EDUCACIÓN MATEMÁTICA en las AMÉRICAS 2023

Currículo, Competencias y Evaluación

Volumen 6, Memorias XVI CIAEM, Lima, Perú

Patrick Scott, Yuri Morales
y Angel Ruiz
Editores

CIAEM
IACME
desde - since 1961

www.ciaem-iacme.org
ciaem.iacme@gmail.com

Currículo, Competencias y Evaluación
[Volumen 6, Memorias XVI CIAEM, Lima, Perú]

Editado por Patrick Scott, Yuri Morales y Ángel Ruiz
Colaboradora: Sarah González

ISBN Volumen: 978-9945-603-xx-x
ISBN Obra Completa: 978-9945-415-xx-x

Para citar este libro y este volumen:

Comité Interamericano de Educación Matemática (2023). *Educación Matemática en las Américas 2023. Currículo, Competencias y Evaluación*. Editores: Patrick Scott, Yuri Morales y Ángel Ruíz. República Dominicana.

Contenidos

Presentación

La ***XVI Conferencia Interamericana de Educación Matemática*** **(XVI CIAEM)** se realizó en la Universidad de Lima, Perú, del 30 de julio al 4 de agosto del 2023.

La XVI CIAEM en un momento crucial

Esta CIAEM se dio en un momento significativo para nuestra comunidad:

- En primer lugar, por ser el primer gran congreso multinacional postpandemia en las Américas **totalmente presencial**. Esta modalidad se convirtió en un gran desafío para una región muy afectada por la pandemia, a nivel nacional, institucional e individual. Los esfuerzos organizativos que hubo que hacer fueron mayores en medio de muchas incertidumbres, incluidas las políticas. Pero el proceso se completó con extraordinario éxito. Contó con la participación de cerca de 1000 personas de 28 países y la presentación de más de 500 trabajos en diversas modalidades (https://xvi.ciaem-iacme.org).
- En segundo término, porque se realizó en Lima, después de 57 años desde que había tenido lugar la II CIAEM (1966), bajo el liderazgo de los norteamericanos Marshall Stone y Howard Fehr. La CIAEM volvió al Perú, aunque en un escenario histórico muy distinto.
- Precisamente, en tercer lugar, el año 2023 simboliza un *punto de inflexión* con saltos cuánticos en las tecnologías del mundo, como la Inteligencia Artificial y nuevos artefactos y perspectivas tecnológicas que impactarán nuestro futuro casi inmediatamente. Todo dentro de contextos políticos y económicos, y de profundo cambio climático, que ya comenzaron a definir una nueva época para la humanidad. Las matemáticas y su enseñanza se inscribirán dentro de este escenario global.

Conferencia inaugural XVI CIAEM

CIAEM: “un importante agente de la reforma curricular en Educación Matemática en las Américas” (F. Leung)

La XVI CIAEM fue una reunión regional de la *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI). El CIAEM es la organización multinacional afiliada al ICMI con mayor antigüedad y un socio importante de esta organización internacional. En palabras de Frederick Leung, Presidente de ICMI, en la *Ceremonia Inaugural* de la XVI CIAEM:

> Tanto el *Comité Interamericano de Educación Matemática* como la serie de Conferencias que organiza se denominan CIAEM. El CIAEM nació en 1961 a partir del controvertido movimiento *New Math* en América Latina, pero desde entonces el Comité ha evolucionado y se ha convertido en un importante agente de la reforma curricular en Educación Matemática en las Américas, y las Conferencias se han convertido en un lugar importante para el intercambio intelectual sobre investigaciones y prácticas de la Educación Matemática en la región y en el mundo.

Y añade:

> El CIAEM es mucho más que un Comité o una Conferencia. Produce materiales como publicaciones, blogs, etc. para apoyar a la Comunidad de Educación Matemática. Colabora con organizaciones nacionales y regionales de Educación Matemática en las Américas para apuntalar sus iniciativas y esfuerzos. Más importante aún, a lo largo de los años, ha crecido hasta convertirse en una organización más global, con “sólidos vínculos científicos y educativos con el resto del mundo”. Es un importante Centro y una Red de educadores e investigadores matemáticos de la región, y también un puente entre la región y el resto del mundo.

El CIAEM y las CIAEM constituyen el principal punto de referencia en la Educación Matemática para investigadores, docentes y estudiantes en todo el continente.

La alta calidad científica de las CIAEM

En los textos que recogemos aquí domina un gran nivel científico. Una de las características permanentes de las CIAEM es, precisamente, su cultivo de la mayor calidad académica; la cual es producto de un diseño intelectual estratégico innovador y de grandes esfuerzos por individuos y equipos durante muchos meses antes del congreso. A diferencia de otros eventos, las CIAEM piden las propuestas de ponencias de manera extensa y administra cuidadosamente la revisión por medio de una plataforma tecnológica (los textos aprobados pueden revisarse varias semanas antes del congreso en nuestras plataformas).

Es una perspectiva de organización académica profesional muy seria. Por eso es por lo que, en primer lugar, deseo agradecer formalmente la labor comprometida del *Comité Internacional del Programa* con un especial reconocimiento a los *Directores de tema*, a los casi 200 *Revisores científicos*, a los *Coordinadores de sesiones* en el evento y al *Comité Asesor Internacional.*

En esta oportunidad, dadas las condiciones de las plataformas tecnológicas libres disponibles, diseñamos una innovadora estrategia complementaria para la organización del congreso mediante dos sitios web: sitio oficial con toda la información y articulación de la preparación del evento (usamos WordPress), y el sitio para ponencias con base en *Open Conference Systems*. Agradecemos el trabajo de la Dirección de estas plataformas.

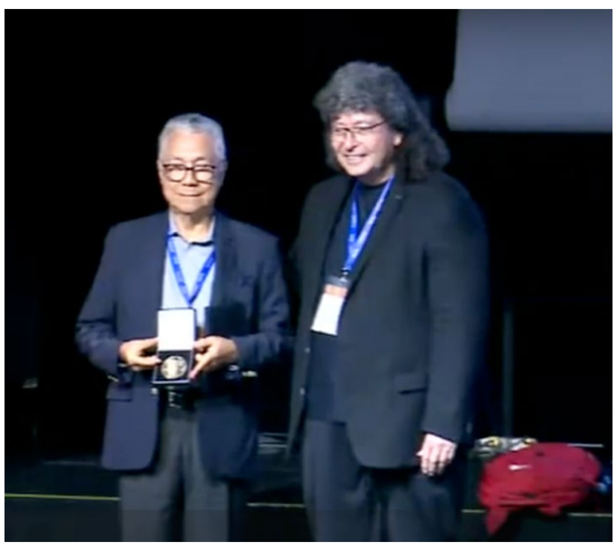
En la XVI CIAEM se plasmó la participación en la gestión académica de las redes hermanas: la Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe (especialmente) y la Comunidad de Educación Matemáticas de América del Sur.

En la pasada década el CIAEM, desarrolló una relación estratégica con el Proyecto Reforma Matemática (Costa Rica). Este equipo humano fue base crucial para sostener la logística informática de la organización científica del congreso, como lo fue en todos los eventos desde la CIAEM de Recife (Brasil) en 2011.

El *Comité Organizador Local* en la Universidad de Lima, aparte de las acciones usuales, proporcionó un ambiente cultural muy especial, con una gran hospitalidad. Nuestro agradecimiento a los colegas por haber asumido la logística multifacética de esta XVI CIAEM, que dejó recuerdos inolvidables en la comunidad de participantes.

Acciones dentro de la XVI CIAEM

Durante la XVI CIAEM, se hizo entrega de la *Medalla Luis Santaló* a Luis Carlos Arboleda y la *Medalla Marshall Stone* a Nelly León (Venezuela) y Sarah González (República Dominicana).



Entrega Medalla Luis Santaló

Y recordamos a grandes académicos que fallecieron en el periodo 2019 y 2023, entre ellos dos expresidentes del CIAEM: Ubiratan D'Ambrosio y Carlos Vasco.

En esta CIAEM fue confirmada la decisión de tener la XVII CIAEM en Monterrey, México, en el 2027.

Durante el evento, en correspondencia con los Términos de referencia del CIAEM, se aprobó la conformación de nuevos equipos directivos del CIAEM para el periodo 2024-2027:

- *Consejo Internacional* [dedicado a asuntos prospectivos, relaciones estratégicas, apoyo y asesoría]: Ángel Ruiz (Costa Rica, Presidente), Claudia Groenwald (Brasil), Eduardo Mancera (México), Luis Carlos Arboleda (Colombia) Medalla *Luis Santaló* 2023, Michèle Artigue (Francia) Medalla *Luis Santaló* 2015, Patrick Scott (EUA), Salvador Llinares (España) Medalla *Luis Santaló* 2019.
- *Equipo ejecutivo* [dedicado a asuntos de organización y desarrollo ejecutivo de las múltiples acciones cotidianas y materialización de proyectos, congresos, publicaciones, entre otros: Presidente: Eduardo Mancera (México), Primera vicepresidenta: Yuriko Yamamoto Baldin (Brasil), Segunda vicepresidenta: Nelly León (Venezuela), Secretaria de organización: Soledad Estrella (Chile), Secretario de asuntos tecnológicos: Yuri Morales (Costa Rica). *Vocales:* Ana Claudia Vilchis (México, para América del Norte), Ricardo Poveda (Costa Rica, para América Central), Sarah González (República Dominicana, para El Caribe), Eulalia Calle (Ecuador, para Región Andina), Claudia Vargas (Chile, para Región del Cono Sur), Alessandro Ribeiro (Brasil, para Región Luso-americana).

Educación Matemática en las Américas 2023

Los textos de las ponencias invitadas (conferencias plenarias, conferencias paralelas, sesiones temáticas, sesión Ubiratan D'Ambrosio, mesa redonda, minicursos) y ponencias abiertas (comunicaciones, talleres, posters), presentadas efectivamente en el congreso, han sido incluidas en esta colección digital de volúmenes que titulamos *Educación Matemática en las Américas 2023.* Los trabajos se han organizado en 10 volúmenes. El CIAEM desea agradecer a todos los autores que presentaron sus trabajos en la XVI CIAEM.

La organización detallada y la edición en sus diversas dimensiones fue realizada por Patrick Scott (Estados Unidos) y Yuri Morales (Costa Rica) quienes dedicaron un esfuerzo extraordinario para tener estas *Memorias*. Nuestra compañera Sarah González se encargó de tramitar su registro en República Dominicana (que contó con el apoyo de la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra de ese país). Expreso nuestro agradecimiento a Rick, a Yuri y a Sarah.

Los enlaces de estos volúmenes se han colocado en las páginas web oficiales del CIAEM.

Esperamos que la publicación de estos trabajos contribuya al progreso de la investigación y la acción de aula en la Educación Matemática de las Américas.

Atentamente

Ángel Ruiz, Presidente
Comité Interamericano de Educación Matemática

EDUCACIÓN MATEMÁTICA en las AMÉRICAS 2023

El presente volumen es parte de la colección digital *Educación Matemática en las Américas 2023*, que corresponde a las *Memorias* de la *XVI Conferencia Interamericana de Educación Matemática* (celebrada en Lima, Perú, del 30 de julio al 4 de agosto de 2023).

Los diez volúmenes se han organizado de la siguiente manera:

1. *Educación Matemática en las Américas 2023. Trabajos invitados de la XVI CIAEM*
2. *Educación Matemática en las Américas 2023. Estrategias para Mejorar la Enseñanza y el Aprendizaje*
3. *Educación Matemática en las Américas 2023. Formación Inicial de Profesores*
4. *Educación Matemática en las Américas 2023. Formación Continua y Desarrollo Profesional*
5. *Educación Matemática en las Américas 2023. Perspectivas Socioculturales*
6. *Educación Matemática en las Américas 2023. Currículo, Competencias y Evaluación*
7. *Educación Matemática en las Américas 2023. Historia y Epistemología*
8. *Educación Matemática en las Américas 2023. Resolución de Problemas y Modelización*
9. *Educación Matemática en las Américas 2023. Uso de Tecnologías Digitales*
10. *Educación Matemática en las Américas 2023. Investigación*

Estos volúmenes se pueden revisar o descargar gratuitamente en la página ***Memorias XVI CIAEM*** del sitio principal del CIAEM.

A presença do pensamento algébrico no Ensino Fundamental

Paulo **Silva**
Universidade Cruzeiro do Sul
Brasil
pauloesmat@yahoo.com.br
Edda **Curi**
Universidade Cruzeiro do Sul
Brasil
edda.curi@gmail.com

Resumo

Este trabalho tem como objetivo abordar as competências do pensamento algébrico e como alguns autores discorrem sobre a Álgebra, em estudos recentes, para verificar possíveis mudanças e constatações, nesta área da Matemática com relevância no aprendizado dos alunos do Ensino Fundamental nos Anos Finais. Entre os autores, estão presentes nos estudos, Lins e Gimenez (2001), Blanton e Kaput (2005), Lima e Bianchini (2017) que relatam sobre o processo de aprendizagem da Álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico. A pesquisa busca responder a questão: como os autores abordam o ensino de Álgebra e a formulação do pensamento algébrico dos estudantes nas escolas com o acompanhamento de um currículo. Nos resultados consideramos que cada vez mais se torna eficaz para o entendimento do processo de ensino da Álgebra, pesquisas que proporcionam a aproximação do aprendizado dos alunos, aquisição de conhecimentos relacionados a Álgebra e o pensamento algébrico.

Palavras-chave: Ensino Fundamental. Pensamento Algébrico. Álgebra. Desenvolvimento. Currículo.

Introdução

Este trabalho é parte integrante de uma pesquisa de doutorado, em andamento, e tem como objetivo estudar as competências do pensamento algébrico e de que maneira determinados autores discorrem sobre a parte teórica da álgebra, justificando a pertinência da pesquisa. O trabalho segue em desenvolvimento com estudos relacionados aos documentos curriculares ao longo do tempo e suas abordagens do pensamento algébrico. A intenção é verificar mudanças nesta área da Matemática, tão importante para o aprendizado dos estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Para Lins e Gimenez (2001) é necessário melhor tratamento para os pressupostos que envolvem as várias visões da educação algébrica e que essa necessidade ocorre devido ao aparecimento de resistência quando se leva em conta a reavaliação da posição da educação algébrica na escola que principalmente ocorre com mais frequência no ensino de Álgebra do que no âmbito de propostas de mudanças sobre a educação aritmética. Para os autores, usualmente nas escolas, a introdução da Álgebra é deixada para depois, enquanto o ideal era a antecipação desse conteúdo.

Concordamos com os autores que é preciso discussão da atividade algébrica em sala de aula com intensidade de preocupação similar ao que ocorre acerca da Educação Aritmética, pois a Aritmética e Álgebra constituem, juntamente com a Geometria a base da Matemática trabalhada na escola e que é realmente este o formato apresentado nos livros didáticos e nas propostas curriculares.

Diante da relevância da necessidade do entendimento do pensamento algébrico destacado na presente pesquisa, discorremos, também, sobre a importante relação entre esse pensamento e sua abordagem nos currículos ao longo do tempo. Essa etapa da pesquisa encontra-se em desenvolvimento na tese de doutorado com análise nos documentos curriculares apresentados a seguir.

Segundo, *National Council Of Teachers Of Mathematics* - NCTM (2000), (Conselho Nacional de Professores de Matemática), organização de pesquisas sobre educação matemática de prestígio, relata que um dos princípios fundamentais para a educação matemática de qualidade é o Currículo e este deve estar profundamente entrelaçado ao programa curricular de matemática. Para o documento, o alcance à excelência matemática vai muito além de se listar os objetivos pretendidos com os conteúdos abordados.

Procedimentos Metodológicos

O presente trabalho pretende identificar as atuais produções acerca dos estudos sobre a abrangência do pensamento algébrico nas escolas, em especial para os Anos Finais do Ensino Fundamental e como os autores abordam o ensino de Álgebra, atualmente. Para isso buscamos referenciais teóricos que colaboram com nosso tema de pesquisa e justifica a pertinência do trabalho. A metodologia de pesquisa utilizada é de cunho qualitativo com a análise de documentos curriculares (em andamento na tese) como: 1) Os Guias Curriculares (1975), documento curricular orientador oficial e referência para as escolas do estado de São Paulo, logo após a indicação da Lei 5.692, de 11 de agosto de 1971 que orienta a necessidade do educando adquirir autorrealização, qualificação para o trabalho e preparo para o exercício consciente da cidadania; 2) Proposta Curricular de Matemática (1992), publicada pela primeira vez em 1986 no estado de São Paulo e aponta mudanças estruturais no ensino de Matemática; 3) os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (1998) que entra em vigor logo após a verificação de evolução em relação a documentos curriculares no país; 4) a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (2017), documento orientador, responsável por nortear a construção dos documentos curriculares de estados e municípios do Brasil; e finalmente; 5) o Currículo Paulista (2019), documento utilizado para a orientação de todas as escolas da rede estadual de ensino do Estado de São Paulo, após o lançamento da BNCC em 2017.

Para Cellard (2008), a análise documental permite a observação e acompanhamento do processo de maturação e evolução das pessoas, de grupos, de conceitos, de conhecimentos, de comportamentos, de mentalidades e de práticas.

Sacristán (2000), sintetiza alguns aspectos importantes de um currículo, como documento de função socializadora da escola, instrumento de compreensão da prática pedagógica, realiza aproximação dos conteúdos com a profissionalização docente, entrecruza componentes e determinações, como: pedagógicas, políticas e administrativas na escola. Para o autor, o currículo com seus conteúdos e formas para desenvolvê-lo, atua como referência no papel de melhora na qualidade de ensino das escolas, realizando mudanças na prática, no aperfeiçoamento dos professores, na inovação da escola e em seus projetos.

Nessa perspectiva, utilizamos de documentos e pesquisas para a construção do presente estudo de forma qualitativa e concordamos com Sampieri, Collado e Lucio (2013) que nessa modalidade de pesquisa, os documentos, os materiais e os artefatos diversos são uma fonte muito valiosa de dados e permitem o entendimento do fenômeno central do estudo. A seguir esboçamos o entendimento da Álgebra e do pensamento algébrico nas aulas de Matemática na perspectiva de alguns autores com o intuito de realizar explanação introdutória dessa área da Matemática no presente trabalho.

Alguns autores que abordam o estudo da Álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico

Lins e Gimenez (2001) defendem que a atividade algébrica é caracterizada como o fazer ou utilizar a Álgebra e que muitas vezes é descrita apenas como uma atividade de se calcular com letras, porém esse pensamento é considerado pelos autores uma tolice, pois o entendimento da utilização da Álgebra pela humanidade pode ser traçado por meio do desenvolvimento histórico da atividade algébrica desde os tempos dos babilônios e egípcios que datam por volta de 1700 A.C. com regras para cálculos e problemas, passando por Diofanto, aproximadamente, dois mil anos depois com o significado da incógnita numa equação, seguido de 1400 anos depois com o Francês Vieta, que segundo os autores, foi o primeiro a sistematizar o uso de letras para representar valores em uma expressão algébrica, chamado de cálculo com letras.

Para os autores a introdução do uso das letras está diretamente ligado ao fato de mudanças conceituais que sinalizam claramente o desenvolvimento da atividade algébrica e correspondem a muitas implicações nos estudos dos pesquisadores em educação matemática. Concordamos com Lins e Gimenez (2001) que desde o surgimento da introdução ao uso das letras na educação Matemática, houve muitos estudos e pesquisadores que se empenharam em dedicar seu tempo a produzir material que subsidiasse a intensão de entendimento sobre o ensino de álgebra, visto que nos propomos em pleno ano de 2021 iniciar a produção de uma tese para entender como o currículo e autores abordam o ensino de Álgebra para os alunos do Ensino Fundamental Anos

Finais e colaborar ainda mais com entendimento sobre o processo de ensino e aprendizagem do pensamento algébrico.

Corroboram com nosso objetivo sobre o entendimento do processo de desenvolvimento do pensamento algébrico, os autores norte-americanos Maria L. Blanton e James J. Kaput que repensar sobre o tipo de currículo e o efeito dos resultados de desempenho escolar de ensino básico levam a um crescente reconhecimento de que o raciocínio algébrico pode simultaneamente emergir e melhorar a Matemática do ensino básico. Os autores defendem que as práticas tradicionais de instrução curricular de escolas primárias, centradas no ensino de procedimentos aritméticos, seguida de abordagem, usualmente, em grande parte processual da Álgebra, com base nas médias das notas dos alunos, não têm obtido sucesso em termos de aproveitamento escolar.

Para os autores, a introdução do raciocínio algébrico desde os primeiros anos escolares, oferece alternativas para a construção do desenvolvimento conceitual da Matemática mais profunda e mais complexa nas experiências dos estudantes. Blanton e Kaput (2005) consideram o raciocínio algébrico como um processo em que os estudantes generalizam ideias matemáticas sem um conjunto de instâncias particulares e estabelece generalizações através de argumentações mais formais e adequadas à idade. Os autores ainda apontam que dependendo do nível de maturidade, essa generalização pode ser expressa em palavras ou símbolos e pode se basear na observação dos alunos de um padrão recursivo. Os autores tratam o raciocínio algébrico com várias formas que incluem: "(a) o uso da aritmética para expressar e formalizar generalizações; (b) generalizar padrões numéricos para descrever relações funcionais (pensamento funcional); (c) como domínio para expressar e formalizar generalizações; e (d) generalizar sobre sistemas matemáticos abstraídos de cálculos e relações".

Ao abordarem o raciocínio algébrico como os autores abordaram, entendemos que podemos levar em consideração, analogamente, ao que tratamos de pensamento algébrico para o nosso estudo, pois subsidiaram essa apresentação do raciocínio algébrico ao apresentarem padrões e generalizações como formas de observação a manifestação desse raciocínio por meio dos estudantes. Para os autores, essas generalizações de padrões numéricos implicam em explorar e expressar regularidades em números com semelhança à modelação como forma de raciocínio algébrico que, também, envolve a generalização de regularidades. Blanton e Kaput (2005) citam seus próprios estudos com o pensamento funcional centralizado através de um processo em que as tarefas aritméticas são transformadas em oportunidades de aprendizado e prática de generalização de padrões e relações matemáticas através da variação de um único parâmetro da tarefa proposta. Os autores defendem que a generalização não ocorre somente na individualidade dos números, mas de maneira global na Matemática, em que os alunos podem começar a realizar comparações de forma abstrata com a utilização, por exemplo, de comprimentos, áreas e volumes com o objetivo de realizar quantificação com generalizações, sem a necessidade da exatidão nos resultados logo de imediato.

Ponte, Branco e Matos (2009), abordam que o grande objetivo do ensino de Álgebra no Ensino Fundamental, tanto para os anos iniciais quanto para os anos finais é o desenvolvimento do pensamento algébrico e a capacidade dos estudantes realizarem a manipulação de símbolos, porém esse processo vai muito além desses itens.

Para Ponte, Branco e Matos (2009), existe algumas perspectivas para o aprendizado de álgebra: "Compreender padrões, relações e funções, representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos, usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas, analisar a variação em diversos contextos."

Outra referência de apontamento da importância do desenvolvimento do pensamento algébrico é o National Council of Teachers of Mathematics - NCTM1 de 2000, apresenta que o pensamento algébrico está relacionado ao estudo de estruturas, à simbolização, à modelação e ao estudo da variação.

Ponte, Branco e Matos (2009), apresentam que o pensamento algébrico exige algumas capacidades, como: lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções que da mesma forma inclui a capacidade de fazer outras relações e estruturas matemáticas para assim, o estudante poder usá-las na interpretação e na resolução de problemas ou em outras necessidades. Para os autores, existe uma relação muito próxima entre o pensamento algébrico e a ideia de generalização, pois permite descobertas e comprovação de propriedades com possibilidade de verificação na classificação de objetos, ou seja, não se observa apenas os objetos, mas também, suas relações que fazem com que os estudantes representem e raciocinem sobre essas relações de modo geral e abstrato.

Segundo os autores, essas habilidades podem ser promovidas por meio da manipulação de regularidades em conjuntos. Concordamos com Ponte, Branco e Matos (2009), que o pensamento algébrico não se limita apenas a ideia de trabalho com simbolismo formal, mas que aprender Álgebra envolve a capacidade de pensar algebricamente em diversas situações, como a manipulação de relações, regularidades, variação e modelação e que reduzir a atividade algébrica a manipulação de símbolos é reduzir toda a riqueza e capacidade da Álgebra em apenas uma de suas diversas faces. Diante dessa riqueza é imprescindível que o professor em sala de aula permita o livre acesso de todos os alunos a esse rol de faces da Álgebra na abordagem de suas atividades, possibilitando o diálogo do aluno com a sua própria melhor maneira de construção do pensamento algébrico e direcionamento do aprendizado, facilitando o avanço dos conteúdos da área.

Entendemos que o pensamento algébrico se enquadra nas perspectivas de aquisição de habilidades e pode proporcionar o entendimento da Álgebra com possibilidade de abrangência do aprendizado, não apenas limitando-se aos conceitos algébricos, símbolos ou o trabalho com "letras", mas sim no desenvolvimento de capacidades para o entendimento da Aritmética e da Matemática de um modo geral.

Corrobora com nosso entendimento, Veloso (2012) em sua dissertação de mestrado, intitulada "O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébricos no Ensino Fundamental: análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano" quando:

---

[1] NCTM – Conselho Nacional de Professores de Matemática –Importante Organização de Conferências e publicações destinadas ao Ensino de Matemática com sede em Reston, estado da Virginia nos Estados Unidos.

> esperamos que o aluno que desenvolve o pensamento algébrico seja capaz de entender não só os algoritmos, mas, também, o sentido do símbolo, ou seja, desenvolva a capacidade de interpretar e usar esses símbolos nos diversos domínios da Matemática. Nesse tipo de pensamento, o estudante voltará sua atenção não só para as 'letras' empregadas nas expressões algébricas, mas também para as relações existentes entre elas, raciocinando e manipulando essas relações de modo geral e abstrato tanto quanto necessário. (Veloso, 2012, p. 28).

Para a autora, estudar o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos que são submetidos a atividades que possibilitem esse desenvolvimento é preciso atenção não apenas para o surgimento de itens exclusivos do pensamento algébrico, mas também, da necessidade de analisar os procedimentos e os recursos que os alunos recorreram para investigar, por exemplo, uma sequência, como deram sentido a ela ou como compreendem um padrão e como o generalizam. Segundo Veloso (2012), o pensamento algébrico não depende apenas de uma linguagem estritamente simbólico-formal para sua manifestação. Realizando uma análise histórica da evolução da linguagem algébrica é possível perceber que não existe apenas uma forma de se expressar o pensamento algébrico, mas que nesse pensamento inclui se a capacidade de lidar com o cálculo algébrico, com as estruturas matemáticas que favorecem a aplicação de conhecimentos na interpretação e resolução de problemas na disciplina.

No livro de Carmem Sessa (2009) "Iniciação ao estudo didático da Álgebra origens e perspectivas" a autora realiza um estudo sobre a didática da Álgebra escolar com um panorama histórico-epistemológico do ensino dessa parte da Matemática até os dias atuais em que de um lado estão os professores que se formaram numa Matemática "algebrizada" e creem, segundo a autora, numa Álgebra com Matemática por excelência e do outro lado estão os alunos que enxergam a Álgebra como uma fonte infinita de incompreensão com a presença de constante dificuldade no manuseio de suas operações.

Para Sessa (2009), quando pensamos em Álgebra imaginamos sua aprendizagem como "um conjunto de práticas" atrelado a problemas constituídos a partir de conceitos e propriedades que para a autora, resultam em práticas com linguagem simbólica, com leis determinadas que organizam a configuração de um conjunto de técnicas e elementos complexos como, problemas, objetos, propriedades, linguagem simbólica, leis de conversão das expressões, técnicas de resolução e outros semelhantes que configuram as características da Álgebra. Concordamos com a autora que é por meio da prática de técnicas e procedimentos matemáticos, como de generalização, de exploração, de formulação e de conjecturas sobre propriedades aritméticas que se permite a introdução de resolução algébrica dos problemas geométricos e das demais situações correlatas na Matemática. Esse pensamento, segundo a autora, vai contra o que muitos afirmam sobre a dificuldade de trabalhar a implementação da Álgebra na escola, pois é necessário conhecimento prévio desses conceitos que os alunos ainda não adquiriram.

Sessa (2009), afirma que as dificuldades que os alunos apresentam ocorrem devido a maneira de como a álgebra é introduzida na escola e que essa maneira ocorre de forma variada e muitas vezes caracterizando o trabalho com a Álgebra de forma mecânica, sem significado e necessidade de compreensão. Para a autora, o aluno precisa ir além da compreensão de que as letras são para representar números ainda desconhecidos ou isolar incógnitas, mas que ao invés disso, entenda que não existe apenas uma solução e sim um conjunto de soluções, no entanto, para que esse processo ocorra em sala de aula e tenha essa significância para o aluno, exige-se do professor o entendimento e o trabalho diferenciado neste processo.

Ainda no mesmo sentido de introdução da Álgebra na escola, o livro de Sessa (2009), aborda a maneira como esse processo é realizado e apresenta que em muitos países a primeira impressão e contato com a Álgebra é a de utilizar letras encarregadas de representar números ainda desconhecidos, a chamada letra como uma incógnita e que segundo a autora, resulta para os alunos a impactante impressão da Álgebra, desde seu primeiro contato, com imensas dificuldades. Defende a autora, que devido a essa complexidade é importante, o quanto antes, a introdução da Álgebra nas aulas.

Para Sessa (2009), as equações são vistas por muitos alunos com resoluções de se isolar as incógnitas e o domínio de regras para realizar esse processo, gerando constantes sequências de dúvidas e dificuldades. A autora aponta em seu livro, um exemplo, que certamente em algum momento das aulas de Matemática, professores e alunos já se depararam com tal situação ou algo semelhante que os fizessem refletir. De um lado, está o direcionamento dos alunos que observam alguma atividade com procedimentos algébricos pela primeira vez, do outro lado, está o entendimento e solução de tal procedimento que se propõe a descoberta de valores atribuídos a letras. O plano integral de formação algébrica de um aluno deve nutrir-se, sem dúvida, de muitas outras experiências. No caminho, devem-se encontrar novos objetos, novos problemas, e produzir novas técnicas, a serem incorporadas de maneira sistemática. (SESSA 2009, p. 107).

A concepção de álgebra e pensamento algébrico, para Gomes e Noronha (2020), não se limita apenas a manipulação de símbolos, abstrata e especificamente mental, mas sim que nas crianças o “pensar algébrico” se manifesta na utilização de meios semióticos sem necessariamente utilizar equações e incógnitas. Para os autores, o pensamento, trata-se de uma prática social, cultural e multimodal.

Gomes e Noronha (2020), apud Vergel e Rojas (2018), apresentam que historicamente a Álgebra teve diversas concepções e isso se deve principalmente pela relação da Álgebra com a Aritmética, pois há conceitos de álgebra, por exemplo, como uma aritmética generalizada, estudo de procedimentos para a resolução de problemas, relação de quantidades e verificação de estruturas. Concordamos com os autores que as expressões de pensamento algébrico nas aulas de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental, por exemplo, não se detêm apenas ao formalismo de manifestação de conhecimento das fórmulas da Álgebra ou as incógnitas nas equações, mas podem ser reconhecidas pelos professores quando os alunos expressam o pensamento algébrico nas narrativas, no momento de realização de atividades que envolvem o trabalho com a Álgebra, como por exemplo, ao serem questionados de que forma pensaram e quais caminhos escolheram para determinar tal solução da atividade proposta.

Diante dos estudos, abordamos a importância da oportunidade de relatos de como se construiu o pensamento de solução logo quando o estudante determina seu manuseio com esse tipo de atividade. É possível que o professor possa conhecer ainda mais da presença do pensamento algébrico do aluno quando ele realiza esses relatos ao construir a solução da atividade do que apenas a correção de uma resolução no caderno após todos os alunos terminarem.

Considerações Finais

As dificuldades que se apresentam no processo de ensino de Álgebra e quando seus conceitos devem ser inseridos nas aulas de Matemática para a ativação do pensamento algébrico, são questões constantemente abordadas por professores e/ou pesquisadores em teses, dissertações, artigos, capítulos e livros que colaboram cada vez mais para o entendimento desse conteúdo.

A nossa pesquisa segue essa proposta, com objetivo de proporcionar interpretação sobre o ensino de Álgebra e o trabalho com o pensamento algébrico em sala de aula, em especial, dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Não é muito difícil observar nas escolas que os alunos apresentam algum tipo de dificuldade em algumas áreas da Matemática e se for possível buscar as causas raízes dessas dificuldades, certamente, a maioria delas estarão enquadradas em muitos conceitos da Álgebra que podem se manifestar desde a dificuldade de entendimento do significado de uma letra numa equação, por exemplo, até a resolução de problemas que envolvem simbologia, exigindo maiores habilidades. Portanto, torna-se cada vez mais importante conhecer como os alunos estão constituindo seus conhecimentos em torno dos conceitos de Álgebra e como estes estão sendo apresentados nos currículos, acompanhados pelas escolas, assim como, o alcance e dimensionamento que os professores possuem sobre o pensamento algébrico dos alunos quando trabalham a Álgebra em sala de aula, favorecendo cada vez mais cedo o conhecimento dos estudantes em relação a esse conteúdo.

Os estudos analisados deixam claro que o processo de ensino aprendizagem de Álgebra com a percepção da manifestação do pensamento algébrico vai muito além do manuseio de símbolos e letras em expressões, equações ou inequações nas salas de aula do Ensino Fundamental.

Diante dos estudos, observamos que as expressões de pensamento algébrico nas aulas de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental, não se detêm apenas ao formalismo de manifestação de conhecimento das fórmulas da Álgebra ou incógnitas presentes nas equações, mas podem ser reconhecidas pelos professores quando os alunos expressam o pensamento algébrico em suas narrativas no momento de solução das atividades, de que forma pensaram e quais caminhos escolheram para determinar tal solução, ou seja, que a oportunidade de relatos de como se construiu o pensamento ou a estratégia de solução, seja proporcionada ao estudante quando entra em contato com tal atividade. Provavelmente, esse tipo de ação se torna mais significativa do que apenas atribuir o conhecimento dos alunos aos critérios de avaliação em provas e atividades, por exemplo.

Referências e bibliografia

Blanton, M. L.; Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, Reston, v. 36, n. 5, p. 412-446.

Lei nº 5.692. Fixa diretrizes e bases para o ensino de 1º e 2º graus, e dá outras providências. (1971). Brasil. Diário Oficial da União, Brasília, DF. Recuperado em 09 junho 2022, de https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1970-1979/lei-5692-11-agosto-1971-357752-publicacaooriginal-1-pl.html

Base Nacional Comum Curricular. (2017). Ministério da Educação. Brasil. Brasília.

Parâmetros Curriculares Nacionais; Matemática. (1998). Secretaria de Educação Fundamental. Secretaria de Educação Fundamental. Brasil. Brasília, DF, MEC/SEF.

Cellard, A. (2008). A análise documental. In: Poupart, J. et al. *A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos*. Petrópolis, Vozes.

Gomes, L. P. S.; Noronha, C. A. (2020). Caracterização do pensamento algébrico na perspectiva da teoria da objetivação. In: Gobara, S. T.; Radford, L (Org.). *Teoria da objetivação: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática.* São Paulo, SP: Livraria da Física. p. 135 - 151.

Lins, R. C.; Gimenez, J. (2001). *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. 4ª Edição, Campinas, SP, Papirus.

Lima, J. R. C.; Bianchini, B. L. (2017). A álgebra e o pensamento algébrico na proposta de Base Nacional Curricular Comum para os anos iniciais do Ensino Fundamental. *Revista de Produção Discente em Educação Matemática*. v. 6, p. 197-208. Recuperado em 12 junho 2021, de https://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/view/32595

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Ponte, J. P.; Branco, N.; Matos, A. (2009). *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC.

Sacristán, J. G. (2000). *O currículo: uma reflexão sobre a prática*. 3.ed. Porto Alegre: Artmed.

Sampieri, R. H.; Collado, C. F.; Lucio, M. P. B. (2013). *Metodologia de pesquisa*. 5. ed. Porto Alegre: Penso.

São Paulo (Estado). (1975). *Guias Curriculares do Estado de São Paulo Propostos para as Matérias do Núcleo Comum do ensino do 1° Grau* - Matemática. São Paulo, SP.

São Paulo (Estado). (2019). Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. *Currículo Paulista.* SEDUC/Undime SP. São Paulo, SP. SEDUC/SP.

São Paulo (Estado). (1992). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Proposta Curricular para o Ensino de Matemática: 1º Grau*. 4 ed. São Paulo, SP. SE/CENP.

Sessa, C. (2009). *Iniciação ao estudo didático da álgebra: origens e perspectivas*. São Paulo, SP. Edições SM.

Veloso, D. S. (2014). O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica: análise de registros escritos de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental à luz da teoria de Radford. In: *III Selem - Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática*.

Vergel, R.; Rojas, P. J. (2018). *Álgebra escolar y pensamiento algebraico: aportes para el trabajo en el aula.* Bogotá. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

XVI CIAEM
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education
UNIVERSIDAD DE LIMA
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023
xvi.ciaem-iacme.org

As Habilidades relacionadas aos conceitos de Estatística nos Itinerários Formativos do novo Ensino Médio: um olhar sobre o Referencial Curricular Gaúcho, na perspectiva da Taxonomia de Bloom

Paola Aquino dos **Santos**
Universidade Franciscana
Brasil
paola.asantos@ufn.edu.br
Anderson da Silva **Rosa**
Universidade Federal do Pampa
Brasil
andersonrosa@unipampa.edu.br
Ana Marli **Bulegon**
Universidade Franciscana
Brasil
anabulegon@prof.ufn.edu.br

Resumo

Os Itinerários Formativos fazem parte do novo Ensino Médio e representam uma inovação na Educação. De acordo com a BNCC, a proposta do novo Ensino Médio é que o estudante seja protagonista na sua aprendizagem, tenha autonomia e responsabilidade nas suas escolhas e em suas perspectivas futuras. Nesse sentido, neste trabalho apresentamos os resultados do estudo de natureza qualitativa, do tipo descritivo e exploratório, realizado em 2022, acerca dos conceitos de Estatística Básica, presentes nos documentos da Secretaria de Educação (SEDUC-RS) que norteiam a implementação do novo Ensino Médio no Rio Grande do Sul. Nessa análise, consideramos as categorias do domínio cognitivo da Taxonomia de Bloom Revisada para identificar as habilidades relativas aos conceitos de Estatística Básica, propostos nas matrizes Curriculares e nas ementas de cada itinerário. Os dados mostram que as habilidades ler, escrever, demonstrar, interpretar e compreender as informações fornecidas, não variam tanto nas diferentes categorias da Taxonomia de Bloom.

Palavras-chave: Matemática e suas Tecnologias; ensino de Estatística; currículo; RCGEM; Gráficos e Tabelas.

Introdução

A última etapa da Educação Básica, chamada de Ensino Médio (EM), no Brasil, teve uma reestruturação curricular, que passou a ser chamada de novo Ensino Médio. Esse está estruturado em áreas de conhecimento que permitirá ao jovem optar por uma formação técnica e profissionalizante. As principais mudanças do novo EM estão amparadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e referem-se a adoção de uma base comum curricular em todo o território brasileiro; a inclusão de Itinerários Formativos e a alteração da carga horária desse nível de ensino. Os Itinerários Formativos são importantes elementos da reestruturação do EM e possibilitam aprofundar as áreas do conhecimento, integradas à formação técnica. Dentre os conceitos estudados no EM nosso olhar volta-se aos conceitos de Estatística Básica. Trata-se de conceitos relevantes e essenciais da área de Matemática para a compreensão do mundo e da vida cotidiana dos estudantes.

Somos pesquisadores pertencentes aos Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMAT-UFN) e de Pós-Graduação em Educação em Ciências (PPGECi-UNIPAMPA) e interessa-nos analisar as habilidades relacionadas aos conceitos de Estatística Básica a serem desenvolvidas nos estudantes do EM, propostos nas matrizes Curriculares e nas ementas de cada Itinerário Formativo, propostos no Referencial Curricular Gaúcho para o novo EM (RCGEM-SEDUC/RS). Esse é amparado legalmente pela Portaria do MEC nº 1.432/2018 (Brasil, 2018) que versa sobre os Referenciais Curriculares para a elaboração dos Itinerários Formativos.

Este trabalho é um estudo de natureza qualitativa, do tipo descritivo e exploratório. A Taxonomia de Bloom Revisada (TBR) é a base teórica de análise das habilidades. O trabalho nas próximas seções, organiza-se inicialmente na apresentação sobre o novo Ensino Médio Gaúcho e os itinerários formativos sobre o ensino de Estatística, a metodologia utilizada na pesquisa, os resultados, as considerações finais e as referências utilizadas.

A estrutura do novo Ensino Médio no Rio Grande do Sul

As matrizes de referência para o novo Ensino Médio no Rio Grande do Sul têm o objetivo de orientar os professores para que possam oferecer, em cada ano, etapa e componente curricular da Educação Básica (EB), um ensino de qualidade, favorecendo o desenvolvimento de todas as potencialidades dos estudantes (Rio Grande do Sul, 2022).

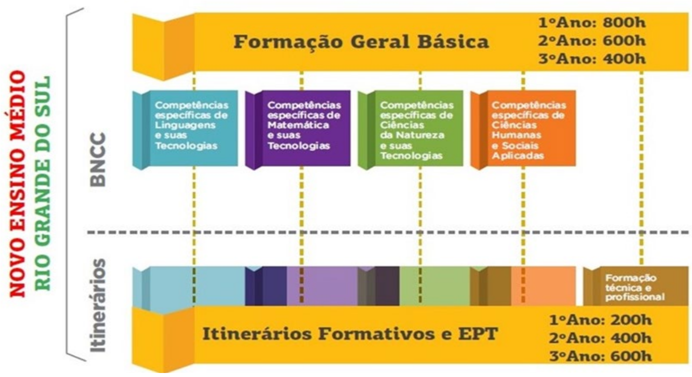


Figura 1 - Estrutura do novo Ensino Médio Gaúcho
Fonte: Rio Grande do Sul, 2022.

A nova organização curricular do Ensino Médio Gaúcho (EMG) (Figura 1) compõem-se pela formação geral básica (1.800 horas) e pelos Itinerários Formativos e EPT (Educação Profissional e Tecnológica) (1.200 horas), totalizando uma carga horária de 3000 horas. Nessas horas, há uma parte diversificada, que perpassa todas as etapas do novo EMG; o que possibilita uma adequação dos currículos e das práticas pedagógicas com a realidade da escola e de sua localidade (Rio Grande do Sul, 2022). As horas destinadas aos Itinerários Formativos, relacionam-se às áreas do conhecimento de: Linguagens, Matemática, Ciências Humanas e Sociais e Ciências da Natureza ou à formação técnica e profissional (Brasil, 2021).

Os Itinerários Formativos no novo Ensino Médio Gaúcho

Os Itinerários Formativos, optativos para os estudantes, são conjuntos de unidades curriculares flexíveis ofertadas pelas escolas que possibilitam o aprofundamento e ampliação das aprendizagens em diversas áreas de conhecimento e na formação técnica profissional. Os estudantes poderão optar por uma ou mais disciplinas, conforme a oferta da rede de ensino e sua realidade, no período dos últimos três anos da EB (SEDUC/RS, 2021). Conforme a Lei nº 13.415/2017 (Brasil, 2017), que alterou a LDB (Art. 36; ênfases adicionadas) e estabeleceu que o currículo do EM, embasa-se na BNCC e tem sua composição formada pelos itinerários formativos. Esses serão organizados através dos arranjos curriculares, de acordo com seu contexto local e possibilidades das escolas, tais como: Linguagens e suas Tecnologias; Matemática e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias; Ciências Humanas e Sociais aplicadas; Formação Técnica e Profissional (Brasil, 2018).

