contrastar con la simetría de otras formas en rotación. Ya hemos mostrado la simetría de doblado (simetría axial) como ayuda en nuestras investigaciones; es una buena forma de aproximación hacia los números orientados, utilizando la posición de los puntos que se corresponden en la simetría.

En muchas de las escuelas primarias británicas los niños experimentan con una variedad de mecanismos. El péndulo es uno de los más populares ya que pueden observar los efectos de los cambios en la masa en suspensión, el largo del péndulo y el ángulo del tiempo de vaivén. El redescubrimiento de la relación histórica entre el tiempo de un segundo y la longitud de un metro del largo del péndulo, sirve para relacionar las unidades básicas de medida.Un resorte generalmente forma parte del equipo utilizado para las actividades de los niños. Empujándolo y tirando de él, ellos experimentan la fuerza que están haciendo y lo pueden relacionar con la fuerza de la gravedad, que también estira el resorte. Pueden entonces graduar las extensiones y relacionar extensión y masa. El resorte es,en sí mismo,una forma muy interesante que los niños pueden ver como una combinación de rotación y traslación sobre un cilindro. Dos formas de mecanismo involucran las ideas de múltiplo y razón, la balanza y el engranaje de las ruedas. Ambas están disponibles y conducen hacia interesantes ampliaciones de la comprensión de relaciones numéricas y espaciales.

Por medio de conjuntos de varillas o pajitas para beber o tarjetas cortadas en tiras, los chicos construyen redes y prueban su rigidez o la provocan y si es necesario, estudian los posibles movimientos de las construcciones no rígidas, pudiendo hacer un pantógrafo para la ampliación de los diagramas. La tabulación de los resultados de estas investigaciones ofrecen una mejor comprensión de las relaciones geométricas involucradas.

La introducción de mecanismos simples en un programa activo, ha resultado particularmente eficaz para aquellos alumnos que encuentran dificultad en la abstracción y el uso de los símbolos. Un experimento oficial realizado en el Proyecto de Matemáticas para la Mayoría, ha tenido como resultado el progreso de los alumnos que pueden mostrar por medio de un modelo de trabajo, un grupo de relaciones que para ellos mismos son difíciles de expresar por medio de palabras o de símbolos.

Como hemos podido apreciar, las matemáticas no se encuentran aisladas sino que forman parte esencial de cualquier investigación de tipo ambiental, y esto ha servido pa ra extender su campo de acción. Así como la geometría se está expandiendo hasta cubrir desde los aspectos decorativos de una secuencia de motivos hasta la parte útil de los mecanismos, así también la aritmética se ha expandido incluyendo no sólo nuevos tipos de números y de estructuras, sino también algunos elementos de estadística, los cuales ayudan a conocer mejor el medio ambiente social y científico del niño. En esta forma los niños aprecian la utilidad de las matemáticas y sienten placer en dominar sus ideas y sus procedimientos. También desde un punto de vista menos utilitario, juegos variados ilustran las operaciones y las relaciones lógicas.

Esta forma de enseñar no es fácil, ya que implica una gran cantidad de trabajo para el maestro. Cuando comenzamos con estos programas, los maestros de escuela primaria en general no tenían suficientes conocimientos de matemáticas para ponerlos en práctica. Por lo tanto se tuvieron que planificar muchos cursos para personal en servicio, en el cual los maestros mismos desempeñaron un papel muy constructivo. Nos damos cuenta que los cambios continuarán y que se deberán organizar más cursos. Muchas veces los muebles de las clases son una molestia. Algunas escuelas y casi todas las escuelas de educación están equipadas con un laboratorio de matemáticas o un lugar para realizar trabajos prácticos. En las aulas comunes las mesas y las sillas deberán estar dispuestas de tal manera de permitir que los niños realicen sus prácticas en pequeños grupos que no sean permanentes. También es esencial que cuenten con mesas para colocar sus cosas y con armarios para guardar el material de trabajo. Los niños que trabajan juntos deben hablar entre sí, por lo tanto el ruido es inevitable, además del esfuerzo que esto significa para el maestro. Pero el ruido debe ser productivo al igual que toda buena conversación.

Se necesitan también horarios más libres, especialmente si los equipos y el material son escasos; pero como las matemáticas se encuentran en las cosas más simples, los maestros recogen y guardan toda clase de material, como recipientes y demás dispositivos, ya que estas cosas tienen más posibilidades que el material que se puede adquirir en los comercios, dando además lugar a la inventiva de los niños y del maestro. Nosotros también cometemos errores en nuestras escuelas de Inglaterra, y tenemos un largo camino antes de estar ampliamente satisfechos con las condiciones en las cuales nuestros niños aprenden la matemática. Sin embargo, nuestros maestros están plenamente seguros que los métodos activos son los correctos. Aceptamos el dictado de Piaget, expresado en su trabajo escrito para el congreso de Exeter y en el cual expresa: "Una maestra es quien organiza las situaciones". Sin embargo, el maestro debe hacer aún más; debe estar dispuesto en cualquier momento que el niño lo necesite o desee que le conteste alguna pregunta, o puede requerir ser desafiado para descubrir alguna cuestión oculta. También debe ser lo suficientemente observador de cada niño para poder apreciar y guiar su desarrollo a través de su aprendizaje de las matemáticas.

Es durante este período de la escuela primaria cuando el niño absorbe realmente una enorme cantidad de ideas obtenidas a través de experiencias que mantienen su interés y estimulan su capacidad inventiva. Sus maestros constantemente los están orientando para que piensen en relaciones subyacentes dentro de una situación, para discutir sobre esas relaciones, y expresar sus conclusiones tan claramente como les sea posible, en ciertos casos tal vez también en forma matemática concisa. El desarrollo de los argumentos lógicos abstractos y sistemas matemáticos, corresponde a un período posterior y tendrá lugar para alumnos que están en condiciones de hacerlo gracias a la rica experiencia básica que han tenido desde muy temprano. Nuestros maestros consideran que esto es cierto y trabajan con la esperanza de que para cada niño, *su* programa de actividades les permita lograr la convicción del poderoso instrumento que el hombre ha creado con la matemática y les dé la satisfacción de hacer uso de su pensamiento matemático y de su inventiva.

* * *

COMUNICACIONES (*Resúmenes*)

1. EXPERIENCIAS EN LA INSTRUCCION DEL ALGEBRA CONCEPTUAL EN LA ESCUELA ELEMENTAL, por José G. Ipiña Melgar, Universidad Mayor de San Andrés (La Paz, Bolivia)

Se describen experiencias de enseñanza del álgebra conceptual en las escuelas públicas de los distritos escolares de las ciudades de Nueva York, Detroit, Ciudad de México y La Paz - Bolivia.

El curriculum presentado incluye tópicos tales como exponenciación o potencias, sus operaciones inversas, definición de polinomios, concepto de límite de una sucesión, aplicación de la teoría de polinomios a la representación numérica en cualquier base, teoría de funciones, etc.

El método empleado en la instrucción es el socrático o de auto descubrimiento;se hace una descripción sobre en qué consiste el método socrático; se hace resaltar sus ventajas de tipo psicológico para el educando.

Se describen técnicas pedagógicas adicionales utilizadas en las sesiones de álgebra, como ser el empleo de lenguaje mímico y las maneras de interacción con el o la profesora regular del curso.

Se describen, en este trabajo, las técnicas empleadas en la capacitación o entrenamiento de matemáticos profesionales para enseñar álgebra conceptual en escuelas primarias.

Se relatan las virtudes de contar con matemáticos profesionales en escuelas primarias públicas. Se narran las maneras en que se benefician los profesores regulares de las escuelas con el programa de álgebra conceptual.

Por último se describen resultados obtenidos en la mejora del aprovechamiento escolar de alumnos que participaron en estos programas.

2. SOBRE RESOLUCION DE PROBLEMAS MATEMATICOS, Comunicación del grupo de trabajo de CIIPME (Centro Interdisciplinario de Investigaciones en Psicología Matemática y Experimental),(Habana 3870, Buenos Aires, Argentina), por Dr. Horacio Rimoldi, Lic. Nora B.L. de Figueroa, Prof. Ana S. Haedo.

Se discutirán aspectos del proceso cognoscitivo con especial relación a la resolución de problemas matemáticos.

En primer lugar se contrastarán datos experimentales obtenidos empleando tests mentales con los hallados estudiando el proceso de resolución de problemas (tácticas), así como las circunstancias que hacen preferible a uno u otro de estos métodos. Se presentan formas de construir problemas (para evaluar habilidad general y habilidad matemática) considerando su estructura lógica y su forma de presentación (lenguaje). Se presentan ejemplos para ilustrar tipos de problemas que pueden emplearse y se discute un posible plan para la investigación sistemática de la habilidad matemática a través de las distintas edades. Ilustraciones pertinentes a la influencia del lenguaje y de las estructuras lógicas en la resolución de problemas en varios campos científicos van dadas en el texto.

A fin de ejemplificar el plan de investigación antes mencionado, se presentarán los resultados obtenidos al estudiar la influencia del lenguaje en la ejercitación preescolar preparatoria para la enseñanza de la matemática.

En la prueba experimental, se enfrentó al niño con problemas en los que se planteaba resolver las operaciones lógicas de unión, intersección y complemento.

Consideramos la operación como tal, matemáticamente, y para inferir el proceso psicológico que permite resolver el problema, utilizamos material concreto.

Este material consistió en elementos de madera de distintos tamaños, colores y formas, que permitieron a la vez el estudio de las operaciones según estas variables.

Notamos así diferencias según las variables y también umbrales en cuanto a la resolución de los problemas.

3. LA MATEMATICA MODERNA EN LA PRIMERA ENSEÑANZA, por María Teresa Onaindia (Instituto Nacional del Profesorado Secundario) (Paraná, Argentina).

Indice: El aprendizaje de la matemática en la escuela primaria antes de la reforma de los planes. Fundamentos de la renovación. Reformulación de objetivos. Contenidos fundamentales de matemática en el primer nivel de la enseñanza. La matemática moderna en la escuela primaria argentina. Renovación y recursos humanos. Educación matemática del maestro. Capacitación y perfeccionamiento docente. Seguimiento del docente.

* * *

TEMA III

LA MATEMATICA MODERNA EN LAS CIENCIAS APLICADAS Y EN LAS ESCUELAS TECNICAS

MATEMATICA MODERNA Y MATEMATICA APLICADA

Héctor Fattorini (Argentina)

En las últimas dos décadas se ha hecho evidente, especialmente en los países de mayor grado de desarrollo, que la formación matemática recibida por la generalidad de los ingenieros es insuficiente para el tratamiento eficaz y sistemático de muchos problemas que surgen naturalmente en la tecnología "avanzada" (ingeniería aero-espacial, electrónica, etc.) y también en otras ramas más "clásicas" de la ingeniería. Gran parte de estos problemas se pueden formular en el lenguaje de la teoría de control y optimización de sistemas; entre ellos mencionaremos la colocación en órbita de satélites artificiales, el diseño de sistemas de aterrizaje automático, etc.

Los primeros intentos de colocar la teoría de control sobre bases sólidas datan de la década 1950-1960 (aunque ya para esa época se conocían resultados parciales, la mayor parte carentes de justificación satisfactoria). Se hizo evidente entonces que la demostración rigurosa de los resultados más simples de la teoría exige ciertas nociones de matemática "moderna" (en particular, de la teoría de espacios de Hilbert) y además resultados pertenecientes a la matemática clásica que no se incluyen generalmente en el curriculum del ingeniero (por ejemplo, separación de conjuntos convexos mediante hiperplanos en espacios vectoriales de dimensión finita). A fines de la década 1950-1960 y a principios de la siguiente la variedad y complejidad de los sistemas en tratamiento había crecido enormemente, y el lenguaje de los espacios de Hilbert se revelaba necesario no sólo como herramienta para resolver problemas sino como un medio de formularlos y *entenderlos* correctamente como paso previo a su solución. Para remediar esta situación se intentó en varios países desarrollados la formación de científicos "interdisciplinarios", con formación de ingenieros pero con un conjunto de conocimientos matemáticos hasta entonces considerados como propios de un matemático,o a lo sumo de un físico teórico. Uno de los lugares donde se intentó la formación de este tipo de profesionales fue el departamento de ingeniería de la Universidad de California en Los Angeles, California, USA, y los "ingenieros en sistemas" de allí egresados han encontrado aceptación en la industria aero-espacial y electrónica, entre otras. Es natural preguntarse, sin embargo, que validez puede tener para los países de América Latina el ejemplo de profesionales destinados a la industria de una región superdesarrollada (California) dentro de un país superdesarrollado.

Se ha argumentado, en efecto, que el futuro desarrollo de los países latinoamericanos no seguirá necesariamente los caminos marcados por los EE.UU. y los países más desarrollados de Europa y Asia, y que por lo tanto es inútil, y hasta dañoso basar la formación de nuestros profesionales en modelos correspondientes a estos países. Aún reconociendo la validez de esta objeción, es indudable que no se aplica a todos los casos; por ejemplo, algunos países de América Latina se encuentran o se encontrarán en los años venideros con la necesidad de desarrollar su tecnología electrónica,aeronáutica, etc. y resultaría difícil demostrar que estas disciplinas tienen carácter regional en casi cualquier sentido de la palabra.

Volviendo al problema de la formación del profesional interdisciplinario mencionado anteriormente - al que podríamos llamar, a falta de mejor término, "ingeniero ma temático" es indudable que a) La demanda en América Latina por este tipo de ingenieros no es grande en el presente y crecerá quizás lentamente en los años venideros y que b) La gran mayoría de, sino todas, las facultades de ingeniería de los países de América Latina no están en el momento actual capacitadas para brindar el curriculum necesario. La respuesta a a) es que la demanda *puede* ser considerable en los años venideros, ciertamente existirá y debe preverse ahora. En cuanto a b), la respuesta es más complicada; cualquier solución implicaría una reorganización considerable del curriculum, la posible incorporación de matemáticos al cuerpo de profesores y quizás también la creación de departamentos "interdisciplinarios" o la simple colaboración e intercambio docente entre departamentos o facultades de ingeniería y de matemática, un contacto obviamente deseable por las razones presentes y por muchas otras. También habría que vencer la resistencia de profesionales de ingeniería de formación "clásica", para los cuales una teoría como la de los espacios de Hilbert es "difícil", además de "excesivamente abstracta" e "inútil para el ingeniero". Deseo destacar desde ya que no es evidente siquiera que los ingenieros matemáticos deban en todos los casos educarse en facultades de ingeniería: quizás las facultades de ciencias existentes sean más adecuadas para eso, y el de "matemático aplicado" sea un título más expresivo.

Es necesario poner énfasis en que *no* se propone aquí una "matematización" de *todos* los ingenieros (lo cual sería probablemente desastroso) sino simplemente de los especialistas interdisciplinarios descriptos anteriormente. Sin embargo, quizás venga al caso recordar que en muchas facultades de ingeniería de nuestros países (y no sólo de ellos) la formación de los estudiantes se realiza mediante programas obsoletos,* fuertemente influídos por la tradición (entendida en su sentido opresivo) y por ideas anticuadas sobre la relación del ingeniero y la industria. Refiriéndome exclusivamente al aspecto matemático de esa formación creo por ejemplo que hay fuertes razones para incluir en el curriculum del ingeniero un curso razonablemente intenso de álgebra lineal (y quizás multilineal), expresado en lenguaje moderno y en general, para hacer un mayor uso de la matemática moderna en donde corresponde. Como es sabido, la matemática moderna no es sólo una herramienta para resolver problemas sino también (lo cual no es menos importante) un lenguaje que unifica teorías a primera vista desconectadas, estableciendo de esta manera fecundas interacciones. Esto implica economía de pensamiento y poder de síntesis, además de - en muchos casos - una comprensión más profunda de los problemas en estudio.

Resumiendo todo lo dicho anteriormente, esta exposición pretende ser un argumento en favor de la necesidad de crear una carrera interdisciplinaria a mitad de camino entre ingeniería y matemática. Por supuesto, podría intentarse también justificar la creación de otras carreras interdisciplinarias. No me ocuparé aquí de ésto, salvo para señalar que estas carreras podrían contribuir a aportar una solución al problema -muy marcado, por ejemplo, en nuestro país - de la incomunicación de científicos que trabajan en áreas diferentes. En el caso que nos interesa principalmente, los ingenieros matemáticos podrían contribuir a una fecunda interacción entre matemáticos (aplicados o no) y tecnólogos interesados en la matemática como herramienta.

* * *

ALGUNAS CONSECUENCIAS DE LA EXPANSION DE LA ENSEÑANZA SUPERIOR EN CIENCIAS APLICADAS PARA LA MATEMATICA

Guilherme M. de La Penha (Brasil)

En mi conferencia de hoy me propongo abordar ciertos tópicos, algunos bastante antiguos, otros más recientes, relativos a la enseñanza de la *matemática* para no-matemáticos.

1. Existe en la actualidad gran controversia respecto de si la expansión de la enseñanza superior en ciencias aplicadas perjudica o no los niveles académicos y la eficiencia de la enseñanza de la *matemática*. Se han expresado al respecto numerosos puntos de vista, algunos emocionales y otros motivados por la política en el ámbito de la comunidad matemática: procuraré abstenerme de estos tipos de motivación.

Mi opinión es que las condiciones ideales requeridas en esta lucha son aquellas en que la fuerza motriz de la enseñanza matemática, excede la reacción de los estudiantes a ser educados, en lugar de ser simplemente entrenados. Tales condiciones comprenden intrínsecamente un mínimo permisible de conocimiento de las necesidades matemáticas de estos estudiantes.

2. Es difícil decidir cuáles son los tipos de *matemática* más "útiles" para los físicos e ingenieros. La "utilidad" de una rama de la *matemática* varía con el tiempo y muchas veces también con la moda. Hace veinte años, por ejemplo, el cálculo simbólico y los métodos de relajamiento, estaban en boga. La moda actual, en cambio, tiende al álgebra de Boole, teoría de grafos y teoría combinatoria.

Inclusive hasta los años cuarenta, raramente se empleaba otra técnica matemática para la solución de problemas técnicos que las suministradas por el análisis y la geometría del siglo XIX. Actualmente, en cambio, se encuentran con frecuencia utilizadas las ideas y métodos más recientes de los campos de la lógica matemática, el álgebra y el análisis funcional, sin contar las necesidades de las computadoras electrónicas y aparatos análogos. El cálculo de probabilidades, la estadística matemática y la teoría de la información han pasado a ser importantes en la tecnología moderna, en el control de calidad, en la química y en la industria química. Sin embargo, estas disciplinas matemáticas que tienen tanta importancia para las aplicaciones recientes, todavía no son enseñadas en las escuelas técnicas superiores ni tan sólo en las universidades.

Es bien sabido que la física y la tecnología dieron origen a ciertas teorías como el análisis armónico, teoría espectral, ecuaciones en derivadas parciales y teoría de la información. Otras veces, la física adoptó y popularizó teorías -como las matrices, tensores, espinores- que resultaron útiles después de varios años de su aparición. Hoy en química se utiliza la topología algebraica y la teoría de cuerpos de Galois.

Es un fenómeno característico de nuestro tiempo, el hecho de que los métodos matemáticos sean utilizados no solamente en tecnología, sino también y de manera siempre creciente, en otros campos de la actividad humana. En la tecnología, la *matemática* es usada hoy en la solución de problemas que hasta fecha reciente debían ser resueltos por tanteos, a través de artificios empíricos. Por otro lado, el crecimiento increíblemente rápido de la tecnología y de las ciencias naturales, han cambiado de manera drástica tanto el contenido como la metodología de la llamada *matemática aplicada*.

La previsión de las necesidades futuras, e incluso la de las actuales, es un problema difícil, pero las observaciones anteriores justifican, por lo menos, una revisión que actualice el contexto casi clásico de la *matemática* que en la actualidad se enseña a los no-matemáticos.

3. Aunque no me propongo abordar la cuestión del contenido de los cursos, citaré dos ejemplos de temas matemáticos, cuya popularidad va siendo requerida en ritmo creciente para los estudiantes de ciencias aplicadas.

El cálculo exterior proporciona un formulismo de gran elegancia y ya no debería ser permitido, por ejemplo, seguir enunciando el teorema de Stokes (en realidad debido a Lord Kelvin) en su forma tradicional. Ingenieros mecánicos, especialistas en óptica, físicos interesados en relatividad y especialistas en electrónica, necesitan en sus cálculos este formulismo.

La teoría de las distribuciones, que tomó forma más o menos definitiva hace 20 años con Laurent Schwartz, constituye una herramienta útil al moderno análisis funcional. Lamentablemente pocos físicos e ingenieros están entrenados para aplicarla sistemáticamente en el tratamiento de discontinuidades, derivadas y convergencia, cuestiones en que dicha teoría es de gran auxilio.

La "moderna" *matemática* puede ser un instrumento eficiente tanto para los científicos aplicados como para los técnicos. Sin embargo, una barrera creada por una serie de dificultades diversas, ha impedido hasta el momento, que gran número de personas pueda usufructuar las ventajas de estas nuevas posibilidades.

4. Consideremos ahora algunas estadísticas que reflejan la necesidad de un estudio amplio y serio de la adaptación de la enseñanza de la *matemática* a no-matemáticos.

En el primer semestre de 1972, en la Universidad Federal de Río de Janeiro, la distribución de los estudiantes en disciplinas matemáticas, según sus carreras especiales, fue la siguiente:

Campo	Estud./Discipl./Mat.
Ingeniería	1.748
Arquitectura y Urbanismo	100
Farmacia	270
Economía y Administración	740
Biofísica y Biología	130
Filosofía y Letras	170
Psicología	123
Química e Ingeniería Química	840
Geociencias	395
Física	511
Matemática	817
Total	5.844

Según estadísticas parciales, los valores correspondientes en todo el Brasil en términos de estudiantes/disciplinas en 1972, son:

Campo	Estud./Discipl./Mat.
Ingeniería y Tecnología	108.300
Economía y Administración	65.200
Química	12.300
Física	7.500
Matemática	57.600
Total	250.900

Resulta pues que solamente el 13%, según la estadística de la Universidad Federal de Río de Janeiro, y el 23% según la estadística más general del Brasil, de los alumnos que siguen cursos de matemáticas, están interesados en obtener un diploma en *matemática*. Refiriéndonos a los datos más precisos de la primera estadística, resulta que los 87% estudiantes/disciplina restantes, no estudia *matemática* por gusto, sino porque para ellos la *matemática* es una herramienta -entre muchas otras- necesaria para la comprensión de los problemas de sus especialidades. Ellos estudian *matemática* para aplicarla.

Por otro lado, en los últimos 5 años ha aparecido una continua y creciente demanda de profesores para enseñar disciplinas como álgebra lineal, probabilidades y estadística y otras relacionadas con la computación. También para el cálculo, la demanda ha superado lo previsto. Una idea de este crecimiento la puede dar la siguiente estadística de la Universidad Federal de Río de Janeiro:

Disciplina	Crecimiento de la inscripción (1968 - 72)
Matemática para Computación	400%
Probabilidades y Estadística	91%
Análisis Numérico	65%
Algebra Lineal	370%
Cálculo	72%
Otras disciplinas matemáticas	84%

En resumen, estamos ante problemas de masificación global en la enseñanza de la *matemática*, así como ante problemas de demanda de enseñanza para áreas en las que todavía son escasos los docentes habilitados.

5. Necesitamos actualmente hombres y mujeres instruidos y no meramente matemáticos. Si esperamos tener la simpatía y el soporte de los no-matemáticos, debemos rechazar cualquier modificación curricular que de una u otra forma venga a descorazonar matemáticamente a poetas y políticos, médicos y músicos, atletas y sociólogos, padres y profesores secundarios, etc. Es una verdadera ironía que muchos de los cursos de introducción estén proyectados de manera que tan sólo sirven para apartar de la *matemática* a quienes los habían escogido por haber sido capaces de detectar parte de su estética y excitación. Las causas de este fenómeno de dar más énfasis a la investigación y más importancia a la pureza que a las aplicaciones, ¿son simplemente la inercia o el hecho de que los cursos apropiados son difíciles de enseñar?

Cualquiera que sea la razón, nosotros, como matemáticos, debemos hacer un esfuerzo continuado y consciente para balancear la tendencia de crecer apartados del resto de la sociedad.

6. Veamos los hechos como realmente son, sin intentar disimular su real importancia.

En primer lugar, los actuales 87% no-matemáticos constituyen un importante elemento de enlace con el mundo exterior. Probablemente en la próxima década si una persona con cierta instrucción en *matemática* participa de alguna comisión para decidir sobre los fondos para la enseñanza o la investigación *matemática*, esa persona, muy probablemente, formará parte de los 87% de no-matemáticos. Sus ideas sobre la *matemática* será la compartida por el público en general.

Estos 87% no se dedican a la *matemática*, no porque la odien, sino porque encontraron mayor interés en otras cuestiones. Esto no debe ser motivo para que sean tratados como singularidades de las que haya que evitar el contacto.

Por otra parte, es sabido que el ingeniero contemporáneo y los científicos aplicados en general, requieren actualmente en sus trabajos más *matemática* que nunca, a la vez que disponen de menos tiempo para aprenderla. Existen otros muchos asuntos más próximos a sus intereses, a los que necesitan prestar mayor atención.

7. La exposición anterior nos conduce a ciertas consideraciones y conclusiones.

Una primera conclusión es que la enseñanza de los futuros no-matemáticos es probablemente la tarea más importante de los matemáticos profesionales, sea ello o no de su gusto. Esta importancia se manifiesta tanto desde el punto de vista sociológico como desde el punto de vista de la comunidad matemática. Se trata de una tarea, ciertamente, más importante que la producción de mucha investigación matemática de segunda categoría y, posiblemente, tan importante como el entrenamiento de futuros investigadores en matemáticas. En América, lamentablemente, está muy generalizada la idea de que la enseñanza a los futuros matemáticos es la única actividad didáctica relevante de los matemáticos y, además, tal actividad debe ejercerse a nivel de investigación.

Para llamar y retener la atención del elemento típico de los 87% mencionados, es necesario presentar la *matemática* de manera interesante para ellos, para así poder competir con éxito con otras disciplinas que son por ellos preferidas. El material teórico debe ser profusamente ilustrado con ejemplos y el instructor debe realmente comprender estos ejemplos. Es triste constatar que algunos de nuestros doctores recientes están capacitados, por lo menos en teoría, a conducir aulas en los institutos de París o de Princeton, pero son incapaces de dar un buen curso de cálculo para ingenieros, por no haber sido instruídos en los rudimentos de mecánica o de electrodinámica.

El conocimiento de las aplicaciones no es suficiente para ejercer con éxito la tarea de enseñar *matemática* a no-matemáticos; es necesaria, además, una intensa dedicación a la cuestión, capaz de contagiar a los estudiantes y eliminar la impresión de estar recitando un libro de texto ya gastado por el uso. Muchos son los que consideran que la *matemática* enseñada a los 87% no-matemáticos es "trivial", lo cual puede ser cierto, pero de ninguna manera motivo para declarar que tal tarea no es importante.

Otro punto digno de ser considerado es la frecuente confusión entre las ideas de rigor y de generalidad en las exposiciones hechas para físicos e ingenieros. Existen siempre buenos motivos para sacrificar la generalidad, pero nunca hay buenas razones para contentarse con menos de un rigor absoluto. Los estudiantes de ciencias aplicadas asocian la idea del rigor con la tarea de escribir en sus más mínimos detalles cada etapa de una demostración. Ingenieros y físicos tienen la idea de que todo lo que es necesario para hacer que una demostración sea rigurosa es sembrarla de épsilons y deltas y, naturalmente, tienen cierta aprensión a las demostraciones de este estilo.

La tendencia a enunciar teoremas con un mínimo absoluto de hipótesis, aparte de ser algo de poca utilidad para un físico o un ingeniero, desperdicia mucho tiempo disponible, ya de por sí escaso.

Un ejemplo que se me ocurre es el del teorema de Cauchy en un curso de funciones de variable compleja. Algunos matemáticos dedican tres semanas lidiando con épsilons y deltas para llegar a lo que imaginan una demostración rigurosa del teorema, muchas veces sin haber definido convenientemente los conceptos de función o de interior de una curva de Jordan, sin lo cual ni tan sólo puede ser correcto el enunciado del teorema, mucho menos su demostración. Otros consideran importante enunciar y demostrar el teorema bajo la hipótesis de la existencia de derivada en una región (probablemente sin explicitar esta condición correctamente). Sin embargo, para las funciones encontradas por los ingenieros y físicos en la práctica, sería mucho más fácil demostrar el teorema para los casos en que la derivada es continua, en cuyo caso la demostración simple y perfectamente rigurosa puede hacerse en media hora. Físicos e ingenieros estarían contentos con esta versión restringida del teorema de Cauchy, siendo una completa pérdida de tiempo enseñarle algo más general.

Por otra parte, es cierto que la generalidad es en ciertos casos benéfica. Cuando un concepto amplio comprende varias situaciones semejantes a ayudar a la comprensión de las ideas fundamentales, entonces si que se trata de un tipo de generalidad conveniente para físicos e ingenieros. Por ejemplo, es muy apropiado hacer aparecer ciertos desarrollos en series de Fourier, o en series de funciones de Bessel, así como frecuencias en la vibración de cables, barras o placas,... como ejemplos diversos de unos pocos conceptos de la teoría de espacios de Hilbert.

Desde que L. Schwartz dio significado respetable a la función de Dirac por medio de las distribuciones, los físicos solicitan un tratamiento de esta nueva teoría en forma comprensible, sin demasiado esfuerzo. También en este caso, al físico no le interesa una mayor generalidad que la necesaria para los casos que aparecen en física. A ellos no les interesa el tratamiento lo más general posible de las distribuciones, tan sólo desean aprender lo suficiente para poder usar legítimamente varias funciones extrañas, de las que ya estaban haciendo uso, a pesar de las objeciones de los matemáticos. Vale observar que el análisis no-standard del Profesor A. Robinson dá al físico y al ingeniero elementos para el uso apropiado de estas funciones, así como para la manipulación legítima de los infinitésimos de Leibnitz. Si, de alguna manera, se pudiera enseñar un curso de cálculo basado en este tipo de análisis, se habría conseguido un enorme éxito para los estudiantes de ciencias aplicadas en general.

Es importante tener conciencia de que los niveles de rigor están sujetos a fuertes variaciones en el espacio y en el tiempo y que tal vez no sean más que una concentración en temas que están en uso en el momento.

De análoga manera, consideramos que un excesivo énfasis en los fundamentos lógicos en el transcurso de un curso básico, es una pérdida de tiempo en un lugar inadecuado. Quienes consumen la *matemática* deben ser educados en pensar lógicamente, pero no mediante un uso excesivo de cuantificadores, por lo menos en los cursos elementales de análisis.

8. Finalmente, ¿cómo resolver el dilema de tener que enseñar a los 87% no-matemáticos la enorme cantidad de material requerido en un espacio limitado de tiempo? Enseñar el mismo material a los estudiantes de *matemática* consume dos años de estudio a tiempo integral. Sin embargo, un físico o un ingeniero no puede esperar tanto tiempo para hacer uso del teorema de Stokes o de un teorema de existencia en la teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Tal dilema admite una sóla solución, distribuída en etapas complementarias. Una etapa debe consistir en sesiones intensivas de resolución de problemas, en los cuales se da mucho énfasis a las aplicaciones, procurando hacer uso de la comprensión intuitiva del asunto. La etapa complementaria consiste en una drástica eliminación del rigor formal en favor de la intuición geométrica.

Un matemático profesional es posible que reniegue de esa solución, arguyendo inclusive si tal curso podría llamarse de *matemática*, ya que al aliviar el rigor estaríamos renunciando a la excitación intelectual, para dar tan sólo un conglomerado de recetas. No es en este espíritu que hacemos dichas sugestiones, sino con el objetivo de hacer ver al profesor de matemáticas que no debe intentar enseñar todo lo que sabe ni tan sólo utilizar el lenguaje peculiar de su comunidad: una adaptación al medio es necesaria para sobrevivir. Dentro del espectro completo que va desde la motivación y la intuición a la sofisticación y el rigor, en los cursos para no-matemáticos el énfasis debe residir en los dos primeros aspectos.

Los consejos de André Weil en 1954(ver bibliografía) siguen siendo actuales, debiendo ser encarados seriamente.

9. Ya que hicimos consideraciones de orden general tal vez sea ahora el lugar apropiado para sugerir algunas recomendaciones, también de orden general, para responder a los problemas planteados.

La *matemática aplicada*, como ciencia y arte, con sus objetivos, actitudes y técnicas propias, carece de personal habilitado. Tan solo unos pocos pioneros que tuvieron la necesidad y la oportunidad, intentaron adquirir conocimientos para enseñar de manera comprensiva la *matemática* requerida en las aplicaciones a varios campos de la ciencia. Mucho se podría conseguir si fuera posible crear una entidad que enfatizase ampliamente las aplicaciones de la *matemática* a la física, ingeniería, ciencias biológicas y ambientales, medicina, etc. Tal entidad debería ser, naturalmente, de carácter interdepartamental, con predominio de *matemática*, incluyendo docentes seriamente interesados en su utilización. Es difícil delinear de manera precisa la organización de este "anillo de estudios especiales en *matemática*". Es necesaria mucha experiencia, la cual apenas necesita, aunque lo merece, soporte financiero tanto de las universidades como de organismos gubernamentales o intergubernamentales.

En muchas universidades los estudiantes reciben una excelente formación a nivel de post-grado en *matemática pura*. Sin embargo, un programa tradicional en *matemática* puede no ser la mejor manera de atraer y motivar a un estudiante en el nivel de graduación para trabajar en ciencias parcialmente matemáticas o para llegar a ser un especialista en las aplicaciones. Recomendamos, por tanto, una atención especial para los programas de formación en ciencias parcialmente matemáticas, lo cual requiere: 1° Una participación más activa de los departamentos de estadística existentes en la enseñanza básica; 2° El desarrollo de programas formativos en ciencias de la computación. Es posible concretar estas sugestiones aumentando la flexibilidad y amplitud de los programas de formación en *matemática* ya existentes, en lugar de crear estructuras totalmente nuevas, fuera del alcance de la *matemática*.

10. Por encima de todo debemos tomar conciencia del problema que no se puede dejar de afrontar. Una conciencia concentrada menos en el progreso de investigaciones en pequeñas áreas aisladas, ni en el "status" adquirido por la publicación de artículos en revistas de prestigio, ni en áreas de investigación cuidadosamente guardadas, donde no es bienvenida la entrada de extraños ni se practica la comunicación e intercambio de información de experiencias con otros campos. Una conciencia que nos haga enseñar *matemática* en lenguaje inteligible y no como una selva de símbolos cuya llave del código es conocida tan sólo por los iniciados.

Nuestra obligación es evitar que la *matemática* figure como una mancha cenicienta, aislada, en el verdeante mapa de la ciencia.

Bibliografía

A. WEIL, *Mathematical Teaching in Universities*, Amer.Math.Monthly, 61 (1954), 34.

CUPM, *A Curriculum in Applied Mathematics*, 1966.

SIAM, *Education in Applied Mathematics*. SIAM Revue, 9 (1967), 289.

COSRIMS, *The Mathematical Science*, A Report. N.S.F. 1968.

G.M. DE LA PENHA, *Considerações Preliminares sobre Ensino versus Pesquisa em Matemática*, I. Mat. UFRJ, 1971.

----------------, *Recomendações sobre o Programa de Matematica em Nivel de Graduação para Engenheiros*, I. Mat. UFRJ, 1972.

I.MATEMATICA, UFRJ, *Pasta de Estadisticas*, Seção de Ensino, 1972.

B.B. PETERSON, *Survival for Mathematicians or Mathematics?* Amer. Math. Monthly, 79 (1972), 70.

GRUPO DE TRABALHO, BNDE, *Elementos para um Planejamento das Atividades de Matematica no Brasil*, 1972.

* * *

LA NOCION DE APROXIMACION EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA

André Revuz (Francia)

1. En la exposición que presenté en la Segunda Conferencia Interamericana sobre la Enseñanza Matemática realizada en Lima, había expuesto las grandes líneas de una estrategia de refuerzo de la enseñanza del análisis en el nivel secundario, e insistido sobre la importancia capital de la noción de aproximación.

2. Los programas franceses puestos en vigencia a partir de 1969 ofrecen un ejemplo de aplicación de dicha estrategia. Me propongo a continuación esbozar la parte de esos programas en lo que concierne al análisis, apreciar su asimilación y estudiarmás particularmente los puntos que aún ofrecen dificultades.

	Fecha de aplicación	Clase	Promedio de edad de los alumnos	Parte del programa referida al análisis
1° ciclo	Octubre 69	Sexta	11 años	Aplicaciones; $(Z,+,\leqslant)$
	Octubre 70	Quinta	12 años	$(Z,+,\times,\leqslant)$
	Octubre 71	Cuarta	13 años	Anillo ordenado. $(D,+,\times,\leqslant)$ de los Nos.decimales Cálculos aproximados con ayuda de números decimales. Aproximación intuitiva de R. Inventario de las propiedades de cuerpo ordenado de R.
	Octubre 72	Tercera	14 años	Revisión de las propiedades de R. (Q como sub-cuerpo de R.)
2° ciclo	Octubre 69	Segunda	15 años	Aplicaciones - Relaciones Conectivos lógicos.
	Octubre 70	Primera	16 años	Continuidad - Límite - Diferenciación.
	Octubre 71	Terminal	17 años	Integración

Hay que notar que la reforma arrancó simultáneamente en Octubre 1969 en sexta y segunda. Los alumnos que desde 1969 siguieron la enseñanza del segundo ciclo habían seguido un primer ciclo no renovado. Podemos pues dar por descontado que la tarea será más fácil a partir de Octubre 1973 con los alumnos que entren entonces en segunda. Por otro lado habrá ocasión de arreglar los programas de segunda en Octubre 1973, para tener en cuenta la escolaridad anterior de los alumnos; arreglo que podrá ser en gran parte un alivio.

3. Es muy pronto para apreciar la acogida de un nuevo programa de tercera. En las otras clases el primer año ha creado problemas más o menos agudos de adaptación, generalmente resueltos en el transcurso del segundo año.

Podemos enumerar entre los éxitos:

a) La introducción del anillo ordenado Z en los dos primeros años del primer ciclo. Los métodos de enseñanza parecen estar a punto, y se admite en general la posibilidad de presentar Z en los dos últimos años de la escuela primaria.

b) La introducción de la diferencial como aplicación lineal tangente ha sido bien recibida. Ella permite hacer comprender el significado de la diferenciación mejor que con la sola consideración de la derivada (es decir, del coeficiente de la aplicación lineal que es la diferencial).

c) La presentación de la integral de Riemann en cuanto tal (pero contentándose con mostrar que son integrables las funciones monótonas por partes), por previa definición de la integral de las funciones en escalera, y búsqueda de acotamiento de una función que ha de ser integrada por funciones en escalera, ha sido igualmente muy bien acogida. La integral y la primitiva son presentadas como nociones distintas,y se ha mencionado la relación en el caso de las funciones contínuas.

4. Las dificultades surgidas tienen que ver por una parte con los cálculos aproximados, en cuarta, y por otra, con la noción de continuidad, en primera.

Como ya he tratado detalladamente la enseñanza de la noción de continuidad en un artículo ya publicado, no me referiré aquí sino a lo esencial.

Estimo que la causa principal de las dificultades que enfrenta tanto la enseñanza de los cálculos aproximados, en cuarta, como la de la continuidad, en primera, es la persistencia de una mentalidad que reinaba en la enseñanza tradicional y que ignoraba la noción de aproximación. Esta ignorancia era completa en la enseñanza primaria, que sólo reconocía cálculos "exactos", aunque la precisión dada era ampliamente ilusoria, dada la situación concreta a la que pretendían referirse. Debería haber sido menos terminante en la enseñanza secundaria, pero es evidente que la práctica de esta enseñanza la constituían cálculos "exactos", que las nociones que no podían ser razonablemente fundadas sino en la idea de aproximación, tales como la continuidad o el límite, eran más o menos escamoteadas, y que el cálculo diferencial y el cálculo de algunas primitivas tomaban el aspecto de un cálculo algebraico del cual estaba ausente la idea de aproximación.

La dificultad que allí encontramos aparece mucho menos como una dificultad intrínseca que como la supervivencia de una tradición errónea: el comportamiento de tanto profesor del primer ciclo con respecto a los cálculos aproximados se debe a la timidez, y aún a la desconfianza.

Es tenaz la ilusión de poder dar siempre resultados exactos, y hasta creo que algunos tienen por inmoral el no poder hacerlo.

La motivación de los cálculos aproximados es doble:

a) Una medida física efectiva no puede ser dada por un sólo número: la repetición de la operación de medida da números diferentes, y el informe honesto es dar un intervalo en el conjunto D de los decimales. (Se trata, en efecto, de un intervalo de "confianza", y una presentación probabilística del resultado sería un modelo más satisfactorio, pero al que no se puede recurrir a nivel del primer ciclo, dado el estado actual de la difusión de los conocimientos probabilísticos).

b) La inexistencia de una inversa y de una raíz cuadrada para todo decimal lleva a poner pares de decimales como sustituto del elemento inexistente.

c) En los dos casos, nos vemos inducidos a presentar como resultado, no un número, sino un intervalo de extremos distintos. Este intervalo puede ser descripto de dos maneras diferentes, ya sea utilizando la estructura de orden de D, y escribiéndola si a y b son los extremos del intervalo supuesto abierto,

$$]a, b[= \{ x \parallel a < x < b \}$$

ya sea utilizando la estructura métrica de D, y abriéndola

$$]a, b[= \left\{ x \parallel \left| x - \frac{a+b}{2} \right| < \frac{b-a}{2} \right\}$$

Los dos procedimientos son matemáticamente equivalentes, y el segundo tiene el gran mérito de generalizarse a espacios métricos cualesquiera.

Pero parece no obstante que al principio es mejor utilizar el primero. Podremos hablar del par (a,b) como de un acotamiento del resultado "exacto" inaccesible, e insistir acerca del hecho de que, en tal situación, no es por un sólo número, sino por *dos*, que se expresa lo que sabemos.

Podemos decir que, en el segundo procedimiento, también utilizamos dos números $\left(\frac{a+b}{2}\right)$ y $\left(\frac{b-a}{2}\right)$. Desgraciadamente hay entre los dos casos una diferencia psicológica importante que aparece en el origen de ciertas dificultades.

En efecto, $\frac{a+b}{2}$ es presentado con frecuencia como valor aproximado de un número no conocido exactamente, y $\frac{b-a}{2}$ como una mayorante del error.

Es, por cierto, correcto, pero la palabra error posee incontestablemente un matiz peyorativo, reforzado por el hecho de que el error no es conocido, y que su manejo no parece simple. Además, con demasiada frecuencia se abusa al calcular con valores aproximados, olvidando los errores (justificándose a veces, con ligereza, calificándolos como despreciables).

Por lo cual, parece pedagógicamente más sano trabajar al comienzo sobre acotamientos, y observar el comportamiento de esos encuadres al efectuar sumas, diferencias, productos, cocientes.

La consideración de acotamientos sucesivos cada vez más sutiles es, por otra parte, una excelente motivación para el estudio de R y sugiere antes de definirla con precisión, la continuidad de las operaciones de R. (Señalemos de pasada que no se trata por cierto de proceder a una construcción cualquiera de R en el nivel del primer ciclo, ni del segundo. Habiendo preparado la intuición, damos una lista de propiedades atribuídas a R, y de allí deducimos las otras; en otras palabras, damos axiomas de R, cuya coherencia y utilidad ya hemos hecho plausibles).

La misma ignorancia del papel de la *aproximación* es lo que dificulta a veces la noción de continuidad. Otra causa es la confusión en que incurren algunos que piensan que la noción de función continua, resulta de la matematización de las intuiciones que expresa el término "continuo" en el lenguaje corriente: una ola continua, un trazo continuo..., y que hallan su formulación matemática en la noción de espacio topológico conexo. La función continua no es la función que no tiene saltos, sino la función que permite una aproximación tan buena como se quiera de f (x), si tenemos una aproximación suficientemente buena de x. Una buena motivación para introducir esta noción es buscar una clase de funciones de un intervalo de R en R que puedan ser razonablemente utilizadas para expresar las leyes de la física macroscópica. La continuidad no es la única respuesta posible; otras son: la continuidad uniforme, una condición de Lipschitz...; y parece importante no engañar a los alumnos a este respecto, y hacerles creer que no hay sino una respuesta posible, o que la continuidad habrá de satisfacer a todas las aspiraciones de las ciencias experimentales.

A lo sumo podemos decir que es una exigencia minimalista desde que hemos decidido representar las leyes de la física macroscópica por aplicaciones de R en R, o de una parte de R (D por ejemplo) en ella misma. Y hay que recordar a este propósito que la utilización de R no será nunca motivada por la experiencia; R es una construcción matemática que posee propiedades muy agradables: cuerpo conmutativo totalmente ordenado, conexo por la topología usual ligada al orden, y completo para la distancia usual ligada al valor absoluto del cual se lo provee.

En conclusión, parece que el obstáculo reside menos en una dificultad matemática intrínseca, que en una ignorancia de la noción de *aproximación* o en un tenaz prejuicio desfavorable a su respecto.

La obtención de resultados por encuadramiento fue ensayado en el nivel de la enseñanza primaria; ésta no presenta más dificultades aquí que en el primer ciclo del segundo grado. Las dificultades son menores en la medida en que la creencia en la "exactitud" de todo cálculo no se halle anclada en los espíritus. Una enseñanza de ciencias experimentales que brindara a los alumnos del primer ciclo la ocasión de medir por sí mismos, y les hiciera tomar conciencia de lo incierto de los resultados que instrumentos adecuados y una ejecución cuidada de la medida pueden reducir , pero no hacer desaparecer, se aliaría muy bien a la enseñanza preparatoria del análisis que se ha querido dar en las clases de cuarta y tercera.

En todo caso, parece posible presentar desde ahora en el nivel del segundo ciclo las primeras nociones de cálculo diferencial e integral sin escamotear en nada el papel fundamental que allí desempeña la noción de aproximación.

Bibliografía

La noción de continuidad en la enseñanza del segundo grado, Educational Studies in Mathematics, 4 (1972), D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holanda.