Os Itinerários Formativos são compostos por quatro componentes obrigatórios, vinte e quatro Trilhas de Aprofundamento Curricular e Unidades Curriculares Eletivas. Nesta organização as áreas do conhecimento são compostas por duas temáticas e divididas em três trilhas de aprofundamento (SEDUC/RS, 2021, p. s/n), disponível em: https://curriculo.educacao.rs.gov.br/BaseCurricular. O estudante que optar pela área da Matemática e suas Tecnologias, aprofunda os conhecimentos de aplicação dos conceitos matemáticos em contextos sociais e de trabalho (Brasil, 2018). Neste trabalho nosso olhar volta-se aos conceitos de Estatística Básica, presentes nas ementas desses itinerários.

O ensino de Estatística

A Estatística é uma ciência mediadora, que auxilia outras ciências na apreensão e compreensão dos fenômenos, desempenhando papel muito importante na evidência empírica dos dados (Cazorla, & Giordano, 2021); o que contribui para a formação de um cidadão crítico. Para que o ensino de Estatística contribua de fato com isso, é necessário que o estudante tenha possibilidade de confronto com diversas situações do contexto do mundo real, buscando estratégias e soluções para seus problemas. A indicação dos documentos curriculares brasileiros, de estabelecer a relação dos conceitos de Estatística com o cotidiano, é uma tarefa possível, visto que facilmente podemos verificar em jornais, revistas, propagandas, etc. Conceitos esses presentes nos tópicos: introdução à Estatística Descritiva, apresentação de dados quantitativos discretos, medidas de posição, medidas de dispersão, medidas relativas de dispersão e posição, introdução aos números índices. Um exemplo de atividade a ser desenvolvida é a análise dos dados epidemiológicos acerca da pandemia do COVID-19 por meio de tabelas, gráficos, índices financeiros, econômicos, inflacionários, o que destaca um modo expresso de uma informação. Ao interpretar dados estatísticos os estudantes contemplam diversas habilidades, tais como a de ler, escrever, demonstrar, interpretar gráficos e tabelas, assim como compreender as informações fornecidas, seja nos jornais ou qualquer meio de divulgação nas diversas mídias, e deste modo, sendo capazes de pensar de forma crítica sobre essas informações (Campos, Wodewotzki, & Jacobini, 2013).

Deste modo, com viés no ensino e aprendizagem dos conceitos de Estatística a serem desenvolvidos pelos estudantes no EM, realizamos a interpretação das habilidades descritas nas ementas dos Itinerários Formativos. Optamos pela análise na perspectiva da TBR por entendermos que os objetivos educacionais dispostos no documento analizados podem ser organizados em uma hierarquia do mais simples (lembrar) para o mais complexo (criar) contemplando deste modo os importantes níveis cognitivos a serem desenvolvidos na EB.

Taxonomia de Bloom

A Taxonomia de Bloom (TB) foi elaborada por Benjamin S. Bloom e seus colaboradores com intuito de possibilitar o planejamento dos professores por meio de um sistema hierárquico dos diferentes níveis de cognição. De acordo com Tarouco, Bulegon e Ávila (2021) ela proporciona o reconhecimento do processo de apropriação de conhecimento, competências, habilidades, capacidades e atitudes; contribui como recurso de referência indicando ao ensino uma hierarquia crescente de habilidades cognitivas. Ela se baseia em um método organizado na identificação e classificação dos resultados de aprendizagem pretendidos em atividades educacionais cuja hierarquia é estabelecida buscando ordenar os comportamentos do modo mais simples até o mais complexo para que se atinja o conhecimento dos níveis anteriores (Tarouco, Bulegon, & Ávila, 2021). Após anos, devido a novos conceitos, recursos e teorias acrescentadas no âmbito educacional, a TB passou por reformulações. A TBR possui duas dimensões: o Conhecimento e os processos cognitivos. O conhecimento têm as subcategorias factual, conceitual, procedimental e metacognitiva, ordenadas por uma sequência crescente de complexidade.

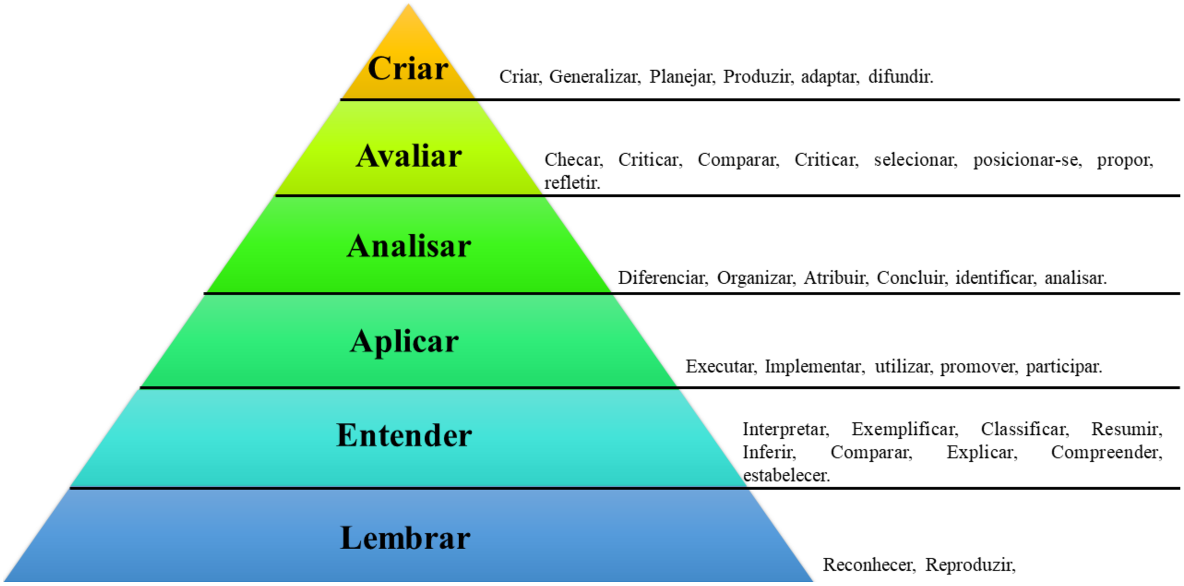


Figura 2 - Categorias do processo cognitivo segundo a Taxonomia de Bloom Revisada
Fonte: Krathwohl, 2002

Os Processos Cognitivos (Figura 2) possuem seis categorias da Taxonomia original, que foram renomeadas, para as formas verbais no gerúndio (lembrar, compreender, aplicar, analisar, avaliar e criar), também ordenadas em crescente complexidade (Krathwohl, 2002).

Metodología

O presente trabalho é um estudo de abordagem qualitativa do tipo descritivo e exploratório em que utilizamos como objetos de investigação as matrizes curriculares e as ementas dos Itinerários Formativos do novo EMG, que apresentam as habilidades relacionadas aos conceitos de Estatística. Tais documentos estão disponíveis na plataforma da SEDUC/RS[1].

A análise dos dados realizou-se de acordo com a análise de conteúdo (Bardin, 2016). Na fase da pré-análise, sistematizamos as ideias iniciais e estabelecemos indicadores para a interpretação das informações coletadas. Nesta fase, realizamos a leitura flutuante das matrizes e ementas dos Itinerários Formativos que contemplavam os conceitos de Estatística. A leitura permitiu a formulação das hipóteses e a elaboração de indicadores, a fim de interpretar o material selecionado. Na segunda fase, realizamos a exploração do material coletado por meio de uma leitura minuciosa; o texto foi recortado em unidades de registro e, então, categorizados e agrupados por verbos, de modo a possibilitar as inferências. Por fim, na última fase, captamos os conteúdos manifestos e latentes contidos em todo o material, realizamos a interpretação com o auxílio da TBR.

[1] https://curriculo.educacao.rs.gov.br/BaseCurricular

Resultados e discussões

A ementa do componente curricular de Estatística básica refere-se à Introdução aos elementos básicos da estatística descritiva. Para essa ementa "Os objetos de conhecimento devem ser relacionados com as competências e habilidades que dialogam com o eixo de Investigação Científica, Processos Criativos e Intervenção Sociocultural e Empreendedorismo." (SEDUC/RS, 2021). Dentre os objetos do conhecimento podemos citar:

> Introdução à Estatística Descritiva: amostragem, amostra, variáveis e suas classificações, gráficos e tabelas variadas. Apresentação de dados quantitativos discretos: distribuição de frequências, histogramas, diagrama de ramo-e-folhas, gráficos temporais. Medidas de posição: média aritmética simples, moda, mediana, média aritmética ponderada, média geométrica, média geométrica ponderada, média harmônica. Medidas de dispersão: amplitude, desvio médio, variância e desvio padrão, amplitude interquartis. Medidas relativas de dispersão e posição: escores padronizados e coeficientes de variação. Introdução aos números índices (SEDUC/RS, 2021, s/p).

Ao analisarmos as habilidades propostas nos Itinerários Formativos, identificamos 12 que estão relacionadas aos conceitos de Estatística Básica. Citamos como exemplo a habilidade (EMIFCG01) – "Identificar, selecionar, processar e analisar dados, fatos e evidências com curiosidade, atenção, criticidade e ética, inclusive utilizando o apoio de tecnologias digitais." (SEDUC/RS, 2021, s/p). Ao relacioná-las com as categorias de processos cognitivos da TBR (Figura 2) uma associação possível é apresentada no Quadro 3.

Tabela 1
Associação entre os verbos das habilidades do Itinerários Formativos e a Taxonomia de Bloom

Verbos das Habilidades dos Itinerários Formativos e quantidade de vezes descritas	**Etapas da Taxonomia de Bloom revisada**
Reconhecer (3)	Lembrar
Processar (1), questionar (1), comprender (1), establecer (1)	Entender
Utilizar (3), modificar (1), promover (1), participar (1)	Aplicar
Identificar (2), analizar (3)	Analisar
Seleccionar (1), posicionar-se (1), propor (1), considerar (1), refletir (1)	Avaliar
Criar (2), adaptar (2), difundir (1)	Criar

Fonte: Elaboração própria a partir dos resultados da pesquisa.

Observamos que as ações que apresentam maior frequência são: identificar, selecionar, processar, analisar, posicionar-se, utilizar, criar, propor, reconhecer, questionar, modificar, adaptar, difundir, compreender, considerar, promover, participar, estabelecer, realizar e refletir. As ações mais demandadas foram: reconhecer, utilizar e analisar, três vezes, e identificar e criar, duas vezes. Em síntese, a categoria avaliar apresentou maior quantidade (17,24%) de ações presentes nas habilidades analisadas. Os verbos entender e aplicar ambos apresentaram a mesma quantidade (13,79%), já os verbos criar (10,34%) e analisar (6,89%), apesar de não terem a mesma frequência, apresentam uma quantidade menor.

Considerações finais

O novo EM, adotado em todo o território brasileiro, está embasado na BNCC. Uma das mudanças propostas refere-se à inclusão de Itinerários Formativos ao longo de todo o EM. Esses permitem a possibilidade de aprofundar as áreas do conhecimento e da formação técnica. Entendemos que os conceitos de Estatística, assim como outros da área da Matemática, são relevantes e essenciais para a compreensão do mundo e da vida cotidiana dos estudantes. Nesse sentido, ao analisarmos as habilidades relacionadas aos conceitos de Estatística, propostos nas matrizes Curriculares e nas ementas de cada Itinerário Formativo do RCGEM, sob a ótica da TBR, verificamos que as habilidades ler, escrever, demonstrar, interpretar, assim como compreender as informações fornecidas, não variam tanto nas diferentes categorias. Entender, Aplicar e Avaliar são as categorias que apresentam maior número de habilidades propostas; enquanto a categoria Lembrar está relacionada à habilidade de reconhecer.

Deste modo, consideramos que as habilidades propostas nos Itinerários Formativos do RCGEM, referentes aos conceitos de Estatística Básica, possibilitam desenvolver os diferentes níveis cognitivos dos estudantes em seus níveis mais altos de desenvolvimento, com vistas a contribuir para a formação de cidadãos críticos, autônomos e protagonistas.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências e bibliografia

Bardin, L. (2016). *Análise de Conteúdo*. (L. de A. Rego & A. Pinheiro, Trads). São Paulo: Edições 70.

Brasil. (2018). *Ministério da Educação*. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica.

Brasil. (2016). *Medida Provisória nº 746, de 22 de setembro de 2016*. Institui a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral. Diário Oficial 5 da União, Brasília, Brasília, 2016. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2016/mpv/mpv746.htm. Acesso em 24/06/2022.

Brasil. (2017). Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. *Lei nº 13.415/2017*, Brasília.. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/lei/L13415.htm Acesso em 24/06/2022.

Brasil. (2021). *Novo Ensino Médio*. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/novo-ensino-medio/. Acesso em 29/07/2022.

Campos, C. R., Wodewotzki, M. L. L., & Jacobini, O. R. (2013). *Educação estatística:* teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. 2. ed. Belo Horizonte (MG): Autêntica Editora.

Cazorla, I. M., & Giordano, C. C. (2021). *O papel do letramento estatístico na implementação dos temas contemporâneos transversais da BNCC*. In: Carlos Eduardo Ferreira Monteiro, Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho. (Org.). Temas emergentes em letramento estatístico. 1ed. Recife: Editora da UFPE, v. 1, 88-111.

Krathwohl, D. R. (2002). A revision of Bloom's taxonomy: An overview. *Theory into practice***.** v. 41, n.4, 212–218.

Rio Grande do Sul. (2021). Secretaria Estadual de Educação. *Referencial Curricular Gaúcho - Ensino Médio.* Porto Alegre: Secretaria Estadual de Educação. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1yo2j_qamMYlBO_k8iGoKcHchTPXClO4w/edit Acesso em: 22/06/2022.

Rio Grande do Sul. (2022). Secretaria Estadual de Educação. *Consulta Pública Itinerários Formativos Do Ensino Médio.* Porto Alegre: Secretaria Estadual de Educação. Disponível em: https://curriculo.educacao.rs.gov.br/BaseCurricular. Acesso em: 29/07/2022.

SEDUC/RS. (2021). *Novo Ensino Médio*. Porto Alegre: Secretaria Estadual de Educação. Disponível em: https://portal.educacao.rs.gov.br/novo-ensino-medio Acesso em: 19/06/2022.

Tarouco, L.M.R., Bulegon, A. M., & Ávila, B.G. (2021). *Objetos de aprendizagem* - uso e reuso & intencionalidade pedagógica.

Práticas avaliativas alternativas na licenciatura em Matemática

Matheus de Almeida **Nogueira**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro
Brasil
matheus18nogueira@hotmail.com

Alberto Silva de **Carvalho**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro
Brasil
asc100573@gmail.com

Rafael Filipe Novôa **Vaz**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro
Brasil
rafael.vaz@ifrj.edu.br

Resumo

Não é nenhuma novidade na literatura que, diferentemente da perspectiva somativa, a avaliação formativa, voltada às aprendizagens, apresenta características mais pedagógicas, beneficiando, sobretudo, estudantes com maiores dificuldades acadêmicas. Mesmo assim, as abordagens formativas ainda são pouco utilizadas no ambiente escolar e acadêmico, especialmente, nos cursos de Matemática. Este estudo é um recorte de dois trabalhos de conclusão de curso que investigaram a utilização de duas vertentes alternativas ao exame, com características mais formativas: (1) prova em fases, desenvolvida em uma turma de Cálculo 2 e (2) a prova colaborativa, aplicada em uma turma de Educação Matemática Financeira. Os resultados obtidos nesses dois estudos, realizados em uma Licenciatura em Matemática, indicam que as diferentes perspectivas dadas à autonomia dos estudantes, ao tratamento dos erros e à melhoria do feedback avaliativo podem trazer relevantes contribuições à Educação Matemática.

Palavras-chave: Avaliação em Matemática; Prova em Fases; Prova Colaborativa; *Feedback* Formativo; Análise de Erros.

Avaliação em Matemática

Nas graduações de Matemática, até mesmo nas licenciaturas, é muito comum a utilização de exames discursivos (testes e provas) para avaliar as aprendizagens dos estudantes. De tal modo que a avaliação seja reduzida à aplicação de dois ou três testes. A aprendizagem é reduzida ao desempenho de estudantes em exames pontuais. Seu desempenho é transformado, a partir da correção desses exames, em notas, como se houvesse uma correspondência biunívoca entre a nota e a aprendizagem, uma espécie de homomorfismo.

Alguns estudos questionam essa correspondência aceita e naturalizada no meio escolar e acadêmico. Para Buriasco e colaboradores (2009), geralmente negligenciamos o fato de que o quantitativo advém do qualitativo e que essa nota não emerge de maneira pura e unívoca dos instrumentos utilizados, mas é produzida pelo avaliador. Em consonância com essas ideias, Vaz e Nasser (2019, p. 8) afirmam que "a ideia de associar a nota de um teste a uma medição é, definitivamente, um mito. O teste está muito mais próximo de uma leitura do que de uma medida. Uma leitura não somente da aprendizagem, mas também do ensino". Os estudos de multicorreção realizados por Vaz e Nasser (2019, 2021) identificaram discrepâncias nas notas atribuídas pelos corretores, comprovando que a correção de exames discursivos em Matemática é fortemente influenciada aspectos interpretativos e subjetivos dos docentes.

Em função da complexidade do ser humano, podemos considerar que não exista um instrumento padronizado e aplicável a todos. "Se o conhecimento é multifacetado, complexo, construído individualmente e inextricavelmente ligado ao contexto no qual o aprendizado ocorre, conclui-se que nenhum "instrumento" único é capaz de medir esse conhecimento de maneira consistente e significativa" (Vaz & Nasser, 2019, p.5). Ao associarmos a prova a um instrumento, geralmente incorremos um erro, pois a palavra "instrumento" caracteriza algo que é capaz de aferir, ou seja, medir com precisão algo. Se por um lado exames discursivos possuem pouca confiabilidade no que se refere aos resultados, esses exames inseridos na modalidade somativa da avaliação tem suas possibilidades pedagógicas reduzidas. Isto porque, diversos estudos comprovam que a avaliação formativa, voltada às aprendizagens, ampliam as possibilidades de que os estudantes aprendam, sobretudo aqueles com maiores dificuldades (Black & Wiliam, 1998; Fernandes, 2009).

Enquanto a avaliação somativa avalia *a* aprendizagem, a avaliação formativa avalia *para* a aprendizagem. Para Sadler (1989), a avaliação formativa é qualitativa, ou seja, capaz de agregar valor, enquanto a avaliação somativa se apresenta quantitativa, pois preocupa-se em medir um valor, fazer uma leitura pontual. A avaliação formativa está, por outro lado, intimamente ligada à ideia de simultaneidade. A avaliação formativa está relacionada ao modo como os julgamentos sobre a qualidade das respostas dos alunos (desempenho, trabalhos) podem ser usados para moldar e aprimorar a competência destes por meio de um rompimento com o caráter aleatório e a ineficiência da aprendizagem baseada na tentativa e erro (Sadler, 1989, p. 120).

A avaliação formativa prima por ser interativa, desenvolvendo-se com atividades e reflexões a respeito da construção do aprendizado, é uma avaliação que ocorre no dia a dia, ou seja, ela é contínua e está presente em todo processo. Enquanto a avaliação somativa fornece esse feedback através de notas e pontuações no final de um período, pouco somando a construção do aprendizado, a avaliação formativa apresenta feedbacks em diversos momentos do aprendizado, desta forma contribuindo mais e melhor para a aprendizagem.

Uma abordagem diferenciada na avaliação formativa se refere à postura relacionada ao erro dos estudantes. Primeiramente, porque "diferentes tipos de erros exigem diferentes ações do professor" (Silva & Buriasco, 2005, p. 501). O docente precisa identificar, distinguir a natureza do erro em Matemática para posteriormente pensar em ações para intervir. Em consonância com as ideias de Cury (2021), Silva e Buriasco (2005, p. 501) pontuam que o erro "deve ser considerado um acontecimento natural no processo de construção do conhecimento", onde o erro precisar ser um meio de desenvolvimento no processo de aprendizagem do aluno, no qual o professor primeiro entende o que motivou aquele erro para depois buscar meios de intervir, e assim, o aluno superá-lo.

> Se o erro é parte de um processo, um saber em construção, na prova ou em outro instrumento avaliativo, consequentemente, deve ser reinterpretado. O errado não é mais riscado ou apagado, deve ser reconstruído, ressignificado e reutilizado, em prol da aprendizagem (Vaz, 2022, p. 14).

A inspiração deste trabalho da necessidade de reconstruir e de pensar em modelos educativos, mais especificamente, em modelos avaliativos que contribuam mais para a aprendizagem dos estudantes. Esta comunicação científica é um recorte de dois trabalhos de conclusão de curso de licenciatura em Matemática, que investigaram práticas avaliativas alternativas: a prova em fases e a prova colaborativa.

As Investigações Realizadas

Este texto retrata dois estudos realizados em uma Licenciatura em Matemática sob a orientação do terceiro autor. O primeiro pesquisou a utilização da prova em fases na disciplina de Cálculo 2 e o segundo realizou um estudo sobre a Prova Colaborativa em uma turma de Matemática Financeira. O objetivo era investigar as potencialidades e as limitações dessas variações de provas.

Prova em fases

A prova ou teste em duas fases foi desenvolvida(o) originalmente na Holanda, pelo projeto Hewet, com alunos dos últimos anos do Ensino Médio, ideia que foi adaptada para alunos mais novos pelo Projeto MAT789. As questões propostas incluíam:

> (tipo 1) Perguntas de interpretação, justificações e problemas de resolução relativamente rápida, e (tipo 2) alguns problemas abertos requerendo investigação e respostas mais desenvolvidas. Em qualquer dos casos, não se pedia a reprodução de definições ou regras tanto mais que os alunos podiam consultar os cadernos e apontamentos. Mas pedia-se que as respostas fossem pormenorizadas e explicadas (Abrantes, 1995, p. 24)

A ideia era que os estudantes resolvessem, na primeira fase, as questões do tipo 1. Os professores davam pistas e sugestões após corrigir essas questões. Na segunda fase, os estudantes faziam as questões do tipo 2. Uma possibilidade de formato para a prova em duas fases seria o seguinte:

> 1º) o professor elabora a prova e os alunos, em uma primeira fase, resolvem sem nenhuma indicação do professor, em tempo determinado; 2º) o professor avalia as resoluções iniciais dos alunos e tece comentários pedindo justificativas e esclarecimentos; 3º) na segunda fase, os alunos tentam responder as questões postas pelo professor, podendo dispor de um tempo maior que na primeira fase. Nessa etapa espera-se que os alunos melhorem as respostas dadas na primeira fase. (Pires, 2013, p. 35)

Depois de os alunos desenvolverem suas ideias e respostas em uma prova (fase 1), o professor analisa essa produção e realiza, por escrito, questionamentos e considerações na avaliação de cada estudante começando, a partir disto, a criar uma conexão individual com cada aluno, onde ele passa a perceber que o seu desenvolvimento está sendo acompanhado desde a primeira etapa e em todas as questões. (Mendes & Buriasco, 2018). Em seguida, o professor devolve esta avaliação inicial com os apontamentos e sugestões para orientar os estudantes na compreensão do exercício e do conteúdo em si. Vaz e Nasser (2021) denominam essa devolutiva pedagógica de feedback formativo.

> O feedback formativo é aquele que oferece pistas de como continuar, descritivo, dirigido à regulação, ou seja, que permite ao aluno identificar o que falta fazer e como fazer para alcançar o esperado, que propõe uma situação que leve o estudante a rever sua solução e/ou identificar exatamente qual foi o erro do processo e, principalmente, que o ajude a identificar o que errou, porque errou e como resolver o item corretamente (Vaz & Nasser, 2021, p. 11).

Em contribuição às ideias de Vaz e Nasser (2021), Santos e colaboradores (2022, pp. 3-4) defendem que os feedbacks devem, entre outras coisas, "identificar o que já está bem-feito; assinalar os pontos fortes, incentivar a reflexão; utilizar uma linguagem acessível aos alunos, concreta, contextualizada e diretamente relacionada com a tarefa". É nesse sentido que a Prova em Fases entra como um recurso, na tentativa de superar este modelo tradicional de ensino. A partir de uma prova escrita em que os alunos realizam, individualmente, questões relacionadas aos conceitos específicos da disciplina, dentro de um espaço temporal (anual, semestral, bimestral) é que o professor avaliará seu desempenho. Contudo, este desempenho não será medido apenas no seu primeiro momento.

Investigando a prova em fases

A figura 1 exemplifica como foi o caminho utilizado para a aplicação desta ideia da prova em fases.

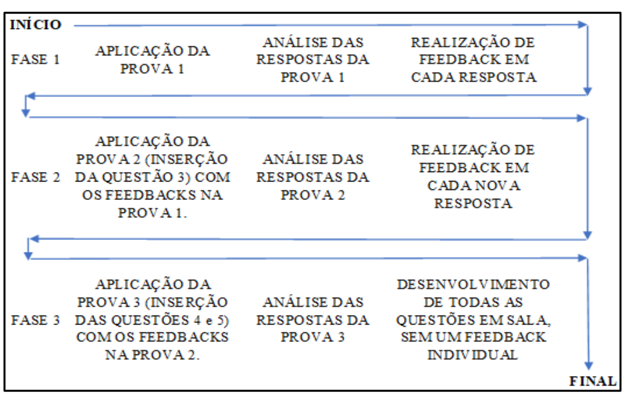


Figura 1. Caminho de execução da Prova em Fases
Fonte: Nogueira (2022, p. 37)

A turma de Cálculo 2 possuía apenas 8 alunos. A prova investigada nessa turma foi realizada em três fases. Após a realização das duas primeiras fases, as provas foram analisadas, possibilitando a inserção de comentários/feedbacks sobre as soluções dos estudantes em cada item. Além dos feedbacks, novas soluções foram inseridas nas fases 2 e 3.

Na fase 2, por exemplo, os estudantes puderam refazer as questões feitas anteriormente que ainda não apresentavam resoluções corretas e receberam uma nova questão (número 3). Tanto a solução da questão 3 quanto as correções que os alunos fizessem nesta fase, deveriam ser escritas nas novas folhas em branco. A fase 3 ocorreu a partir a aplicação da prova 3, composta pela prova 2 comentada, duas novas questões e outras folhas em branco. Novamente, os alunos poderiam corrigir as questões anteriores, além de resolver as novas questões. Dessa forma, era possível, por exemplo, o aluno receber um novo feedback de uma questão da fase 1 que ainda não havia sido compreendido. Importante destacar que os feedbacks elaborados nas fases 2 e 3 foram escritos com canetas de cores distintas para facilitar a identificação dos pesquisadores e dos estudantes. O período entre as fases foi respectivamente de 3 semanas da fase 1 para a fase 2 e de 5 semanas da fase 2 para a fase 3. A seguir, apresentaremos a evolução do desempenho dos estudantes ao longo das fases.

Alguns resultados da prova em fases

Devido ao espaço reduzido, apresentaremos dois resultados de destaque obtidos nessa investigação. O primeiro deles se refere à melhoria do feedback oferecido ao longo das fases. Foi constatado que alguns *feedback*s dados na *fase 1* não surtiram o efeito desejado, pois não foram bem compreendidos pelos estudantes. A Figura 2 apresenta um exemplo em que o estudante ao ser questionado sobre a possibilidade de uma área ser negativa, considera que as contas realizadas estavam incorretas, desconhecendo que a área é igual ao módulo do resultado da Integral.

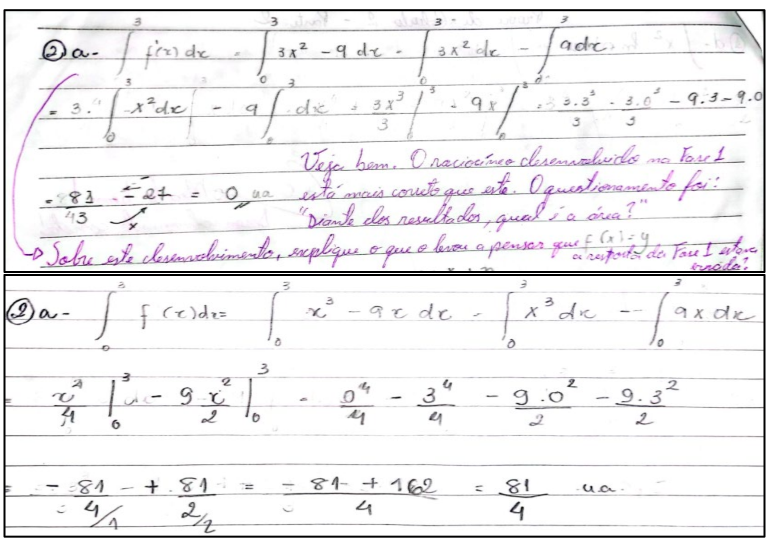


Figura 2. Exemplo de feedback ajustado da *fase 2* para a *fase 3*.
Fonte: Nogueira (2022, p. 54)

Após esta nova intervenção, mais clara, o estudante inverte a ordem dos parâmetros da integral, obtendo a área positiva. Ao identificarmos que determinados feedbacks não foram devidamente compreendidos, optamos em desenvolver na segunda fase, feedbacks mais claros e direcionados, evitando possíveis ambiguidades. Se considerarmos o desenvolvimento parcial de cada questão, os resultados são animadores. A Tabela 1 mostra o quantitativo acumulado de alunos que conseguiram desenvolver total e parcialmente cada questão, ou seja, o estudante cometeu um pequeno erro algébrico no final das contas, esqueceu de um símbolo ou sinal, de forma que isto não descaracterize completamente a solução.

Tabela 1
Quantitativo (acumulado) de conclusão total ou parcial de cada questã

Quantitativo (ACUMULADO) de alunos que concluíram TOTAL ou PARCIALMENTE cada questão																				
	Q1 a	Perc. %	Q1 b	Perc. %	Q1 c	Perc. %	Q1 d	Perc. %	Q2 a	Perc. %	Q2 b	Perc. %	Q3	Perc. %	Q4 a	Perc. %	Q4 b	Perc. %	Q5	Perc. %
FASE 1	1	12,5%	0	0%	0	0%	1	12,5%	1	12,5%	4	50%	-	-	-	-	-	-	-	-
FASE 2	5	62,5%	4	50%	1	12,5%	3	37,5%	4	50%	3	37,5%	1	12,5%	-	-	-	-	-	-
FASE 3	8	100%	6	75%	6	75%	6	75%	8	100%	7	87,5%	8	100%	6	75%	5	62,5%	6	75%

Fonte: adaptado de Nogueira (2022, p. 58)

Podemos observar o desenvolvimento dos estudantes ao longo das fases. Ao olhar a *fase* 3 (Q4 e Q5), podemos ver que os percentuais em cada questão foram superiores à 60%, mostrando que boa parte dos alunos buscou finalizar alguma ideia ou raciocínio. Se analisarmos as questões das fases 1 e 2 (Q1 à Q3), o percentual mínimo atinge 75%.

Prova colaborativa

A prova colaborativa é uma experiência inédita, realizada como projeto piloto em uma turma de Matemática Financeira de um curso de Licenciatura em Matemática. Trata-se de um modelo inovador, pois envolve a elaboração e a construção de uma prova pelos próprios alunos. Sendo requisitadas e desenvolvidas habilidades geralmente ausentes dos cursos de licenciatura, sobretudo no Brasil. Licenciandos em Matemática são ensinados e/ou treinados a resolver questões, e não em elaborá-las.

A primeira tarefa era produzir uma questão que iria compor a prova. Cada aluno deve elaborar pelo menos um item da prova, que possui as seguintes características: ser inédito e de autoria do próprio aluno. Neste caso investigado, o professor regente solicitou a turma que essa questão fosse distinta do modelo tradicional. O docente trabalhava com esta turma a necessidade de ampliar a perspectiva das aplicações da Matemática Financeira. Nesse sentido, a ideia era pensar em questões que transcendessem a aplicação de fórmulas de juros simples ou compostos. Era imperativo que as questões fossem contextualizadas, criadas a partir de uma aplicabilidade prática.

Em seguida, os estudantes inserem suas questões na prova disponibilizada em um arquivo virtual. Em paralelo, todos enviam o gabarito para o professor. Ao ser disponibilizado o professor revisa as questões, sugerindo alterações se necessário. Nas aulas que se seguem, a prova é projetada no quadro, os alunos são convidados a resolver no quadro as questões elaboradas por outros colegas. Não ocorrendo esta resolução por parte de um colega, o aluno autor vai ao quadro e oferece pistas ou resolve sua questão.

A partir da resolução, o docente solicita comentários dos demais estudantes, tentando promover o debate sobre possíveis estratégias para a resolução desses problemas. Pontualmente o professor efetua intervenções sem fornecer a resposta, lançando uma pergunta provocativa. Além das discussões das questões em si, questões de aspecto técnico relacionados à adequação da questão ao tema, a clareza e qualidade do enunciado e do comando da questão, questões textuais e gramaticais e outros aspectos pedagógicos podem ser discutidos.

Investigando a prova colaborativa

O objeto do estudo foi documentar a prova colaborativa, investigar sua utilização, pontos positivos e negativos. Esse modelo avaliativo foi terceiro autor aos alunos da disciplina de Educação Matemática Financeira, do curso de Licenciatura em Matemática do IFRJ de Paracambi. Os estudantes após consultados sobre a possibilidade de utilização desse modelo para a avaliação, aceitaram o desafio.

A pesquisa ocorreu no primeiro semestre de 2022. Durante esse período, a prática de construção da prova colaborativa foi implementada. A atividade avaliativa consistia, no primeiro momento, na confecção de uma prova conjunta. Cada um dos alunos acrescentou em um documento criado no Google drive, sem anexar o gabarito, um item de sua própria autoria. No mesmo dia, o gabarito foi enviado ao professor. Foram estabelecidas algumas regras: Pode ser discursiva ou múltipla escolha, deve ser inédita, deve romper o paradigma de questões de Matemática financeira que apresentem soluções usando fórmulas de juros simples ou composto.

A investigação ocorreu durante essa prática avaliativa que durou cerca de um mês: duas semanas de construção da prova e duas discutindo as questões em sala de aula. O segundo autor deste texto, realizou duas formas de coletar os dados para seu TCC. (1) Assistindo as aulas, realizou registros das ações e reações dos estudantes durante as semanas de discussão das questões na sala de aula, desenvolvendo uma espécie de diário de campo. (2) No final do processo, aplicou um questionário do Google para que os alunos avaliassem a experiência.

Alguns resultados da prova colaborativa

Em uma das perguntas do questionário foi solicitado aos estudantes que destacassem três pontos positivos e três negativos da Prova Colaborativa. Em relação à percepção positiva dos estudantes destacou-se a sensação de empoderamento e de autonomia do processo avaliativo.

> (...) há um maior engajamento em conhecer o conteúdo, uma vez que durante as aulas (o estudante) terá a oportunidade de desenvolver as questões no quadro bem como participar dos debates em sala de aula, e principalmente, formular a questão pessoal da prova. Neste aspecto conhecer tipos de questões aplicáveis a este conteúdo e suas respectivas soluções é uma contribuição muito bem-vinda. Será possível observar o ponto de vista de cada aluno, na construção da questão inédita é possível uma avaliação de sua aprendizagem e referências. (Carvalho, 2022, p. 31)

O ponto negativo observado é que para alguns alunos o modelo pareceu não surtir tanto efeito. Alguns interagiram menos, ou por timidez ou por falta de interesse, assim perderam a oportunidade de aprender. Observou-se também que em alguns alunos perderem o foco na aula. No entanto, a dispersão do aluno ou a falta de interesse por parte de alguns constitui um problema não só na prova colaborativa, mas em outros métodos de ensino e de avaliação. De acordo com os estudantes, outro aspecto negativo é a possibilidade de plágio e fraude.

> Importante registrar que a prática de modelos alternativos de avaliação em geral, e a prova colaborativa não é diferente, parte de um princípio em que os atores envolvidos nesta prática estejam dispostos a um comprometimento, tendo clareza do seu papel de construtor deste aprendizado, quando isto não ocorre o aprendizado é comprometido, (Carvalho, 2022, p. 32)

Esta pesquisa de TCC nos direciona ao aprofundamento de estudos da prova colaborativa, numa perspectiva mais ampla e crítica, em outro espaço amostral, bem como na realização de ajustes no método que possam potencializar a prática. Embora a pesquisa tenha apresentado limitações e desafios no que se refere a sua ampla aplicabilidade, também apontou caminhos para se desenvolver como um método relevante de avaliação. Não podemos deixar de mencionar o erro como uma possibilidade de aprendizado, neste sentido precisa ser valorizado e incentivado.

Considerações Finais

Três aspectos merecem destaque em relação às duas investigações realizadas. O primeiro está relacionado ao tratamento dado ao erro. Compreender que o erro faz parte do processo de aprendizagem é um elemento fundamental para o desenvolvimento de estratégias avaliativas voltadas às aprendizagens. O segundo está relacionado à comunicação. A educação ocorre através de uma boa comunicação. Bons feedbacks precisam, inicialmente, ser bem compreendidos. Em um debate sobre a elaboração de questões ou sobre as estratégias de resolução, analisar diferentes estratégias, corretas e/ou erradas, promovem o aprendizado. O terceiro aspecto se refere em promover ações pedagógicas que auxiliem os estudantes com maiores dificuldades. Ambas os estudos identificaram que estudantes com mais dificuldades de aprendizado foram de algum modo beneficiados, seja por oferecer uma alternativa ao temido exame, na perspectiva tradicional, seja na possibilidade de oferecer um modelo avaliativo mais cadenciado e menos pontual.

Referências e Bibliografia

Abrantes, P. (1995). Avaliação em Educação Matemática. *GEPEM.* Rio de Janeiro.

Basso, A. (2015). Avaliação matemática em duas fases. *EDUCERE - XII Congresso Nacional de Educação – Formação de Professores, Complexidade e Trabalho Docente*. PUC Paraná.

Black, P., & Wiliam, D. (1998) Inside the Black Box: Raising Standards through Classroom Assessment. *The Phi Delta Kappan*, Bloomington 80 (2), 139-148.

Carvalho, Alberto Silva de. (2022). *Prova Colaborativa de Matemática Financeira: uma investigação com licenciandos* [Monografia de Graduação, Instituto Federal de Educação do Rio de Janeiro – *campus* Paracambi]

Cury, H. N. (2021). *Análise de erros: O que podemos aprender com as respostas dos alunos* (3ªed). Tendências em Educação Matemática. Autêntica.

Fernandes, D. (2009). *Avaliar para aprender: Fundamentos, práticas e políticas*. UNESP.

Mendes, M. T., & Buriasco, R. L. C. (2020). A utilização da prova em fases como recurso de ensino em aulas de cálculo. *Revista paranaense de educação matemática*, *[S. l.]*, 7(14), 39–53.

Nogueira, Matheus de Almeida Nogueira (2022). *Prova em Fases em Cálculo 2: Uma investigação com Licenciandos em Matemática* [Monografia de Graduação, Instituto Federal de Educação do Rio de Janeiro – *campus* Paracambi]

Pires, M. N. M. (2013). *Oportunidade para aprender: uma prática da reinvenção guiada na prova em fases* [Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Londrina].

Santos, J. G. C., Domingues, B. E., Corrêa, L. G., & Mendes, M. T. (2022). Uma proposta de prática avaliativa em contexto de pandemia a partir do instrumento prova em fases. *Anais In: 15º Encontro Nacional De Educação Matemática*. 2022. Edição virtual. Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Sadler, D. R. (1989). Formative assessment and the design of instructional systems. *Instructional science,* 18(2), 119-144.

Silva, M. C. N., & Buriasco, R. L. C. (2005). Análise da produção escrita em matemática: algumas considerações. *Ciência & Educação*, 499-511.

Vaz, R. F. N., & Nasser, L. (2019). Em busca de uma avaliação mais "justa". *Com a palavra o professor*. 4 (10), 269-289.

Vaz, R. F. N., & Nasser, L. (2021). Um estudo sobre o *feedback* formativo na avaliação em matemática e sua conexão com a atribuição de notas. *Bolema*. 35 (69), 1-21.

Vaz, R. F. N. (2022). Por que errar ainda é tão errado? Algumas reflexões sobre o papel do erro no ensino e na avaliação de matemática. *Revemop*. 4. 1-16.

Desarrollo y validación de una escala para recolectar percepciones de los estudiantes sobre evaluación formativa en clases de matemática

Alejandra **Balbi** Broch
Departamento de Educación, Universidad Católica del Uruguay
Uruguay
abalbi@ucu.edu.uy
Micaela **Bonilla** Lastman
Departamento de Educación, Universidad Católica del Uruguay
Uruguay
micaela.bonilla@ucu.edu.uy

Resumen

Son escasos los instrumentos que posibilitan contribuir con la evaluación formativa (EF) desde la perspectiva de los estudiantes, y que a su vez contemplen las particularidades de la Educación Matemática. La investigación tuvo por objetivo desarrollar y validar una escala para recolectar las percepciones de los estudiantes sobre las prácticas de EF desarrolladas por sus docentes. Se diseñó un instrumento que fue sometido a análisis de evidencias de validez de contenido y aparente, se estudió la estructura interna mediante un análisis factorial exploratorio (n=534). Esta estructura fue posteriormente testeada y verificada mediante un análisis factorial confirmatorio (n=1930). Se arribó a una solución que conservó 24 ítems distribuidos en cuatro dimensiones: colaboración, retroalimentación, monitoreo docente y reflexión del estudiante. Se espera contribuir así con una escala que promueva que docentes y estudiantes se impliquen en dinámicas de colaboración y EF que impacten en el aprendizaje matemático.

Palabras clave: evaluación formativa, educación matemática, desarrollo de escala, validación, percepción del estudiante.

Introducción

Han sido reportados resultados positivos del impacto de la EF en el aprendizaje de los estudiantes, en diferentes niveles educativos y asignaturas (Andrade & Cizek, 2009; Bennett, 2011; Kingston & Nash, 2011; Hattie & Timperley, 2007). En el campo de la Educación Matemática, la EF es ampliamente recomendada tanto por investigadores (Burkhardt & Schoenfeld, 2019; Stiggins & Dufour, 2009) como por expertos del campo profesional (NCTM, 2021). Sin embargo, hay menor desarrollo académico sobre las particularidades que la implementación de la EF adoptaría en el aprendizaje matemático en particular. Menos frecuente aún, es la implicación del estudiante en dinámicas de participación en la construcción de sus entornos de aprendizaje. La presente investigación propone una escala a través de la cual el estudiante podría ofrecer al docente retroalimentación sobre sus prácticas de EF en el aula.

Conceptualización de la Evaluación Formativa

Definir EF o evaluación para el aprendizaje no es tarea fácil y está lejos de alcanzarse un consenso absoluto, sobre todo en relación a las prácticas concretas que engloba el constructo (Bennett, 2011). La falta de consenso sobre la definición de EF provoca dificultades metodológicas para evaluar su efectividad, especialmente al comparar y resumir los resultados de diferentes estudios (Bennett, 2011).

Hay modelos más generalistas, que proponen desarrollar EF con independencia de lo que se enseña y proponen estrategias clave para su implementación. El modelo de Wiliam y Thompson (2008) es uno de los más referenciados por los investigadores, que retoma las tres preguntas claves propuestas por Hattie y Timperley (2007): *¿hacia dónde vamos? ¿dónde estamos ahora? ¿cómo vamos hasta allí?*, y propone cinco estrategias clave: clarificar metas del aprendizaje, obtener evidencias, retroalimentar, implicar y alentar a los estudiantes a que colaboren entre sí participando en procesos de autoevaluación y retroalimentación entre pares (Wiliam & Thompson, 2008). *The National Council of Teachers of Mathematics* recomienda estas prácticas (NCTM, 2021).