* * *

LA MATEMATICA MODERNA Y LA FORMACION MATEMATICA DE LOS INGENIEROS

José Tola (Perú)

1. El título de esta conferencia describe imperfectamente sus limitados propósitos. Son estos, apenas, los de exponer algunos conceptos acerca de la educación matemática de los ingenieros, inspirados en las ideas renovadoras que constituyen tema de esta Conferencia Interamericana de Educación Matemática.

La presente exposición trata solamente en forma tangencial acerca de los aspectos metodológicos y didácticos. Pretende poner el énfasis en cuestiones de carácter más general, que pueden contribuir a esclarecer los criterios de perfeccionamiento de los curricula de matemáticas para ingenieros. El deseo de abreviar puede dar algunas veces a lo que sigue un tono dogmático que está lejos de mi intención. La mayor parte de mis aseveraciones tienen indudablemente un carácter relativo y ciertamente pueden ser afectadas por las circunstancias particulares de cada caso. Sin embargo, confío en que aportarán algo que tenga interés para el tema que me ocupa.

Comienza ya a ser lejana la época en que en las escuelas de ingeniería se aceptaba sin discusión el curriculum inflexible de cursos de matemáticas casi enteramente independientes unos de otros: aritmética, álgebra, geometría, trigonometría, geometría analítica, cálculo infinitesimal, geometría descriptiva y mecánica racional. No obstante, mucho queda aún de las antiguas tradiciones. Aún subsiste en parte la tendencia a distribuir la materia en compartimentos aislados, la ausencia de las grandes ideas unificadoras, la predilección por los ejercicios artificiosamente complicados, la resistencia contra algunas ideas matemáticas fundamentales a las que se atribuye, no siempre con razón, un valor exclusivamente teórico. Sin embargo, debo apresurarme a aclarar que todo esto no es cierto sino con excepciones que aumentan día a día. A pesar de eso, es conveniente examinar una vez más los defectos más saltantes e intentar señalar, aún cuando no sea sino de manera incompleta, algunas medidas destinadas a corregirlos.

Todas las afirmaciones que puedan hacerse respecto de la cantidad y de la calidad de los conocimientos matemáticos que deben proporcionarse a los ingenieros en la fase de su formación, tienen un valor relativo. Es evidente, en efecto, la imposibilidad de establecer un curriculum único apropiado para los ingenieros de todas las especialidades, de todos los niveles, de todas las tendencias, de todos los países y de todas las regiones. Resulta pues claro que, aún cuando puede haber algo en común, la formación matemática de los ingenieros deberá guardar estrecha relación con las circunstancias que acabo de mencionar, lo cual puede determinar grandes diferencias de especialidad a especialidad, de país a país y aún de escuela a escuela. Por este motivo debo insistir en que los comentarios que siguen se limitarán necesariamente a consideraciones de orden general cuya aplicabilidad es variable según las circunstancias.

2. Deficiencias y errores en la formación matemática de los ingenieros.

La educación matemática de los ingenieros tiene sus propias exigencias. Dentro de ciertos límites, sus propósitos son bien definidos. Por consiguiente su eficacia depende de la forma como esos propósitos sean alcanzados. En líneas generales puede decirse que esos propósitos son los siguientes:

- la debida comprensión de aquellos temas científicos y técnicos que es indispensable abordar primero en el curso de la formación universitaria y luego durante la vida profesional.
- la adquisición de la habilidad necesaria para el correcto empleo de los métodos matemáticos que son habitualmente requeridos en el ejercicio de la profesión.

Los principales factores que pueden impedir que esos fines sean alcanzados, podemos clasificarlos en dos grupos. En el primero consideramos los factores relativos a la selección de los temas que son objeto de la enseñanza; en el segundo nos referimos a los factores que se refieren al nivel y a la calidad de la instrucción.

A. En lo que respecta al contenido de los planes de estudio, es decir a la elección de los temas, cabe señalar los factores siguientes:

A 1. La insuficiencia de los conocimientos impartidos debido a la ausencia de nociones teóricas o de métodos prácticos que son necesarios unos y otros para el ejercicio de la profesión o para el futuro perfeccionamiento profesional.

A 2. El exceso de material teórico o aplicado que es enseñado, y en consecuencia la sobrecarga indebida de información, que el futuro ingeniero no tendrá oportunidad de utilizar y que por tanto no contribuye esencialmente a su mejor capacitación.

En lo que respecta al segundo factor, cabe observar que puede haber la tendencia a incluir materias de uso poco frecuente, en previsión de que pudieran ser útiles en casos eventuales. A este respecto considero oportuno señalar la conveniencia de dar preferencia en lo posible a aquello que tiene un valor formativo permanente sobre aquello que puede tener un valor de uso inmediato pero eventual.

B. En lo que respecta al nivel y a la calidad científica de la instrucción podemos señalar los factores siguientes:

B 1. Las deficiencias teóricas que comprometen en forma esencial la debida comprensión de las ideas y limitan en consecuencia la posibilidad de su empleo apropiado.

B 2. Las enseñanzas ajustadas a consideraciones teóricas correctas pero no suficientemente inspiradas en la preocupación por su aplicación práctica. De donde puede resultar una demanda exagerada e innecesaria de la capacidad de abstracción de los estudiantes, o bien un exceso de información teórica inaplicable.

B 3. Las exageraciones del refinamiento teórico, que resultan incompatibles con los propósitos de la educación matemática de los ingenieros.

En relación con todos los factores que he enumerado deseo referirme brevemente acerca de la importancia capital de los textos y de las referencias bibliográficas. La escasez de libros de texto de matemáticas en castellano hace siempre difícil atender debidamente a este importantísimo aspecto de la enseñanza. Es cierto que en los últimos años se han hecho progresos importantes tanto por el esfuerzo de autores de habla española, como mediante traducciones cuidadosas de obras escritas originalmente en otras lenguas. Sin embargo, en lo que respecta a textos adaptables a la formación de nuestros ingenieros, el problema es aún muy agudo y queda mucho por hacer para darle solución.

Me he limitado a enumerar algunos factores que pueden dificultar el éxito de la educación matemática de los ingenieros. No intentaré dar normas para salvar las dificultades a que esos factores dan lugar. En verdad habría lugar aquí para un amplio debate; y no hay reglas seguras para zanjar las diferencias. Todos los factores que he mencionado pueden ser objeto de diversas apreciaciones subjetivas más o menos atendibles en función de circunstancias que pueden ser muy variables. Cabe mencionar entre estas, por ejemplo, la especialidad del futuro ingeniero, su educación matemática previa, el nivel de la cultura profesional que aspira a alcanzar, las exigencias técnicas del medio en que deberá trabajar, etc.

En todo caso, no es posible ocultar que cuando actúan algunos de los factores perjudiciales que he mencionado, sus consecuencias pueden ser de gravedad. Así puede preverse a la larga entre esas consecuencias un déficit de profesionales con la formación adecuada para satisfacer las necesidades de un país en proceso de desarrollo. Tal cosa implicaría entre otras, un mal empleo de los recursos económicos y humanos que se invierten en la formación de técnicos. En ciertos casos extremos, la deficiente formación profesional puede conducir a frustraciones individuales; pero sería excesivo suponer que tal efecto pudiera atribuirse en algún caso exclusivamente a una formación matemática inadecuada. Sin embargo no es excesivo afirmar que la formación matemática insuficiente puede dificultar el perfeccionamiento profesional y la adaptación del ingeniero a las innovaciones que pueda haber en su propia especialidad.

La aparente exageración de las afirmaciones anteriores puede tener origen en el hecho repetidamente mencionado de que no todos los ingenieros requieren de la misma formación científica, matemática en particular. Ciertamente no es posible aseverar categóricamente que todos los ingenieros deben tener necesariamente una educación matemática muy elevada aún cuando sea cierto que en todo caso debe ser esmerada. Insisto por eso en que los factores que he citado antes son aplicables en todos los casos pero de acuerdo con criterios que deben acomodarse a las circunstancias particulares de que se trate. Es decir que dichos factores deben ser tenidos en cuenta en forma diversa según se trate de la formación de ingenieros que requieran ordinariamente de conocimientos matemáticos comparativamente simples, o bien se trate de la formación de ingenieros que deban hacer uso de conocimientos más o menos elaborados. Hay por tanto, es cierto, un amplio margen de indeterminación.

3. La matemática moderna y la formación matemática de los ingenieros

La denominación de matemática moderna ha adquirido ya un cierto sentido que es el que vamos a atribuirle aquí, que es aquél que tiene relación con el movimiento a favor de la reforma de la enseñanza de la matemática en la educación básica o escolar. A ese respecto podemos decir que tal denominación es en cierto modo convencional, por cuanto se refiere a ideas y doctrinas que fueron elaboradas en su mayor parte hace ya muchos años. Lo esencialmente nuevo es el vigoroso movimiento de los últimos tiempos, impulsado por un gran número de matemáticos de todo el mundo, dirigido a sustituir la enseñanza tradicional que se considera en parte inoperante, por otra que tome en plena consideración los adelantos científicos y las necesidades e inquietudes del mundo y de la sociedad moderna. Ese movimiento se propone modificar la educación matemática en su espíritu, en su contenido y en sus métodos, pero sin dejar de lado los temas de la educación tradicional que no han perdido su validez, los cuales, sin embargo aspira a que sean enseñados de una manera más eficaz. En tal sentido, la matemática moderna comprende un conjunto de ideas y actitudes que constituyen su espíritu y un conjunto de temas concretos que constituyen su contenido o su materia.

En lo que respecta al espíritu de la matemática moderna podemos decir que está caracterizada principalmente por los siguientes elementos:

a. *La abstracción.*- El desarrollo de la capacidad de abstracción constituye un objetivo importante de la educación matemática. Mediante ella puede lograrse una adecuada generalidad y la consiguiente economía de esfuerzo. El método axiomático y la noción de estructuras matemáticas son ideas importantes en relación con el desarrollo de la capacidad de abstracción.

b. *El rigor lógico.*- La educación matemática moderna debe desarrollar el rigor lógico no solamente por su valor formativo general, que es en sí importante, sino también porque sólo recurriendo a él es posible lograr la cabal comprensión de las ideas y métodos matemáticos. Resulta de allí la necesidad de insistir en la precisión y la claridad de los conceptos y de las definiciones, y en las formas correctas de llevar a cabo las demostraciones.

c. *La formalización.*- El simbolismo y el lenguaje adecuados son valiosos colaboradores del razonamiento y constituyen instrumentos esenciales de la matemática.El uso correcto de su empleo eficiente es un propósito de la matemática moderna.

d. *La creatividad.*- La matemática como muy pocas otras disciplinas, ofrece oportunidades óptimas para desarrollar las aptitudes de investigación. Por ese motivo la educación matemática debe esforzarse por contribuir a despertar esas aptitudes mediante la presentación de situaciones que inciten al descubrimiento y al desarrollo de la originalidad.

Desde luego no hay tampoco unanimidad respecto de la importancia relativa de las características mencionadas, ni tampoco de los recursos didácticos y metodológicos que deben emplearse para dar cumplimiento a los propósitos de la matemática moderna que corresponden a esas características. Sin embargo ha sido hecho un gran esfuerzo en esa dirección y se cuenta ya con experiencia y libros de texto de indudable valor, algunos de estos últimos escritos en nuestra lengua.

En lo que respecta al contenido de la matemática moderna, en el sentido a que nos venimos refiriendo, puede decirse también que no hay una total coincidencia de opiniones. Sin embargo podemos aventurar que existe un cierto conjunto de temas cuya inclusión parece ser generalmente aceptada:

a. Conjuntos, relaciones, funciones, sistemas de números, bases de numeración, estructuras algebraicas fundamentales.

b. Geometría axiomática, vectores, transformaciones, geometría con coordenadas, áreas y volúmenes como introducción a la noción de medida.

c. Idea de límite de funciones y de derivada de una función.

d. Introducción a las probabilidades y a la inferencia estadística.

e. Introducción al lenguaje de las computadoras.

La precedente descripción de la idea de matemática moderna tiene por objeto precisar qué queremos decir al afirmar que la matemática moderna debe estar presente desde el primer momento en la educación matemática de los ingenieros. Es claro que las mismas razones que hay para que la enseñanza básica de la matemática responda al espíritu que hemos descrito, la hay para que ocurra lo mismo con la enseñanza de la matemática a los futuros ingenieros, aún cuando pueda haber variaciones en lo que respecta a la importancia relativa de las distintas características. Además, las actitudes que se trata de desarrollar con la matemática moderna no son útiles solamente para una fase de la educación, sino que deben serlo en adelante y para toda la vida.

En lo que respecta al contenido, la cosa cambia esencialmente por razones evidentes que me parece innecesario detallar. Sin embargo hay dos circunstancias que creo que es conveniente señalar:

1° La educación matemática de los ingenieros debe tomar en cuenta los cambios que vayan realizándose en los currícula de educación básica. Por consiguiente deberá ir adaptándose a los progresos de la matemática moderna en el nivel básico, tanto en su espíritu como en su contenido.

2° Es necesario tener en consideración que hay capítulos de la matemática, algunos de ellos nuevos en sus objetivos y en sus métodos, cuya importancia en las aplicaciones está siendo reconocida. Es necesario por consiguiente, tomarlos en cuenta cuando se establecen o se reforman los currícula. Es posible que algunos de esos temas puedan sustituir con ventaja a otros que forman parte de la enseñanza tradicional. Me limitaré a nombrar a título de ejemplos: el álgebra lineal y multilineal, las probabilidades y la estadística y las técnicas de computación.

Aunque no es mi intención entrar en detalles, que harían aún más discutible el tema que estoy tratando, no quisiera dejar de decir unas palabras a favor de la admisión del álgebra lineal en el curriculum de matemática para los ingenieros. Esto, desde luego, salvo las distinciones a que antes me he estado refiriendo. Aparte del interés propio de ciertas partes del álgebra lineal (por ejemplo para el estudio de los sistemas de ecuaciones lineales algebraicos y diferenciales) deseo destacar su importancia capital para la debida comprensión de conceptos de utilidad práctica tales como los de divergencia y curl, cuya significación profunda aparece clara a partir del concepto de la derivada del campo considerada como una función cuyos valores son transformaciones lineales; y el cálculo tensorial cuyo estudio se enriquece desde el punto de vista de la noción de producto tensorial de espacios vectoriales.

Es indudable que la introducción de los nuevos capítulos requiere todavía un considerable esfuerzo de adaptación de las exposiciones existentes, que están destinadas usualmente al uso de los matemáticos. Esa adaptación, que deberá hacerse teniendo como objetivo satisfacer las necesidades de los ingenieros, podría contribuir grandemente a una economía de trabajo y a una mejor comprensión de ideas y de métodos que de esa manera podrán ser mejor aprovechados con fines prácticos.

4. La ingeniería moderna y los nuevos dominios de las matemáticas.

La moderna ingeniería descansa en las realizaciones y en las investigaciones experimentales y teóricas de millares de ingenieros y de científicos que nos han precedido. En los últimos años, la distancia que ordinariamente ha separado a los descubrimientos científicos de sus aplicaciones prácticas, a la ingeniería en particular, se ha acortado en forma sustancial. Por tal motivo, ahora más que nunca, es necesario para el ingeniero estar informado acerca de los avances más significativos de las ciencias físicas y matemáticas. Es generalmente reconocido que la ingeniería de hoy se vuelve cada vez más una ciencia: ya no es solamente un arte como fue en tiempos pasados. En esa transición, las matemáticas desempeñan un papel fundamental. De allí resulta que extensos capítulos de las matemáticas encuentran nuevas aplicaciones técnicas y que se abren nuevos dominios de interés inmediato para los ingenieros.

Para la mayor parte de los ingenieros las matemáticas constituyen un medio para lograr determinados fines. Esos fines son de ordinario los de dar respuesta numérica a problemas concretos. Sin embargo en ciertos casos los propósitos son considerable -

mente más complejos y la simple respuesta numérica más o menos aproximada no es satisfactoria. Dejemos estos casos particulares para los cuales la justificación de una formación matemática avanzada resulta ser obvia, y volvamos al caso general. Muchas veces, quizás la mayor parte de las veces, las respuestas numéricas requeridas por los ingenieros de tipo promedio se pueden obtener mediante el empleo de fórmulas simplemente aritméticas o poco más. En tanto las ocupaciones usuales encuentran su satisfacción con métodos tan sencillos, es claro que el profesional no percibe la necesidad de adquirir conocimientos matemáticos más avanzados. Pero es un hecho, que probablemente todo ingeniero puede comprobar durante el ejercicio de su profesión, que cada vez más frecuentemente en los últimos años, aparecen problemas que no es posible tratar adecuadamente con fórmulas sencillas o con procedimientos matemáticos elementales. Hay muchos factores que contribuyen a agudizar esa situación. Mencionaremos algunos a título de ejemplo:

- Los progresos de la computación, hacen posible hoy día emplear con fines prácticos, técnicas e ideas matemáticas que hasta hace poco tiempo fueron solamente especulaciones teóricas sin valor para las aplicaciones. Esta posibilidad permite tratar y resolver en forma satisfactoria, problemas que antes no era posible o era sumamente laborioso resolver. Pero requiere también hacer uso de métodos matemáticos más avanzados y modernos. Citemos como ejemplo los avances recientes en el cálculo de las bóvedas delgadas.
- Las demandas de mayor eficiencia de algunas industrias, originan exigencias técnicas crecientes. Tal es el caso de la industria aeronáutica en que la eficiencia del diseño estructural hace necesario utilizar los resultados de teorías tales como las de la estabilidad y de las vibraciones elásticas y las concentraciones de tensiones.
- Los progresos tecnológicos modernos, por ejemplo en el control automático, abren también un campo extenso de aplicaciones de nuevos campos de la matemática.
- La toma de decisiones constituye una importante preocupación del técnico moderno, del ingeniero en particular. Esa función esencial del mundo moderno es de importancia crucial y sin embargo está sujeta a tremendas dificultades derivadas de la urgencia con que las decisiones deben ser tomadas, de las incertidumbres derivadas de las previsiones futuras y de factores aleatorios que no es fácil evaluar de manera puramente empírica. No es pues sorprendente que se haya buscado la ayuda de las matemáticas con el fin de orientar y ayudar en la toma de decisiones. Es así como en esta dirección se ha "hecho progresos que el ingeniero moderno no puede ignorar, sino a costa de perder el uso de instrumentos valiosos de trabajo".

En virtud de todo lo dicho podemos afirmar que ya no puede dejar de tenerse en consideración en la formación matemática de los ingenieros, la iniciación en capítulos de la matemática clásica que se han desarrollado considerablemente en el impulso de las modernas exigencias de la técnica, y en los nuevos capítulos con los que la matemática puede contribuir a satisfacer demandas enteramente recientes: me limitaré a señalar entre estas últimas en forma tentativa los siguientes: la teoría de los sistemas, el control óptimo, la programación lineal, la programación dinámica, la investigación operacional, la teoría de las decisiones, etc.

Es claro que no a todos los ingenieros debe darse uniformemente una formación que llegue al conocimiento circunstanciado de las materias mencionadas. Pero, eso sí, lo dicho pone de manifiesto hasta qué punto debe ser cuidadosa la selección del material básico para que aquéllos que lo requieren no tropiecen con obstáculos insalvables al tratar de completar su formación bajo la presión de la necesidad profesional.

5. La formación matemática de los ingenieros y la transferencia de la tecnología.

El proceso del desarrollo tiene lugar con arreglo a leyes poco conocidas, que regulan mecanismos complejos, de los que depende la mayor o menor eficacia con que ese proceso se realiza. Entre los múltiples factores que intervienen, cabe señalar aquí uno de mucha importancia, a saber el de la competencia del personal técnico. Este factor cubre en verdad un extensísimo campo. Nos limitaremos ahora al relativo a la competencia de los ingenieros en lo que respecta a una cierta categoría de funciones técnicas.

Sin distinguir las diferentes especialidades y los diversos niveles, puede decirse que esas funciones comprenden operaciones tan diversas como las siguientes: instalación y mantenimiento de equipos de todas clases, diseño y construcción de obras civiles (estructuras, vías de comunicación, puertos, obras hidráulicas, etc.), de máquinas y plantas industriales, proyecto y ejecución de obras sanitarias, prospección y explotación de minas, etc. Se comprende bien que todas esas tareas no pueden ser cumplidas a entera satisfacción si no se cuenta con el número suficiente de ingenieros con preparación adecuada. Pero ni siquiera basta contar con ese personal calificado. En los países en desarrollo, la capacidad técnica de los ingenieros debe crecer con una tasa de crecimiento sumamente grande para evitar en lo posible que se agrande cada vez más la brecha que los separa de los países desarrollados. Quiere decir que no basta contar con el conjunto de ingenieros suficiente para satisfacer las necesidades del momento, ni siquiera las del futuro próximo. Es absolutamente necesario prever las necesidades de un futuro más remoto y, en consecuencia, procurar que la formación de los ingenieros sea adecuada a situaciones que deben ser anticipadas. En tal sentido puede pronosticarse con poco riesgo de error que en los próximos años serán necesarios ingenieros que dispongan de conocimientos técnicos que en este momento tienen poca aplicación. Estos ingenieros deberán tener una formación que en diversos aspectos debe ser más avanzada que la que hoy se considera suficiente. La única manera de prever esas necesidades y de ponernos en condiciones de satisfacerlas consiste en dar una formación para el futuro. Sólo de esa manera podrán ser transferidas oportuna y apropiadamente las tecnologías que el desarrollo vaya reclamando. No me extenderé más en ese punto. Me limitaré a agregar que muchos adelantos técnicos modernos tienen su formulación apropiada en técnicas matemáticas sin cuyo conocimiento no pueden ser cabalmente comprendidos y utilizados. La sola lectura y comprensión de las informaciones contenidas en documentos y publicaciones técnicas, requiere muchas veces una preparación matemática que excede en mucho a la formación matemática clásica. Los currícula de enseñanza matemática para los ingenieros, no deben dejar de lado esta circunstancia. Expresado brevemente: la transferencia de tecnologías que, en parte por lo menos, debe ser hecha por los ingenieros, requiere que la formación matemática de muchos de ellos sea adecuada para llevar a cabo un trabajo de estudio y difusión adecuados a las necesidades del desarrollo. La previsión de esas necesidades, la determinación de las formas en que pueden ser tomadas en consideración al establecer los currícula de estudio, constituyen difíciles tareas que, sin embargo, no pueden ser dejadas de lado sino bajo pena de abandonar al azar el cumplimiento de trabajos que son absolutamente necesarios para satisfacer las demandas del desarrollo.

6. La formación matemática de los ingenieros debe ser diferenciada.

En ciertas ocaciones en el curso de esta exposición me he visto obligado a aclarar que mis afirmaciones no tienen un carácter general. Si bien es cierto, como lo he afirmado, en términos generales la formación de los ingenieros debe ser tan buena como sea posible, también es cierto que hay muchos factores que intervienen para limitar esa posibilidad. Puede, por ejemplo señalarse que no necesita ser precisamente la misma formación matemática la de un ingeniero cuya vocación se orienta a la explotación de las minas que la de aquél que deberá dedicarse al diseño de estructuras. No quiero decir con esto que necesariamente debe ser diferente la preparación matemática de uno y de otro, sino simplemente que cabe pensar en que es necesario una diferenciación. Las razones para la diferenciación no proceden únicamente de los campos de especialización o de las modalidades del ejercicio profesional. Puede también pensarse que no necesariamente deberá ser la misma, la formación de un ingeniero que deberá trabajar en un medio en que la tecnología ha alcanzado ya un alto grado de adelanto, que la del que deberá hacerlo donde la actividad profesional se desarrolla en función de necesidades técnicas menos complejas.

7. La cooperación latinoamericana y la educación matemática de los ingenieros.

De todo lo dicho anteriormente se desprende que el establecimiento de los planes de estudio de matemáticas para los ingenieros requiere un esfuerzo considerable y combinado de ingenieros y matemáticos. Es posible que la cooperación internacional latinoamericana pueda cumplir también en esta materia una función importante. Se trataría de promover la colaboración de los diversos países con el fin de abordar este tema específico con miras a establecer concretamente el contenido y las características de la educación matemática de ingenieros de diferentes tipos. Cabe pensar que la presente Conferencia y el Comité Interamericano de Educación Matemática pueden tener a ese respecto una importante iniciativa.

Conclusiones

1. Todos los ingenieros deben recibir una formación matemática de acuerdo con los adelantos modernos, que evite en lo posible las deficiencias y los excesos en la información y las incorrecciones en la teoría.

2. La formación matemática de los ingenieros no solamente debe incorporar ciertos capítulos de la matemática moderna en reemplazo de otros que no tienen la misma importancia formativa y práctica, sino que debe tener en cuenta los nuevos dominios de las matemáticas que han sido desarrollados con fines específicos de aplicación.

3. Los planes de enseñanza de matemática para los ingenieros, deben tomar en cuenta el papel que deben desempeñar en la transferencia de tecnología requerida por el proceso de desarrollo.

4. Atención particular debe darse a la diferenciación de la formación matemática en función de las especialidades y de las condiciones en que el ingeniero deberá ejercer su profesión, de manera que se logre el mejor resultado posible con el mínimo de esfuerzo y de tiempo.

5. La tarea de elaborar planes concretos de matemáticas para diversas especialidades y niveles, requiere conocimientos y experiencias poco comunes. Es recomendable por eso que para tal fin se movilicen los recursos de la cooperación interamericana.

* * *

COMUNICACION (Resumen)

SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA EN ESPECIALIDADES NO MATEMATICAS, por Edmundo Rofman (Instituto de Matemática, Rosario, Argentina)

Para hacer más breve este resumen de los fundamentos que expuse para proponer algunas recomendaciones en la sesión del grupo de trabajo del Grupo III, supondré que se tienen presentes los conceptos que en el volumen "Educación Matemática en las Américas II", (Informe de la Segunda Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática, Lima, Perú) publicaran el Prof. C. Imaz (pág. 101-106) sobre "Los programas de matemática en la enseñanza de ingeniería" y las conclusiones (pág. 147) del artículo "Los programas de Análisis" de André Revuz.

Y retomando la intención de dar alguna respuesta a los problemas que tales títulos suponen, me permito afirmar la imposibilidad de ofrecer aquí una solución detallada de carácter general, y aún más, que la razón fundamental de la falta de respuesta es lo ambiguo de la pregunta. En efecto; se ha puntualizado ya la necesidad de tener en todos los casos muy presentes los aspectos regionales (actitud imprescindible en América Latina). Si a esta diferenciación le agregamos que hoy, al decir "ingeniería", no queda nada en claro apenas se considere la variedad de especialidades y sus correspondientes variadas aspiraciones, es fácil concluir la imposibilidad a que antes hice referencia. Y, por si algo faltaba, cabe decir que ya no es sólo la ingeniería la que requiere el andamiaje matemático; hay cursos de economía, de estadística, de bioquímica que suelen ambicionar más material que el de algunas especialidades de ingeniería.

Entonces, ¿qué contestar cuando se nos pregunta sobre el problema? Yo insinúo algunos criterios que pondrán más en evidencia que la respuesta definitiva debe encontrarse dentro de cada ambiente donde se presente la duda.

Opino aquí que los primeros cursos matemáticos deben tener un valor eminentemente *formativo* en cualquier carrera que sea. No discuto los programas, señalo el espíritu.

A ese primer nivel *no* creo oportuno hablar de "álgebra, o análisis o geometría para ...", donde los puntos suspensivos pueden llenarse con ingenieros, economistas, estadísticos, etc. En una segunda etapa, que no es necesariamente consecutiva de la anterior, sino que puede realizarse durante el ciclo profesional y en cada cátedra que plantee un requerimiento específico, pueden dictarse, con un docente del área matemática, aquellos temas válidos para una comprensión del tema profesional (Ej: Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales en hidrodinámica; Transformada de Laplace en cursos de electrotecnia, etc.). Independientemente de este apoyo a asignaturas del ciclo profesional debe haber cursos optativos de buen nivel matemático, siempre dictados por docentes especializados en esos temas.

Estas sugerencias requieren un buen nivel matemático entre los docentes de tal área. Y cabe aquí una reflexión. Se sabe que tradicionalmente las escuelas de matemática (licenciaturas o doctorados) han surgido tras separarse un grupo de matemáticos del ambiente donde "mejor" se dictaba matemática (generalmente en las escuelas de ingeniería). Tal separación, que puede ser fructífera para los estudios intrínsecos de matemática, crea en general un pronunciado descenso del nivel docente de la escuela a que pertenecían. Este hecho, muy frecuentemente en latinoamérica, pues no existe cantidad de matemáticos en condiciones de cubrir distintas áreas, provoca inmediatamente un divorcio entre los que hacen matemática (¿puras?) y los que desean hacer serias aplicaciones de la matemática. Y el resultado es que se resiente la preparación de ese docente y profesional que se ambiciona crear desde hace tiempo; me refiero al "ingeniero-matemático" o "matemático aplicado" o nombres equivalentes que pretenden describir algo que no se ha alcanzado (y que no se logrará con la simple fórmula de un plan de estudios que lleve el nombre de lo ambicionado). Por eso, a la entusiasta adhesión a la formación de grupos interdisciplinarios, explícitamente recomendados por la Unesco, que son una forma de gestar estos matemáticos con vocación por las aplicaciones, agrego aquí la necesidad de no apresurar la creación de escuelas de matemática que lleven a su aislación, sino más bien proteger su desarrollo con normas que posibiliten su continuidad y convivencia en el propio ambiente en que surgieron. Una separación no bien estudiada puede provocar la declinación de las dos escuelas que, unidas, tenían buen nivel.

Para concluir: como es de desear que la matemática sea enseñada por quienes tienen sólida formación en tal ciencia y el docente ideal para las especialidades no matemáticas es aquél que sepa del destino o uso que va a hacerse del material que él expone, obtener la conjunción de estos dos atributos es la meta. La real escasez de tales personas es lo que me lleva a intentar su obtención a través de las sugerencias anteriores. Y mientras no sean muchos los que puedan cumplir a satisfacción la misión de enseñar matemática en ambientes generalmente reacios a ella, es conveniente limitar los temas del primer ciclo conservando su carácter formativo, característica de sumo valor que no debe ni puede descuidarse en un profesional de nuestra época.

* * *

TEMA IV

LA TRANSICION DE LA ESCUELA MEDIA A LA UNIVERSIDAD: AJUSTES EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA EN ESTE PERIODO

ARTICULACION DE LA ENSENANZA ELEMENTAL Y SUPERIOR: ALGUNAS OBSERVACIONES

A. Delessert (Suiza)

Vivimos una época bendita para el especialista de la enseñanza matemática. Cualquiera sea su especialidad o su tema, se le ofrecerá fácilmente la ocasión de referirse a ellos, cualquiera sea el título o el tema de la conferencia en la que tome parte.

Esto se debe a que hemos salido del triste período en el que los mejores profesores se injuriaban por nimiedades técnicas. Desde hace varios años existe la costumbre de llevar los problemas de detalle a algunas grandes cuestiones como ésta, que es la principal: *¿Qué papel desempeña la enseñanza matemática en la formación de los futuros adultos intelectuales autónomos?* Lejos de llevarnos a terreno resbaladizo,tal pregunta nos conduce a realizaciones más concretas, que abren perspectivas optimistas para el porvenir de la escuela.

Mi exposición se inspira en esta visión global. Las observaciones que voy a tratar de formular encontrarían quizá un lugar apropiado en un coloquio consagrado a la enseñanza de los primeros años o a la formación de los maestros. Pero felizmente, la articulación entre la escuela secundaria y la universidad, me proporciona un ángulo de ataque particularmente favorable.

El enlace entre el curso medio y la universidad nos hace pensar generalmente en el joven estudiante completamente desorientado ante las nuevas perspectivas, en el maestro secundario angustiado por la idea de que sus ovejas ya no distinguirán más el seno del coseno y por fin, en el profesor universitario al acecho de las lagunas que podrá descubrir en sus nuevas víctimas. Se justifica puesto que por allí se inauguró hace unos 20 años, una crítica en regla de la enseñanza secundaria tradicional y el movimiento de reforma que le siguió. ¿Pero no parece una visión un poco estrecha? ¿Cómo se explica, por ejemplo, que la universidad no agote las críticas con respecto al cuerpo de profesores secundarios, siendo así que la formación de estos depende prácticamente de aquélla?

Hace algunos años, tuve el privilegio de presentar una comunicación titulada: "¿Quéespera de la Universidad el profesor de matemáticas de la escuela secundaria?" (*). Allí trataba de mostrar que el diálogo entre las escuelas secundarias y superior no debe limitarse a las exigencias de la segunda con respecto a la primera. No sólo no he cambiado de opinión, sino que creo un deber afirmar que la escuela media y la universidad, conservando cada cual su vocación propia, deben tomar conciencia de la comunidad de sus responsabilidades.

Sin duda podemos constatar aquí y allá visibles mejorías. Los profesores secundarios se organizan mejor con el fin de mantenerse en contacto con la matemática viviente. Por otra parte, hay cada vez mayor número de matemáticos que consagran una parte

(*) A. Delessert:"¿Qué espera de la Universidad el profesor que enseña matemáticas en la escuela secundaria?" en "L'enseignement Mathématique", 2a. serie, XI.4 (1965), pp. 309-320.

de su tiempo y de su reflexión a la enseñanza elemental. Pero me parece que faltan todavía algunos progresos decisivos. Es a esto a lo que quisiera consagrar las observaciones que siguen.

Antes de tomar partido en las querellas entre los universitarios y los profesores de enseñanza elemental, es conveniente puntualizar el objeto del debate. En todos los niveles de la escuela y en todas las disciplinas, los profesores formulan reivindicaciones y críticas con respecto a los maestros del grado inmediatamente inferior, los cuales, a su vez, se rebelan contra esta ingerencia inadmisible en el dominio de su competencia. En las discusiones acerca del paso de la escuela secundaria a la universidad, en lo concerniente a la matemática, lo típico es cuestionar las llamadas *matemáticas elementales*.

¿Qué son, pues, estas "matemáticas elementales" que unos consideran su dominio reservado y que los otros atacan tan reciamente?

Es evidente que hay hechos matemáticos más complicados que otros y que la escuela secundaria debe aplicarse primero a situaciones matemáticas que no exijan demasiado conocimiento en experiencias sofisticadas. Pero ¿existen criterios técnicos que permitan reconocer los temas propios de las matemáticas elementales?

Señalamos en general que las matemáticas elementales no son, como podría creerse, la colección de los hechos matemáticos más simples. Por ejemplo, la medida de las áreas y de los ángulos, que es relativamente delicada desde el punto de vista matemático, forma parte del programa de todos los alumnos. Mientras que el cálculo matricial o el álgebra de los números complejos, que son matemáticamente más simples, están reservados a los alumnos capaces de entrar en una escuela superior. Y no digamos nada de las propiedades algebraicas de los números enteros racionales, ausentes prácticamente de todos los programas. Tampoco son las matemáticas elementales la colección de los conocimientos más fundamentales. Así, por ejemplo, ellas descuidan singularmente el estudio de la recta real, que constituye el mayor útil tanto para las matemáticas más avanzadas como para las aplicaciones más concretas, mientras que hacen hincapié en las fracciones ordinarias, que son en comparación inútiles en los dos casos. Tenemos que renunciar a creer que las matemáticas elementales resultan de un corte, arbitrario quizá, pero comprensible. Alguien que presentara los polinomios en "x" e "y" de una manera simplista, so pretexto de que se trata de una noción elemental, creería se deshonrado si introdujera los polinomios exteriores en "x" e "y" sin la intervención de todo el arsenal del álgebra tensorial, siendo así que las dos nociones son de la misma naturaleza matemática.

Rindámonos ante la evidencia: no existe algo que pueda razonablemente llamarse "matemáticas elementales".

Por más banal que pueda parecer, esta nota muestra que no hay en matemática fundamentos simples y naturales cuyo conocimiento podría suponerse adquirido de una vez por todas a la entrada de los altos estudios. La colaboración entre la universidad y la escuela secundaria no podría limitarse a establecer un inventario de "cosas para ver" y una lista de temas para no tocar. Los matemáticos no pueden contentarse con verificar que la escuela secundaria les entrega estudiantes listos para ser utilizados.

Por lo visto nos vemos llevados por una parte a definir un poco más exactamente el papel específico de la enseñanza elemental de la matemática y, por otra parte, a determinar dónde y cómo puede ejercer su influencia la universidad.

Observemos en primer lugar que el aprendizaje de una noción matemática pasa por tres estadios:

1° estadio: En contacto con ciertas situaciones problemáticas concretas, los alumnos son gradualmente llevados a desear y concebir una forma de reflexión y de acción matemática. Pueden entonces comprender las exigencias de una teoría matemática, de dimensión eventualmente modesta, por otra parte.

2° estadio: La presentación o la elaboración de la teoría es esbozada. Se abordan problemas de lenguaje y convenciones. Lo propio de esta etapa es que los alumnos disponen más bien de definiciones que de teoremas.

3° estadio: La teoría matemática progresa. Los teoremas ganan a las definiciones. La teoría deja de ser descriptiva y se hace operacional.

Este corte aparece evidentemente en todos los niveles de la enseñanza. Pero lo que caracteriza al caso elemental es la importancia enorme del primer estadio. Inicialmente los niños no tienen ninguna experiencia matemática. Lo ignoran todo acerca del proceso, del lenguaje matemático o tienen al respecto los prejuicios más absurdos. *¿Cómo conducir a esos niños a una actividad matemática verdadera por medio de las experiencias y del lenguaje de todos los días?* He aquí la tentativa cotidiana de todos los maestros de matemática. La mayoría de los matemáticos, habituados a hablar constantemente de matemática con otros matemáticos, ya no pueden concebir lo que esto representa. ¿No declaraba acaso uno de ellos: "Poco me importa lo que los niños hacen antes. Pero cuando hacen matemáticas, que sean al menos verdaderas matemáticas"? Podemos imaginar el efecto desalentador de tal exclamación en los maestros para los cuales el gran problema es, justamente, este camino de aproximación de entrar en el dominio de la verdadera matemática. Ella revela en verdad un abismo de malos entendidos.

Pero la labor de la enseñanza elemental no se limita a este primer estadio. No hay que olvidar que la mayoría de los alumnos no está destinada a hacer de la matemática su preocupación principal. Además, la enseñanza matemática es requerida por diversas disciplinas científicas o técnicas como la física, por ejemplo. De allí resulta que la escuela debe aportar lo más pronto posible a sus alumnos, medios de pensamiento y de acción propiamente matemáticos. Más aún: debe defender e ilustrar la originalidad de la reflexión matemática frente a otros procedimientos intelectuales. Ahora bien: los matemáticos practicantes constituyen la sola autoridad capaz de garantizar la autenticidad de un acto matemático. Su deber es asegurarse de que las exigencias propias de la matemática son satisfechas en todos los niveles de la escuela. Por eso la enseñanza elemental debe recurrir a ellos. Por su parte, los matemáticos que se inclinan sobre la escuela, deben estar dispuestos a "ensuciarse las manos", es decir a interesarse en problemas didácticos muy concretos. En consecuencia, la articulación entre la escuela secundaria y la universidad no consiste en un simple control de los conocimientos adquiridos por los estudiantes que emprenden los estudios superiores. Ello implica una estrecha colaboración a lo largo de toda la escolaridad elemental.

¿Es ésta la situación hoy en día?

Podríamos creerlo si nos quedáramos en el plano de las intenciones y de las apariencias. Aquí y allá surgen organismos diversos cuyo fin es la total colaboración y también numerosos matemáticos se interesan a título personal en la enseñanza elemental. Sin embargo, vemos en demasía a matemáticos que dicen interesarse por la escuela pero que parecen no tener la menor idea de lo que es posible en las clases de alumnos de 15 años, de 12 años, y con mayor razón, de 7 años. Sin olvidar a todos los que no ocultan su desprecio por todas esas preocupaciones subalternas que califican peyorativa y erróneamente, por otra parte, de "pedagógicas". Me propongo mostrar que en realidad, y de una manera bastante general, los maestros de la enseñanza matemática elemental, se hallan abandonados a sí mismos cuando desean repensar el contenido de su enseñanza, siempre que no se aíslen espontáneamente, por cierto. Esto explica los malestares y los dramas que surgen de tiempo en tiempo.

Pensemos en los recientes debates acerca de los conjuntos. Hace unos quince años diversos matemáticos preconizaron de un modo urgente el empleo del lenguaje "conjuntista" en la enseñanza elemental. En su ingenuidad, creían que los niños aprenderían ese lenguaje como lo habían hecho ellos mismos: por ósmosis simplemente. Pero los maestros del nivel elemental tienen una viva desconfianza con respecto a la ósmosis. Y juzgaron preferible redactar, con todas las reglas del arte pedagógico, manuales sobre los conjuntos que con frecuencia repugnan a los matemáticos. Muchos de ellos, han elevado sus protestas contra tales publicaciones.

No es difícil percibir dónde está el origen del litigio. Cuando los matemáticos piensan en los conjuntos, ven en ellos un lenguaje cómodo que les permite designar y manejar fácilmente los objetos que estudian. Cuando tienen que emplear a la vez los puntos de una superficie x, los dominios de los mapas de un atlas sobre x, el espacio vectorial de los vectores tangentes a x en cada punto de esta superficie, una familia de campos de vectores tangentes, un grupo de tranformaciones que actúan sobre la superficie y sobre los vectores tangentes, etc., bendicen al cielo por disponer de un medio que les permite distinguir sin esfuerzo unos objetos de otros y escribir las relaciones que los vinculan.

Experimentan una cierta satisfacción al poder expresar que un conjunto A está formado de puntos de x anotados simplemente: $A \in P(x)$. Por nada del mundo tratarían de imaginar P (x). Saben que ello es tan inútil como imposible.

Ahora bien, a la edad en que se desea iniciar a los niños en el lenguaje conjuntista, no disponen ellos de situaciones matemáticas naturales en las cuales ese lenguaje les signifique una verdadera economía de pensamiento. Se sigue de aquí que los conjuntos son presentados como un tema matemático en sí: no como un útil que sirve para resolver problemas anteriores, sino como un tema de problemas. Se los enseña a menudo como se hacía antes con una lengua extranjera, y es raro que se eviten los dos escollos que amenazan a este tipo de enseñanza: por un lado, se elabora un discurso escolar enteramente artificial que hace pensar en "el lápiz de mi tía sobre el pupitre de mi tío"; por otro lado, se alargan los refinamientos linguísticos tomados directamente de los tratados más especializados.

El malentendido es manifiesto. Los matemáticos no supieron mostrar el papel que les parecía razonable atribuír al lenguaje conjuntista. Los maestros secundarios se esforzaron en adivinar sus intenciones y se perdieron. A título de ejemplo mencionaré el argumento que figura con frecuencia en los prefacios de los manuales escolares consagrados a los conjuntos. Según ellos, la "teoría" de los conjuntos favorecería la actividad de los alumnos porque introduce transformaciones. ¡Qué error! Toda la filosofía conjuntista tiende justamente a reducir las funciones al dato de puntos absolutamente inmóviles. Es cierto que la matemática de hoy es capaz de desencadenar y de enriquecer la actividad de los alumnos. Pero esto no ocurre porque las transformaciones matemáticas sean movimientos. Malas interpretaciones como estas permiten medir la divergencia entre la matemática real y la idea que de ella se hacen algunos reformadores. Ellas desaparecerán por sí solas el día en que los matemáticos y los maestros asuman en común la elaboración de las doctrinas y de los medios de la enseñanza elemental.

Lo que acabamos de ver a propósito de los conjuntos podría repetirse en gran parte en relación con el álgebra lineal, los grupos y la topología. El caso de la topología es bastante interesante, porque se está desarrollando actualmente. También aquí, en la topología general, ven los matemáticos un útil maravilloso que permite aproximar una multitud de situaciones matemáticas diversas. Pero lo que no pueden ellos imaginar es la novedad y la dificultad del problema que crean a los maestros al pedirles que le hagan un lugar en la enseñanza elemental. Los autores de manuales han buscado animosamente ideas simples e intuitivas sobre la topología. Como parece que no las encontraron entre los matemáticos, se volvieron al lenguaje común o aún a las consideraciones pretendidamente topológicas de los psicólogos. Y ya estamos viendo aparecer exposiciones aberrantes que nos resulta penoso aceptar como base sólida para un estudio y un empleo ulterior de la topología. Por ejemplo: se presenta sistemáticamente a los entornos como conjuntos muy pequeños. Si bien es éste el significado que se les otorga en el lenguaje de todos los días y también sin duda en psicología, resulta en topología todo lo contrario. El entorno de un punto es siempre relativamente grande (exceptuando por cierto el caso discreto). Nada más fácil que fabricar grandes entornos. Pero son los pequeños los que exigen construcciones a menudo dificultosas, puesto que se les pide permanecer al mismo tiempo grandes. He aquí lo que hubieran recalcado los matemáticos si se los hubiera consultado y si ellos hubieran tenido a bien inclinarse sobre cuestiones tan elementales.

A título de paréntesis, este ejemplo muestra claramente algunas de las dificultades con que nos enfrentamos en el primer estadio del aprendizaje al que aludíamos hace rato. En primer lugar, este camino de aproximación a la matemática no es una operación puramente pedagógica. Para evitar, por ignorancia de ciertos hechos matemáticos, que se desvíe el desarrollo ulterior de los alumnos, los matemáticos deben ejercer su vigilancia ya desde este estadio. En segundo lugar, la enseñanza elemental debe situarse frente a dos niveles de lenguaje. Existen números usuales y números matemáticos, conjuntos del hombre de la calle y conjuntos matemáticos, una topología psicológica y una topología matemática. Estos dos lenguajes son relativamente autónomos, como hemos podido ver a propósito de los "entornos". En general, no se obtiene el lenguaje matemático por abstracción a partir del lenguaje común. Más bien él responde por esencia a las necesidades de la formalización. Un acercamiento a la matemática a partir tan sólo del "pasaje de lo concreto a lo abstracto" sería fuente de serios contratiempos(*). Por ejemplo, en gran medida las dificultades relacionadas con la noción de continuidad surgen de la confusión a la que recientemente aludimos con respecto a los entornos.

(*) A. Delessert: Relaciones entre la Reforma de la Instrucción Matemática y el Ulterior Entrenamiento de Maestros. (Educ. Stud. in Math.) I.4 (1969), pp. 365-377.