Percepción del estudiante

Las percepciones de los estudiantes sobre el entorno de aprendizaje influyen en cómo aprenden. De hecho, las percepciones de los estudiantes sobre la forma de ser evaluados y su perspectiva frente al aprendizaje están fuertemente interrelacionados (Struyven et al., 2005; Brown & Hirschfeld, 2008). Por tanto, si las percepciones de los estudiantes sobre el entorno de aprendizaje son una variable tan importante en el aprendizaje, debemos tener en cuenta sus opiniones como fuente importante de evidencia para mejorar nuestra práctica educativa (Struyven et al., 2005). En la misma dirección, otros estudios, han reportado que recoger y considerar la perspectiva de los estudiantes aumentaría la sinergia entre la enseñanza y la evaluación (Ravela et al., 2017).

Incorporar las opiniones de los estudiantes en las decisiones relativas a la evaluación cobra cada vez mayor relevancia y hay antecedentes que han explorado las percepciones sobre EF en diferentes áreas del conocimiento: tecnología, ciencia y matemática (Dorman et al., 2006; Pat-El et al., 2013; Kyaruzi et al., 2019; Veugen et al., 2021). Dorman et al. (2006) encontró que las percepciones de los estudiantes sobre la evaluación fueron un predictor positivo y significativo de la eficacia académica y de la actitud hacia las ciencias de los estudiantes. Koloi-Keaikitse (2017) señala que la mayoría de los estudios investigan este fenómeno mediante consultas a los profesores u observando sus prácticas, y menos estudios que recogen evidencia de las percepciones de los estudiantes sobre las prácticas de EF desarrolladas por sus docentes.

Enfoque generalista o disciplinar

Sí bien existen algunos instrumentos que recogen la perspectiva de los estudiantes sobre las prácticas de EF que se dan en el aula, nuestro instrumento atiende a la importancia de escalas específicas para el área de Educación Matemática, que ajuste al contexto específico de la asignatura (Veugen et al., 2021; Pat-El et al., 2013; Maclellan, 2001). Tradicionalmente las estrategias de EF han sido concebidas de forma generalista e independiente de lo que se enseña (Bennett, 2011). Sin embargo, desarrollos actuales argumentan la necesidad de que tanto los modelos como instrumentos de evaluación tengan en cuenta los procesos y metodologías implicados en dominios de contenido específicos, considerando que para que la EF sea efectiva los principios generales, estrategias y técnicas deben interactuar con una comprensión del dominio cognitivo del aprendizaje de la matemática razonablemente profundo (Bennett, 2011; Balbi et al., 2022a).

Se plantean los siguientes objetivos: 1) diseñar una escala para evaluar las percepciones de los estudiantes sobre las prácticas de EF que realizan sus docentes de matemática, 2) analizar la estructura interna y la consistencia interna del instrumento, 3) estudiar la estabilidad temporal de las puntuaciones de cada una de las dimensiones.

Método

Participantes

Diseño de ítems: Cuatro investigadoras realizaron una revisión sistemática preliminar para identificar el número de dimensiones que debían ser contempladas por el instrumento. Luego redactaron los ítems para las dimensiones previamente identificadas.

Análisis de evidencias de validez de contenido: Se realizaron dos análisis de juicio experto en momentos sucesivos. Primero, se convocaron cinco docentes de Educación Media Básica de diversas áreas (Matemática, Lengua, Ciencias experimentales, Informática y Ciencias Sociales). En una segunda instancia participaron 30 docentes exclusivamente del área de Matemática.

Análisis de evidencias de validez aparente: Participaron 27 estudiantes de nivel de Educación Media Básica (16 mujeres y 11 varones) de entre 12 y 17 años de edad (M=14,07; DE=1,63).

Análisis factorial exploratorio y consistencia interna: Un total de 534 participantes completaron el cuestionario en una primera fase para realizar el estudio exploratorio. 50,2 % se identificaron como mujeres, 45,3 % como varones y 4,5 % se identificaron con la opción “otros” o prefiero no decirlo. Cursaban Educación Media Básica, 38,8% en 1°, 21,3% en 2° y 39,9% en 3 y pertenecían a 5 liceos de Montevideo. La edad de los participantes oscila entre 12 y 17 años (M= 13,5; DE=1).

Análisis factorial confirmatorio e invarianza factorial: 1943 completaron el cuestionario. De los participantes 47,4% se identificaron como varones, 1% como varones trans, 49,3% como mujeres, 0,3% como mujer trans, 0,8% como no binario y 1,2% seleccionaron la opción otro. La edad media de los participantes fue de 13,69 (DE=3.1) años. Todos cursaban educación media, 39,2% en 1°, 26,3% en 2° y 34,5% en 3°, en 103 liceos de los 19 departamentos en los que está dividido Uruguay. 81.3% asistían liceos públicos, 12,1% a liceos privados y 6,5% a liceos de educación técnico profesional.

Análisis de datos

Diseño de ítems: Previo a la redacción de los reactivos se identificó el número de dimensiones que serían pertinentes evaluar percepciones de los estudiantes sobre EF a partir de una revisión sistemática de antecedentes. Luego, mediante un procedimiento colaborativo, un grupo de académicos elaboró por consenso una versión preliminar del instrumento.

Análisis de evidencias de validez de contenido: Los ítems redactados en la versión preliminar del instrumento fueron analizados en cuanto a su contenido en dos momentos mediante juicio experto.

Análisis de evidencias de validez aparente: La versión resultante del estudio de contenido fue sometida a un estudio piloto para testear si tanto los reactivos, como la consigna, resultaba inteligible para los estudiantes.

Análisis factorial exploratorio: Primero, se realizó un análisis paralelo a través del método de Horn para conocer el número de factores que sería pertinente extraer (Çokluk & Koçak, 2016). Para decidir el número de factores a retener se interpretó la media de los autovalores. En segundo término, se procedió a realizar el análisis factorial exploratorio mediante el método de Unweighted Least Squares (ULS) y rotación Promin sugeridos para el tratamiento de variables categóricas (Baglin, 2014).

Análisis factorial confirmatorio e invarianza factorial: La estructura factorial resultante del análisis factorial exploratorio fue testeada en una nueva muestra mediante un análisis factorial confirmatorio. Para ello se empleó el método de estimación Unweighted Least Squares Mean and Variance (ULSMV) robusto para el análisis de variables ordinales (Kilic & Dogan, 2021). Una vez verificado el modelo exploratorio, se procedió a estudiar su invarianza factorial del modelo segmentando la muestra según género -hombres y mujeres- y nivel de estudio -primer año, segundo año, tercer año–.

Análisis de confiabilidad test-retest: para estudiar la estabilidad temporal de las puntuaciones se aplicó la versión resultante de los análisis anteriores a una misma muestra en dos momentos diferentes con un intervalo de tiempo de 4 meses. Luego se compararon las puntuaciones mediante la prueba *t* de Student (Ross & Wilson, 2017).

Resultados

Diseño de items: A partir de una revisión sistemática se identificaron cinco dimensiones claves sobre EF para la construcción de ítems: 1) Clarificar y Compartir Metas del Aprendizaje y Criterios de Evaluación (M); 2) Recolectar e Interpretar Evidencias del Aprendizaje (E); 3) Ofrecer Retroalimentación Formativa (R); 4) Promover Colaboración entre Pares (C); 5) Implicar a los estudiantes en procesos reflexivos de aprendizaje (I).

Análisis de evidencias de validez de contenido: Con respecto a los 8 ítems que registraron valores V inferiores a .70 se decidió, a partir de comentarios específicos de los docentes, eliminarlos y redactar un nuevo conjunto de ítems, teniendo en cuenta los aportes cualitativos de los expertos. De esta manera, la versión final del instrumento resultante del proceso evaluación de contenido incluyó 49 ítems, distribuidos en 5 dimensiones.

Análisis de evidencias de validez aparente: La versión del instrumento resultante del estudio de contenido fue testeado en una muestra de estudiantes en cuanto a la correcta inteligibilidad de los reactivos y la consigna. En esta instancia se modificaron cinco ítems: a tres de ellos se les ajustó la expresión y a dos se le sustituyeron vocablos.

Análisis factorial exploratorio: Luego de ensayar distintas soluciones factoriales, se llegó a una estructura tetrafactorial que conservó 24 de los 49 ítems sometidos a análisis y explicó un 57.7% de la varianza total. Los factores presentaron una óptima consistencia interna superiores a .80 en todas las dimensiones, lo que indica que existe una elevada homogeneidad entre los ítems retenidos en cada dimensión. Por otro lado, los índices H de replicabilidad del constructo adoptaron valores superiores a .80 en todos los casos, lo estaría indicando que la estructura extraída es altamente factible que pueda ser replicada en otros estudios con otras muestras (Ferrando & Lorenzo-Seva, 2018).

Análisis factorial confirmatorio e invarianza factorial: La estructura de segundo orden resultante del análisis factorial exploratorio fue posteriormente testeada mediante un análisis factorial confirmatorio. Como resultado, se obtuvieron adecuados índices de ajuste del modelo y parámetros estadísticamente significativos. La equivalencia factorial se verificó tanto al testear la estructura según género como según nivel.

Análisis de confiabilidad test-retest: La misma muestra de sujetos completó el instrumento en dos momentos diferentes con un intervalo de tiempo de cuatro meses. Los resultados mostraron que no hay diferencias estadísticamente significativas entre los puntajes ($p > .01$).

Discusión

A continuación, se describe cada factor de la escala de Evaluación para el Aprendizaje en Estudiantes (EPA-E).

La estrategia de colaboración en el aprendizaje configuró el Factor 1 con cinco reactivos que reflejan prácticas de estudiantes colaborando para aprender, realizando coevaluación y agenciando al par como interlocutor válido para el aprendizaje. Se trata de un factor relevante porque la literatura destaca la importancia de la colaboración y coevaluación en el aprendizaje como estrategia de EF (Wiliam & Thompson, 2008). Sin embargo, no había sido reflejado en escalas desarrolladas en estudios previos (Pat-El et al 2013; Dorman, 2006; Brown & Hirschfeld, 2008). En este contexto, el Factor 1 permite iluminar desde la visión del estudiante, un aspecto que es enfáticamente destacado por la literatura tanto de EF como en la educación matemática.

El Factor 2 está conformado por nueve reactivos que evalúan retroalimentación. La retroalimentación ha sido identificada como una de las herramientas que mayor influencia tiene en el aprendizaje (Hattie & Timperley, 2007; Shute, 2008; Harks et al., 2014). Para que el feedback sea formativo debe enfocarse en proporcionar información para que el estudiante avance en su aprendizaje (Wiliam & Thompson, 2008). Consideramos que nuestro factor refleja aspectos claves de la retroalimentación formativa: ofrecer más comentarios que correctivos, ser prospectiva (Brooks et al., 2019) y dar lugar para la reformulación de lo aprendido (Shute, 2008; Lui & Andrade, 2022). Además, incorpora un aspecto novedosos relacionado con el uso de la retroalimentación en el dominio específico de la matemática: el uso de los errores para facilitar el aprendizaje en la materia (Große & Renkl, 2007; Durkin & Rittle-Johnson, 2012).

El Factor 3 está formado por seis reactivos que originalmente fueron redactados para la estrategia de Metas y de recolectar evidencia del modelo de Wiliam y Thompson (2008) y dan cuenta del monitoreo docente del aprendizaje. Compartir metas del aprendizaje, en la especificidad del contexto matemático, ya había sido foco de análisis crítico en un estudio anterior de nuestro equipo donde docentes de matemática resaltaron la importancia de que las metas se compartan en un proceso integrado al monitoreo docente (Balbi et al., 2022b). Esta reconfiguración de reactivos podría dar cuenta de interconexión entre prácticas de metas (*hacia dónde vamos)*, con prácticas de recolección de evidencia (*dónde estamos)*. Nos resultó relevante y de importante implicación práctica la reconfiguración de dos estrategias de EF generalistas, al nuevo factor, que podría dar cuenta de un docente cercano, que percibe e interpreta a sus estudiantes (*professional noticing*), y propone una enseñanza receptiva (*responsive teaching*) en matemática (Jacobs & Empson, 2016), pudiendo adaptar la instrucción y respondiendo en microescala a las ideas de los estudiantes a medida que surgen (Robertson et al., 2015). Futuros trabajos podrían profundizar en la relación entre enseñanza receptiva y la estrategia descrita en modelos de EF como recolección e interpretación de evidencia (Wiliam & Thompson, 2008; Heritage, 2010).

Finalmente, el Factor 4, está conformado por cuatro reactivos, que al igual que en el factor 3, también fueron redactados originalmente para la estrategia de metas y de recolectar evidencia del modelo de Wiliam y Thompson (2008), pero ahora relacionados a la reflexión del estudiante sobre su propio proceso de aprendizaje. Dan cuenta de prácticas que elicitan el pensamiento del estudiante mediante prácticas de conversación y de redacción. Hablar o escribir los aprendizajes ayuda al estudiante a entender qué está aprendiendo (M) y al mismo tiempo es evidencia para el docente (E), sin embargo promueven, a diferencia de otras estrategias de recolección de evidencia, procesos reflexivos en el estudiante (Lui & Andrade, 2022). Hay evidencia en educación matemática que señala la importancia de que el docente lleve adelante acciones para promover la metacognición o reflexión sobre el aprendizaje en el estudiante (Schoenfeld, 1987;

Perry et al., 2019), de ahí la riqueza de este factor para informar sobre estas prácticas desde la perspectiva del estudiante.

Por otro lado, se observó que la solución de segundo orden aporta un mayor valor agregado a la evaluación del constructo, motivo por el cual se conservó dicha estructura. Ello resulta coherente con la teoría que, si bien concibe a las estrategias como independientes, propone que todas ellas son relevantes para explicar la EF (Bennet, 2011). La herramienta puede ser empleada para medir el efecto de posibles intervenciones que se efectúen entre una instancia tests y otra postest.

Como limitaciones del presente estudio, debe destacarse primero que no ha sido posible realizar un nuevo estudio de contenido de los ítems resultantes del juicio experto ya que además de no disponer de nuevos jueces, no se contó con tiempo suficiente para repetir el procedimiento. Por esa razón, se ofreció a los mismos jueces realizar sugerencias que posibilitan mejorar la calidad de los ítems que serían empleados en la siguiente instancia de análisis. En segundo lugar, no se han podido analizar evidencias de validez de criterio concurrente y/o predictiva, ya que no ha sido posible (por cuestiones relacionadas con el tiempo de demora en la recolección de datos) incluir otras herramientas en esta fase inicial de depuración y validación. Tercero y último, si bien se trabajó con una muestra extensa, la misma incluyó solo estudiantes de educación media básica Se espera abordar estas limitaciones en futuros estudios a fin de ampliar las evidencias sobre la calidad técnica del instrumento analizado.

Referencias y bibliografía

Andrade, H., & Cizek, G.J. (Eds.). (2009). *Handbook of Formative Assessment* (1st ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203874851

Baglin, J. (2014) "Improving Your Exploratory Factor Analysis for Ordinal Data: A Demonstration Using FACTOR. *Practical Assessment, Research, and Evaluation, 19* (5). https://doi.org/10.7275/dsep-4220

Balbi, A., Bonilla, M. & von Hagen, A. (2022a). EPA Evaluación para el aprendizaje: *La evaluación formativa (EF) en la educación matemática* (EM) Guía 1/4. Montevideo: Universidad Católica del Uruguay. https://hdl.handle.net/10895/1637

Balbi, A., Bonilla, M., Curione, K., & Beltrán-Pellicer, P. (2022b). *Evaluación Formativa y Educación Matemática: la perspectiva de docentes de matemática en servicio* [Manuscrito no publicado]. Departamento de Educación, Universidad Católica del Uruguay.

Bennett, R. E. (2011). Formative assessment: A critical review. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, *18*(1), 5–25. https://doi.org/10.1080/0969594X.2010.513678

Brooks, C., Huang, Y., Hattie, J., Carroll, A., & Burton, R. (2019). What Is My Next Step? School Students' Perceptions of Feedback. *Frontiers in Education, 4*. https://doi.org/10.3389/feduc.2019.00096

Brown, G. T. L. & Hirschfeld, G. H. (2008). Students' conceptions of assessment: Links to outcomes. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice, 15*(1), 3-17. doi:10.1080/09695940701876003

Burkhardt, H. & Schoenfeld, A. (2019). Formative Assessment in Mathematics. En Andrade, H., Bennet, R., Cizek, G. (Eds.), *Handbook of Formative Assessment the Disciplines* (pp. 35-67). New York: Routledge.

Çokluk, Ö., & Koçak, D. (2016). Using Horn's parallel analysis method in exploratory factor analysis for determining the number of factors. *Educational Sciences: Theory & Practice, 16,* 537-551.

Dorman, J.P., Fisher, D.L., & Waldrip, B.G. (2006). Classroom environment, students' perceptions of assessment, academic efficacy and attitude to science: a LISREL analysis.

Durkin, K., & Rittle-Johnson, B. (2012). The effectiveness of using incorrect examples to support learning about decimal magnitude. *Learning and Instruction, 22*, 206–214.

Ferrando, P. J., & Lorenzo-Seva U. (2018). Assessing the quality and appropriateness of factor solutions and factor score estimates in exploratory item factor analysis. *Educational and Psychological Measurement, 78*, 762-780. http://dx.doi.org/10.1177/0013164417719308

Große, C. S., & Renkl, A. (2007). Finding and fixing errors in worked examples: Can this foster learning outcomes? *Learning and Instruction, 17*(6), 612–634

Harks, B., Rakoczy, K., Hattie, J., Besser, M., & Klieme, E. (2014) The effects of feedback on achievement, interest and self-evaluation: the role of feedback's perceived usefulness, *Educational Psychology 34* (3), 269-290, DOI: 10.1080/01443410.2013.785384

Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The Power of Feedback. *Review of Educational Research*, *77*(1), pp. 81–112. https://doi.org/10.3102/003465430298487

Heritage, M. (2010). *Formative assessment: Making it happen in the classroom*. Corwin Press, https://dx.doi.org/10.4135/9781452219493

Jacobs, V.R., & Empson, S.B. (2016). Responding to children's mathematical thinking in the moment: an emerging framework of teaching moves. *ZDM Mathematics Education 48*, 185–197. //doi.org/10.1007/s11858-015-0717-0

Kilic, A. F., & Dogan, N. (2021). Comparison of confirmatory factor analysis estimation methods on mixed-format data. *International Journal of Assessment Tools in Education,* 21–37. https://doi.org/10.21449/ijate.782351

Kingston, N., & Nash, B. (2011). Formative Assessment: A Meta-Analysis and a Call for Research. *Educational Measurement: Issues and Practice, 30,* 28-37.

Koloi-keaikitse, S. (2017). Assessment of teacher perceived skill in classroom assessment practices using IRT Models. *Cogent Education, 38*(1), 1–14. https://doi.org/10.1080/2331186X.2017.1281202

Kyaruzi, F., Strijbos, J.W., Ufer, S., & Brown, G. (2019) Students' formative assessment perceptions, feedback use and mathematics performance in secondary schools in Tanzania, *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice, 26*:3, 278-302, DOI: 10.1080/0969594X.2019.1593103

Lui, A. M. & Andrade, H.L. (2022) Inside the Next Black Box: Examining Students' Responses to Teacher Feedback in a Formative Assessment Context. *Front. Educ. 7*:751549. doi: 10.3389/feduc.2022.751549

Maclellan, E. (2001). Assessment for Learning: The Differing Perceptions of Tutors and Students. *Assessment and Evaluation in Higher Education, 26*, 307-318.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2021). What is formative assessment?. https://www.nctm.org/Research-and-Advocacy/Research-Brief-and-Clips/Strategies-for-Formative-Assessment/

Pat-El, R. J., Tillema, H., Segers, M., & Vedder, P. (2013). Validation of Assessment for Learning Questionnaires for teachers and students. *The British Journal of Educational Psychology, 83,* 98–113. https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2011.02057.x

Perry, J., Lundie, D., & Golder, G. (2019). Metacognition in schools: what does the literature suggest about the effectiveness of teaching metacognition in schools? *Educational Review*, *71*(4), 483-500

Ravela, P., Picaroni, B. & Loureiro, G. (2017). *¿Cómo mejorar la evaluación en el aula? Reflexiones y propuestas de trabajo para docentes*. Grupo Magro Editores.

Robertson, A. D., Atkins, L. J., Levin, D. M., & Richards, J. (2015). What is responsive teaching? In *Responsive teaching in science and mathematics* (pp. 1-35). Routledge.

Ross, A. & Wilson, V. (2017). *Basic and advanced statistical test*. Sense Publishers.

Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? *Cognitive science and mathematics education*, 189-215.

Shute, V. J. (2008). Focus on Formative Feedback. *Review of Educational Research, 78* (1), 153–189. https://doi.org/10.3102/0034654307313795

Stiggins, R., & Dufour, R. (2009). Maximizing the Power of Formative Assessments. *Phi Delta Kappan, 90*(9), 640–644. https://doi.org/10.1177/003172170909000907

Struyven, K., Dochy, F., & Janssens, S. (2005). Students' perceptions about evaluation and assessment in higher education: a review. *Assessment & Evaluation in Higher Education, 4* (30), 331–347.

Veugen, M. J., Gulikers, J. T. M., & den Brok, P. (2021). We agree on what we see: Teacher and student perceptions of formative assessment practice. *Studies in Educational Evaluation,70*, 101027. https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2021.101027

Wiliam, D., & Thompson, M. (2008). Integrating Assessment with Learning: What Will It Take to Make It Work? En Dwyer, C.A, (ed.), *The Future of Assessment: Shaping Teaching and Learning. (*pp. 53-82). Routledge.

XVI CIAEM
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education
UNIVERSIDAD DE LIMA
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023
xvi.ciaem-iacme.org

Desinformação, estatísticas cívicas e a Base Nacional Comum Curricular: o letramento estatístico como suporte à democracia brasileira

Fernanda Angelo **Pereira**
Universidade Federal do Rio Grande
Brasil
fernandap@id.uff.br
Cassio Cristiano **Giordano**
Universidade Federal do Rio Grande
Brasil
ccgiordano@furg.br
Leandro do Nascimento **Diniz**
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Brasil
leandro@ufrb.edu.br

Resumo

Essa comunicação científica traz os resultados de um breve estudo qualitativo, de natureza documental, sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento norteador da Educação Básica Brasileira, publicado em 2018, em busca de elementos que permitam aos estudantes, da faixa etária 6-17 anos, explorar o fenômeno da infodemia, a desinformação e as *fake news*. Identificamos habilidades elencadas na BNCC que tratam do assunto, porém de forma não associadas à unidade temática Probabilidade e Estatística, da componente curricular Matemática, revelando uma perspectiva equivocada sobre essa temática que, de acordo com os nossos referenciais teóricos, são de grande relevância para a articulação das estatísticas cívicas com o desenvolvimento do letramento estatístico.

Palavras-chave: Desinformação; *Fake News*; Estatísticas Cívicas; Letramento Estatístico, BNCC.

A Infodemia e o risco à democracia

As redes sociais permitem a conexão entre pessoas e organizações de modo instantâneo e contínuo. Os variados tipos de plataformas *online* permitem aos usuários o compartilhamento de fotos, vídeos, textos e outros produtos digitais que propiciam a interação e o consumo de informações. A possibilidade de qualquer usuário ser um criador de conteúdo, culminou em um excesso de dados produzidos, um fenômeno observado sobretudo no século XXI, com a popularização da internet, se tornando um grande risco à sociedade, pois não existem garantias de que todas as informações produzidas e disponibilizadas na *web* sejam verdadeiras.

As eleições brasileiras de 2022, para os cargos de presidente da república, senador, governador estadual, deputado federal e estadual, revelaram uma disputa polarizada entre duas frentes ideológicas, desencadeando grande disseminação informações sobre o tema, o fenômeno denominado Infodemia. De acordo com a Organização Pan-Americana da Saúde (2020), a Infodemia caracteriza um aumento exponencial de informações relacionadas à um assunto específico em um curto período, podendo provocar o surgimento de desinformação e também manipulação intencional de informações. A desinformação, inimiga da democracia (Engel, Ridgway & Stein, 2021), prospera nesse contexto. Não se trata de simplesmente não estar informado, mas estar mal-informado.

Em 2021, a plataforma jornalística de investigação de desinformação de fatos Aos Fatos[1], concluiu que "Política" foi o tema de desinformação mais checado em 2021. De acordo com Menezes (2021), das 608 publicações verificadas, 261 (42,9%) continham informações falsas que, de certa maneira, refletiam a disputa eleitoral presidencial antecipada. Estudo realizado por Vosoughi e Deb Roy do Massachusetts Institute of Technology (MIT)[2] concluiu que as *fake news* tem um efeito mais devastador do que as notícias verdadeiras, já que possuem maior velocidade e espaço de atuação. Por exemplo, elas têm 70% mais chances de serem retuitadas na rede social Twitter. O que também se destaca é que as *fake news* sobre política têm maior divulgação do que as sobre economia, terrorismo ou desastres naturais, Em 2022, diversas entidades da sociedade civil e de pesquisa acadêmica cobraram medidas para proteger a liberdade de expressão dos usuários e equilibrá-la com os demais direitos constitucionais[3] A petição, voltada principalmente para sites de busca e redes sociais, recomenda propostas em relação ao combate à desinformação, violência e moderação de conteúdo. Dentre as propostas indicadas estão a proibição de alegações infundadas de fraude eleitoral ou ataque à integridade do sistema eleitoral.

Frente a esse contexto de insegurança em relação aos conteúdos publicados na mídia, o Tribunal Superior Eleitoral (TSE), instância jurídica máxima da Justiça Eleitoral brasileira, instituiu o Programa Permanente de Enfrentamento à Desinformação da Justiça Eleitoral (Brasil, 2022), concatenando esforços do TSE com o objetivo de planejar estratégias de combate à desinformação em relação ao processo eleitoral. Para isso, institui parceria com diferentes organizações da sociedade civil, como veículos de comunicação, partidos políticos, órgãos

[1] https://www.aosfatos.org/
[2] https://mitsloan.mit.edu/ideas-made-to-matter/study-false-news-spreads-faster-truth
[3] https://g1.globo.com/tecnologia/noticia/2022/07/07/grupo-de-92-entidades-cobra-acoes-de-big-techs-para-combater-desinformacao-nas-eleicoes.ghtml

públicos, empresas privadas, grupos de pesquisa dentre outras instituições engajadas nessa luta, suporte da democracia, garantia das eleições, liberdade de expressão e direitos civis. Infelizmente, a propagação da desinformação tem sido o *modus operandi* de organizações criminosas no Brasil que atentam contra a democracia, disseminando discursos de ódio e intolerância. Em entrevista ao jornal Estado de Minas[4], o Ministro do Supremo Tribunal Federal do Brasil Alexandre de Moraes, presidente em exercício do TSE, afirmou que combater a desinformação não é uma questão isolada, pois envolve uma máquina de informações enganosas, de milícias digitais que agem contra a democracia, incitando discursos de ódio e de violência.

Em sua obra "Como as democracias morrem", os professores de Ciências Políticas na Universidade Harvard, Steven Levitsky e Daniel Ziblatt analisam a decadência do regime democrático em diversos países, em diferentes períodos históricos, que resultam em governos autocráticos, tomando como exemplo o governo de Donald Trump (2017-2021), nos Estados Unidos da América, identificando as suas atitudes autocráticas, além de questionar o que leva um regime democrático a eleger candidatos como ele. Esses autores asseveram que "falsas acusações de fraude podem minar a confiança pública em eleições e quando cidadãos não confiam no processo eleitoral, muitas vezes perdem a fé na própria democracia" (Levitsky & Ziblatt, 2018, p. 151). Segundo eles, em uma democracia, os cidadãos têm direito básico a informações confiáveis sobre o governo e sua liderança, pois sem elas, não conseguem exercer seu direito constitucional ao voto. Quando um governante mente para o seu povo, a confiança no governo se desfaz, enfraquecendo os pilares da democracia. Na próxima seção, discutiremos as habilidades e competências imprescindíveis para o exercício da cidadania, ante a infodemia, e o papel do letramento estatístico nesse contexto.

O letramento estatístico e as estatísticas cívicas

Podemos definir a informação como uma notícia que comunica acontecimentos, conhecimentos ou fatos sobre algo, de acordo com o dicionário Michaelis *online*[5]. As informações surgem a partir de dados tratados e organizados, podendo ser imagens, fatos, acontecimentos, datas, textos, vídeos, números, pessoas, instituições dentre outras informações. É necessário um processo de coleta, análise, resumo e organização desses dados a fim de verificar os possíveis resultados que podem ser obtidos para a geração de conhecimento. A Estatística é a ciência que se preocupa em fornecer técnicas úteis para a realização de tais procedimentos, permitindo a obtenção de informações para a tomada decisões a respeito desses processos (Costa, 2002). Não é apenas mais uma subárea da Matemática. Tem objetos de estudo e metodologias distintos, necessitando de um contexto que lhe confira sentido. Os dados sem um contexto não têm significado, não produzem motivação, e para compreendê-los. é necessário reconhecer a onipresença da variabilidade e a necessidade dos dados (Cobb & Moore, 1997). Os processos envolvidos em uma análise estatística requerem habilidades específicas do letramento estatístico, necessárias para conscientizar os indivíduos a respeito de fenômenos sociais relevantes, tornando-os capazes de fazer escolhas assertivas em seu dia a dia, que envolvem

[4] https://www.em.com.br/app/colunistas/baptista-chagas-de-almeida/2022/07/13/interna_baptista_chagas_de_almeida,1379755/alexandre-de-moraes-ressalta-importancia-de-combater-desinformacao.shtml

[5] https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/informa%C3%A7%C3%A3o/

variabilidade e probabilidade (Gal, 2019), participando na sociedade se torna ativa, em debates públicos e ações comunitárias, influenciando no seu ambiente de trabalho e pessoal.

A Base Nacional Comum Curricular — BNCC (Brasil, 2018) traz ao longo de suas diretrizes para o ensino da Estatística e Probabilidade, competências para o desenvolvimento do letramento estatístico, conforme indicam Lima e Giordano (2021). Logo, promover mecanismos para o desenvolvimento do letramento estatístico é necessário para contribuir com a formação escolar preconizada na BNCC. Para Gal (2019), ser letrado estatisticamente possibilita ao indivíduo interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas e os argumentos baseados em dados, que aparecem nas diversas mídias. Além de discutir sobre informações de cunho estatístico, revelando a sua compreensão do significado dos dados, o cidadão pode contribuir socialmente com suas opiniões e julgamentos sobre as consequências dessas informações.

Percebemos que muitas notícias compartilhadas na mídia utilizam métodos e recursos da estatística como forma de apresentar, comunicar, organizar e resumir os dados, como taxas de desemprego, dados econômicos, pesquisas demográficas, aumento ou diminuição da pobreza de uma nação, crime, migrações etc. Essas estatísticas e evidências quantitativas que nos dão ciência sobre os principais fenômenos sociais chamamos de estatísticas cívicas (Engel, 2019). Elas se concentram na busca por significados a partir de dados que informam sobre processos sociais, bem-estar social e econômico, além da realização dos direitos civis. Engel (2019) considera a compreensão dessas questões de máxima importância para o engajamento cívico social, essencial para a tomada de decisões públicas em todas as esferas do poder.

No debate de questões importantes para a promoção de políticas públicas de um país democrático, é importante que as pessoas se envolvam na luta contra as desigualdades e injustiças que afetam grupos específicos e minoritários da sociedade. Para isso, é necessário que haja informação de fontes confiáveis, baseadas em evidências para a formulação de leis e ações governamentais. Compreender essas informações e dados requer o desenvolvimento do letramento estatístico, além, de acordo com Engel (2019), compreender fenômenos multivariados e dados complexos, que são características recorrentes das estatísticas cívicas.

Nicholson, Gal & Ridgway (2018) consideram que essas habilidades “extras”, auxiliares na compreensão das estatísticas cívicas, não são muito comuns em currículos tradicionais para o ensino da estatística. Além disso, os autores enfatizam ainda outras características gerais das estatísticas cívicas: fenômenos multivariados; dados agregados; dados dinâmicos; o uso de textos ricos; visualizações diversas. Os dados das estatísticas cívicas com frequência são multivariados pois mostram que um fenômeno pode ser influenciado por vários fatores, como é observado na vida. Além disso, as tais estatísticas incluem dados que podem estar agrupados, tanto por causa da natureza das variáveis (masculino e feminino, por exemplo) ou até mesmo por categorias (índices de satisfação de um serviço público, por exemplo), apresentando uma forma dinâmica ao estabelecer comparações entre dados, indicar tendências e atualizações de dados antigos. Os resultados obtidos por meio desses dados quase sempre são comunicados em textos publicados em diversos canais de mídia, como a imprensa comum ou mesmo sites oficiais de órgãos federais, como é o caso do site do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE.

Figura 1. Modelo Conceitual das Civic Statistics. Nicholson, Gal & Ridgway (2018, p. 6).

Os textos a respeito das estatísticas cívicas frequentemente utilizam diferentes recursos que permitem múltiplas representações de um mesmo conjunto de dados. Com visualizações inovadoras, como gráficos dinâmicos, tabelas interativas, vídeos, meios de manipular a ilustração mediada pelo avanço tecnológico, os usuários podem precisar de habilidades específicas para compreender as formas em que as estatísticas cívicas podem se manifestar nos meios de comunicação. Todas essas características das estatísticas cívicas requerem habilidades dos cidadãos para as compreenderem, interagir e reagir a elas, para isso, é necessário métodos de ensino e recursos educacionais adequados (Nicholson, Gal, & Ridgway, 2018).

A BNCC (Brasil, 2018), estabelece uma base curricular para todo o território nacional e traz em suas habilidades para a formação escolar características que favorecem o desenvolvimento de indivíduos estatisticamente letrados (Lima & Giordano, 2021). De igual forma, queremos apontar para o leitor as habilidades nesse documento que favorecem promoção de atitudes críticas em relação à desinformação (notícias falsas, *fake news*, infodemia), relacionadas às estatísticas cívicas que permeiam os veículos de informação e comunicação.

Habilidades na BNCC para o combate à desinformação

Realizamos uma busca pelos termos "notícia falsa", "informação falsa", "desinformação", "*fake news*" e "infodemia" na BNCC (Brasil, 2018) a fim de encontrar habilidades que contribuem com uma formação crítica a respeito dos dados compartilhados nas mídias, principalmente sobre estatísticas cívicas. Ao utilizar a ferramenta de localização de visualização digital desse documento, obtemos resultados apenas para os termos "notícia falsa" (três menções, sendo que em duas delas também se referiam ao termo "*fake news*", sempre destacado em parênteses) e "*fake news*" (duas menções), todas no bloco Linguagens e suas Tecnologias –

Língua Portuguesa, Campo Jornalístico-Midiático, Leitura. Desses resultados, apenas três menções estão relacionadas com as habilidades a serem desenvolvidas.

A primeira habilidade, correspondente ao nono ano do Ensino Fundamental, foi encontrada a partir do termo "notícia falsa" (EF09LP01, p. 176). Essa habilidade está relacionada com a análise do fenômeno da disseminação das notícias falsas nas redes sociais e com a preocupação em desenvolver mecanismos a fim de que sejam reconhecidas a partir da observação de características do tipo: fonte, data e local de publicação, autor da notícia, endereço de navegação, formatação, comparação com outras fontes confiáveis etc. As outras duas, referentes ao segmento do ensino médio, EM13LP39 e EM13LP40 (Brasil, 2018 p. 520). As duas habilidades revelam uma preocupação a respeito da checagem de fatos noticiados, tal como indicado na habilidade anterior, reforçando o combate e a proliferação das notícias falsas. A outra habilidade as complementa, suscitando discussões a respeito do fenômeno da disseminação de *fake news*, observando causas, consequências, crenças e opiniões sobre fatos. O objetivo é desenvolver uma atitude crítica frente a esse fenômeno, além de refletir nas próprias crenças e opiniões a partir de evidências que as contradigam.

Observamos que tais habilidades, apesar de ausentes no bloco Probabilidade e Estatística, na Área de Matemática e suas Tecnologias, apresentam características do letramento estatístico relativas à necessidade da análise de informações, as quais podem conter recursos estatísticos (o que geralmente acontece), além de ressaltar a importância da atitude crítica frente às essas informações, tomando decisões e exercendo a cidadania, que para Gal (2019), são habilidades necessárias ao letramento estatístico. Além disso, quase sempre essas notícias, sujeitas à análise dos estudantes, contém dados de estatísticas cívicas, e as orientações apelam para o combate das *fake news*, motivando discussões a partir de evidências e fatos comprovados, aspectos indispensáveis para o fortalecimento de uma democracia, segundo Nicholson, Gal e Ridgway (2018), Engel (2019) e (Engel; Ridgway; Stein, 2021).

Considerações finais

Essa breve análise do mais importante documento de orientação curricular brasileiro, a BNCC, revela que, embora a infodemia, a desinformação e as *fakes news* se façam presentes, não estão diretamente associadas à unidade temática Probabilidade e Estatística, da componente curricular Matemática, o que julgamos ser um erro. Baseados em nossos referenciais teóricos, consideramos que tais assuntos devam fazer parte das discussões que envolvem estatísticas cívicas, imprescindíveis para o pleno desenvolvimento do letramento estatístico dos estudantes da nossa Educação Básica.

Referências

Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: Ministério da Educação.

Brasil (2022). *Programa Permanente de enfrentamento à Desinformação no âmbito da Justiça Eleitoral*. Tribunal Superior Eleitoral. Brasília, DF. https://www.tse.jus.br/hotsites/catalogo-publicacoes/pdf/programa-permanente-de-enfrentamento-a-desinformacao-no-ambito-da-justica-eleitoral.pdf

Costa, P. L. de O., Neto. (2002). *Estatística Básica*. São Paulo: Edgard Blücher.

Cobb, G. W., & Moore, D. S. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. *The American Mathematical Monthly*, 104(9), 801–823. https://doi.org/10.2307/2975286

Engel, J. (2019). Cultura estadística y sociedad. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. https://www.ugr.es/~fqm126/civeest/.

Engel, J., Ridgway, J., & Stein, F. W. (2021). Educación estadística, democracia y empoderamiento de los ciudadanos. *Revista Paradigma*, 42. (Extra 1), 1-31. http://funes.uniandes.edu.co/23674/1/Engel2021Educaci%C3%B3n.pdf

Gal, I. (2019). Understanding statistical literacy: About knowledge of contexts and models. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

Levitsky, S., & Ziblatt, D. (2018). *Como as democracias morrem*. Tradução: Renato Aguiar. São Paulo: Zahar.

Lima, S. O., & Giordano, C. C. (2021). Letramento estatístico: um olhar sobre a BNCC. In *Temas Emergentes em Letramento Estatístico* (pp. 473–494). Editora UFPE.

Menezes, L. F. (2021). Política supera pandemia e é o tema de desinformação mais checado em 2021. *Aos Fatos*. https://www.aosfatos.org/noticias/politica-supera-pandemia-e-e-o-tema-de-desinformacao-mais-checado-em-2021/

Nicholson, J., Gal, I., & Ridgway, J. (2018). Understanding Civic Statistics: A Conceptual Framework and its Educational Applications. A product of the ProCivicStat Project. http://IASE-web.org/islp/pcs

Organização Pan-Americana da Saúde. (2020). *Entenda a infodemia e a desinformação na luta contra a COVID-19*. Organização Mundial da Saúde. https://iris.paho.org/bitstream/handle/10665.2/52054/Factsheet-Infodemic_por.pdf

Diseño de un marco curricular al servicio de una plataforma tecnológica de evaluación formativa adaptativa

José Mª **Marbán** Prieto
Universidad de Valladolid
España
josemaria.marban@uva.es
Matías **Arce** Sánchez
Universidad de Valladolid
España
matias.arce@uva.es
Laura **Conejo** Garrote
Universidad de Valladolid
España
laura.conejo@uva.es
Ana Isabel **Maroto** Sáez
Universidad de Valladolid
España
anaisabel.maroto@uva.es
Javier **Pardo** Vidal
Monk
javier.pardo@monk.es

Resumen

La transferencia de conocimiento resulta esencial en el ámbito universitario. Esta comunicación sintetiza los resultados de un flujo de transferencia entre el Grupo de Investigación Reconocido *Educación Matemática* de la Universidad de Valladolid y la marca comercial *Smartick.* En particular, se describe la aportación de un marco curricular adaptado a las necesidades empresariales para el diseño y puesta en marcha de una plataforma de evaluación adaptativa en Educación Primaria en el área de matemáticas. El marco generado, en continua revisión, se apoya en un objeto limítrofe, definido a través de mapeo de la ciencia y de análisis de contenido. Finalmente, se presentan las características básicas de la plataforma que integra este marco curricular y cuya puesta en marcha parece confirmar la solidez del mismo.

Palabras clave: Asesoría Educativa; Educación Matemática; Educación Primaria; Evaluación Formativa; Investigación Educativa; Matemáticas; Objeto Limítrofe; Transferencia de Conocimiento.

Introducción

Las instituciones de educación superior juegan un papel cada vez más relevante como agentes activos de cambio y de desarrollo económico y social. Ya a comienzos del siglo pasado apuntaba Ortega y Gasset (1930) que "la universidad debe incorporar a su misión un tercer aspecto: El compromiso con la sociedad y con su tiempo, por lo que ha de depurar un tipo de talento para saber aplicar la ciencia y estar a la altura de los tiempos". Tras esta idea está el concepto de transferencia que, si bien puede y debe asociarse a todo tipo de conocimiento, su evolución en el ámbito educativo nos muestra que sigue resultando complejo y que está menos asentado y reconocido aún que en otros contextos.

El resultado que se presenta emana de una experiencia de éxito de colaboración entre el Grupo de Investigación Reconocido *Educación Matemática* de la Universidad de Valladolid y la marca comercial *Smartick* (www.smartick.es), como respuesta a una necesidad planteada por esta última de diseño de una estructura curricular y de asesoría en la preparación de una plataforma de evaluación adaptativa, entendiendo esta como evaluación basada en test adaptativos computerizados (CAT) (Weiss & Kingsbury, 1984), esto es, en procesos de administración de pruebas en los que los ítems de cada una de ellas se seleccionan para su administración en función de las respuestas de la persona evaluada a ítems administrados previamente. Por otra parte, dicha plataforma debía ser fácilmente permeable tanto a cambios curriculares como a las diferencias internas entre los desarrollos curriculares propios de cada Comunidad Autónoma en España, aspirando también eventualmente a ser adaptable a contextos de otros países.

El diseño metodológico

Atendiendo a los principios recogidos en la Introducción, al contexto y a los marcos de ejecución en los que debía desarrollarse la colaboración, se apostó por elaborar una propuesta dotada de una amplia flexibilidad interpretativa apoyada en un constructo flexible buscando, por tanto, que este surgiese como resultado de un proceso riguroso de investigación apoyado en el concepto de *objeto limítrofe* (Star y Griesemer, 1989). La idea de objeto limítrofe nació en el intento de producir representaciones de la naturaleza en la comprensión del hecho de que las entidades naturales son simultáneamente concretas y abstractas, específicas y generales, convencionalizadas y personalizadas. Esta noción parecía adecuada a nuestro propósito al proporcionar un elemento tan plástico para adaptarse a necesidades locales como robusto para mantener una identidad común. Para ello, se recurrió a un diseño metodológico que se inició con una revisión sistemática de la literatura científica existente sobre evaluación en matemáticas en la categoría *Education and Educational Research de WOS*, revisión que incorporó técnicas de mapeo de la ciencia y co-citación con el uso del software de análisis bibliométrico VOSViewer, lo que permitió detectar similitudes y conexiones entre autores e identificar "focos de investigación". La red obtenida (Figura 1) fue depurada estableciendo criterios de mantenimiento de nodos en la misma basados en su diámetro (alta citación), su grado (entendido como número de nodos diferentes en su vecindad) y en la existencia de aristas de una anchura determinada (multiplicidad de conexión de un nodo con otro nodo de su vecindad). La red resultante permitió observar zonas de *alta densidad*[1], distinguiendo grandes grupos de nodos que, a su vez, se asociaban con otros, sin presencia de ningún grupo de tamaño notable desconectado del resto y con una irrelevante aparición de algunos nodos aislados.