Volvamos a los casos del álgebra lineal y del álgebra de los grupos que habíamos mencionado al pasar. Diversas críticas han sido formuladas al respecto, en lo concerniente a su ubicación dentro de la enseñanza elemental. En general, se reprocha a los alumnos el no poder resolver más los problemas tradicionales de geometría o de álgebra. Esto es grave en la medida en que hay dos clases de cosas irritantes en matemática: las cosas verdaderamente irritantes y los problemas que no se saben resolver.

Parece que estos perjuicios se originan en la siguiente constatación: con demasiada frecuencia, las teorías presentadas a los alumnos apuntan a resultados excesivamente generales como para desembocar en búsquedas concretas. Nos quedamos de este modo en el segundo estadio del aprendizaje: los alumnos disponen de más definiciones que de teoremas eficaces. Esto aparece particularmente en el caso de los grupos. En este terreno, la teoría apenas sobrepasa la presentación de las principales definiciones y de algunos teoremas que expresan la equivalencia de diversas condiciones. De modo que los únicos problemas que los alumnos están en condiciones de resolver son del tipo que sigue: mostrar que tal conjunto, al que responde tal ley, es un grupo. El balance matemático es flojo, y comprensible la decepción de los matemáticos, habituados a enfrentar verdaderos enigmas, ante resultados tan poco brillantes. Su opinión es válida en este punto. Ya que no faltan maestros secundarios que creen, de buena fe, que tales pruebas poseen un alto valor matemático. Leía yo hace poco un artículo de uno de ellos para maestros de gramática en que la contribución matemática consistía en afirmar que la transformación de una frase mediante el pasaje a la negativa y a la interrogativa ponía en juego el grupo de Klein. Resulta ciertamente difícil imaginar el efecto fulminante de tal descubrimiento en los lingüistas; pero desgraciadamente éstos parecen experimentar una ilimitada admiración por la eficacia de la matemática.

Esta flaqueza de la enseñanza secundaria, las consecuencias de esa lentitud al pasar al tercer estadio del aprendizaje, no son siempre reparados en la universidad. En este nivel, los profesores están apurados por llevar al estudiante al lugar fuerte del combate, y no dedican tiempo suficiente al conjunto de ejemplos simples que constituyen la base experimental de todos los desarrollos más avanzados. En esto pensaba hace poco, en ocasión de un curso a estudiantes de cuarto año. Utilizaba el grupo del cubo para ilustrar una cuestión de geometría. Me daba cuenta de que el auditorio no reaccionaba como yo esperaba, hasta que al fin una alumna se aventuró tímidamente: "Pero Señor, ¿qué entiende usted por "grupo del cubo"?". La continuación de la conversación demostró que, si bien los estudiantes conocían bien las nociones de sub-grupo y de clases a izquierda módulo un sub-grupo, no veían el modo de utilizarlas para describir el grupo del cubo. ¡Y esos mismos estudiantes acababan de pedirme una modificación de horario a fin de poder seguir cursos del 3er. ciclo sobre la K - teoría!

Se dan de este modo diversas situaciones matemáticas relativamente simples y concretas que escapan a la vez a una enseñanza elemental demasiado sofisticada y a una enseñanza universitaria que descansa sobre la ilusión de que ya han sido resueltas en la escuela elemental. En consecuencia, nuestros estudiantes, mientras hacen gala de virtuosismo en el empleo de técnicas muy avanzadas, parecen extrañamente desamparados cuando se trata de construir un ejemplo o un contra-ejemplo. Este defecto se corrige por cierto en aquellos que se entregan a la investigación. Pero subsiste en aquellos que se dedican a la enseñanza. Para éstos, un verdadero abismo separa lo que han aprendido en la universidad de lo que deben transmitir en la escuela. Sus conocimientos matemáticos son absolutamente desproporcionados con respecto a sus necesidades. Frente a los problemas matemáticos que plantea la enseñanza elemental, resultan prácticamente tan desprovistos como sus colegas de la escuela primaria, que no poseen formación matemática especializada.

Este malestar explica por qué los manuales actuales retoman sempiternamente los mismos temas: conjuntos, relaciones, grupos - anillos - cuerpos, etc., y dejan en la sombra nociones que son igualmente importantes. Pienso en particular en la idea de *medida*. Ella juega un papel esencial en matemática elemental y constituye una de las principales articulaciones con las ciencias experimentales y las aplicaciones prácticas. Ahora bien, las nociones de cantidad, de magnitud, de unidad, adquieren aspectos matemáticos muy diferentes según se trate de segmentos de rectas, de ángulos, de superficies, de calor, de velocidad o de temperatura. El lenguaje conjuntista permitiría hacer resaltar claramente todas las distinciones útiles. Como contribución a la formación continua de los maestros hemos pues estimado que valía la pena redactar una pequeña actualización acerca de la medida. Antes, tratamos de consultar sobre el tema los manuales escolares recientemente aparecidos. ¡No poco nos sorprendimos al comprobar que la mayoría de ellos ni mencionan el término! Otros aluden a él incidentalmente, en un caso muy particular, o con motivo de un ejercicio, por ejemplo. Podemos afirmar que la noción de *medida* no figura más en el programa de matemática de la escuela secundaria. Los matemáticos afirman que esto es de la competencia de los profesores secundarios. Pero éstos, por el contrario, no se atreven a encarar el problema porque les evoca el espectro de los conjuntos de Borel y de la integral de Haar. Su formación universitaria no les permite administrar en el nivel escolar un asunto tan importante como el papel de la *medida*. ¿No es esto inquietante en una época en que se consagra tanto tiempo a distinguir los cardinales de los ordinales finitos?

El cuadro que acabamos de presentar es, evidentemente, muy fragmentario;pero muestra que el malestar es profundo y que no bastará para disiparlo ajustar un poco los programas o las condiciones de acceso a la universidad.

Uno de los obstáculos a una evolución seria, reside en la ilusión de que el contenido de la enseñanza matemática elemental está enteramente determinado por su programa. El profesor secundario se siente como liberado de su penitencia desde el momento en que ha tratado su programa. Y el profesor de la universidad, por su lado, se limita a controlar que el programa esté bien compuesto y que haya sido tratado. Y ni uno ni otro se dirigen la palabra sino a través del sacrosanto programa.

Sin embargo, basta observar el comportamiento de los matemáticos para darse cuenta que, en realidad, están juzgando a sus estudiantes según criterios completamente diferentes. Cuando ellos denuncian tal o cual laguna, no es a la laguna a la que atacan, porque pocas hay tan graves que no baste para colmarla dos horas de trabajo inteligente. Lo que los escandaliza es la inexperiencia o la falta de iniciativa que pone de manifiesto tal laguna. Lo que ellos esperan de sus estudiantes es curiosidad, imaginación, concentración, perseverancia, gusto de investigar por sí mismos, y una cierta confianza en esos conocimientos y sus medios. Y todo esto, por la excelente razón de que el trabajo propio del matemático consiste menos en inventariar hechos que en resolver enigmas.

¿No sería entonces interesante describir el contenido de la enseñanza elemental más bien por actividades matemáticas que por una lista de "cosas para ver"? El grupo de estudio en el que colaboro trató de elevar un cuadro de los objetivos de la enseñanza matemática expresados en términos de comportamiento del alumno. La presentación completa de ese cuadro y de las reflexiones que llevaron a realizarlo exigiría una exposición completa. Limitémonos a describirlo esquemáticamente.

Nos hemos esforzado por integrar la enseñanza matemática en el conjunto de las ramas de enseñanza y particularmente con la lengua materna. Nos vemos llevados a distinguir por una parte entre objetivos comunes a la matemática y a la lengua materna y objetivos propios a la matemática. Nuestro cuadro se presenta entonces bajo la forma de cuatro postigos según el grado de generalidad cultural considerada, por así decir. De este modo encontramos:

Nivel I: actitud general, comportamiento general

Ejemplos: - Adquirir el deseo de hacer las cosas por sí mismo.
- Integrarse en una búsqueda en grupo.
- Adquirir el gusto por la matemática.

Nivel II: toma de conciencia de su actividad mental

Ejemplos: - Determinar un objetivo.
- Memorizar por un momento, olvidar voluntariamente.
- Búsqueda de una analogía.
- Adoptar una convención de lenguaje, de escritura.

Nivel III: adquisición de método de pensamiento y acción

Ejemplos: - Ordenar o clasificar según un criterio dado.
- Observar, describir, cuestionar.
- Ilustrar por un diagrama.
- Someter una solución a la experiencia.
- Imaginar un contra-ejemplo matemático.

Nivel IV: adquisición de poder técnico

Ejemplos: - Ejecutar diversos esquemas de cálculo.
- Saber utilizar tablas numéricas.
- Saber evaluar una incertidumbre.
- Saber hacer una demostración por recurrencia.
- Poder aplicar un teorema.
- Saber presentar una solución.
- Poder cambiar de notaciones.

El documento al que hemos llegado, que es provisorio y lo será sin duda siempre, nos proporciona los mayores servicios. Con motivo de nuestras actividades de perfeccionamiento docente, pedimos a los maestros que resuelvan problemas u organicen lecciones y apunten en la lista los objetivos que de esta manera es posible alcanzar. Este es un procedimiento desconcertante al principio, pero pronto se hace apasionante, porque atrae la atención sobre hechos que de otro modo no se observan prácticamente nunca. Se descubre así que ciertas modalidades de enseñanza no alcanzan jamás ciertos objetivos importantes. De allí provienen algunos fracasos aparentemente inexplicables. Tomemos un ejemplo bien conocido: se le pide a un alumno que pruebe la continuidad uniforme de una función dada. Se trata de que él encuentre un cierto módulo de continuidad uniforme. Como hay muchos, puede tomar cualquier función positiva de $\in$, inferior a 1 y $2\sqrt{\in}$, por ejemplo. Pero he ahí que para él, el problema termina allí, porque en clase, cada vez que hubo que elegir algo, fue el maestro el que eligió, y esto era lo mejor. El programa ha sido tratado, pero el alumno es un matemático impotente pues nunca aprendió a elegir, simplemente a elegir, sabiendo que elegía.

Por esta razón pusimos en nuestra lista, en el Nivel II, la rúbrica:
- Saber elegir, elegir con conocimiento de causa, sabiendo que se elige.

Esta manera de observar el contenido de la enseñanza desde el ángulo de la actividad matemática del alumno es en extremo esclarecedora. Libra de la cadena de los programas y de las exposiciones dogmáticas. Sugiere cantidad de investigaciones. Da la esperanza de alcanzar lo que es el objeto profundo de la enseñanza matemática elemental: *proporcionar a cada alumno según sus capacidades intelectuales, la ocasión de lograr por sí mismo un acto matemático digno de ese nombre*. Y en segundo término, *aumentar la cantidad y la variedad de las experiencias matemáticas de los futuros estudiantes en ciencias*.

Estas consideraciones implican un cambio completo en la filosofía de la escuela. Nada resultaría más fácil que perder de vista las exigencias propias de la matemática, en favor del trastorno. Además, la enseñanza elemental está llamada a absorber una masa creciente de material de investigación que conduce a problemas matemáticos abiertos, así como a una abundante documentación referente a microteorías y exposiciones de síntesis. La contribución de los matemáticos se hace aquí indispensable. Su experiencia cotidiana les permite inventar problemas ricos en desarrollos variados, elegir hipótesis simplificadoras, descubrir cuestiones matemáticas anodinas en apariencia pero que esconden dificultades trascendentes y, en fin, garantizar el interés matemático de las situaciones estudiadas.

En resumen:

La articulación entre la escuela secundaria y la universidad está en la actualidad regulada según una repartición inadecuada y simplista de las responsabilidades de la enseñanza elemental entre las dos escuelas.

- Esta falta de coordinación provoca perturbaciones graves en la elaboración de los programas y de los textos matemáticos presentados a los alumnos, lo mismo que en la preparación de los maestros.

- Es importante que a los matemáticos se les de real participación en la elaboración de la doctrina y del material matemático de la enseñanza elemental.

- Una enseñanza armada alrededor de una verdadera actividad matemática del alumno exige, y al mismo tiempo facilita, esta colaboración entre los profesores de la enseñanza elemental y los profesores de la universidad.

Nuestra conclusión debería ser presentada en forma de proposiciones concretas con motivo de esta colaboración. La mayoría de ellas figuran ya en la pequeña *memoria* que he mencionado (*).

Me limitaré aquí a formular un llamado a los profesores secundarios y a los matemáticos. Unos y otros deben tratar de formar grupos de trabajo en común y emprender tareas muy precisas y concretas, en el transcurso de las cuales puedan intercambiar todas las informaciones indispensables para la elaboración de una enseñanza matemática eficaz.

Sin lo cual todas las investigaciones didácticas actuales serán letra muerta y no habrá ninguna posibilidad de escapar a los malentendidos ruidosos y nefastos que hemos podido observar.

* * *

(*) A. Delessert:"¿Qué espera de la universidad el profesor que enseña matemáticas en la escuela secundaria?" en "L'enseignement Mathématique", 2a. serie, XI.4 (1965), pp. 309-320.

MATEMATICA Y DESERCION ESTUDIANTIL EN LA UNIVERSIDAD

Antonio Diego (Argentina)

La deserción y prolongación excesiva de algunas carreras universitarias implica el desaprovechamiento de importantes recursos humanos y consiguiente pérdida de recursos materiales.

Aliviar la deserción, manteniendo y aún elevando el nivel de los estudios universitarios, es una tarea que se plantea a los profesores de la universidad en el marco de su actividad específica.

El problema es candente: la agitación estudiantil en auge se incentiva en un ambiente de frustración y fracaso, aunque sus motivaciones provengan de la crisis que afecta a toda la institución social.

Nuestro análisis se refiere a la Universidad Nacional del Sur, donde puede hacer pie nuestra experiencia personal, y se apoyará en datos estadísticos de su Asesoría de Planeamiento.

La duración teórica de las carreras de la Universidad Nacional del Sur va desde los 3 a los 5½ años. De los ingresantes en los años 62-63-64 resulta que: a los 8 años a partir de su ingreso el 21,1% se graduó, el 25,1% permanece en actividad y el 54,8% desertó. Además, el 2,6% terminó sus estudios en el tiempo teórico, el 6,5% dentro del año posterior y el 7,8% dentro del segundo año posterior.

Datos del rendimiento de alumnos en el primer cuatrimestre de este año, indican hasta que punto matemática es un factor lamentablemente importante en el problema que consideramos. Del total de inscriptos en asignaturas de matemática, el 43,1% aprobó los trabajos prácticos, el 21,8% aprobó el examen final y el 13,4% lo desaprobó. Del total de inscriptos en las restantes asignaturas, el 75,1% aprobó los trabajos prácticos, el 40,6% aprobó el examen final y el 6,5% lo desaprobó. El total de inscripciones es de 3.318 de las cuales el 42,7% corresponden a matemática; exámenes finales tomados hasta el 19/9/72.

El primer punto que consideramos es el del examen de ingreso. No hablaremos de su conveniencia o inconveniencia en general, pues ello depende de condiciones sociales objetivas cuyo análisis escapa al tema que nos ocupa.

La experiencia con respecto al curso y examen de ingreso que funcionó aquí en los años 68, 69, 70 y 71, es negativa a nuestro criterio.

Para alumnos de las carreras de Agronomía, Contabilidad e Ingeniería Industrial, ingresantes en 1967 y 1968, se constata que el rendimiento en el primer año de universidad es levemente superior para los ingresantes en 1967, año en que no existía examen de ingreso.

Lo desconcertante de las cifras desaparece cuando nos informamos de que alrededor del 92% de los alumnos aprobaban el examen de ingreso.

	Trabajos prácticos aprobados / alumno.	Exámenes finales aprobados/alumno.
1967 (sin examen de ingreso)	3,4	2,6
1968 (con examen de ingreso)	2,9	2,2

El curso tenía lugar en los meses de enero y febrero, tiempo cálido de las vacaciones que no predispone el espíritu para el trabajo y el estudio. En esos meses, entendemos, había dificultades en reclutar personal capacitado para las tareas docentes. Luego había exámenes escalonados hasta el mes de julio, y en alguna medida esta actividad perturbaba las tareas del primer cuatrimestre.

No parece que el curso solucionara las deficiencias de formación de los ingresantes y, lo que es peor, creaba en ellos una idea falsa acerca de las exigencias de los estudios universitarios. Finalmente, insumía fondos del magro presupuesto.

A mediados del año pasado, en el Departamento de Matemática se estudiaba una nueva estructuración de los planes de estudio, visando la incorporación de una asignatura de matemática intermedia entre la secundaria y la universitaria. En esos momentos surgió la iniciativa, que después se concretó, de suprimir el curso y examen de ingreso.

Desde hace algunos años, los profesores y personal auxiliar que imparten enseñanza de matemática en los primeros cursos, observan, que en cantidades que crecen con rapidez alarmante, los alumnos no responden a las exigencias de los programas. Se advierten serias fallas de conocimiento e ineptitud en el manejo de la matemática de nivel medio, que se refleja en los resultados de los exámenes.

Esta situación causaba un grave daño, en la medida que iba paulatinamente distorsionando toda la enseñanza de la matemática. El contenido de los cursos derivaba más y más hacia lo puramente formal en la teoría y la práctica. Y esto que no es bueno para matemáticos, es peor aún para quienes la matemática significa un medio para la comprensión y dominio de la realidad.

Acotemos que esta tendencia a lo formal no es nueva; ya es tradicional en los cursos de análisis donde la preocupación por el rigor relega las intuiciones y aplicaciones creativas del cálculo a un modesto - y casi diríamos molesto - segundo plano. Nuestra opinión en este punto no debiera prestarse al malentendido de que propiciamos una enseñanza practicona, diferenciada por profesiones, como la que sustentan algunos ideólogos de la cuestión universitaria en relación con su posición contraria a la organización departamental.

Para remediar la situación que planteaba la preparación deficiente de los ingresantes, nuestro departamento propuso la modificación de los planes de estudio, de modo de permitir la incorporación de una asignatura de matemática intermedia que denomi namos matemática general. Esta asignatura debía preceder a toda otra de matemática, por lo que se dictaría en el primer cuatrimestre, y debía ir acompañada sólo por una asignatura de cada carrera específica. Tendría asignadas 18 horas semanales en lugar de las 12 horas habituales y se pondría énfasis en el trabajo personal en la resolución de problemas.

Además de su finalidad evidente, este curso, en líneas generales, contenía al curso de álgebra - al que sustituía aunque sin pretensiones de rigor - y servía de paso para corregir algunos problemas, como el que se presenta con el cálculo vectorial en el segundo curso de análisis, para alumnos de carreras que no toman el curso de geometría analítica.

El programa proyectado para matemática general se resume en los siguientes puntos: rudimentos sobre conjuntos; cálculo combinatorio; inducción; divisibilidad de enteros; números reales y sus propiedades algebraicas; funciones; elementos de geometría analítica del plano; exponenciales y logaritmos; trigonometría y vectores del plano; números complejos; divisibilidad de polinomios y ecuaciones algebraicas; vectores y geometría analítica en el espacio; sistemas de ecuaciones lineales.

Salvo un par de excepciones, una concordando enteramente y otra rechazando cualquier modificación de los planes, el proyecto fue aceptado por los restantes Departamentos de la Universidad con una modificación sustancial previsible: matemática general contaría con sólo 12 horas semanales y no se establecía limitación en el número de asignaturas del primer cuatrimestre.

Así las cosas, el programa fue reducido, eliminando: combinatoria, inducción, divisibilidad y sistemas lineales. El nuevo plan de estudios comenzó a regir este año. Nueve cursos de matemática general se dictaron en el primer cuatrimestre.

Surgió entonces la oposición de algunos sectores estudiantiles a matemática general, que en algún momento amenazó interrumpir la actividad de los cursos. Recordamos dos consignas utilizadas en esa oportunidad: "Queremos problemas tipo" y "Por la inmediata destitución de todo profesor que no apruebe por lo menos al 80% de sus alumnos". La primera indicaba que estábamos en el camino correcto y la segunda amenazaba sacarnos del camino.

Como dijimos, el proyecto inicial no fue aceptado en un punto que considerábamos esencial: sólo dos asignaturas en el primer cuatrimestre de universidad. Se aducía que no pueden prolongarse más los planes de estudio. En efecto, las carreras profesionales tienen planes de estudios paquidérmicos, donde lo nuevo se ha ido acumulando sobre lo obsoleto. Tratan entonces de mantener la duración teórica de las carreras en los 5½ años como máximo. Un plan que, como vimos al comienzo, con mucho optimismo 3 de cada 100 alumnos podrá realizar.

Estos ambiciosos planes de estudio no solamente son una pura abstracción, sino que están actuando como un firme factor en la deserción. Desalientan a los más sensibles, menos capaces o preparados, por el aparente retraso en sus carreras y conducen a los más capaces a la apresurada asimilación del material de los cursos, colaborando así a degradar el nivel de la enseñanza. A título de ejemplo se transcribe el plan para los dos primeros años de la carrera de Ingeniería Civil:

Primer año:

Primer cuatrimestre: geometría descriptiva, matemática general, dibujo I.

Segundo cuatrimestre: geometría analítica, análisis mat. I, dibujo II.

Segundo año:

Primer cuatrimestre: física I, análisis mat. II, química tecnológica.

Segundo cuatrimestre: física II, estabilidad I, análisis mat. III.

Creeemos que la modificación del plan de estudios, aún en las condiciones en que fue aceptada, era necesaria. Pero no es, ni remotamente, una solución satisfactoria, la cual, obligadamente debería traducirse en un aumento sustancial de los porcientos de aprobados.

Cifras comparativas entre álgebra I y análisis mat. I del primer cuatrimestre de 1971 (exámenes hasta el 31/8/71) y matemática general del primer cuatrimestre de 1972 (exámenes hasta el 19/9/72):

	Inscriptos	Aprobaron trabajos practs.	Aprobaron examen final	Desaprobaron examen final
Algebra I	646	430	336	86
Análisis I	541	240	104	50
Mat. general	996	478	223	159

Como vemos hay un descenso en los números de aprobados en matemática general con relación a los cursos de análisis y álgebra, que eran cursos iniciales en 1971.Es claro, si volviéramos a los problemas tipo, mejoraríamos inmediatamente el porcentaje de aprobados.

Hemos procurado poner una rampa donde existía un escalón y comprobamos que todavía esa rampa tiene una pendiente excesiva. En la universidad sólo cabe extender la base de esa rampa para suavizar su pendiente, o desentenderse del problema.

Hemos visto, cómo los planes apretados de las carreras profesionales son un escollo para toda solución imaginable. No se contempla en ellos al alumno real, sino al hipotético y genial integrante del 3%. Por lo general, las materias de los dos primeros años tienen asignadas 12 horas por semana. Descontado el domingo, un alumno de los primeros años concurrirá a clases 6 horas diarias, según el plan. Es en estos primeros años donde las asignaturas de ciencia básica imponen un serio esfuerzo intelectual,que no puede hacerse sin tiempo libre para la reflexión y el estudio.

Es preciso revisar estos planes para ajustarlos a la realidad, evaluando en forma razonable el tiempo libre para el estudio. A menos que lo que se desee sea precisamente provocar la deserción...

Otro problema, particularmente agudo en nuestra área, es el que se refiere al deterioro de la relación docente-alumno. En esto influyen no sólo las restricciones presupuestarias sino también una distribución irracional e ineficiente del presupuesto.

Además de los daños evidentes, esta situación abruma de actividades a los profesores y personal auxiliar, restándoles tiempo para su perfeccionamiento y para la investigación.

Creemos que el esquema tradicional basado en el "dictado del curso" - y eso es todavía: un dictado - deberá ir cambiando por otra relación más natural entre profesor y alumno fundada en la explicación y la discusión del material. Para ello el alumno debería disponer del contenido impreso del curso y no ir a copiarlo clase por clase, como en la universidad medioeval.

Hemos procurado mantener el análisis del problema de la deserción, en el ámbito de la universidad y dentro del marco de nuestra actividad específica; hemos observado sin embargo que los parámetros más importantes del problema caen fuera de ese marco.

A nadie escapará que el problema central gira alrededor de la preparación que reciben los alumnos en la escuela secundaria, preparación que, a juicio de los profesores a cargo de los primeros cursos de la universidad es cada año peor.

Dos fenómenos importantes se han producido en los últimos diez años en relación con la matemática de la escuela media: la incorporación masiva a la enseñanza de graduados en institutos de profesorado, privados por lo general, y el auge de la llamada "matemática moderna". Aunque estos fenómenos son contemporáneos al deterioro de la enseñanza de matemática, es sin duda difícil estimar su incidencia como causal de ese deterioro.

A juzgar por algunos libros de texto de mucha difusión en la escuela secundaria, la modernización de la enseñanza se ha circunscripto a superficialidades de presentación. Se incurren en gruesos errores conceptuales en el material "moderno", y los viejos errores permanecen...

La escolástica renace una y otra vez de sus cenizas. La tendencia al formalismo, a mantener a la matemática sin conexión con la vida, tiene hoy más fuerza que antes.

Urgen soluciones rápidas y eficaces. Para nosotros dos medidas inmediatas se imponen en el ámbito nacional:

1°) Elaboración de un texto con carácter de preferencial que cubra todo el material de la secundaria y correlativa adaptación de los planes de estudio a ese texto. Debería ser redactado por un grupo mixto de profesores de enseñanza media y matemáticos. El texto se modificaría total o parcialmente cada 5 años, es decir, se mantendría durante un ciclo completo de estudios secundarios.

2°) Estructuración de un plan de los profesorados en matemática (o en física matemática) de todo el país, cuyo contenido matemático mínimo se establecería explicitamente.

En el orden de las actividades extra-escolares, pensamos que es de fundamental importancia promover y estimular el desarrollo de las próximas Olimpíadas Matemáticas, una sencilla actividad que requiere fondos irrisorios en relación con su probada efectividad.

El problema de la deserción no puede ser desvinculado del problema de la elevación del conocimiento y dominio de la tecnología en nuestro país.

Este es un punto que no deberían descuidar los teorizadores del "limitacionismo" y sus seguidores de buena fe.

Porque hay también seguidores interesados: es un contingente de jóvenes abúlicos, sin ideas claras, incapaces de razonar, prestos a reaccionar violentamente ante las di ficultades que se les interponen para la obtención de un título profesional y a interrumpir el estudio y el trabajo de los demás.

Cabe preguntarse en qué medida este sector de la población estudiantil impedirá todo intento de mantener los standards de los estudios universitarios.

Las contradicciones del establecimiento social no son estériles, generan la confusión y con ella su propio deterioro.

* * *

HACIA LA ALFABETIZACION MATEMATICA

Howard F. Fehr (U.S.A.)

El análisis de los acontecimientos mundiales que aparecen en los diarios y las revistas, especialmente de aquellos que se refieren a la ciencia, a la matemática y a la tecnología que en ellas se basa, revela una situación que sorprende y alarma. Existe un abismo entre una élite - las personas que comprenden la ciencia y sus metas - y la gran masa de seres humanos que no solamente no la comprenden sino que más aún, la temen. Este abismo ha traído como consecuencia un serio choque entre ambos grupos. Cómo se produjo ese abismo y cómo puede salvarse, son serios problemas que exigen soluciones inmediatas a fin de que la enseñanza de nuestras asignaturas contribuya a un mejoramiento de la sociedad.

Es cierto que la enseñanza de la matemática en la escuela elemental se dedicaba principalmente a transmitir, mediante un aprendizaje mecánico, una serie de cálculos que se consideraban indispensables a los futuros ciudadanos. En los últimos años se introdujeron algunos elementos de geometría física y se procuró un aprendizaje de la aritmética más significativa para los niños, aparte de la aplicación de la aritmética a usos comerciales. La matemática de la escuela secundaria fue en su casi totalidad un estudio propedéutico dictado por las exigencias del ingreso a la universidad. Esta matemática básica o moderna actuó como un cedazo a través del cual pasaban solamente los alumnos considerados aptos para realizar estudios universitarios. El programa de la escuela secundaria demostró ser bueno únicamente para una élite intelectual. Para la gran masa de estudiantes fue un fracaso. Si se considera el gasto inútil de esfuerzo, dinero y actividad intelectual que demandó, se lo puede calificar de catástrofe.

Hoy en todos los países, hay un movimiento en pro de una educación universal por un período de 8 años por lo menos. Ahora bien, este período de aprendizaje formulativo no debe impedir que los estudiantes más capaces sigan estudios más avanzados, sino mejorar la capacidad de educar bien a toda la juventud, la gran mayoría de los futuros ciudadanos, brindándoles un bagaje común de conocimientos útiles y la habilidad para poder aplicarlos. Aquí el término "útil" debe considerarse en su sentido más amplio, no solamente como aplicable a una habilidad especial. Las escuelas, o los educadores, serán los responsables del aprendizaje, o de la falta de aprendizaje, de este gran sector de la población escolar.

Como en muchos países latinoamericanos el principal problema es obtener un programa de enseñanza primaria universal obligatorio por un mínimo de seis años, nuestra primera preocupación consiste en pensar en la clase de educación matemática que podemos brindar en esos años. Si por el momento dejamos de lado el grupo élite que continuará sus estudios en la escuela secundaria y superior, nos preguntamos ¿porqué la gran masa de alumnos tiene que estudiar matemática? ¿qué clase de matemática debe estudiar? ¿qué clase de matemática puede aprender? Puede parecer sencillo responder a estas preguntas si se piensan desde un punto de vista tradicional; sin embargo es difícil encontrar soluciones con sólidos fundamentos filosóficos pedagógicos relevantes. Las respuestas dadas últimamente a estas preguntas son en su mayor parte opiniones y reflejan la aceptación del principio "la matemática es una gimnasia mental". ¿Acaso lo es? El gran temor que inspira su estudio en la mayoría de la población de todos los países, tanto en aquellos en desarrollo como en los desarrollados, parece mostrar lo contrario.

Existen estudios que demuestran que mediante los métodos mecánicos de enseñanza ciertos alumnos adquieren ciertas destrezas aritméticas en cierto tiempo, pero olvidan estas destrezas con facilidad. Todos los estudios, en todos los niveles, demostraron que si en el aprendizaje de una idea se logra primeramente una base conceptual adquirida en forma significativa, las destrezas basadas en las ideas se desarrollan más rápidamente y se retienen por más tiempo que en los casos en que el aprendizaje ha sido mecánico. Otros estudios también demostraron que ciertos temas de la matemática reservados generalmente para el nivel secundario o universitario, pueden tratarse en la escuela primaria si se lo hace mediante una presentación formal y concreta. La pregunta "debería incluirse este tema en el programa de la escuela primaria, preparado para la gran masa de alumnos" no debe basarse solamente en el hecho de que el tema sea o no accesible. Hay otros problemas por resolver, como los de alcanzar metas sociales y económicas adecuadas antes de desarrollar un curriculum tendiente a lograr una alfabetización matemática.

Problemas en el desarrollo del curriculum

Es evidente que no se puede construir un programa educativo para el estudiantado en su totalidad, si se toma como base principal un cúmulo creciente de conocimientos matemáticos. Aún antes de tratar el contenido en sí hay otras principales cuestiones que considerar: ¿Qué clase de preparación deben recibir los profesores de matemática para poder desarrollar una actividad eficiente? ¿Cómo se puede mejorar el proceso del aprendizaje haciéndolo más efectivo? y ante todo de qué manera podrá irse reajustando continuamente el proceso educativo científico para poder asegurar que la educación que nuestros alumnos *reciben hoy* será útil para sus necesidades en la sociedad en la que *vivirán mañana*.

Ya está claro que no pueden existir políticas y metas educativas o metas de enseñanza matemática ajenas al desarrollo de nuestra cultura. Hoy es evidente que las metas políticas de un país, las aspiraciones de su sociedad y las metas de su desarrollo establecidas por el complejo agrícola, industrial y económico, ejercen gran influencia en la determinación de los objetivos de la educación, así como en el modo en que deben ser alcanzados.

Como educadores debemos hacer que nuestras escuelas reflejen de la mejor manera posible el cumplimiento de las aspiraciones y esperanzas de todos los integrantes de nuestra sociedad. La medida en que la matemática pueda contribuir a alcanzar estas metas, determina la esencia y la tecnología educativa de nuestras disciplinas.

En la actualidad se advierte cada vez más con mayor frecuencia, que las sociedades consideran a sus integrantes como reservas de talentos y destrezas. Se acepta en forma general en todos los países, que en cada población existe una mayor distribución de talentos de lo que antes se creía y que es esencial descubrirlos para contribuir al progreso de dicha sociedad.

En consecuencia si nuestro sistema educacional es el mejor medio para descubrir y desarrollar la capacidad matemática, es importante darle la responsabilidad y la oportunidad de hacerlo.

Por otra parte, si bien existe la convicción de que es imposible que todas las personas adquieran el mismo nivel de aprendizaje en matemática, sin embargo es deseable poder proporcionar al niño entre los 6 a los 12 ó 15 años de edad una educación matemática adaptada a sus necesidades y posibilidades. Más importante aún es el hecho que muestra que elevar el nivel educativo de todas las personas de una sociedad es el mejor medio para alcanzar una vida más rica y más diversificada y en la que se podrán disfrutar mejor los desarrollos que la vida moderna ofrece. Todo miembro de una comunidad, quiéralo o no, se verá afectado por cambios que también afectarán su empleo,los medios de transporte, su salud, seguridad y sus formas de esparcimiento y se sentirá más cómodo y será más útil si es capaz de entender esos cambios y participar en ellos.

De ahí que un principio fundamental en el desarrollo de nuestros programas educativos es la idea de cambio. Dichos programas deben permitir una continua reinterpretación del conocimiento actualmente aceptado en la incorporación rápida de los nuevos descubrimientos y desarrollos. Las escuelas tienen la obligación de descartar los materiales y planteos pasados de moda. Por supuesto que no es posible predecir las preocupaciones intelectuales del mundo dentro de 25 años. Sin embargo, pienso que debido a la continua acción de ciertas fuerzas que podemos sentir ahora, es posible anticipar que las preocupaciones que tendremos que aprender entonces, serán distintas en muchos aspectos de las que enfrenta nuestra instrucción matemática hoy. La expansión eficiente y rápida de los conocimientos y su reinterpretación ha creado enormes problemas. Entonces, ¿cómo pueden incorporarse las nuevas ideas en los programas de matemática en una forma rápida y eficaz? Una de las respuestas es mediante un estudio continuo y selectivo para determinar lo que es adecuado y útil para la vida futura, y lo que ya ha sido reemplazado. Recientemente, en matemática, se han tomado medidas para organizar y presentar desarrollos modernos con cierto éxito. Si se debe mejorar la eficacia del aprendizaje deben realizarse esfuerzos aún más grandes para descartar lo que está pasando de moda, para incluir lo nuevo, para sintetizar y reorganizar.

Aún así, la velocidad del cambio es tan grande que uno se pregunta cómo es posible que las escuelas de hoy puedan brindar una educación que los alumnos encuentren útil dentro de 20 años. Este problema se solucionaría en parte si nuestra enseñanza de la matemática incorporase definitivamente en su orientación, una aceptación del principio del cambio. Esta aceptación debe convertirse en una parte de la filosofía de la educación moderna. Si pudiéramos crear y cultivar tal actitud, tanto en los maestros como en los alumnos, entonces existiría una base que permitiría a las personas adaptarse a ideas y condiciones cambiantes, en su vida futura.

Las fuerzas del cambio educativo

Existen una cantidad de factores que requieren un cambio, tanto en el contenido de lo que debemos enseñar, como en la forma en que debemos enseñarlo. Quizá la más evidente de las fuerzas hacia un cambio educativo es la demográfica. No solamente todos los niños comienzan a ir a la escuela a una edad más temprana, sino que también permanecen en ella por un tiempo más prolongado. Además, en muchos países es cada vez mayor el número de alumnos que continúan sus estudios a nivel secundario y superior. Por ello también los colegios secundarios (colleges) deben tomar en consideración los cambios que se producen en la matemática que tienen que enseñar a una numerosa y variada clientela. En la escuela del futuro no puede haber fracasos, solamente enseñanza que cubra las necesidades, los intereses y la destreza de toda la población de una comunidad.

Una segunda fuerza obvia es la expansión del conocimiento. Las teorías de la relatividad, física nuclear, y otros modelos matemáticos como biología celular, sistemas económicos, comportamiento psicológico, son bien conocidos y bien publicitados.Lo que no es tan conocido es cómo se produjo tan rápidamente la enorme cantidad de nuevos conocimientos y cambios conceptuales del conocimiento tradicional. La mayoría se puede adjudicar a la deliberada inclusión de la *investigación* como nuevo factor en nuestro operativo, (actuación) intelectual y social. El avance del conocimiento y de su aplicación mediante un esfuerzo tecnológico sistemático, ha creado nuevos intereses y en realidad se ha convertido en el objetivo de una de las mayores empresas de inversión en la sociedad moderna.

Esta explosión ha tenido y continuará teniendo un profundo impacto sobre la educación matemática. Los currícula escolares deberían reflejar los conocimientos más actualizados en todas las disciplinas.

Esto demanda nuevos cursos, nuevas perspectivas, y por supuesto nueva capacitación para los maestros por recibirse y los que están ejerciendo la profesión. Al mismo tiempo hay un límite en cuanto a la cantidad de material que puede ser incluído en el programa escolar. Este dilema refuerza el concepto de que el rol de la escuela no consiste en ofrecer aún más conocimientos, sino en seleccionar del gran almacenamiento del mismo lo que es esencial, y organizarlo para poder así ayudar a los alumnos a desarrollar una aptitud para adquirir y utilizar el nuevo conocimiento tal como surge de las mentes de sus creadores.

Una tercera fuerza apremiante proviene del papel que le toca asumir a la educación en nuestra vida socio-económica. Existe una creciente demanda de que la "educación" esté relacionada al "mundo exterior". La sociedad moderna descansa sobre el apropiado nivel de competencia que debe ser brindado por las escuelas. Los políticos, los hombres de estado, el personal empresario y la comunidad, lo demandan. Sin embargo la escuela no puede brindar la competencia (capacidad) sin el apoyo político y financiero activo de la sociedad. La interdependencia entre escuela y sociedad también se ve afectada por un factor menos obvio, a saber, que la comunidad, con sus preocupaciones diarias, sus diarios, radio, televisión, servicios y asuntos públicos, se convierte en una especie de sistema educacional informal y a través del cual todo pasa, y que ofrece realidad a la enseñanza más abstracta del aula. Nuestra sociedad es una "sociedad educativa". El límite entre educación formal e informal se ha hecho menos nítido. La instrucción matemática escolar debe cambiar para apreciar esta interacción y adaptar su contenido y sus métodos a la misma, en vez de considerarla como una interferencia al aprendizaje formal.

Una cuarta presión es el efecto que tienen los desarrollos científicos y tecnológicos sobre los cambios sociales. El que la ciencia y la tecnología están transformando el comportamiento social, se está convirtiendo en un tema trillado. Como hecho sin embargo, es una inagotable fuente de sorpresas y de maravilla. El conocimiento científico está cambiando rápidamente creencias y comportamientos humanos y está estableciendo nuevas metas sociales. Todas las personas demandan el acceso al conocimiento, que en el pasado estaba reservado a una élite académica.

Relevancia matemática y social

Con el propósito de relacionar la matemática con las necesidades de la sociedad (o a su relevancia), puede resultar ventajoso considerar la matemática bajo los siguientes aspectos: aritmética, álgebra, geometría, lógica, probabilidad y estadística, aplicaciones y conjuntos. No cabe duda que la enseñanza de la aritmética, especialmente la numeración y el cálculo significativo de los números enteros y racionales en una numeración escrita decimal es de necesidad absoluta y esencial, ahora y en el futuro, para todo ciudadano activo, sin excepción alguna. Sin este conocimiento de la aritmética y sus aplicaciones en la solución de problemas, incluyendo porcentaje,proporción y relación, es imposible entender a la sociedad moderna. La adquisición de destreza en el cálculo y la aplicación de la aritmética a la solución de problemas de la vida diaria, es un factor principal de la habilidad del individuo para funcionar dentro de la sociedad moderna.

La geometría física del tamaño, forma y relaciones de las figuras, tanto plana como espacial pertenecen a la misma categoría de uso diario. Los conceptos de paralelismo, perpendicularidad, congruencia, similitud, longitud, área, volumen y distancia, penetran cada descripción del mundo en que vivimos, no importando en que medida. Son indispensables para entender la verdadera estructura física del mundo que nos rodea.

El álgebra simple, comprendiendo cuanto más los números racionales, se presenta en el hogar, la oficina, el diario y la mayoría de las ocupaciones, bajo la forma de fórmulas y gráficos y nuevamente entra dentro del conocimiento conceptual que toda persona debiera poseer. Aquí lo importante no es la destreza especial (como en las expresiones de factoreo y simplificación) sino la habilidad de leer el álgebra para la generalización o la dirección que le da a las áreas específicas de trabajo. Todo el contenido arriba mencionado puede ser considerado como base concreta sobre la cual se debe construir un contenido matemático necesario para su uso común. Ahora consideremos la matemática que necesita el ciudadano del mundo moderno.

Probabilidades y estadísticas

El número de aplicaciones de las probabilidades y estadísticas ha crecido enormemente en los últimos 50 años. Estas aplicaciones se encuentran en todas partes - en la industria (control de calidad), en las empresas comerciales (tomar decisiones), la agricultura (experimentación de cultivo) en la política y la sociedad (encuestas de opinión pública), en la economía (índices de costo de vida) etc. En las ciencias físicas y de comportamiento, el uso de la probabilidad ha aumentado considerablemente. Muchos países patrocinan loterías nacionales.

En la enseñanza de la ciencia, ya no es suficiente desarrollar solamente el pensar determinístico; el pensar probabilístico que domina los fenómenos de herencia, procesos radioactivos, astrofísicos, etc., merece tenerse en cuenta para la instrucción escolar de todos los alumnos. En la vida diaria uno enfrenta una serie de situaciones azarosas (cruzar la calle, contraer enfermedades) y encuentra informes en los medios de información para todos los cuales es necesario un mínimo conocimiento de probabilidad y estadística para su correcta interpretación. En estos medios los gráficos, histogramas, las tasas, y los porcentajes son utilizados para los seguros, los impuestos, la demografía, los accidentes de tránsito, el rendimiento económico y otros. En particular las encuestas de opinión pública, especialmente las que se refieren a las elecciones, interesan a todo el público, quien sin embargo no sabe nada de los métodos utilizados para realizar las encuestas.

La errónea interpretación de las estadísticas es un hecho bien conocido y peligroso. Debemos enseñar los necesarios conocimientos de probabilidad y estadística a todos los estudiantes para alfabetizarlos. Esto incluye el conocimiento concomitante de conjuntos, manejo de conjuntos, funciones, procedimientos de cómputos, que son esenciales para la comprensión y la aplicación de una teoría de probabilidad elemental, así como la exposición gráfica y algebraica de las estadísticas.

Cálculo numérico

Cien años atrás, las empresas comerciales necesitaban empleados que pudiesen ejecutar cálculos escritos y mentales a una velocidad extraordinaria. Hoy en día no se necesitan esas personas para nada - el trabajo se realiza automáticamente. Pero lo que se necesita, y cada vez en mayor número, son personas que entiendan la teoría (los algoritmos) que abarca la multitud de nuevas aplicaciones del cálculo numérico. El diagrama de flujo, el lenguaje de las computadoras y la programación de problemas, se están convirtiendo en conocimientos que todas las personas deben poseer - en parte porque un sector importante de la masa trabajadora se verá abocada a trabajos de este tipo durante toda su vida, y más aún porque será parte de la alfabetización de toda la gente, el entender la era de la computadora y la automatización de nuestra civilización.

Este enfoque exigirá el estudio matemático concomitante de los sistemas numéricos (naturales, enteros, racionales y quizá reales), de los algoritmos y de los procesos iterativos y de aproximación, y más adelante matrices, todos los cuales aparecen ahora, y continuarán apareciendo en otras disciplinas. Todo estudiante debe saber con qué y cómo trabajan las computadoras, apreciar sus usos, y ciertamente entender lo que no saben hacer. Debería saber que la tecnología es un invento del hombre para servir al hombre en una tecnocracia. Esto es otro ejemplo que demuestra que la alfabetización matemática es una necesidad absoluta para la educación de las masas.

Geometría

Era un dogma de la enseñanza tradicional de la geometría, considerar que enseñaba la naturaleza de las estructuras axiomáticas y de las demostraciones lógicas. Todas las evidencias señalan el hecho que estos conceptos lógicos fueron rara vez alcanzados, lo máximo que se lograba era entender un poco o repetir las así llamadas demostraciones de teoremas. Para alcanzar estos ideales, para los estudiantes que pueden necesitarlos, tenemos estructuras algebraicas más simples y más directas así como axiomas locales para una geometría afín que debe estudiarse en la escuela secundaria. Pero el estudio de la geometría, desde un punto de vista moderno, tiene otro valor social.

El estudio informal de la geometría de transformación (cartografía), explica las imágenes del espejo (reflexión), las dilataciones y las contracciones (dilatación) y presenta a la simetría, que se encuentra en casi todos los organismos - animal o planta - como lo que mejor describe las construcciones concretas y abstractas. Es fácil relacionarla a las artes - la música, la danza, la pintura, la escultura, la arquitectura - y el aspecto estético total de la vida.

Es más, el conocimiento geométrico intuitivo tiene mayor significado social que el estricto desarrollo axiomático de la materia. De este modo los gráficos, las coordenadas, los paradigmas geométricos de los fenómenos físicos, biológicos y de comportamiento, contribuyen mucho al entendimiento común de estos grandes campos que explican al hombre y su mundo. En las escuelas secundarias, la presentación axiomática formal tiene valor (si el sistema es suficientemente pequeño) para demostrar las más altas expresiones del razonamiento humano, en el sentido que "sólo Euclides ha podido ver la belleza desnuda". Todo futuro ciudadano debería experimentar el estudio de una estructura axiomática para saber lo que hacen los matemáticos para controlar todos los descubrimientos.

Lógica

Quizá una de las más grandes contribuciones al desentendimiento y a través de él, a la incapacidad de resolver los serios problemas políticos, económicos y humanos, es la falta de comunicación correcta, clara y precisa. Decir lo que pensamos, y pensar lo que decimos, y hacerlo sin temor de ser mal interpretados, es una tarea difícil.

La lógica expresada mediante el lenguaje natural, es frecuentemente torpe, y puede ser ayudada dedicándose un poco a la simple lógica matemática y sus aplicaciones a expresiones en todas las otras disciplinas - especialmente en el uso del medio de comunicación.

La utilización de las palabras: un, el, uno, todo, alguno, cada y todos (y sus equivalentes en otros idiomas) nos lleva a cuantificar nuestras afirmaciones.

El uso de deducciones en relación a las afirmaciones tiene un impacto aún mayor. Aquí, simples tablas de verdad, dan una ilustración gráfica de lo que significa deducción (implicación), bi-deducción y las conjunciones "y", "o" y la negación "no".

Toda esta lógica podría ser aplicada en la estructuración del conocimiento matemático, pero esto no es lo más importante. Tiene valor porque puede ser aplicado a cualquier campo en el que aparece el pensamiento racional - muchas de las cosas de la vida de toda persona - como medio para controlar decisiones. De allí que también debería estar incluída en la enseñanza del lenguaje natural, *en el que actualmente se le da demasiada importancia a la literatura y no la suficiente a la gramática, la sintaxis y el discurso racional.*

Debería ser evidente desde un principio, que estamos viviendo en una sociedad en que la matemática ya no puede ser solamente considerada como una herramienta con destreza especial. Se ha convertido en una materia cultural para todos los ciudadanos que pueden utilizar este conocimiento como uno de los medios para averiguar en qué consiste el mundo. Si la humanidad ha de avanzar en su nivel de conocimientos y de forma de vida, ya no se puede permitir dejar una gran parte de su población en el papel de ignorantes de las ciencias, alejados de un pequeño grupo élite de autoritarios. La población debe formar un todo homogéneo en su búsqueda insegura de una vida mejor.

Matemática propedéutica

Al presentar un conjunto de conocimientos matemáticos de relevancia social, debe existir alguna presentación secuencial de todos los conceptos matemáticos que lo integran y de los cuales surgen las grandes contribuciones sociales. Esto es necesario no solamente para su comprensión y uso inmediatos, sino también para aquellos estudiantes que desean continuar sus estudios. Mientras la gran masa de gente necesitará solamente tener un almacenaje de conocimientos matemáticos y sus formas de aplicación como explicación de muchos fenómenos, también debe haber provisiones para aquellos que son más matemáticamente capaces y que continuarán estudiando a nivel universitario y que se dedicarán a la investigación en sus diversas profesiones. No hay duda que este grupo de estudiantes, que se encuentra entre el 15% de la inteligencia cognoscitiva, serán los futuros médicos, abogados, ingenieros, investigadores científicos, hombres de estado, empresarios, profesores universitarios, e inventores y creadores en esos campos. En calidad de tales, ellos serán el grupo más importante en cuanto al avance y al mejoramiento de la sociedad. Para estas personas, son las formas más avanzadas del pensamiento matemático las que tienen realmente relevancia social.

El tipo de educación matemática para estas personas es una educación ciertamente abstracta y bastante rigurosa. No solamente necesitan usar los modos del pensar matemático, y el conocimiento matemático, sino que también deben estar capacitados para aplicar técnicas para resolver problemas en la creación de modelos matemáticos. La base de este conocimiento debe ser brindada en la escuela secundaria y el primer año a nivel de "college". Resumiendo, ellos deben saber la matemática como un conocimiento total basado en la idea de (conjunto, estructura). Por lo tanto la tarea incluye un estudio sustancial de conjuntos, relaciones y funciones, sobre los cuales todo estudio subsiguiente está basado. Las estructuras son: sistema operativo, grupo, anillo, campo, todos conduciendo a la estructura de espacio vectorial. Las realizaciones de estas estructuras son los variados sistemas numéricos, incluyendo matrices y números complejos, los grupos de geometrías invariantes, polinomios, espacios de probabilidad, etc. Las actividades incluyen todas las que se encuentran en el programa tradicional, pero enseñadas en un marco contemporáneo - mediante métodos de variables, expresiones, funciones, ecuaciones, inecuaciones, valor absoluto, geometría en coordenadas, geometría vectorial, transformaciones, continuidad, límites, diferenciación, integración y métodos numéricos.

En la enseñanza de esta matemática abstracta se deben señalar aplicaciones y donde sea posible, aplicarla a disciplinas que no sean la matemática misma.

Conclusiones

¿Cuál es entonces la respuesta a la relevancia social de la instrucción matemática? Ante todo, hay un conocimiento fundamental de la aritmética, la geometría física, y la formulación del álgebra elemental que todo ciudadano debe conocer y aplicar como una rutina en su vida diaria de trabajo y sociedad. Este conocimiento ha sido ampliado hoy en día para incluir la probabilidad, las estadísticas, el discurso racional y los procesos numéricos relacionados con la programación y las computadoras. Por lo tanto hay un objetivo de información importante - la adquisición de un cierto conocimiento matemático.

Para el grupo más capaz, hay una meta absolutamente esencial que consiste en prepararlos para el liderazgo futuro que deberán asumir. Además de un conocimiento general y básico de conjuntos, relaciones, funciones y estructuras matemáticas principales, ellos también deben llegar a conocer en un sentido más significativo y más profundo qué es la matemática, cómo es concebida por los matemáticos actuales, qué tipo de razonamiento utilizan, y de qué forma invade las ciencias y otros campos de la actividad humana.

Pero es la utilidad de nuestra materia la que la ha mantenido, junto con la lengua materna, como la principal disciplina en el estudio escolar. El contenido, su organización, y los métodos de enseñanza deberían señalar esta utilidad cada vez que sea posible. Además, para todos los alumnos la enseñanza debería tender a desarrollar la capacidad de observación, generalización, abstracción y construcción de modos de aplicación matemáticos.

De esta manera, la formación intelectual, el conocimiento útil y su aplicación, constituyen la relevancia social de la matemática.

Debemos conseguir este tipo de alfabetización matemática si queremos evitar conflictos sociales nefastos en el futuro. Repito, entre esos pocos que conocen,utilizan y hablan el lenguaje científico y la gran masa de gente que no entiende la ciencia ni la clave del lenguaje matemático, e inclusive la teme, se ha producido una gran brecha. Esta brecha debe ser colmada. La ciudadanía futura debe llegar (con un modesto grado de entendimiento) a conocer el idioma, el simbolismo y la forma de utilizar la matemática en la explicación científica.

Lo que hay que lograr fue muy bien expresado por George Steiner en su artículo "Una alfabetización futura" publicado en el Atlantic Monthly en agosto de 1971, donde dice:

"A menudo se objeta que el hombre común no puede participar en la vida científica. Su destino es permanecer ignorante para siempre de ese mundo cuyo idioma no entiende. Aunque los buenos científicos rara vez dicen esto, parece obviamente cierto. Pero solamente en parte. La ciencia moderna es ciertamente matemática. El desarrollo de la formalización matemática estricta, marca la evolución de una disciplina determinada, tal como la biología, en su total madurez científica. No conociendo la matemática, o muy poco, el "lector común" es excluído. Si trata de entender el significado del argumento científico probablemente se equivocará o entenderá algo que no es. Esto es también cierto pero es una verdad que se encuentra a mitad de camino a la indolencia. Aún una modesta cultura matemática puede permitir entender algo de lo que está sucediendo. El criterio que uno puede ejercitar una alfabetización racional sin conocimientos de cálculo, de topología y análisis algebraico, se convertirá en un arcaísmo extraño a fines del siglo veinte.

Estos estilos y formas de lenguaje que surgen de la gramática de los números ya son indispensables en muchas ramas de la lógica moderna, la filosofía, linguística y psicología. Como los procesos electrónicos de datos y los códigos ocupan cada vez más la economía y el orden social de nuestras vidas, el analfabeta matemático se encontrará cada vez más aislado. Una nueva jerarquía de servicios bajos y oportunidades atrofiadas puede desarrollarse entre aquellos cuyos únicos recursos continúan siendo puramente verbales. Pueden convertirse en "ilotas verbales".

Por supuesto que la alfabetización matemática del amateur, debe permanecer modesta. Normalmente aprenderá solamente una parte de la innovación científica, echándole un vistazo momentáneo y poco claro, formándose una imagen aproximada del mismo. Pero acaso, no es así como vemos gran parte del arte moderno?"

Por lo tanto observamos dos orientaciones dentro de nuestra cultura que son las responsables de la brecha entre los científicos y los humanistas. El humanista, para obtener su conocimiento mira hacia el pasado, hacia las sombras, hacia un lenguaje de palabras formadas por la tradición. Para el matemático y el científico su luz y vida son una nueva alfabetización - una alfabetización matemática - y el futuro. Busquemos y enseñemos la matemática que tendrá relevancia social en el futuro.

* * *

LA EVOLUCION DE LA MATEMATICA EN COLOMBIA

Ricardo Losada (Colombia)

Introducción

Cuando se me pidió escribir una conferencia para esta reunión internacional, dudé mucho sobre el tema que debía elegir. Finalmente, considerando el estado de la matemática en los países latinoamericanos, escribí estos apuntes que están relacionados con las experiencias que hemos tenido en Colombia y que considero fácilmente aplicables a otros países que están en vía de desarrollo, en lo que a matemática respecta.

La idea es analizar situaciones afines a los de países representados; exponer experiencias y aprender de ellos; suscitar un estudio con miras a formular recomendaciones y conocer hasta qué punto este congreso puede incidir en el inmediato desarrollo de la enseñanza de las matemáticas en nuestras instituciones.

La enseñanza de la matemática se realiza en Colombia, como en la mayoría de los países, en tres niveles: elemental, medio y superior. Sin embargo a través de este informe hay que tener en cuenta características muy especiales de mi país, que inciden directamente en el desarrollo de las matemáticas. Veamos algunas de ellas:

- Los estudios elementales constan de cinco (5) años y los de nivel medio o secundaria de seis (6) años lo que hace un total de once (11) años necesarios para entrar a la universidad, mientras que en otros países de Europa y en los Estados Unidos son doce (12) años los estudios preuniversitarios.

- El aumento de la población en Colombia es algo que se debe tener en cuenta. En la primera conferencia, de 1961, Bogotá tenía 1.300.000 habitantes y hoy, once años después, se aproxima a los 3.000.000 de habitantes. Esta situación es similar en las demás áreas urbanas colombianas.

Observaciones sobre la evolución desde 1961 y de 1966 hasta la fecha.

Es importante mencionar que estas conferencias y otras similares han tenido gran repercusión, sin que a veces notemos este factor, en los avances de la matemática en nuestros países. Quiero destacar varios hechos que han sucedido durante este lapso de tiempo en Colombia. Se iniciaron los cursos de capacitación para los profesores en ejercicio, proliferaron las facultades de educación, se iniciaron los estudios de postgrado en matemáticas, se comenzó la publicación de boletines especializados. Se han mejorado notablemente las condiciones de trabajo de los profesores de enseñanza media, elemental y universitaria. Se han realizado congresos locales de matemáticas, se han revisado programas y se experimentan varios de los recomendados en estos eventos internacionales. Toda esta gama de actividades que se ha presentado en mi país y seguramente en muchos otros, ha hecho que la enseñanza de la matemática, esté en permanente evolución, algunas veces, sin la ayuda oficial requerida y necesaria para llevar a cabo los cambios que en esta época de desarrollo necesita la enseñanza de la matemática. Creo, pues, fundamental que de estas discusiones se adopten nuevas recomendaciones y principalmente que nos comprometamos en lograr que nuestros países adopten normas de acuerdo a lo que finalmente se decida en este evento. Ya en el informe colombiano,que seguramente ustedes poseen, se tratan varios de los puntos que anteriormente he mencionado y que deseo profundizar un poco en algunos aspectos, que considero pueden interesar a varios de los asistentes a la conferencia.

Nuestro programa oficial de primaria y secundaria, este último decretado en 1962 tiene la característica de un programa clásico y con esta palabra me refiero a que no contiene ninguno de los resultados matemáticos y metodológicos que en este siglo han aparecido y se han estructurado. Materias tales como probabilidad, estadística, están totalmente excluídas y la geometría se sigue presentando en nuestra gran mayoría de escuelas en la forma sintética de Euclides. Esto ya deja ver el abismo que existe entre la enseñanza media y la universitaria. Afortunadamente, la llamada matemática moderna, ha logrado entrar a mi país. Varios colegios, pocos desafortunadamente, están experimentando diversos programas. Entre ellos vale la pena destacar los Institutos Nacionales de Enseñanza Media INEM, que agrupan alrededor de 40.000 estudiantes y para los cuales se logró elaborar un programa que siguió en gran parte las recomendaciones de la conferencia de Lima. Estos institutos presentan actualmente la oportunidad de llevar a cabo las reformas de la matemática en Colombia, de tal manera que esté acorde con los últimos avances que en matemáticas se han hecho. Naturalmente existen graves problemas que estamos tratando de solucionar. Aunque en la actualidad tiene más de 200 licenciados en matemática, la mayoría de ellos no tienen la preparación requerida y se necesita una serie de cursos de actualización que les permita desarrollar el programa experimental.

La universidad, en particular, la Nacional de Colombia, ha apoyado en forma definitiva los estudios de matemáticas, y en 1968 inició los cursos de post-grado.En ella se ha desarrollado una buena actividad académica que no ha tropezado con el gran problema de secundaria o sea, primero la magnitud de él y segundo el profesorado en ejercicio. Como nos toca educar jóvenes en la universidad, ellos fácilmente se adaptan a las nuevas tendencias. Además como están planeados los estudios de especialización a nivel de doctorado en el extranjero, se tiene asegurada una buena enseñanza y por lo tanto buenos matemáticos, en un futuro relativamente corto.

De 40 profesores que había en 1961, dos o tres tenían grados en matemática.En la actualidad hay en ese departamento 140, 70 de ellos con grados de matemáticos y varios de ellos con títulos de post-grado. Pese a este aumento considerable, lo que no hemos podido crear es una escuela matemática; quiero decir con esto, tener un grupo que esté trabajando, investigando y produciendo en algunas de las ramas de la matemática. Este es el principal problema que tenemos a nivel universitario y del que queremos conocer criterios de los participantes de la Tercera Conferencia. Hemos visto cómo en otros países han pasado de esta etapa crucial gracias a diferentes factores y entre ellos fundamentalmente a la presencia de famosos matemáticos que han colaborado en forma definitiva en la creación de la escuela.

En las otras universidades colombianas, en 16 de las 33 que actualmente existen en Colombia, están desarrollando los estudios de matemáticas a nivel de pre-grado y se siguen en líneas generales buenos programas. De 1966 hasta ahora, hemos duplicado el número de egresados de matemáticos y licenciados de las universidades, pero debido a la tasa de crecimiento de la población, nos hemos quedado cortos; el déficit, de profesores y maestros en todo el país es muy significativo: basta ver que de 57.189 profesores de enseñanza media en 1968 sólo el 32% tenía grado universitario y no necesariamente en la especialidad que estaban enseñando. Es decir, que se necesita una decisión más vigorosa en este campo, que tenga proyecciones al futuro.

Sería muy importante que esta Conferencia recomendara que se fortalezcan las relaciones entre las instituciones de educación, comenzando un intercambio de profesores de universidades y colegios entre nuestros países. Se facilitará la admisión de estudiantes de otros países, en aquellos que tengan programas más avanzados, se crearán comisiones multinacionales de estudio de programas, como se ha hecho en otras regiones, por ejemplo en los países nórdicos y en los árabes. Estas comisiones podrían ser por zonas, al estilo del pacto Andino.

La transición de la escuela media a la universidad

En 1962 se introdujo en el programa oficial por primera vez el cálculo y la geometría analítica. Varios años pasaron sin que se pudiera adelantar realmente este plan por varios motivos: la escasez de profesorado, la falta de preparación, la ausencia de textos. De los estudios que se han realizado, se ha podido constatar que la enseñanza del cálculo se ha seguido en forma intuitiva, visual, método que me parece natural.Se presentan muchos teoremas sin pruebas, que también creo conveniente ya que a ese nivel y aún en los primeros años de universidad, algunas demostraciones no son importantes en sí, sino, más bien vale la pena motivar más al estudiante sobre el origen y el uso del teorema y cómo lo aplicamos. Naturalmente en la universidad es necesario repetir los cursos de cálculo (repetir no siempre es malo), pero tiene la ventaja que se puede dictar una materia con más rigor y más profundidad a los estudiantes que en el bachillerato han tenido la oportunidad de adquirir cierta familiaridad con estos temas.

Como indicaba antes, hay dos tendencias para enseñar la matemática en el nivel medio. El método clásico para el programa oficial y la otra que se está desarrollando en forma experimental en ciertos colegios. Se han observado los egresados bajo estos dos sistemas, y concluimos que: los formados en la escuela clásica sienten el complejo de los rumores de la matemática moderna y al llegar a la universidad y ver una serie de simbolismos (muy naturales por cierto) de uniones, cuantificadores, métodos de demostración, etc., se manifiestan en forma pasiva en los cursos de matemáticas. En cambio los estudiantes que han tenido la oportunidad de trabajar con espacios vectoriales, (algunas veces sin saberlo) probabilidad, álgebra lineal, etc., en los cursos de secundaria, se manifiestan muy activos e interesados en los cursos de nivel universitario. Existe un proyecto para presentar el álgebra en el nivel medio en forma axiomática y tratar de mostrar cierta integridad de la matemática en sus estructuras. Creo que esto es fundamental para reducir la brecha que ha surgido entre los estudios de bachillerato y los universitarios. Parece que es conveniente iniciar los programas en el nivel medio en forma intuitiva y poco a poco introducir alguna formalidad. La lógica, me parece, se debe aplicar en todos los cursos haciendo uso constante de ella, en prudentes dosis.

La geometría, tema que ha sido ampliamente discutido en varios famosos congresos internacionales, se sigue enseñando en Colombia en la mayoría de los colegios en la forma sintética de Euclides, debido principalmente, a que en esas instituciones prácticamente es el único curso que se desarrolla usando el método axiomático. Por otra parte los profesores no conocen, en su gran mayoría, otra manera de enfocar la geometría. Además presenta, dicen sus defensores, claras aplicaciones a la vida práctica, pese a que los estudiantes muchas veces tienen que aprenderse hasta un centenar de teoremas y corolarios. Hemos tenido localmente varias discusiones y se han hecho experiencias con grupos pequeños para emplear el método axiomático, para el desarrollo del álgebra. Este método, entre otras cosas, presenta la gran ventaja de quitar a esa matería el concepto que muchos estudiantes e inclusive profesores tenían de ella: de reducirse a una serie de reglas para resolver problemas. Respecto a la enseñanza de la geometría, estamos convencidos que se debe desarrollar en el sentido de Felix Klein, según el programa de Erlangen; utilizando naturalmente los resultados clásicos, pero sin gastar muchos esfuerzos en resolver problemas difíciles y engorrosos que quizás más tarde no tendrán aplicación alguna en los estudios superiores.

Hemos observado también, que es muy importante la inter-relación entre los diferentes cursos de matemáticas que se enseñan en el bachillerato; se deben acabar los feudos que se creaban cuando se hablaba por ejemplo de la trigonometría como si fuera una ciencia aislada y sin lazos con el álgebra y la geometría. El estudiante intuye sorpresivamente la unidad de la matemática y entonces puede observar un horizonte más amplio para sus conocimientos.

Es necesario que en la reforma de programas se incluyan temas que contemplen los adelantos técnicos y científicos y que familiaricen al estudiante con procedimientos, lenguajes, y disciplinas que al ignorarlos podrían llevarlo a sentirse como en una selva, solo e indefenso. Las máquinas calculadoras, por ejemplo, aparecen hoy en todas partes (aunque algunos países no las tenemos en la misma proporción que otros), pero que los alumnos conocen a través de medios informativos y publicitarios. Esto presenta una gran motivación para el estudio de las matemáticas y es además bien sabido que en la actualidad ya se necesita un buen número de personas que conozcan, manejen y programen las computadoras electrónicas.

La matemática aplicada

En Colombia, ni en el colegio, ni el bachillerato se le había dado énfasis a esta rama que en este siglo se ha desarrollado tan ampliamente. La gran demanda de personal especializado surgió por parte de la industria y de institutos gubernamentales, varias universidades han dado un viraje hacia ella y en la actualidad en aquellas instituciones donde se puede seguir la carrera de matemáticas, que antes era orientada a la rama "pura" ofrecen un programa especial para capacitar estudiantes en estadística, programación e investigación operativa.

Esta es una de las varias razones para incluir la probabilidad y la estadística en los programas de secundaria y no esperar a los cursos universitarios para enseñarla. Estas materias que exigen cierto razonamiento combinatorio, son las adecuadas para desarrollar en los jóvenes una mentalidad ágil que seguramente les va a servir a lo largo de toda su vida. Naturalmente se debe tener cuidado en la introducción de ella, tal vez limitarse en secundaria al caso finito o a lo más discreto.

Publicaciones

Existen en Colombia dos revistas de matemáticas, una desde hace más de 15 años, la Revista Colombiana de Matemática, que publica las investigaciones que realizamos los colombianos o extranjeros vinculados a las universidades colombianas.

La otra es el Boletín de Matemáticas, que se ha dirigido primordialmente a profesores y estudiantes de colegios y primer año de universidad y a personas en general que sin ser especialistas tienen algún interés en estas actividades.

Ambas revistas son publicadas por la Sociedad Colombiana de Matemáticas y la Universidad Nacional. En el presente semestre se está distribuyendo el boletín a la mayoría de los colegios de Bogotá y la idea es cubrir todo el territorio nacional.

En la conferencia de Lima, me encargué de publicar un boletín informativo del CIAEM (Comité Interamericano de Educación Matemática). Se imprimieron 7 números con un tiraje de 300 ejemplares que se repartieron en forma gratuita tres veces por año, pero que se tuvo que suspender debido a varios factores que deseo exponer aquí en esta Conferencia:

1. Hubo falta de recursos económicos para elaborar el boletín con una presentación mejor de acuerdo a otras revistas internacionales.

2. Falta de material para publicar, fue la causa fundamental que paralizó la distribución del boletín. Pese a varios requerimientos que se hicieron, no se logró una ayuda decisiva con artículos y comentarios para la publicación.

Sin embargo valiosas experiencias se sacaron de este intento que pueden servir para que esta Conferencia recomiende una publicación similar que me permito proponer para finalizar mi Conferencia.

Creo que se debe tener un boletín que sea financiado por una entidad como la OEA, pero editado por una comisión compuesta por personas designadas por el nuevo Comité Interamericano.

El boletín debe aparecer regularmente y me parece que una labor importante sería que cada dos o tres meses apareciera un número que sería dedicado a cada país americano. Naturalmente, de cada nación sería la responsabilidad de elaborar este número donde se detallaría: la evolución que ha tenido la matemática en cada país, sus investigaciones, programas de estudio, oportunidades para hacer estudios de especialización, libros publicados, un inventario de los recursos humanos y en fin, que mostrará lo que cada región ha desarrollado en matemáticas hasta la fecha.

A la vuelta de cinco (5) años o sea el próximo congreso, tendríamos una historia muy completa de la matemática en América, que sería base fundamental para cualquier estudio.

* * *

EL INSTITUTO PARA EL DESARROLLO DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA EN LOS PAISES BAJOS

Hans Freudenthal (Holanda)

En primer lugar algunas consideraciones generales sobre la enseñanza en los Países Bajos.

1. La población anual de la escuela primaria en los Países Bajos es alrededor de 250.000 niños. Menos de 25.000 llegan a la universidad o a otros estudios superiores, o sea para alumnos mayores de 18 años, aunque en los últimos años la población universitaria ha aumentado rápidamente. Nuestra escuela primaria abarca 6 años. Teóricamente es igual para toda la juventud, pero en la práctica las escuelas primarias de los distintos conglomerados sociales difieren mucho unas de otras. Hay una gran variedad de escuelas secundarias, generales y vocacionales, que abarcan 3, 4, 5 y 6 años, pero en realidad la diversidad de objetivos y programas es una pantalla para ocultar un sistema de privilegios y discriminaciones sociales y culturales. Si un niño o niña pasa de la primaria a tal o cual escuela secundaria, generalmente significa que tiene una condición social bien definida y un determinado nivel de desempeño escolar en la primaria. Una pequeña minoría alcanza las escuelas secundarias del más alto nivel, que preparan al alumno para la universidad o educación superior equivalente.

2. La diversidad en nuestro cuerpo de educadores, prácticamente refleja la de las oportunidades académicas: 60.000 maestros primarios sin ninguna especialización por materias, en un extremo de la escala, y en el otro 1500 profesores especializados en matemática para las escuelas secundarias superiores. Entre ambos hay una variedad de profesores secundarios con diversa formación científica y educacional, 6.000 de los cuales enseñan matemática de un modo u otro. Habían anteriormente instituciones preparatorias para maestros primarios y para profesores secundarios del nivel superior; las etapas intermedias, sin embargo, eran cubiertas por maestros primarios que habían dado exámenes suplementarios. Hace tres años se establecieron las primeras instituciones formadoras para profesores de escuelas secundarias de tipo intermedio.

3. En 1961 el Ministro de Educación designó una "Comisión para modernizar la enseñanza de la Matemática". Era la primera comisión gubernamental para educación escolar, donde prevalecían no sólo maestros, directores y funcionarios administrativos de la educación, sino matemáticos universitarios. La preponderancia de científicos en el movimiento innovador de la década del 60 ha sido una característica internacional. Implicaba el peligro de que el punto de vista del contenido prevaleciera sobre el pedagógico. Nuestra comisión trató de evitar este peligro. Nosotros pensamos que la clave de la modernización de la matemática era, más que discutir nuevos programas, capacitar a los maestros.

Al principio nuestro enfoque de la enseñanza de la matemática abarcaba solamente a una élite. Nos concentrábamos en la enseñanza secundaria de nivel superior y en el perfeccionamiento de los profesores de este nivel. Organizamos cursos muy intensivos sobre el conocimiento de los fundamentos matemáticos, dos veces por semana durante un año, con énfasis en ejercicios prácticos para pequeños grupos de trabajo, en lugar de conferencias para un público más numeroso. Afortunadamente, por medio de estos cursos alcanzamos a una mayoría de los profesores de matemática del nivel secundario superior, y cualquiera haya sido el resultado directo de nuestros esfuerzos, obtuvimos de esos grupos un gran número de profesores secundarios. Cuando algunos años más tarde decidimos extender nuestros esfuerzos al perfeccionamiento de profesores secundarios del nivel inferior, pudimos recurrir a grandes grupos de profesores secundarios capacitados para que ellos perfeccionaran a sus colegas del nivel inferior, usando material preparado por nosotros. Actualmente la mayoría de los profesores secundarios de nivel inferior ha sido capacitado, o mejor aún, formado, ya que para ellos la matemática razonable ha resultado una materia nueva.

Entretanto, la escuela primaria había penetrado en nuestro horizonte. Nos dimos cuenta que la educación matemática debía comenzar en el jardín de infantes, aunque por otra parte se nos advirtió que fuésemos prudentes y no tratáramos de hacer enseñar la matemática por maestros que no entienden ese tipo de matemática o, directamente, no entienden matemática. Comenzamos a explorar el campo para averiguar cómo debíamos proceder.

En 1970 la actividad de nuestra Comisión, desarrollada por un pequeño número de colaboradores con dedicación exclusiva y algunos cientos con dedicación parcial, con una oficina administrativa, se había convertido en un caos con demasiado personal. Varias veces habíamos solicitado del gobierno la institucionalización de nuestras actividades, y finalmente en enero de 1971, después de un largo período de vacilación, consintieron. La Comisión obtuvo un instituto como brazo ejecutivo. Este instituto dependía formalmente de la Universidad Estatal de Utrecht. Con un personal de algo más de 20 educadores, una oficina administrativa y algunos cientos de colaboradores con dedicación parcial en la periferia, hace más de un año que está en plena actividad.

4. La tarea de este nuevo Instituto para el Desarrollo de la Enseñanza de la Matemática (IOWO), es en principio el desarrollo del curriculum, aunque interpretado en un sentido bastante amplio. Por otra parte continuaron con la mayor parte de las actividades de perfeccionamiento docente de la Comisión, mientras no haya otras instituciones que se hagan cargo de estas tareas. El Instituto está dividido en cinco departamentos: enseñanza secundaria general, enseñanza vocacional superior e informática, enseñanza vocacional inferior, enseñanza primaria y materias especiales (probabilidad, matemática aplicada, computación).

Estos departamentos trabajan en forma paralela con subcomisiones de la Comisión grande; algunos de ellos han desarrollado gran actividad en los últimos años. En el sector de la enseñanza vocacional superior, se desarrollaron programas para un nuevo tipo de instrucción informática superior y se perfeccionó a 100 maestros en informática, lo cual resultó bastante caro. En el sector de materias especiales se ha llevado a cabo durante algunos años un experimento con la enseñanza de computación para alumnos de 15 años, que continúa en algunos cientos de escuelas. Se está haciendo un experimento con la enseñanza de probabilidad y estadística para introducir esta materia dentro de algunos años en el programa regular de alumnos de 17-18 años. Se dictan gran número de cursos y han aparecido algunos textos tentativos sobre materias especiales.

La enseñanza vocacional inferior, con su alumnado de bajo nivel y sus maestros mal capacitados y poco especializados es todavía un gran problema que por el momento podemos encarar sólo experimentalmente. Antes de tratar nuestros procedimientos actuales en este campo, debo explicar nuestra experiencia pasada en la modernización de la enseñanza secundaria.

No siendo expertos en didáctica escolar, nos limitamos al principio a cursos sobre matemática moderna, confiando en que los buenos maestros podrían integrar este conocimiento con su experiencia didáctica. Esta fue una opinión demasiado optimista, como se demostró al pasar los años. Más tarde tratamos de agregar información didáctica, aunque constituía un serio impedimento el hecho de que la mayor parte de los profesores, aún los mejores, nunca había aprendido a analizar su experiencia didáctica y a impartir este conocimiento a otros. En cierto sentido nuestro perfeccionamiento de profesores secundarios de nivel inferior ha sido más satisfactorio porque integró mejor la información matemática y didáctica. Gradualmente hemos aprendido que a pesar de la urgente necesidad de una profunda información sobre fundamentos, el perfeccionamiento de profesores en actividad debe ser cumplido aprovechando al máximo su tarea docente paralela. Esto quiere decir, lisa y llanamente, perfeccionar a un profesor usando los temas que debe implementar y con el mismo material que usará en el aula. Después de algunos intentos abortivos de introducir probabilidad y estadística en la forma tradicional, estamos ahora realizando experimentos de estilo nuevo, usando como base un curso para alumnos de 17-18 años, junto con un material relacionado con el tema, preparado en nuestro instituto.

Nuestra Comisión diseñó nuevos programas para escuelas secundarias, pero no escribimos textos, o si lo hicimos, los dejamos en estado experimental y no presionamos demasiado para prepararlos para uso general e introducirlos en gran escala. Tal vez este fue nuestro mayor error, porque significaba libre paso a la iniciativa privada. No diría que esto ha sido muy mal utilizado. Afortunadamente puedo decir que hasta ahora se nos ha ahorrado la mayor parte de la hojarasca pseudomatemática producida en el extranjero, aunque debo admitir que los nuevos textos producidos en nuestro país están lejos de ser satisfactorios y que en la puja comercial los menos satisfactorios han sobrevivido magníficamente. La mayor parte de la producción matemática para las dos clases superiores de la escuela secundaria es aún peor de lo que fue en el pasado. Pretensiones al estilo Bourbaki, para cubrir matemática sin sentido. Como país pequeño estamos amenazados por poderosas fábricas de matemática, sin sentido, establecidas en el extranjero, y la amenaza es particularmente seria en el sector donde el mercado es más grande, o sea en la escuela primaria. Confío, sin embargo, en que por medio de una sincera cooperación con los editores conseguiremos escapar de este peligro.

5. Como dije antes, nuestra principal tarea innovadora es la enseñanza primaria, el período escolar donde se determina el destino mental de 250.000 niños por año en nuestro país. Los intentos innovadores a este nivel y en tan gran escala requieren más que ideas matemáticas y didácticas. Para triunfar, necesitamos una estrategia. No pretendo que la poseamos o siquiera que estemos seguros de establecerla en el futuro. Lo que estamos haciendo ahora es explorar el campo. No averiguar lo que los niños de jardín de infantes o de edad escolar pueden aprender, sino lo que los maestros pueden enseñar, y con más exactitud lo que nuestros educadores y reeducadores de maestros pueden enseñarle a los maestros para que éstos lo enseñen a los niños.

Esto significa que debemos operar en todos los niveles de la enseñanza primaria simultáneamente.

Comienza en nuestra así llamada Escuela de Planeamiento. El libro A es un curso corto, sobre algún tema de matemática restringido, enseñado anteriormente a los maestros en nuestra escuela por uno de nuestros profesores. Un tema puede ser, por ejemplo, "calles y avenidas", "probabilidad cualitativa", "contar inteligentemente". El contenido del libro A es probado por uno de estos maestros en su clase, en tres niveles: 2°, 4°, 6° grado. Los maestros elaboran sus propios métodos y experiencias, y el resultado es publicado como libro B. Una versión revisada del libro A junto con el libro B se usa luego en mayor escala en los cursos de perfeccionamiento docente. Los cursos son dados por un equipo de instructores (un matemático y un pedagogo) en unas 20 escuelas de perfeccionamiento docente. Actualmente asisten alrededor de 2.000 maestros. El libro C contiene material básico para los profesores de los cursos de perfeccionamiento. El libro D provee material paralelo para los estudiantes de las escuelas de perfeccionamiento, complementado a su vez con material básico para el instructor, contenido en el libro E. Quizás se continúe con libros F para uso de los padres.

Estas actividades están apoyadas por una publicación periódica, por grupos de trabajo en cada escuela de perfeccionamiento, por conferencias nacionales regulares de estos grupos y de los instructores. Naturalmente, el perfeccionamiento de unos pocos miles de maestros es en sí una empresa insatisfactoria, pero no nos incumbe. Los cursos de perfeccionamiento se dan por los resultados que se espera obtener. Nuestro objetivo principal es el desarrollo curricular y actualmente tratamos de averiguar qué es posible en este campo y cómo puede realizarse. Necesitamos una estrategia de innovación, pero lo que hacemos ahora es reconocimiento táctico. ¿Podemos permitirnos esta prudente actitud? Probablemente no. Las escuelas, los padres, y el público piden matemática moderna para el nivel primario, y los editores presionan bastante. Para moderar un poco su acción, tendremos que llegar a un acuerdo. Dentro de pocos años entregaremos nuestro primer programa para la escuela primaria, que será de aritmética tradicional, pero revitalizada por inyecciones matemáticas. Una etapa de transición en el camino hacia una enseñanza verdaderamente matemática a nivel primario.

6. En nuestra interpretación, curriculum no es simplemente un programa, sino una recopilación de material de toda fuente pertinente. Contiene una muy detallada descripción de temas, experiencias y consejos, material didáctico y matemático fundamental, preparación de material para determinadas clases, ejemplos más o menos elaborados de proyectos, indicaciones para armar tests, etc. Este material se pondrá a disposición de todos los interesados, o sea autores de textos y planificadores escolares, quienes deben desarrollar sus actividades en estrecho contacto con nosotros. Además de esto, desde el año próximo esperamos desarrollar un modelo práctico en un distrito escolar, en colaboración con la institución pedagógica de ese distrito.

7. Aún les debo alguna explicación sobre nuestro uso de la palabra matemática, que ha sido frecuentemente mal usada desde el auge de la así llamada "matemática moderna". Evidentemente la "vieja aritmética" no se convierte en matemática al estamparle esta marca, por más que el viejo material esté revitalizado por tres colores en atractivos libros de papel brillante. No se convierte en matemática, tampoco, al ser adornado o precedido por una incongruente teoría de conjuntos, que nunca se encuentra en la matemática seria. No es matemática tampoco comprar o vender un conjunto de flores con el cardinal 10, y en lugar de sumar 3 y 2 "encontrar un nombre standard para 3+2". Me supongo que la mayoría estará de acuerdo con esto. Pero hay más actividades en la modernización de la matemática de la escuela primaria que difícilmente pueden llamarse matemática.

Me refiero a todas las actividades que se dirigen al mejoramiento y aprendizaje de la aritmética de los números naturales, enteros o fracciones. Mejorar la didáctica de estas técnicas ha sido una preocupación durante siglos, y si puedo confiar en lo que veo en negocios y en el mercado, me atrevo a sostener que estos intentos han sido bastante exitosos. Estoy de acuerdo en que la aritmética de los niños de 12 años no es confiable, pero estoy dispuesto a aceptar esto como un hecho, antes que tratar de cambiarlo. Con nuestras computadoras mecánicas, eléctricas y electrónicas, no necesitamos computadoras humanas, sobre todo si son niños de 12 años.

8. No considero tampoco como matemática el introducir a los niños de la primaria a otros algoritmos y sistemas formales, se les de o no hermosos nombres matemáticos. Para explicar lo que quisiéramos considerar matemática, destacaré dos características principales: matematizar la realidad y generalizar por medio de ejemplos que cubran un vasto campo. La aritmética aplicada es una herramienta demasiado restringida para cubrir adecuadamente los métodos de matematización; hay métodos aún más simples y más efectivos para aprender y ejercitar la matematización. Un campo donde todos se encuentran es la probabilidad, que exploramos el último año lectivo en nuestro seminario interno y continuamos explorando en nuestro trabajo práctico.

"La generalización por paradigmas", está dirigida a una filosofía de interpretación de la matemática para el nivel primario que es opuesta a las que prevalecen en la actualidad. No creemos que la abstracción se logre por la acumulación de un gran número de ejemplos concretos, ni la generalización a partir de una colección de casos especiales. Gran número de ejemplos pueden servir en muchos casos, especialmente si se quiere reforzar una conducta determinada como reacción, si hay que fijar alguna técnica y mejorarla con ejercitación y adiestramiento, pero esto no es característico de la matemática. La verdadera matemática se encuentra en las discontinuidades del proceso de aprendizaje.

Permítanme ilustrar esto con un ejemplo. Yo lo probé con niños de 8 años que recibieron enseñanza de aritmética en la escuela tradicional. Hice un dibujo: 3 ciudades A, B, C; A y B unidas por tres caminos y B y C por dos caminos. ¿Cuántos conducen de A a C pasando por B? Creo que es vergonzoso que niños de 8 años no sean capaces de responder esta pregunta, que no es demasiado difícil para niños de jardín de infantes, aunque muchos adultos aún en nivel universitario no pueden hacerlo (pero éste es un secreto y les ruego que no lo divulguen). Después de un penoso proceso de aprendizaje los niños finalmente consiguieron resolver este problema. Unas semanas más tarde les di otro problema: Dos paredes paralelas, una con tres agujeros y otra con dos;con un ratón de un lado y del otro un pedazo de queso. ¿Por cuántos caminos puede correr el ratón hacia el queso? Los niños respondieron la nueva pregunta sin ninguna vacilación. Hasta respondieron la pregunta de cuántos senderos debo dibujar para unir cuatro casas directamente una con otra, es decir, contestaron 12, lo que muestra que en lugar de contar el número de senderos usaron un paradigma que en este caso no estaba suficientemente refinado.

Esto es realmente matemática. No importa que el problema original estuviera formulado con números especiales. Un caso aparentemente especial fue suficiente para mostrar lo esencial de la estructura. Se adquirió por un proceso de aprendizaje duro pero efectivo y condujo al dominio de una cantidad de problemas isomórficos. ¿Los chicos captan concientemente este isomorfismo? En general no, aunque sucedió que después de una de esas clases, una niña de 7 años muy inteligente, dijo a sus padres: "El abuelo es tonto, ¿no? Me dio diez veces el mismo problema y no se dio cuenta."

La fuerza convincente y duradera de algunos ejemplos bien elegidos es avasalladora. No debe confundirse este enfoque paradigmático con intentos inadecuados, como demostrar las propiedades conmutativa y asociativa poniendo unos pocos ejemplos sin fuerza paradigmática. Pero no crean tampoco que es fácil enseñar matemática en esta forma. No es aprender por estímulo y reacción, como las ratas, sino por un proceso discontinuo de aprendizaje; y el éxito no está garantizado por un resultado fácilmente comprobable sino por la paciente observación del proceso de aprendizaje.

Le di a una niña de 9 años el problema de duplicar un cuadrado. Por supuesto no pudo hacerlo. Si hubiera sido mi hija, la hubiera guiado sin equivocaciones hacia la solución. Pero era mi nieta, entonces dije: "Veo que es demasiado difícil, probemos otro día". Dos semanas más tarde traje un geoplano y con un piolín hice cuadrados, rectángulos, triángulos y otras figuras y le hice calcular las superficies. Luego probé con un cuadrado ubicado oblicuamente respecto de los anteriores. Inmediatamente contestó: "ese cuadrado vale dos de los otros y resuelve nuestro problema de hace dos semanas".

Esta niña, que está atrasada medio año en la escuela en aritmética, resuelve difíciles problemas matemáticos, particularmente de geometría. Una vez me preguntó: ¿"cómo puedes enseñar matemática de esta manera a una clase entera?"

Tenía razón al preguntar. Los maestros no pueden permitirse el demorar las soluciones pacientemente, durante horas o semanas; tienen que cumplir programas. Sin embargo, trataremos de desarrollar métodos para enseñar matemática a 250.000 niños por año, en la misma forma que una niña aprende con su abuelo que es profesor universitario.

* * *

AL PRINCIPIO FUE... EL CALCULO...

Maurice Glaymann (Francia)

La enseñanza de la matemática está en un virage de su historia.

La Reforma sigue su curso.

Pero, ¿hemos hecho nosotros de ella un instrumento verdaderamente eficaz para nuestra enseñanza?

Esto está muy lejos de ser evidente.

Enseñamos conceptos nuevos y a menudo muy interesantes; sin embargo hay un punto débil cuando se trata de aplicar estos conceptos.

Sabemos cuan estéril es una hermosa teoría sin aplicaciones.

Nuestra tarea, en el momento actual, es la de hallar el máximo de problemas y de situaciones que pongan en valor las ideas nuevas de la matemática de hoy.

Inversamente, ¿no se puede pensar que el estudio de una o de varias soluciones nos conduzcan a construir, con nuestros alumnos, ciertas herramientas matemáticas para emprender y analizar la naturaleza profunda de un fenómeno?

Este artículo tiene por objeto el demostrar que esta actitud es fecunda...

0. En donde se ve que uno puede ser traicionado por su mejor amigo.

Antes de leer este artículo, propongo al lector que estudie en detalle la siguiente situación:

Alberto, Bernardo y Claudio son tres amigos excelentes.

Tienen respectivamente 5, 4 y 3 millones.

Un buen día Alberto va a ver a Bernardo y le da la mitad de su fortuna. Bernardo lo va a ver a Claudio y le da la mitad de su fortuna. Finalmente Claudio va a ver a Alberto y le da la mitad de su fortuna.

Al día siguiente el proceso se reanuda... Lo mismo al día siguiente, etc... Hasta que llega un día en que los tres amigos se enfadan: ¿Por qué?

Y si al lector le gustan los problemas de canillas, le propongo una modificación del problema anterior:

Un depósito U aprovisiona un recipiente A.

Al comienzo los recipientes A, B y C contienen respectivamente 5, 4 y 3 metros cúbicos de agua.

Se vuelca en B la mitad del contenido de A; enseguida se vuelca en C la mitad del contenido de B; se retira de C la mitad de su contenido.

Finalmente el depósito U envía a A el volumen de agua retirado de C. Se recomienza el proceso x veces.

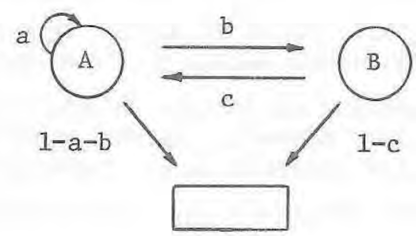
¿Qué conclusión pueden sacar Uds.?
¿Pueden dar una explicación y matematizar la situación?

1. Estudio de una situación económica.

Una fábrica está dividida en dos sectores A y B. El sector A partiendo de materias primas fabrica un material; el sector B fabrica material a partir de los subproductos suministrados por A.

Los capítulos iniciales de los sectores A y B son respectivamente 70 millones y 30 millones. Se supone que cada sector *dobla* todos los años su capital; además, al final de cada año:

1) el sector A reinvierte a% de su ganancia anual, invierte b% de su ganancia anual en el sector B y el resto de la ganancia se va en salarios e impuestos.
El sector B invierte c% de su ganancia anual en el sector A y el resto de la ganancia se va en salarios e impuestos.



Se trata de calcular los capitales x_n e y_n de los sectores A y B al cabo de n años.
Las hipótesis se traducen por:

$$(1) \quad \begin{cases} x_{n+1} = (1 + a)x_n + cy_n \\ y_{n+1} = bx_n + y_n \end{cases}$$

con $x_o = 70$ e $y_o = 30$

Estudiemos el caso $a = 0{,}6$, $b = 0{,}2$ y $c = 0{,}7$.
Es de interés el calcular para cada uno los valores

$$r_n = \frac{x_n}{y_n}, \quad s_n = x_n + y_n, \quad v_n = \frac{s_n}{s_{n-1}}$$

El sistema (1) se escribe con los valores propuestos

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1{,}6x_n + 0{,}7y_n \\ y_{n+1} = 0{,}2x_n + y_n \end{cases}$$

y conduce a los valores del cuadro de la página siguiente

año	x_n	y_n	$r_n = \frac{x_n}{y_n}$	$s_n = x_n + y_n$	$v_n = \frac{s_n}{s_{n-1}}$
0	70	30	2,333	100	
1	133	44	3,023	177	1,770
2	244	71	3,450	315	1,775
3	439	119	3,681	558	1,777
4	786	207	3,795	993	1,778
5	1 403	364	3,850	1 767	1,779
6	2 500	645	3,876	3 145	1,779
7	4 451	1 145	3,888	5 596	1,779
8	7 923	2 035	3,893	9 958	1,780
9	14 102	3 620	3,896	17 721	1,780
10	25 097	6 440	3,897	31 537	1,780
11	44 663	11 460	3,897	56 123	1,780

Estos cálculos nos incitan a hacer la conjetura siguiente: las sucesiones (r_n) y (v_n) son convergentes. ¿Es cierto? Si lo es, ¿cómo se explica?