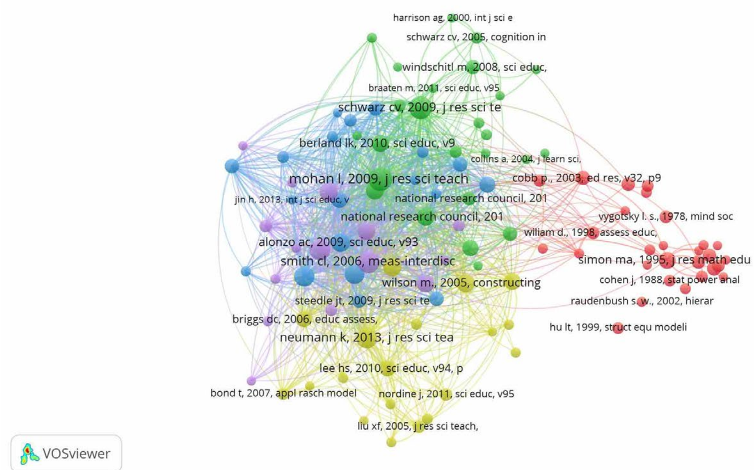


Figura 1. Red de co-citación depurada con las familias temáticas diferenciadas por colores

Cada grupo denso, caracterizado por un color diferente, fue considerado o denominado *familia, conglomerado o cluster*, definido por una afinidad temática muy bien marcada. En este caso, el primer conglomerado se caracterizaba por sus aportaciones a la evaluación formativa, el segundo por aportaciones al currículo desde evidencias procedentes de la investigación, el tercero concentraba su atención en la evaluación basada en evidencias, mientras que el cuarto aportaba resultados sobre medida y evaluación, siendo el quinto el que se ocupaba del rol del docente en los procesos evaluativos. Una primera conclusión que pudo extraerse de la red obtenida, fuertemente conexa, es que no es posible abordar el diseño de los procesos de evaluación si no se realiza a partir de, y en consonancia con, las progresiones de aprendizaje, secuencias de enseñanza, procesos e instrumentos de medida y el marco curricular.

El siguiente paso a realizar consistió en un análisis de contenido (Cohen et al., 2011) de los documentos que conformaron la red para realizar una aproximación cualitativa al problema que permitiese avanzar hacia la construcción del objeto limítrofe deseado. De hecho, fue posible definir ya en 2020 un constructo como propuesta inicial que satisfizo los requisitos de objeto limítrofe deseados, manteniendo fuertes conexiones o similitudes con los conceptos de *numeracy* y de *mathematical literacy* (Niss, 2015), pero presentando, a su vez, características que lo dotaron de entidad propia.

Definido el constructo, de extrema complejidad dentro de su sencillez conceptual, y teniendo en cuenta que debía ser útil para el diseño de la plataforma de evaluación adaptativa

[1] Cuando se habla de zona de alta densidad se refiere a zonas pequeñas con un alto número de nodos.

objetivo de la colaboración universidad-empresa que da luz a este trabajo, fue preciso operativizar este, lo que se llevó a cabo estableciendo primero dimensiones del mismo con identidades diferenciadas, asociando a continuación a cada una de ellas bloques de contenidos o saberes y contemplando en todas ellas procesos comunes de acción matemática. Finalmente, se asoció a cada terna dimensión-proceso-contenido un banco de estándares e ítems que permitiese evaluar el nivel de desarrollo del alumnado en el continuo del constructo central proyectado sobre esa terna pero, sobre todo, que contribuyese, en combinación con otros bancos diferentes, a delimitar tal grado de desarrollo de forma global. En la Figura 2 se muestra un ejemplo de ítem.

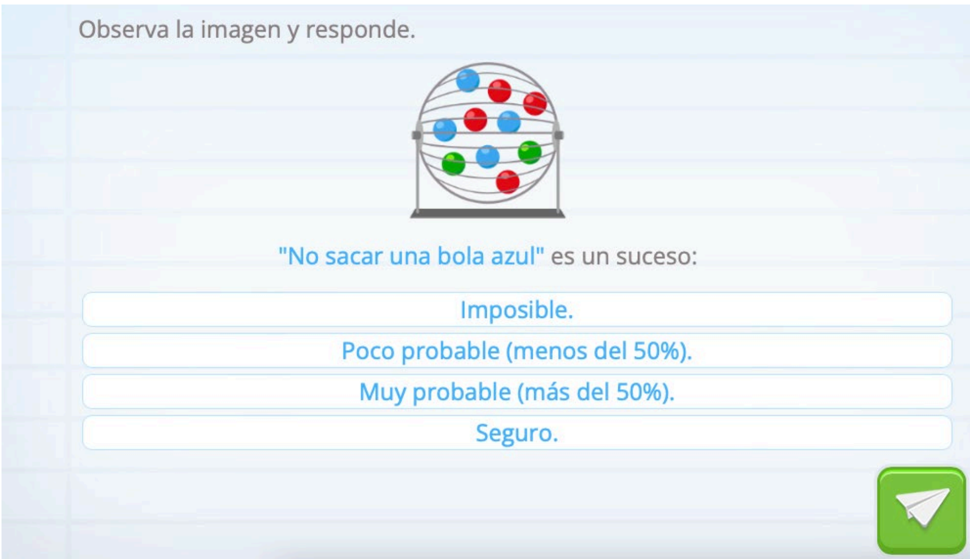


Figura 2. Ejemplo de ítem.

Cada uno de los ítems fue sometido a un riguroso proceso de revisión diferenciado en dos partes: una primera de revisión interna y una segunda de revisión externa, precedidas ambas por un proceso de validación de apariencia (Figura 3). El objetivo de la primera fase fue detectar problemas previos de los ítems que pudieran provocar que estos cayesen posteriormente del proceso de construcción, reduciendo al máximo la pérdida en el banco y atendió tanto a criterios didácticos como psicométricos. Los ítems que superaron esta etapa pasaron a revisión externa a través de un proceso de validación de contenido por expertos, incorporando perfiles tanto cercanos a la investigación en Educación Matemática como a la actividad profesional en aulas de Primaria en matemáticas.

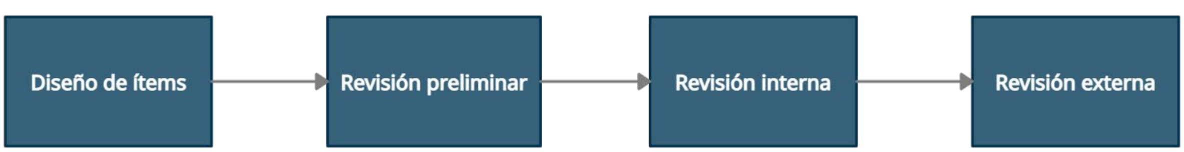


Figura 3. Diagrama de flujo del proceso de revisión.

El siguiente paso fue la construcción de formas de pre-calibración, esto es, bloques de ítems que serían sometidos a prueba como reactivos para una muestra inicial de potenciales usuarios de la plataforma pertenecientes a todos los cursos atendidos por la misma, permitiendo medir índices de dificultad y discriminación de ítems junto con tiempo medio de respuesta, entre otras variables. A continuación, se procedió a la construcción de formas completas de calibración o test, siguiendo este orden de construcción de bloques de ítems:

Bloques de anclaje vertical → Bloques de anclaje horizontal → Bloques específicos

de forma que en todos los tipos de bloques de anclaje (horizontal, vertical y específicos) debían estar representadas todas las dimensiones del constructo, al tiempo que en todos los tipos de bloques de anclaje estuviesen contenidos ítems de todo el continuo de la dificultad y, finalmente, de forma que todos los tipos de bloques de anclaje tuvieran un tiempo medio de respuesta más o menos parecido.

La última etapa está actualmente en marcha y está contando con la colaboración de expertos en psicometría de la UNED (Universidad Nacional de Educación a Distancia) y la UAM (Universidad Autónoma de Madrid). En esta etapa la plataforma está siendo probada con decenas de miles de alumnos, tratando de asegurar una experiencia sencilla y atractiva y recopilando datos útiles no solo para contrastar el potencial de la plataforma en sí, sino también para diseñar modelos de informe de retroalimentación orientados al profesorado.

Resultados

El ingrediente clave para la concepción del nuevo constructo se encontró, tras el análisis de contenido mencionado en la sección anterior, en la visión de las matemáticas como elemento de relación humana, de forma que se estableció una analogía con la definición habitualmente empleada para la función de relación de los seres vivos. Así, se propuso como constructo central el que denominamos *sensibilidad matemática*, entendida como capacidad individual para detectar y obtener información del medio, a través de las matemáticas, así como emplear estas de cara a emitir juicios y tomar decisiones para la ejecución de respuestas y actuaciones adecuadas que permitan una adaptación al medio efectiva y una participación activa en el mismo.

La estructura factorial del constructo vino determinada por el tipo de información que interviene en los procesos de relación descritos en su propia definición, lo que condujo a considerar cuatro dimensiones: cuantitativa, visual, estocástica y simbólica. A estas dimensiones sería deseable poder añadir una dimensión afectiva que permease las otras cuatro.

Tomando como punto de partida la visión relacional propia de nuestro constructo, esto es, la analogía establecida entre la función de relación del ser humano con el entorno (interior y exterior) y la competencia matemática desde su enfoque como sensibilidad matemática, es decir, como proceso de interacción con el mundo (interior y exterior) a través de las matemáticas, se identificaron tres procesos cognitivos diferentes: notar, pensar y actuar. El primero, “notar”, hace referencia a la capacidad de observar matemáticamente, de darse cuenta de características de los fenómenos que pueden ser matematizadas, de ser consciente de la potencialidad del uso de las matemáticas para describir, comprender e incluso predecir fenómenos y de identificar tanto la información relevante como el conocimiento matemático que han de ponerse en juego en una situación. El segundo dominio, “pensar”, está directamente relacionado con los procesos de interpretación, análisis y síntesis de la información, así como a la comprensión de hechos e ideas y al razonamiento, quedando asociado a tareas de un nivel de demanda cognitiva superior, en general, al primero de los dominios. Este proceso guarda una estrecha relación con los enfoques más recientes de la neurociencia y de quienes abogan por hacer procesos de enseñanza y aprendizaje que hagan visible el pensamiento. El tercero de los dominios, "actuar", involucra, por un lado, acción, aplicación tanto mecánica o rutinaria del conocimiento en situaciones familiares o conocidas como aplicación del conocimiento en situaciones nuevas así como la ejecución de las decisiones adoptadas, pero también, por otro lado, la creación de algo nuevo o la propuesta de soluciones alternativas a un mismo problema, quedando así muy cercano a las tesis de los planteamientos más recientes orientados a destacar la relevancia del pensamiento crítico en las nuevas sociedades de la información.

La plataforma MONK

La plataforma resultante, denominada Monk (https://www.monk.es/web), ofrece evaluaciones adaptativas para proporcionar al profesor información rigurosa sobre el estado y progreso del aprendizaje de cada estudiante de Educación Primaria en matemáticas. Monk facilita la atención a la diversidad en el aula mediante una mejor personalización de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en esta etapa ya que, a través de pruebas adaptativas, ofrece problemas personalizados y es capaz de obtener en apenas 20-30 minutos una estimación rigurosa y objetiva del nivel de sensibilidad matemática del alumnado, a la vez que, a través de sencillos informes, permite identificar las necesidades de cada alumna/o en cada momento y evaluar el impacto de las estrategias educativas (Figura 4).

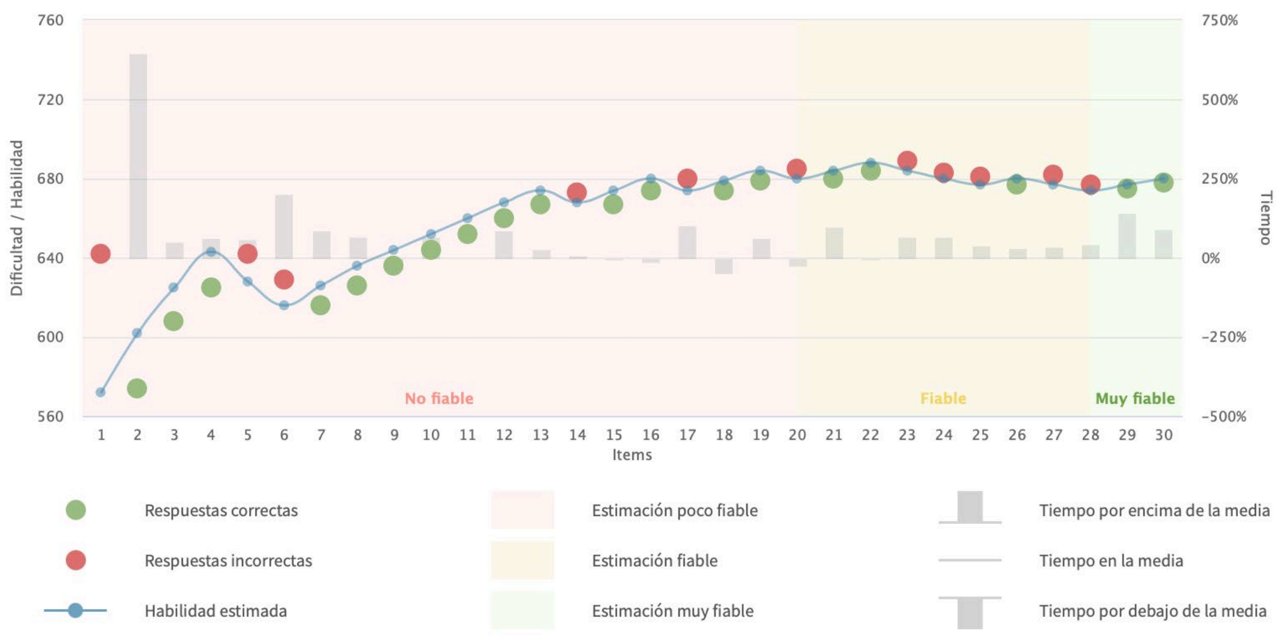


Figura 4. Ejemplo de output de la plataforma a partir de un test realizado por un/a alumno/a.

Los resultados se muestran tanto en una escala realizada de acuerdo con los fundamentos de la TRI (Teoría Respuesta al Ítem) (De Ayala, 2013), así como mediante los percentiles de cada población. Las evaluaciones, por otra parte, se realizan de forma periódica a lo largo del curso permitiendo no sólo conocer el nivel de cada alumno/a y sus necesidades en cada momento, sino también el progreso que se va produciendo a lo largo del curso. Esto último permite medir la efectividad de los métodos, contenidos y actividades que el profesorado utiliza con cada alumna/o (Figura 5).

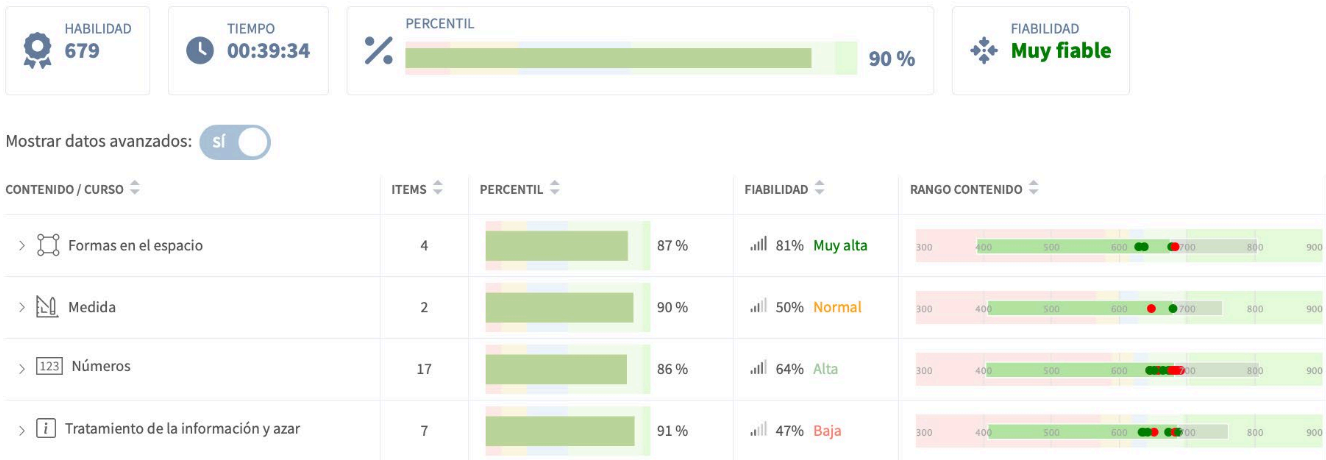


Figura 5. Ejemplo de output de la plataforma con información parcial sobre desempeño por contenidos

Además de mostrar la información global de la sensibilidad matemática, también permite mostrar el grado de avance de cada estudiante en las distintas áreas de contenidos. Esta información provee al profesor de una herramienta formativa que permite personalizar y adecuar la enseñanza a cada alumno/a y monitorizar el efecto de la misma. Asimismo, a los directivos escolares e institucionales les permite tener una medida cuantificada, rigurosa y objetiva del efecto de las estrategias educativas que se toman (Figura 6).

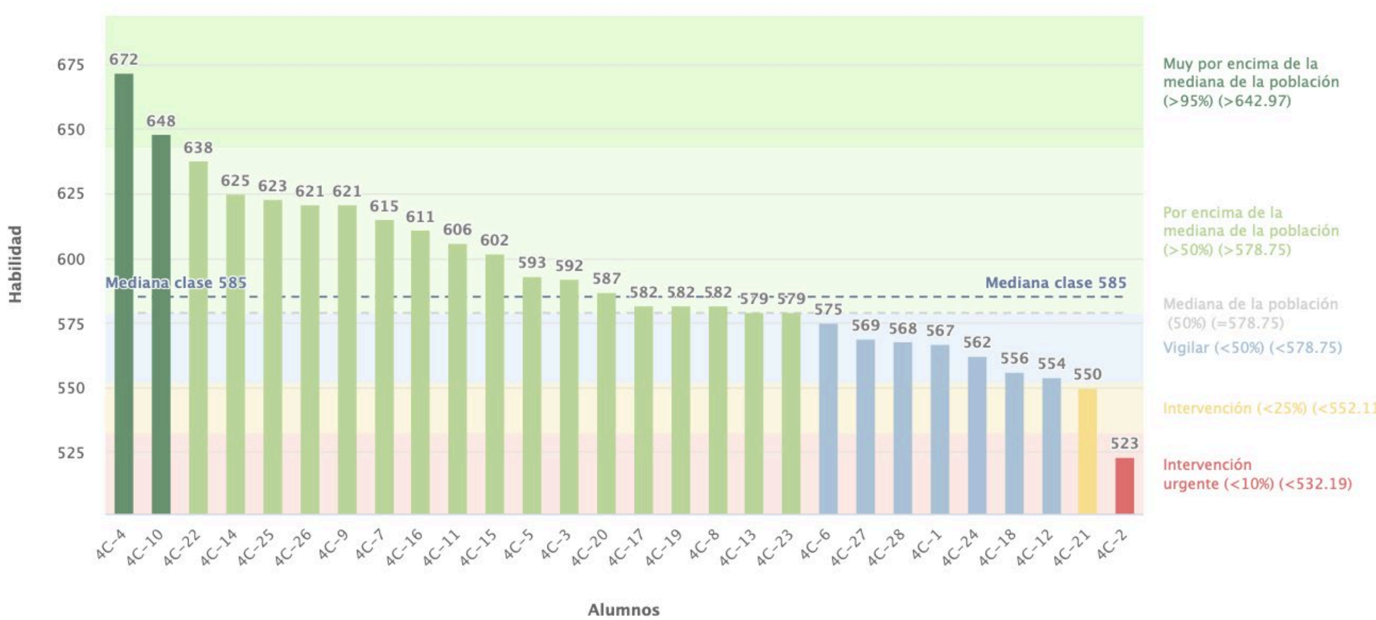


Figura 6. Ejemplo de output de la plataforma identificando perfiles de alumnado a partir de su nivel de sensibilidad matemática.

Monk sigue evolucionando con el objetivo de facilitar, a partir de la información de los test adaptativos (Figura 7), propuestas de intervención dirigidas a las necesidades particulares de cada alumna/o, personalizando actividades y contenidos, y ayudando a monitorizar su progreso durante todo el curso.

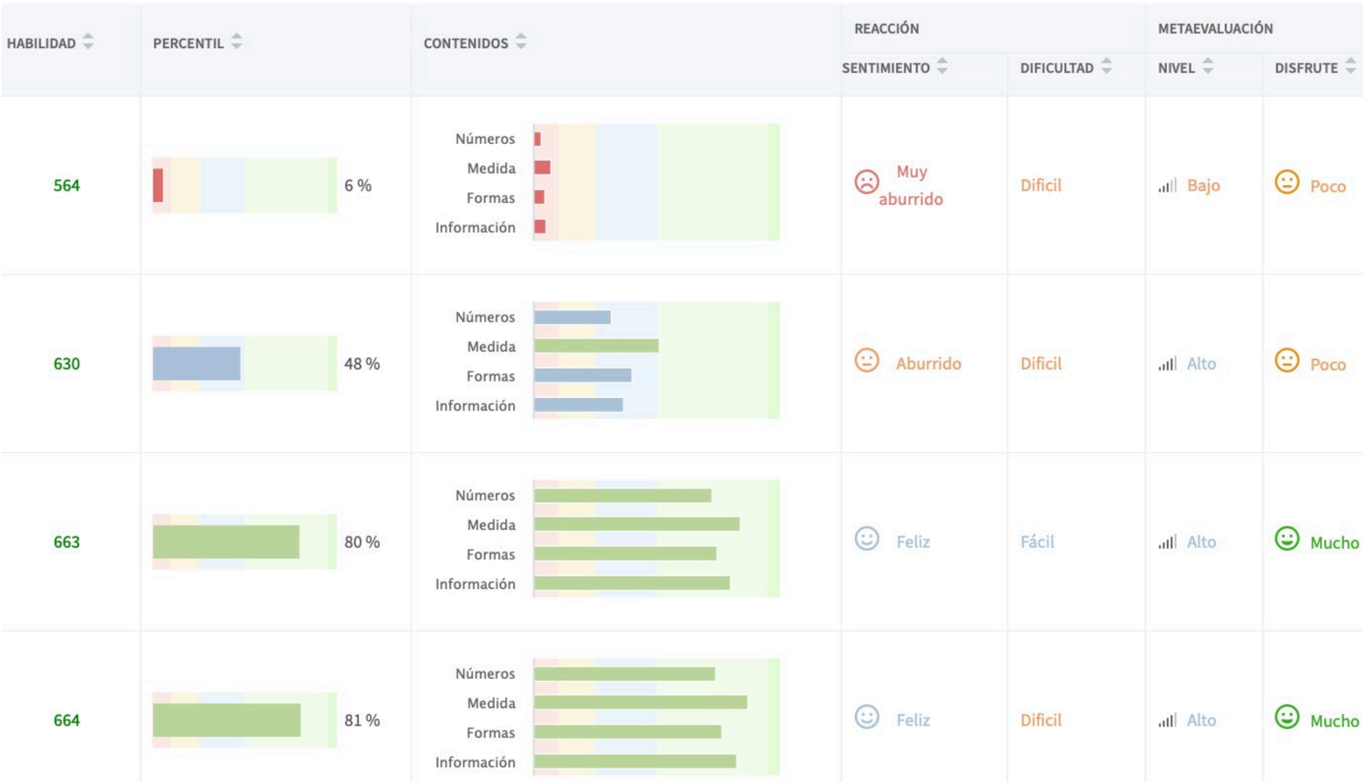


Figura 7. Ejemplo de resumen de progreso de un grupo incluyendo aspectos afectivos y metaevaluación

Referencias y bibliografía

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. Routledge.

De Ayala, R. J. (2013). *The theory and practice of item response theory*. Guilford Publications.

Niss, M. (2015). Mathematical literacy. In *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education* (pp. 409-414). Springer, Cham.

Ortega y Gasset, J. (1930). *Misión de la Universidad.* Revista de Occidente.

Star, S. L., & Griesemer, J. R. (1989). Institutional ecology, translations' and boundary objects: Amateurs and professionals in Berkeley's Museum of Vertebrate Zoology, 1907-39. *Social Studies of Science*, *19*(3), 387-420.

Weiss, D. J., & Kingsbury, G. G. (1984). Application of computerized adaptive testing to educational problems. *Journal of educational measurement*, *21*(4), 361-375.

Efectos de la pandemia en el conocimiento de las operaciones básicas en las primarias de Yucatán

Adriana Jaqueline **Avilez** Poot
Benemérita y Centenaria Escuela Normal de Educación Primaria Rodolfo Menéndez de la Peña
México
adriana.avilez@normalrodolfo.edu.mx
Hugo Salvador **Flores** Castro
Benemérita y Centenaria Escuela Normal de Educación Primaria Rodolfo Menéndez de la Peña
México
hugo.flores@normalrodolfo.edu.mx
José Antonio **Chacón** Chuil
Benemérita y Centenaria Escuela Normal de Educación Primaria Rodolfo Menéndez de la Peña
México
jose.chacon@normalrodolfo.edu.mx

Resumen

Uno de los efectos de la pandemia COVID-19 en la educación fue un gran rezago de manera general en los estudiantes de nivel básico expresado a voz de los docentes titulares de grupo, por lo que esta investigación tuvo como objetivo evaluar el conocimiento de las operaciones básicas que tienen los estudiantes de educación primaria en Yucatán, México. Los resultados preliminares corresponden a 25 escuelas de organización completa y multigrado, teniendo una población de 1402 niños de tercero a sexto grado de primaria. Se encontró que los niños si tienen un rezago en conocimiento matemático, sobre todo en relación al algoritmo de la suma y resta con transformación en el valor posicional y la división con punto decimal, además en todas las operaciones se encontraron dificultades al resolver los problemas. Se concluye necesario realizar estrategias que fortalezcan el conocimiento de las matemáticas básicas.

Palabras clave: Educación matemática; Operaciones básicas; Educación pública; Nivel primaria; Efectos de la pandemia; México.

Introducción

A raíz de la pandemia de COVID-19 la educación en todo el mundo sufrió grandes cambios y afectaciones; de acuerdo con la Organización de la Naciones Unidas (ONU) (2020), dicha pandemia ha provocado la mayor interrupción de la historia en la educación y tuvo un efecto universal, ya que a mediados de abril de 2020 se reportó una afectación del 94 % de los estudiantes. México no fue la excepción, ya que la educación se vio paralizada, por lo que fue necesario implementar acciones para continuar con la enseñanza y aprendizaje en todos los niveles. Entre los cambios implementados fue la creación del programa "Aprende en casa", para educación básica, donde se impartieron temas con ayuda de videos transmitidos a través de la televisión abierta, en canales públicos y horarios determinados para cada grado y nivel, además muchos docentes implementaron comunicación vía aplicaciones como WhatsApp o Facebook.

Asimismo, se implementaron a nivel nacional los acuerdos 16/06/21 y 11/06/22 de la Secretaría de Educación Pública (SEP) de México, que establece que ningún niño de educación básica puede reprobar; de acuerdo a las investigaciones relacionadas con la promoción automática, autores como Alcocer y Aguilar (2021) destacan que aunque los niños podrían tener una mejora en la autoestima y se asegura la permanencia del alumnado con mayor vulnerabilidad en el sistema educativo, académicamente, se distingue a la promoción automática como causante del deficiente nivel educativo. Si bien se habla de un rezago educativo en Yucatán, no hay estudios hasta ahora que puedan dar sustento a ello, en este sentido el objetivo general de esta investigación es evaluar el conocimiento de las operaciones básicas que tienen los estudiantes de educación primaria en Yucatán, esto con el fin de contar con información real y precisa para proponer intervenciones adecuadas a las necesidades y de esta forma contribuir a la reducción de la brecha existente.

Marco conceptual

La educación primaria en México, forma parte de la educación básica obligatoria y corresponde a las edades entre 6 y 12 años de edad aproximadamente y consta de seis grados. A su vez, las escuelas publicas se dividen en escuelas de organización completa y escuelas multigrado; las escuelas multigrado son aquellas en las que se encuentran organizadas con más de un grupo a la vez, es decir, un profesor puede dar al mismo tiempo dos o más grupos en el salón.

Por otra parte, de acuerdo con Torres (2021), el aprendizaje de las matemáticas nos hace ir más allá de solo aprender reglas lógicas, tiene que tener un sentido para poder comprender de manera significativa cada concepto, inclusive la SEP (2017) menciona que: "Las matemáticas son un conjunto de conceptos, métodos y técnicas, mediante los cuales, es posible analizar fenómenos y situaciones en contextos diversos; interpretar y procesar información, tanto cuantitativa como cualitativa; identificar patrones y regularidades, así como plantear y resolver problemas. Proporcionan un lenguaje preciso y conciso para modelar, analizar y comunicar observaciones que se realizan en distintos campos" (p. 299). De ahí que el enfoque de la educación básica en México sea la resolución de problemas.

Se entiende por problema el planteamiento de una situación cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos (RAE, 2020). Por otra parte, de acuerdo con Torres (2021) las operaciones básicas son el conjunto de reglas base, que permiten, a partir de una variedad de datos, obtener otros denominados resultados; de esta manera en la educación básica se desarrolla el uso de las cuatro operaciones básicas: la suma, la resta, la multiplicación y la división.

A continuación, se analizan los tipos de problemas aditivos que se deben estudiar en la educación básica en México (Isoda, Nakamura, Takash, 2010):

- De cambio: Problemas que a partir de dos conjuntos se hace uno. Ejemplo *Iván tenía 12 caramelos, Tere le dio 4 caramelos más ¿Cuántos tiene ahora Iván?*
- Combinación: Dos conjuntos que se suman pero no se mezclan. Ejemplo *Iván tiene 12 caramelos y Tere tiene 4 ¿Cuántos caramelos tienen los dos?*
- Igualación: Se trata de igualar dos conjuntos para que tengan el mismo valor. Ejemplo *Iván tiene 9 caramelos. Tere tiene 3 caramelos. ¿Cuántos caramelos necesita comerse Iván para tener los mismos que Tere?*
- Comparación: Problemas en los que te dan un valor conocido y referencia el otro para encontrar su valor. Ejemplo *Tere tiene 9 caramelos. Iván tiene 5 caramelos menos que Tere. ¿Cuántos caramelos tiene Iván?*

Problemas multiplicativos (SEP, 1996):

- Proporción: Aquellos problemas en los que se establece una relación de proporcionalidad en los números naturales. Ejemplo *Si una muñeca cuesta 8 pesos ¿Cuál es el precio de 12 muñecas?*
- Combinación: Aquellos en los que se multiplican las medidas de dos magnitudes para obtener la medida de una tercera magnitud, ejemplo: *Ana tiene 5 blusas distintas y 10 faldas ¿De cuantas maneras distintas puede vestirse?*

Problemas de división (SEP, 1996):

- De reparto: Se relacionan magnitudes de distinto tipo y puede decirse que se trata de repartir una en la otra, ejemplo *Ana tiene 25 dulces y los quiere repartir en partes iguales a sus 5 amigos ¿Cuántos dulces les dará a cada uno?*
- Tasativos: La relación que se da entre las magnitudes también suele llamarse de agrupamiento, se relacionan dos magnitudes del mismo tipo y se trata de ver cuantas veces cabe una en la otra, por ejemplo: *Ana tiene 25 dulces y quiere dar 5 a cada uno de sus amigos ¿A cuantos amigos les puede dar dulces?*

Metodología

Se llevó a cabo un estudio descriptivo de carácter exploratorio desde un enfoque cuantitativo. La población del estudio fue el total de niños inscritos a doce escuelas primarias en el municipio de Mérida, Yucatán y trece escuelas multigrado situadas a los alrededores de dicho municipio, teniendo un total de 1558 niños y se optó realizar un censo a toda la población de interés. Se utilizaron tres instrumentos, para los alumnos de primer grado se utilizó una versión de la Propuesta para el Aprendizaje de la Matemática (1990) denominada PALEM enfocado a evaluar la conceptualización del número, para los alumnos de segundo grado se utilizó la versión del PALEM de ese grado enfocado a evaluar las primeras nociones de suma y resta, y para los alumnos de tercero a sexto grado se diseñó un instrumento que evalúa las operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división, el cual consta de 16 ítems de respuesta abierta para poder analizar cualitativamente la solución de los niños, de manera específica en este artículo se señalan los resultados de los alumnos del tercer instrumento.

En el diseño del instrumento se consideraron ocho ejercicios para evaluar la resolución de los algoritmos convencionales de cada operación y ocho problemas en los que se consideraron problemas aditivos de cambio, combinación, igualación, comparación; problemas multiplicativos de proporción y de combinación y problemas de división tasativos y de reparto. Para analizar la información se realizaron análisis descriptivos e inferenciales por grado y por tipo de escuelas (Multigrado y Organización completa).

Resultados

El instrumento se aplicó en el mes de septiembre del 2022 en las 25 escuelas primarias a todos los niños, esto se hizo de manera presencial con apoyo de los estudiantes normalistas, obteniéndose un índice de participación de 90%. En total, el instrumento fue contestado por 1402 estudiantes, 53% niñas y el 47% niños, con un rango de edad de 7 a 13 años.

Entre los resultados se obtuvo en relación al algoritmo de la suma que más del 80% del estudiantado de todos los grados puede realizarlo de manera directa, sin embargo, existe un área de oportunidad cuando la suma requiere una transformación en el valor posicional, ya que los resultados disminuyen drásticamente de manera específica en los grados de tercero y cuarto. De manera similar en relación al algoritmo de la resta, más del 50% del estudiantado puede realizar restas de manera directa, no obstante, se observa un área de oportunidad en las restas con transformación en el valor posicional, dichos resultados se observan en la Figura 1. El ítem evaluado consistía en realizar la operación 1000-239, al cuestionar a los niños sobre su error ellos mencionaban que el cero no tiene valor o bien sabían que tenían que hacer un préstamo, pero no la manera de realizarlo. Además, se puede notar una marcada diferencia en las escuelas multigrado y de organización completa en los grados de tercero y cuarto habiendo menores porcentajes de niños que podían realizar correctamente esta operación. Se destaca que el porcentaje del estudiantado que realizan esta operación correctamente en cuarto grado es muy bajo pensando que estos niños son los que iniciaron la primaria en pandemia.

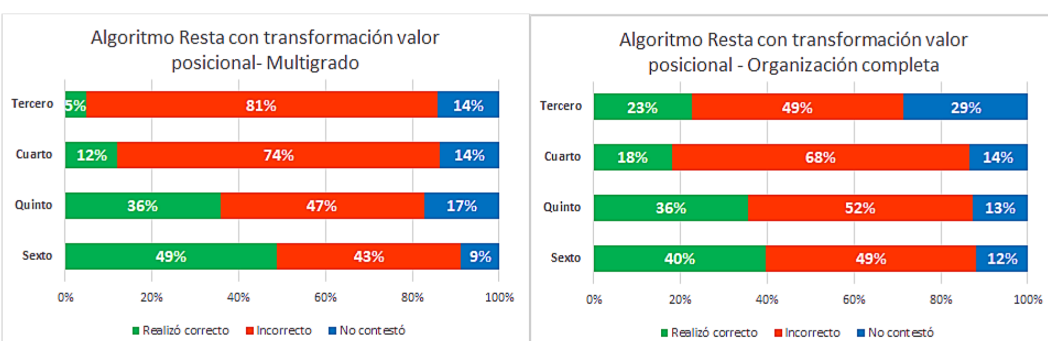


Figura 1. Algoritmo de la resta

En relación a los problemas aditivos, el problema que más se les dificultó fue de tipo de comparación, el problema planteado fue el siguiente: *Al final de la cosecha en una granja, Israel cosechó 703 naranjas, él tiene 329 naranjas más que Lety. ¿Cuántas naranjas cosechó Lety?* Los resultados se presentan en la Figura 2, en la que se observa que en todos los grados menos del 40% de los estudiantes pudo realizarlo no importando el tipo de escuela, lo que demuestra una falta de razonamiento matemático y comprensión lectora.

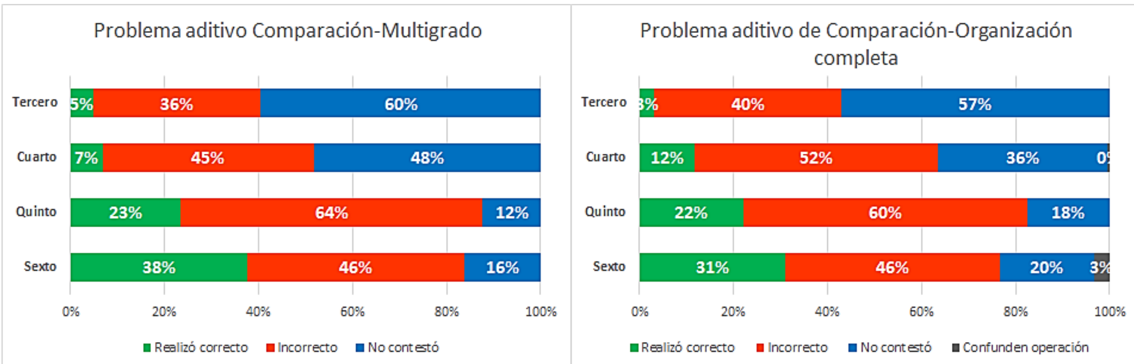


Figura 2. Problema de comparación

En cuanto al algoritmo de la multiplicación se destaca que ningún alumno de tercer grado en las escuelas multigrado pudo resolver la operación y solamente un 5% de los alumnos en escuelas de organización completa en este grado lo hizo correctamente. Los resultados en cuarto grado también indican que menos de la cuarta parte del estudiantado puede realizarlo correctamente y los resultados en quinto y sexto grado pese a que son mayores aún se considera como área de oportunidad. Los resultados en los problemas de la multiplicación tienen un comportamiento similar en ambos tipos de escuelas.

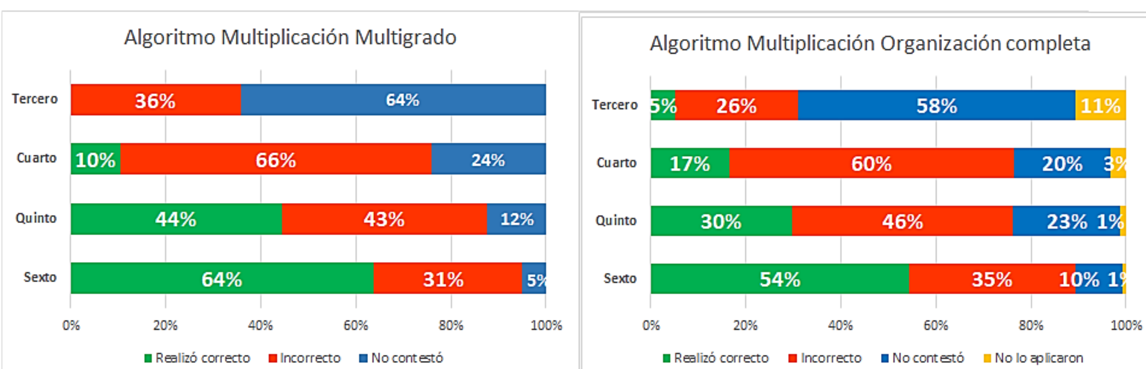


Figura 3. Algoritmo de la multiplicación

La división fue la operación que menos dominan los niños en la educación básica, inclusive los problemas de división fueron los más complicados para todos los grados escolares. El problema a resolver fue: *Se tienen 720 naranjas y se quiere distribuir en 12 costales de tal manera que en cada costal haya la misma cantidad. ¿Cuántas naranjas se debe poner en cada costal?* Cabe destacar que en este ítem solo se requería la solución del problema, no importaba la estrategia que empleara el alumno. De esta manera no se privilegiaba el algoritmo sino más bien el razonamiento matemático implicado.

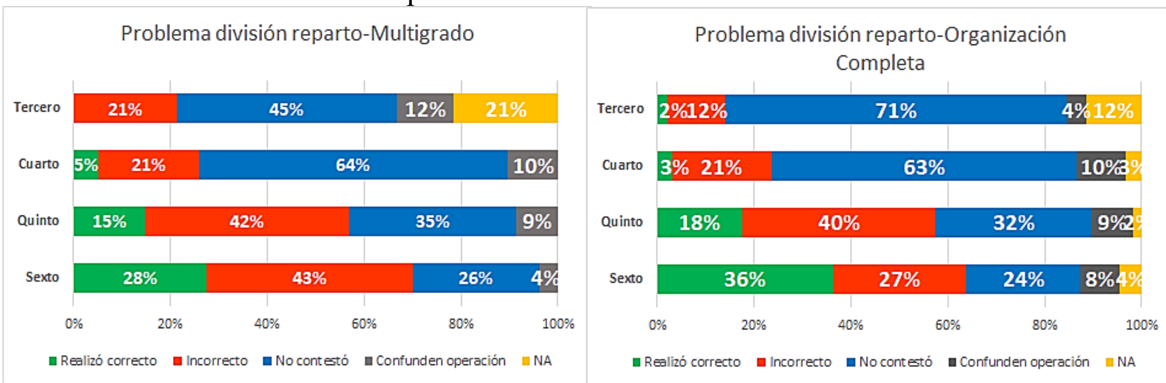


Figura 4. Problema división

A partir de los resultados observados en la Figura 4, se destaca que ningún niño o niña en tercer grado de educación multigrado puede resolverlo y solamente un 2% de organización completa lo hizo, en cuarto grado solo el 5% de los niños en Multigrado y el 3% en escuelas de organización completa y en quinto y sexto grado menos del 40% de manera general. Además, los porcentajes del estudiantado que deja sin contestar este problema son altos y en promedio cerca del 10% en todos los grados confunde la operación, realizando una multiplicación o una resta.

Por otra parte, para analizar si existía alguna diferencia entre el total de respuestas obtenidas y el tipo de escuela (multigrado y de organización completa) se realizaron pruebas inferenciales, se optó por realizar una prueba no paramétrica U de Mann-Whitney ya que la distribución no cumple con el supuesto de normalidad (prueba de Shapiro-Wilk $p<0.001$), dicha prueba se realizó de manera general y por cada uno de los grados; se determinó que el único grupo en el que la diferencia es significativa es en tercer grado considerando un 10% de significancia ($p=0.060$), lo que implica que el conocimiento es ligeramente mayor en el estudiantado de las escuelas de organización completa únicamente en este grado en comparación con la educación recibida en escuelas multigrado (Figura 5).

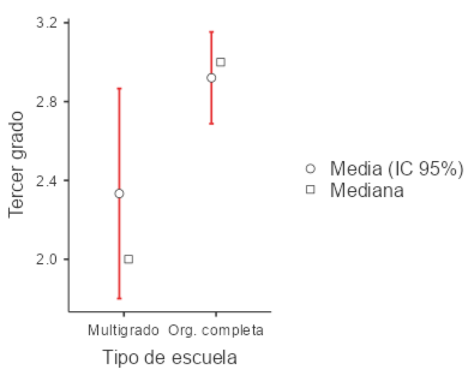


Figura 5. Diferencia de medias

Conclusiones

Con base en los resultados presentados, se considera que los niños necesitan mejorar en el dominio de las operaciones básicas sin distinción del grado en la primaria, pese a que pueden realizar ejercicios mecánicos de las operaciones básicas es importante aplicar estrategias para entender las transformaciones en el valor posicional, así como reforzar el razonamiento de los problemas matemáticos.