El sistema (1) se escribe matricialmente

$$(2) \quad \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,6 & 0,7 \\ 0,2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$$

Pongamos

$$X_n = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 1,6 & 0,7 \\ 0,2 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) toma la forma

$$X_{n+1} = A\, X_n$$

Se deduce,

$$(4) \quad X_n = A^n X_o \quad \text{con} \quad X_o = \begin{pmatrix} 70 \\ 30 \end{pmatrix}$$

Calculemos los valores propios de la matriz A:

$$\begin{vmatrix} 1,6 - \lambda & 0,7 \\ 0,2 & 1 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\lambda^2 - 2,6\,\lambda + 1,46 = 0$$

luego los dos valores propios son aproximadamente

$$\lambda_1 = 0{,}82 \quad y \quad \lambda_2 = 1{,}78$$

Se deducen los dos vectores propios asociados

$$Y_1 = \begin{pmatrix} 35 \\ -39 \end{pmatrix} \quad e \quad Y_2 = \begin{pmatrix} 35 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Expresemos ahora X_o en función de Y_1 e Y_2 :

$$X_o = \begin{pmatrix} 70 \\ 30 \end{pmatrix} = \alpha\, Y_1 + \beta\, Y_2$$

Se saca $\alpha = -0{,}25$ y $\beta = 2{,}25$, de donde

$$X_o = -0{,}25Y_1 + 2{,}25Y_2$$

Teniendo en cuenta que $AY_1 = \lambda_1\, Y_1$, $AY_2 = \lambda_2\, Y_2$ y además (4) se deduce:

$$X_n = A^n(-0{,}25Y_1 + 2{,}25Y_2)$$

$$X_n = -0{,}25A^nY_1 + 2{,}25\, A^nY_2$$

$$X_n = -0{,}25(\lambda_1)^n\, Y_1 + 2{,}25(\lambda_2)^n\, Y_2$$

y de aquí se obtiene:

$$(5) \quad \begin{cases} x_n = -8{,}75(0{,}82)^n + 78{,}75(1{,}78)^n \\ y_n = \ \ 9{,}75(0{,}82)^n + 20{,}25(1{,}78)^n \end{cases}$$

El valor absoluto del valor propio λ_1, siendo inferior a 1, tenemos en *primera aproximación*

$$(5') \quad \begin{cases} x_n \simeq 78{,}75\ (1{,}78)^n \\ y_n \simeq 20{,}25\ (1{,}78)^n \end{cases}$$

Deducimos

$$r_n = \frac{X_n}{Y_n} \simeq \frac{78{,}75}{20{,}25} = 3{,}89\ldots$$

$$s_n = x_n + y_n \simeq 99 \times (1{,}78)^n$$

$$v_n \simeq 1{,}78$$

Se puede entonces demostrar que las sucesiones (r_n) y (v_n) son convergentes.
Además la sucesión (v_n) converge hacia *el mayor valor propio de la matriz* A.

Algunas observaciones

1. El estudio de una tal situación permite mostrar a los alumnos el interés y la potencia del cálculo matricial.

El cálculo numérico es también una motivación profunda e invita a crear o utilizar una herramienta matemática.

2. *Admitiendo* que la sucesión (r_n) converge hacia r, se puede escribir

$$\frac{x_{n+1}}{y_{n+1}} = \frac{1,6x_n + 0,7y_n}{0,2x_n + y_n}$$

$$r_{n+1} = \frac{1,6r_n + 0,7}{0,2r_n + 1}$$

Si tenemos en cuentra nuestra hipótesis:

$$r = \frac{1,6r + 0,7}{0,2r + 1}$$

se deduce

$$2r^2 - 6r - 7 = 0$$

ecuación que tiene como raíces

$$r_1 = 3,89792.. \text{ y } r_2 = -0,89792..$$

Por otra parte:

$$v_{n+1} = \frac{x_{n+1} + y_{n+1}}{x_n + y_n} = \frac{1,8x_n + 1,7y_n}{x_n + y_n}$$

$$v_{n+1} = \frac{1,8r_n + 1,7}{r_n + 1}$$

y en el límite

$$v = \frac{1,8r + 1,7}{r + 1} = 1,779\ 58...$$

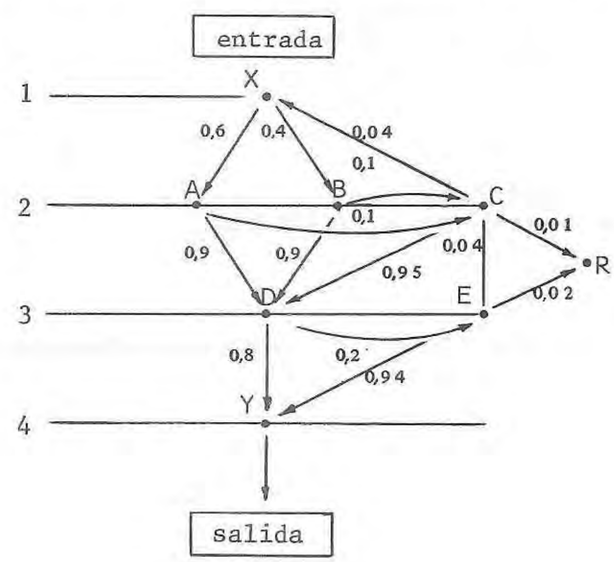
3. Comparemos x_n ap. , y_n ap. y x_n, y_n (valores redondeados a la unidad).

n	x_n ap.	x_n	y_n ap.	y_n
0	79	70	20	30
1	140	133	36	44
2	250	244	64	71
3	444	439	114	119
4	791	786	203	207
5	1 407	1 403	362	364
6	2 504	2 500	644	645
7	4 459	4 451	1 146	1 145
8	7 936	7 923	2 041	2 035
9	14 126	14 102	3 632	3 620
10	25 145	25 097	6 466	6 440
11	44 758	44 663	11 509	11 460

Se comprueba que, a partir del quinto año, los cálculos aproximados son muy satisfactorios.

2. Estudio de otra situación económica.

He aquí el esquema de una cadena de fabricación formada con cuatro niveles:



Se introducen objetos en la cadena; se les somete a un primer tratamiento en X. 60% son enviados al taller A y 40% al B. En esta segunda etapa, 10% son defectuosos y se los envía al taller C:1% se tira y 4% son devueltos a X.

El resto se trata y es enviado a D.

Los talleres A y B tratan el resto que pasa a D. En D 20% son defectuosos y enviados a E. 4% son enviados a C, 2% al desecho y el resto es tratado y enviado a Y.

El taller D trata el resto que pasa a Y. El taller Y somete a los objetos a un último tratamiento.

En cuanto un objeto pasa la fase Y, o se lo envía al desecho o se introduce en su lugar un objeto de reemplazo en X, de manera que haya siempre un número constante de objetos en la cadena de fabricación, número que es igual al número de obreros de la fábrica, el cual es 100.

¿Cómo repartir los 100 obreros en los distintos talleres sabiendo que un obrero trata un objeto por día, cualquiera que sea el nivel de fabricación en que se encuentre el objeto?

Designemos por

$$x_n,\ a_n,\ b_n,\ c_n,\ d_n,\ e_n,\ y_n \text{ y } r_n$$

el número de objetos que se encuentran al enésimo día respectivamente en los talleres X, A, B, C, D, E, Y y en el desecho.

Teniendo en cuenta las hipótesis se tiene:

$$(6)\quad \begin{cases} x_{n+1} = y_n + 0{,}04c_n + r_n \\ a_{n+1} = 0{,}6x_n \\ b_{n+1} = 0{,}4x_n \\ c_{n+1} = 0{,}1(a_n + b_n) + 0{,}04e_n \\ d_{n+1} = 0{,}9(a_n + b_n) + 0{,}95c_n \\ e_{n+1} = 0{,}2d_n \\ y_{n+1} = 0{,}8d_n + 0{,}94e_n \\ r_{n+1} = 0{,}01c_n + 0{,}02e_n \end{cases}$$

lo que se puede escribir como

$$(7)\quad \begin{bmatrix} x_{n+1} \\ a_{n+1} \\ b_{n+1} \\ c_{n+1} \\ d_{n+1} \\ e_{n+1} \\ y_{n+1} \\ r_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0{,}04 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0{,}6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0 & 0 & 0{,}04 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}9 & 0{,}9 & 0{,}95 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}8 & 0{,}94 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}01 & 0 & 0{,}02 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \\ a_n \\ b_n \\ c_n \\ d_n \\ e_n \\ y_n \\ r_n \end{bmatrix}$$

o también $U_{n+1} = AU_n$ y por lo tanto $U_n = A^n U_o$, siendo

$$U_o = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La matriz A es *estocástica* (la suma de los elementos de cada columna vale 1).

Si se supone que en el día cero entran 100 objetos en la cadena, se llega a los resultados siguientes:

	x	a	b	c	d	e	y
0	100	0	0	0	0	0	0
1	0	60	40	0	0	0	0
2	0	0	0	10	90	0	0
3	0	0	0	0	10	18	72
4	72	0	0	1	0	2	25
5	25	43	29	0	1	2	0
6	2	15	10	7	65	0	1
7	1	1	1	2	29	13	52
8	52	1	0	1	4	6	36
9	36	31	21	0	2	1	9
10	9	22	14	5	47	0	2
11	2	5	4	4	37	9	38
12	38	1	1	1	11	7	39
13	39	23	15	1	3	2	16
14	16	23	16	4	35	1	5
15	5	10	7	4	39	7	29
16	29	3	2	2	18	8	38
17	38	17	12	1	6	4	22
18	22	23	15	3	27	1	9
19	9	13	9	4	37	5	23
20	23	5	3	2	24	7	35
21	35	14	9	1	10	5	26
22	26	21	14	2	22	2	13
23	13	16	10	4	34	4	19
24	19	8	5	3	27	7	31
25	31	12	8	2	14	5	28
26	28	19	13	2	19	3	16
27	17	17	11	3	30	4	18
28	18	10	7	3	28	6	28
29	28	11	7	2	18	6	28
30	29	17	11	2	18	4	20
31	20	17	11	3	27	4	18
32	18	12	8	3	29	5	25
33	25	11	7	2	21	6	28
34	28	15	10	2	18	4	22
35	22	17	11	3	25	4	19
36	19	13	9	3	28	5	23
37	23	11	7	2	23	6	27
38	27	14	9	2	19	5	23
39	24	16	11	3	23	4	20
40	20	14	9	3	27	5	22

Esta tabla nos muestra que hasta el trigésimo día, hay grandes fluctuaciones, después los valores parecen estabilizarse.

He aquí los valores en los días sexagésimo, septuagésimo, octogésimo y nonagésimo:

	x	a	b	c	d	e	y
60	23	13	9	3	24	5	24
70	24	14	9	2	23	5	23
80	23	14	9	3	23	5	23
90	23	14	9	3	23	5	23

¿Cómo explicar esta eventual estabilidad?

A designa una matriz estocástica de orden n, T un vector cuyas n componentes tienen 1 como suma.

El vector T se dice que es un *punto fijo* de A si se tiene AT = T.

En este caso se demuestra que el límite de A^n, para n tendiendo a infinito es una matriz cuyas columnas son todas iguales al vector fijo T.

Es el caso del ejemplo anterior; en efecto:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0{,}04 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0{,}6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}1 & 0{,}1 & 0 & 0 & 0{,}04 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}9 & 0{,}9 & 0{,}95 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}8 & 0{,}94 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}1 & 0 & 0{,}02 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ y \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ y \\ r \end{bmatrix}$$

conduce al sistema

$$(8) \quad \begin{cases} x = 0{,}04c + y + r \\ a = 0{,}6x \\ b = 0{,}4x \\ c = 0{,}01\ (a+b) + 0{,}04e \\ d = 0{,}09\ (a+b) + 0{,}95c \\ e = 0{,}2d \\ y = 0{,}8d + 0{,}94e \\ r = 0{,}01c + 0{,}02e \\ x + a + b + c + d + e + y + r = 1 \end{cases}$$

Se deduce fácil y aproximadamente

$$\begin{array}{ll} a = 2{,}99e & b = 1{,}99e \\ c = 0{,}54e & d = 5e \\ x = 4{,}99e & y = 4{,}94e \\ r = 0{,}025e & \end{array}$$

Si se tiene en cuenta la última ecuación, se obtiene 21,475e = 1 de donde e = 0,0465, y además

$$a = 0{,}139\,0 \qquad b = 0{,}092\,5$$
$$c = 0{,}025\,0 \qquad d = 0{,}232\,5$$
$$x = 0{,}232\,0 \qquad y = 0{,}229\,7$$
$$r = 0{,}001\,2$$

La matriz A^n tiende hacia la matriz B:

$$\begin{bmatrix} 0{,}232\,0 & 0{,}232\,0 & \dots & \dots & 0{,}232\,0 \\ 0{,}139\,0 & 0{,}139\,0 & \dots & \dots & 0{,}139\,0 \\ 0{,}092\,5 & 0{,}092\,5 & \dots & \dots & 0{,}092\,5 \\ 0{,}025\,0 & 0{,}025\,0 & \dots & \dots & 0{,}025\,0 \\ 0{,}232\,5 & 0{,}232\,5 & \dots & \dots & 0{,}232\,5 \\ 0{,}046\,5 & 0{,}046\,5 & \dots & \dots & 0{,}046\,5 \\ 0{,}229\,7 & 0{,}229\,7 & \dots & \dots & 0{,}229\,7 \\ 0{,}001\,2 & 0{,}001\,2 & \dots & \dots & 0{,}001\,2 \end{bmatrix}$$

Si se parte del vector U_o, se obtiene:

$$BU_o = \begin{bmatrix} 23{,}20 \\ 13{,}90 \\ 9{,}25 \\ 2{,}50 \\ 23{,}25 \\ 4{,}65 \\ 22{,}97 \\ 0{,}12 \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} 23 \\ 14 \\ 9 \\ 3 \\ 23 \\ 5 \\ 23 \\ 0 \end{bmatrix}$$

De paso se comprueba que 12/10.000 de objetos van al desecho. Los valores obtenidos coinciden con los valores calculados anteriormente.

Al cabo de 40 días el número de obreros de cada taller está fijado definitivamente.

Observación

Si se admite la estabilidad, el sistema (6) poniendo

$$x_n = x_{n+1} = x \; ; \qquad y_n = y_{n+1} = y \; ; \qquad \text{etc.}$$

conduce a las siete primeras ecuaciones del sistema (8) y si además se pone:

$$x + a + b + c + d + e + y + r = 100$$

se determinan directamente los valores límites precedentes.

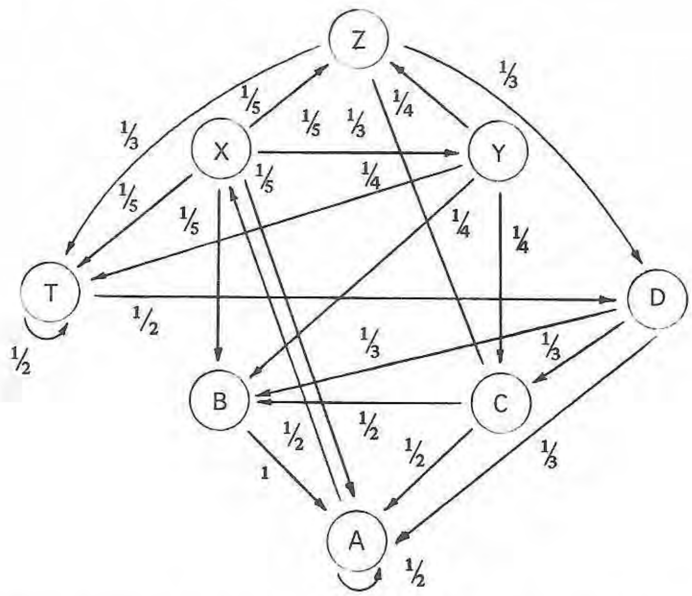
3. Un paseo aleatorio

He aquí un laberinto.

Si Ud. está en X, Ud. tiene la probabilidad 1/5 de ir hacia Y, Z, T, A o B.

Si Ud. está en T, o se va a D, o se queda en T con la probabilidad 1/2 en cada caso, etc....

Al comienzo 100 personas están repartidas en la forma siguiente: 16 en X, 15 en Y, 14 en Z, 13 en T, 12 en D, 11 en C, 10 en B y 9 en A.



Todos los minutos estas personas se desplazan en el laberinto con las probabilidades indicadas.

Estudiar la repartición de estas personas.

He aquí lo que se obtiene con la máquina:

	x	y	z	t	d	c	b	a
0	16	15	14	13	12	11	10	9
1	5	3	7	18	11	12	16	27
2	14	1	2	13	11	7	12	41
3	20	3	3	10	7	5	10	42
4	21	4	5	11	6	4	9	40
5	20	4	5	12	6	5	9	38
6	19	4	5	13	8	5	10	37
7	18	4	5	13	8	5	10	37
8	18	4	5	13	8	5	10	37
9	19	4	5	12	8	5	10	38
10	19	4	5	12	8	5	10	38

Coloquemos ahora al comienzo las cien personas en A.

Se obtienen los resultados siguientes:

	x	y	z	t	d	c	b	a
0	0	0	0	0	0	0	0	100
1	50	0	0	0	0	0	0	50
2	25	10	10	10	0	0	10	35
3	18	5	8	16	8	6	8	33
4	16	4	5	15	10	7	10	33
5	16	3	4	13	9	6	11	37
6	18	3	4	12	8	5	10	39
7	19	4	5	12	7	5	10	38
8	19	4	5	12	7	5	10	38
9	19	4	5	13	8	5	10	37
10	19	4	5	13	8	5	10	37
11	19	4	5	13	8	5	10	37
12	19	4	5	12	8	5	10	38

Se obtiene con 12 cambios la misma repartición que en el caso precedente con 10.

¿Hay estabilidad? Si así es, ¿tendremos la misma repartición límite cualesquiera que sean las condiciones al comienzo?

Designemos por x_n, y_n, z_n, t_n, d_n, c_n, b_n y a_n el número de personas en el enésimo instante en X, Y, Z, T, D, C, B y A.

Nuestras hipótesis nos conducen al siguiente sistema:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 1/5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/5 & 1/4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/5 & 1/4 & 1/3 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 0 & 0 \\ 1/5 & 1/4 & 0 & 0 & 1/3 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/5 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 1/2 & 1 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \\ t_n \\ d_n \\ c_n \\ b_n \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \\ z_{n+1} \\ t_{n+1} \\ d_{n+1} \\ c_{n+1} \\ b_{n+1} \\ a_{n+1} \end{bmatrix}$$

La existencia de un punto fijo conduce al sistema

$$\begin{cases} x = a/2 \\ y = x/5 \\ z = x/5 + y/4 \\ t = x/5 + y/4 + z/3 + t/2 \\ d = z/3 + t/2 \\ c = y/4 + z/3 + d/3 \\ b = x/5 + y/4 + d/3 + c/2 \\ a = x/5 + d/3 + c/2 + b + a/2 \\ a + b + c + d + x + y + z + t = 1 \end{cases}$$

De donde se saca

$$x = \frac{a}{2} \qquad y = \frac{a}{10} \qquad z = \frac{a}{8} \qquad t = \frac{a}{3}$$

$$d = \frac{5a}{24} \qquad c = \frac{49a}{360} \qquad b = \frac{189a}{720}$$

La última ecuación nos da $2{,}6652a = 1$, es decir $a = 0{,}3752$

Por lo tanto

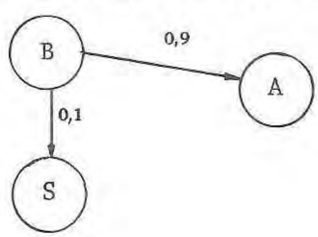
$$x = 0{,}1876, \quad y = 0{,}0375, \quad z = 0{,}0469, \quad t = 0{,}1251$$
$$d = 0{,}0782, \quad c = 0{,}0511, \quad b = 0{,}0985$$

Y de acá se deduce que, cualquiera que sea la repartición inicial, hay convergencia hacia la repartición

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \\ d \\ c \\ b \\ a \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} 19 \\ 4 \\ 5 \\ 12 \\ 8 \\ 5 \\ 10 \\ 38 \end{bmatrix}$$

Modifiquemos el laberinto de la manera siguiente:

Si Ud. se encuentra en B, ahora puede ir hacia A con la probabilidad 0,9 o hacia la salida S del laberinto con la probabilidad 0,1; lo restante no sufre variación.



Designando por s_n el número de personas que han salido del laberinto al cabo de n minutos, llegamos al sistema:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/5 & 1/4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/5 & 1/4 & 1/3 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 1/3 & 0 & 1/3 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/5 & 1/4 & 0 & 0 & 1/3 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/5 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 1/2 & 9/10 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/10 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \\ t_n \\ d_n \\ c_n \\ b_n \\ a_n \\ s_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \\ z_{n+1} \\ t_{n+1} \\ d_{n+1} \\ c_{n+1} \\ b_{n+1} \\ a_{n+1} \\ s_{n+1} \end{bmatrix}$$

La búsqueda de un punto fijo nos conduce a

$$x = y = z = t = d = c = b = a = 0 \qquad s = 1$$

Se deduce que al cabo de un cierto tiempo todas las personas han salido del laberinto.

He aquí los cálculos para este caso:

	x	y	z	t	d	c	b	a	s
0	0	0	0	0	0	0	0	100	0
1	50	0	0	0	0	0	0	50	0
2	25	10	10	10	0	0	10	35	0
3	18	5	8	16	8	6	8	32	1
4	16	4	5	15	10	7	10	32	2
5	16	3	4	13	9	6	11	35	3
6	18	3	4	12	8	5	10	36	4
7	18	4	4	12	7	5	10	36	5
8	18	4	5	12	7	5	9	35	6
9	18	4	5	12	7	5	9	34	7
10	17	4	4	12	7	5	9	34	8
11	17	3	4	12	7	5	9	34	9
12	17	3	4	12	7	5	9	33	10
20	16	3	4	11	7	4	8	31	17
30	14	3	4	10	6	4	8	28	25
40	13	3	3	9	5	4	7	25	32
50	11	2	3	8	5	3	6	23	38
60	10	2	3	7	4	3	6	21	44
70	9	2	2	6	4	3	5	19	50
80	8	2	2	6	4	2	5	17	54
90	8	2	2	5	3	2	4	15	59
100	7	1	2	5	3	2	4	14	63
150	4	1	1	3	2	1	2	8	78
200	3	1	1	2	1	1	1	5	86
250	2	0	0	1	1	0	1	3	92
300	1	0	0	1	0	0	0	2	95
350	1	0	0	0	0	0	0	1	98

Observación

La presencia de un 1 en la diagonal principal de la matriz hace que el sistema sea *absorbente*: todos los elementos terminan por llegar a S.

Conclusión

Nacida, en la más remota antigüedad, de las *aplicaciones*, la matemática es hoy día *la ciencia abstracta por excelencia*. Con el correr de los tiempos se fue poco a poco desgajando del mundo real, y sin embargo al mismo tiempo fue ampliando el dominio de sus aplicaciones y en el momento actual las aplicaciones de la matemática son más ricas y fecundas que nunca.

Que los partidarios de la Reforma queden en alerta: no basta cambiar los programas, preconizar nuevos métodos de aprendizaje, escribir manuales o colecciones de fichas para los alumnos, es necesario sobre todo replantear el problema en su conjunto: *crear una enseñanza matemática adaptada a todos nuestros alumnos y en contacto directo con la realidad*. En efecto, reformar los programas, aún periódicamente, es una cosa, pero enseñar eficazmente la matemática es otra distinta. Un hermoso programa puede satisfacer al matemático de oficio (¿pero es que es para él que trabajamos?), y el mismo programa, por perfecto que sea, puede serle indiferente a muchos alumnos. La matemática que debemos enseñar debe no solamente formar el espíritu, sino que también debe satisfacer a las exigencias de nuestra civilización: *ella debe fecundar y engendrar aplicaciones en los más diversos dominios, e incluida la matemática misma.*

* * *

PRUEBAS DE RAZONAMIENTO VERBAL Y MATEMATICO

Por Marta Moraschi de Mastrogiovanni (Argentina)

Un punto de partida esencial para cualquier reforma de programas y su correspondiente evaluación, debe ser el conocimiento de la habilidad mental de los alumnos después de cada uno de los ciclos de enseñanza. En este sentido, el INEC ha realizado en la Argentina unas pruebas destinadas a este fin para los alumnos que finalizan el Ciclo Básico del Nivel Medio. Consideramos que puede ser de interés dar a conocer en líneas generales el método seguido y los primeros resultados obtenidos, si bien los resultados completos se darán a conocer posteriormente en una publicación más completa.

El trabajo ha sido realizado por los siguientes equipos:

I) Prueba de "Razonamiento Matemático": a cargo del Instituto Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias, INEC.

Equipo responsable:

Directora: Prof. Marta Moraschi de Mastrogiovanni, Lic. Aurora C. J. Dominguez.

Colaboradores:

- Redacción y revisión de items: Prof. Elsa de Martino, Prof. Nelly C. de Domecq, Ing. Omar Erazum, Prof. Beatriz S. de Palau, Prof.Edith C. de Viola.
- Preparación, control y distribución del material. Supervisión de las tareas de corrección: Prof. María Justa Dorrego.

II) Prueba de "Razonamiento Verbal": a cargo del Centro de Investigaciones en Ciencias de la Educación, CICE.

Equipo responsable:

Directora: Prof. María Celia Agudo de Córsico, Prof. Norma Caffaro de Hernández, Prof. Oscar Mario De Cristóforis.

Consultor: Prof. Mabel Manacorda de Rosetti.

- Revisión de items: Equipo de lingüistas del CICE y profesores de Lengua y Literatura del Liceo "Víctor Mercante" de la Universidad Nacional de La Plata.

Agradecimiento

El equipo responsable agradece al Director de ANEMS (Administración Nacional de Educación Media y Superior), Prof. H. Renato Völker, el generoso y amplio apoyo brindado a esta tarea, así como al Inspector Atilio Piana por su participación en la discusión posterior a la aplicación y análisis de items de la prueba de razonamiento matemático.

También se hace extensivo este agradecimiento a las autoridades educacionales, profesores y alumnos de los establecimientos que intervinieron en esta aplicación.

Introducción

Son ampliamente conocidas las funciones que la evaluación cumple en lo que con - cierne al planeamiento, a la supervisión y al propio proceso de enseñanza-aprendizaje.

Es por ello que se hace necesario en forma creciente en nuestras instituciones e ducacionales, la construcción de instrumentos evaluativos así como el uso habitual y eficiente de los mismos.

Además de otros beneficios múltiples, las pruebas como las que aquí se presentan colaboran con el docente para que sus alumnos sean tratados según sus características individuales, asistidos adecuadamente en el caso de necesitar un tratamiento especial y puedan disponer de un cuadro realista de su perfil de rendimiento y potencialidades, así como adoptar decisiones mejor fundadas en materia educacional y vocacional.

Es importante destacar que las pruebas de habilidad mental no constituyen sino uno de los muchos y variados recursos de que se vale la evaluación educacional. Sin embargo, el desempeño de los alumnos en este tipo de pruebas es un buen criterio para validar otros desempeños de los mismos.

Propósito de estas pruebas

Estimar la habilidad mental de los alumnos que finalizan el Ciclo Básico del Nivel Medio (edades que oscilan entre 14 y 16 años) sobre la base de sus dos manifestaciones más claramente identificadas dentro de la citada habilidad: el razonamiento matemático y el verbal.

Justificación psicológica y educativa

La habilidad mental, capacidad general o inteligencia, a pesar de todas las controversias suscitadas después de la primera mitad de este siglo, puede considerarse como el rasgo cognoscitivo más amplio, cuya presencia puede detectarse a través de los más variados tipos de desempeños que a su vez se superponen y correlacionan por acción de dicha habilidad.

La escuela argentina no posee elementos básicos para el examen de aptitudes de su población y estas pruebas podrían llenar uno de esos vacíos.

Actividades relativas a las pruebas cumplidas hasta el 31 de octubre de 1972

I) Etapa preliminar:

Rastreo de antecedentes y consulta bibliográfica para la fundamentación psicológica y educativa de las pruebas a construir.

II) Construcción de tablas de especificaciones:

Elaboración de las tablas de especificaciones de las pruebas tomando en cuenta para ello los contenidos correspondientes a 7° grado de la escuela elemental y a 1°,2°, y 3° años de la escuela media y la amplia gama de operaciones mentales implícitas en el proceso de razonar.

Para el razonamiento matemático se incluyeron operaciones que cubren desde el nivel más simple de cálculo y asociaciones sencillas hasta niveles más complejos como la obtención de conclusiones a partir de implicaciones y el reconocimiento de falacias.

Para el razonamiento verbal se han sondeado aspectos que abarcan desempeños relativamente simples, como la formulación de sinónimos y antónimos, hasta las formas de razonamiento analógico y deductivo.

III) Redacción de items:

Para la redacción de items, se convino en solicitar la colaboración de profesores especializados con el fin de aumentar la diversidad y valor creativo de aquéllos. Así se construyó un "pool" de items con un total de 170 para la parte verbal y 150 para la matemática. De dicho "pool" se seleccionaron 120 y 100 items respectivamente.

Dicha selección, fue el resultado de más de una revisión de los items por parte de consultores, equipo responsable y colaboradores.

IV) Compaginación de la versión "piloto":

Se compaginaron 5 formatos de 20 items cada uno para la parte matemática y 3 formatos de 40 items cada uno para la verbal.

Los items fueron del tipo objetivo de 4 alternativas cada uno, de las cuales una y sólo una es la correcta (clave).

La razón de la división de las pruebas, en varios formatos, surgió por motivos de índole psicológica ya que las pruebas muy extensas provocan en los alumnos examinados fatiga mental con la consiguiente disminución en sus desempeños.

Los formatos fueron visados y aprobados por el Director de la Administración Nacional de Educación Media y Superior ANEMS, Prof. H. Renato Völker quien autorizó a efectuar los contactos con las autoridades de los establecimientos donde se aplicaría la versión "piloto" del test.

V) Selección de la muestra:

Sobre la base del listado de establecimientos nacionales, de enseñanza media en las modalidades, bachillerato, normal y comercial (se excluyeron las escuelas técnicas) y considerando las regiones establecidas por CONADE (Consejo Nacional de Educación), se calculó la muestra sobre la cual se realizó la aplicación.

Para la obtención de la muestra se procedió de la siguiente manera:

a) para cada región de CONADE se estableció la proporción de alumnos de 4° año tomando como base el total nacional para ese mismo nivel.

TABLA DE ESPECIFICACIONES (PARTE MATEMATICA-ALGEBRA)

HABILIDAD / CONTENIDO	Operaciones formales de rutina 15%	Juicio numérico 9%	Representación simbólica 11%	Capacidad para establecer relaciones 19%	Extensión de implicaciones 15%	Delimitación precisa 22%	Reconocimiento de falacias 9%	TOTAL 100%
Números racionales 24%	1	1	-	2	2	3	2	11
Conjuntos Relaciones y funciones 22%	-	1	2	2	2	3	2	12
Razones y proporciones 9%	1	-	-	3	1	-	-	5
Aritmética comercial 13%	1	1	1	-	1	3	-	7
Expresiones algebraicas enteras y fraccionarias 10%	2	1	-	-	1	-	1	5
Ecuaciones e inecuaciones 22%	3	1	2	1	1	3	-	11
TOTAL 100%	8	5	5	8	8	12	5	51

TABLA DE ESPECIFICACIONES (PARTE MATEMATICA-GEOMETRIA)

HABILIDAD / CONTENIDO	Operaciones formales de rutina 9%	Juicio numérico 9%	Representación simbólica 11%	Capacidad para establecer relaciones 17%	Extensión de implicaciones 35%	Delimitación precisa 9%	Reconocimiento de falacias 10%	TOTAL 100%
Segmento y ángulo Rectas secantes y paralelas. Segm. det. por dos o más paralelas cort. por dos transv. 26%	1	2	1	3	3	1	1	12
Transformaciones del plano en si mismo 13%	-	1	1	1	2	-	-	5
Triángulo. Polígono convexo. Funciones trigonométricas 35%	1	2	2	2	5	2	2	16
Circunferencia y círculo 11%	2	-	-	1	1	1	1	6
Perímetros, superficies y/o áreas 2%	-	-	1	1	1	1	1	5
Equivalencia, semejanza 13%	1	-	1	1	2	1	-	6
TOTAL 100%	5	5	6	9	14	6	5	50

TABLA DE ESPECIFICACIONES (PARTE VERBAL)

HABILIDADES Y DESTREZAS / CONTENIDOS		VOCABULARIO Y/O COMPRENSION VERBAL			RAZONAMIENTO VERBAL			TOTAL
		Hallazgo de sinónimos y antónimos	Completamiento	Comprensión de textos	Analogías	Inducción	Deducción	
Lectura y Explicación de textos			X	X		X	X	*
Recitación				X				*
Vocabulario		X	X	X	X			*
Composición (redacción)				X		X		*
GRAMATICA	Ejercicios de vocabulario y uso correcto de las partes y/o elementos de la oración	X	X	X	X	X	X	*
	Corrección de construcciones vulgares		X			X		*
	Alfabeto y uso del diccionario	X						*
	Formación de palabras con sufijos y prefijos	X			X			*
		N: 48(40%)	N: 12(10%)	N: 33(27,5%)	N: 15(12,5%)	N: 12 (10%)		N: 120(100%)

* Dado que se trata de una prueba de habilidad y no de aprovechamiento, no se establecen relaciones entre habilidades y destrezas, por una parte, y contenidos curriculares específicos (cuantitativamente determinados) sino que las primeras se ejercitan sobre los contenidos generales correspondientes a cada una de las áreas programáticas de la asignatura.

b) la unidad muestral adoptada fue una división de 4° año ya que ésta equivale al porciento mínimo (2%) que fue el aportado por la zona III.

c) de esta manera se seleccionaron 50 de tales unidades.

VI) Aplicación de la versión "piloto":

Extraída la muestra se establecieron los contactos con docentes que revistando en los establecimientos seleccionados podrían actuar como coordinadores locales del operativo.

Asimismo se realizaron todas las gestiones de carácter oficial para que el Director de ANEMS Prof. H. R. Völker autorizara a INEC para cursar las circulares conteniendo las instrucciones a los directivos de los establecimientos intervinientes.

Se imprimieron 2.200 ejemplares de cada formato con sus respectivas hojas de respuestas. También se elaboraron las instrucciones detalladas para los coordinadores y para cada uno de los profesores que aplicaron cada uno de los formatos.

En las instrucciones impartidas a los coordinadores se les solicitaron los promedios en matemática y en castellano correspondientes a 3° año, de cada uno de los alumnos que fueron sometidos a la prueba. Fueron requeridos también los datos relativos a ocupación y nivel de escolaridad del padre de cada uno de los referidos alumnos.

La organización del envío estuvo totalmente a cargo del equipo de evaluación, labor que juntamente con la impresión, "alzado" y abrochado de formatos (2.200 x 8) demandó un intensivo y prolongado esfuerzo.

El "piloteo" se llevó a cabo en forma simultánea en el lapso comprendido entre los días 12 y 23 de junio de 1972.

A medida que se concretaba el retorno de los envíos, se iniciaron las tareas de corrección de hojas de respuestas.

Las hojas de respuestas de los formatos de la parte de matemática fueron corregidos por el equipo perteneciente al INEC y las de la parte verbal por el equipo del CICE.

VII) Análisis de resultados de la aplicación de la prueba matemática.

Se tomaron en cuenta para el cálculo de los estadísticos sólo 980 alumnos que fueron del total de examinados (1.590), los que respondieron a todos y cada uno de los 5 formatos.

Puntaje máximo posible:	100
Puntaje máximo obtenido:	94
Puntaje mínimo posible:	0
Puntaje mínimo obtenido:	12

En la página siguiente se presenta una tabla que incluye la distribución de los puntajes generales del test y los estadísticos básicos correspondientes a aquéllos.

x	f
9 a 17	1
18 a 26	44
27 a 35	199
36 a 44	307
45 a 53	208
54 a 62	145
63 a 71	35
72 a 80	24
81 a 89	12
90 a 98	5
TOTAL	980

Medidas de posición y dispersión
$\bar{x}$: 44,59 σ : 13,01
Md: 42,71 Q : 8,47
Q_1: 35,52 Q_3: 52,46

La distribución se aproxima a la normal con una asimetría positiva, lo que evidencia una cierta dificultad general del grupo para resolver los ítems presentados.

Los valores respectivos de la desviación standard y la desviación semintercuartílica, muestran una variabilidad discreta de los puntajes.

VIII) Análisis estadístico de los ítems:

Se efectuó con las Tablas de Fan, con las que se pueden calcular directamente las siguientes características de cada uno de los ítems.

a) grado de dificultad
b) poder discriminativo

Para el análisis de cada uno de los ítems se consideraron las respuestas dadas por el 27% de los alumnos que lograron los puntajes superiores y las del 27% de los alumnos que obtuvieron los puntajes inferiores en los 5 formatos.

Los resultados para cada ítem correspondiente a ambos grupos, de 265 alumnos cada uno, se detallan en la página siguiente.

	INDICES	NUMERO DE ITEM																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
FORMATO I	r	.60	.50	.33	.25	.59	.41	.29	.38	.44	.40	.27	.37	.50	.07	.37	.40	.04	.46	.04	.24
	Δ	11.2	12.2	13.2	17.5	11.7	17.5	13.9	12.4	9.4	11.9	13.8	12.8	11.4	18.2	13.1	12.2	13.	12.9	12.5	16.8
FORMATO II	r	.35	*	.38	.53	.35	.12	.36	.13	.43	.56	.49	.44	.23	.36	.46	.53	.24	.24	.24	.35
	Δ	16.4	*	10	9.8	12.5	16.5	16.8	14.3	9.4	12.8	11.2	14.7	11.9	10.7	12.7	12.4	14.2	16.4	14.2	12.5
FORMATO III	r	.60	.40	.35	.60	.43	.42	.56	.57	.55	.34	.28	*	.13	.59	.41	.60	.56	.48	.26	.25
	Δ	10.4	15.1	15.2	11.8	9.9	13.7	11.5	10.1	13.8	15.3	14.8	*	14.5	12	13.8	11.8	12.9	12	15.3	16
FORMATO IV	r	.39	.31	.62	.32	.51	.60	.58	.29	.35	.28	.14	.52	.19	.52	.38	.39	.04	.25	.53	.24
	Δ	14	8.2	10.6	14.3	10.4	12.9	13.5	15.6	12.7	14.5	15	13.2	10.8	11.7	10.9	15	15.3	15.3	12.2	14
FORMATO V	r	.27	.56	.40	.44	.37	.44	.36	.53	.29	.33	.48	.06	.49	.35	.47	.17	.23	.19	.28	.02
	Δ	15	12.1	7.3	13.4	13.3	13	17.8	7.4	14.3	14.2	8.6	0.9	11.8	15.8	12.6	14.9	14.1	14.3	14.8	16.4

* Discriminación negativa

En la tabla anterior aparecen r y Δ que deben interpretarse según lo siguiente:

r	Poder discriminativo del ítem
.40 o más	Muy bueno
.30 a .39	Bueno
.20 a .29	Regular
Menos de .19	Deficiente

Δ $\bar{x}$: 13 σ : 4	Nivel de dificultad del ítem
Menos de 11	Fácil
11 a 15	Mediano
Más de 15	Difícil

A continuación y como dato ilustrativo se presentan 3 fichas de análisis de ítems:

Formato I

9. Una varilla de 98 cm. de longitud, está pintada de azul y blanco. La parte azul es 10 cm. mayor que la parte blanca. Las longitudes de la parte azul y de la blanca, son respectivamente:

a) 68 y 30
b) 58 y 40
* c) 54 y 44
d) 55 y 43

Item: 9.I

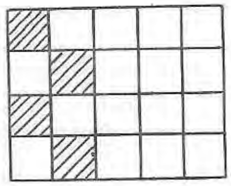
Número de alumnos	A	B	C *	D	Om	N . D Δ	P . D r
Grupo Alto	2	5	253	2	3	9.4	.44
Grupo Bajo	23	47	172	9	14		
TOTAL n:530	25	52	425	11	17		

Contenido: ecuaciones e inecuaciones

Habilidad: juicio numérico

Dificultad estimada: mediano

Formato IV



5. La figura muestra un esquema de distribución incompleta de cuadros blancos y rayados. Si se completa, siguiendo dicho esquema, la proporción entre cuadros blancos y rayados respecto del total de cuadros será respectivamente:

a) 40% y 60%
b) 45% y 55%
* c) 50% y 50%
d) 60% y 40%

Item: 5 . IV

Número de alumnos	A	B	C *	D	Om	N.D. Δ	P.D. r
Grupo Alto	5	3	244	11	2	10,4	.51
Grupo Bajo	72	18	136	35	4		
TOTAL n:530	77	21	380	46	6		

Contenido: porcentaje

Habilidad: delimitación precisa

Dificultad estimada: mediano

Formato V

12. Un ángulo $\hat{\alpha}$ es la séptima parte de su complemento. ¿Qué parte es de un ángulo llano?

a) $\frac{1}{14}$
b) $\frac{1}{15}$
* c) $\frac{1}{16}$
d) $\frac{2}{7}$

Item: 12 . V

Número de alumnos	A	B	C *	D	Om	N . D Δ	P . D r
Grupo Alto	155	13	21	56	21	10.0	-.06
Grupo Bajo	89	39	33	72	31		
TOTAL n: 530	244	52	54	128	52		

Contenido: ángulos

Habilidad: capacidad para establecer relaciones

Dificultad estimada: difícil

IX) Estado actual de la tarea

Prueba de "Razonamiento Matemático"

Se ha finalizado el análisis estadístico de los ítems y con el grupo de profesores de matemática, integrado por el consultor, el equipo responsable y redactores y revisores de ítems, se han discutido los aspectos cualitativos de las preguntas que en el análisis estadístico se presentaron como problemáticas.

Sobre la base de esta discusión se decidió incluir algunos de tales ítems y reformular o descartar otros.

Prueba de "Razonamiento Verbal"

Se han corregido todas las hojas de respuestas e identificado los 1091 alumnos que realizaron los 3 formatos. Las tareas correspondientes al análisis estadístico de los ítems se encuentran en su etapa inicial.

El puntaje máximo y mínimo observados son 108 y 35 siendo los máximo y mínimo posibles 120 y 0 respectivamente.

X) Actividades futuras

a) Determinar la confiabilidad del instrumento.

b) Determinar la validez del instrumento.

c) Elaborar y compaginar la "Versión revisada".

d) Establecer la correlación entre las pruebas de razonamiento matemático y de razonamiento verbal.

e) Aplicar la "Versión revisada" y determinar baremo.

f) Gestionar ante las autoridades la aplicación de dicha versión en una muestra aleatoria de carácter nacional.

g) Estratificar los resultados según nivel socio-económico, zona y modalidad.

* * *

EL APORTE DEL INEC A LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA

por Beatriz S. de Palau (Argentina)

La enseñanza de la matemática y en general de cualquier rama de la ciencia, está sufriendo una continua transformación, tanto en métodos como en programas. De aquí la necesidad de crear instituciones que se ocupen de orientar y dirigir la enseñanza, recopilando información, aconsejando cambios y experimentando propuestas. En la Argentina esta institución ha sido el *Instituto Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias*, conocido por la sigla INEC. Creemos que puede ser útil informar sobre el mismo y sobre la labor que ha realizado, a los participantes de esta Tercera Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática. Tal es el motivo de la presente comunicación.

El Instituto Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias(INEC) fue creado como consecuencia de la necesidad cada vez más evidente de impulsar el mejoramiento de la enseñanza de las disciplinas científicas básicas, especialmente en el nivel medio, promoviendo su actualización y mayor eficacia, con el fin de dar a los educadores una sólida formación científica y de estimular vocaciones para el estudio y la investigación de dichas disciplinas.

La creación de este Instituto fue de indudable importancia por la rapidez y magnitud de los cambios que se producen en los conocimientos científicos de nuestra época, así como por el hecho de que muchas teorías, nociones y conceptos se vuelven rápidamente inadecuados. Los docentes que tienen a su cargo la enseñanza de las disciplinas científicas básicas, entre ellos los profesores de matemática, deben estar permanentemente actualizados y en condiciones de impartir una enseñanza viva, dinámica y moderna en sus contenidos y métodos.

La experiencia recogida por el Departamento de Enseñanza de las Ciencias,que funcionaba en el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas que presidía el Dr. Bernardo Houssay, posibilitó la creación del INEC. Dicha creación quedó establecida por convenio suscrito entre la ex-Secretaría de Cultura y Educación y el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas del 15 de marzo de 1967 y se concretó el 27 de diciembre del mismo año, por Decreto N° 9317.

I. Actividades desarrolladas por el Departamento de Enseñanza de las Ciencias del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONIDET)

I.1 Estas actividades se centraron en la organización y dictado de cursos de perfeccionamiento y actualización para profesores de enseñanza media en actividad.Estos cursos se dieron durante las vacaciones de verano y tuvieron aproximadamente 4 semanas de duración. Los cursos de carácter nacional fueron los siguientes:

Año 1962, Curso I, en la ciudad de San Luis, con 33 participantes.
Año 1963, Curso II, en la ciudad de Salta, con 45 participantes.
Año 1964, Curso III, en la ciudad de San Luis, con 38 participantes.
Año 1965, Curso IV, en la ciudad de Salta, con 42 participantes.

Los participantes a estos cursos eran becados procedentes de las distintas provincias. Los cursos versaban sobre temas modernos de álgebra, geometría y análisis principalmente, si bien el contenido variaba ligeramente de un año al otro. Se dieron también cursos de probabilidades y estadística, dirigidos a la enseñanza de las mismas al nivel medio.

I.2 Cursos zonales y regionales

Además de los cursos nacionales, se organizaron cursos zonales y regionales, contando muchas veces con profesores de la zona que habían seguido los primeros. Estos cursos tenían lugar a veces en los fines de semana durante varias semanas, o bien, se realizaban de manera intensiva aprovechando las vacaciones de invierno. Los alumnos eran profesores en actividad de la zona, de manera que no necesitaban ser becados; a lo sumo se les pagaban unos viáticos cuando su lugar de residencia no era la misma ciudad donde los cursos tenían lugar. Estos cursos fueron los siguientes:

Año	Localidad	N°de participantes
1965	Adrogué	45
	Rosario	35
	Rosario	30
1966	Mar del Plata	32
	Mercedes	48
	La Plata	34
	Quilmes	37
	Paraná	26
	Godoy Cruz	44
	Mar del Plata	26
	Capital Federal	32
	San Miguel de Tucumán	38
1967	Corrientes	33
	Rosario	58
	Capital Federal	74
	Capital Federal	63
	Mercedes (San Luis)	71
	Bell Ville	34
	Catamarca	44
	Córdoba	63
	Mendoza	28
	Pergamino	44

I.3 Proyecto curricular de matemática (1963/70)

En el año 1962 un grupo de profesores del Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad de Buenos Aires, redactó un proyecto curricular para un plan de seis años del ciclo medio. El trabajo contó con el auspicio del Departamento de Enseñanza de Ciencias del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas.

El II Curso Nacional dictado en Salta en el año 1963 tuvo como objetivo fundamental, desarrollar con toda extensión y detalle el programa de 1er. año, así como también capacitar, en varios aspectos del nuevo curriculum, a los docentes participantes de dicho curso tanto en lo que se refiere a contenidos, como al enfoque metodológico de los mismos.

En marzo del mismo año se seleccionó a los participantes residentes en la ciudad de Buenos Aires y alrededores para iniciar la experimentación de los nuevos currícula, que se ensayaron en establecimientos dependientes de la Dirección General de Enseñanza Secundaria, Normal, Especial y Superior del entonces Ministerio de Educación y Justicia.

El programa experimentado comprendía los siguientes temas generales:

1er. año. Geometría intuitiva o geometría física.
1. Segmentos y ángulos. 2. Triángulos. 3. Rectas paralelas: suma de los ángulos de un triángulo. 4. Polígonos. 5. Circunferencia: su longitud. 6. Areas. 7. Poliedros. 8. Teorema de Tales. 9. Representaciones gráficas. 10. Transformaciones del plano en sí mismo.

2do. año.
1. Necesidad del rigor y del simbolismo. 2. Conjuntos finitos. 3. Relaciones y funciones. 4. Operaciones binarias. 5. Los números naturales. 6. Combinatoria. 7. Los números enteros. 8. Los números racionales.

3er. año.
1. Los números reales. 2. Trigonometría elemental. 3. Geometría del plano en coordenadas lineales. 4. Vectores en dos dimensiones. 5. Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

4to. año.
1. Los números complejos. 2. Función cuadrática. 3. Polinomios de una variable. 4. Funciones elementales. 5. Geometría en coordenadas de las cónicas. 6. Sucesiones. 7. Aritmética comercial. 8. Probabilidades y estadística.

5to. año.
1. Geometría deductiva. 2. Geometría del espacio en coordenadas lineales. 3. Divisibilidad. 4. Generalización: orden parcial, supremo e ínfimo.

6to. año.
1. Límites. 2. Derivadas. 3. Integral definida y áreas.

Estos programas sintéticos se fueron desarrollando, completando y experimentando durante los años sucesivos. La experiencia probó la necesidad de algunas modificaciones de ordenación y contenido, que son tenidas en cuenta en los cursos experimentales actuales.

II. Actividades desarrolladas por la División Matemática del Instituto Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias.

A partir del año 1968, la División Matemática del INEC, desarrolló una serie de actividades con el fin de dar cumplimiento a las misiones y funciones que le competen, de conformidad con lo establecido en la estructura interna del citado Instituto Nacional.

Dichas misiones y funciones se detallan a continuación:

a) Realizar cursos, seminarios, conferencias y actividades conexas, destinados a la actualización de los conocimientos y al perfeccionamiento de la metodología de los profesores de matemática.

b) Coordinar el planeamiento interdisciplinario con otras divisiones.

c) Integrar "grupos volantes" para realizar asesoramiento técnico-docente en distintos lugares del país.

d) Realizar el "seguimiento" de los becarios y de los actuantes en "experiencias piloto".

e) Atender al asesoramiento del personal docente, establecimientos educativos, instituciones y organismos nacionales y extranjeros.

f) Analizar los currícula y proyectos de matemática nacionales y extranjeros.

II.1 Cursos Nacionales.

Con similares características a los que tuvieron lugar durante los años precedentes y que han sido ya mencionados, se celebraron los siguientes cursos de perfeccionamiento:

Año 1968. Curso V, en Río Tercero, Córdoba,con 100 participantes.
Año 1969. Curso VI, en Mendoza, con 70 participantes.

Se procuraba que la sede de los cursos fuera variando todos los años, con el fin de que su acción sobre el amiente, que siempre trasciende a los cursos mismos, fuera repartiéndose entre las distintas zonas del país.

II.2 Cursos Regionales.

Fueron los siguientes:

Año	Nombre del curso	Localidad	N°participantes
1968	Funciones, Operaciones binarias, Estructuras algebraicas	Paso de los Libres (Corrientes)	28
	Curso zonal de actualización para profesores secundarios de matemática	Concepción del Uruguay (E. Ríos)	25
	Curso zonal de actualización en matemática	Trenque Lauquen	18
	Matemática moderna	Rosario	32
	Matemática moderna	Rosario	33
	Matemática moderna	Villa María(Córdoba)	34
1969	Análisis matemático	Villa María(Córdoba)	28
	Curso de actualización y perfeccionamiento en matemática	Gualeguay (E. Ríos)	25
	Curso de actualización y perfeccionamiento en matemática	Basavilbaso (E. Ríos)	25
	Matemática moderna	Venado Tuerto(Santa Fe)	50
	Matemática moderna	Corrientes	25

./.

(continuación)

Año	Nombre del curso	Localidad	N°participantes
1970	Matemática moderna	Villa María(Córdoba)	30
	Curso de actualización docente en matemática moderna	Gualeyguachú (E. Ríos)	66
1971	Matemática moderna	Frías(Sgo. del Estero)	90
1972	Curso de matemática moderna	Jujuy	15
	Curso de matemática moderna	La Rioja	20

II.3 Programa Regional de Desarrollo Educativo - OEA
Cursos Latinoamericanos

En el año 1968 se encomendó al INEC la ejecución del Proyecto Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias del Programa Regional de Desarrollo Educativo, en lo referente a la organización y puesta en marcha de los Cursos Latinoamericanos de Actualización y Perfeccionamiento docente.

En el área matemática se han dictado los cursos que se detallan:

Año	Materias que se dictaron	N° de participantes	
		argentinos	latinoamericanos
1969	Estructuras algebraicas. Algebra lineal. Conjuntos ynúmeros.Seminarios metodológicos	30	5
1970	Estructuras algebraicas. Algebra lineal. Fundamento de la geometría y del análisis. Seminarios.	25	5
1971	Cálculo algebraico. Estructuras algebraicas. Seminario Enseñanza de la Matemática. Algebra lineal.	26	5
1972	Cálculo algebraico. Algebra lineal. Algebra general. Fundamentos de la matemática. Introducción al análisis. Metodología.	25	7

II.4 *Asistencia técnica al exterior*

En los años 1970 y 1971 profesores del staff del INEC han dictado cursos de actualización y perfeccionamiento de un mes de duración en Paraguay, Bolivia y Ecuador respectivamente.

II.5 *Proyecto curricular de matemática para 3er. año del ciclo medio*

En noviembre de 1970 se constituyó un grupo de trabajo integrado por dos representantes de INEC y dos representantes de ANEMS (Administración Nacional de Educación Media y Superior), con el fin de redactar un proyecto curricular para 3er. año del ciclo medio, según las siguientes características:

a) Fue elaborado teniendo en cuenta las Recomendaciones del Primer Simposio Nacional sobre Enseñanza de las Ciencias (Córdoba, octubre de 1968) y los contenidos generales para el mismo nivel propuestos por la Comisión Nacional para la Enseñanza de la Matemática, así como los resultados de experiencias anteriores.

b) El curriculum ha sido estructurado en unidades didácticas, cada una de las cuales contiene un objetivo general, una síntesis de contenidos y una enumeración detallada de los objetivos particulares.

c) El programa posee un fuerte acento algebraico. La introducción al estudio sistemático de las estructuras básicas, permitirá iniciar al alumno en la aplicación del método axiomático, así como poner en evidencia la unidad y riqueza de posibilidades de la matemática actual.

Las unidades didácticas son: 1) Lenguaje conjuntista, 2) Estructura de grupo, 3) Estructura de anillo, 4) Estructura de cuerpo, 5) Números reales, 6) Polinomios, 7) Vectores, 8) Vectores en geometría plana, 9) Homotecia, 10) Semejanza, 11) Nociones de trigonometría.

La aplicación de este proyecto se inició en 1971 en 5 escuelas secundarias del país, con un total de 7 cursos que involucran 220 alumnos y 7 profesores. Los profesores a cargo de la experiencia fueron seleccionados entre los participantes del Curso Latinoamericano del Programa Regional de Desarrollo Educativo del año 1970. Se ha proyectado extender esta experiencia hasta 5° año del ciclo medio.

II.6 *Simposios*

En 1968, el área matemática participó en el Simposio Nacional de la Enseñanza de las Ciencias. De este evento surgieron entre otros temas, los objetivos específicos de la enseñanza de la matemática, recomendaciones respecto de contenidos y metodología adecuados, la necesidad de desarrollar cursos piloto y del empleo de medios y técnicas modernas adecuadas.

II.7 *Seminarios*

El extenso desarrollo de la matemática hace necesario que, para mantener su enseñanza actualizada, exista una estrecha colaboración entre científicos y docentes. Atento a ello, el INEC ha organizado y/o auspiciado los siguientes seminarios:

Año	Localidad	Nombre del Seminario
1970	Capital Federal	Seminario Metodológico
1970	Capital Federal	Problemática de la Enseñanza de la Matemática
1971	Rosario (Santa Fe)	Geometría
1971	San Luis	Información Matemática para los 12 grados de la estructura educativa.
1972	San Cristóbal (Santa Fe)	Seminarios de discusión y análisis de los programas del ciclo medio.

II.8 *Conferencias*

Aprovechando su estada en el país, el INEC organizó algunas conferencias a cargo de profesores extranjeros. Entre ellas: George Papy: Sobre Matemática Moderna(1968) Marshall H. Stone: La reforma de la matemática en el mundo (1970); O. Dodera: Olimpíadas Matemáticas (1971).

II.9 *Olimpíada matemática*

El Instituto Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias(INEC) preocupado por abrir todos los canales conducentes a la optimización de la cultura científica de nuestro país, resolvió en mayo de 1970, que el año 1971 fuera el de la Primera Olimpíada Matemática Argentina, proponiéndose con ello el logro de dos objetivos fundamentales:

a) elevar el nivel de cultura matemática del país, poniéndola a tono con las exigencias de las sociedades modernas.

b) brindar apoyo intensivo a aquellos jóvenes que evidencien talentos en este campo, respaldando así nuestro desarrollo social, económico, científico, técnico y cultural.

La División Matemática del INEC, colaboró con la División Actividades Científicas Extracurriculares, en la organización y puesta en marcha de la Primera Olimpíada Matemática Argentina, que contó con la participación de 31.000 estudiantes y más de 1.500 profesores.

Actualmente, se está programando la Segunda Olimpíada Matemática Argentina para 1973.

II.10 *Redacción de los lineamientos curriculares de 1° a 7° grados*

Por Resolución Ministerial, el INEC integró la Comisión encargada de redactar los lineamientos curriculares de matemática de 1° a 7° grado, para ser aplicados a partir de 1972 en los Departamentos de Aplicación de la Administración Nacional de Educación Media y Superior y en las Escuelas Primarias que determine el Consejo Nacional de Educación y la Superintendencia Nacional de Enseñanza Privada.

II.11 Redacción de lineamientos curriculares del profesorado elemental

La División Matemática del INEC, integró la Comisión que tuvo a su cargo la redacción de los lineamientos curriculares del profesorado elemental.

II.12 Asesoramiento a docentes de la especialidad

Otra tarea destacable de la División Matemática del INEC, es el asesoramiento prestado a docentes, establecimientos educacionales y reparticiones públicas y privadas del país, sobre distintos aspectos de la enseñanza de la matemática, en lo referente a contenidos y enfoque metodológico.

Este asesoramiento brindado desde la fecha de su creación, a aproximadamente 400 profesores, se realiza por medio de entrevistas personales, de correspondencia, de divulgación de bibliografía actualizada, de préstamo de libros, etc.

II.13 Piloteo de un test de razonamiento verbal y matemático

La División Evaluación Pedagógica del INEC, ha elaborado y "piloteado" en una muestra nacional, la versión experimental de un test de razonamiento verbal y matemático.

Para la parte matemática, la División Matemática ha colaborado en la redacción de algunos ítems para dicho instrumento.

* * *

PARTE III

APRECIACION GENERAL DE LA SITUACION DE LA EDUCACION MATEMATICA EN LATINOAMERICA EN BASE A LOS INFORMES NACIONALES

CONTENIDO

I. Introducción

II. Estructura de los sistemas educativos

III. La matemática en los planes de estudio

IV. El curriculum de matemática

V. Formación y actualización docentes

VI. La situación del personal docente

VII. Textos y publicaciones didácticas

VIII. Asociaciones matemáticas

IX. La educación matemática a nivel universitario

X. Actividades extra-escolares

I. Introducción

Puede considerarse - en promedio - la década de 1960 como la época en que se inician y promueven reformas y cambios en los sistemas educativos de los países latinoamericanos.

Su evolución política, social y económica que trae al primer plano las necesidades de democratización de la educación y de educación permanente, junto a la integración de los planes de desarrollo educativo en los proyectos de desarrollo nacional,ha planteado, y seguirá planteando exigencias crecientes tanto cuantitativas como cualitativas a sus sistemas educativos.

Los niveles primarios y medio se integran con continuidad cada vez más ajustada en el segmento del sistema que aparece como la educación básica. Y la enseñanza media con la preocupación de tener,también de alguna forma, el carácter de preparación terminal - superando la función tradicional selectiva de antesala de la universidad - incorpora ciclos diversificados que capaciten para ingresar al mercado de trabajo.

En los últimos años de la década y en los que van de 1970 se extienden las preocupaciones hacia los extremos del sistema educativo: la educación pre-escolar y la enseñanza superior. Las modernas investigaciones van poniendo en claro la importancia y la trascendencia de la educación pre-escolar para todo el proceso educativo. Por otra parte la expansión explosiva de la matrícula universitaria obliga a substituir los antiguos criterios de selección -con los cuales las universidades reclutaban la población que convenía a su organización y forma de trabajo- por criterios de orientación que permitan atender a todos los que ingresan. Esta nueva situación explica la aparición de problemas de didáctica en la enseñanza superior. La organización de la investigación científica y de los estudios de post-grado reclaman, a su vez, un tratamiento especial que -en opinión de algunos- constituye un verdadero cuarto nivel en la pirámide educacional.

El desarrollo científico y tecnológico reclama, por su parte, cambios y nuevas incorporaciones en los contenidos de los programas de estudio, y el desarrollo de la tecnología educativa - que va transformando paulatinamente el quehacer didáctico en una verdadera técnica- provoca la introducción y experimentación de nuevas metodologías.

Dentro de este amplio espectro de nuevas exigencias y de cambios, cada sector y cada componente de la educación recibe sus cuotas de responsabilidades y debe transformarse, en consecuencia, para cumplir el papel que les corresponde en el esquema educativo general.

En lo que concierne a la educación matemática, estos nuevos requerimientos adquieren caracteres más marcados. Razón de ello puede encontrarse en la propia evolución de esta milenaria disciplina, que ha cambiado su estructuración, que ha ampliado su campo de aplicaciones y que ha aumentado su gravitación en todo proceso de educación intelectual.

Por varios caminos se han motivado los cambios en la educación matemática en Latinoamérica. Entre ellos pueden señalarse, en primer término, las reuniones dedicadas a esta disciplina realizadas en la región, en las que se encontraban matemáticos profesionales para discutir nuevos problemas - como las organizadas por la hoy denominada Oficina Regional de Ciencias de la Unesco para América Latina, o en las que se daban cita matemáticos y docentes para considerar problemas de enseñanza de la matemática, como las tres Conferencias interamericanas de Educación Matemática realizadas en 1961, 1966 y 1972.

Los diversos cursos de actualización y perfeccionamiento docente llevados a cabo por organizaciones internacionales como la OEA y la Unesco, entre otras, junto a las visitas de líderes del movimiento de renovación de la educación matemática de países desarrollados, constituyeron oportunidades importantes para que los profesores de matemática de la región conociesen nuevos capítulos de su disciplina y se entrenasen en las técnicas para llevarlos a la enseñanza.

Finalmente - y ello se ha dado en todos los países - un grupo de matemáticos y de educadores, a veces no muy numerosos, ha planteado inicialmente la necesidad de renovación y ha dado los primeros pasos y las primeras pautas de lo que era necesario realizar. En estos grupos de pioneros figuraban casi siempre personas que habían participado en reuniones internacionales dedicadas a esos problemas. Las facilidades actuales de comunicación y de información permiten enterarse de lo que se hace en otras partes y seguir el desarrollo de experiencias y la implementación de soluciones en los campos de la educación. La comprensión correcta de los problemas que una capacitación técnica adecuada hace posible, junto a una preocupación auténtica por el mejoramiento de la enseñanza son las condiciones que permiten un uso operacional de la información que puede hacer viable las inquietudes de reformas y de cambios positivos.

II. Estructura de los sistemas educativos

En general, la estructura del sistema en lo que concierne a la educación elemental presenta, en lo fundamental, características similares en la región.

Siguiendo a una enseñanza pre-escolar de extensión y naturaleza variables - pero a la que se le confiere creciente importancia - se ubica la enseñanza básica, que comienza, en promedio, a los 6 años y se extiende hasta los 15 años de edad y que se integra con la primaria y con el o los ciclos inferiores de la enseñanza media. Es de carácter general y, como su nombre lo indica, se supone que es la que debe dar a todo ciudadano la cultura básica que las sociedades actuales requieren. Le sigue un ciclo superior de enseñanza media - que puede llegar hasta los 18 años, en promedio - diversificado, entre cuyas orientaciones figuran la humanística, la científica, la técnica, etc. Sigue el tercer ciclo o ciclo superior. Ya se ha dicho antes que el postgrado y la carrera de investigador tienden a constituir un nuevo nivel.

III. La matemática en los planes de estudio

Prácticamente, en todos los años de la enseñanza básica y en los del ciclo superior de la enseñanza media figuran cursos de matemática. En la enseñanza básica el número de horas semanales de cada uno de esos cursos alcanza, en la mayoría de los planes de estudio, a cinco horas. El caso de Costa Rica es, en este aspecto, uno de los que alcanzan las mayores cifras en el mundo, pues en los primeros seis años cuenta con 10 horas semanales y en la orientación científica del último ciclo de la enseñanza media con 8 horas semanales.

La duración promedio de la hora lectiva es de cuarenta minutos. Basta observar el tiempo dedicado a la enseñanza de la matemática en estos niveles de la educación para reconocer la importancia que se le atribuye a esta disciplina en la formación cultural básica del ciudadano. En este aspecto esa atención es superada, únicamente, por la enseñanza del idioma nacional de cada país.

IV. El curriculum de matemática

Programas y textos son los documentos que más fácilmente pueden llegar a las manos de los que quieren observar la enseñanza en un país.

Generalmente, todo movimiento de cambio o de reforma en la enseñanza toma su primera concreción en un nuevo contenido temático.

Los programas que rigen la enseñanza de la matemática en la región acusan, aunque en grados muy variables, la preocupación y la inquietud por los cambios y por la actualización. Han evolucionado positivamente pasando, de la tradicional y esquemática lista de temas, a documentos que contienen observaciones, aclaraciones e incluso instrucciones didácticas para los docentes que los tendrán a su cargo. Completa esta información complementaria una bibliografía que, a veces, tiene una sección para el alumno y otra para el profesor y que también, en algunos casos, aparecen en orden de complejidad creciente y con algunos comentarios de orientación.

Toda esta información complementaria que aparece en ellos indica que la lista de temas que contiene es el resultado de un proceso más elaborado.

Los programas de matemática de la enseñanza primaria y media son preparados por comisiones integradas por docentes de matemática, educadores, profesores de escuelas normales y de institutos formadores de profesores secundarios, supervisores y - eventualmente para el ciclo básico y regularmente para el superior - por matemáticos y/o profesores universitarios. En algunos países han figurado otros especialistas como sociólogos, psicólogos, etc. Estas comisiones actúan en la órbita de los ministerios de educación.

Estos programas no logran reflejar en general y plenamente, todavía, los cambios que se entienden necesarios, ni presentan la unidad estructural que es, precisamente, una de las características de la matemática actual. Los programas reformados han comenzado por incorporar algunos de los temas que actualmente constituyen elementos básicos del edificio matemático, como conjuntos, relaciones, funciones, etc. pero que no actúan, en general y sistemáticamente, como tales, en el resto del programa. De esta forma parece, en algunos casos, haberse aumentado el fraccionamiento y la separación de temas, en lugar de avanzar hacia su tratamiento unificado.

Quizás la falsa oposición entre "matemática tradicional" y "matemática moderna", todavía no totalmente superada, puede tener parte de responsabilidad en esta falta de unidad.

Las observaciones anteriores no deben tomarse como una crítica, sino como la indicación de que falta mucho camino por recorrer y que sin un trabajo sistemático en equipo y una experimentación permanente y periódicamente evaluada será más difícil y más lento salir de los enfoques parcializados. Pues no debe olvidarse que muchos de los programas renovados constituyen la primera respuesta a las preocupaciones de mejoramiento y de modernización de la educación matemática y deben tomarse, precisamente por ello, como un ensayo. Lo excepcional sería que un programa que no es el resultado de una sistemática tarea de experimentación y de evaluación fuese totalmente adecuado.

Es frecuente, también, que se estructuren los programas por ciclos separadamente y a cargo de grupos completamente distintos de técnicos y aún independientes. No es infrecuente el caso de estructurar primero el programa de la enseñanza media y después el de primaria. Parece indudable que los objetivos de la educación matemática y la organización de la enseñanza que pretenda lograrlos se verían mejor contemplados dentro de un planteo global de todo el proceso.

Pero, sin dudas, la mayor objeción que puede hacerse a los nuevos programas es que ellos se estructuran casi con total independencia de los otros componentes esenciales, de lo que actualmente se entiende por currículum. Debe reconocerse que un nuevo programa de matemática - como de cualquier disciplina - si quiere significar un mejoramiento y una actualización, es un nuevo problema - mejor dicho un grupo de problemas - que se le plantea al sistema educativo. El nuevo programa requiere docentes capacitados para atenderlo, textos y guías para profesores y alumnos, medios audiovisuales a emplear, procesos de evaluación estructurados, metodologías adecuadas, etc. No es difícil reconocer que, en gran medida, los problemas que acusa la educación matemática en estos países son consecuencia de la solución independiente - o parcialmente independiente - que se da a cada uno de aquellos componentes.

La atención a todos los componentes de un curriculum se facilita si se institucionaliza el proceso necesario o se sistematiza en una actividad específica como un programa nacional.

Varios países latinoamericanos lo han entendido así y se encuentran ahora en ellos instituciones y programas dedicados al mejoramiento de la enseñanza de la matemática en todos sus aspectos. Por ejemplo, Brasil proyecta diseñar un curriculum de matemática completamente nuevo que abarque los grados 1 a 12 y que será tarea de una comisión designada por la Secretaría de Educación. Este proyecto incluye la obligación de formar un número conveniente de profesores y de capacitar a los que estén en servicio, para asegurar una atención adecuada del nuevo curriculum.

Las reformas de programas que se someten previamente a una experimentación sistemática y controlada revelan, precisamente a través de ésta y de manera elocuente, la necesidad de una atención coordinada a todos los componentes de un curriculum. Algunos países latinoamericanos - y es alentador observar que su número aumenta - han comenzado a plantear cambios y reformas por vía experimental. Algunos, como Venezuela, comenzaron la experimentación de nuevos programas en 1964 y después de 1969 los resultados de la experiencia se emplean para diseñar los nuevos currícula. Uruguay ha implantado nuevos programas en 1963 en varios liceos pilotos del país, pero no ha evaluado todavía los resultados de estos ensayos. También en Argentina se iniciaron cursos experimentales en 1963 en una decena de establecimientos de enseñanza media de Buenos Aires y del interior del país. Los resultados de estas experiencias y de otras realizadas inclusive a nivel primario, que alcanzaron tanto a contenidos como a metodología, se utilizaron para introducir modificaciones parciales en los programas oficiales.

Las sociedades de matemática y los grupos preocupados por el mejoramiento de la educación matemática - cuyo número aumenta en la región - le dedican esfuerzos cada vez más sistemáticos y más amplios, prestando una atención creciente a los problemas didácticos que aquella educación plantea.

El reciente Seminario Latinoamericano sobre el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia realizado por la Oficina de Ciencias de la Unesco para América Latina, en Montevideo, tuvo entre sus objetivos fundamentales indicar una estrategia para la consideración de la enseñanza de la ciencia en forma integral: se formaron grupos de trabajo y se produjeron informes tanto en relación a cada ciencia básica - incluyendo matemática - como en lo referente a cada uno de los aspectos fundamentales de su enseñanza, como ser, objetivos y evaluación, formación y actualización docente, materiales y equipos, tecnología educativa, actividades extraescolares, etc.

Aparece mucho camino por recorrer, todavía, pues la distancia entre proyectos de reforma de la enseñanza de la matemática, concretados en su mayor parte en el diseño de nuevos programas, y los resultados que se observan con su aplicación son índice claro de que quedan otros aspectos, tanto o más importantes, por atender. El análisis cuidadoso de las causas de este distanciamiento informará, incluso, sobre el tipo de cambios que el propio diseño de programas reclama.

Los programas son uniformes y no contemplan diferencias individuales; algunos fijan incluso el tiempo a dedicar a cada tema. Tampoco contemplan todavía, en forma adecuada, el aspecto instrumental de la educación matemática que cumpla la condición de que "la matemática debe ser enseñada de tal manera que pueda ser aplicada; o sea la enseñanza de la matemática debe proporcionar a los alumnos una herramienta notable y capacitarlos para utilizar todas sus posibilidades". Los nuevos programas siguen siendo en gran medida "logotrópicos" es decir con su mayor preocupación en la corrección técnica y en la coherencia lógica de sus contenidos.

V. Formación y actualización docentes

a) Formación

Los maestros primarios se forman, en general, en escuelas normales con estudios de 2 a 4 de duración, después de completada la enseñanza secundaria. Otro camino, que en general es coexistente con el anterior, es la formación en una facultad de educación, estando la capacitación matemática a cargo del departamento de matemática de la misma universidad.

En el primer caso, la formación matemática que reciben va poco más allá de una revisión de la aritmética estudiada en el ciclo secundario, complementada a veces con álgebra elemental de tipo tradicional y con algo de geometría informal. En el segundo caso la capacitación matemática pretende ser más amplia y abarca más temas.

Las reformas de estructura de los sistemas educativos de diversos ciclos y segmentos en la enseñanza básica, introducen variantes en las exigencias de formación docente correspondiente a cada uno.

No se prevee en ninguna de las modalidades de formación indicadas, actividades o estudios de post-grado para los profesores primarios en servicio. Es decir que la graduación recibida los habilita para enseñar en los niveles correspondientes durante toda su vida docente.

Se reconoce que, en general, la capacitación matemática de los maestros primarios es débil, a pesar de que, como se ha visto, el requisito previo para iniciar los estudios correspondientes es haber cursado completamente la enseñanza secundaria, por lo menos en sus ciclos inferiores.

La tendencia cada vez más marcada a intensificar la educación matemática en la escuela elemental y la importancia que se le atribuye para la formación posterior, junto a las nuevas técnicas y metodologías ideadas para atender esta tendencia, obliga a una revisión enérgica de la formación que se imparte a los docentes de este nivel.

La educación matemática en los primeros años dispone, precisamente, de muy serios resultados experimentales y de conocimientos bien establecidos de la psicología del aprendizaje. No parece por lo tanto disculpable que se encare la educación matemática en este nivel con metodologías intuitivas que actúen a espaldas de una información específica.

En algunos países de la región y, en general, como consecuencia de esfuerzos y preocupaciones de núcleos reducidos, se han comenzado a organizar algunos temas de la enseñanza de la matemática escolar utilizando los conocimientos de que se dispone respecto a los procesos y mecanismos del aprendizaje. En el Instituto Colombiano de Pedagogía (ICOLPE) se han realizado y se realizan ensayos y se han producido materiales. Se han realizado también ensayos y experiencias en el Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas de Santiago de Chile. Y no son éstos, felizmente, los únicos empeñados en tarea tan importante.

En cuanto a la formación de profesores de matemática del nivel medio las modalidades son semejantes a las anteriores, con las correspondientes diferencias de nivel. Una de ellas la constituyen las escuelas normales superiores o institutos del profesorado en los que después de completado el ciclo medio se cursan, en promedio, cuatro a ños de estudios. Parte de ellos dedicados a la formación matemática, parte a la pedagógica y parte a la cultural general.

La otra modalidad es recibir la formación que brinda la universidad a través de un plan de estudios atendido en la parte matemática por el departamento respectivo de la universidad y en lo que concierne a pedagogía por la facultad de educación.

Los otros departamentos toman a su cargo los cursos y actividades de cultura general.

No parece haber consenso respecto a los porcentajes que deben atribuirse a cada una de las tres áreas de la formación: matemática, pedagógica y cultural. Será difícil lograrlo, por otra parte, porque esos porcentajes dependen de las características con que se atienda a la formación en cada una.

Las exigencias varían también según el tramo de la enseñanza media en que enseñará el docente. En algunos casos para el ciclo superior se exige graduación de nivel universitario, incluso licenciaturas.

La capacitación matemática que se brinda a un profesor de nivel medio es variable. En algunos casos es comparable en extensión y en número de temas a los que se encuentran en los países más desarrollados. He aquí un ejemplo de ello que nos ofrece Costa Rica: conceptos básicos, álgebra, geometría, geometría analítica, cálculo, álgebra moderna, lógica, álgebra lineal, espacios vectoriales, variable compleja, ecuaciones diferenciales, estadística, análisis numérico y física.

En estos casos de fuertes exigencias técnicas el número de graduados es reducido, muy inferior al número que las necesidades del servicio requiere. Por otra parte, algunos de los que logran esta capacitación se dirigen a otros sectores, como la industria por ejemplo, donde los técnicos con esa formación logran mayor reconocimiento y mejores salarios que en la profesión docente.

Sería sin dudas muy importante determinar la eficacia que logran en la educación matemática los egresados que han cumplido programas de formación tan fuertes y determinarla, también, respecto a la que logran los docentes con formaciones más preocupadas por el área didáctica, particularmente si en ella se ha atendido en buena medida la didáctica especial, que sería en este caso la didáctica de la matemática.

Parece faltar la evaluación de distintas modalidades de formación docente. Sus resultados podrían ser decisivos para lograr docentes de matemática que conozcan su oficio, que lo ejerzan con eficiencia y que puedan contribuir a su mejoramiento permanente.

La figura de profesor de matemática de un nivel dado no aparece definida. Se ha concretado cada vez más la necesidad de hacerlo al punto que una de las recomendaciones del Seminario Latinoamericano sobre el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia mencionado antes, está dirigida a que se preste atención a este aspecto importante de la enseñanza científica.

Esa determinación - desde luego que en sus líneas básicas imprescindibles - obligará a revisar los currícula de formación y las estrategias para implementarlos. En esta revisión, la coordinación entre los diversos componentes del curriculum de formación y la relación entre la formación y la función para la cual se capacita, segura -

mente deben revisarse y ajustarse. En algún momento de la formación el curriculum que la rige y el curriculum escolar para cuya atención se capacita al futuro docente deben ser semejantes en todos sus aspectos esenciales; es decir, diferirán solamente en amplitud y profundidad, pero no en naturaleza. De otra manera - y ello parece verificable, por lo menos a través de la propia opinión de los egresados de establecimientos de formación docente - seguirá en pie una cierta sensación de alienación en aquella formación, tanto en la parte científica como en el aspecto didáctico.

De las consideraciones anteriores se desprenden algunas de las condiciones que se requieren del personal técnico que tenga a su cargo la formación docente. Este personal debe ser altamente capacitado, tanto técnica como metodológicamente para la enseñanza de la matemática; debe conocer, además, detalladamente los propósitos de la educación al nivel escolar correspondiente, así como los objetivos y contenidos de programas y planes de estudio que lo integran. Parece incuestionable que si no se dispone de este personal competente se compromete desde el comienzo el éxito de todo plan de formación.

b) Actualización

Los cambios y reformas en la educación matemática - como en toda disciplina- han puesto claramente en evidencia que para disponer de docentes calificados, la tarea de capacitación consta de dos etapas: una inicial.y a término, para brindarle la formación básica que permita considerarlo como tal y otra que, se extiende a lo largo de toda su vida docente.y que le permite mantenerse actualizado, es decir apto para actuar en el sistema educativo en todo momento. En otras palabras: una etapa inicial de formación básica y otra de educación permanente.

En la actualidad se está todavía lejos de una organización sistemática de la educación permanente del docente y establecer las pautas de esa organización será, sin dudas, una de las grandes tareas del futuro inmediato. Las instituciones formadoras de docentes - que serán seguramente las que deban encargarse de la parte técnica de esta tarea - tendrán que sufrir transformaciones importantes en su estructura y en su forma de trabajo.

En los países de la región - y como consecuencia de los movimientos de reformas y cambios en la forma en que, en general, se han planteado - una de las actividades más extendidas en el tiempo y en el espacio son las de actualización docente. Se han realizado de variadas formas: de duración variable, durante el mismo año lectivo o como cursos sabatinos o de verano, como cursos, seminarios o ciclos de conferencias, facultativos o compulsivos, nacionales o regionales, etc.

En algunos países se han institucionalizado en forma de programas nacionales o como tareas sistemáticas de instituciones determinadas.

Las actividades de actualización o capacitación comenzaron a realizarse - en formas muy variadas en naturaleza y en amplitud - prácticamente desde el comienzo de la implementación de nuevos programas de matemática. Los proyectos de reformas incluían, en general, la necesidad de actualización o capacitación como uno de sus capítulos.

Pero si bien en todos los proyectos aparecía este capítulo, en ninguno había precisiones, ni siquiera en algunas líneas muy generales, respecto a este aspecto fundamental de la capacitación docente. Los resultados de la experiencia recogida, junto a la opinión de los propios docentes usuarios de las actividades realizadas, fueron pre cisando poco a poco las características de un proceso nuevo que, comenzado con las pretenciones de un "shock" de capacitación - que se suponía, por lo tanto, breve y eficaz - va evolucionando hacia un concepto muy rico y de gravitación decisiva en todo sistema educativo: la educación permanente del docente.

Pronto comenzó a reconocerse que no podían ser tan breves y que no siempre eran eficaces. La expansión de la matrícula fue más rápida que los programas o las tareas de capacitación. El informe de Argentina dice textualmente: "La actualización del personal docente de matemática, problema que existe en la mayoría de los países que intentaron la reforma, no tiene perspectivas de solución general a corto plazo".

Y más adelante, al indicar que el número estimado de docentes de matemática en el nivel medio en aquel país alcanza a 7.000, se señala en el mismo informe que "Los cursos de actualización y perfeccionamiento no pueden comprender, por las razones expuestas, sino a una parte reducida del personal en actividad, al menos mientras se empleen los métodos que se utilizan actualmente".

Junto a los problemas de cantidad fueron apareciendo, a lo largo de las actividades realizadas, indicadores relativos a su eficiencia. Es así que pueden apreciarse cambios de modalidades de trabajo y una mayor atención a su evaluación, que va llevando al diseño de nuevas estrategias que se concretan en verdaderos proyectos. En el Brasil se comienza a encarar esta tarea como actividad en grupos, con aplicación de métodos modernos como la enseñanza dirigida a la dinámica de grupos; cursos por televisión refuerzan y amplían estos ensayos. Los grupos que se han formado en varios puntos del Brasil bajo el nombre de Grupo de Estudio para la Enseñanza de la Matemática como el G.E.E.M. de São Paulo y G.E.E.M.P.A. de Porto Alegre, se preocupan de los problemas de actualización docente experimentando modalidades que apoyan en forma cada vez más decidida la participación activa del docente en su propia actualización y capacitación. En estas actividades, como los llamados grupos de Estudio y Orientación del G.E.E.M.P.A., se fomenta el trabajo en equipo de profesores que se reunen semanalmente para planear y discutir las actividades desarrolladas en sus clases.

El informe de Chile es muy elocuente en señalar la evolución de la concepción y de las estrategias de implementación de la actualización docente en matemática. En este país comenzaron las preocupaciones por la actualización como una respuesta a las exigencias de la reforma de su educación matemática; hoy tienden en forma cada vez más decidida a contemplar las necesidades de la educación permanente del docente como tal. En lo que concierne al nivel de Educación General Básica, los cursos y seminarios de actualización, atendidos por varias entidades, alcanzaron en 1970 al 15% del total de docentes del nivel que se situaba alrededor de 38.000 en total. "A partir de ese año se decidió terminar con la realización de cursos aislados, de corta duración y se puso en marcha el Plan PEMEB:"Perfeccionamiento en Matemática para la Educación Básica", dice el informe respectivo. Es un plan a cuatro años y se espera atender con él el problema de la formación matemática de los docentes en ejercicio, y hacerlo a nivel nacional. Para llevar a cabo este plan - que contempla el perfeccionamiento en matemática de los 46.000 profesores de Educación General Básica, se organizaron más de 100 Comités de Matemática de Educación Básica (CODEMA) con un promedio de 30 profesores cada uno. Cada CODEMA propuso un Consultor que sería entrenado en el Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (C.P.E.I.P.) de Santiago.

Una evolución semejante en este terreno se ha operado en la Enseñanza Media en Chile. El informe dice textualmente: "La capacitación de docentes por medio de cursos ha sido un proceso lento, recibiendo del profesorado organizado, críticas al respecto. En el IV Encuentro Nacional de Profesores de Matemática y Física, realizado en setiembre de 1971, se dejó constancia de la falta de un perfeccionamiento organizado y masivo para todos los docentes de la asignatura. A partir de 1972, y de acuerdo a la política educacional del actual gobierno, el Departamento de Matemática, respondiendo a la inquietud de los profesores, ha iniciado el sistema de perfeccionamiento a través del Taller de Educadores, proyecto experimental destinado al autoperfeccionamiento masivo del profesorado". "Los Talleres de Educadores -sigue diciendo el informe- constituyen parte de una política de perfeccionamiento que permite la participación consciente y directa de los trabajadores de la educación en la formación y superación del sistema educacional a través de la realización de proyectos específicos planificados y ejecutados por los propios talleres". El Ministerio de Educación autorizó, por un Decreto, la suspensión de clases el último día lectivo de cada mes, para permitir la constitución y funcionamiento de los Talleres.

Perú está encarando también a través de programas orgánicos, las tareas de capacitación docente para atender las necesidades de su Reforma educativa. En los CEPRE - Curso de Entrenadores para la Reforma Educativa - se atienden, en las diversas especialidades, a maestros de Educación Básica Regular y Laboral para iniciar con ellos el reentrenamiento docente en gran escala. El Programa de Formación de Líderes de la Enseñanza de las Ciencias está destinado a la formación de Unidades de Ciencia, en diferentes regiones del Perú, para apoyar a los Entrenadores en su propia tarea.

En Venezuela los cursos de actualización en la Enseñanza Media comenzaron en 1963 y se complementan con la realización, a nivel nacional, de Seminarios de Implementación destinados al cambio de ideas y a la consideración de los programas actualizados de matemática para maestros primarios y profesores del ciclo medio.

Algunas instituciones nacionales, como el Instituto Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias (INEC) en la Argentina, realizan tareas de actualización y perfeccionamiento a nivel regional, participando en programas y actividades de organismos internacionales como la OEA y la Unesco.

Algunos proyectos realizados con apoyo de las Naciones Unidas y de la Unesco como la Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media (EFPEM) en Guatemala y el Proyecto de Formación de Profesores de Enseñanza Media de la República Dominicana, atienden la actualización docente con programas de profesionalización, es decir con programas que permiten a los docentes no graduados obtener un título docente habilitante.

Los países latinoamericanos presentan, como se ve, un panorama muy variado en lo que respecta a las actividades agrupadas bajo el nombre común de actualización docente, o de algunas otras denominaciones equivalentes. Su implementación ha traído al primer plano problemas nuevos que plantean interrogantes que esperan respuesta. Entre ellos: ¿Qué relación debe existir entre formación y actualización? ¿En qué medida y con qué amplitud necesitan actualización los profesores graduados en relación con los empíricos? ¿Las tareas de actualización no se inspiran en las técnicas de formación que rigen en las instituciones formadoras de docentes? ¿Para los profesores empíricos alcanza con actualización en algunos capítulos de matemática, cuando en la formación se atienden las tres áreas indicadas antes de formación técnica, pedagógica y de cultura general?

¿No será necesario distinguir entre actualización para los graduados y profesionalización para los no graduados, de manera que no resulte ostensible, en su quehacer docente, la diferencia entre formación y una actualización ad-hoc? ¿No será necesario distinguir entre actualización y perfeccionamiento? ¿Cómo institucionalizar la educación permanente del docente? ¿Seguirá confiada a otros organismos distintos de los encargados de la formación docente, o será necesario transformar profundamente a éstos para hacerlos capaces de esta nueva tarea? ¿Qué significa la evaluación en los cursos de actualización? ¿Qué pasa con los docentes que no alcanzan los mínimos que esa evaluación puede exigir?

Podría extenderse la lista de interrogantes y el levantarlos es un mérito más de este nuevo tipo de actividades. Con ellos se han visto nuevos aspectos del problema didáctico, al punto que la propia formación docente puede utilizar algunos de los resultados de esta nueva experiencia. Basta recordar la atención creciente que en ella se concede al trabajo en equipo. Esta modalidad era prácticamente desconocida y cada docente, detrás de la puerta de su aula, estaba sólo con sus errores y con sus aciertos. El trabajo en equipo - técnica cuya introducción debe iniciarse durante la formación - permite una verdadera experimentación permanente a lo largo de todo el sistema y hace posible, por lo tanto, un mejoramiento también permanente de la educación matemática. Además, la formación encuentra en la actualización de docentes graduados una forma de evaluación de sus propios productos.

VI. La situación del personal docente

Para los docentes de matemática, como para todos los seres humanos, las condiciones materiales y sociales en que se les coloque tienen una enorme repercusión en la dedicación, en el entusiasmo y en la eficacia con que atiendan sus obligaciones. Los bajos salarios - en general - producen una selección que no es precisamente la que reclaman las exigencias crecientes que se le plantean a la educación.

Los sistemas de remuneración por horas de clase lleva a situaciones en las que se atienden 40, o más, horas lectivas por semana.

El régimen de dedicación exclusiva progresa lentamente en los niveles pre-universitarios. La lentitud responde, más que a razones económicas, a una concepción del docente no superada todavía totalmente y en la cual su tarea se reduce al "dictado de clases". Si se observan los planos de los edificios escolares existentes o proyectados, se apreciará que, en general, no se preveen las instalaciones que un régimen de dedicación exclusiva hace necesario para la permanencia del docente en el establecimiento atendiendo tareas que no son las de dictar una clase.

La gran carga docente a que obliga la necesidad de obtener un salario adecuado-o el agregado de otras tareas, a la labor docente - dificulta, tanto material como anímicamente, las posibilidades de actualización y de perfeccionamiento.

Medidas como la exoneración parcial de tareas, o sistemas más amplios como el régimen del año sabático, pueden aliviar la situación.

Si a estas condiciones materiales se une el aislamiento en que todavía se encuentra, en general, para superar las dificultades técnicas y didácticas que enfrenta en su quehacer en el aula, se configura un panorama que puede explicar mejor algunos resultados.

En algunos países latinoamericanos como Colombia, por ejemplo, el cumplimiento correcto con tareas de actualización y de perfeccionamiento significan un ascenso del docente en el escalafón correspondiente. Es éste un sano principio que merece extenderse pues, a la vez que incorpora un aliciente para superarse, va ubicando en el sistema en las tareas de mayor responsabilidad al personal más competente.

En pocos sectores, como en el de la educación, la simple antigüedad no dice nada por sí misma y, a la vez, la antigüedad calificada es condición esencial para su propia evolución.

VII. Textos y publicaciones didácticas

Una de las consecuencias de los movimientos de reforma de la educación matemática en la región ha sido la producción de textos para los niveles primario y medio;en algunos casos aparecen acompañados por guías para el profesor y para el alumno. La producción de textos para profesores y para niveles superiores ha sido más reducida. Se han incrementado, también, las traducciones al español de textos extranjeros.

Lamentablemente las publicaciones dedicadas a problemas de la enseñanza de la matemática no han experimentado un desarrollo comparable.

La política para la producción de textos presenta varias modalidades - en la región, desde la institucionalización de su diseño y publicación, como el Departamento de Textos Escolares en Ecuador y el Departamento de Producción de Material Educativo en Paraguay, hasta los producidos por un autor libremente o por un grupo de docentes, y que mantienen el carácter de producción comercial, pasando por aquella en que el Estado adopta como textos oficiales algunos producidos privadamente, como el caso de Chile y Uruguay.

Esta variedad de políticas pone en evidencia que, en general, el problema texto se resuelve aisladamente o por lo menos que no se trata como una de las partes que es necesario diseñar conjuntamente con la elaboración de un curriculum.

Las costosas ediciones que hacen algunos y que le dan por lo tanto, el aspecto de definitivos, hacen pensar que hubieran superado ya la etapa experimental. Sin embargo la experimentación de este tipo de materiales recién comienza en la región y en forma esporádica. Uno de los ejemplos es el de la serie de textos de matemática para los 6 años de la escuela primaria que estará completa para 1975, producida por el Departamento de Producción de Material Educativo en el Paraguay. Se prueban en escuelas piloto los textos diseñados y se brinda entrenamiento a los docentes que van a utilizarlos.

Los "Cuadernos de Trabajo" de matemática que se producen en el Perú para maestros y alumnos están siendo también evaluados.