Aunque los resultados señalan una mayor área de oportunidad en la operación de división, es preocupante el fenómeno en las operaciones aditivas, si estas no se dominan por completo, será difícil poder dominar otras operaciones.

Se destacan mejores resultados en los ejercicios mecánicos de operaciones básicas en contraste con los problemas, en especial en los de cambio e igualación de problemas aditivos, tasativos en la división y de combinación en la multiplicación.

Consideramos importante continuar con la investigación complementándola con un análisis cualitativo de los resultados puntuales de cada niño, analizando cuales son los errores más comunes y el razonamiento que siguen; también consideramos necesario realizar algunas entrevistas y recopilar información de como fue el aprendizaje de cada uno de los niños y niñas durante el tiempo de pandemia.

Creemos que la promoción automática si trajo implicaciones negativas en el dominio de los temas que tenga el estudiantado, y que al respecto es importante fortalecer el conocimiento de la aritmética básica ya que es un parteaguas en la adquisición de nuevos conocimientos matemáticos.

Referencias y bibliografía

Alcocer, L. & Aguilar, A. (2021). Acercamiento al panorama internacional de la promoción automática y retención escolar en el nivel básico educativo. Una revisión sistemática. *Innovaciones educativas, 23*(35), 175-192. https://doi.org/10.22458/ie.v23i35.3573

Cámara de Diputados (2021). Acuerdo Número 22/06/2021. Diario Oficial de la Federación. https://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5621985&fecha=22/06/2021#gsc.tab=0

Cámara de Diputados (2022). Acuerdo Número 11/06/2022. Diario Oficial de la Federación. https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5656485&fecha=28/06/2022#gsc.tab=0

Isoda, M. Nakamura & Takashi (eds). (2010). Mathematics Education Theories for Lesson Study: Problem Solving Approach and the Curriculum through Extension and Integration Approach and the Curriculum through Extension and Integration, *Journal of Japan Society of Mathematical Education. 92*(5), pp. 136-138.

Organización de las Naciones Unidas (ONU) (2020). Informe de políticas: La educación durante la COVID-19 y después de ella. Recuperado de: https://www.un.org/sites/un2.un.org/files/policy_brief_-_education_during_covid-19_and_beyond_spanish.pdf

Real Academia Española. (s.f.). Problema. En Diccionario de la lengua española. Recuperado en 20 de Octubre de 2022, de https://dle.rae.es/problema?m=form

Secretaría de Educación Pública. (1990). Propuesta para el aprendizaje de la Matemática. Guía de evaluación. *Editorial SEP*

Secretaría de Educación Pública. (1996). La enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros primera parte. *Editorial SEP*

Torres, M. (2021). Uso correcto de operaciones básicas al resolver un problema. *Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores.* Año IX, Edición Especial.

Evaluación del pensamiento funcional en estudiantes de tercer grado: Desempeño y relación con el rendimiento matemático

Paulina **Araya** Erices
Centro de Modelamiento Matemático, Universidad de Chile
Chile
pauaraya@dim.uchile.cl
Rubén **Balboa** Ortega
Escuela de Educación, Universidad de O´Higgins
Chile
ruben.balboa@uoh.cl

Resumen

Conocer lo que los estudiantes en los primeros años escolares pueden lograr al trabajar con funciones es un aspecto clave en la investigación sobre álgebra temprana. El objetivo de este estudio fue analizar el desempeño de estudiantes de tercer grado en una evaluación sobre pensamiento funcional. Para ello, se examinó el logro y el tipo de representación usada en las respuestas y la relación con el desempeño en los distintos ejes curriculares. Los resultados muestran que la mayoría de los estudiantes logró continuar secuencias para casos pequeños, ordenar datos en tablas e identificar patrones recursivos, y si bien muy pocos estudiantes lograron generalizar la estructura y aplicarla a casos lejanos correctamente, observamos categorías de respuestas incorrectas pero que mostraban intentos de generalización valiosos. Asimismo, se observó una relación moderada y significativa solo con el eje de aritmética. En síntesis, el instrumento empleado permitió recabar información valiosa sobre el pensamiento funcional.

Palabras clave: Educación Matemática; Educación primaria; Aprendizaje; Evaluación; Investigación exploratoria; Pensamiento algebraico; Pensamiento funcional.

Abstract

Knowing what early school students can achieve by working with functions is a key issue in the field of early algebra. The objective of this study was to analyze the performance of third grade students in an assessment of functional thinking. For this, the achievement and the type of representation used in the answers and the relationship with the performance in the different curricular axes will be found. The results show that most of the students modified continue sequences for small cases, order data in tables and identify recursive patterns, and although very few students were able to generalize the structure and apply it to distant cases correctly, we observed categories of incorrect responses, but which showed valuable attempts at generalization. Likewise, a moderate and significant relationship was demonstrated only with the arithmetic axis. In short, the instrument used only collects valuable information on functional thinking.

Keywords: Mathematics Education; Primary education; Learning; Evaluation; Exploratory Research; Algebraic thinking; Functional thinking.

Introducción

En los últimos 20 años diversos estudios han argumentado la importancia de comenzar la enseñanza del álgebra desde los primeros años escolares (Blanton et al., 2015; Brizuela & Blanton, 2014). Estas investigaciones se han encargado, entre otras cosas, de reconceptualizar aquello que se entiende por álgebra (Kaput, 2008; Radford, 2012) y han dado luces sobre lo que los estudiantes pueden aprender en los grados iniciales de primaria (Blanton et al., 2015; Brizuela & Blanton, 2014; Radford, 2018). Si bien los currículos de varios países han incorporado algunos aspectos de esta perspectiva (Carraher & Schliemann, 2019), la pregunta por cuándo, cómo y qué aspectos del álgebra introducir es un tema aún no resuelto (Freiman y Fellus, 2021).

Uno de los enfoques empleados para aproximarse al pensamiento algebraico es llamado *enfoque funcional* (Blanton y Kaput, 2004). Este se caracteriza por el trabajo en torno a situaciones que incluyen cantidades covariantes, cuya relación puede modelarse mediante funciones lineales. El pensamiento funcional, por tanto, se entiende como la capacidad de los estudiantes de trabajar con cantidades que covarían en casos particulares y generales ordenándolos en tablas e identificando las estructuras que subyacen a la relación (Blanton y Kaput, 2004). En este sentido, estudiar la manera en que los estudiantes abordan las relaciones funcionales y los medios de representación que emplean es un medio para evidenciar el nivel de pensamiento algebraico que poseen.

Es importante notar a qué nos referimos con pensamiento algebraico. Para Radford (2011) este se caracteriza por un trabajo analítico con cantidades indeterminadas y puede manifestarse mucho antes del uso de simbolismo alfanumérico. Este autor ha descrito y tipificado niveles para caracterizar la forma progresiva en que los estudiantes adquieren el pensamiento algebraico. En el nivel incipiente o *factual* los estudiantes han comprendido la estructura de una relación funcional y pueden aplicar dicha estructura identificando la variable dependiente para cualquier valor específico. En el segundo nivel *contextual*, los estudiantes pueden explicitar las estructuras funcionales en forma verbal o escrita sin referirse a números específicos. En el nivel *simbólico* los estudiantes expresan relaciones recurriendo a símbolos alfanuméricos. Radford (2018) encontró que los estudiantes en 4º grado mostraban un nivel de pensamiento factual, y que este iba evolucionando a medida que los estudiantes avanzaban de grado. Adicionalmente, Blanton y Kaput (2004) mostraron que los estudiantes ya en 1º grado eran capaces de comprender relaciones que covariaban en el caso de funciones multiplicativas, y en 3º grado en el caso de funciones lineales que involucraban dos operaciones (Blanton et al. 2015).

Considerando estos antecedentes, el 3º grado parece un momento crítico donde los estudiantes podrían comenzar a desarrollar un pensamiento algebraico factual en el trabajo con funciones lineales. Sin embargo, en el currículo chileno de 3º grado solo se contempla el trabajo con patrones recursivos, mientras que el tratamiento de situaciones funcionales en tablas que involucran 2 operaciones aparece recién en 5º grado (MINEDUC, 2013). Conocer lo que los estudiantes pueden lograr en 3º grado respecto al trabajo con funciones parece un tema clave para la planificación de la enseñanza tanto a nivel pedagógico como curricular, cuestión que requiere de instrumentos que posibiliten su evaluación. A partir de esta problemática, el objetivo de este estudio fue analizar el desempeño de estudiantes chilenos de 3º grado en un instrumento que evaluó su pensamiento funcional previo a la instrucción. Para ello, codificamos las respuestas elaboradas por los estudiantes y presentamos el nivel de logro en las distintas preguntas, describimos las representaciones usadas y, además, comparamos estos resultados con los desempeños de los alumnos en una prueba de matemática estatal para describir la relación entre el conocimiento evaluado en nuestra prueba y los distintos ejes de contenido.

Metodología

Este estudio empleó técnicas mixtas para analizar las respuestas de los alumnos a un instrumento de evaluación de pensamiento funcional. En específico, se incluyeron análisis categóricos de las respuestas de los estudiantes a las preguntas abiertas, y también análisis cuantitativos de las distintas categorías. Es importante señalar que el instrumento fue aplicado antes de realizar la intervención, por lo que recoge información sobre lo que los alumnos pueden lograr sin haber recibido instrucción especial en el trabajo con funciones.

Participantes

La prueba fue aplicada a 23 estudiantes chilenos de un curso de 3º grado, pertenecientes a una escuela pública de la Región Metropolitana. La escuela había obtenido por varios años consecutivos un rendimiento medio-bajo en las evaluaciones estatales, y atiende a un alto porcentaje de estudiantes en situación de vulnerabilidad social.

Instrumentos

Para evaluar el pensamiento funcional se diseñó un instrumento con ítems de respuesta abierta, adaptando uno de los problemas empleado por Blanton et al. (2015). El problema se compone de una situación inicial (ver figura 1) que involucra la función $f(x)=2x+2$, seguido de 5 preguntas que van incrementando el nivel de complejidad.

María está organizando las mesas y sillas donde se sentarán los invitados a su fiesta. Tiene varias mesas pequeñas cuadradas que irán ordenadas en fila para que se sienten todos juntos. Si ella pone solo una mesa caben 4 invitados. Si pone 2 mesas caben 6 invitados y si pone 3 mesas caben 8 invitados.

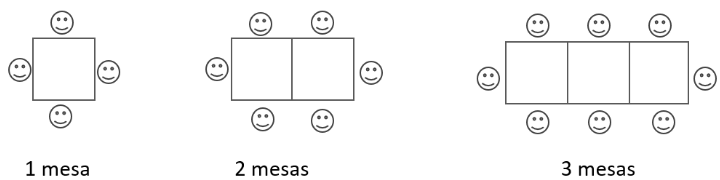


Figura 1. Situación problemática usada en la prueba de diagnóstico.

Las primeras dos preguntas emplean casos pequeños que pueden resolverse usando métodos aritméticos, la tercera pregunta evalúa la capacidad de los estudiantes de ordenar los datos en una tabla, la cuarta pregunta solicita identificar algún patrón en la tabla, para llegar a la última pregunta que busca identificar si los estudiantes pueden aplicar la estructura subyacente en un caso lejano. Esta última pregunta apunta a identificar un nivel de pensamiento algebraico factual.

Las preguntas se describen a continuación:

1. ¿Cuántos invitados caben si se juntan 4 mesas?
2. ¿Cuántos invitados caben si se juntan 7 mesas?
3. Complete la siguiente tabla con la cantidad de personas que caben (incluye tabla con nombres de las variables “mesas” e “invitados” hasta el caso 8, los 3 primeros casos ya incluyen los valores del encabezado).
4. ¿Observas algún patrón en la tabla? Descríbelo.
5. ¿Cuántas personas caben si se juntan 100 mesas?

Para el último análisis, se emplearon los puntajes de los alumnos en una prueba llamada Diagnóstico Integral de Aprendizajes (DIA). Esta prueba es diseñada por una institución del Estado y tiene como objetivo informar a las comunidades escolares sobre lo que sus alumnos pueden lograr respecto al currículo vigente. Esta institución informa a las escuelas el resultado en cuanto al logro de cada alumno, indicando logro general que representa el porcentaje de respuestas correctas en los 23 ítems de la prueba y resultados parciales para cada eje de contenidos. La escuela facilitó a la investigadora los puntajes de cada alumno.

Análisis

Se realizaron 3 análisis. Primero, las respuestas fueron codificadas como correctas o incorrectas y se calcularon los porcentajes de logro para cada pregunta. Luego, analizamos las representaciones usadas en las preguntas 1, 2 y 5. Las respuestas fueron codificadas bajo los rótulos “pictórico” si se observaba un dibujo además del resultado, y “numérico” si solo contenía el número. Para la pregunta 5 se hizo una tercera categoría llamada “semi-correcto”. Las respuestas fueron codificadas aquí si mostraban un intento de generalización que, si bien era incorrecto, se diferenciaba de métodos menos sofisticados como por ejemplo el conteo uno a uno.

Por último, se comparó el logro de los alumnos con su desempeño en el DIA. Para ello asignamos a cada estudiante un puntaje total en la prueba de pensamiento funcional (PF). Este puntaje se calculó otorgando 1 punto a los casos pequeños (preguntas 1 y 2), 1 punto para cada dato de la tabla (5 en total) y 3 puntos para la pregunta 4. En el caso de la pregunta 5, se asignaron 6 puntos a la respuesta correcta (202), 3 puntos a la categoría semi-correcto y 0 puntos a respuestas con métodos poco sofisticados. El puntaje total fue la suma obtenida, siendo 16 puntos el máximo.

Resultados

En cuanto al nivel de logro, codificado solo como correcto/incorrecto, se observó que la dificultad aumentó a medida que el nivel de generalidad de la pregunta aumentaba (ver figura 2). El trabajo con casos pequeños fue logrado por gran parte de los estudiantes, mostrando el dominio de un trabajo más bien aritmético. La pregunta 3 mostró que cerca de 74% de los estudiantes lograron sin problemas ordenar los datos de la tabla y 69% logró identificar el patrón recursivo en la columna de la variable dependiente. En cambio, solo 3 estudiantes (13%) lograron identificar la secuencia y aplicarla para el caso 100, lo que muestra el salto de dificultad de esta pregunta. En términos de Radford (2018) los 3 alumnos que contestaron bien a esta pregunta podrían estar mostrando un nivel de pensamiento algebraico factual.

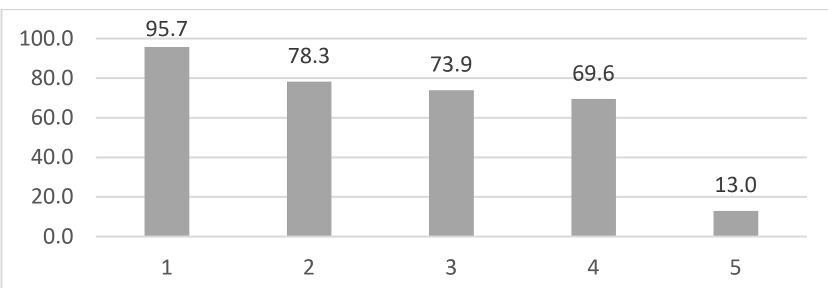


Figura 2. Porcentaje de logro en cada pregunta.

El segundo análisis profundizó nuestra comprensión del logro analizando las representaciones usadas por los estudiantes. En el gráfico de la figura 3 se presenta el tipo de representación usada en cada pregunta, diferenciando entre respuestas correctas e incorrectas. Se puede observar que, a medida que el nivel de generalización de la pregunta aumentó, las representaciones pictóricas fueron menos frecuentes y efectivas. Mientras que en las preguntas 1 y 2, donde se preguntó por los invitados que cabían en 4 y 7 mesas respectivamente, la mayoría de los estudiantes decidió dibujar y contar, mientras que esta estrategia fue abandonada por muchos estudiantes en la pregunta 5, donde se preguntó por el caso 100. Deducimos que la pregunta 5 incentivó a los estudiantes a usar medios de representación más eficientes. En esta pregunta, la categoría "semi correcto" surgió a partir de las respuestas de los niños, donde se observó que la respuesta con mayor frecuencia fue "200". Como una interpretación a esta respuesta, sugerimos que es factible que estos alumnos hayan logrado identificar que la cantidad de personas se repetía dos veces por cada mesa, sin embargo, no identificaron que debían sumar dos personas ubicadas a los costados, o bien, identificaron que el patrón recursivo del lado izquierdo de la tabla aumentaba de 2 en 2 y multiplicaron ese 2 por 100. En cualquiera de estos casos, el razonamiento de los estudiantes nos parece valioso ya que muestra un intento por generalizar un elemento común observado en los casos particulares, que se aleja del razonamiento poco sofisticado identificado en otras respuestas. En el gráfico se puede observar que los niños que hallaron la respuesta correcta o semi correcta emplearon en su totalidad representaciones numéricas.

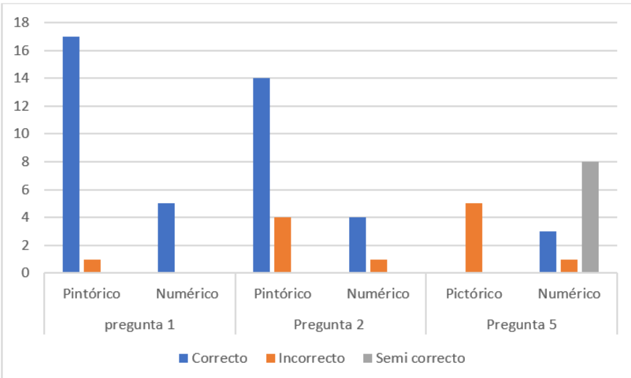


Figura 3. Representación usada en las respuestas a las preguntas 1, 2 y 5.

Para complementar lo anterior, la imagen de la figura 4 muestra una respuesta a la pregunta 5, en la que un estudiante empleó una representación pictórica. Se observa, en primer lugar, que el estudiante no siguió el patrón figural, en este sentido, una entrevista permitiría aclarar si pensaba que su dibujo era una figura posible de la secuencia o en realidad no entendió bien el enunciado. Se observa también que la estrategia empleada es de conteo, el estudiante dibujó cerca de 100 cuadrados y los puntos marcados con lápiz reflejan el intento de contar uno a uno los cuadrados. Luego, es posible que el estudiante haya contado uno a uno los círculos. Estrategia poco sofisticada y que difiere de las categorías marcadas como “correcto” o “semi correcto”

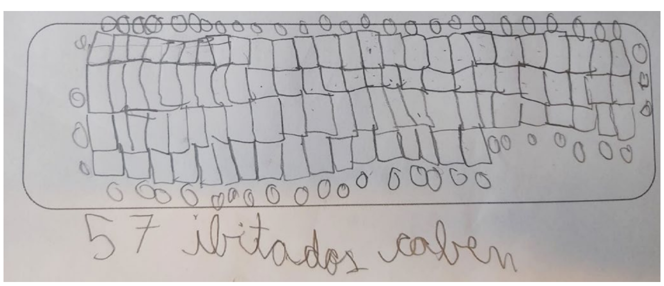


Figura 4. Respuesta de un estudiante a la pregunta 5.

Por último, quisimos explorar la relación entre el desempeño observado en la prueba de pensamiento funcional (PF) y el desempeño en la prueba estatal DIA. Esta relación es relevante para comprender si nuestro instrumento se diferencia de otros contenidos ya evaluados en matemática o no. La tabla 1 muestra la correlación de Pearson entre PF y el puntaje general en el DIA, además mostramos correlaciones de Pearson con cada eje de contenido. Se observa una correlación positiva moderada y significativa solo con el eje de aritmética. No se encontró una relación significativa con el puntaje general ni con otros ejes, incluyendo el eje de álgebra. Esto puede deberse a que este instrumento evaluó habilidades que no están siendo evaluadas en el eje de álgebra del DIA, lo que es esperable ya que el pensamiento funcional no es parte de los objetivos curriculares. Asimismo, las habilidades aritméticas aparecen como las más relevantes para el desempeño de los estudiantes en este instrumento, sin embargo, la relación es moderada lo que muestra que efectivamente los conocimientos y habilidades evaluadas en este instrumento son distintos de lo evaluado en el eje de aritmética.

Tabla 1
Correlación de Pearson entre Pensamiento Funcional (PF) y distintos ejes de contenido.

N=18	r	P value
PF vs matemática (puntaje general)	0.430	0.075
PF vs números y operaciones (aritmética)	0.640*	0.004
PF vs patrones y álgebra (álgebra)	0.111	0.662
PF vs geometría	-0.342	0,165
PF vs medición	0.138	0.586
PF vs datos y azar (probabilidades)	-0.143	0,571

*Muestra una correlación significativa con un nivel de significancia $\alpha=0.05$
Fuente: Elaboración propia

Discusión

Este estudio analizó el desempeño de los estudiantes de 3º grado en una prueba que evaluó pensamiento funcional antes de la instrucción. Los resultados muestran que la mayoría de los estudiantes de este nivel logró continuar la secuencia y calcular la variable dependiente para casos pequeños, ordenaron la información en la tabla e identificaron el patrón recursivo, sin embargo, solo 3 de ellos lograron identificar la estructura funcional de la relación y aplicarla a un caso lejano. Este hallazgo coincide con lo encontrado con Pinto y Cañadas (2021) quienes mostraron resultados similares para estudiantes de este mismo nivel. Consideramos que la categoría "semi correcta" podría ser un aporte de nuestro estudio, ya que permitió identificar alumnos en un nivel previo al factual, pero que se diferenciaron de quienes emplearon métodos menos sofisticados como el conteo uno a uno. Entrevistas cognitivas con los estudiantes podrían contribuir a verificar las interpretaciones que hemos realizado a partir de las respuestas escritas. En este sentido, coincidimos con Radford (2018) en cuanto a que los estudiantes en tercero básico aún no han desarrollado completamente el pensamiento algebraico factual y, por lo mismo, están en un buen momento para iniciar este proceso. Compartimos la recomendación de Blanton y Kaput (2014) quienes sugieren comenzar el trabajo con funciones antes de lo previsto en el currículo.

Respecto al segundo análisis, que se centró en las representaciones utilizadas por los estudiantes, coincidimos con Radford (2012), quien sugiere que los medios semióticos usados por los estudiantes van evolucionando y volviéndose más sobrios a medida que su pensamiento algebraico avanza. Esto explica que quienes respondieron a la pregunta 5 en forma correcta o semi correcta no emplearon representaciones pictóricas, sino numéricas. En este sentido, fue relevante que la pregunta incluyera un caso lejano como el 100, donde estrategias como continuar el patrón recursivo o dibujar fueron ineficientes. En la investigación de Blanton et al., (2015), donde se usó la situación funcional de este estudio, se preguntó solo por el caso 10 y los estudiantes usaron en su mayoría estrategias no funcionales, lo que pudo deberse más al reactivo del ítem que al pensamiento de los estudiantes.

Por último, respecto a la correlación entre nuestro instrumento y el DIA, la relación entre la aritmética y el álgebra es un tema ampliamente explorado (e.g. Andini y Prabawanto, 2021). En efecto, un mayor dominio en los contenidos de aritmética posibilita un mejor tránsito al álgebra. Sin embargo, el hecho de que no haya correlación con el eje de álgebra y patrones evaluado en el DIA hace pensar que el dominio de patrones recursivos no explicó el desempeño en la generalización de cantidades que covarían. Respecto a este punto, algunos estudios han mostrado que el centrarse en patrones recursivos puede incluso ser un obstáculo para comprender la relación funcional subyacente (Xolocotzin, et al., 2022).

Una limitante de este estudio fue contar solo con la respuesta escrita de los estudiantes, puesto que, como señala Radford (2011), el pensamiento algebraico puede observarse en las distintas representaciones tanto escritas como habladas, incluso en el uso de otros medios semióticos como los gestuales. En este sentido, se espera que futuras investigaciones empleen entrevistas cognitivas grabadas para profundizar en estos hallazgos.

Agradecimientos

Este estudio es posible gracias al proyecto FONDECYT de Postdoctorado Nº 3220465, el Fondo Basal FB210005, y el Núcleo Milenio MEMAT, financiados por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile (ANID); y la Cátedra UNESCO *"Formación de docentes para enseñar matemática en el siglo XXI"*.

Referencias

Andini, M., & Prabawanto, S. (2021). Relational thinking in early algebra learning: a systematic literature review. Journal of Physics: Conference Series, 18(1), 1-8. DOI 10.1088/1742-6596/1806/1/012086.

Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A. M., Isler, I., & Kim, J. S. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for research in Mathematics Education, 46*(1), 39-87. DOI: https://doi.org/10.5951/jresematheduc.46.1.0039

Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2004). Elementary Grades Students' Capacity for Functional Thinking. *International Group For The Psychology Of Mathematics Education.*

Brizuela, B. M., & Blanton, M. (2014). El desarrollo del pensamiento algebraico en niños de escolaridad primaria. *Revista de Psicología Segunda época*. URL: http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/51932

Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (2019). Early algebraic thinking and the US mathematics standards for grades K to 5/El pensamiento algebraico temprano y los estándares matemáticos en la Educación Primaria (6–12 años) en Estados Unidos. *Infancia y Aprendizaje, 42*(3), 479-522. DOI 10.1080/02103702.2019.1638570

Freiman, V., & Fellus, O. O. (2021). Closing the gap on the map: Davydov's contribution to current early algebra discourse in light of the 1960s Soviet debates over word-problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 106(3), 343-361. DOI 10.1007/s10649-020-09989-6

Kaput, J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5–17). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Ministerio de Educación (2013). Bases curriculares de 1º a 6º Básico. Recuperado de: https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-22394_bases.pdf

Pinto, E., & Cañadas, M. C. (2021). Generalizations of third and fifth graders within a functional approach to early algebra. *Mathematics Education Research Journal, 33*(1), 113-134. DOI 10.1007/s13394-019-00300-2

Radford, L. (2012). On the development of early algebraic thinking. PNA. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática, 6*(4), 117-133. DOI https://doi.org/10.30827/pna.v6i4.6139

Radford, L. (2018). The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. In *Teaching and learning algebraic thinking with 5-to 12-year-olds* (pp. 3-25). Springer, Cham.

Xolocotzin, U., Medrano-Moya, A. M., & Rojano, T. (2022). Starting points: understanding children's pre-instructional intuitions about function tables. *ZDM–Mathematics Education, 54*(6), 1363-1376. DOI 10.1007/s11858-022-01424-9

XVI CIAEM
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education
Universidad de Lima
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023
xvi.ciaem-iacme.org

Intertextualidad y diseño curricular en la formación docente inicial en Córdoba: el caso de la modelización matemática

María **Mina**
Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación, Universidad Nacional de Córdoba
Argentina
maria.mina@unc.edu.ar
Cristina **Esteley**
Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación, Universidad Nacional de Córdoba
Argentina
cristina.esteley.de.g@unc.edu.ar

Resumen

En este trabajo de naturaleza exploratoria buscamos responder la pregunta: ¿cuál es el sentido acerca de la modelización matemática que autores del diseño curricular pusieron en juego para elaborar la propuesta de formación de futuros profesores de educación secundaria en matemática, en Córdoba, Argentina? Bajo la hipótesis inicial de que los discursos incorporados en textos curriculares contienen trazos de otros discursos circulantes, exploramos los sentidos sobre la MM atribuidos por autores del diseño curricular al vincular dos textos de la política educativa. Entendemos que este trabajo, derivado de una perspectiva sociocrítica, podría contribuir a los estudios que buscan comprender la producción de sentido que acontece cuando la MM es el foco de la enseñanza y el aprendizaje desde las definiciones de política curricular para la Educación Matemática.

Palabras clave: Educación superior; Formación docente inicial; Diseño curricular; Modelización; Intertextualidad; Investigación exploratoria; Córdoba; Argentina.

Introducción

La incorporación de la modelización matemática (MM) en las propuestas curriculares resulta un suceso ampliamente reconocido a nivel internacional (Kaiser, 2020), que se entreteje fuertemente con la preocupación acerca de la elaboración de propuestas formativas acordes para el futuro profesor en matemática (Brown, 2011).

Colocando la mirada en el curriculum para la educación matemática aparecen en la agenda del ICMI Study 24 cuestiones de interés que focalizan en los agentes, y procesos de diseño y desarrollo curricular para la reforma de la matemática escolar (Yoshimizu & Vithal, 2017). En el interior de esta agenda se plantean cuestiones vinculadas a dilucidar las fuerzas que impulsan las reformas, quiénes son los agentes de las mismas, cómo estas suceden en el espacio político y la comprensión de las contiendas por la definición del contenido y la pedagogía en el curriculum, entre otras. Por ejemplo, los trabajos de Hernández Solís y Scott (2018) y Oteiza (2018) constituyen aportes para dar respuestas en el marco de esta agenda, para el caso de Costa Rica y Chile, respectivamente. Sin embargo, podemos considerar a autores como Jeremy Kilpatrick (comunicación personal, 2018) quien afirma enfáticamente "que no hemos realizado en realidad un buen trabajo en estudiar cómo estos procesos funcionan" (p. 26).

La conjunción de las tendencias antes señaladas, es decir, la elaboración de propuestas curriculares destinadas a la formación docente que incorpora la MM, por un lado, y el estudio de las acciones de los "portavoces técnicos" o "agentes" responsables de la elaboración de dichas propuestas, por el otro, se constituye en el principio motivador de este trabajo para plantear cuestiones vinculadas a la atribución de sentido sobre la MM (Stillman et al., 2020). En la sección siguiente presentamos el problema que situamos en esta intersección de cuestiones.

Planteo del problema

El documento *Diseño Curricular para el Profesorado de Educación Secundaria en Matemática de la Provincia de Córdoba* (Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba, 2015) constituye la propuesta de formación de futuros profesores en matemática en la provincia de Córdoba, Argentina[1]. En ese texto, y de manera novedosa cuando se lo compara con propuestas anteriores, figuran unidades curriculares vinculadas a la MM: *Modelización Matemática* y *Modelización Matemática en las Ciencias*. Por ello, nos preguntamos sobre la naturaleza del proceso de incorporar la MM, que entendemos como parte de un movimiento de cambio curricular donde emergen nuevos textos y discursos.

La promulgación de textos de la política educativa, afirma Ball (2002), se basa en cuestiones tales como "compromisos, entendimiento, capacidad, recursos, limitaciones prácticas, cooperación y compatibilidad intertextual" (p. 24). Tomando el aspecto de la compatibilidad intertextual, avanzamos en el planteo para indagar acerca de qué otros textos han dejado su marca en el *Diseño Curricular* (usaremos esta forma abreviada del título del texto mencionado) y qué entendimiento se realizó de ellos para determinar su carácter compatible con la propuesta, en lo referido a la MM. De este modo, "cuando enfocamos analíticamente una política o un texto [no] olvidamos que otras políticas y textos están en circulación" (Ball, 2002, p. 24).

Por supuesto, no pretendemos presentar aquí un rastreo extensivo de estos textos sino que colocamos la atención en uno en particular mencionado en el *Diseño Curricular* como documento base para la discusión y elaboración de unidades curriculares de la formación disciplinar. Nos referimos al texto *Proyecto de Mejora para la Formación Inicial de Profesores*

[1] En la Argentina, la formación de profesores en matemática se ofrece en instituciones universitarias y en instituciones no universitarias dependientes de las jurisdicciones provinciales (Institutos Superiores de Formación Docente). El presente trabajo se ubica en el desarrollo curricular que prescribe la formación en este último caso.

para el Nivel Secundario Áreas: Biología, Física, Matemática y Química (Ministerio de Educación de la Nación, 2009) (que abreviamos como *Proyecto Mejora*). A la vez, la preocupación por el "entendimiento" de las marcas del *Proyecto Mejora* sobre el *Diseño Curricular* conduce de manera inexorable a traer al frente los sentidos atribuidos sobre la MM de los autores que definieron su presencia en este último texto. El problema que abordamos, se plantea en términos interrogativos y se delimita de la siguiente manera: ¿cuál es la naturaleza de los sentidos sobre la MM que estos autores reconocen entre ambos textos, el *Proyecto Mejora* y el *Diseño Curricular*, y que posibilita la incorporación de la MM en la propuesta formativa?

Abordaje teórico-metodológico

El estudio que aquí se presenta se asienta en pilares conceptuales provenientes de la perspectiva sociocrítica (Arán, 2016). Estos son la noción de *intertextualidad*, *autor* y *sentido*. Un principio básico de la *intertextualidad* (Lemke, 1992) sostiene que "cada texto, el discurso de cada ocasión, construye sus significados sociales sobre el trasfondo de otros textos y sobre los discursos de otras ocasiones" (p. 257). Esta simple idea se muestra en sintonía con las consideraciones de Ball (2002) acerca de la producción de textos de la política educativa y curricular que mencionamos más arriba.

Para caracterizar a los sujetos productores del *Diseño Curricular*, construimos la categoría teórica de *autor* considerando la síntesis de la perspectiva de Michel Foucault que propone Arán (2016): "El autor como fundador de discursividad. Son autores cuya obra genera la de otros y que, a su vez, reconociendo la palabra ajena en su discurso, son capaces de establecer su propia voz" (p. 45). En este trabajo, consideramos cómo los autores reconocen "la palabra ajena" en el texto *Proyecto Mejora* para colocar su "propia voz" sobre la MM en el texto *Diseño Curricular*.

Caracterizamos *sentido* según el parafraseo que realizan Stillman et al (2020), tomando ideas de Paulhan: "el sentido de una palabra... es la suma de todos los eventos psicológicos suscitados en nuestra conciencia por esa palabra" (p. 16). Por otra parte, el *sentido* adquiere una connotación particular dependiendo del contexto, lo que es posible distinguirlo del *significado*, que permanece estable a lo largo de los cambios de sentido (Stillman et al., 2020).

Esta distinción, entre *sentido* y *significado,* contribuyó a la construcción del abordaje metodológico para este trabajo. Por un lado, los textos, *Diseño Curricular* y *Proyecto Mejora*, fueron interrogados desde la mirada del *significado* de la MM en ellos, mediante preguntas representativas del abordaje intertextual:

> ¿Qué otros textos consideramos relevantes para la interpretación de *este* texto en particular, y *por qué*? ¿Qué tipo de significados se crean al construir estas relaciones entre textos? ¿Y qué *tipos* de significados *no* se crean porque una comunidad no quiere, o no puede, poner a su disposición este tipo de conexiones entre otros dos textos? (Lemke, 1992, p. 257, la itálica aparece en el original)

Por otro, los *sentidos* de la MM atribuidos se recuperaron de entrevistas realizadas a tres autores del *Diseño Curricular*, que aparecen mencionados en el texto como responsables de la escritura de las secciones que corresponden a la MM. Entendemos que mediante las voces de los autores podemos dilucidar los eventos recuperados de la conciencia de estos sujetos para construir el vínculo intertextual para incluir la MM en la propuesta curricular.

Los autores entrevistados, Autor/a 1, Autor/a 2 y Autor/a 3 (en adelante, A1, A2 y A3, respectivamente[2]), conformaron un equipo con las siguientes características: los tres se desempeñan en la formación de futuros profesores en matemática en asignaturas disciplinares; además, A1 tiene estudios en ciencias de la educación (asimismo, coordinó el proyecto completo de producción del *Diseño Curricular*); A2 es investigador/a en educación matemática en una institución universitaria; y A3 tiene formación de grado y posgrado como matemático/a y se desempeña como investigador/a en ese campo. Cada uno de ellos fue entrevistado de manera individual en instancias distintas, mediante video-llamada por *Meet*, lo que permitió obtener la videograbación de cada encuentro.

Documentos y transcripciones de las entrevistas se analizan según un *abordaje cualitativo de textos* (Kuckartz & McWhertor, 2014) explorando sentidos sobre la MM atribuidos por sus autores para reconstruir el vínculo intertextual entre textos de política educativa para la formación docente inicial que incorpora la MM. Así, la perspectiva sociocrítica del referente teórico se amalgama con una perspectiva interpretativa de investigación (Achilli, 2005).

Construcción intertextual entre documentos para la MM

El texto *Proyecto Mejora* fue elaborado por diversos especialistas convocados por organismos del ámbito nacional (Secretaría de Políticas Universitarias y el Instituto Nacional de Formación Docente) con el objetivo de ofrecer una base de discusión y orientación para la elaboración de las unidades curriculares vinculadas a la formación disciplinar en las distintas jurisdicciones provinciales del país. Destacaremos, a continuación, algunos elementos de ese documento que consideramos relevantes para comprender el vínculo que los autores del *Diseño Curricular* establecen con ese documento.

El *Proyecto Mejora* se organiza en torno a proporcionar respuesta a tres cuestiones principales: (a) qué es lo que realmente importa que los futuros docentes de Matemática comprendan del campo disciplinar; (b) las experiencias formativas para que el futuro profesor alcance la comprensión deseada; y (c) cómo reconocer que se está construyendo esa comprensión. El contenido principal del texto se organiza en torno a cinco *núcleos problematizadores*: lo geométrico, lo analítico, lo numérico y lo aritmético, lo algebraico, lo probabilístico y lo estadístico. La MM aparece enunciada como parte de la actividad matemática, que "incluye tanto el análisis, la adaptación y uso de modelos matemáticos conocidos, como la creación de conocimientos matemáticos para simplificar, describir y manipular los sistemas en estudio" (Ministerio de Educación de la Nación, 2009, p. 122).

Como parte de la entrevista realizada a los tres autores del *Diseño Curricular* responsables de la incorporación de la MM en el texto, se invitó a que valoraran los aportes del *Proyecto Mejora* en su carácter de base de discusión y orientación. A continuación, se presentan extractos de sus respuestas que se cruzan con nuestras interpretaciones. En primer lugar tomaremos expresiones de A1, poniendo en sus palabras el valor que se deriva de su condición de coordinador/a general del proceso de elaboración del *Diseño Curricular*:

[2] Atendiendo a normas éticas se identifica a los autores entrevistados como A1, A2 y A3.

> […] está explicitado como antecedente en el diseño curricular [se refiere al *Proyecto Mejora*]…, sí, sí…, para nosotros fue como algo muy fuerte […] las líneas… la línea del álgebra, de geometría, de análisis, están fuertemente orientadas por este... este proyecto...
> […] justamente plantean… la necesidad de tener que pensar... o sea tener que preguntarnos sobre qué... qué docente formar y cómo formarnos. ¿No? Y entonces unos de los puntos centrales es... qué significa comprender en matemática. Y... tratando de responder a qué significa comprender en matemática, aparece fuertemente... el proceso de modelización matemática o sea la necesidad... de que los estudiantes... del profesorado de matemática... experimenten en términos... de Larrosa[3], experiencias que realmente sean transformadoras, que pasen por el cuerpo, que tienen que ver con lo emocional y con el involucramiento del estudiante en esas situaciones..., que justamente... tengan una... abran hacia una visión... crítica y analítica en relación al conocimiento matemático. (A1, entrevista videograbada por *Meet*, 20/11/2020)

En las palabras de A1 es posible reconocer el ajuste de sus interpretaciones a la intencionalidad explícita que aparece escrita en el *Proyecto Mejora* como documento orientador para las definiciones del contenido de la disciplina. Asimismo, resulta importante destacar el efecto movilizador del documento para poner en cuestión y problematizar el perfil del futuro docente y la propia experiencia como formador de formadores, que se evidencia en el juego de palabras entre el objeto de las preguntas (*"qué docente formar"*) y el uso reflexivo del verbo para representar al sujeto de la formación (*"cómo formarnos"*). La pregunta sobre cuál es el sujeto de una propuesta formativa es sustancial para definir el valor de la misma. Por ello, entendemos la importancia de recuperar la reflexión anterior puesto que parece que el *Proyecto Mejora* genera un movimiento, en A1, a crear mejores condiciones de interpretación para que un futuro lector del *Diseño Curricular* (un formador de formadores en el sistema educativo cordobés) pueda reconocer el contexto de producción y la intención comunicativa (Ball, 2002) de sus autores/as.

La cita de A1 establece un vínculo, que *"aparece fuertemente"*, entre la comprensión en matemática y la MM. A1 destaca que el proceso de modelización matemática resulta transformador en términos de vivencias y emociones para un estudiante de profesorado (destinatario de la propuesta del *Diseño Curricular*) y que posibilita una visión *"crítica y analítica en relación al conocimiento matemático"*. Aquí aparece una representación de la MM en el *Proyecto Mejora* que se insinúa proveniente de otros textos distintos a este. En el *Proyecto Mejora* la MM aparece como actividad relevante de la matemática (p. 122), la naturaleza modelizadora del álgebra para la geometría (p. 128, p. 156), la modelización como proceso vinculado a la resolución de problemas internos y externos a la matemática (p. 130), como actividad relacionada con el pensamiento variacional (p. 139), y vinculada a los problemas probabilísticos (p. 169). No aparecen en este texto analizado declaraciones sustantivas con respecto al valor formativo de la MM, en dirección crítica y analítica, para el futuro profesor. Por ello, decimos que A1 parece dotar a la MM un sentido que excede el contenido del texto *Proyecto Mejora*.

Este sentido no aparece incidentalmente en la entrevista a A1. En otra parte de ese encuentro, A1 expresa decisiones de diseño curricular que guardan sintonía con lo expresado más arriba, es decir, se constituyen en elecciones sustentadas en su sentido atribuido a la MM:

[3] Jorge Larrosa es profesor de Filosofía de la Educación en la Universidad de Barcelona, España. En su producción académica se destaca el vínculo experiencia/sentido para pensar la actividad docente.

> Entonces decidimos para el campo de la formación disciplinar, diríamos entre comillas... atravesarlo por..., por dos ejes, un eje centrado en la problematización del conocimiento matemático y otro eje centrado en la modelización matemática… Como dos ejes que, en realidad eran como un proceso cíclico diríamos y como..., es bastante complejo distinguir dónde es modelización y dónde problematización, pero... tiene este sentido..., de poder pensar en un aprendizaje crítico y analítico de... de los objetos matemáticos, que... bueno, pudieran [los futuros profesores] pensar en un proceso de conocimiento mucho más integral a aquél académico..., tradicional […] Así que, bueno, eso... eso es lo que puedo recordar en términos de porqué... viene a incorporarse la modelización matemática… (A1, entrevista videograbada por *Meet*, 20/11/2020)

La MM aparece como eje central de una propuesta para el *Diseño Curricular* que comparte esa naturaleza con el de *problematización* del conocimiento matemático que propone el texto *Proyecto Mejora*. Si bien A1 reconoce que es complejo distinguir estos dos ejes, se sostiene que de este modo es posible pensar en una propuesta integral para el futuro profesor, que aborde los objetos matemáticos de manera crítica y analítica. En el texto del *Diseño Curricular* podemos ver las marcas textuales de esta intención formativa:

> Formar docentes responsables de la educación en Matemática capaces de adaptarse personal y profesionalmente a contextos socio-culturales diversos; preparados para la toma de decisiones respecto de las formas de enseñanza y de evaluación más adecuadas a cada situación; sustentados en la reflexión y crítica respecto de los cuerpos de conocimientos conceptuales y prácticos que orientan en la toma de decisiones. (Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba, 2015, p. 11)

A2, otro/a de las/os autores/as del *Diseño Curricular* entrevistado, vincula la MM con los *núcleos problematizadores* del *Proyecto Mejora*, indicados más arriba, para pensarla como contexto de aprendizaje de esos núcleos. En la complejidad que señala A1, A2 propone un abordaje pedagógico construido sobre los dos ejes (la MM y la problematización de los objetos matemáticos). En palabras de A2:

> ¿Viste que, el Proyecto Mejora, en realidad arma…, habla de grandes núcleos? ¿No? El núcleo de lo analítico, de lo probabilístico, de… No habla de la materia[4]… Entonces es un enfoque que nos permite, después, hablar en términos de, bueno, en modelización vamos a trabajar lo analítico, lo algebraico…, por ejemplo… (A2, entrevista videograbada por *Meet*, 01/12/2021)

En los enunciados de A2 aparece, nuevamente, el rol orientador del *Proyecto Mejora* destacando que su propuesta organizativa (en núcleos) resultó lo suficientemente flexible y sugerente para poder pensar a la MM como “supranúcleo” que habilita el desarrollo de los otros contenidos disciplinares vinculados a lo algebraico, lo analítico, etc.