El Banco del Libro de Venezuela está concluyendo la elaboración de un instrumento dirigido a permitir la evaluación de textos de enseñanza. Un texto de enseñanza en general - y en especial para una disciplina con las características y las exigencias lógicas de la matemática - se estructura para un usuario que se supone ubicado en un cierto tramo de un sistema educativo, lo que más cuenta es el tramo de edad intelectual en realidad, y que debe "cumplir" un cierto programa de aprendizaje. Por mucha información que se tenga, será altamente improbable diseñar un texto que cumpla plenamente con su cometido si no se ha sometido antes a la experimentación. Pasa con los textos lo que ya se observó antes respecto a los programas. Esta analogía de destinos es una verificación más de que ambos son dos componentes de ese conjunto orgánico que constituye actualmente un curriculum.

La ausencia de experimentación, es decir la falta de "opinión" por parte del usuario es lo que explica, en parte, que la mayoría de los textos luzcan un aspecto demasiado formal, demasiado técnico, demasiado unilateralmente preocupados por los temas. Todavía los textos, como los programas, son marcadamente logotrópicos.

¿En que se diferencia un texto de un tratado? ¿En qué se diferencia el tema número racional, por ejemplo, en sus presentaciones en ambos? La respuesta que generalmente se obtiene a esta pregunta contendrá términos como "amplitud", "profundidad", "enfoque", etc. Pero ¿son éstos términos operacionales como para manejarlos en el grado que el texto reclamaría? Es precisamente la experimentación - y aún con aproximaciones que se irán ajustando sucesivamente - la que puede informar sobre estos aspectos.

Además, el diseño de un texto - como el de un programa o el de otros componentes de un curriculum - es tarea interdisciplinaria en la que deben figurar además de los técnicos de la asignatura en cuestión, educadores, psicólogos, etc. Basta recordar los resultados que hoy se conocen respecto a la psicología del aprendizaje y a las diversas etapas que recorre la mente del niño en el proceso complejo de la conceptualización. Muchas veces se censura a los alumnos que aprenden de memoria un cierto tema. ¿Estamos seguros de que lo podían aprender de otra manera? A priori será, seguramente, muy difícil determinarlo.

Las preocupaciones crecientes por la evaluación de textos y materiales se concretarán en el futuro en estrategias más adecuadas para su diseño.

De todas maneras los textos y guías producidos en la región significan un progreso importante en este aspecto de la educación matemática. El incremento mismo de su producción regional por una parte y los esfuerzos por presentar nuevos contenidos y por complementarlos, en algunos casos, con guías para alumnos y para profesores, por otra, constituyen contribuciones positivas.

Debe tenerse también presente que vale para ellos la misma observación que se hizo respecto a los currícula: en su gran mayoría, ellos constituyen la primera respuesta - generalmente no evaluada y no experimentada - a las preocupaciones por producir bibliografía que colabore en el mejoramiento de la educación matemática.

Hay también en la región producción de otros materiales. Puede citarse el ejemplo de las Cajas de Matemática diseñadas y construidas en el Paraguay con materiales de bajo costo. Es este un sector que debe desarrollarse, por su importancia para la enseñanza.

Las observaciones anteriores no apuntan únicamente a los textos producidos en la región - y por ello no constituyen una crítica - pues el problema textos es un problema abierto y aumentan las experiencias tendientes a la producción de otros materiales - cuadernos de trabajo, fichas de aprendizaje, etc. - que si no llegan a substituirlos, por lo menos tienden a transformarlos en gran medida. Estos nuevos materiales, más ágiles, más flexibles, que reclaman una participación más activa del alumno, permiten atender mejor las diferencias individuales, tarea que para el sistema del texto - y único - que todavía rige en general en estos países, es prácticamente imposible.

Lo dicho anteriormente se refiere a los textos y materiales que podrían llamarse escolares. Pero, tanto la formación docente como la actualización y el perfecciona - miento tienen también sus problemas en el terreno bibliográfico.

En primer término se reconoce, a través de los informes que existe escasez de material en idioma español y portugués. En segundo término, no siempre se determina adecuadamente el material que conviene emplear en las actividades de actualización a las que llegan docentes de muy distinta procedencia, con capacidades, conocimientos previos y necesidades muy distintas. Si en la enseñanza se hace necesario el material flexible, en este caso se hace imprescindible, pues de lo contrario se producen frustraciones, y los resultados son contraproducentes. Una gama de textos que comience por textos escolares y termine en tratados, puede permitir al interesado tomar el material que le conviene para comenzar. El informe de Paraguay da cuenta de un curso de actualización organizado por la Comisión para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias (COMENCI) desarrollado en base al texto de Papy "Matemática Moderna", Tomo I.

Además, una bibliografía ordenada por complejidad creciente y comentada puede orientar eficazmente al docente para que continúe su autoperfeccionamiento.

Llama la atención que no se haga un uso más amplio y más sistemático de materiales programados para la actualización y la formación docentes.

Pero donde la escasez es más marcada es en lo referente a material bibliográfico dedicado a problemas de didáctica de la matemática, particularmente publicaciones periódicas y artículos en revistas de matemática.

Algunas asociaciones de matemática de la región publican revistas, boletines y artículos sobre este tema. Pueden citarse la Revista de la Asociación Nacional de Profesores de Matemática de México, el Boletín de Matemáticas de Colombia expresamente dirigido a profesores de enseñanza media y estudiantes avanzados.

La colección de monografías científicas publicadas por la OEA contiene una serie de matemática que comprende varios volúmenes; su nivel es, en general, elevado para el profesor corriente de enseñanza elemental, y las preocupaciones no son didácticas.

En Buenos Aires sigue publicándose la revista "Conceptos" con artículos y bibliografía para docentes de primaria y media, editada por el profesor José Banfi.

Parece, entonces, impostergable dotar a la región con una publicación periódica dedicada a la didáctica de la matemática. Es mucha la información que se puede brindar, pues la actividad en este campo en el mundo es cada vez más amplia. La Comisión Interamericana de Educación Matemática o alguna de las organizaciones internacionales, como la OEA o la Unesco, podrían prestar una colaboración importante, principalmente como entidades que centralicen y patrocinen la tarea.

VIII. Asociaciones matemáticas

Las asociaciones, sociedades o grupos que reunen a personas interesadas por el desarrollo de la matemática en Latinoamérica responden a dos tipos de preocupaciones: el desarrollo de la matemática misma y el mejoramiento de su enseñanza. En su comienzo estaban dirigidas, casi exclusivamente a propiciar un mejor conocimiento de la matemática y a promover la investigación. El contenido de sus publicaciones y los temas de las órdenes del día de sus reuniones, lo indicaban claramente. Pero las preocupaciones por la renovación y el mejoramiento de la enseñanza alcanzaron a estos grupos y sus actividades - y aún sus estructuras - comenzaron a prestar atención a estos nuevos reclamos.

Aparecieron, a la vez, asociaciones o grupos dedicados exclusivamente a la educación matemática.

Que el acercamiento entre ambas preocupaciones en este campo es altamente beneficioso es un hecho más que reconocido y proclamado; es ya un lugar común.

No obstante, el número de asociaciones que reunen a docentes de todos los niveles es reducido; y además, en algunos países, las que existen, no desarrollan la actividad en la medida en que las necesidades y las preocupaciones por una mejor educación matemática lo reclaman.

Ya se ha comentado el aislamiento en que trabaja, en general, el docente y como es difícil, por vía oficial, promover el contacto y el intercambio de información y de experiencias entre ellos. Es precisamente a nivel de asociaciones o grupos profesionales donde puede promoverse y mantenerse ese intercambio.

El Comité Interamericano de Educación Matemática ha promovido la formación de Grupos Nacionales. Es ésta una tarea que merece el máximo apoyo. Si cada país tiene un grupo activo y esos grupos se mantienen en contacto - como era también intención del Comité - se montaría en la región un circuito muy amplio en el que el intercambio de experiencias en este terreno adquiría una dimensión muy superior a los esfuerzos que se hacen localmente.

El ejemplo de este tipo de actividad que llevan a cabo los profesores de matemática de la enseñanza pública en Francia, agrupados en la Association des Professeurs de Mathematiques de l'Enseignement Public, puede servir de excelente modelo. La existencia de estos grupos puede facilitar el estudio de problemas determinados a escala regional. Una recomendación del Seminario Latinoamericano para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia fue, precisamente, que se constituya un grupo de trabajo para diseñar un curso de introducción de la probabilidad, la estadística y la computación en los niveles elementales y que ese curso se experimente a nivel regional.

Las diversas asociaciones de matemática han desempeñado un papel de importancia y amplitud crecientes en la actualización de profesores de matemática a través de cursos, conferencias, seminarios, publicaciones, etc. Han contribuido también al mejoramiento de la educación matemática en sus múltiples aspectos con la organización de congresos nacionales y aún regionales.

El problema de la escasez de publicaciones dedicadas a la didáctica de la matemática, que se indicó antes, puede encontrar - y es el lugar más indicado - en estas asociaciones una buena parte de su atención. Como la organización y mantenimiento de una publicación periódica es, en general, problema difícil en la región, puede ser atacado, precisamente, a nivel regional. Centralizado en alguna organización internacional que actúe en la región y con la participación de las asociaciones nacionales puede encontrar una vía de realización.

La existencia y la actividad de asociaciones matemáticas en el campo de la educación, dará siempre la medida de hasta donde el problema del mejoramiento de la enseñanza de esta disciplina fundamental es el problema de los docentes y de los matemáticos profesionales, es decir en que medida es éste "su" problema.

Un repertorio de las asociaciones y grupos, existentes en la región, vinculados a la educación matemática, con los datos que permitan ponerse en contacto con ellos, junto con una información permanente respecto a las actividades realizadas y proyectadas puede servir de motivación recíproca y facilitar el intercambio de experiencias.

IX. La educación matemática a nivel universitario

El movimiento de modernización de la matemática llegó, en primer término y como es natural, a las universidades latinoamericanas, particularmente a aquellas que formaban profesionales, licenciados y doctorados, en esta disciplina.

Los miembros de su personal, a través de su graduación o de estudios de post-grado en el exterior y de su participación en reuniones internacionales, tenían más oportunidades de estar en contacto directo con el ambiente matemático y con los nuevos desarrollos.

También, como ya se señaló antes, las primeras actividades de actualización y perfeccionamiento en matemática se realizaron a este nivel.

Para la expansión de la matrícula universitaria incorporó un nuevo elemento a los cambios de la educación a este nivel, más allá de aquellos dirigidos exclusivamente al aspecto técnico producidos al comienzo: los cambios en su didáctica.

La década del 60 está marcada por cambios de planes, programas y estructuras, como lo señalan con detalles los respectivos informes nacionales.

Las preocupaciones se concretan en una mejor capacitación a través de la organización de ciencias matemáticas como maestrías, licenciaturas, doctorados y post-grado, en la incorporación de nuevos temas de estudio y aún de nuevos títulos (computador, por ejemplo),y en la capacitación profesional de sus docentes.

Algunos países como Argentina, Brasil, México, por ejemplo, tienen una mayor tradición en lo que concierne a cámaras matemáticas a nivel universitario. La expansión del alumnado hace sentir en ellos con más rigor la falta de personal docente.

El informe de Brasil indica que después de la Reforma Universitaria de 1966 los antiguos Departamentos de Matemática se reunieron en los Institutos de Matemática que pasaron a ser las unidades encargadas de toda la enseñanza de esta asignatura. Y agrega textualmente: "Existe una gran demanda de profesores calificados para atender a las necesidades elementales de los Institutos de Matemática. Un gran esfuerzo ha sido hecho por los Ministerios de Planeamiento y de Educación apoyando la post-graduación a un buen nivel, para obtener profesores bien preparados, necesarios para una enseñanza de buena calidad".

El informe de Bolivia consigna que "hacia 1969 el Instituto de Ciencias Básicas ofrecía la carrera de matemática, pero como no existían profesores idóneos para las asignaturas más evolucionadas de la matemática, la formación era deficiente y apenas alcanzaba a la parte común a la ingeniería o a la economía". Y más adelante agrega : "En el ámbito universitario no se tiene ninguna experiencia para la actualización y perfeccionamiento de los docentes universitarios de matemática que, por su formación básica original no pueden constituirse en núcleo generador de investigación y perfeccionamiento". Aún enfrentando dificultades de este tipo se introdujeron algunas asignaturas nuevas en la enseñanza universitaria, como la investigación operativa y la computación, llegándose a la creación del Centro de Cálculo en la Universidad de La Paz.

El informe de Colombia señala que, a partir de 1968, la introducción de los cursos de post-grado significó cambios importantes en los estudios de nivel superior. Se posibilitó así - con un sistema más flexible de créditos - la continuación de estudios superiores que conducen a la obtención de una maestría en matemática. En cuanto a los estudios de nivel del doctorado el informe indica que posiblemente podrán llevarse a cabo en los próximos años, como consecuencia de un plan de envío de egresados al exterior. Anota que en los últimos cinco años han viajado al exterior alrededor de 40 profesores para obtener grados de Master o Doctorados.

El informe destaca también la importancia creciente que se asigna a los conocimientos de matemática en los exámenes de admisión a la universidad. Ellos significan un 50% para la mayoría de las carreras y el 66% para Ingeniería y Matemáticas. Estos dos aspectos, la preocupación por los grados universitarios en matemática, ya organizados en el país o como post-grado en el exterior, y la importancia creciente de los conocimientos matemáticos en la formación básica universitaria, están presentes, en general, en todos los programas de reformas.

Un tercer aspecto lo constituye la introducción de estudios de computación, que llevan a nuevos grados, en algunos casos, y a la creación de Centros de Cálculo o de Computación.

El informe de Perú, entre las razones que han motivado la creación del Grado de Magister en Matemática - a partir de 1971, y que se considera como el hecho más importante dentro de los esfuerzos de las universidades por mejorar la organización de las carreras científicas y tecnológicas - incluye las siguientes: "Que enviar al exterior jóvenes egresados para realizar estudios de Magister y de Doctor conlleva los riesgos bien conocidos de la desadaptación del estudiante a su país de origen". Y "Que es necesario tener un programa de formación y reentrenamiento de profesores de las 34 universidades con que el país cuenta actualmente".

La mayor importancia atribuida a la formación matemática en los ciclos básicos de las carreras profesionales o en los cursos pre-universitarios correspondientes, han llevado y agudizado, a nivel universitario los problemas del rendimiento estudiantil. En los niveles elementales el fracaso en las pruebas y tests de matemática sigue siendo problema endémico, en general, y ha sido uno de los factores importantes para revisar metodologías, planes y programas de estudio. En cierta forma análoga comienzan a plantearse estos problemas en las universidades, particularmente en las carreras en las que la matemática es una disciplina de apoyo.

En la Universidad Autónoma de Nicaragua, los estudiantes de ciencias económicas y de arquitectura elevaron su protesta por su bajo rendimiento en las pruebas de examen, que, según su entender - y así lo manifestaron en sus reclamos - era debido a la falta de capacidad didáctica de sus profesores. Una primera respuesta de la autoridad competente fue organizar cursos de pedagogía para los profesores de la Universidad. Estas preocupaciones - y la no superación de la situación - llevaron a aquella casa de estudios a la organización y a la realización del Primer Seminario Nacional de Pedagogía Universitaria que tuvo lugar en los Núcleos de Managua y de León en el mes de abril de 1972. En él se discutieron temas de pedagogía universitaria, problemas de evaluación y métodos de enseñanza y se analizó la importancia de la investigación científica y de las relaciones humanas en este terreno. Los diversos puntos de vista y los resultados de las discusiones se concretaron en varios capítulos de recomendaciones.

El ordinal "Primer" que figura en la denominación de aquel seminario, además de indicar la posible intención de continuar con otros, puede tomarse como el anuncio de próximas reuniones de este tipo en la región.

Los problemas de didáctica universitaria no son privativos de la región. En Alemania, por ejemplo, se les asigna una gran importancia, abarcando una gama muy amplia de aspectos, y la organización de los Centros de Didáctica Universitaria, de los que ya hay varios - seis o siete - constituyen una forma de institucionalizar el problema: se subraya la importancia en la organización de esos centros, de que cada universidad constituya el suyo, para poder atender, así, en forma específica sus propios problemas, antes de llegar a instituciones de dimensión nacional.

En algunos países de la región, como el caso de Argentina, se han sistematizado las preocupaciones por los problemas en este campo.

La expansión de la matrícula que hace más aguda la carencia de profesores calificados y que hace elevar a la categoría de docente universitario a graduados que no han recibido ninguna preparación específica para la enseñanza, agudizará este problema y los diversos países se verán impedidos a idear estrategias para enfrentarlos.

La organización universitaria por institutos o departamentos, con personal limitado y escasos recursos, obliga a dictar cursos que, a pesar de ser únicos, van dirigidos a estudiantes de distintas carreras desde las profesionales como arquitectura o ingeniería o agronomía a las licenciaturas de matemática, pasando por las docentes,La acusación de falta de flexibilidad de los programas de matemática únicos a nivel elemental que impide una atención individual de los alumnos, alcanza, en esta situación, a estos cursos. Un curso de matemática para un ingeniero no puede tener las mismas características que un curso para un futuro profesor que debe enseñarlas, además de saber aplicarlas.

Los profesores de didáctica especial de la matemática conocen muy bien los inconvenientes que para la formación docente representa esta falta de especificidad de los cursos de matemática que se brindan en estas condiciones. La recíproca es también cierta pues, por ejemplo, qué significaría para un agrónomo un curso de análisis donde el énfasis estuviera en los fundamentos.

Hay aquí un problema general que, al abandonarse la enseñanza selectiva de la matemática - cuando la población universitaria era una élite de vocación definida y de capacidades adecuadas en general - para enfrentar obligaciones de enseñanza masiva,ha adquirido dimensiones muy marcadas. Una enseñanza de tipo uniforme obliga al interesado a realizar la transferencia de los conocimientos al campo en que debe actuar y es fácil reconocer que en esta posibilidad de transferencia radica uno de los aspectos más difíciles de la verdadera educación matemática.

X. Actividades extraescolares

El proceso educativo se amplía constantemente, y en particular, con actividades que están fuera de la educación llamada formal, es decir de la que administran los institutos de enseñanza. Dentro de ellas forman un grupo especial las que se conocen particularmente bajo la denominación de extra escolares. A pesar de esta denominación, pueden no ser ajenas a la escuela; son en realidad ajenas a los planes de estudio y a las obligaciones propiamente escolares.

En ellas se integran una gama muy amplia de actividades: clubes de ciencia,o clubes de matemática en particular, congresos de jóvenes, ferias de ciencias, olimpíadas científicas - particularmente olimpíadas matemáticas - etc.

La matemática, por su propia naturaleza y por los exiguos recursos materiales que exige para cultivarse, es particularmente apta para este tipo de actividades. Y dentro de las dedicadas a ella, las olimpíadas son las que han adquirido mayor desarrollo, tanto en la región como en el exterior. Pero no son las únicas; en las ferias de ciencia y en los congresos científicos de jóvenes aparecen trabajos dedicados a la matemática y con algo de originalidad.

Los informes nacionales dan cuenta de estas actividades. El Brasil - que en cierto modo es pionero en este campo de actividades científicas extraescolares a través del Instituto Brasileño de Educación, Ciencia y Cultura (IBECC) - realiza ferias de ciencia y congresos juveniles regularmente y en gran dimensión. El GEEM - Grupo de Estudio para la Enseñanza de la Matemática de São Paulo - ha realizado dos olimpíadas matemáticas en 1967 y en 1969.

En la Argentina el Instituto Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia - INEC - y el Instituto de Matemática, Astronomía y Física - IMAF - de Córdoba, promueven y mantienen, en forma permanente, actividades de este tipo. Estos organismos tienen el apoyo del Ministerio de Cultura y Educación.

El informe de Argentina da detalles de organización que es interesante conocer. Dice al respecto: "La Primera Olimpíada Matemática Argentina se realizó en 1971 con la participación de más de 31.000 alumnos de escuelas secundarias. Luego de los certámenes escolares, regionales y provinciales se realiza una prueba escrita y otra oral, de carácter nacional y en la que surge el campeón y los ganadores de las distintas categorías. La Olimpíada Matemática está orientada por un Consejo Superior integrado por destacados matemáticos y la responsabilidad de la organización está a cargo de una comisión presidida por el Director de la Olimpíada, con sede en el INEC. Periódicamente se publica un boletín con problemas para que los candidatos se entrenen. Además incluye artículos de interés sobre matemática. El INEC ha encarado el seguimiento de los alumnos ganadores de certámenes y de participantes en general. Una consecuencia inmediata fue la creación del Círculo Matemático que se propone nuclear a los estudiantes aventajados en esa disciplina".

En el informe de Paraguay se da cuenta de la Olimpíada Matemática cuyo primer período tuvo lugar en 1971 abarcando 20 colegios con 1950 alumnos del 1er. año de enseñanza secundaria. El 2° período se realizó en 1972 incluyendo 5° y 6° grados de primaria y 1° y 2° de secundaria con 2.500 alumnos. En los próximos años se piensa extenderla a otros grados. Según el informe se aprecian algunos resultados positivos en los participantes.

La Unesco tiene gran interés en el desarrollo de las actividades científicas extraescolares. La Oficina de Ciencias de la Unesco para América Latina ha publicado en 1971 un folleto titulado "Guía para la Realización de Actividades Científicas Extraescolares de la Unesco".

Otros países de la región como Brasil y Venezuela, por ejemplo, han publicado materiales referentes a este campo.

Estas actividades tienen muchas veces carácter competitivo. Es fundamental ubicar correctamente este aspecto para no desvirtuar el carácter educativo que ellas deben tener fundamentalmente. El riesgo de que se deformen no es pequeño.

Programadas e implementadas como verdaderas actividades educativas, es decir con objetivos precisos y claros, con organización que permita hacer plausible su logro y con sistemas de evaluación para apreciar sus resultados, pueden prestar servicios importantísimos a la educación matemática, no sólo como complemento de la educación escolar sino como un verdadero campo experimental que, sin las rígidas condiciones de contorno impuestas a la educación formal, permiten una participación activa del alumno en el mayor grado, una exploración y afirmación de vocaciones matemáticas y el descubrimiento de talentos matemáticos que podrían, de otra manera, quedar ocultos.

Su importancia y el creciente desarrollo que acusarán en el futuro, hacen ver la conveniencia de que los docentes - tanto en actividad como en formación - sean motivados y entrenados para participar en su realización. En los cursos de actualización docente que realiza el IMAF, se informa en detalle a los participantes y se les da pautas para organizarlas e implementarlas. Es en los planes de formación docente donde parece faltar un capítulo dedicado a este sector de la educación.

Las actividades extraescolares en matemática, que son las que más fácilmente permiten un carácter competitivo - como olimpíadas y concursos - ofrecen un campo muy importante para contribuir a la evaluación de la educación matemática en el medio en que se realizan. Es de destacar que la información para esa evaluación llega tanto al docente, para apreciar los resultados de su labor, como al alumno para reconocer la extensión y la profundidad de su formación matemática. El sistema educativo mismo puede analizar y procesar los resultados e incorporarlos al proceso de evaluación general. Estos resultados le brindarán un tipo de información que las pruebas de exámenes o de tests pueden no suministrar en general; pues mientras en estas pruebas el problema es establecer mínimos de capacitación, en las actividades competitivas la cuestión es alcanzar máximos.

Algunos países latinoamericanos han comenzado a utilizar los resultados de actividades científicas extraescolares para evaluar la educación científica que los sistemas educativos brindan. El grupo de docentes e investigadores del IMAF vinculado a este tipo de actividades ha comenzado a trabajar en este proceso.

Es deseable que todos los países que realizan actividades extraescolares -particularmente en matemática- utilicen sus resultados para la evaluación de su educación matemática. Esta única finalidad podría justificar, incluso la realización de aquellas actividades. Si el circuito en que se realizan se amplía a la dimensión sub-regional o aún regional,se tendrían instancias muy valiosas para apreciar la educación matemática con un patrón más general.

* * *

Para este trabajo, preparado por el Prof. Oscar Dodera, se han tomado como base los informes presentados a la Tercera Reunión Interamericana de Educación Matemática y el informe preliminar redactado por el Prof. Horvard Fehr relativo a la educación matemática en siete países de la región.

Los interesados en conocer los informes mencionados, que se indican a continuación, pueden solicitarlos a sus autores o a la Oficina de Ciencias de la Unesco para América Latina.

Argentina, por Atilio Piana
Bolivia, por Moisés Arteaga Cabrera
Brasil, por Arago de Carvalho Backx y Luis Adauto Medeiros
Colombia, por Ricardo Losada Márquez
Costa Rica, por Enrique Góngora Trejos
Chile, por Teodoro Jaruffe A.
Ecuador, por Alonso B. Viteri G. y Guillermo Gastón Noroña Sosa
Guatemala, por Jorge Rodríguez Mahuad
Honduras, por Edgardo Sevilla Idiaquez
Paraguay, por José Luiz Benza
Perú, por César Carranza
Uruguay, por Enrique M. Cabaña
Venezuela, por José Alejandro Rodríguez

* * *

PARTE IV

A. ANTECEDENTES Y OBJETIVOS

1. Las conferencias anteriores

La Primera Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática tuvo lugar en Bogotá, Colombia, del 4 al 9 de diciembre de 1961. Las entidades auspiciadoras fueron la Comisión Internacional sobre Educación Matemática, adherida a la Unión Internacional de Matemáticos, que en aquel momento presidía el profesor Marshall H. Stone y la Organización de Estados Americanos (OEA). Contribuyeron a la realización de la Conferencia el gobierno de la República de Colombia, por intermedio del Ministerio de Educación y de la Asociación Colombiana de Universidades y varias instituciones internacionales (UNESCO, Fundación Nacional de Ciencias de los Estados Unidos, Fundación Ford, Fundación Rockefeller).

Los temas principales de la Conferencia de Bogotá fueron: a) la formación de profesores; b) el perfeccionamiento de profesores en ejercicio; c) el mejoramiento de la enseñanza de la matemática.

Las exposiciones y las recomendaciones de la Conferencia fueron publicadas en un volumen titulado Educación Matemática en las Américas I, que apareció simultáneamente en castellano y en inglés. La publicación estuvo a cargo del profesor Howard F. Fehr y de la sección de publicaciones del Teachers' College de la Universidad de Columbia (New York).

En esta Primera Conferencia se creó el Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM), destinado a dar continuidad a los proyectos e ideas discutidas en la Conferencia y a promover iniciativas tendientes a elevar el nivel y la eficiencia de las enseñanzas media y universitaria de la matemática. Este Comité quedó constituido por Marshall H. Stone (USA, presidente), Bernardo Alfaro Sagot (Costa Rica), Alberto González Dominguez (Argentina), Carlos Imaz (México), Alfredo Pereira Gómez (Brasil) y José Tola Pasquel (Perú).

Después de un período de 4 años de esfuerzos intensos en algunos países y actividad esporádica en otros, el CIAEM comprendió que había llegado el momento de hacer una evaluación de estas actividades. Existía la necesidad de consolidar los esfuerzos realizados, establecer medios de comunicación entre los países y de planificar, a escala continental, la enseñanza matemática que debía suministrarse para lograr el desarrollo económico y social de cada nación. Con estos objetivos en vista, el CIAEM organizó la Segunda Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática, que tuvo lugar en Lima, Perú, del 5 al 12 de diciembre de 1966. Los temas especiales de la misma fueron: a) revisión y examen de los problemas que se presentaban en la enseñanza de la matemática; b) examen de los programas que se debían implantar, para el estudio de la matemática, en las escuelas secundarias y cursos básicos de las universidades; c) la preparación, en cantidad y calidad, del número suficiente de maestros y profesores de matemática para las escuelas secundarias y universidades.

Durante la Conferencia fueron renovados los miembros del CIAEM, el cual quedó constituido de la siguiente manera: Presidente: Marshall H. Stone (USA); Vice-presidente: Luis A. Santaló (Argentina); Secretario: Juan J. Schaffer (Uruguay); Vocales: César Abuauad (Chile), Ricardo Losada (Colombia), Manuel Meda (México), Leopoldo Nachbin (Brasil), Edgardo Sevilla Idiaquez (Honduras), José Tola Pasquel (Perú).

El informe de la Segunda Conferencia fue publicado en un volumen titulado Educación Matemática en las Américas II que apareció en los tres idiomas castellano, inglés y portugués, bajo la dirección de Howard F. Fehr y gracias al apoyo de distintas instituciones (principalmente la Fundación Ford y la OEA). La edición castellana estuvo a cargo del Programa Interamericano para mejorar la Enseñanza de las Ciencias, con sede en Montevideo, dependiente de la OEA y dirigido por Andrés Valeiras.

2. La Tercera Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática

Para seguir con el período inicial de 5 años, la Tercera Conferencia debería haber tenido lugar en 1971. Diversas circunstancias motivaron que ello no fuera posible. En 1971, el profesor Marshall H. Stone, como presidente del CIAEM, hizo un recorrido por los países de América para recabar opiniones y discutir sobre el terreno la posibilidad de una nueva conferencia interamericana. Varios países se ofrecieron como sede. Se consideraron todas las posibilidades y, finalmente, el CIAEM aceptó la propuesta argentina de que se celebrara en la ciudad de Bahía Blanca entre los días 20 y 25 de noviembre de 1972.

Se analizaron luego los objetivos y temas a tratar. Los objetivos establecidos fueron: a) considerar temas referentes a la enseñanza de la matemática en todos los niveles, analizar métodos para obtener la máxima eficiencia, discutir los problemas que se presentan y proponer normas para una posible solución de los mismos; b) incrementar las relaciones entre las entidades de los distintos países relacionadas con la enseñanza de la matemática y, dentro de cada país, entre las instituciones y personas vinculadas con problemas educacionales en los distintos niveles, para lograr un mayor conocimiento mutuo y una mejor coordinación de esfuerzos y tareas; c) informar sobre los progresos realizados y dificultades encontradas en la enseñanza de la matemática en los distintos países de América desde la Conferencia de Lima de 1966.

En cuanto a los temas específicos a tratar, dentro de los objetivos generales y sin ser excluyentes, después de analizar varias posibilidades, se optó por los siguientes:

Tema I. La computación y su enseñanza en los distintos niveles. Se incluyó este tema en vista de la importancia creciente de la computación en todos los órdenes de la vida. Ello hace necesario dar la educación más conveniente para poder aprovechar al máximo las posibilidades que la computación ofrece en los diversos campos. La enseñanza de la computación al nivel terciario es generalmente admitida. Se trataba de analizar principalmente qué puede hacerse en los niveles secundario y primario.

Tema II. La matemática moderna en la primera enseñanza. Las conferencias anteriores se habían dedicado exclusivamente a la matemática de los niveles secundario y terciario. Habiéndose ya señalado y discutido los caminos a seguir en ellos, se consideró importante tratar los problemas que la reforma presenta en la escuela primaria. El problema es complicado y por esto ha aparecido tardíamente. Las dificultades encontradas en la enseñanza media aparecen aumentadas en forma exponencial, por el número de maestros, la dificultad de su actualización y la dificultad de conseguir textos claros y razonablemente buenos. En la primera enseñanza es donde, por una parte, todo el mundo se considera con capacidad para opinar y tiene luminosas ideas tan solo practicadas en experiencias familiares y, por otra parte, la metodología es tanto o más importante que los contenidos. Matemáticos y pedagogos están en igualdad de derechos y su coincidencia es muchas veces difícil. Por otra parte, la metodología, que forzosamente debe tener mucho de juego para interesar a los alumnos de edad temprana, corre peligro de convertirse en realmente tal y en vez de ser educado en matemática,el alumno se perdería en un mar de colores, flechas y reglitas, que manejará bien, pero con dudoso provecho. Es difícil lograr el justo medio, entre memorizar y comprender,entre la aridez del cálculo y la vaciedad de ciertos juegos multicolores y enunciados triviales. De aquí la importancia del tema, que preocupa universalmente y no puede ser dejado de lado. Por esto se incluyó en la Conferencia.

Tema III. La matemática moderna en las ciencias aplicadas y en las escuelas técnicas. Hay cierta creencia de que la matemática moderna no calcula y que, por tanto, toda ciencia o técnica que precise del cálculo debe mantenerse al estilo clásico. Aunque ya se ha dicho y repetido que la matemática moderna cuida el cálculo tanto o más que la clásica y que solamente huye, eso sí, de los cálculos inútiles, el tema presenta indiscutible interés y por esto se incluyó entre los principales de la Conferencia.

Tema IV. La transición de la escuela media a la universidad: ajustes en la enseñanza de la matemática en este período. Otro problema universal es la discontinuidad entre la matemática del ciclo medio y la del ciclo superior. Esta discontinuidad no es exclusiva de la matemática y de aquí la necesidad de cursos preparatorios o cursos de ingreso. En una organización ideal, el paso de un ciclo a otro no debería presentar ningún escalón superior al natural de un año a otro de estudios. Sin embargo esto no ocurre y conviene analizar las causas. Por otra parte también conviene pensar en el contenido de estos cursos de ingreso o preparatorios. ¿Deben ser los mismos para todas las carreras o, por lo menos, para todas las carreras científicas? ¿Conviene diferenciar? ¿Quién debe dar estos cursos? Como todo lo intermedio, es difícil saber cuál de las dos partes confluyentes es la más indicada para tomarlos a su cargo. Por un lado los profesores universitarios conocen mejor los contenidos que van a necesitar, pero por otro lado, los profesores secundarios saben mejor como tratar a quienes hasta el momento han sido sus alumnos y conocen mejor lo que son capaces o no de aprender. La discontinuidad puede ser peligrosa, pero también el continuismo, si no empalma bien con el futuro, puede significar tan solo un desplazamiento de la discontinuidad en el tiempo, con pérdida de uno o más años para el alumno. Este conjunto de cuestiones y otras por el estilo, hicieron pensar en la conveniencia de introducir este tema, por otra parte poco discutido en reuniones internacionales, como uno de los principales de la Conferencia de Bahía Blanca.

La Tercera Conferencia contó con el apoyo argentino del Ministerio de Cultura y Educación, del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas y de la Universidad Nacional del Sur. La sede administrativa, en Buenos Aires, fue el Instituto Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias (INEC). Desde el punto de vista internacional, auspiciaron la Conferencia la OEA, a través de su programa Regional de Desarrollo Científico y Tecnológico, que posibilitó el viaje de muchos delegados americanos y la UNESCO, que va a tomar a su cargo la publicación del informe de la Conferencia a través de su Oficina de Ciencias para América Latina en Montevideo. El volumen se va a titular *Educación Matemática en las Américas III*.

La Conferencia de Bahía Blanca contó con el beneplácito de los Ministros de Educación de los países de América Latina y del Caribe. En la Conferencia de Ministros de Educación y Ministros encargados del fomento de la Ciencia y la Tecnología en relación con el desarrollo en América Latina y el Caribe, que tuvo lugar en Venezuela del 5 al 15 de diciembre de 1971, se aprobó la siguiente resolución: "Invitar al Director General de la UNESCO a que adopte las medidas necesarias para disponer el apoyo económico de la Organización a fin de posibilitar la realización de la Tercera Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática en la Argentina, en diciembre de 1972".

Las listas de las conferencias pronunciadas, participantes extranjeros y delegados de instituciones argentinas se incluye más adelante. El número de participantes argentinos fue muy numeroso (384 inscriptos), lo que prueba el interés despertado en el ámbito educacional.

B. RECOMENDACIONES

De acuerdo con las conferencias precedentes, Bogotá (1961) y Lima (1966), la Conferencia de Bahía Blanca, en su sesión final del 25 de noviembre de 1972, aprobó las Recomendaciones que se incluyen a continuación. Las cuatro primeras de estas Recomendaciones se refieren a cada uno de los Temas principales de la Conferencia y las restantes son de carácter general. Todas ellas son la resultante de las deliberaciones que tuvieron lugar durante la Conferencia y se espera constituyan un plan de acción y una guía para que, adaptadas a las posibilidades y modalidades de cada país, contribuyan al mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática en sus distintos aspectos y niveles.

LA TERCERA CONFERENCIA INTERAMERICANA SOBRE EDUCACION MATEMATICA

RECOMIENDA,

a los Ministerios de Educación,

a las universidades e instituciones educacionales de cada país,

a los organismos internacionales como la OEA y la UNESCO que tienen entre sus fines el desarrollo científico,

al Comité Interamericano de Educación Matemática, y en general,

a todas las instituciones vinculadas con la enseñanza y la investigación matemática en todos los niveles:

I. Sobre la computación y su enseñanza en los distintos niveles

CONSIDERANDO:

Que la enseñanza de la computación tiene por objetivos generales:

a) Preparar mejor al ser humano para el mundo de hoy y del futuro.

b) Aprovechar los aportes que pueden brindar los conceptos de computación por su valor formativo y su contribución al desarrollo de la creatividad y de la capacidad de pensar.

c) Ayudar al hombre a comprender el aspecto de nuestra sociedad futura, en cuanto a sus posibilidades y limitaciones, para poder tomar parte activa en la decisión sobre la magnitud y forma en que nos afectará, tomando en cuenta que las computadoras influirán fuertemente sobre la misma,

RECOMIENDA:

A. *En la enseñanza secundaria*

1. Encarar un plan de acción cuyo objetivo sea la introducción de la enseñanza de los conceptos de computación en la enseñanza secundaria.

2. El plan tenderá a lograr una formación adecuada sobre:
   2.1 Planteo y definición de problemas.
   2.2 Descripción de algoritmos.
   2.3 Diagramas de flujo.
   2.4 Otras herramientas de descripción de problemas y procedimientos de solución.

2.5 Comprensión del funcionamiento de calculadoras y computadoras.
2.6 En forma elemental, análisis, diagramación y programación de problemas sencillos estimulando la creatividad del alumno.
2.7 El panorama de las aplicaciones con sus posibilidades, limitaciones e implicancias sociales.

B. *En la formación de profesores secundarios*

1. Introducir la enseñanza de los conceptos de computación en las carreras de profesorado, con especial énfasis en las que se formen los futuros profesores de la misma.

2. Capacitar en forma masiva, con nivel adecuado a cada caso, a los profesores en actividad, cualquiera sea su especialidad, con el objeto de que, los que estén a cargo de la enseñanza de la computación estén en condiciones de hacerlo y los restantes estén en condiciones de interpretar y promover las aplicaciones en sus respectivas actividades.

3. Solicitar a los organismos internacionales que brinden su apoyo a las tareas de capacitación docente.

C. *En el desarrollo de la metodología, procedimientos y materiales para la enseñanza de la computación en la escuela secundaria*

1. Promover el intercambio y difusión de procedimientos y materiales empleados en experiencias exitosas que se hayan realizado en distintos países.

2. Promover la publicación de textos con enfoque didáctico para alumnos y profesores.

3. Lograr un equipamiento económico, con fines educacionales, en materia de computación, tomando en consideración la variedad de alternativas existentes para cada caso.

D. *En el aprovechamiento de los recursos humanos para la enseñanza de la computación en la escuela secundaria*

Coordinar, bajo la responsabilidad de quienes naturalmente conducen la educación secundaria, los distintos grupos humanos involucrados en computación, para que en estrecha colaboración se logren los objetivos perseguidos.

E. *En la escuela primaria*

1. Evaluar la experiencia mundial existente sobre la enseñanza de la computación en la escuela primaria y las posibilidades de aplicación a los distintos países de nuestro continente.

2. Realizar experiencias piloto, cuidadosamente evaluadas, que permitan establecer si es conveniente la introducción de la computación en el nivel primario y el grado de intensidad que debería tener dicha enseñanza.

3. Encomendar a quienes tienen a su cargo los estudios pedagógicos, que tomen en consideración los modernos elementos de trasmisión de información.

F. *En el nivel universitario*

1. Incluir cursos de computación en todas las carreras universitarias, con especial intensidad en las técnicas.

2. Poner especial énfasis en la utilización de los conceptos y herramientas que brinda la computación en todas las materias de aplicación.

II. Sobre la matemática moderna en la primera enseñanza

CONSIDERANDO:

a) Que la Conferencia de Lima recomendó una conveniente educación matemática en la enseñanza elemental.

b) Que se dispone de información y experimentación aportada por los países miembros de CIAEM para encarar un programa para este nivel.

c) Que las necesidades científicas, técnicas, sociales y económicas actuales exigen un mejor desarrollo del pensamiento lógico, de la capacidad creadora y del juicio crítico.

d) Que para asegurar la eficacia de la enseñanza y aprendizaje de la matemática en este nivel es necesaria una didáctica actualizada.

e) Que es necesario contar con el personal suficientemente capacitado para realizar esta tarea.

RECOMIENDA:

A. *Objetivos para la enseñanza de la matemática en el nivel elemental*

1. Iniciar a los niños en la comprensión de los conceptos unificadores de la matemática.

2. Desarrollar la capacidad del niño para establecer relaciones.

3. Lograr que el alumno plantee y resuelva situaciones de la vida diaria con un dominio fundamentado del cálculo numérico, integrando los conocimientos adquiridos, con espíritu crítico y creativo.

4. Desarrollar actitudes y hábitos para trabajar metódica y eficazmente en matemática.

5. Brindar y utilizar las experiencias necesarias para que el niño tome conciencia de las nociones matemáticas que ha de manejar.

B. *Contenidos*

Introducir los siguientes temas:

1. Noción intuitiva de conjuntos.

2. Relaciones de orden y de equivalencia. Funciones.

3. Números naturales. Operaciones. Propiedades estructurales.

4. Sistemas de numeración. Nociones de base y valor posicional. Números enteros.

5. Números racionales positivos. Números reales. Noción de medida. Aproximación en la medición. Unidades de medida. Sistema métrico decimal y otros sistemas. Nociones referentes al espacio. Curvas cerradas y abiertas. Noción de interior y exterior. Figuras en el plano y en el espacio. Noción de vector. Transformaciones: simetría, rotaciones, traslaciones y homotecias. Introducción a las probabilidades e inferencia estadística.

El orden en que han sido enunciados no significa un idéntico ordenamiento para su desarrollo. Los temas se han presentado en forma muy general para que haya libertad en orden e intensidad de su desarrollo.

C. *Perfeccionamiento docente*

1. Promover la jerarquización de la tarea docente y que en todo perfeccionamiento prime la honestidad profesional.
2. Crear una Comisión Latinoamericana y Subcomisiones regionales permanentes para unificar lenguaje, metodología, criterios e intercambiar experiencias.
3. Crear equipos nacionales formados por representantes de nivel universitario, medio y primario, cuya labor principal será la de coordinar los programas de todos los ciclos.
4. Dar idénticas oportunidades de perfeccionamiento docente a los maestros de áreas urbanas y rurales, adaptadas a las necesidades del medio.
5. Procurar que el objetivo fundamental del perfeccionamiento docente sea el logro de un cambio de actitud del maestro, para que asuma su rol como guía, coordinador y estimulador.
6. Organizar cursos sistemáticos de por lo menos cien horas - los cursos de corta duración crean espectativas difíciles de satisfacer - complementados con publicaciones científicamente correctas, controladas por personas capacitadas y al alcance del maestro o con otro tipo de información, ya sea radial o televisiva, programando clases de apoyo que sean verdaderas guías didácticas.
7. Asegurar que los cursos sean de carácter eminentemente práctico, con una metodología dinámica y el empleo del lenguaje conjuntista en todas las situaciones posibles.
8. Establecer que la formación de docentes sea realizada a nivel terciario.
9. Complementar el perfeccionamiento docente con cursillos destinados a orientar a los padres de alumnos en el nuevo enfoque de la matemática.

D. *Sobre metodología y material didáctico*

1. Que el alumno adquiera experiencia matemática operando con variado material concreto.
2. Que los materiales concretos elegidos sean los que ofrece el lugar en que viven, los manufacturados accesibles o los estructurados que pueda construir el maestro o el alumno.
3. Que registre pictórica, verbal, gráfica o simbólicamente sus experiencias.
4. Que extraiga cada relación matemática sólo después de haber manipulado distinto tipo de materiales con estructura común.
5. Que el paso a la abstracción y al lenguaje simbólico se haga respetando el ritmo individual de cada uno.
6. Que se organice el aula de modo que cada alumno pueda realizar sus tareas individualmente o en grupo, en un clima de libertad responsable.
7. Que el diálogo entre maestro y alumno sirva para que éste explicite sus descubrimientos, organice sus observaciones y vislumbre la existencia de nuevos problemas.

III. Sobre la matemática moderna en las ciencias aplicadas y en las escuelas técnicas

CONSIDERANDO:

Que no es posible diferenciar matemática pura de matemática aplicada, pues toda la matemática es un principio aplicable.

Que sin embargo, es fundamental estimular el desarrollo de una actitud favorable a la aplicación de la matemática a problemas concretos y alentar el estudio de ramas de la matemática que sirvan de la manera más inmediata posible para el análisis de tales problemas.

Que esto es particularmente importante en centros específicamente dedicados a la investigación matemática y a la formación de matemáticos.

Que las aplicaciones de la matemática ponen a los matemáticos en contacto con la realidad y que la aplicación pura y simple de tendencias generales de educación matemática no siempre corresponde a los intereses nacionales o regionales.

RECOMIENDA:

A. *Planificación regional.* Planificar la enseñanza y transferencia de conocimientos matemáticos a través de Comisiones Nacionales o Regionales, incorporando desde la escuela primaria la preocupación por problemas acordes con la realidad nacional.

B. *Aplicaciones de la matemática a nivel primario.* Expresar en forma matemática situaciones concretas; por ejemplo, realizar y graficar experiencias y observaciones, en particular experimentos probabilísticos. Realizar aplicaciones prácticas, por ejemplo, de resultados fundamentales de la geometría.

C. *La enseñanza de la matemática en especialidades no matemáticas y escuelas técnicas.* En este punto resulta aún más evidente la imposibilidad de adoptar criterios generales, puesto que a las razones expuestas en el punto A, se agregan las relativas a las características especiales de las carreras a las cuales la matemática sirve de apoyo. Sin embargo puede recomendarse:

1. Que los estudios matemáticos de los ciclos básicos universitarios tengan por objeto alcanzar una formación matemática sólida, reservando los temas de aplicación específica para cada carrera a una segunda etapa de la formación profesional.

2. Que, cuando sea posible y conveniente, los estudios matemáticos del primer ciclo universitario se unifiquen en cada facultad y/o universidad con miras a dar una formación básica común.