Para finalizar esta sección que procura construir el vínculo intertextual entre textos de la política educativa que sustentan la incorporación de la MM en la propuesta formativa de la provincia de Córdoba, recurrimos a la valoración global del *Proyecto Mejora* que realiza A3, como texto orientador para el diseño curricular:

> Yo he escuchado muchas críticas de eso… [Se refiere al *Proyecto Mejora*], pero para mí el nivel de elaboración era realmente un salto que yo no había visto… antes… [Lo dice enfáticamente acompañando con un gesto de su mano]. Para mí fue una cosa absolutamente innovadora y novedosa… Fue… Por primera vez empezar a aparecer documento[s] que empezaban a reflejar, de

[4] En la Argentina, se emplea el término materia para designar a una asignatura de un plan de estudios, donde resulta claro su contenido disciplinar. Por ejemplo, Álgebra I, Geometría II, etc.

> manera concreta, qué dirección tenían que tener las, las producciones. (A3, entrevista videograbada por *Meet,* 04/04/2022)

Reflexiones finales

El cruce entre las evocaciones de los entrevistados y las marcas en los textos considerados desde una perspectiva intertextual (Lemke, 1992), nos muestra un vínculo, entre el *Proyecto Mejora* y *Diseño Curricular,* que toma al primero de los textos como referente basal y organizador de este último. Sin embargo, parece que los sentidos que los/as autores/as construyen para la MM como componente de un diseño curricular excede el sentido que aparece en el *Proyecto Mejora*. Es decir, es un texto que disponibiliza significados y conexiones (Lamke, 1992) sobre MM, pero que los autores lo reconfiguran como fundadores de discursividad y con capacidad para establecer su propia voz (Arán, 2016) y sostenida consistentemente a fin de ir constituyendo la MM como un núcleo conceptual que habilita el aprendizaje de otros contenidos disciplinares. Esto se evidencia de la circulación de otros textos que los autores consideran el proceso de producción curricular y que resultaría interesante indagar para tejer una trama de naturaleza intertextual más completa para analizar el sentido de la MM en el *Diseño Curricular.*

Resulta importante destacar que el formato del *Proyecto Mejora*, desde sus declaraciones que responden a cuestiones acerca de los objetos de conocimientos importantes para la formación, de las experiencias formativas, y lo que se entiende como comprensión, junto a su organización en núcleos de problemas vinculados a áreas disciplinares, resultaron significativas para pensar las definiciones curriculares.

Para finalizar, Ball (2002) señala que en los diseños curriculares de la política educativa se establecen verdaderas luchas sobre la interpretación de esos textos, que luego son re-producidos en las instituciones del sistema. Pero estas luchas “son puestas en el marco de un movimiento discursivo que articula e inhibe las posibilidades y probabilidades de la interpretación y aprobación" (Ball, 2002, p. 28). Analizar la articulación y/o inhibición entre textos, desde una perspectiva intertextual para interpretar sentidos de la MM en la propuesta para la formación de profesores, vigente en Córdoba, ha sido el foco de este breve estudio. Así, es posible reconocer las contribuciones sobre la atribución de sentido de la MM que la perspectiva sociocritica puede brindar para analizar políticas educativas y dilucidar sentidos que portan los diseños curriculares vinculados con la formación docente. Contribuciones estas que se pueden considerar de interés y aporte para otras problemáticas del campo de la Educación Matemática.

Referencias y bibliografía

Achilli, E. L. (2005*). Investigar en Antropología Social: Los Desafíos de Transmitir un Oficio*. Laborde Editor.

Arán, P. O. (Ed.). (2016). *La Herencia de Bajtín: Reflexiones y Migraciones*. Centro de Estudios Avanzados.

Ball, S. (2002). Textos, discursos, y trayectoria de la política: La teoría estratégica. Páginas. Revista de la Escuela de Ciencias de la Educación, 2-3*(2),* 19-33.

Brown, J. P. (2011). Mathematical modelling in teacher education – Overview. En G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling: ICTMA14* (Vol. 1, pp. 243-246). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2

Hernández Solís, L., & Scott, P. (2018). Review of agents and processes of curriculum design, development, and reforms in school mathematics in Costa Rica. En Y. Shimizu & R. Vithal (Eds.), *The ICMI Study 24 Conference Proceedings. School Mathematics Curriculum Reforms: Challenges, Changes and Opportunities* (pp. 523-530). International Commission on Mathematics Instruction.

Kaiser, G. (2020). Mathematical Modelling and Applications in Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 553-561). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0

Kilpatrick, J. (2018). *The ICMI Study 24 Conference Proceedings. School Mathematics Curriculum Reforms: Challenges, Changes and Opportunities* (Y. Shimizu & R. Vithal) [Comunicación personal].

Kuckartz, U., & McWhertor, A. (2014). *Qualitative text analysis: A guide to methods, practice & using software*. SAGE.

Lemke, J. L. (1992). Intertextuality and Educational Research. *Linguistic and Education*, 4, 257-267.

Ministerio de Educación de la Nación. (2009). *Proyecto de Mejora para la Formación Inicial de Profesores para el Nivel Secundario Áreas: Biología, Física, Matemática y Química*. https://cedoc.infd.edu.ar

Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba. (2015). *Diseño Curricular para el Profesorado de Educación Secundaria en Matemática de la Provincia de Córdoba*. Dirección General de Educación Superior. https://dges-cba.infd.edu.ar/

Oteiza, F. (2018). Processes and agents of curriculum design, development and reforms in three decades of school mathematics in Chile. En Y. Shimizu & R. Vithal (Eds.), *The ICMI Study 24 Conference Proceedings. School Mathematics Curriculum Reforms: Challenges, Changes and Opportunities* (pp. 77-87). International Commission on Mathematics Instruction.

Stillman, G. A., Kaiser, G., & Lampen, E. (2020). Sense-Making in Mathematical Modelling and Applications Educational Research and Practice. En G. A. Stillman, G. Kaiser, & C. E. Lampen (Eds.), *Mathematical Modelling Education and Sense-making* (pp. 15-29). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-37673-4_2

Yoshimizu, Y., & Vithal, R. (2017). *ICMI STUDY 24 Discussion Document: School Mathematics Curriculum Reforms: Challenges, Changes and Opportunities*. International Commission on Mathematics Instruction.

La conexión entre las competencias representar y comunicar: el caso de un estudiante de 6to de educación primaria

Antonio **Moreno** Verdejo
Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
España
amverdejo@ugr.es
María Florencia **Cruz**
Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Litoral.
Argentina.
mfcruz@fhuc.unl.edu.ar

Resumen

La necesidad actual de que el alumnado desarrolle competencias en los distintos niveles del sistema educativo se hace evidente tanto en el ámbito internacional de investigación en educación matemática como en documentos curriculares. Esta comunicación se centra en caracterizar las competencias de representar y comunicar la resolución de un problema puestas de manifiesto por un estudiante de 6to grado de educación primaria de Argentina. El estudiante encuentra representaciones alternativas a la dada con el fin de producir y comunicar una solución al problema y destacamos que ésta puede ser la base para generalizar y evolucionar en las formas de representación.

Palabras clave: Competencias; Resolución de problemas; Representar; Comunicar; Educación primaria; Olimpíada matemática; Estudio de caso.

Introducción y referentes teóricos

Comprender el nivel de desarrollo del pensamiento y el aprendizaje del estudiantado es fundamental para mejorar su aprendizaje. Cuanta más información pueda obtener el profesorado sobre lo que el estudiantado aprende, sabe y piensa, más oportunidades podrá crear y desarrollar para lograr su éxito (Cai y Hwang, 2002; Pellegrino et al., 2001).

Recientes cambios curriculares en el plano internacional (e.g. Ontario, 2020; Portugal, 2018a, 2018b; España, 2022) resaltan la importancia del desarrollo de las competencias representar y comunicar. Otros países como Argentina focalizan, entre otras, en estas competencias. A modo de ejemplo el Marco Nacional para la Mejora del Aprendizaje en Matemática (2018) señala que las dimensiones “para seleccionar y abordar los saberes matemáticos que vale la pena aprender en la escuela son la perspectiva de la ciudadanía, el impacto de las TIC [Tecnologías de la Información y Comunicación] en la forma de hacer matemática y el valor de la matemática para modelizar, representar y comunicar situaciones de aprendizaje con contextos situacionales realistas” (p.26).

Su importancia reside en que ser capaz de manejar el lenguaje y las herramientas matemáticas implica emplear diferentes representaciones de fenómenos, entidades y situaciones matemáticas (Niss y Højgaard, 2011; Arcavi, 2003; Duval y Saénz-Ludlow, 2016). La comprensión conceptual en matemática incluye sinergia entre registros. Como señala Duval y Saénz-Ludlow (2016) “lo que es matemáticamente simple y ocurre en la etapa inicial de la construcción de conocimiento matemático, puede ser cognitivamente complejo y requiere un desarrollo de una conciencia específica sobre esta coordinación de registros” (p.90). La presencia cada vez mayor de las competencias en estudio de este trabajo (representar y comunicar) en diversos currículos internacionales y su propagación en el ámbito de investigación en educación matemática muestran su relevancia actual.

Niss y Højgaard (2011) caracterizan la competencia representar como la capacidad de comprender (es decir, decodificar, interpretar, distinguir) y utilizar distintos tipos de representaciones de objetos, fenómenos, problemas o situaciones matemáticas (incluidas las representaciones simbólicas, especialmente algebraicas, visuales, geométricas, gráficas, tabulares o verbales, pero también representaciones concretas mediante objetos materiales). Además, ser capaz de comprender las relaciones recíprocas entre las distintas formas de representación de una misma entidad, así como conocer sus puntos fuertes y débiles, incluida la pérdida o el aumento de información. También ser capaz de elegir y cambiar entre diferentes formas de representación para cualquier entidad o fenómeno, dependiendo de la situación y el propósito.

Los mismos autores caracterizan la competencia comunicar como la capacidad de estudiar e interpretar las expresiones o "textos" matemáticos escritos, orales o visuales de otros, y en ser capaz de expresarse de diferentes maneras y con distintos niveles de precisión teórica o técnica sobre asuntos matemáticos, ya sea de forma escrita, oral o visual, ante distintos tipos de público (Niss y Højgaard, 2011).

La comunicación en, con y sobre la matemática requiere de la representación de fenómenos y entidades matemáticas por lo que hay una destacada conexión entre ambas representaciones (Niss y Højgaard, 2011). Sin embargo, conviene resaltar los aspectos diferenciales. Cuando se representa un fenómeno o entidad matemática, se enfatiza en las diferentes posibilidades que existen a la hora de elegir una representación. Niss y Højgaard (2011) lo definen como "una actividad semántica". La competencia de comunicación presta atención a los símbolos y formalismos, pero tiene presente al emisor y al receptor de la comunicación.

El documento de National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000) refuerza esa conexión entre ambas competencias al señalar que los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar al estudiantado para crear y utilizar representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas.

El mismo NCTM (2000) sugiere que el estudio de la matemática debe enfatizar el razonamiento y de este modo el estudiantado puede justificar sus respuestas y procesos de solución, así como formular y evaluar conjeturas y argumentos. La justificación matemática está relacionada con la comunicación. Con esta creciente conciencia de la importancia de la comunicación en la instrucción, es imperativo que la comunicación matemática sea una dimensión importante en la evaluación de la competencia matemática de las/os estudiantes. En este sentido, Cai (2003) advierte que, mediante el examen de las justificaciones matemáticas de las/os estudiantes a sus soluciones, se puede aprender mucho sobre sus habilidades de razonamiento y comunicación.

Atendiendo a lo mencionado, el objetivo de esta comunicación es estudiar cómo un estudiante representa los objetos y situaciones matemáticas con intención de comunicar la solución de un problema. Buscamos con los resultados obtenidos aportar en el pensar la posibilidad de articulación entre estas competencias (representar y comunicar) en la escuela primaria e identificar momentos de actuación de la docencia que potencien dichas competencias.

Metodología

Este estudio forma parte de una investigación más amplia sobre el modo en que estudiantes de 6to de primaria representan y comunican soluciones de problemas. Específicamente, en este trabajo apelamos a una metodología de naturaleza cualitativa de estudio de caso, puesto que focalizamos en comprender la complejidad y particularidad del mismo (Stake, 1998). El caso lo constituye un estudiante de 6to grado de educación primaria de Argentina (10 años) que resuelve un problema (Ver imagen 1) en el que pone en juego las capacidades de representar y comunicar en el marco del certamen regional de la Olimpiada Matemática Ñandú (OMÑ). Este estudiante es premiado en su nivel (entre más de 120 estudiantes) por sus procedimientos realizados al formular una respuesta a este problema.

Destacamos que el caso seleccionado es intrínseco (Stake, 1998), ya que viene dado y se vincula con la curiosidad y responsabilidad de aprender sobre un estudiante en particular que emplea las capacidades representar y comunicar para el proceso de solución del problema y la comunicación de sus soluciones. En este sentido la muestra es no probabilística e intencional (Kazez, 2009).

La OMÑ por reglamento “Tiene como objetivo fundamental estimular entre los alumnos [las alumnas] de la escuela elemental la actividad matemática y desarrollar la capacidad para resolver problemas” (Art. 2). Destacamos algunas particularidades de este certamen que permiten comprender con mayor precisión el contexto en el que se recupera la información en estudio: su participación es voluntaria, todo el estudiantado del nivel se enfrenta a los mismos problemas, se organiza el nivel en función de edades y se formulan los problemas atendiendo a las competencias prescriptas en los diseños curriculares se deberían lograr en el grado de escolaridad con relación al nivel de la olimpiada en cuestión.

En particular, en el nivel regional participan estudiantes que han atravesado satisfactoriamente cuatro niveles previos, a saber: colegial, intercolegial, zonal y provincial. Para esto deben haber realizado al menos 2 problemas correctamente en cada uno de dichos niveles. Cabe mencionar también que los problemas que se proponen en cada nivel poseen grado de complejidad creciente.

A continuación, presentamos el problema (entre tres propuestos al estudiantado) realizado por el estudiante. Este problema recoge diferentes formas de representación de la información y exige en el estudiante el uso de estas representaciones, u otras, en el proceso de solución.

Para el análisis de la información estudiamos los procedimientos escritos realizados por el estudiante al representar y comunicar una respuesta. Como unidad de análisis empleamos fragmentos textuales tomados de la respuesta comunicada por el estudiante.

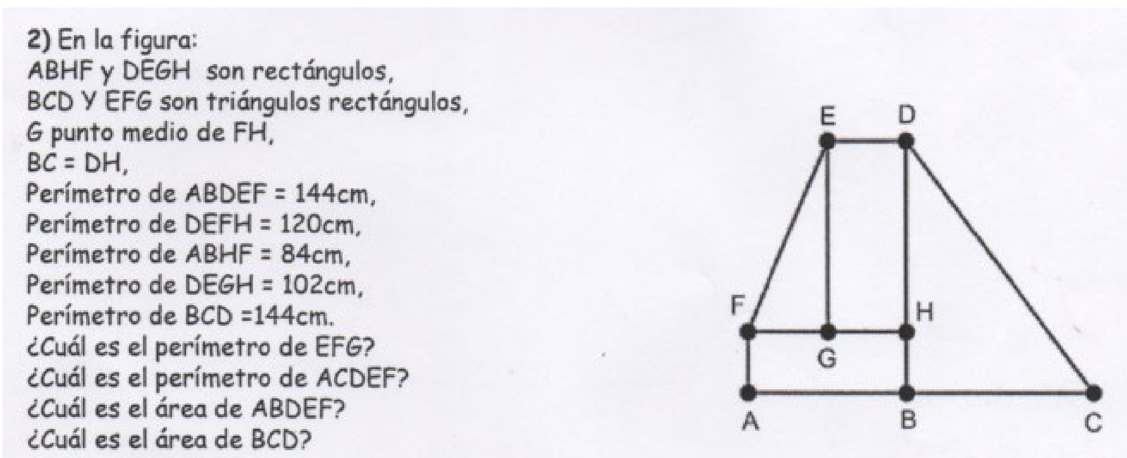

2) En la figura:
ABHF y DEGH son rectángulos,
BCD Y EFG son triángulos rectángulos,
G punto medio de FH,
BC = DH,
Perímetro de ABDEF = 144cm,
Perímetro de DEFH = 120cm,
Perímetro de ABHF = 84cm,
Perímetro de DEGH = 102cm,
Perímetro de BCD =144cm.
¿Cuál es el perímetro de EFG?
¿Cuál es el perímetro de ACDEF?
¿Cuál es el área de ABDEF?
¿Cuál es el área de BCD?

Figura 1. Problema correspondiente al certamen zonal de la OMÑ - nivel 2.

Resultados

De modo general, consideramos que el estudiante (llamado Noel en esta comunicación) resuelve el problema empleando un sistema de representación alternativo al dado en el enunciado para comunicar los resultados. El enunciado del problema emplea una representación simbólica para nominar los segmentos de la figura, por ejemplo, segmento BC. Sin embargo, Noel representa los segmentos de la figura propuesta con diferentes colores (ver figura 2) y rechaza de este modo la representación simbólica dada en el enunciado.

Tabla 1
Producciones de Noel

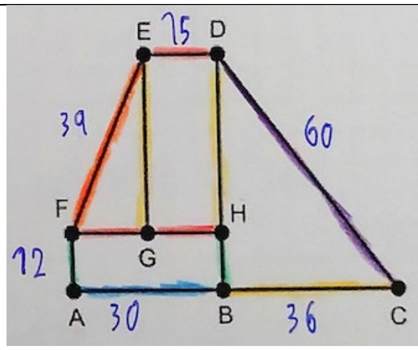
<table>
<tr>
<td colspan="2">

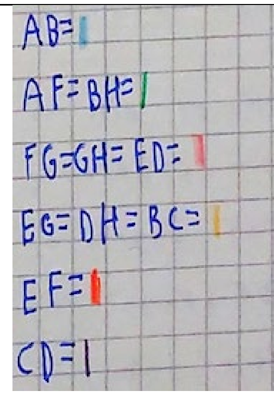
Figura 2. Representación de los objetos matemáticos</td>
<td>

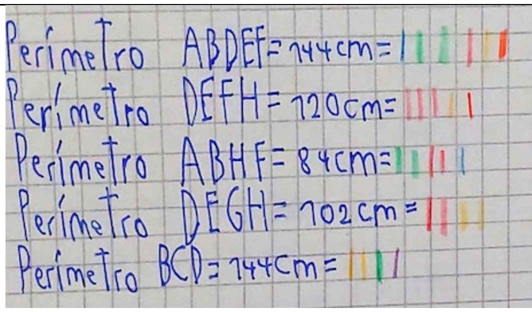
Figura 3. Equivalencia entre sistemas de representación</td>
</tr>
<tr>
<td>

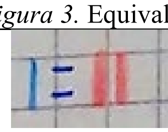
Figura 4. Comunicación del procedimiento de solución</td>
<td>

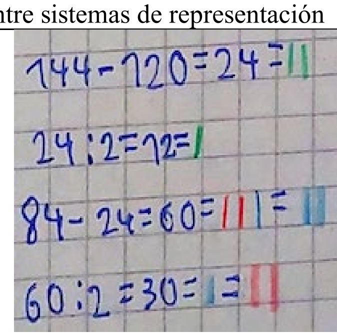
Figura 5. Representación de igualdad de longitudes y comunicación de relación entre segmentos</td>
<td>

Figura 6. Comunicación de la solución</td>
</tr>
</table>

La figura 3 muestra cómo el alumno cambia la representación simbólica que se le ofrece por una representación visual alternativa que utiliza tanto para representar los objetos matemáticos como para comunicar los procesos de solución (ver figura 4). Consideramos que emplea la competencia representar porque decodifica, interpreta y distingue la representación dada en el problema inicialmente (Niss y Højgaard, 2011). Este resultado es consistente con la afirmación de Cai y Lester (2005) de que las representaciones de la solución son registros visibles propuestos por un/a resolutor/a sobre como el problema fue resuelto.

Al resolver un problema el alumnado necesita establecer representaciones del mismo no sólo para organizarlo y darle sentido, sino también para comunicar su pensamiento a los demás. Inicialmente, la representación de Noel incluye los datos y una vez resuelto el problema, utiliza otra representación para expresar su solución (Niss y Højgaard, 2011). Por lo tanto, las representaciones de la solución son los registros visibles generados para comunicar el pensamiento sobre cómo se resolvió el problema (Cai y Lester, 2005). Además, estas representaciones, tanto las iniciales como las finales, pueden diferir de un/a estudiante a otra/o.

La representación alternativa establecida por Noel se combina con elementos del lenguaje simbólico dado (ver figura 5) e identifica el cálculo de medidas con el o los segmentos coloreados correspondientes para comunicar el resultado (ver figura 6). En este sentido, parecería que logra comprender las relaciones recíprocas entre las diferentes representaciones en escena (Niss y Højgaard, 2011).

Así cuando opera "84-24=60" y lo iguala con dos palitos rojos y uno azul, comunica que, si del perímetro ABHF restamos la longitud de los segmentos AF y BH, el resultado es la suma de las longitudes de GF, HG y AB. Comunicando finalmente, al igualar a dos palitos azules, que HG y GF son dos segmentos de igual longitud cuya suma es la longitud de AB.

Con relación a los resultados presentados en el estudio del caso, reconocemos que investigadoras/es (e.g., Dreyfus y Eisenberg, 1996; Smith, 2003) han señalado que las representaciones y estrategias concretas tienen limitaciones, ya que son estrategias específicas del contexto o de la tarea en la resolución de problemas. Las representaciones concretas pueden limitar el pensamiento y el aprendizaje posterior de las/os alumnas/os a menos que se les ayude a cambiar a enfoques más generalizados.

Conclusión

El análisis realizado muestra cómo un estudiante de 6to de primaria representa y comunica los datos, el proceso de solución y la solución de un problema dado. Los resultados muestran que el estudiante emplea una representación propia alternativa a la representación simbólica dada en los datos del problema con la que decodifica, interpreta, distingue los objetos matemáticos.

El estudiante emplea una representación alternativa que le facilita la comunicación, pero que tiene un carácter contextual porque resulta útil para ese problema específico, o quizás para alguno similar, pero esta estrategia no es generalizable.

Este estudio de caso no permite generalizar los resultados, sin embargo, abre la posibilidad de reflexiones futuras en el ámbito de investigación en educación matemática con el fin de otorgar herramientas al profesorado para facilitar la creación de sistemas de representación propios del estudiantado y desde ahí desarrollar enfoques más generalizados. Esto permitiría evolucionar en las formas de representación de las soluciones de los problemas y mejorar así el aprendizaje del estudiantado.

Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado en el proyecto con referencia PID2020-113601GB-I00, financiado por la Agencia Estatal de Investigación (AEI) de España.

Referencias y bibliografía

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning. *Educational Studies in Mathematics, 52* (3), 215-241. https://doi.org/10.1023/A:1024312321077

Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study. *International Journal of Mathematical Education, 34* (5), 719–737. https://doi.org/10.1080/00207390310001595401

Cai, J. y Hwang, S. (2002). Generalized and Generative Thinking in US and Chinese Students' Mathematical Problem Solving and Problem Posing. *Mathematical Behavior, 21*, 401-421. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00142-6

Cai, J. y Lester, F. (2005). Solution representations and pedagogical representations in Chinese and U.S. classrooms. *The Journal of Mathematical Behavior, 24* (3-4), 221-237. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2005.09.003

Direção -Geral da Educação. (2018a). *Aprendizagens Essenciais - Ensino Básico*. Recuperado el 20 de noviembre de 2022 de http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-basico

Direção -Geral da Educação. (2018b). *Aprendizagens Essenciais - Ensino Secundário*. Recuperado el 20 de noviembre de 2022 de http://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-secundario

Dreyfus, T. y Eisenberg, T. (1996). On different facets of mathematical thinking. En R. J. Sternberg y T. Ben-Zeev (Eds.), *The nature of mathematical thinking* (pp. 253–284). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203053270

Duval, R. y Saénz-Ludlow, A. (2016). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Kazez, R. (2009). Los estudios de casos y el problema de la selección de la muestra: aportes del sistema de matrices de datos. *Subjetividad y procesos cognitivos, 13* (1), 71-89. http://dspace.uces.edu.ar:8180/xmlui/handle/123456789/727

Ministerio de Educación y Ciencia. (2022). *Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria*. https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/03/29/217/con

Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología de la Nación Argentina. (2018). *Marco nacional para la mejora del aprendizaje en Matemática*. http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL006588.pdf

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Niss, M. y Højgaard, T. (Eds.) (2011). *Competencies and Mathematical Learning: Ideas and Inspiration for the Development of Mathematics Teaching and Learning in Denmark*. Roskilde University.

Olimpíada Matemática Argentina. (2022). *Olimpíada Matemática Ñandú*. Recuperado el 27 de octubre de 2022 de https://www.oma.org.ar/nacional/omn.htm

Ontario Ministry of Education. (2020). *The Ontario curriculum, Grades 1-8: Mathematics 2020.* Queen's Printer for Ontario. Recuperado el 27 de octubre de 2022 de https://assets-us-01.kc-usercontent.com/fbd574c4-da36-0066-a0c5-849ffb2de96e/90439c6e-f40c-4b58-840c-557ed88a9345/The%20Ontario%20Curriculum%20Grades%201%E2%80%938%20-%20Mathematics,%202020%20(January%202021).pdf

Pellegrino, J. W., Chudowsky, N. y Glaser, R. (Eds). (2001). *Knowing What Students Know: The Science and Design of Educational Assessment*. National Academy Press.

Smith, S. P. (2003). Representation in school mathematics: Children's representations of problems. En J. Kilpatrick, W. G. Martin, y D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 263–274). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Morata.

Matemática na Comunidade: o desenvolvimento do pensamento algébrico no contexto de aprendizagem social

Neura Maria De Rossi **Giusti**
Universidade do Norte do Paraná
Brasil
neuragiusti@gmail.com
Claudia Lisete Oliveira **Groenwald**
Universidade Luterana do Brasil
Brasil
claudiag@ulbra.br

Resumo

A pesquisa desenvolvida no município de Vacaria, no estado do Rio Grande do Sul, teve como objetivo investigar a integração e divulgação de conhecimentos matemáticos na comunidade, a partir de um contexto educativo para a socialização de conceitos da Educação Básica. Para a perspectiva do desenvolvimento do pensamento algébrico foi observado a utilização do pensamento algébrico na resolução de tarefas e aplicação dos conceitos escolares matemáticos. A investigação-ação fez uso de entrevistas dirigidas à comunidade e registros fotográficos com as resoluções das tarefas. A escolha das tarefas se apoiou na Base Nacional Comum Curricular e nas Demandas Cognitivas. As formas de aprender a aprender Matemática, o interesse, as resoluções e o raciocínio matemático empregado perante as tarefas apresentadas foram consideradas. Evidenciou-se que os conhecimentos relacionados a competência ofereceram empecilhos na interpretação da simbologia algébrica, visto que operar com letras e outros símbolos requer conhecimentos da linguagem algébrica.

Palavras-chave: *Educação Matemática; Aprendizagem Social; Pensamento Algébrico; Competências; STEM.*

Matemática na Comunidade

Vygotsky (2007) concebe o desenvolvimento pessoal e a construção cultural associados a atividades sociais compartilhadas, em um processo de interação entre o sujeito e o meio. Nesta relação, entende-se que o aprendizado e as relações entre o aprender e o saber estão explícitas na participação da comunidade e no contexto educativo que as envolvem, buscando potencializar e ressignificar as aprendizagens, assim como, na construção de novos conhecimentos. No contexto, as ações da pesquisa foram iniciadas em fevereiro de 2020, na cidade de Vacaria, no estado do Rio Grande do Sul, tendo como problema de investigação: Como socializar, promover e discutir os conhecimentos matemáticos desenvolvidos na escola formal, da Educação Básica, na comunidade em geral? Diante da problemática, objetivou-se investigar a socialização dos conhecimentos matemáticos da Educação Básica na comunidade, discutindo e buscando despertar o interesse dos jovens em seguir carreiras relacionada às Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática (STEM)[1].

Para o desenvolvimento da pesquisa foi fixado na parede externa de um estabelecimento comercial, em frente a uma praça da cidade, um quadro verde e giz. A dinâmica consistia em postar no quadro, situações problemas (tarefas) de Matemática que contemplassem as competências mencionadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017; 2018), visando que os passantes que caminhassem ou transitam de carro por aquele local visualizassem as tarefas e se sentissem encorajados para deixar suas resoluções ou respostas juntamente com a sua assinatura. Na investigação-ação (Flick, 2013) foi utilizada questões abertas visando que os participantes respondessem espontaneamente suas narrativas de vida pessoal e profissional.

Os participantes residiam na comunidade do município descrito e, destes, 7 (sete) foram entrevistados e nomeados pelas iniciais de seus nomes: L.B, 15 anos; A.R.C, 31 anos; A.C, 37 anos; V.V, 39 anos; M.M, 44 anos; J.M, 56 anos; e P.A, 63 anos. Em relação à escolaridade, 1 (um) possui Ensino Fundamental, 3 (três) Ensino Médio, 3 (três) Ensino Superior. Na ocupação profissional, 1(um) estudante, 1 (um) empresário, 1 (um) aposentado, 1 (um) faturista e os demais comerciários. Os entrevistados foram escolhidos a partir dos registros das assinaturas deixadas nos quadros verdes e pelas conversas paralelas realizadas durante a exposição e resolução das tarefas, no período de agosto a novembro de 2020.

Entre as ações da pesquisa destacam-se: a seleção das tarefas para o desenvolvimento de competências da Educação Básica (as mesmas foram adaptadas a partir de base livros didáticos e do cotidiano da comunidade local); a exposição das tarefas; e o *feedback* com as resoluções (permitindo que todos pudessem visualizar e se apropriar dos conhecimentos). A rotina de apresentação se fez na disposição semanal, apresentando diferentes competências Matemáticas de forma não linear, com o propósito de maior participação e interesse da comunidade. As tarefas foram selecionadas a partir da adaptação de livros didáticos e outras criadas pelas pesquisadoras em uma sequência não rígida, e nem tão pouco cumprem toda a amplitude desta área de conhecimento. Na coleta de dados houve o acompanhamento e o registro fotográfico semanal dos achados. A classificação das tarefas foi por Demandas Cognitivas (Smith e Stein, 1998; Penalva e Llinares, 2011). Nível 1: tarefas de memorização: reproduzir fórmulas, regras,

---

[1]*Segundo Ross et. al. (2017), investir na Educação STEM permite despertar no estudante o interesse nas disciplinas científicas, em que os desafios dessas áreas se relacionam com o cotidiano*.

fatos ou definições previamente aprendidos ou dirigidos. Nível 2: tarefas de procedimentos sem conexão: são algorítmicas; utilização de procedimentos com base na informação anterior; produzir respostas corretas em vez de desenvolver compreensão Matemática. Nível 3: tarefas de procedimentos com conexão: centradas no significado do conceito ou procedimento; utilização dos procedimentos; têm conexões estreitas com as ideias conceituais ao invés de algoritmos; requer algum grau de esforço cognitivo. Nível 4: tarefas que requerem “fazer Matemática”: requer um pensamento complexo e não algorítmico; requer a compreensão de conceitos, processos ou relações Matemáticas; requer considerável esforço cognitivo.

O desenvolvimento do pensamento algébrico

A educação para o século XXI está inserida em uma sociedade conectada com exigências que necessitam de bases de conhecimentos fortes, estruturados em compreensão e aplicação do desses conhecimentos em situações da vida moderna. Para isso, há a necessidade do aprender a aprender em um processo que nunca termina, no qual as descobertas e as aprendizagens acontecem constantemente, gerando e exigindo autonomia, criatividade, inovação e produção de novos conhecimentos (Cachapuz, Sá-Chaves e Paixão, 2004; Delors, 2003). Nesta perspectiva, o documento da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017; 2018) para a Educação Básica, na área da Matemática, discute o desenvolvimento de um ensino contextualizado, que, além de aprender conceitos e procedimentos matemáticos, os estudantes sejam capazes de aplicar o que sabem no seu dia a dia. Sugere que o contexto social seja utilizado no ensino e que a situações desenvolvidas envolvam aspectos do cotidiano dos estudantes, possibilitando prepará-los para a vida pessoal, social e para um futuro profissional. Focaliza a aprendizagem para o desenvolvimento de competências e habilidades, além de ajudar os estudantes a compreenderem onde e como aplicar essas competências na vida em sociedade. A BNCC (Brasil, 2018) trouxe alterações na organização dos conteúdos com as unidades temáticas e as áreas de ensino, ganhando destaque a Álgebra[2] e a Probabilidade e Estatística.

Os pesquisadores Blanton e Kaput (2005) e Groenwald e Becher (2010) afirmam que o ensino de Álgebra, na Educação Básica, deve ser centrado no desenvolvimento das competências para formar o Pensamento Algébrico e não somente na utilização de técnicas e símbolos. Os conhecimentos deveriam ser focados na construção de significados e no desenvolvimento do Pensamento Algébrico para que houvesse, de fato, uma aprendizagem significativa. Groenwald e Becher (2010, p. 5) nos lembram que “[...] o Pensamento Algébrico consiste em um conjunto de habilidades cognitivas que contemplam a representação, a resolução de problemas, as operações e análises Matemáticas de situações tendo as ideias e conceitos algébricos como seu referencial” e, para isso, é desejável que “ [...] o professor seja capaz de orientar o processo de aprendizagem nos procedimentos, estratégias e conteúdos”. Neste sentido, o projeto Matemática na Comunidade possui, em um dos aspectos investigados, o ensino da Álgebra na perspectiva de observar se foi utilizado o Pensamento Algébrico na resolução de situações problemas e se os conceitos escolares matemáticos são utilizados nestas resoluções.

[2] *No que se refere ao ensino da Álgebra, optou-se pela utilização da expressão Pensamento Algébrico, onde elegeu-se os conhecimentos que deveriam ser focados na construção de significados.*

Análises e discussões

No artigo apresenta-se as análises e discussões de algumas tarefas propostas à comunidade envolvendo os conhecimentos algébricos. Para isso, foca-se duas competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental (EF): a competência 2 (dois), que promove o desenvolvimento do raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo"; e sobre a competência 3 (três), compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática, na Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade (Brasil, 2017). Na temática Álgebra (Brasil, 2017) enfatiza-se ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico, este, essencial para a compreensão e utilização de modelos matemáticos fazendo uso de letras e outros símbolos, na medida em que o desenvolvimento de uma linguagem algébrica. Para o EF anos finais torna-se importante compreender os diferentes significados das variáveis numéricas, assim como estabelecer conexões entre um valor desconhecido e uma sentença.

Encontre o valor numérico das expressões algébricas de acordo com os códigos dados. A Figura 1 registra momentos distintos em que a comunidade contribuiu deixando as resoluções, onde objeto de conhecimento envolveu o valor numérico de expressões algébricas utilizando ideias simples de criptografia. A Demanda Cognitiva para as tarefas foi de nível 3, pois requer a utilização de procedimentos a fim de desenvolver uma compreensão de conceitos e ideias matemáticas.

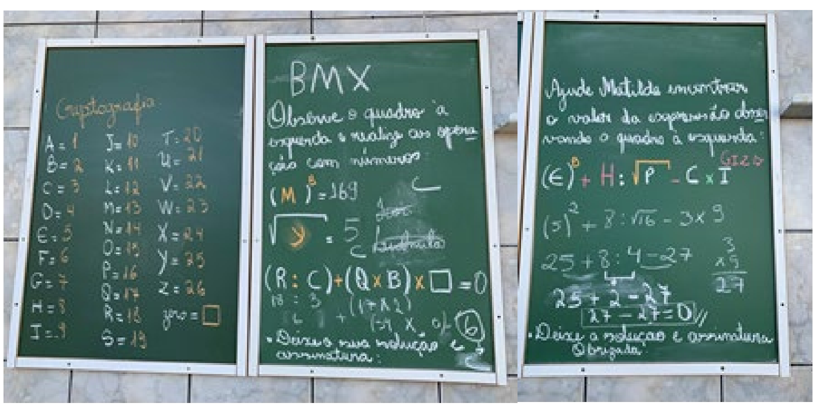


Figura 1. Valor numérico de expressões algébricas.

A decodificação e a resolução das expressões algébricas para numéricas observando os procedimentos e propriedades das operações foram analisadas. No segundo quadro percebe-se que as expressões de potenciação e radiciação foram resolvidas com êxito. Para a última expressão houve dois registros de respostas. A primeira resposta indicada foi zero. Acredita-se que o autor tenha vislumbrado que toda a expressão tenha sido multiplicada por zero (quadrado) no final e, que toda a multiplicação de um número por zero resulta no produto igual a zero. Percebe-se que houve desatenção em perceber que haviam operações entre os parênteses para após, a soma dos resultados. O que sugere a segunda autoria, que indicou o resultado 6 (seis). Os entrevistados ao serem questionados sobre as dificuldades na resolução das tarefas relacionadas ao ensino da Álgebra afirmam: "Não gosto de questões que envolvam letras, eu geralmente não sei responder atividades assim" (A.C, ago./2020); " [...] tenho dificuldade aquelas em que você coloca letras. Tem que adivinhar quanto vale A mais B ou A menos B, por exemplo. Sei que tem 'regrinhas', mas eu não me lembro mais" (V.V, set./2020); informa que nem tenta resolver porque não sabe por onde começar a resolução, "Espero os outros colocarem as respostas e depois a correção" (P.A, nov./2020). Para M.M, A.R.C e J.M, as tarefas que envolvem um valor desconhecido utilizando letras, não se recordam da forma como trabalhavam. Lembram que viram na escola, mas que, ao passar dos anos, acabaram esquecendo os procedimentos necessários para a resolução das atividades. O ensino da Álgebra, na fase escolar, nos leva a inferir que não trouxe sentido e significado para a aplicação em diferentes situações e, ainda, não proporcionou a compreensão de seus procedimentos. O ensino mecânico não contribui para uma aprendizagem significativa e duradoura. Pensar algebricamente, segundo Caraça (1998), significa pensar o número sem a presença do numeral, mas sim no entendimento que o número contém, a partir das necessidades do dia a dia e da própria Matemática. Neste sentido, o objetivo de pensar algebricamente é contribuir com boas experiências para a assimilação de importantes conceitos matemáticos, bem como a realização de abstrações e generalizações sobre o estudo da Aritmética.

Encontre os valores das operações. Na Figura 2, o objeto de conhecimento envolveu o valor numérico de incógnitas a partir de operações matemáticas e valor algébrico. A Demanda Cognitiva foi identificada como nível 4, que requer a compreensão de conceitos, processos ou relações Matemáticas e considerável esforço cognitivo.

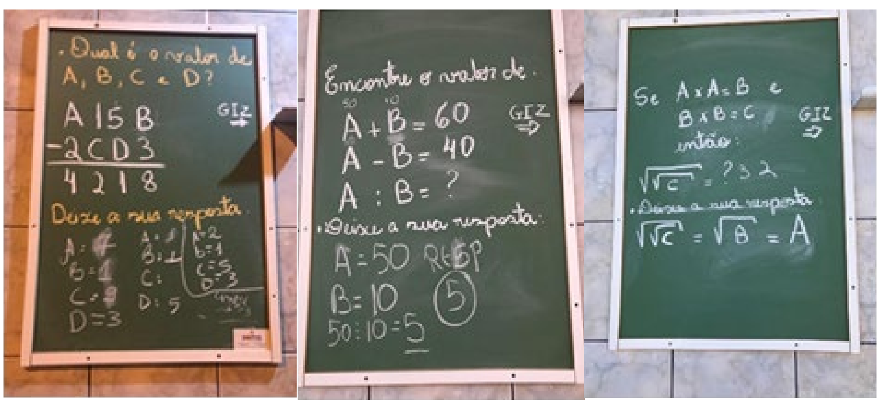


Figura 2. Encontre os valores das operações.

No conjunto das três tarefas expostas, em períodos diferentes, analisa-se por quadro verde. O primeiro registra uma subtração em que os valores de A, B, C e D deveriam ser satisfeitos para a diferença apresentada. Houve três registros, sendo que o primeiro satisfaz a resolução: A=7, B=1, C=9 e D=3. Os demais, um registro incompleto e o outro parcial, com duas assertivas para as incógnitas B e D. No segundo quadro a comunidade deveria determinar os valores das incógnitas A e B, sendo que os resultados necessitam satisfazer as operações. Uma resposta contemplou a resolução. O autor fez a demonstração da divisão de A por B acrescida do resultado 5 (cinco). Para o último quadro houve uma participação, mas a resposta considerada não foi solução para a operação de radicais, pois ela envolvia a resolução de uma forma algébrica considerando as propriedades dos radicais e conceitos de potenciação. Considerando que A é igual a B e que B é igual a A, logo, A é solução para a tarefa. Percebe-se que a última tarefa ofereceu empecilhos na compreensão e utilização da simbologia algébrica, visto que operar com letras e outros símbolos requer o desenvolvimento de uma linguagem algébrica para que se possa estabelecer generalizações, análises e resoluções.

Sobre o que motivou o interesse para responder a(s) tarefas(s) no quadro os entrevistados afirmam: "Eu me senti desafiado, depois que a gente lê o problema ele fica 'martelando' na cabeça. Não sai do pensamento, até que a gente ache uma resposta" (A.C, ago./2020); "Essa Matemática é bem diferente do que eu aprendi lá atrás. Eu aprendi matemática fazendo muitos cálculos (contas). Problema para resolver ou interpretar eram muito raros. Acho que agora tenho que aprender de novo" (J.M, set./2020). Ao ser solicitado a J.M por que a Matemática é diferente, respondeu: "Diferente porque tem que ler o problema e pensar o que está pedindo, não é só fazer o cálculo e achar uma resposta. Aí acho que eu tenho muito que aprender com essa 'nova Matemática' (risos) ". O depoimento pode identificar que a Matemática aprendida no período em que J.M estudou não fez sentido para a resolução das tarefas, pois como informou, aprendeu a fazer cálculos na escola e, muito raro, interpretar problemas. A necessidade de aprender a aprender (Cachapuz *et al*., 2004; Delors, 2003) se faz presente nos dias atuais e futuros. Assim, destaca-se a importância do papel da escola sobre o desenvolvimento de competências básicas descritas no documento da BNCC.

Considerações finais

Ao desenvolverem a aptidão de pensar algebricamente, os estudantes (pessoas) têm a oportunidade de praticar experiências algébricas articuladas com a aprendizagem de Aritmética. Entende-se que deva ser desenvolvido outro olhar pedagógico sobre o Pensamento Algébrico, muito embora o documento da BNCC enfatiza as habilidades que expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos estudantes nos diferentes contextos e as competências necessárias para o ensino da Matemática para a mobilização dos conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores. Também, é possível identificar na BNCC que a Álgebra está indicada com menos ênfase em excessos de algebrismos, mais ênfase na leitura e interpretação, mais resolução de problemas com uso da álgebra, focando no estudo de equações e dos princípios aditivos e multiplicativos desde o 6º ano do ensino fundamental, devendo ser ampliado a cada ano do ensino fundamental. Entende-se que esta abordagem está mais adequada à formação do Pensamento Algébrico do que a anterior utilizada nas escolas. Porém, entende-se que mais pesquisas devem ser realizadas para que se possa identificar se os estudantes irão desenvolver os conceitos algébricos de forma que consigam aplicar os conceitos na resolução de problemas. No que se refere às áreas relacionadas a Educação STEM foi identificado 1(um) participante iniciando o curso de Engenharia Mecânica no período do desenvolvimento do projeto. Espera-se que a discussão possa contribuir com um olhar diferenciado sobre os contextos de aprendizagens formais, pois, a transposição dos conteúdos aprendidos na escola para situações do dia a dia, da vida social e profissional que a Matemática se mostra tão importante, principalmente para a vida do século XXI.

Referências

Blanton, M. L.; Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, [*s.l.*], V. 36 (5), 412-446. https://mathed.byu.edu

Brasil. Base Nacional Comum Curricular. MEC. (2017). http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Em: 5 out. 2022.

Brasil. Base Nacional Comum Curricular. MEC. (2018). http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Em: 5 out. 2022.

Cachapuz, A.; Sá-Chaves, I.; Paixão, F. (2004). *Saberes Básicos de todos os cidadãos no século XXI.* Lisboa: CNE.

Caraça, B.J. (1998). *Conceitos fundamentais da Matemática* (2 ed.). Portugal: Gradiva,

Delors, J. (2003). *Educação: um tesouro a descobrir* (2 ed.). São Paulo: Cortez.

Flick, U. (2013). *Introdução a metodologia de pesquisa: um guia para iniciantes*. Porto Alegre: Penso.

Groenwald, C. L. O.; Becher, E. L. (2010). Características do Pensamento Algébrico de Estudantes do 1º Ano do Ensino Médio. *Educação Matemática Pesquisa*, V. 12 (2). https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/2826

Penalva, M. C.; Llinares, S. (2011). Tareas Matemáticas en la Educación Secundaria. In:Goñi, Jesus María (coord.) *et al. Didáctica de las Matemáticas*. Colección: Formación del Profesorado. Educación secundaria. Barcelona: Editora Graó, V. 12, 27-51.

Ross, R.; Whittington, J.; Huynh, P. (2017). *LaserTag for STEM Engagement and Education*. IEEE. DOI: 10.1109/ACESSO.2017.2753218

Smith, M. S; Stein, K., M. (1998). Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics Teacher in the Middle School*, V.3 (5), 344-350.

Vigotsky, L. S. (2007). *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores* (7 ed.). São Paulo: Martins Fontes.

Nivel de conocimientos en geometría de los maestros en primaria: un estudio descriptivo

Vienbenida **Igualada**
Universidad de Panamá
Panamá
vienbenida.igualada@up.ac.pa

Introducción

El conocimiento profesional del maestro de primaria es objeto de análisis a nivel nacional e internacional con la finalidad de promover programas de mejora continua para su desarrollo profesional en Matemática, y específicamente en el área de geometría. Al respecto Castro (2016) señala que al momento de acceder al grado de maestro hay conocimientos matemáticos básicos que se deben conocer, es decir, conceptos, procedimientos y resolución de problemas "que deberían haber aprendido durante su etapa de escolarización y que necesitan al iniciar su formación" (p. 9). La formación de los maestros es esencial porque su tarea es formar niños con aptitudes y actitudes necesarias para su desenvolvimiento. Por otro lado, los resultados de en pruebas internacionales como PISA (2018) y ERCE (2019) y en la prueba nacional CRECER (2019) reflejan que nuestros estudiantes están por debajo del promedio establecido en estas mediciones. De lo expuesto se plantea la siguiente pregunta: ¿Qué nivel de conocimiento tienen los maestros de primaria en el área de geometría? Su objetivo es determinar el nivel de conocimiento de los maestros de primaria en el área de geometría. El estudio se fundamenta en la Agenda 2030 y los Objetivos de Desarrollo Sostenible (2015) meta 4c: "De aquí a 2030, aumentar considerablemente la oferta de docentes calificados, incluso mediante la cooperación internacional para la formación de docentes en los países en desarrollo, especialmente los países menos adelantados y los pequeños Estados insulares en desarrollo" (p.22).

Metodología.

Se planteó un diseño metodológico cuantitativo de tipo transversal-descriptivo que analice específicamente una prueba de conocimiento basada en el currículo de primaria. La muestra fue establecida por conveniencia, muestreo no probabilístico, en la que participaron 1581 sujetos de las 16 regiones educativas de Panamá. La prueba se evaluó a través del número de preguntas contestadas correctamente en cada ítem, las cuales miden de forma indirecta el nivel de logro de los docentes.

Resultados

En la Figura 1 se observa que el 56,7% (897) de los maestros está entre los niveles muy bajo y bajo en cuanto a su conocimiento de la geometría, mientras que el 43,2% (684) de los docentes está entre los niveles básico, bueno y excelente.

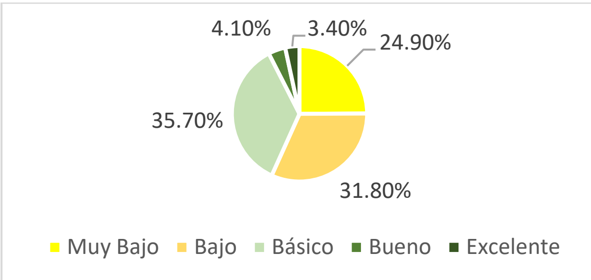


Figura1. Maestros de primaria según el nivel conocimiento en geometría

Conclusiones

En general este estudio coincide con los resultados de otros investigadores (González & Saito, 2020; Becerra, 2010; López, 2002; y Raviolo, Siracusa, Herbel & Shnersch, 2000). Estos autores señalan que existen graves deficiencias en la enseñanza de la Matemática que ameritan ser atendidas a corto plazo, como la revisión de textos, creación de espacio para la investigación, revisión del currículo y desarrollo del pensamiento lógico y capacitaciones. Por lo tanto, se evidencia el poco dominio en el área de geometría, lo que amerita crear un sistema de capacitación mediante convenios nacionales e internacionales del que participen tanto los actores (supervisores regionales, directores, subdirectores, docentes en primaria) como también los educadores que no estén en ejercicio con el fin de fortalecer las competencias en esta importante área de la Matemática.

Referencias y bibliografía

Becerra, J. R. (2010). Concepción sobre las didácticas de la Matemática en profesores matemáticos de Educación básica y media. Dianelt, 1-11. Recuperado el 20 de octubre de 2020, de https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4777952.pdf.

Castro Inostroza, A. (2016). Conocimiento matemático fundamental para el Grado de Educación Primaria: perfiles de conocimiento conceptual aditivo [Tesis doctoral]. https://ddd.uab.cat/pub/tesis/2016/hdl_10803_400645/aci1de1.pdf

González, J. y Saito, Y. (2020). Deficiencias en la enseñanza de las matemáticas en el nivel primario de la educación básica general de Panamá. Acción y Reflexión Educativa, (45), 207-223.

López, M. B. (2002). Recuerdos expectativas y concepciones de los estudiantes para maestros sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizajes. Bajadoz: Universidad de Extremadura. Recuperado el 19 de octubre de 2020, de https://biblioteca.unex.es/tesis/8477235740.PDF.

OECD (2019). "What can students do in mathematics?", in PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do, OECD Publishing, Paris. DOI: https://doi.org/10.1787/f649d3c2-en.

Raviolo, A., Siracusa, P., Herbel, M., & Shnersch, A. (2000). Desarrollo de razonamientos científicos en la formación inicial de los maestros. Interuniversitaria de formación del profesorado, 38, 129-140. Recuperado el septiembre de 12 de 2020, de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo

Sánchez-Restrepo, H. & Carmona-Soto, M.B. (2019). Crecer 2018 en Panamá: Resultados del aprendizaje en Matemática y Español en los primeros años (Informe). Ministerio de Educación. Panamá.

UNESCO. (2015). Agenda 2030 y los Objetivos de Desarrollo Sostenible. Una oportunidad para América Latina y el Caribe. Publicación Naciones Unidas.

UNESCO-OREALC. 2019. ¿Qué se espera que aprendan los estudiantes de América Latina y el Caribe? Análisis curricular del Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE 2019) a la luz de las metas de la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible.

XVI CIAEM
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education
UNIVERSIDAD DE LIMA
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023
xvi.ciaem-iacme.org

Novo ensino médio e o currículo de matemática

Adriele **Carléo** Zacarias
Secretaria Estadual de Educação do Estado do Amazonas
Brasil
adrieleacz@gmail.com
Alcides Castro **Amorim**
Universidade do Estado do Amazonas
Brasil
acaneto@uea.edu.br
Aldeneia Soares da **Cunha**
Secretaria Estadual de Educação do Estado do Amazonas
Brasil
aldeneiasoares@yahoo.com.br

Resumo

A pesquisa teve como objetivo analisar criticamente os documentos norteadores do ensino fundamental e médio da área de matemática e suas tecnologias, buscando interpretar como será a atuação do professor com base nas diretrizes oficiais. O estudo a princípio em sua fase inicial, escopo desta comunicação, foi executado na Secretaria Estadual de Educação, especificamente no Departamento de Políticas e Programas Educacionais, onde se elaborou os documentos norteadores. Em uma segunda fase da pesquisa, a ideia é ir a campo em dois momentos, durante 2022 e 2023 para analisar os processos de mudança, tendo como cenário a situação retratada na primeira fase. O estudo foi de cunho qualitativo descritivo, tendo como instrumentos, o estudo documental. Após a análise dos dados da primeira fase foi possível identificar que na elaboração do referencial curricular do novo ensino médio houve uma reprodução da Base Nacional Comum Curricular, apresentando pouquíssimas considerações referentes às questões regionais.

Palavras-chave: Novo ensino médio; Currículo de Matemática; Implementação curricular; Secretaria de Educação; Prática pedagógica.

Introdução

O Ensino médio no Brasil em sua trajetória apresenta resultados negativos, com altos índices de reprovação e evasão, dados que são evidenciados na mídia e comprovados pelos principais indicadores educacionais,disponibilizados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais – INEP (2015).

Nas últimas duas décadas, o ensino médio brasileiro tem sofrido mudanças por meio de resoluções, decretos, leis, subsidiado por amplas reformas políticas e estratégias para melhorar os índices de rendimento das escolas. Tais mudanças tiveram como eixo central a pedagogia das competências como geradora de toda organização curricular e do trabalho pedagógico nas escolas.

Em 2017, o governo federal, aprovou a lei nº 13.415/2017, intitulada de Novo Ensino Médio, ampliando a carga horária de 2.400 para 3.000 horas. Nesse novo arranjo curricular há uma parte comum, cuja a referência é a Base Nacional Comum Curricular- BNCC, com 1800 horas e uma parte flexível, organizada em itinerário formativos com 1.200 horas.

De acordo com o artigo 11, § 7º, da Resolução CNE/CEB n° 3/2018 a formação geral básica pode ser contemplada em todos ou em parte dos anos do curso do ensino médio, com exceção dos estudos de língua portuguesa e da matemática, estes são obrigatórios em todos os anos escolares.

Nesse sentido, o estudo buscou analisar os documentos oficiais do ensino fundamental e do novo ensino médio da Secretaria de Estado de Educação do Amazonas – SEDUC, bem como, interpretar como será a atuação do professor de matemática nas escolas estaduais a partir dessas novas diretrizes.

Com esse novo desenho a implementação do ensino médio exigiu o alinhamento dos referenciais curriculares à nova Diretrizes Curriculares Nacionais e novas estruturas escolares e pedagógica para atender a essa demanda.

O novo ensino médio na educação brasileira

O atual formato traz alterações radicais, dividindo a formação dos educandos em dois blocos principais: a Formação Geral Básica e os Itinerários Formativos. O primeiro é permanente e concentra-se nos componentes curriculares das quatro áreas do conhecimento: Linguagens e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais Aplicadas e Ciências da Natureza e suas Tecnologias. O segundo, de caráter flexível devem ser ofertados pelas escolas e redes de ensino para o aprofundamento de conhecimentos e preparação para o futuro dos alunos.

As mudanças ocorridas começaram a serem implementadas oficialmente em 2022 nas escolas brasileiras, iniciando pela 1ª série. Em 2023, a implementação segue, com o 1ª e 2ª séries e, em 2024, o ciclo de implementação será concluído.

No ano de 2017, o Estado do Amazonas aderiu ao programa de apoio a implementação do novo ensino médio, nesse contexto, foram selecionadas 148 escolas, denominadas escolas pilotos, sendo 76 na capital e 71 distribuídas em 35 municípios do Amazonas Em 2018, por meio da Secretaria de Estado de Educação e Desporto, em conjunto com a coordenação do Ensino Médio realizaram diferentes encontros formativos pedagógicos para orientação do programa e elaboração da proposta de flexibilização curriculares -PFCs curricular. Com as orientações da coordenação do Ensino Médio em 2019, as escolas pilotos elaboraram suas propostas (COGEM, 2022).

Aqui destaca-se que uma das dificuldades encontradas foi o desenho dos itinerários formativos, principalmente porque há municípios tem apenas uma ou duas escolas de ensino médio, e essa parte flexível demanda uma estrutura que a maioria não tem, inclusive na própria capital do estado, essa realidade se configura, devido a distribuição em zonas distritais das escolas e a dificuldade de deslocamento dos educandos de uma zona a outra.

Em 2020 foi dado início a execução da proposta, porém, devido o advento da pandemia da covid 19, priorizou-se o ensino híbrido emergencial, remanejando a implementação da proposta curricular do novo ensino médio para o ano de 2021. Mas, com o surgimento da segunda onda da Covid 19 que colapsou o sistema de saúde no Amazonas, mais uma vez a implementação da flexibilização da proposta foi suspensa. Sendo assim, a apropriação de novos métodos que seriam evidenciados pelas escolas pilotos, não foi possível, ou seja, as escolas em 2022 estão tendo que aprender a fazer, com sua própria equipe técnica pedagógica. O Amazonas teve que iniciar o novo ensino médio marcado por incertezas e ambiguidades relativas à implementação da reforma. A maioria das escolas não tinham clareza de como implementar o novo currículo a partir das competências estabelecidas como diretriz para os itinerários formativos.

Para Bastos (2022, p 9), o novo ensino médio é mais uma política utilizada como mero paliativo na educação, “[...] uma vez que, apresenta o aumento progressivo da carga horária, a farsa do ensino integral e da formação técnica e profissional, tendo como consequências, o encolhimento do conhecimento a quem o tem por direito, previsto na lei”. Na mesma linha de raciocínio Daniel Cara (2022) afirma que,

> [...] a reforma do ensino médio é uma falácia, porque não resolve questões estruturais, como a formação dos professores e pontos que eram demandas dos estudantes que ocuparam as escolas, como a redução de alunos por classe. De nada adianta ênfase em exatas ou humanas, se o professor foi mal preparado, se não houver recurso.

Vivemos numa sociedade intensiva de conhecimento e é decisivo saber o que fazer com conhecimento, saber pensar, e intervir, propor alternativas, fazer-se sujeito de história própria, individual e coletiva e o professor tem papel fundamental nesse contexto, que requer uma transformação desafiadora e efetiva. Dessa forma, para que as mudanças aconteçam de fato, é preciso investir massivamente na formação dos professores.

Procedimentos metodológico

A pesquisa foi realizada na Secretaria estadual de Educação, especificamente no Departamento de Política Públicas e Programas Educacionais – DEPPE. E estudo foi caráter qualitativo descritivo. Descritiva, porque buscará analisar os novos documentos oficiais e descrever como será o processo de construção e implementação do novo ensino médio nas escolas estaduais a partir da prática docente. Para Vergara (2000, p.47) a pesquisa descritiva expõe as características de determinada população ou fenômeno, estabelecendo correlações entre variáveis e define sua natureza. Qualitativa, porque "[...] envolve uma abordagem interpretativa do objeto de estudo, buscando compreender e interpretar o fenômeno em termos de quais os significados que as pessoas atribuem a ele" (Denzin e Lincoln 2006).

O Estudo adotou no primeiro momento como técnica de coleta de dados, a análise documental, para tanto empregou-se os seguintes critérios: revisão de literatura a respeito do tema; levantamento bibliográfico de documentos legais que embasam a reforma do Ensino Fundamental e Médio e análise do Currículo Amazonense.

O currículo de matemática no novo ensino médio

O currículo de matemática propõe a "consolidação, ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no ensino fundamental" (BNCC, 2018, p. 527). Essa proposta diz respeito a organização por unidade de conhecimento (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatísticas) e trabalhadas nas três séries. Tais conhecimentos tem com foco as competências e habilidades, sendo assim, os conhecimentos são mais gerais e contextualizados, por isso o novo ensino médio é responsabilizado pelo letramento matemático, enquanto o ensino fundamental é mais conteúdo específico. Pode-se observar essa afirmação no quadro a seguir:

Quadro 1
Comparação entre as competencia de matemática no Ensino Fundamental e Médio

Ensino Fundamental	**Ensino Médio**
1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.	**1.** Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.	**2.** Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.	**3.** Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.	**4.** Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.	**5.** Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Fonte: BNCC, 2018

No quadro, pode-se inferir que no ensino fundamental as competências estão voltadas para a aquisição conceitual e procedimental, ou seja, apreensão e compreensão dos conhecimentos, enquanto no ensino médio, os verbos estão voltados para a ação, o agir no contexto a partir de conhecimentos já adquiridos, isto é, os conhecimentos devem ser contextualizados. Nas diferentes áreas do conhecimento o Referencial Curricular Amazonense – RCA (2020), no texto introdutório sobre área de matemática e suas tecnologias, observa-se de imediato essa característica mais geral e contextualizadora quando afirma que

> A aprendizagem da matemática, de modo contextualizado, integrado e relacionado as outras áreas do conhecimento, traz em si o desenvolvimento das competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do estudante em todas as áreas de conhecimento (RCA, 2021, p 137).

Nessa perspectiva o referencial curricular aborda este componente como uma ciência que se caracteriza por promover situações e vivências de aprendizagem que contribuem para o desenvolvimento das competências e habilidades de matemática de forma contextualizada.

Segundo a BNCC (2018) a área de Matemática, no Ensino Fundamental, centra-se no desenvolvimento da compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos, visando à resolução de situações-problema. No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem utilizar tais conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados, selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional por meio da utilização de diferentes recursos da área.

O problema é que no ensino fundamental os conhecimentos que deveriam ser apreendidos para serem reforçados e contextualizados no ensino médio não foram trabalhados e, isso, cria um efeito nocivo no percurso de toda educação básica. A matemática é uma disciplina sequencial, ou seja, é preciso aprender somar para poder multiplicar. Se o estudante não desenvolveu a compreensão dos conceitos em suas diversas áreas, como aprimorar as demais competências no ensino médio das aprendizagens essenciais definidas pela BCNN. Assegurando aos jovens o desenvolvimento de cinco competências? Sendo assim, as dificuldades no ensino de matemática no novo ensino médio, começa antes do aluno entrar na sala de aula.

Outra a dificuldade é a falta de formação dos professores, para atender a essa proposta, pois em nova perspectiva, as práticas docentes são consideradas potencializadoras de um ensino mais dinâmico que privilegie o raciocínio lógico e o desenvolvimento da linguagem matemática, sendo assim, a matemática é pensada para além de números e quantificações e o profissional de educação não foi preparado para pensar também para além do número, da geometria fora da sala de aula.

Além disso, o currículo de matemática reforça, o dualismo entre teoria e prática, uma vez que reduz o caráter propedêutico, sendo que o conhecimento é voltado para à aplicação, ao imediato, reforçando a ideia de que o "conhecimento se limita a dar respostas imediatas às situações-problemas do dia a dia, e se impede que se tome o conhecimento como objeto de experiências que oportuniza a reflexão e a crítica" (SILVA, 2018, p.12).

Considerações finais

O objetivo deste texto foi realizar uma análise crítica dos documentos norteadores do referencial curricular do ensino fundamental e do médio na área de matemática, implantado em 2022 no Estado do Amazonas, buscando posteriormente compreender a prática docente dos professores nas escolas a partir das novas diretrizes. O currículo foi apresentado como uma proposta de mudança, sendo flexibilizada a sua estrutura, onde o estudante pode escolher uma área de conhecimento para aprofundar seus estudos.

A Matemática de forma específica tem papel essencial na proposta. Ela aparece como componente curricular da formação geral básica dos estudantes e é obrigatória nas três séries.

As competências específicas de matemática para o ensino fundamental, apresentada pela BNCC tem um texto claro do que é esperado para essa fase da educação básica, a ser desenvolvidos nos 9 (nove) anos e, a fase em que os alunos deverão apreender os conhecimentos. Por sua vez no ensino médio as competências de matemática e suas tecnologias se dá na efetivação dos conceitos apresentados na fase anterior de ensino. Formar cidadãos críticos e reflexivos para uma formação cientifica integral do aluno é a proposta do novo ensino médio.

Nesse contexto, é urgente superar o ensino tradicional, constituindo um novo modo de ser e de agir para o ensino da matemática, portanto, a reforma do ensino médio, deveria ter iniciado pela formação do profissional e estruturação das escolas para atender a nova demanda.

Referências e bibliografia

Bastos, Manoel de Jesus. Políticas Públicas na Educação Brasileira**.** *Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Edição 05. Ano 02, Vol. 01.* pp 253-263, Julho de 2017. ISSN:2448-0959. Link de acesso: https://www.nucleodoconhecimento.com.br/educacao/politicas-publicas, DOI: 10.32749/nucleodoconhecimento.com.br/educacao/politicas-publicas. Acesso em 01/08/2022.

Brasil. Ministério de Educação. *Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira*, Brasília, 2015.

Brasil, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

Cara, Daniel. (10/09/2018). Reforma do Ensino Médio é um retorno piorado à década de 90. *Carta Capital,* site@cartacapital.com.br. Disponível em: https://www.cartacapital.com.br/educacao/reforma-do-ensino-medio-e-um retorno-piorado-a-decada-de-1990. Acesso em: 21 outubro 2022

Denzin, N. K. e Lincoln, Y. S, Introdução: a disciplina e a prática da pesquisa qualitativa. In: Denzin, N. K. e Lincoln, Y. S. (Orgs.). *O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens*. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006.

Lei 13.415, de 16 de fevereiro de 2017. Altera as Leis n º 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e 11.494, de 20 de junho 2007. Brasília/Brasil, 2017.

Plano de Implementação da Lei de Reforma do Ensino Médio do Amazonas de 2020. Implementa a reforma do currículo do ensino médio de acordo com a Portaria 649/2018/MEC.

Resolução CEE/Am de 30 de abril de 2020. Homologa o Referencial Curricular Amazonense de acordo com a Resolução nº 098/ 2019. Amazonas: CEE/AM, 2020.

Resolução CNE/CEB n° 3/2018, de 21 de novembro de 2018. Atualiza as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília/Brasil, 2018.

Silva, Mônica Ribeiro da. A BNCC da Reforma do Ensino Médio: o resgate de um empoeirado discurso. *Educação em Revista,* Belo Horizonte, v. 34, 2018.

Vergara, Sylvia C. *Projetos e relatórios de pesquisa em administração*. 3.ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2000.

O que os testes (não) dizem sobre os estudantes: interrogações sobre as comparações do Pisa

Elisabete **Zardo** Búrigo
Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Brasil
elisabete.burigo@ufrgs.br

Resumo

O artigo problematiza a pretensão comparativa do *Programme for International Student Assessment* (Pisa), avaliação internacional em larga escala promovida trienalmente pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) para avaliar capacidades de jovens com 15 anos de idade. Dialogando com críticas formuladas por diferentes autores, o texto dedica-se à discussão da imposição cultural promovida pelo exame. A partir da análise de uma questão de matemática divulgada no site do Pisa como exemplo da avaliação empreendida no ano de 2022, e dos documentos que embasam a elaboração da prova, o texto aponta que a imposição cultural ocorre em duas dimensões: porque pressupõe como universais atividades cotidianas próprias de camadas urbanas de renda média ou alta; porque o exame etiqueta como menos proficientes os jovens que não pertencem a essas camadas, ao demandar habilidades de leitura e interpretação avançadas em itens que pretendem avaliar habilidades matemáticas básicas.

Palavras-chave: Educação Matemática; Avaliação; Comparação; Competências; Juventude.

Introdução

No momento da redação deste texto, os resultados do *Programme for International Student Assessment* (Pisa) aplicados em 2022 ainda não foram divulgados. Essa edição do exame, promovido pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), é particularmente relevante para a educação matemática, porque pela primeira vez, desde 2012, a prova de Matemática teve centralidade.

Sem conhecer os resultados, podemos antecipar que os escores do Brasil e, mais amplamente, dos países da América Latina serão inferiores aos dos países do hemisfério Norte – aí incluídos Estados Unidos, países europeus, Japão e Coreia do Sul - dentre outros participantes. Essa previsibilidade decorre, em parte, dos resultados de exames anteriores, mas também do formato das provas, como comentaremos adiante. Previsibilidade que não reduz a importância atribuída a esses números pela mídia, pelos governos e agentes diversos do ensino privado.

Recentemente, o Brasil aderiu ao programa Pisa para Escolas, avançando mais um passo no seu compromisso com o exame, com a aceitação e a validação de seus resultados. Neste artigo, elencamos e discutimos alguns motivos pelos quais propomos interrogar a prova, seus pressupostos, predições e prescrições.

Os objetivos proclamados pela OCDE

Aplicado a cada três anos, desde o ano 2000, o Pisa propõe-se avaliar competências de jovens com 15 anos de idade, que corresponde em muitos países ao final da escolarização obrigatória. O exame contempla regularmente provas de letramento, letramento científico e letramento matemático. Em 2003, foi incluída uma avaliação de competências gerais de resolução de problemas; em 2009, uma avaliação de letramento digital, e em 2012, uma avaliação de letramento financeiro. Em 2015, a prova contemplou também uma avaliação de resolução colaborativa de problemas via computador. Em 2022, o exame abrangeu uma avaliação de pensamento criativo (OCDE, 2022).

O alcance do exame cresceu rapidamente nesses vinte e três anos. No ano 2000, apenas dois países latino-americanos participaram do Pisa: Brasil e México. Em 2022, já eram doze: Chile, Colômbia e México, como membros da OCDE; Argentina, Brasil, Costa Rica, El Salvador, Jamaica, Panamá, Peru, República Dominicana e Uruguai, como parceiros (OCDE, 2022). Addey e outros (2017) explicam que os governos dos países aderem ao Pisa por motivos muito diversos, e que essa adesão é facilitada pela alegação de que as competências avaliadas não estão associadas aos currículos escolares adotados.

O letramento matemático, segundo a OCDE, corresponde à capacidade dos indivíduos de raciocinar matematicamente e de formular, empregar e interpretar a matemática para resolver problemas em uma variedade de contextos do mundo real. As habilidades avaliadas pelas provas seriam aquelas necessárias aos “cidadãos construtivos, engajados e reflexivos do século XXI” (OCDE, 2022).

Contestações técnicas

Escrutínios do Pisa são obstaculizados e limitados pela opacidade das provas, dos procedimentos de sua elaboração e correção. Meyer (2014) observa que, enquanto a OCDE pretende auditar a educação escolar dos países por meio do exame, o próprio Pisa não é auditável. O público não conhece a composição das provas, pois alega-se o uso da Teoria da Resposta ao Item (TRI) para restringir a divulgação de itens. Além disso, não há nenhum controle dos países que aderem ao Pisa sobre uma variedade de decisões que impactam o formato final da prova: por exemplo, sobre o peso das questões de múltipla escolha e as dissertativas, sobre o número de itens envolvendo cada tema – por exemplo, variações ou espaço e forma - ou sobre os critérios de correção.

Questionamentos variados incidem sobre a pretensão do Pisa de estabelecer resultados comparáveis entre os países.

Dentre os aspectos mais técnicos, questiona-se a representatividade das amostras de jovens de 15 anos sorteados para participar da prova, em cada país. Outro aspecto apontado é o tempo desigual para resolução dos itens, pois a extensão dos enunciados e, portanto, o tempo necessário para sua leitura varia segundo os idiomas (Zhao, 2020). A adoção de provas interativas, nas quais o estudante testa conjecturas e assinala suas respostas em uma plataforma digital, amplia as desigualdades, pois também é desigual, segundo países e regiões, a familiaridade dos jovens com os meios digitais e, portanto, com a visualização de textos e ícones em uma tela, com a manipulação de mouses e outras habilidades requeridas para a resolução da prova.

Imposição cultural

Como aponta Díaz-Barriga (2018), a concepção do Pisa tem como ponto de partida "um imaginário simplificado de competências universais" (p. 33). Mas o pressuposto de que haveria habilidades ou competências relevantes e comuns aos diversos grupos sociais, em diferentes continentes, nunca foi "estudada, investigada, nem documentada adequadamente" (Díaz-Barriga, 2018, p. 21-22). A imposição cultural, como aponta o autor, não se esgota aí. A elaboração das questões é atribuída a especialista dos países mais ricos; os contextos aos quais os itens fazem referência, a linguagem adotada na redação dos enunciados, as formulações das questões têm viés cultural e refletem preocupações, interesses e vivências dos setores médios desses países, que vivem nos centros urbanos.

Segundo texto divulgado no site da OCDE, a prova de matemática em 2022 teve como foco o raciocínio matemático, que se desdobra, principalmente, em: "compreender quantidades, os sistemas numéricos e suas propriedades algébricas; apreciar o poder da abstração e da representação simbólica; observar as estruturas matemáticas e suas regularidades; reconhecer as relações funcionais entre quantidades; usar a modelagem matemática como uma lente para o mundo real; e compreender a variação como o cerne da estatística".

O site apresenta alguns exemplos de itens. Alguns tomam como contexto a própria matemática; outros tratam de contextos que seriam, presumidamente, do mundo real. O item "decisão de compra" é um deles. A Figura 1 mostra a tela inicial de apresentação do item, com a descrição do contexto e a apresentação da distribuição de notas atribuídas por consumidores à compra online de um certo tipo de fones de ouvido.

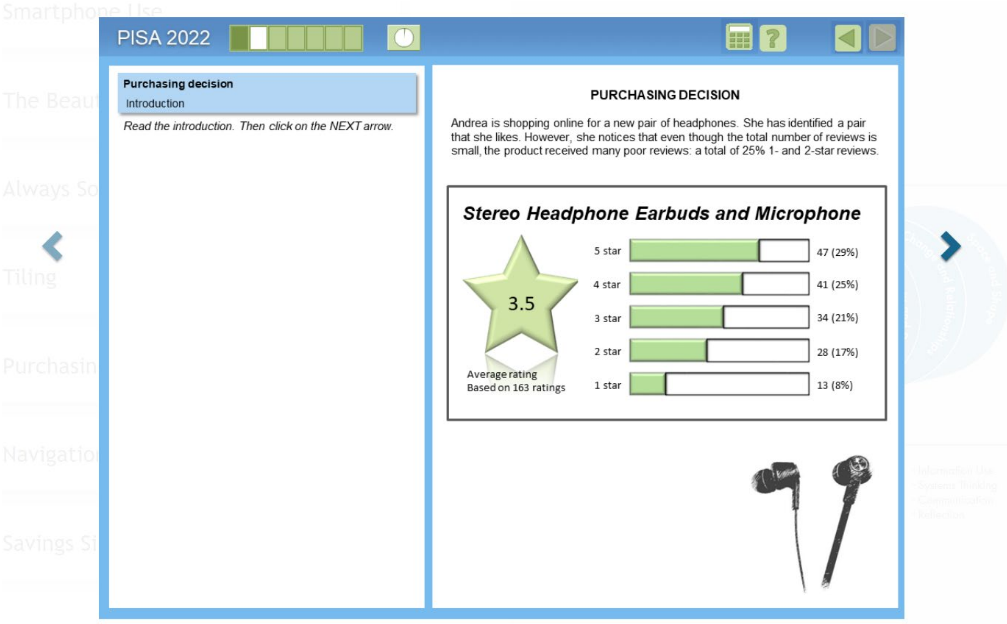


Figura 1. Primeira tela do item *Purchasing Decisions*.

A Figura 2 mostra uma das telas a serem acessadas para a resolução da questão 2 desse item. Na tabela mostrada, aparecem os diferentes tipos de reclamações apresentados no site de compra pelos consumidores e a respectiva frequência.

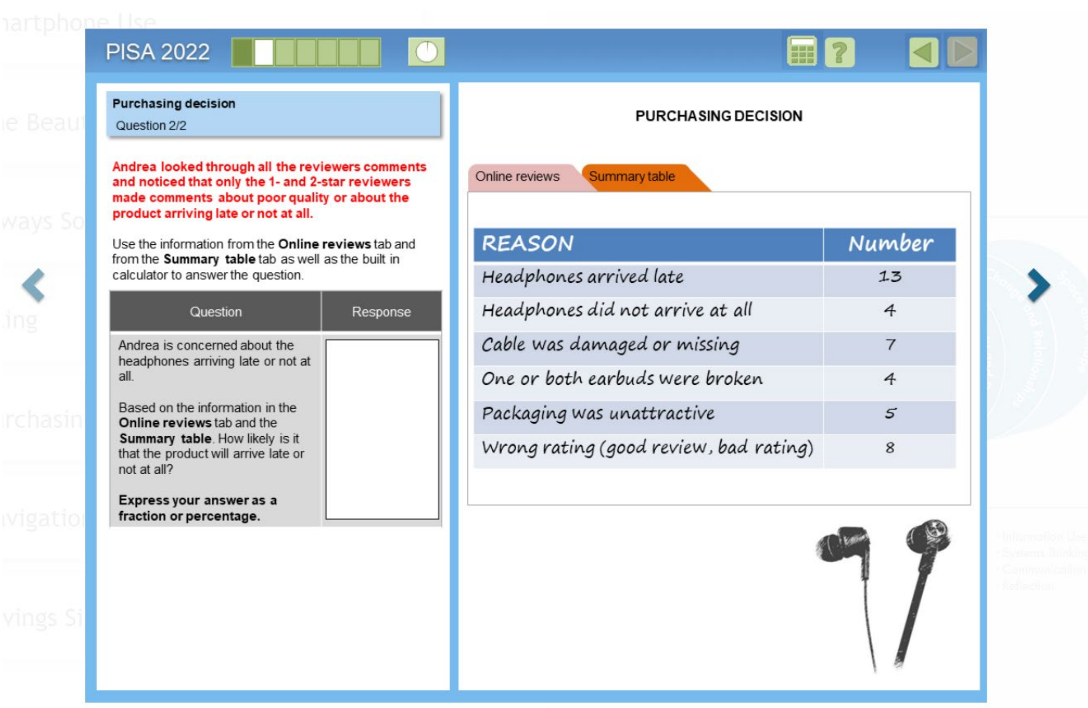


Figura 2. Questão 2 do item *Purchasing Decisions.*

A partir das informações dadas nos dois gráficos, a questão 2 pergunta a probabilidade de os fones de ouvido serem entregues com atraso ou não serem entregues. A resolução da questão pressupõe aceitar-se que a razão entre o número de reclamações e o total de avaliações corresponde a essa probabilidade. A resposta pode ser dada na forma de fração, sendo o numerador obtido pela soma 13 + 4, e o denominador pela soma dos números dados na Figura 1: 47 + 41 + 34 + 28 + 13.

Para um estudante familiarizado com o contexto de referência – compra online de fones de ouvido e avaliação comentada de produtos e serviços por consumidores – a questão pode ser resolvida mediante habilidades como “interpretar as informações apresentadas em gráficos ou diagramas”, “efetuar um cálculo simples”, “chegar a uma conclusão simples” e “interpretar um resultado matemático no contexto do mundo real”. Essas são algumas das habilidades incluídas na última edição do Pisa, com o objetivo de avaliar os participantes com menor proficiência; a identificação dessas habilidades permitiria classificar como nível 1 ou 2 participantes que antes eram classificados como nível zero, por não terem suas habilidades aferidas (OCDE, 2018).

O documento de apresentação do Pisa 2022 adverte, ainda, que para avaliação dos participantes de menor proficiência “é vital que o contexto e a linguagem não interfiram com a matemática que está sendo avaliada. Para tanto, o contexto e a linguagem devem ser cuidadosamente considerados”. E prossegue: “O contexto para os itens de nível 1b e 1c deve ser situações que os estudantes encontram diariamente. [...] A compreensão do contexto não deve interferir com o desempenho do item” (OCDE, 2018, p. 34).

Ora, o uso de fones de ouvido é um hábito tipicamente urbano, em muitos países; a compra online também é, mas, certamente, mais restrito. No Brasil, há zonas rurais e urbanas em que não há entrega de compras online. Portanto, para uma ampla parcela dos jovens brasileiros com 15 anos de idade, encomendar um fone de ouvido por um site de compras não é uma situação corriqueira. Menos familiar ainda é a tomada de decisão mediante avaliações publicadas por outros consumidores, o que inclusive não faz sentido quando as condições de compra são desiguais. Em áreas de mais violência, mais pobreza, ou mais distantes dos grandes centros, a probabilidade de uma encomenda ser entregue com atraso ou não ser entregue é sempre elevada.

Portanto, para um jovem da favela ou da zona rural, a resolução da questão envolve a construção mental de uma situação hipotética, imaginária, a partir dos dados do enunciado, além das já mencionadas habilidades requeridas para interagir em ambiente digital; enquanto um jovem de classe média de um centro urbano, para responder à questão, precisa apenas identificar, nas telas, dados relativos a uma situação vivenciada cotidianamente.

A imposição cultural descrita por Díaz-Barriga (2018) manifesta-se, portanto, em uma questão como essa, por duas vias que se reforçam mutuamente: a primeira, porque o próprio exame faz chegar aos jovens a naturalização de um certo tipo de consumo ao qual muitos deles não têm acesso, ou que é tida como supérflua frente a demandas mais urgentes, como alimento e teto; segundo, porque a prova pretende comparar raciocínio matemático, mas demanda habilidades de leitura e interpretação mais avançadas precisamente daqueles jovens que já são, pelos seus percursos de escolarização e de vida, etiquetados como menos proficientes.

Considerações finais

A OCDE, através do Pisa, apresenta-se como autoridade educativa, que define prioridades, valores, critérios e procedimentos de avaliação das competências matemáticas dos jovens de todos os continentes. A crescente adesão dos países ao exame reforça essa autoridade.

A pretensão de o exame comparar proficiências de jovens de várias partes do mundo, vinculados a sistemas escolares diversos, tem sido contestada por diferentes autores. Neste artigo, a partir do exame de uma questão divulgada, temos uma indicação de que a prova de matemática não atende ao requisito anunciado pela OCDE de que o contexto e a linguagem não devem interferir na avaliação do raciocínio matemático. Argumentamos, ainda, que a imposição cultural ocorre em duas dimensões: a prova pressupõe como universais atividades cotidianas próprias de camadas urbanas de renda média ou alta; o exame etiqueta como menos proficientes os jovens que não pertencem a essas camadas, ao demandar habilidades de leitura e interpretação avançadas em itens que pretendem avaliar habilidades matemáticas básicas.

A CIAEM, reunindo educadores matemáticos de diferentes países das Américas, pode propor-se a tarefa de interrogar a autoridade da OCDE e do Pisa e discutir o tema da avaliação das competências matemáticas a partir das preocupações e das experiências locais das comunidades educativas.

Referências e bibliografia

Addey, C., Sellar, S., Steiner-Khamsi, G., Lingard, B., & Verger, A. (2017): The rise of international large-scale assessments and rationales for participation. *Compare: A Journal of Comparative and International Education*, 47(3), 434-452.

Díaz-Barriga, A. (2018). A Prova Pisa: idealização, cidadania global, imposição cultural e ausência de impacto pedagógico didático, In M. I. R. Ortigão (Ed.), *Políticas de avaliação, currículo e qualidade: diálogos sobre o Pisa* (pp. 19-38). CRV.

Meyer, H. D. (2014). The OECD as pivot of the emerging global educational accountability regime: How accountable are the accountants? *Teachers College Record*, 9(116), 1–20.

Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (2018). *Pisa 2021 Mathematics Framework (Draft).* https://www.oecd.org/pisa/sitedocument/PISA-2021-mathematics-framework.pdf

Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (2022). https://www.oecd.org/pisa/ Recuperado em 30 out. 2022.

Zhao, Y. (2020). Two decades of havoc: A synthesis of criticism against PISA. *Journal of Educational Change*, 21, 245-266.

XVI CIAEM
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education
UNIVERSIDAD DE LIMA
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023
xvi.ciaem-iacme.org

O que realmente está sendo avaliado quando avaliamos?

Rafael Filipe Novôa **Vaz**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro
Brasil
rafael.vaz@ifrj.edu.br
Daniel de Oliveira **Lima**
GPAM, PEMAT, Universidade Federal do Rio de Janeiro
Brasil
danielprof2006@gmail.com
Paula Monteiro **Baptista**
GPAM, PEMAT, Universidade Federal do Rio de Janeiro
Brasil
paulamonteirob@yahoo.com.br
Carlos Augusto **Aguilar Júnior**
Universidade Federal Fluminense
Brasil
carlosaugustobolivar@hotmail.com

Resumo

Esta comunicação traz um ensaio sobre avaliação, apresentando as conformidades e divergências ponderadas em uma multicorreção realizada com professores que ensinam matemática e pedagogos. Esta proposta se justifica tendo como objetivo o estudo sobre fatores que influenciam as discrepâncias de notas atribuídas por avaliadores. Para embasar a pesquisa, apresentam-se reflexões sobre confiabilidade e validade – conceitos fomentados pela docimologia – além da análise de dados de uma investigação. Tais dados foram produzidos durante um minicurso, a partir da proposta de correção de cinco soluções diferentes de uma única questão, feita por 11 avaliadores em dois momentos diferentes. A análise dos dados possibilitou a observação de que no segundo momento as correções estavam mais refinadas quanto à habilidade trabalhada e ao erro cometido, justificando a importância do estudo pelos avaliadores sobre o ato de avaliar.

Palavras-chave: Avaliação em Matemática; Multicorreção; Validade dos exames.

A pesquisa em multicorreção

A prova é o principal instrumento avaliativo utilizado por professores que ensinam matemática. As principais características das provas são: individuais, escritas, sem consulta, com tempo delimitado, esporádicas, intermitentes e breves, possibilitam a ausência de convivência como exigência para avaliar, oferecem tratamento genérico a todos os alunos com a pretensão de serem neutras. Tal instrumento, que está enraizado em nossa cultura educacional, foi concebido a partir de uma filosofia positivista que atesta um caráter imparcial, neutro e justo à avaliação escolar (Morgan, 2000; Fernandes, 2009, Guba & Lincoln, 2011). As concepções que estão presentes nos três pressupostos básicos que sustentam o pensamento geral na avaliação são:

> primeiro, presume-se que os indivíduos possuem atributos (como conhecimento, compreensão, habilidade etc.) que são detectáveis e mensuráveis. Em segundo lugar, o objetivo principal da avaliação é descobrir e medir esses atributos. Finalmente, o processo de avaliação e seus resultados são considerados fundamentalmente benignos ou mesmo benéficos (embora efeitos colaterais infelizes e tentativas de melhorá-los possam ser reconhecidos) (Morgan, 2000, p. 225-226)

Precursores dos estudos psicométricos na avaliação escolar, Noizet e Caverni (1985) desenvolveram um vasto estudo sobre multicorreção envolvendo diversas disciplinas, que culminou na publicação do livro Psychologie de l'évaliation scolaire em 1978, traduzido em 1985 para a língua portuguesa. Neste livro, os autores apresentam uma análise do primeiro estudo sistemático de multicorreção, nomeado de inquérito internacional sobre os exames e provas de acesso, realizado em 1936 por Laugier e Weinberg.