3. Que, en la zona de influencia de cada universidad, las escuelas medias y técnicas incorporen las tendencias y orientaciones de los estudios matemáticos de dicha universidad. Como paso previo, se recomienda que las universidades agreguen a las experiencias positivas ya realizadas en ese sentido (escuelas piloto) las que resulten de abarcar establecimientos cuyas condiciones generales sean más representativas del medio. Además, que los países miembros del Comité Interamericano de Educación Matemática, a través de sus organismos competentes, faciliten la realización de estas experiencias y la actualización de los profesores en función de los resultados de las mismas.

4. Que, hasta tanto se conozcan los resultados de las experiencias a que se refiere el punto 3, los organismos encargados de fiscalizar la enseñanza a nivel secundario, tomen medidas para solucionar la urgente necesidad de actualizar contenidos y textos. Para ello será necesario determinar claramente los ob

jetivos de la enseñanza de la matemática en las escuelas técnicas, por especialidades y por niveles, teniendo en cuenta en cada caso las necesidades de otras asignaturas. Deberá también tenerse en cuenta que la calidad de la enseñanza no se mide por el cúmulo de conocimientos adquiridos sino por la formación mental lograda por el alumnado y por su capacidad de aplicar la destreza adquirida a la solución de problemas concretos.

D. *Grupos interdisciplinarios.* Estimular la participación de matemáticos en grupos interdisciplinarios y la creación de tales grupos en centros de matemática. La interacción y comunicación entre economistas, ingenieros, estadísticos, biólogos, sociólogos, lingüistas, etc. y matemáticos ha dado ya frutos y por lo tanto debe ser estimulada a través de políticas regionales adecuadas. Se dispone de relativamente escasa experiencia con respecto a estos grupos debido a que la idea ha sido recientemente introducida; luego, es importante fomentar la realización de reuniones periódicas que permitan el intercambio de información y experiencia sobre la metodología de los grupos interdisciplinarios.

E. *Fomento del estudio e investigación sobre aplicaciones de la matemática.* Encomendar al Comité Interamericano de Educación Matemática que tome acción con el objeto de estimular la colaboración interamericana para intensificar el estudio y la investigación de las aplicaciones de la matemática.

IV. Sobre la transición de la escuela media a la universidad: ajustes en la enseñanza de la matemática en este período

CONSIDERANDO:

Que en la etapa de transición de la enseñanza media a la del ciclo superior se observan serias deficiencias, que originan deserción masiva de estudiantes y con ello el desaprovechamiento de recursos humanos y materiales.

Que contingentes crecientes de jóvenes van a las universidades como el único camino de acceso a formas de trabajo socialmente valorizadas y que es conveniente abrir nuevas vías a ese acceso.

RECOMIENDA:

A. Establecer dentro de la región de influencia de cada universidad o instituto superior, formas eficaces de contacto e intercomunicación entre éstas y las escuelas de enseñanza media, con el objeto de:

a) Organizar cursos de perfeccionamiento y actualización.

b) Planear la orientación profesional y vocacional.

c) Discutir planes de estudios, textos y métodos de enseñanza.

B. Reestructurar los planes de estudio de las carreras universitarias, contemplando:

a) El pasaje natural de la matemática media a la de nivel superior.

b) El tiempo disponible para el estudio y asimilación adecuada del material de los cursos.

c) La selección y elaboración de textos detallados.

C. Coordinar los planes de estudio de los profesorados en matemática y títulos conexos en el ámbito nacional, explicitando cuidadosamente el contenido matemático de tales planes.

D. Crear nuevas orientaciones en los estudios de nivel medio que habiliten al egresado para su incorporación a sectores de trabajo con perspectiva económica, afianzando las ya existentes, como son las escuelas técnicas y comerciales. Lo mismo cabe decir respecto de títulos universitarios de nivel intermedio. En todos los casos es un complemento legal imprescindible la delimitación de incumbencias sobre la base de una justa apreciación del grado de capacitación adquirido.

V. Sobre la creación de un boletín informativo de las actividades relativas a la matemática en América (propuesta presentada por la delegación colombiana)

CONSIDERANDO:

Que es importante recopilar toda la información sobre el desarrollo de la matemática en América.

Que es conveniente que exista un boletín informativo que sea un órgano de difusión de todos los movimientos matemáticos que existen en cada país.

RECOMIENDA:

1. Que el Comité Interamericano de Educación Matemática encomiende a una Comisión Especial la edición de un boletín informativo, que en lo posible aparezca de manera regular.

2. Que se dediquen los primeros números del boletín a la elaboración, bajo la responsabilidad de cada nación, de una historia de la matemática por países, la cual contemple entre otras cosas:

   a) evolución de la matemática
   b) programas de estudio
   c) investigaciones realizadas
   d) libros publicados
   e) inventario de recursos humanos
   f) oportunidades para estudios superiores

3. Que se solicite a la Organización de Estados Americanos y a otros organismos internacionales que auspicien y financien este boletín.

VI. Sobre la creación de comités multinacionales para modernizar los programas de matemática (proyecto presentado por la delegación colombiana)

CONSIDERANDO:

Que es necesario una reunión de los países americanos para modernizar los programas de matemática.

Que los países más desarrollados en matemática pueden colaborar en forma especial con los otros para contribuir a este desarrollo.

Que por la similitud de ciertas naciones se podrían llevar a cabo reformas comunes con la consiguiente economía de esfuerzos.

RECOMIENDA:

1. Crear comités multinacionales, por zonas, en forma similar a los que integran el pacto Andino.

2. Solicitar al Comité Interamericano de Educación Matemática que asesore a estos comités.

3. Solicitar a los gobiernos el apoyo a estos comités.

4. Solicitar a las entidades internacionales la financiación de los programas que elaboren dichos comités multinacionales.

VII. Sobre la creación de una unión de matemáticos americanos (proyecto presentado por las delegaciones boliviana y venezolana)

CONSIDERANDO:

Que es conveniente agrupar a todos los matemáticos de la región mediante una entidad que actúe como nexo entre los distintos países, entidades y personas dedicadas a la matemática.

RECOMIENDA:

Que el Comité Interamericano de Educación Matemática estudie y proponga en un plazo no mayor de tres meses la formación de una Sociedad o Asociación Matemática Interamericana.

Votos de agradecimiento

En la sesión de clausura el presidente de la misma, profesor Marshall H. Stone propuso y la Conferencia aprobó:

a) Agradecer al Ministerio de Cultura y Educación de la Argentina, al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas y a la Universidad Nacional del Sur por la ayuda y colaboración prestadas a la realización de la Conferencia.

b) Agradecer a la OEA y a la UNESCO por la ayuda y colaboración prestadas.

c) Agradecer la valiosa contribución aportada a la Conferencia por los profesores europeos que a continuación se mencionan, así como a los gobiernos o instituciones de sus respectivos países que hicieron posible su presencia:

Pedro Abellanas (España)

André Delessert (Suiza)

Hans Freudenthal (Holanda)

Maurice Glaymann (Francia)

Frederic Papy (Bélgica)

Jacky Patras (Francia)

André Revuz (Francia)

Paul Subtil (Francia)

Enrique Vidal Abascal (España)

Elizabeth Williams (Inglaterra)

d) Felicitar a las Comisiones Organizadoras Locales de Buenos Aires y Bahía Blanca por la organización de la Conferencia y por las atenciones prestadas a los participantes.

C. INFORMACIONES SOBRE LA CONFERENCIA Y SOBRE EL COMITE INTERAMERICANO DE EDUCACION MATEMATICA

C1. EL PROGRAMA DE LA CONFERENCIA

Lunes 20 de noviembre

9 - 19. Inscripción de los participantes en la Secretaría de la Universidad Nacional del Sur. Avda. Colón 80.

19. Sesión inaugural, Salón de Actos, Universidad Nacional del Sur. Avda. Colón 80.

1. Lectura del Mensaje de su Excelencia el Ministro de Cultura y Educación de la Nación: *Dr. Gustavo Malek.*
2. Palabras del Rector de la Universidad Nacional del Sur. *Dr. Roberto Etchepareborda.*
3. *Renato Völker*, Argentina. Importancia y significado de las Conferencias Internacionales sobre Educación Matemática.
4. *Andrés Valeiras*, OEA. Programa de la OEA sobre Enseñanza de la Matemática.
5. *Marshall H. Stone*, EE.UU., La Tercera Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática: temas a tratar y sus proyecciones.

20.30. Recepción ofrecida por la Universidad Nacional del Sur. Club Argentino. Avda. Colón 67.

Martes 21 de noviembre

Biblioteca Rivadavia, Colón 31.

9. Sesión Plenaria. Presidente: César Abuauad (Chile).

Guilherme de la Penha, (Brasil). Algunas consequencias para a Matemática da expansao do ensino superior em Ciencias Aplicadas.

José Tola, (Perú). La Matemática Moderna y la formación matemática de los ingenieros.

Hans Freudenthal, (Holanda). Institute on Developing Mathematical Education.

15. Constitución de los grupos de trabajo, a saber:

Grupo I. La Computación y su Enseñanza en los distintos niveles.

Grupo II. La Matemática Moderna en la Primera Enseñanza.

Grupo III. La Matemática Moderna en las Ciencias Aplicadas y en las Escuelas Técnicas.

Grupo IV. La transición de la Escuela Media a la Universidad: ajustes en la enseñanza de la matemática en este período.

17. Sesión Plenaria. Presidente: Ricardo Losada (Colombia).

Héctor Fattorini, (Argentina). Matemática Moderna y Matemática Aplicada.

Jaime Michelow, (Chile). Computación: La Aritmética del futuro.

Roger Mascó, (Argentina). Aspectos didácticos de la enseñanza de la computación en la Escuela Secundaria.

Maurice Glaymann, (Francia). En un principio... está el Cálculo.

Miércoles 22 de noviembre

9. Sesión Plenaria. Presidente: José Tola (Perú).

Alonso Viteri, (Ecuador). La producción de textos escolares para la enseñanza de la matemática en la escuela elemental.

Elizabeth Williams, (Inglaterra). Methods in the Teaching of Mathematics.

Frédérique Papy, (Bélgica). Minicomputer, une révolution dans le premier enseignement du calcul numérique.

16. Sesión Plenaria.

Margarita Chouhy Aguirre - Elsa De Martino, (Argentina). El enfoque moderno de la enseñanza de la matemática en la escuela primaria.

17. Grupos de trabajo.

Grupo I 17.30

Gustavo Politzer, (Argentina). Computadoras en la Educación.

Grupo II 17.30

Horacio Rimoldi, (Argentina). Uso de conceptos matemáticos a nivel pre-escolar.

Grupo III 17.30

Edmundo Rofman, (Argentina). Informática y Matemática Aplicada en América Latina.

Grupo IV 17.30

Ricardo Losada, (Colombia). Evolución de los estudios y de la Enseñanza de la matemática en Colombia.

21.30. Espectáculo folklórico en honor a los participantes.

Jueves 23 de noviembre

9. Sesión Plenaria. Presidente: Enrique Cabaña (Uruguay).

Víctor Sánchez, (Chile). La Computación y su Enseñanza en la Escuela Media.

André Revuz, (Francia). La notion d'approximation dans l'enseignement secondaire.

Jean Paul Jacob, (EE.UU.). El impacto de la computación en la matemática.

Conrad Wogrin, (EE.UU.). Computers in secondary education.

15. Reunión de los grupos de trabajo:

Grupo I : *Rogelio A. Morán*, (Argentina). Algunas reflexiones sobre cursos de introducción a la Computación en el nivel universitario.

V. W. Setzer, (Brasil). Consideracoes sobre o bacheralado en Ciencia da Computaçao.

Hugo Acevedo, (Argentina). La Computación en la Escuela Media: una experiencia.

Grupo II: *José Gabriel Ipiña Melgar*, (Bolivia). Experiencias en la instrucción del Algebra Conceptual Abstracta en Escuelas Elementales.

18. Sesión Plenaria.

Lore Rasmussen, (EE.UU.). Mathematics education for the young child.

Claude Gaulin, (Canadá). La reforma de la enseñanza de la Matemática en Canadá.

Grupo de evaluación.

Martha Moraschi y colaboradoras (Argentina). Pruebas de razonamiento matemático y verbal.

Beatriz S. de Palau, (Argentina). Aporte del INEC a la Enseñanza de la Matemática.

Viernes 24 de noviembre

9. Sesión Plenaria. Presidente: Ubiratan D'Ambrosio (Brasil).

Antonio Diego, (Argentina). Matemática y deserción estudiantil en la Universidad.

Howard Fehr, (EE.UU.). Towards a numerical and mathematical literacy.

André Delessert, (Suiza). Articulations des enseignements elementaires et superieur: quelques observations.

12. Excursión. Asado en Sierra de la Ventana.

Sábado 25 de noviembre

9. Sesión de clausura. Presidente: Marshall H. Stone (EE.UU.).

Nombramiento del nuevo Comité Interamericano de Educación Matemática.

Discusión y aprobación de las Recomendaciones de la Conferencia.

Palabras de Clausura.

C2. EL COMITE INTERAMERICANO DE EDUCACION MATEMATICA (CIAEM)

1. El Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM) surgió de la Conferencia de Bogotá en 1961. Es una entidad no gubernamental, afiliada a la Unión Internacional de Matemáticos por intermedio de la Comisión Internacional de Educación Matemática (ICMI = International Comission for Mathematical Instruction), actualmente presidida por James Lighthill (Inglaterra).

Los fines del Comité son los de servir como órgano técnico en el sentido y con el alcance de las Recomendaciones de las Conferencias de Bogotá, Lima y Bahía Blanca.

En la Conferencia de Lima se decidió que las adhesiones al Comité se concretaran mediante una cuota anual mínima de cien dólares por país, pagados por una entidad u organización que, a juicio del propio Comité, sea en el respectivo país, representativa de las actividades que el mismo promueve. El Comité gestionará, además, el apoyo de organizaciones y entidades que por su carácter y fines respondan a los propósitos del Comité y a las actividades que propugna.

2. En la Conferencia de Ministros de Educación y Ministros encargados del planeamiento económico en los países de América Latina y del Caribe (Buenos Aires, julio de 1966), se aprobó la siguiente recomendación (pág. 45 de las Actas de la Conferencia publicadas por la UNESCO): "La Conferencia recomienda que en los programas de mejoramiento de la enseñanza de la matemática en todos los niveles educativos, se utilice la cooperación que pueda prestar el Comité Interamericano de Educación Matemática y otros organismos análogos".

3. El CIAEM nombrado en Lima en 1966 fue la entidad organizadora de la Tercera Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática de Bahía Blanca. Su composición era la siguiente:

Presidente:	Marshall H. Stone (Amherst, Mass. USA).
Vice-presidente:	Luis A. Santaló (Universidad de Buenos Aires, Argentina).
Secretario:	Edgardo Sevilla Idiaquez (Centro Universitario de Estudios Generales, Tegucigalpa, Honduras).
Vocales:	César Abuauad (Universidad Nacional, Santiago, Chile).
	Ricardo Losada (Universidad Nacional, Bogotá, Colombia).
	Manuel Meda (Instituto Politécnico Nacional, México).
	Leopoldo Nachbin (Universidade Federal de Río de Janeiro, Río de Janeiro, Brasil).
	Juan J. Schäffer (Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, USA).
	José Tola Pasquel (Universidad Católica, Lima, Perú).

En Lima (1966) se había nombrado secretario del Comité a Juan J. Schäffer, entonces profesor de la Universidad de Montevideo. Al trasladarse definitivamente a los Estados Unidos, Juan J. Schäffer renunció y fue nombrado en su reemplazo Edgardo Sevilla.

4. En la Conferencia de Bahía Blanca, según el procedimiento seguido en la Conferencia de Lima, el presidente del CIAEM nombró una sub-comisión formada por un representante de cada uno de los países representados en la Conferencia, para que propusiera los componentes del nuevo Comité Interamericano de Educación Matemática. El profesor Marshall H. Stone manifestó al mismo tiempo que no deseaba ser reelecto. A propuesta de esta sub-comisión, en la sesión de clausura se designaron los componentes del nuevo CIAEM, que estará en funciones hasta la realización de la nueva Conferencia. Por aclamación la Conferencia designó al profesor Marshall H. Stone presidente honorario del CIAEM. Los miembros designados eligieron a continuación, entre ellos, las autoridades del Comité, el cual quedó constituido en la siguiente forma:

Comité Interamericano de Educación Matemática desde 1972 hasta la próxima Conferencia

Presidente Honorario:	Marshall H. Stone.
Presidente:	Luis A. Santaló, Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Ciudad Universitaria. Nuñez, Buenos Aires, Argentina.
Vice-presidente:	Howard F. Fehr, Teachers' College, Columbia University, New York (USA).
Secretario:	Enrique Góngora, Departamento de Matemáticas, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.
Vocales titulares:	César Carranza, Departamento de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica, Lima, Perú.
	Carlos Imaz, Centro de Investigación y Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional, Ap. Postal 14-740 México 14, D.F.
	Rafael Laguardia, Instituto de Matemática y Estadística, Av.J. Herrera y Reissig 565, Montevideo, Uruguay.
	Leopoldo Nachbin, Av. Vieira Souto 144, Apto. 101, 20000, Río de Janeiro, GB, ZC-95.
	Mauricio Orellana, Facultad de Ciencias. Escuela de Física y Matemática, Universidad Central de Venezuela, Ciudad Universitaria, Caracas, Venezuela.
	Jerko Valderrama, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional, Santiago de Chile, Chile.
Vocales suplentes:	Oscar Aguilar Hidrobo, Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias, Universidad Central, Quito, Ecuador.
	José L. Benza, Instituto de Ciencias, Av. España 1098, Asunción, Paraguay.
	Roberto Carranza, Facultad de Ciencias Puras y Aplicadas, Casilla de Correo 4455, La Paz, Bolivia.
	Claude Gaulin, 2040 Place Henri Bourasse, ap. 22, Montreal 355, Quebec, Canadá.

Ricardo Losada, Departamento de Matemática, Universidad Nacionalde Colombia, Bogotá, Colombia.

Phyllis Macpherson, School of Education, University of West Indies, Kingston 7, Jamaica.

C3. *COMITES Y MIEMBROS HONORARIOS DE LA CONFERENCIA DE BAHIA BLANCA*

Comité Honorario de Promoción

Ministro de Cultura y Educación de la Nación: Doctor Gustavo Malek.

Presidente del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas: Ingeniero Orlando Villamayor.

Rector de la Universidad Nacional del Sur: Doctor Roberto Etchepareborda.

Ministro de Educación de la Provincia de Buenos Aires: Doctor Osvaldo M. Zarini.

Miembros Honorarios

José Babini - Juan Blaquier - Alberto González Domínguez - Florencio Jaime - Antonio Monteiro.

Comité Ejecutivo local

Renato Völker (Ministerio de Cultura y Educación)

Angel Hernaiz (INEC - Instituto Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias)

Luis A. Santaló (Universidad de Buenos Aires)

José María Arango (Universidad Nacional del Sur)

Raúl A. Chiappa (Universidad Nacional del Sur)

Secretario General: Margarita O. de Chouhy Aguirre

Comisión Organizadora Local (Buenos Aires)

Manuel Balanzat - Juan Carlos Dalmasso - Roberto Hernández - Ana Gerompini de Houssay Lucrecia Iglesias - Beatriz S. de Palau - Atilio Piana.

Comisión Organizadora Local (Bahía Blanca)

Herminia Abat - Juan Carlos Castagnet - León Fischman - Roberto Podestá.

C4. LISTA DE PARTICIPANTES EXTRANJEROS

AMERICA DEL SUR

BOLIVIA

ARTEAGA CABRERA, Moisés. Ingeniero
Universidad de La Paz
Casilla 3524 - La Paz.

CARRANZA, Roberto. Licenciado en Ingeniería Eléctrica
Universidad Mayor de San Andrés
Av. Vera 6674 - La Paz

de WITT, Jacobus. Profesor de Matemática
Escuela Normal Católica - Cochabamba
Convento San Agustín - Cochabamba

IPIÑA MELGAR, José Gabriel. Físico-Matemático
Universidad Mayor de San Andrés - La Paz
Fco. Bedregal 2952 - La Paz

BRASIL

ADAUTO MEDEIROS, Luiz. Doctor en Ciencias Matemáticas
Universidad Federal de Río de Janeiro
Voluntarios da Patria 212/605 - Río de Janeiro

ARRUDA, Ayda Ignes. Doctor en Matemática
Universidad Estadual de Campinas
Rua 10 de Setembro 94, apto 1301-13100 - Campinas - São Paulo

BARCO, Luiz. Profesor de Matemática
Universidad de São Paulo
Rua Passo da Patria 91 - Lapa - São Paulo

CARNEIRO, José Paulo. Profesor de Matemática
Universidad Federal de Río de Janeiro
Rua Visconde de Pirajá 455-702
Rio de Janeiro

CARVALHO BACKX, Arago de. Licenciado de Matemática
Universidad Federal Fluminense
Rua Itabaiana 289, Apto. 304 - Río de Janeiro.

CASTRUCCI, Benedito. Profesor de Matemática
Universidad de São Paulo y Grupo de Estudios do Ensino da Matemática (GEEM)
Av. Higienopolis 578 - São Paulo

D'AMBROSIO, Ubiratan. Profesor de Matemática
Universidad Estadual de Campinas
Av. Julio Mesquita 254 - Ap. 41.13100 - Campinas - São Paulo

de la PENHA, Guilherme M. Ingeniero
Universidad Federal de Río de Janeiro
Caixa Postal 1835.Z.C.00-20000 - Rio de Janeiro G.B.

GROSSI PILLAR, Esther. Licenciada en Matemática
Grupo de Estudios sobre o Ensino da Matematica
Rua Pedro Ivo 865 - Porto Alegre - RBS

HAMMER, Margarida. Licenciada en Matemática.
Universidad do Vale do Rio dos Sinos. UNISINOS.
Rua Bento Gonçalves 2131 - Novo Hamburgo R.G. do Sul

LORENZATO, Sergio. Licenciado en Matemática
Ministerio de Educação e Cultura
SQS 202 - bloco C-apt.502 - Brasilia D.F.

MALVEIRA ALVES, Linaldo José. Licenciado en Matemática
Fundação Educacional do Distrito Federal
SQS 210, Bloco "K" Apt. 301 - Brasilia

MARTINS, Wagner Waneck. Ingeniero Civil
Facultad de Ciencias y Letras "Teresa Martin"
R. Barao de Itaúna 155 - São Paulo

MELLO PROCOPIO, Mendonça. Licenciada en Matemática.
Instituto Educacional "JOAO XXIII"
Gonçalvez Dias 432 - Porto Alegre

SOARES, William. Profesor
Universidad Católica de Minas Gerais
Rua Nicaragua 56 - Apt. 306 - Sion.

SPERB LOPES, Leda. Licenciada en Matemática
Secretaría de Educación
Rua Venancio Aires 449 - Apt. 702
Porto Alegre - R. Grande do Sul.

VIANA, Marcos Augusto. Profesor en Matemática
Universidad Federal de Río de Janeiro
Praia de Icarai 463 - Apt. 902-13

ZARDIN, Ana María. Pedagogía
Grupo de Estudios sobre o Ensino de Matemática
Rua Vieira de Castro. Porto Alegre

ZILA, María Guedes Paim. Profesora de Matemática
Secretaría de Educaçao e Cultura do Brasil
Rua Casimiro de Abreu 122 - apt. 4 - Porto Alegre

COLOMBIA

ARIAS PAEZ, José D. Profesor
Universidad Nacional de Colombia-Bogotá
Carrera 16 # 35-41 - Bogotá

CAMPOS, Alberto. Profesor
Universidad Nacional de Colombia-Bogotá
K 68 N° 48 A 38 - Bogotá

CUELLAR, Rodrigo
Av. 22 # 39-54 - Bogotá

LOSADA MARQUEZ, Ricardo. Profesor
Facultad de Ciencias - Universidad Nacional de Colombia
Av. 26 # 42, A - 27 Apt. 402 - Bogotá.

LOSADA, Mary Falk de, Profesora
Universidad Nacional de Colombia-Bogotá
Av. 26 # 42 , A 27 - Apt. 402 - Bogotá

MILLAN CIFUENTES, Jaime. Licenciado
Universidad del Valle - Calí
Carrera 26 Sur # 6-57 - Calí - Colombia

PRIETO BERNAL, Víctor Hugo. Profesor
Universidad Nacional de Colombia
Pablo VI - B - 16 Apt. 107 - Bogotá

ROJAS SANCHEZ, Margarita. Licenciada
Universidad Pedagógica Nacional-Bogotá
Carrera 28 # 65-25 - Bogotá

CHILE

ABUAUAD, César. Profesor
Universidad de Chile - Casilla 10 - Santiago de Chile
Marco Polo 1080 - Santiago de Chile

CAMPOS CARTAGENA, Adriana. Profesora
Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigación Pedagógica
Lo Barnechea s/n - Chile
Monjitas 658 - Dpto. 304 - Santiago de Chile

HARDING ROJAS, Inés de las Mercedes. Profesora
Universidad Técnica del Estado
Rozas 1239 - Dpto. 4 - Santiago de Chile

JARUFFE,Teodoro. Profesor
Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas
Lo Barnechea - Chile
Cervantes 3137 - Santiago de Chile

LOPEZ ARRIAGA, Ricardo. Profesor
Universidad Técnica, Federico Santa María
Prat 290 (Recreo) Viña del Mar

MICHELOW, Jaime. Doctor
Centro de Computación - Universidad Técnica del Estado
Matucana 830 - Santiago de Chile

QUEZADA, Camilo. Licenciado
Universidad de Chile
García Moreno 2473 - Santiago de Chile

SANCHEZ CARRASCO, Víctor. Ingeniero
Centro de Computación- Universidad Técnica del Estado
Universidad de Chile
Diego Silva 1612 - Santiago de Chile

ECUADOR

VITERI, Alonso Bolívar. Profesor
Departamento de Textos Escolares del Ministerio de Educación
Pasaje "La Recoleta" 156 - Quito

PARAGUAY

BENZA, José Luis. Licenciado
Centro Nacional de Computación e Instituto de Ciencias
San Rafael 450 (Barrio Pepsi) - Asunción

BURGOS de GONZALEZ, Neida R. de. Profesora
Instituto Superior de Educación
29 y 9 - Sajonia - Asunción

FELICIANGELI, Horacio. Ingeniero
Centro de Computación e Instituto de Ciencias
Capitán Gwynn 1570 (Sajonia) - Asunción

MIQUEL, Daniela Varela de. Profesora
Colegio Internacional
14 de Mayo 971 - Asunción

RIVEROS, Herma Elena Acevedo de. Profesora
Escuela Normal N°2 e Instituto Superior de Educación
Santa Cruz de la Sierra 1744 - Asunción

RODAS GARCETE, Ramona Florentina. Profesora
Escuelas Nacional de Comercio N°1 y Normal N°3
Gral. Bruguéz 957 - Asunción

PERU

CARRANZA, César. Licenciado
Pontificia Universidad Católica
Luis F. Villarán 695 - San Isidro - Lima

HOLGUIN AMAYA, Elías. Profesor
Universidad Nacional de Trujillo
Coronel Gomez 189 - Trujillo

TEJADA RODRIGUEZ, Roberto Andrés. Profesor
Universidad Nacional de Trujillo
Obispo Charún 289 - Urbanización San Andrés - Trujillo

TOLA, José. Ingeniero. Doctor en Matemática
Universidad Católica del Perú
Cerdeña 374 - San Isidro - Lima

URUGUAY

CABAÑA, Enrique M. Profesor
Instituto de Matemática y Estadística
Ibiray 2318 - Apto. 6 - Montevideo

VENEZUELA

CARRERA de ORELLANA, Inés. Profesora
Institutos Educacionales Asociados
Calle Cuchivero Quinta "Mauin" urbanización Piedra Azul - Baruta - Edo - Niranda

ESTACIO, Félix F. Profesor
Colegio Universitario de Caracas
Urbanización Continente Bloque 2-A-J Catia Cuartel - Caracas

GARCES, Amable. Ingeniero
Instituto Universitario Politécnico de Ciudad de Guayanas
Calle Morán Edificio E-07 Apt. C-4 Villa Central. Ciudad Guayana

GUTIERREZ GUAPE, Adrián. Licenciado en Educación
Ministerio de Educación
Av. 99 # 83 Este - La Barrac - Maracay - Estado Aragua

MARCANO RIQUEZES, Luis José.
Profesor
Instituto del Mejoramiento Profesional del Magisterio
Av. Las Acacias 44 - La Florida - Caracas

MARQUEZ ROMERO, Armando R. Profesor
Colegio Universitario de Caracas
Calle El Recreo - Edificio Centinela - Apt. 2-23 - Bello Monte - Caracas

ORELLANA CHACIN, Mauricio. Licenciado en Matemática
Universidad Central de Venezuela
Ciudad Universitaria - Caracas

RADA ARANDA, Saulo Antonio. Profesor
Instituto Pedagógico de Caracas
Res. City Park - Apt. 11 - Av. José Antonio Páez - El Paraíso - Caracas

RECHT, Lázaro. Profesor
Universidad Simón Bolívar
E. María Consuelo - Calle Sucre - Chacas - Caracas

RIVAS MIJARES, Horacio. Profesor
O.R.E. de la Región Centro Occidental
Urbanización del Este - Av. Los Naranjillos - Quinta Rimar N°4-68 - Barquisimeto

RODRIGUEZ, José Alejandro. Profesor
Instituto Pedagógico
Urbanización Montalban - La Vega - Transversal 21 - Quinta Galaxia - Caracas 102

RODRIGUEZ ORTEGA, Narciso. Profesor
Instituto Pedagógico de Caracas
10 Transversal entre 6a. y 7a. Avenidas- Quinta Teremare - Caracas

VILORIA, Luis S. Profesor
Universidad del Zulia - Maracaibo
Av. 11 A# 52-35 - Maracaíbo

AMERICA CENTRAL

COSTA RICA

GONGORA TREJOS, Enrique. Profesor
Universidad de Costa Rica
Apartado 2717 - San José

GUATEMALA

RODRIGUEZ MAHUAD, Jorge Humberto. Licenciado
Universidad de San Carlos
20 Calle 18-72, Zona 10

JAMAICA

MACPHERSON, Phyllis. Doctora
University of the West Indies
26 Glendon Circle - Kingston 6

AMERICA DEL NORTE

CANADA

GAULIN, Claude. Profesor
Laval University, Québec
2040, Place Henri-Bourassa, app. 22 Montreal 355
Québec

ESTADOS UNIDOS

FEHR, Howard F. Director Math. Curriculum Improvement Study
Teachers' College
165 West 66th. St. New York City.
N. Y. 10023

GIACHETTI, A. Doctor
O.E.A.
1121 Woodside Pkwg, Silver Spring
Md 20910

JACOB, Jean Paul
I.B.M. Research
Monterrey and Cottle Roads. San José
California 95114

KAMSTRA, Lynne. Bachelor of Sciences
(USA) - Fullbright Comission
Azcuénaga 1221, 3° # 6.Cap.Fed.(Argentina)

RASMUSSEN, Lore. Profesora
Philadelphia Public Schools
8012 Winston Road.Philadelphia. Pa.

STONE, Marshall.Presidente CIAEM
University of Masachussets
250 Lincoln Ave. Aveherst. Mass.

VALEIRAS, Andrés. Ing. Civil
O.E.A.
11922 Coldstream Drive. Potomac.
Md 20854

WOGRIN, Conrad A. Prof. of Computer
Science
University Masachussets
Ambert. Masachussets

MEXICO

CAMPOS, Yolanda. Profesora
Dirección General de Enseñanza Media, Secretaría de Educación Pública
Calle D N°16, Manzana XIII
Colonia Educación
México 21 - D.F.

EUROPA

BELGICA

PAPY, Frédérique. Profesora
Centre Belge de Pedagogie de
la Mathématique. A.S.B.L.
1180 Bruxelles. Av. Albert 224

ESPAÑA

ABELLANAS, Pedro. Doctor en Matemática
Consejo Superior de Investigaciones
Científicas. Serrano 123. Madrid 6.

VIDAL ABASCAL E. Doctor en Matemática
Universidad de Santiago. España
Rosa 20. 5° Santiago.

HOLANDA

FREUDENTHAL, Hans. Prof. Dr.
Utrecht State, University
Tiberdreef 4, Utrecht. Netherlands

FRANCIA

GLAYMANN, M. Profesor
Université de Lyon
43 Blvd. du 11 Nov 1918
69 Villeurbanne

PATRAS, Hacky, Profesor
College Enseignement Secondaire Elsa
Triolet Venissieux (69200)
77 Rue Auguste Renoir - 69200 Venissieux

REVUZ, André
Profesor
Université de Paris VII
11 Rue de Romme Les Escarts le Roy
Paris

SUBTIL, Paul
Profesor
College Enseignement Secondaire Herriot
11 Rue Faguin 69500
Bron

INGLATERRA

EDMONSON, Arthur A.
Prof. en Educación
Consejo Británico
Mariano Pelliza 953
Olivos (Buenos Aires)

WILLIAMS, Elizabeth
Profesora
Bridge Farm. Gr. Bardfield

SUIZA

DELESSERT, André
Profesor
Université de Laussanne
1099 Servion
Suisse

C5. *LISTA DE PARTICIPANTES ARGENTINOS*

INVITADOS ESPECIALES

ACEVAL, Ma. L. Esperón de
Bolívar 1148 - Corrientes

ACEVEDO, Hugo
Avda. Avalos 234 - Resistencia - Chaco

BANFI, José
Paraguay 1951 - 6° A - Capital Federal

BOSCH, Jorge
Suipacha 245 - Capital Federal

CABRERA, Carlos M.
Alsina 3162 - 11 C - Capital Federal

CAMERA, Lorenzo
Avellaneda 74 - Bernal - Buenos Aires

CAPELLAN, Dora Teresa
Calle 44 N°2971 - Necochea -
Buenos Aires

CERDEYRA, Luz E.
San Martín 47 - Gral. Roca - Río Negro

CONTI, Ana Fernández de
Reconquista 70 - Turdera - Buenos Aires

COSENTINO, Josefina
Alpatacal 2261 - Mendoza

COSTAGLIOLA, María I.
Millán 3151 - Capital Federal

CHAMAS, Elsa E.
Corrientes 2641 - 10° D - Mar del Plata
Buenos Aires

CHOUHY AGUIRRE, Margarita
Uruguay 995 - 5°- Capital Federal

FERRARI, María A.
Bogotá 3984 - Capital Federal

FORESTELLO, María A.
Corrientes 1191 - Rosario - Santa Fe

GAMBINO, Esther Abella de
Corrientes 1191 - Rosario - Santa Fe

GUASCO, María Josefina
Cachimayo 280 - 5° 23 - Capital Federal

HOUSSAY, Ana G. de
Santa Fe 3674 - 1° C - Capital Federal

KOHANSKY, Eva
Corrientes 1191 - Rosario - Santa Fe

LASRY, Raquel L. de
Ing. Luiggi 402 - Bahía Blanca -
Buenos Aires

LOPEZ, Antonio R.
José Barros Pazos 2240 - Córdoba

LOPEZ HENRIQUEZ, Asunción
Espartaco 571 - Capital Federal

MADRID, Susana
Colombres 325 - Lomas de Zamora -
Buenos Aires

MALGOR, Marina Estevez de
Mendoza 1116 - Corrientes

MEIER, Marta
Corrientes 1191 - Rosario - Santa Fe

MELANI, Nélida
Colón 2815 - Córdoba

MENDOZA, Ketty I. de
Lavalle 163 - 2° piso - Mendoza

MONTI, Perla Schugurensky de
San Lorenzo 1283 - 1° A
Corrientes

PALACIOS, Alfredo R.
Calle 22 N°1177 - La Plata -
Buenos Aires

PANEBIANCO, María A. Labé de
Lamadrid 360 - Lomas de Zamora -
Buenos Aires

PASSERINI, Edi Beatriz
Santa Rosa 685 - 1° 4 - Córdoba

RIZZOTTO, María L. Righi de
Corrientes 970 - 7° B - Rosario

RODRIGUEZ, Hilda
Calle 55 N°2328 - Necochea -
Buenos Aires

ROMERO, Aurora Gerompini de
Esmeralda 963 - 6° G - Capital Federal

SORAIRE, María S. A. de
Juan B. Justo 308 - Godoy Cruz - Mendoza

TAPIA, Carlos
Echeverria 2109 - 10° B
Capital Federal

TAPIA, Nelly Vazquez de
Echeverria 2109 - 10° B
Capital Federal

VARELA, Leopoldo
Murguiondo 801 - Valentín Alsina
Buenos Aires

VICENTE, Lidia
Alte. Brown 2999 - Temperley
Buenos Aires

VISMARA, Edith Ventureira de
Quintana 725 - Adrogué
Buenos Aires

DELEGADOS DE INSTITUCIONES

ALFONSO, Isabel
Universidad Comahue
C.L 166, Cipolletti, Río Negro

ARAUJO, María D. O. de
CENIED
Arenales 3588 - 6° B - Capital Federal

ARES, Luis M.
Universidad La Pampa
25 de Mayo 666, Santa Rosa, La Pampa

AVERSENTE, Omar L.
Escuela Henry Ford
Lambaré 1148 - Capital Federal

BARRERA, Clara M. T. de
Instituto Católico Prof. Córdoba
Santa Fe 169, 2° A - Córdoba

BRESSAN, Ana M.
Consejo Prov. Educ. de Río Negro
Centro Atómico - Bariloche

BRUNO, Omar A.
Facultad de Ing. Química. Universidad
Nac. Noreste
Santiago del Estero 493, Posadas
Misiones

CABANNE, Lilia A.
SNEP
Acoyte 225, Capital Federal

CANAVES, María del C. P. de
Ministerio Educ. Prov. de Chubut
Honduras 20, Trelew - Chubut

CARBONE, José F.
Fac. Ciencias Económicas Univ. Prov. Mar del Plata
Blas Parera 248, Mar del Plata
Buenos Aires

CARRANZA, Elda S. de
Instituto Profesorado de Catamarca
Pasaje F. Varela 1251
Catamarca

CATTANEO, Liliana G. de
Instituto Politécnico de Rosario
Montevideo 442, 1° A
Rosario
Santa Fe

CERUSICO, Julieta V. de
Instituto Profesorado de Catamarca
Junín 163, San Fernando del Valle de Catamarca

CRESPI, Alba R. de
CONET
Fitz Roy 2455 - Capital Federal

CRESPO, Lidia S.
Instituto Univ. de Trelew
Rivadavia 670 - Trelew - Chubut

CRICEL, Waldemar
Consejo Gral. de Educación de Misiones
Estado de Israel 861 - Posadas
Misiones

CHECCHI, Dora O. de
Universidad Nacional de Córdoba
Calle 12 N°28 - Parque V. Sarsfield
Córdoba

CHECCHI, Pedro L.
IMAF
Calle 12 N°28 - Parque V. Sarsfield
Córdoba

CHECCHI, Roberto J.
Fac. Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires - Inst. Nacional Superior del Profesorado
Aguero 1821, 8° E - Capital Federal

DE MARTINO, Elsa
Consejo Nacional de Educación
Pueyrredón 2160 - Capital Federal

DEL BUSTO, Eduardo
Universidad Nacional de La Plata - Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
La Plata

DUARTE, Marta
Colegio Nac. de La Plata - Universidad Nacional de La Plata
Calle 24 N°884 - La Plata

EPELBAUM, Mauricio
Universidad del Litoral
Junín 2850 - Santa Fe

FERRARI, María A.
Colegio Nac. Buenos Aires - Universidad Buenos Aires
Bogotá 3984 - Capital Federal

GASPAR, Eduardo
Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Rosario
Avenida Pellegrini 250 - Rosario

GIORDANO, Emilio H.
Liceo Naval Militar "Alte. Brown"
Calle 62 N°920 - La Plata

GIOVANONNI, Osvaldo
SNEP
Maure 2556 - Capital Federal

GONZALEZ BARO, Estela
Liceo Victor Mercante - Universidad de La Plata
Calle 11 N°735 - La Plata

GUERRA, Carlos E.
Escuela de Comercio "C. Pellegrini" - Universidad Buenos Aires
Cabrera 3116 - Capital Federal

GUZMAN, Martha E.
Instituto Sup. Prof. de Rosario - Santa Fe
Cafferata 1363 - Rosario - Santa Fe

HERNANDEZ, Ma. S. de
C.A.E.C.E.
Canalejas 898 - Capital Federal

HERRERA, Félix E.
Universidad Nacional de Tucumán
Salta 630 - Tucumán

JALILE, Jorge
Consejo Nacional de Educación de Catamarca
Rojas 537 - Catamarca

JENKINS, Nelly M. de
Universidad Comahue
Elordy 566 -
Neuquén

KNUDTSEN, Anita S. de
Universidad de La Pampa
Reconquista 288
Santa Rosa
La Pampa

LASSERRE, Cecilia Ma.
Profesorado Católico de Córdoba
Cangallo 467 - Barrio Arisol Sur
Córdoba

LESCANO, Gladys
Colegio Nac. La Plata - Universidad La Plata
Calle 27 N°1552 - La Plata

LOPEZ HENRIQUEZ, Asunción
Colegio Nac. Buenos Aires - Universidad Buenos Aires - Profesorado Escuela Normal N°1
Espartaco 571 - Capital Federal

LOPEZ, Mercedes H.
Universidad de Cuyo
Pascual Tosso 782 - San José - Guaymallén - Mendoza

LORENZON, María B.
Instituto Profesorado Secundario de Paraná
Sgo. del Estero 685
Paraná - Entre Ríos

MACIA, Haydée H.
Instituto Univ. Santa Cruz

MAGARIÑOS, Héctor
Instituto Nac. Superior del Profesorado
Montes de Oca 515 - Capital Federal

MARTINEZ, Olga C. de
Instituto Profesorado Sec. de Catamarca
Belgrano 674 - Catamarca

MASCO, Roger
Universidad Nacional de Rosario - Universidad Tecnológica de Rosario
Ituzaingó 1464 - Rosario - Santa Fe

MATEODA, Angela
Instituto Profesorado de Paraná
Tucumán 339 - Paraná - Entre Ríos

MEIER, Marta M. A.
Instituto Sup. Profesorado Reconquista, Santa Fe
Alvear 712 - Reconquista - Santa Fe

MENDOZA, Ketty I. de
Ministerio de Cultura y Educación de Mendoza - Escuela Superior de Artes
Lavalle 163 - Mendoza

MERINO, Eutimio
Consejo Educ. Católica
Cochabamba 1652 - Capital Federal

MIRALLES, Mirta M.
Consejo Prov. de Santa Cruz
Casa 88, B. Provincial - Río Gallegos
Santa Cruz

MOLLO, Andrea V. de
Consejo Prov. Educación de Río Negro
San Martín 1516 - Gral. Roca - Río Negro

MORASCHI, Marta D.
INEC
Marcelo T. de Alvear 1361 - Capital Federal

MORENO, Haydée G. de
SNEP
Córdoba 1680 - 8° A - Capital Federal

MOSQUERA, Norma L. de
Consejo Prov. Educación de Santa Cruz
Río Turbio 194 - B. APAP
Río Gallegos - Santa Cruz

MUSELLI, Yolanda
Ministerio de Gobierno de Salta
Alvarado 507 - Salta

NASINI, Ada E. de
Universidad Tecnológica Nacional de Rosario
E. de Luca 961 - Rosario - Santa Fe

OLIVETTO, Beatriz S.
Fac. Ciencias Económicas - Universidad Prov. Mar del Plata
Sgo. del Estero 2329
Mar del Plata - Buenos Aires

ONAINDIA, María Teresa
Instituto Superior Profesorado Paraná
Santa Fe 134 - Paraná
Entre Ríos

PALACIOS, Alfredo R.
Liceo Naval Militar "Alte. G. Brown"
Calle 22 N°1177 - La Plata

PEREZ REGO, Julio
SNEP
Habana 2583 - Capital Federal

PIANA, Atilio
ANEMS
Viamonte 2070 - 5° 19 - Capital Federal

PIFRABERT, Torino
CONET
Gaona 2243 - Ramos Mejía
Buenos Aires

PORTA, Horacio
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

PRUZ, María M.
Colegio Nac. Univ. de La Plata
Calle 42 N°912 - La Plata

REFSGAARD, Emilia S.
Instituto Universitario de Trelew
Yrigoyen 825 - Trelew - Cubut

REIN, Víctor
Universidad Nacional de Rosario
Santa Fe 778 - Rosario - Santa Fe

REPETTO, Celina
Instituto Nac. Sup. del Profesorado - Facultad de Arquitectura - Universidad de Buenos Aires
Arenales 3051 - Capital Federal

RIMOLDI, H. J. A.
Centro Interdisciplinario de Investigaciones en Psicología Matemática y Experimental
Habana 3870 - Buenos Aires

ROFMAN, Edmundo
Universidad Nacional de Rosario
Entre Ríos 1371 - Rosario - Santa Fe

SARDELLA, Oscar
Instituto Nac. Superior del Profesorado
José Cubas 4284 - Capital Federal

SEGOVIA FERNANDEZ, Carlos
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

SILVEIRA, E. A.
Consejo de Educación de Catamarca
Zurita 444 - Catamarca

SORAIRE, María J. de
Ministerio de Cultura y Educ. de Mendoza
Escuela Superior de Arte
Juan B. Justo 308 - Godoy Cruz - Mendoza

SPARTI, Cayetano
Liceo Policial
Calle 27 N°508 - La Plata

TABOADA, Olga L. de
Universidad de Cuyo
Lamadrid 739 - Mendoza

TORANZOS, Fausto
Facultad de Ciencias Económicas - Universidad Buenos Aires
Libertad 2848 - Florida - Buenos Aires

TORANZOS (h), Fausto
Facultad de Farmacia y Bioquímica - Universidad de Buenos Aires

UBERTONE, Elvio F. L.
Fac. Filosofía y Letras - Universidad de Buenos Aires - Univ. de la Empresa
Juncal 2579 - Capital Federal

UNSAIN, Ignacio
IMAF
Comechingones 338 - Córdoba

VARELA, Leopoldo
Instituto Sup. del Profesorado de Quilmes
Murguiondo 801, Valentín Alsina
Buenos Aires

VERA, Silvia T. de
Instituto Católico del Prof. de Córdoba
Los Ranqueles s/n, Parque Latino,Córdoba

VERNIERI, Juan O.
Ministerio de Educación y Justicia de Chubut
Moreno 413 - Trelew - Chubut

* * *