O estudo de Laugier e Weinberg foi realizado a partir de dados do *baccalauréat*, exame que estudantes franceses fazem ao final do ensino médio para entrar na universidade. Neste estudo, seis avaliadores corrigiram 100 exercícios de seis disciplinas: Francês, Latim, Inglês, Matemática, Filosofia e Física. Laugier e Weinberg propuseram, nessa pesquisa, que as divergências observadas com a experiência de multicorreção eram frutos do acaso e que os erros cometidos pelos professores nas correções eram similares aos erros das ciências físicas, ou seja, variações aleatórias. De modo análogo à Física, o importante seria encontrar um modo de reduzir os erros cometidos pelos corretores para se obter a 'verdadeira nota' dos trabalhos e provas (Noizet & Caverni, 1985).

Segundo Merle (2018), as experiências de Laugier e Weinberg, em 1936, e de Piéron, em 1963, mostraram que as notas dos estudantes nas avaliações escolares são distribuídas de acordo com a curva de Gauss ou distribuição normal, mais ou menos centrada em torno da média. Um professor tende a ajustar o nível de ensino e avaliação do desempenho do aluno, a fim de manter, de ano para ano, aproximadamente a mesma distribuição (gaussiana) das notas. Se a prova era um instrumento de medida e o desempenho dos estudantes o objeto medido, a distribuição normal das notas e/ou pontuações seria a esperada. O que não ocorreu.

O objetivo dessas pesquisas era a construção de instrumentos de aferição das aprendizagens e de técnicas de correção que reduzissem discrepâncias entre os avaliadores. Entretanto, Noizet e Caverni (1985) identificam uma contradição na conclusão de Laugier e Weinberg, justamente no que se refere ao suposto comportamento normal dos resultados obtidos na multicorreção. Ao analisarem as tabelas com as notas dadas pelos corretores, identificaram, além da grande dispersão, que a distribuição delas não estava de acordo com características gaussianas, constando que, em média, dentro de um intervalo que deveria abranger 95% das notas dadas, estavam apenas 45%, incompatível com a noção de divergências aleatórias (Noizet & Caverni, 1985). Esses resultados estão relacionados a um importante conceito da docimologia[1]: a confiabilidade.

A confiabilidade de um exame

A confiabilidade refere-se à consistência das avaliações, ou seja, "para analisarmos se um exame é confiável temos que quantificar em que medida o desempenho dos examinandos se mantém sensivelmente o mesmo, se resolverem o exame em tempos ou ocasiões diferentes" (Fernandes, 2009, p. 134). Parece razoável supor que uma pequena variação de desempenho de um estudante em testes aplicados em momentos distintos de fato venha a ocorrer. Seja por fatores externos à escola – questões emocionais e fisiológicas dos estudantes – como pela própria variação das questões contidas nesses testes (Vaz & Nasser, 2019).

As correções dos exames podem variar muito de corretor para corretor, principalmente em questões não objetivas, de resposta aberta. Para Dolin e colaboradores (2018), a confiabilidade de uma avaliação está relacionada à precisão dos resultados em determinado contexto e para um determinado fim.

> Existem muitos fatores que podem reduzir a confiabilidade de uma avaliação. Por exemplo, a confiabilidade é reduzida se os resultados dependerem de quem conduz a avaliação (qual professor ou examinador), de quem classifica os desempenhos de avaliação dos alunos (que apontam ou observador ou examinador externo em exames orais) ou sobre as questões específicas usadas em um teste escrito quando eles podem testar apenas uma amostra de todos os diferentes tópicos e níveis de aprendizado incluídos no currículo avaliado. (Dolin et al, 2018, p. 64, *tradução nossa*)

Diversos estudos de multicorreção, realizados em diferentes países, comprovam a existência de interferências do avaliador na correção e na pontuação dos itens, colocando "em xeque" a confiabilidade dos exames (Noizet & Caverni, 1985; Romagnano, 2001; Suchaut, 2008, Vaz & Nasser, 2019). Em experimentos de multicorreção, a amplitude das notas atribuídas a mesma prova é um indício relevante do forte grau de subjetividade na correção de testes escolares.

> Mesmo considerando a hipótese que o conhecimento de alguém possa ser mensurado, que os professores sejam absolutamente neutros em sua atuação profissional e que todos os testes fossem construídos com embasamento científico de neutralidade e objetividade, a crença na possibilidade de usar o teste para "medir" de alguma forma o conhecimento também é questionada a partir desses resultados (Vaz & Nasser, 2019, p. 7)

Podemos, nesse sentido, admitir que a ideia de medir a aprendizagem de um estudante a partir de um exame seja realmente um mito, como afirmam Buriasco e colaboradores (2009). A objetividade, neste caso, seria "como o mítico pote de ouro no final do arco-íris, seria

[1] Esta palavra foi cunhada por Henri Piéron em 1920. Trata-se do estudo sistemático dos exames, em particular do sistema de atribuição de notas e dos comportamentos dos examinadores e examinados.

maravilhoso se pudéssemos tê-lo, mas ele não existe. Todas as avaliações da compreensão matemática dos alunos são subjetivas.” (Romagnano, 2001, p. 31, *tradução nossa*).

Certamente, compreendemos que as provas de resposta objetiva podem fornecer às avaliações uma maior confiabilidade, na medida em que as pontuações dadas em um exame de múltipla-escolha independem do corretor. No entanto, é imprescindível reconhecer que a prova ou qualquer outro instrumento avaliativo permite que o docente realize uma leitura da aprendizagem dos estudantes, pois se trata de algo humano e interpretativo.

Se por um lado, os experimentos mais recentes em multicorreção não fornecem nada de inédito à Educação Matemática, apenas corroboram com os estudos desenvolvidos desde o início do século passado na França. Por outro, tais estudos ainda podem oferecer contribuições distintas. Neste texto apresentamos uma investigação de multicorreção realizada com professores que ensinam matemática e pedagogos sobre a relação entre a correção de itens e as habilidades avaliadas nesses itens. Essa perspectiva remete a outro conceito da docimologia: a validade.

A validade de um exame

O conceito de validade está associado à capacidade de um instrumento de avaliar aquilo que ele foi projetado para avaliar. “A validade de uma avaliação se refere ao grau pelo qual as notas de um teste permitem tirar conclusões adequadas, significativas e úteis em relação ao(s) objetivo(s) do teste” (Fidalgo, 2006, p. 20). Dois tipos de validade serão importantes para este estudo: (1) a validade de conteúdo – ou o que se quer avaliar e (2) a validade de construto – se a avaliação mede exatamente a habilidade que deve medir. O primeiro se refere ao tópico matemático e o segundo a habilidade deste tópico que está sendo avaliada.

A validade de conteúdo refere-se a quão adequadamente a avaliação abrange o domínio do assunto que está sendo ensinado. No entanto, a cobertura de conteúdo não é suficiente para descrever o alcance total de um teste ou outra ferramenta de avaliação. Problemas matemáticos que pretendem medir habilidades e competências na aprendizagem de frações, por exemplo, mas que exigem boas habilidades de leitura e interpretação, podem oferecer um resultado enviesado, a menos que o construto avaliado inclua, por exemplo, a leitura como parte das demandas de aprendizagem. “É por isso que a validade de construto é um conceito de validade cada vez mais prevalente, abrangendo muitas das outras medidas de validade” (Dolin et al, 2018)

A Investigação realizada

Durante o Encontro Nacional de Professores que Ensinam Matemática (ENOPEM), realizado de forma online e organizado por instituições brasileiras, o primeiro autor deste trabalho ministrou um minicurso de 3h de Avaliação Escolar. Participaram deste minicurso, de forma contínua, 11 educadores, sendo 6 professores formados em matemática, 2 professores de Matemática com formação em Pedagogia, 2 licenciados em matemática e 1 pedagogo que não atua ensinando matemática.

O objetivo deste estudo é averiguar como a análise das habilidades investigadas em um item podem influenciar sua correção. Para este estudo, a habilidade é a capacidade de realizar uma ação (Lima, 2018), ou seja, ela funciona como âncora para referir um saber mais amplo, que não se resume a apenas uma resolução de exercícios.

Portanto, para isso, foi solicitada, aos 11 participantes, a tarefa de corrigir cinco soluções distintas de um mesmo problema em dois momentos: um, antes das discussões realizadas no minicurso, acerca da importância de refletirmos sobre *'o que realmente estamos avaliando quando avaliamos?'*; outro, depois, na metade do minicurso.

A Figura 1 ilustra o enunciado da questão oferecida e a habilidade que deveria ser investigada.

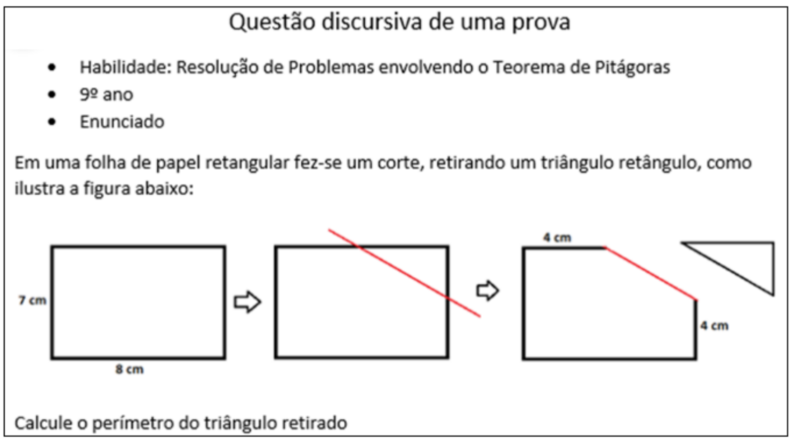


Figura 1. Enunciado e habilidade da questão oferecida.

Cada participante acessou um formulário digital para realizar a correção. A primeira correção consiste apenas na atribuição de pontuações para cada uma das cinco soluções (Figura 2). As pontuações dadas em cada item poderiam ser 0; 0,5; 1; 1,5 ou 2.

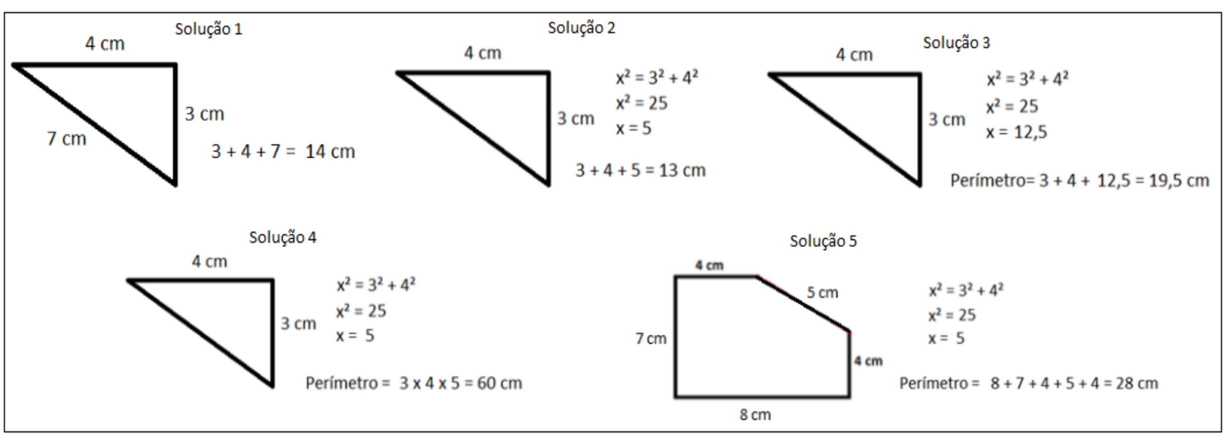


Figura 2. As cinco soluções da questão oferecida.

As soluções apresentadas nos formulários foram construídas pelos autores do trabalho a partir de suas vivências nos diversos cotidianos escolares em que atuam. Na solução 1, o estudante não utiliza a fórmula do teorema de Pitágoras, mas calcula o perímetro usando 7 como medida da hipotenusa. Na solução 2, o estudante aplica e desenvolve corretamente o teorema de Pitágoras, construindo a expressão correta para o cálculo do perímetro, mas erra a adição. O erro cometido na solução 3 é no cálculo da raiz quadrada. Nela o estudante aplica corretamente o teorema de Pitágoras, demonstrando também compreender o conceito de perímetro. O erro cometido na solução 4 é, exclusivamente, de perímetro. Nessa solução, o estudante realiza corretamente a construção e os cálculos do teorema de Pitágoras. Na solução 5, o estudante também desenvolve corretamente o cálculo da hipotenusa, porém calcula o perímetro do pentágono, não o do triângulo.

Na segunda correção, os respondentes acessam um formulário alternativo que continha, além das mesmas soluções do formulário anterior, orientações para a correção (Figura 3). Essas orientações tinham como objetivo provocar a reflexão sobre as possíveis naturezas dos erros cometidos e sobre a habilidade avaliada.

Atividade de Correção de Questões *

Realize nova correção, mas desta vez analise cada resposta utilizando os seguintes critérios:

1) O que você está avaliando exatamente? Que habilidade/competência/saberes?

2) A solução apresenta uma estratégia correta?

3) Que tipo de erro foi cometido? Conceitual ou operacional?

4) O quanto este erro demonstra um não saber? Pode ter sido um lapso do estudante?

Figura 3. Orientações para a correção.

Ademais, os respondentes eram solicitados a justificar a (nova) correção, explicando a pontuação atribuída, sendo essa diferente, ou não, daquela dada no primeiro formulário. O objetivo era compreender se as orientações oferecidas e/ou a necessidade de realizar uma maior reflexão sobre a correção iria promover mudanças na pontuação e no modo de analisar as respostas dos estudantes.

Resultados

A tabela 1 apresenta as médias, modas e medianas das primeiras e segundas correções, nesta ordem, realizadas das cinco soluções por todos os participantes da pesquisa.

Tabela 1
Resultados das correções realizadas pelos avaliadores.

Solução	Média 1ª/2ª	Moda 1ª/2ª	Mediana 1ª/2ª
1	1,0 / 0,73	0,5 / 0,5	1,0 / 0,5
2	1,5 / 1,6	1,5 / 1,5	1,5 / 1,5
3	0,91 / 1,14	1,0 / 1,0	1,0 / 1,0
4	0,91 / 1,32	1,0 / 1,0	1,0 / 1,0
5	1,2 / 1,36	1,0 / 1,5	1,0 / 1,5

Fonte: elaborado pelos autores.

Os resultados apresentados no quadro acima indicam que a correção realizada no segundo momento foi mais apurada em relação à habilidade investigada e ao erro cometido. Foi nesse ínterim, entre as duas correções, que o palestrante do minicurso promoveu reflexões teóricas sobre a necessidade de analisar as habilidades que se pretendem avaliar, tanto na elaboração, quanto na correção de itens.

A solução 1 apresentou uma redução na pontuação média e mediana. Notem que se trata da única solução em que o estudante não domina a habilidade *resolução de problemas envolvendo o teorema de Pitágoras*, habilidade informada no enunciado da questão (vide fig.1). Segundo o corretor 2,

> Pensando como objetivo central da avaliação o teorema de Pitágoras, o aluno não alcançou este objetivo, entretanto não podemos desvalidar a interpretação da figura. (corretor 2)

As soluções 2, 3, 4 e 5 tiveram suas pontuações médias aumentadas na segunda correção. Ambas as soluções apresentam a equação correta que relaciona o teorema de Pitágoras. Isto revela que esses quatro estudantes dominam o conhecimento geométrico avaliado no item, ou seja, conseguiram compreender que se tratava de um problema que deveria ser resolvido pelo teorema de Pitágoras, demonstrando, inclusive, saber como relacioná-lo algebricamente.

Os erros cometidos nas soluções 2, 4 e 5 estão relacionados ao cálculo do perímetro, que é uma habilidade secundária, ou seja, não é a habilidade avaliada no item. Em ambas as soluções, o estudante obtém a medida da hipotenusa. A solução 3 apresenta um erro no cômputo da raiz quadrada, no decorrer do cálculo da hipotenusa. Vale ressaltar alguns comentários expostos pelos professores, por exemplo: o corretor 1 considerou que a solução 2 apresenta um erro insignificante, caracterizando-o como erro mínimo:

> Assinalei a opção 1,5, mas atribuiria uma nota muito próxima a 2,0, exemplo: para este aluno eu daria 1,9, para ele voltar a observar qual foi o mínimo erro, entretanto o pensamento dele foi excelente. (corretor 1)

A corretora 3 apresentou uma reflexão interessante sobre a própria dinâmica da pesquisa em multicorreção e sobre a avaliação formativa.

> Aqui fiquei confusa, é difícil avaliar algo sem conhecer quem respondeu. A avaliação formativa depende disso, penso. Mas, considerando um erro conceitual de perímetro e a habilidade se referindo ao teorema, talvez valesse 1,9 ou 2 nesse caso. O importante é apontar o equívoco para não se repetir.

> Um toque já basta para esse aluno, talvez nem seja um erro, mas um esquecimento conceitual. (corretora 3)

A avaliação não é impessoal. É uma relação humana, construída na interação entre professor e aluno ao longo das aulas. Refletir sobre os erros cometidos e sobre as habilidades avaliadas pode promover uma correção mais coerente, com maior validade.

Considerações Finais

A avaliação é socialmente localizada, a concepção docente sobre a avaliação depende de alguns fatores, como a concepção do professor em relação à Matemática, a concepção em relação ao ensino, trajetórias acadêmicas e profissionais do docente, o contexto escolar e as famílias que são atendidas pela escola (Lima & Nasser 2022). Portanto, desenvolver um olhar sobre as multicorreções cria possibilidades de compreensão sobre os vieses comuns na correção de tarefas.

Ocorreu uma mudança na forma de se corrigir, fruto das reflexões teóricas que foram realizadas, ao longo do encontro, sobre a necessidade de analisar as habilidades que se pretende avaliar, tanto na elaboração, quanto na correção de itens. Outrossim, a validade de conteúdo mostrou-se como algo difícil de ser medido, confirmando que a cobertura de conteúdo não é suficiente para descrever o alcance total de um teste ou outra ferramenta de avaliação. Os corretores, chegaram a indicar a habilidade de calcular perímetro como um elemento importante para correção. Junto a isso, a necessidade de conhecer o estudante também foi outro elemento que surgiu no estudo, mostrando como o contexto escolar possui influência na hora da correção.

Compreendemos que cada contexto escolar é único, assim como a unicidade do sujeito que é o docente, por isso, a validade do construto que ele elabora está fortemente associado ao que ele compreende o que é importante de se avaliar.

Referências e bibliografia

Black, P. & Wiliam, D. (1998) Inside the Black Box: Raising Standards through Classroom Assessment. The Phi *Delta Kappan, Bloomingto*n 80 (2), 139-148.

Buriasco, R. L. C., Ferreira, P. E. A., & Ciani, A. B. (2009). Avaliação como prática de investigação (alguns apontamentos). *Boletim de Educação Matemática*, 22 (33), 69-96.

Dolin, J. et al. (2018) Exploring relations between formative and summative assessment. In: Dolin, J.; Evans, R. (org.). *Transforming assessment*. Cham: Springer, 53-80.

Fernandes, D. (2009). *Avaliar para aprender*: fundamentos, práticas e políticas. São Paulo, BR: Unesp.

Fidalgo, S. S. (2006) A avaliação na escola: um histórico de exclusão social-escolar ou uma proposta sociocultural para a inclusão? *Revista Brasileira de Linguística Aplicada*, 6 (2), 15-31.

Guba, E. G. & Lincoln, Y. S. (2011) *Avaliação de quarta geração*. Campinas, BR: Editora Unicamp.

Hadji, C. (2001). *Avaliação desmistificad*a. Porto Alegre, BR: Artmed Editora.

Lima, D. (2018) A avaliação por habilidades e competências. Dissertação apresentada ao PROFMAT - IM, UFRJ.

Lima, D. & Nasser, L. (2022) “Concepções docentes sobre a avaliação em Matemática – valores e instrumentos que compõem a prática docente”, *Revemop*, 4, p. e202206. doi: 10.33532/revemop.e202206

Merle, P. (2018) *Les pratiques d'évaluation scolaire*: historique, difficultés, perspectives. Paris: Presses Universitaires de France/Humenisis

Morgan, C. (2000). Better assessment in mathematics education? A social perspective. In: Boaler, J. (Org.). *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning*. Westport, AblexPublishing, 225-242.

Noizet, G.& Caverni, J-P. (1985) *Psicologia da avaliação escolar*. Coimbra: Coimbra Editora.

Romagnano, L. (2001) The myth of objectivity in mathematics assessment. *Mathematics Teacher*, 94 (1), 31-37.

Suchaut; B. La loterie des notes au bac: un réexamen de l’arbitraire de la notation des élèves. *Les Documents de Travail de l’IREDU*. 2008.

Vaz, R. F. N; Nasser, L. (2019). Um estudo de multicorreção com professores de matemática. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática, 15. *Anais...* Medelín: CIAEM, 2019

XVI CIAEM
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education
UNIVERSIDAD DE LIMA
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023
xvi.ciaem-iacme.org

Práticas de extensão e pesquisa sobre autoria docente e currículos de Matemática desinvisibilizados

Júlio César Augusto do **Valle**
Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo
Brasil
julio.valle@ime.usp.br

Resumo

Neste texto, apresentamos duas maneiras como temos mobilizado a orientação teórico-metodológica desenvolvida a partir da Sociologia das Ausências e das Emergências no sentido de desinvisibilizar, tornar públicos, currículos de matemática pensadospraticados por docentes da Educação Básica, reconhecendo e fortalecendo a autoria docente. A primeira prática descrita, vinculada à pesquisa, consiste na busca, identificação e mapeamento de práticas emancipatórias de ensino de matemática em festivais de vídeos digitais. A segunda, desenvolvida como projeto de pesquisa-extensão, consiste em nosso esforço em identificar e mapear, constituindo um panorama, de currículos de matemática pensadospraticados por docentes que atuam na Educação de Jovens e Adultos (EJA) em diferentes contextos e territórios brasileiros.

Palavras-chave: Práticas emancipatórias; Currículo pensadopraticado; Desinvisibilizar; EJA; Festivais de vídeos digitais

Introdução

Este texto resgata e articula duas preocupações relevantes, pertinentes ao campo da reflexão curricular, para apresentar o modo como tais preocupações têm sido articuladas e mobilizadas na constituição de práticas de extensão e de pesquisa, assim como os resultados atingidos em seu desenvolvimento. A primeira dessas preocupações nos remete ao entendimento de Alves et al (2002, p. 41) de que "boa parte de nossas propostas curriculares tem sido incapaz de incorporar essas experiências, pretendendo pairar acima da atividade prática dos sujeitos que constituem a escola". Referindo-se à centralidade que as prescrições curriculares ocuparam historicamente no Brasil, as autoras manifestam sua preocupação diante da incapacidade de nossas políticas curriculares de interagir, dialogar e mesmo incorporar as práticas curriculares cotidianas.

A segunda preocupação, intimamente ligada à anterior, pode ser sintetizada pela pergunta formulada por Palanch (2016, p. 153) a partir do estado da arte das pesquisas sobre currículos de matemática, qual seja: "Como promover/potencializar a autoria docente no processo de elaboração e desenvolvimento curricular?". Segundo o autor, essa questão, dentre outras, emerge como uma demanda das pesquisas brasileiras sobre a temática e produzidas de 1987 a 2012, mapeadas em sua tese de doutorado. Nesse cenário e entendendo o histórico brasileiro, temos proposto possibilidades teórico-metodológicas e perspectivas para a pesquisa, para responder à questão formulada por Palanch (2016, p. 153) sobre a autoria docente em processos de elaboração curricular:

> (...) pesquisas em Educação Matemática se dediquem a desinvisibilizar práticas emancipatórias já em curso em aulas de matemática, tornando-as mote da relação entre universidade-escola, não sob a perspectiva de que a universidade deva suplantar, substituir, negligenciar os saberes-fazeres dos professores, praticantes do currículo, mas, ao invés disso, contribuir com aquilo que já se faz, (...) visando seu aperfeiçoamento, que não se dá deslocado do contexto e do cotidiano onde se pratica o currículo. (Valle, 2020, p. 11)

Os trabalhos descritos neste texto se inscrevem nessa segunda alternativa. Também concordamos com o entendimento de que mesmo "supostamente seguindo materiais curriculares preestabelecidos, professores/professoras e alunos/alunas estão tecendo alternativas práticas com os fios que as suas próprias atividades práticas lhes fornecem" (Alves et al, 2002, p. 41). Tais entendimentos reforçam as críticas à forma como a verticalidade e a centralidade das prescrições curriculares têm desperdiçado grande parte da experiência curricular já em curso em diferentes contextos e territórios de nosso país, inviabilizando e invisibilizando a autoria docente em processos de elaboração curricular.

As preocupações mencionadas estão relacionadas a múltiplos e diferentes aspectos que podem nos conduzir a diferentes perspectivas de estudo, com objetos e objetivos também variados. Em particular, neste texto, apresentamos práticas de pesquisa e de extensão que, na contramão da verticalidade e da centralidade das prescrições curriculares, desinvisibilizar e enfatizam a criação curricular cotidiana (Alves et al, 2002; Oliveira, 2012), de professores/as que ensinam matemática em escolas públicas brasileiras.

Orientação teórico-metodológica

Para fundamentar nossa orientação teórico-metodológica, remetemo-nos na Sociologia das Ausências e das Emergências de Boaventura de Sousa Santos (2002), devido à compreensão central de que parte da realidade que poderia estar presente é produzida ativamente como ausente ou inexiste ou como uma alternativa menos crível da realidade. Essa produção ativa de ausências corresponde a certa "racionalidade preguiçosa" e "indolente", como caracteriza o autor, ao apresentar suas diferentes expressões.

De acordo com esse referencial, compreendemos que as criações curriculares cotidianas dos/das professores/as que ensinam matemática são produzidas ativamente como ausentes ou inexistentes, alternativas menos críveis da realidade, pelas prescrições curriculares que com elas pouco ou nada interagem. Ao não reconhecê-las ou incorporá-las, muitas das políticas curriculares que conhecemos acabam por homogeneizá-las todas como práticas curriculares que precisam necessariamente ser substituídas ou complementadas, desconsiderando a multiplicidade própria da realidade, que inclui práticas autorais consistentes (Oliveira, 2012).

Sob essa mesma perspectiva se funda a assunção de que uma "prática curricular consistente somente pode ser encontrada no saber dos sujeitos praticantes do currículo, sendo, sempre tecida, em todos os momentos e escolas" (Alves et al, 2002, p. 42). As mesmas autoras, por esse motivo, argumentam que "existem muitos currículos em ação em nossas escolas, apesar dos diferentes mecanismos homogeneizadores, desde o apelo à tradição até os aparatos jurídicos constituídos com tal finalidade" (p. 43). Tais currículos em ação, assim como a diversidade epistemológica e pedagógica que lhes é intrínseca, têm sido sistematicamente desperdiçados pelas prescrições curriculares, de modo que ficam invisibilizados dentro de um grande e diverso conjunto de práticas que as propostas curriculares pretendem transformar.

Assim, para tratar da criação curricular cotidiana de professores/as no interior das escolas, Oliveira (2012, p. 3) os denomina de currículos pensadospraticados, a fim de "deixar clara a indissociabilidade que entendemos existir entre prática e teoria, entre reflexão e ação". Desse modo, argumentamos, em consonância com a autora, sobre a necessidade de desinvisibilizá-los, torná-los públicos, para que seja possível ampliar a institucionalidade desses currículos nas disputas que caracterizam a tessitura social e, em particular, o território contestado do campo curricular. Ampliar a institucionalidade dos currículos pensadospraticados corresponde à ampliação da pressão dessas práticas as disputas sociais características da produção curricular.

Posto isso, podemos afirmar que, no âmbito da Sociologia das Ausências e das Emergências (Santos, 2002), desinvisibilizar os currículos pensadospraticados consiste na orientação teórico-metodológica que viabiliza a emergência de toda a diversidade e multiplicidade das práticas curriculares que vêm sendo produzidas ativamente como ausentes e inexistentes. Nesse sentido, desinvisibilizá-los, nas palavras de Oliveira (2012, p. 7), permite difundir e demonstrar a pertinência das práticas que buscam levar prazer ao ensinaraprender dos alunos, em contraste com a sisudez dos conteúdos secos e sem sabor dos textos oficiais, inserindo o húmus da vida e do prazer na assepsia da norma e da ordem instituídos.

A adoção dessa orientação teórico-metodológica foi inspirada, não apenas pelos trabalhos mencionados anteriormente, mas também pelo modo como Reis e Campos (2015, p. 16) desenvolvem em suas pesquisas:

> (...) ao utilizarmos como metodologia o compartilhamento de experiênciaspráticas em nossos projetos de formação, exercitamos um não desperdício de experiências que se aproxima de uma ecologia de saberes – nossa escolha epistemológica, – pois desinvisibilizam currículos pensadospraticados pelo pensamento hegemônico. Nessa relação horizontalizada – nossa escolha política, – onde todos têm suas vozes ouvidas e partilhadas, temos a possibilidade de reconhecer que professoras são autoras que produzem cotidianamente conhecimentos.

Além da orientação teórico-metodológica subjacente ao trabalho das autoras, outra semelhança com este trabalho consiste no fato de que a segunda experiência que apresentaremos também corresponde a um projeto de pesquisa, desdobrado como indissociável de um curso de formação continuada de professores/as, de natureza extensionista.

Práticas de extensão e pesquisa

A primeira mobilização da orientação teórico-metodológica explicitada que apresentamos consiste na pesquisa desenvolvida sob o mesmo título deste tópico, cujo propósito foi desinvisibilizar práticas de ensino de matemática consideradas emancipatórias em festivais de vídeos digitais (Cermak & Valle, 2022). O recorte definido no trabalho mencionado constituiu-se dos vídeos premiados nas cinco edições do Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática, organizadas pelo Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática, (GPIMEM) da Universidade Estadual Paulista (UNESP), de Rio Claro.

No trabalho, a escolha do recorte é desdobrada do pressuposto de que “tais vídeos, elaborados por professores/as e/ou alunos/as da Educação Básica, podem constituir bons parâmetros dessa análise exatamente por terem obtido reconhecimento e mérito na premiação” (Cermak e Valle, 2022, p. 2). A análise dos vídeos premiados nas cinco edições do festival foi realizada a partir de uma articulação entre a taxonomia proposta por Silva, Neves e Borba (2018) e a busca por práticas de ensino de matemática caracterizadas como práticas emancipatórias.

O referencial de Silva, Neves e Borba (2018), nesse sentido, conferiu as condições necessárias para análise na forma de três aspectos principais: a) da forma dos vídeos; b) aspectos técnicos de sua produção; e c) aspectos pedagógicos. Os vídeos premiados foram descritos de acordo com os aspectos da taxonomia desenvolvida pelos autores mencionados a fim de que, a partir de sua descrição, fosse possível identificar potenciais práticas emancipatórias.

Durante o desenvolvimento do trabalho, “foram analisados 39 vídeos, dentre os quais 18 vídeos premiados na categoria Ensino Fundamental II, e os demais na categoria Ensino Médio, sendo um vídeo da EJA em cada um dos segmentos” (Cermak & Valle, 2022, p. 6). A análise dos vídeos, segundo a taxonomia de Silva, Neves e Borba (2018), permitiu identificar algumas de suas características mais frequentes: “(a) recurso à história da matemática; (b) contextualização e interdisciplinaridade; (c) uso de recursos tecnológicos; (d) uso da Resolução de Problemas como metodologia; e (e) predominância de abordagem expositiva” (Cermak e Valle, 2022, p. 7).

Do mesmo modo, a procura por práticas emancipatórias de ensino de matemática revelou a incidência de diferentes currículos pensadospraticados pelos/as professores/as premiados nos festivais. Nessa busca, foram identificados e mapeados os seguintes vídeos:

> Ensino Fundamental: “126 O desperdício de água na modelagem matemática”; “87 Noções Iniciais de Acaso e Probabilidade”; “54 Mar de Lama, Modelagem na Educação Matemática”; “93 Pipa, uma brincadeira séria/As pipas de Graham Bell”, “Potenciação e Fake News” e “O enigma dos soldados”; Ensino Médio: “42 H1N1”, “110 Aplicações do Teodolito Horizontal”, “A Matemática e a Natureza das Abelhas”, “Linha Matemática Direta A Matemática da Fome” e “Crescimento fatorial e Crescimento Exponencial”. (Cermak & Valle, 2022, p. 9)

Cada um desses vídeos revela, sob a perspectiva do trabalho realizado, uma prática autoral de elaboração curricular dos/das professores/as participantes correspondendo às práticas emancipatórias que buscamos. Ao considerarmos tais currículos pensadospraticados, aprendemos sobre muitas das diferentes dimensões relativas à criação curricular cotidiana: processos de recontextualização, abordagens teórico-metodológicas, recursos e referenciais mobilizados, tendências da Educação Matemática que os inspiram, entre outros.

Outro projeto, prática de extensão e pesquisa, se insere no contexto dos currículos de matemática da Educação de Jovens e Adultos (EJA) e se justifica pela pouca existência de referenciais e parâmetros curriculares para essa modalidade de ensino. O fato de existirem poucos referenciais curriculares, sejam propositivos ou prescritivos, faz com que, cotidianamente, professores/as que ensinam matemática na EJA elaborem seus currículos a partir de priorizações que são constituídas individualmente ou em rede, considerando, por vezes, referenciais curriculares orientadores da prática da educação regular.

Não são raros os casos em que professores/as que ensinam matemática selecionam conteúdos, competências ou habilidades oriundos das prescrições destinadas à Educação Básica e que não foram elaboradas considerando a heterogeneidade e as especificidades das salas de EJA em nosso país. Nesse contexto, este projeto propõe constituir um panorama das diferentes práticas pedagógicas de ensino de matemática mobilizadas na EJA em diferentes territórios de nosso país.

Este projeto de pesquisa, indissociável do projeto de extensão, visa constituir um panorama das diferentes práticas pedagógicas de ensino de matemática mobilizadas na EJA em diferentes territórios de nosso país, identificando seus elementos comuns e específicos, eventuais convergências e divergências, além de recursos e referências mobilizadas. Pretende-se, igualmente, o mapeamento de informações relevantes acerca de como tais docentes lidam com os materiais didáticos e curriculares, tantas vezes destinados às crianças e aos adolescentes, devido à ausência de referenciais próprios. Assim, nos beneficiamos do compartilhamento das práticas na medida em que tais momentos "fornecem elementos potencializadores de compreensão ampliada das questões e soluções que envolvem os currículos pensadospraticados nos diferentes cotidianos escolares" (Oliveira, 2012, p. 3). Durante a primeira edição da formação, realizada durante o ano de 2021, os/as docentes cursistas compartilharam as seguintes experiências:

> - "A utilização da matemática na sensibilização sobre o uso sustentável da água" (docente de Manaus/AM);
> - "O uso do software Graphmatica nas aulas de Geometria Analítica" (docente de Sapiranga/RS);
> - "A matemática no MOVA São Carlos/SP e alfabetização de adultos" (docente de São Carlos/SP);
> - "Metodologia usada no ensino remoto via whatsapp para estudantes da EJA" (docente de Contagem/MG);
> - "PEJA - Manguinhos e a prática da avaliação da aprendizagem" (docente do Rio de Janeiro/RJ);
> - "Ensino de sistemas de numeração na EJA" (docente de Macapá/AP);
> - "Avaliar: um ato político" (docente do Rio de Janeiro/RJ);
> - "Ensino de múltiplos, divisores e números primos na EJA" (docente de São Paulo/SP).
>
> (Pompeu,Valle e Santos, 2022, p.7-8)

Os currículos de matemática pensadospraticados por tais docentes durante a formação revelam diferentes aspectos e dimensões da educação matemática de pessoas jovens, adultas e idosas, em múltiplos e também diferentes contextos e territórios brasileiros. Constituíram-se, no decorrer do curso e de nossa interação os/as professores/as cursistas, como objeto e conteúdo de nosso diálogo, agregando referenciais teórico-metodológicos e alternativas teórico-práticas às experiências compartilhadas. Evidencia-se, assim, que "a partilha de experiências pode trazer para as professoras, a partir da sistematização do que é produzido, evidências sobre conhecimentos que estavam presentes em seu cotidiano, mas que não eram explicitados" (Reis; Campos, 2015, p. 9).

Considerações finais

Neste texto, apresentamos duas maneiras como temos mobilizado a orientação teórico-metodológica desenvolvida a partir da Sociologia das Ausências e das Emergências (Santos, 2002) no sentido de desinvisibilizar (Oliveira, 2012), tornar públicos, currículos de matemática pensadospraticados por docentes da Educação Básica, reconhecendo e fortalecendo a autoria docente, como propõem Reis e Campos (2015). Reconhecer os/as docentes criam cotidianamente currículos pensadospraticados de matemática que são desperdiçados por parte da reflexão curricular e, sobretudo, por políticas de prescrição curricular, nos coloca em uma posição de enfrentamento e resistência que visa tornar essas criações públicas. Esse princípio subjaz a ambas as práticas de pesquisa e extensão apresentadas no texto.

Tornar públicos os currículos de matemática pensadospraticados por tais docentes nos permite inseri-los, com institucionalidade ampliada, na tessitura social e, em particular, nas disputas que caracterizam o campo curricular. Nesse sentido, o compartilhamento dessas "vivências e experiências matemáticas" contribui para que sejam reconhecidas como autênticos e legítimos referenciais curriculares, capazes de inspirar também outras práticas solidárias, críticas e criativas em diferentes espaços. Como vimos, desinvisibilizar esses currículos pensadospraticados contribui, inclusive, para a compreensão de diferentes dimensões, complexas e articuladas, do trabalho docente: mostram-nos possibilidades de trabalho pedagógico via projetos, modos de mobilizar distintas tendências da Educação Matemática em sala de aula, diferentes usos dos materiais e recursos didáticos, ênfase na utilização de recursos tecnológicos, entre tantas outras.

Além do que foi dito anteriormente, esses movimentos fundamentam ao menos duas considerações relevantes sobre a posição política-epistemológica que os subsidiam. Ambas as considerações centralizam a relação universidade-escola e o papel dos intelectuais e da própria universidade em processos como esses que descrevemos no decorrer do texto. A primeira delas, nos remete à natureza de trabalhos que, como este, reconhecem ausências e inexistências produzidas ativamente por certas racionalidades e se dedicam, a partir desse reconhecimento, a torná-las presentes, fazê-las emergir como presença, existência.

Reconhecer e acolher a natureza epistemológica e política da orientação teórico-metodológica adotada são condições relevantes para reconfigurar os papéis desempenhados pela universidade na relação universidade-escola. Afinal, identificar o que tem sido produzido como inexistência e, diante de cada ausência, fazê-la emergir como presença/existência corresponde a um movimento epistemológico e político de resistência e de recusa à "contração do presente" que está em curso (Santos, 2002). Essa recusa, que se funda no não-desperdício das experiências reais, depende, em grande medida, de que nós, nas universidades, também recusemos diferentes papéis cuja implicação pode ser também o apagamento das autorias e existências que tentamos desinvisibilizar, tornar presentes.

Bibliografia e referencias

Alves, N.; Macedo, E.; Manhães, L. C.; Oliveira, I. B. (2002). *Criar currículo no cotidiano*. São Paulo: Cortez.

Cermak, A. I.; Valle, J. C. A. (2022). Práticas emancipatórias de ensino de matemática em festivais de vídeos digitais: abordagens, contextos e significados. IN: XIV Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), *Anais do XIV ENEM*, p. 1-10.

Oliveira, I. B. (2012). Contribuições de Boaventura de Sousa Santos para a reflexão curricular. *Revista e-curriculum*, 8 (2), 1-22.

Palanch, W. B. (2016). *Mapeamento de pesquisas sobre currículos de Matemática na Educação Básica brasileira (1987 a 2012)*. 2016. 283 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Pompeu, C. C.; Valle, J. C. A.; Santos, P. R. (2022). Vivências e experiências matemáticas na Educação de Jovens, Adultos e Idosos: formação de professores/as e autoria docente. IN: XIV Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), Anais do XIV ENEM, 1-10.

Reis, G. R. F. S.; Campos, M. S. N. (2015). Conversas de professoras, currículos pensadospraticados e justiça cognitiva: por uma políticaprática de formação docente emancipatória. 37º Reunião Nacional da ANPED, *Anais*, 1-18.

Santos, B. S. (2002). *A crítica da razão indolente*. São Paulo.

Silva, W. H. M.; Neves, L. X.; Borba, M. C. (2018). Elaboração de uma taxonomia para vídeos produzidos por estudantes de ensino básico. In: Congresso Internacional De Educação E Tecnologias (CIET), *Anais do CIET*, 1-7.

Valle, J. C. A. (2020) O que a política curricular de Freire nos ensina a pensar sobre o currículo de matemática? In: Encontro Paulista de Educação Matemática, 14, *Anais XIV EPEM, São Paulo, 1-12.*

XVI CIAEM
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education
UNIVERSIDAD DE LIMA
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023
xvi.ciaem-iacme.org

Significados de la probabilidad en el currículum de matemáticas del Nivel Secundaria en México

Judith Alejandra **Hernández** Sánchez
Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Zacatecas
México
judith700@hotmail.com
Beatriz Adriana **Rodríguez** González
Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Zacatecas
México
brodriguez@upz.edu.mx
Eduardo Carlos **Briceño** Solis
Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Zacatecas
México
ecbs74@gmail.com

Resumen

La multiplicidad de significados de los conceptos matemáticos dota de una complejidad su enseñanza. Varios de estos significados son sugeridos por los planes y programas de estudio sirviendo de referente al profesor; siendo éste el encargado de elegir, organizar y articular los significados que permitirán la comprensión del contenido que se pone en juego. En la presente ponencia se presenta un avance de investigación sobre los significados de la probabilidad identificados en el documento Aprendizajes Clave para la educación integral: Matemáticas Educación Secundaria. Para ello se utiliza la noción de significado propuesto por Rico y como método el análisis de contenido. Los resultados, hasta el momento, dan evidencia de que los significados de la probabilidad potenciados en el currículum de matemáticas mexicano para el Nivel Secundaria son el de probabilidad clásica, frecuencial e intuitiva. Esta última propuesta como un significado que articula el concepto de probabilidad con el de estadística.

Palabras clave: Análisis de Contenido; Currículum Oficial; Educación preuniversitaria; Estocásticos; Contenido Matemático Escolar.

Introducción

El estudio de los significados de un contenido matemático escolar (cme) ha tomado relevancia en los últimos años con estudios como los expuestos en Dolores, Rivera y Moore-Russo (2020), Fernández-Plaza, et al. (2016), Hernández Zamora y Lupiañez (2020) y Silva (2016), por mencionar algunos. Su importancia radica en que una elección y organización adecuada de los significados promueve una mejor comprensión del tema matemático que se pone en juego. Para el caso de la probabilidad, se han realizado investigaciones sobre sus significados en libros de texto (Gómez-Torres, Contreras y Batanero, 2015); episodios de clase (Vásquez, Alsina, Pincheira, Gea, y Chandia, 2020); conocimiento de profesores (Moreno, Cardeñoso y González-García, 2015; Vásquez y Alsina, 2019) y planes y programas de estudio (Gómez y Contreras, 2013; Vásquez y Cabrera, 2022). Sin embargo, estos últimos, se han centrado en el nivel primaria y secundaria de países en su mayoría europeos. Por lo que pesquisas de planes y programas de estudios en países latinoamericanos para el tema de la probabilidad son escasos.

Aunado a lo anterior, se ha identificado que la enseñanza de la probabilidad trae consigo dificultades. Una de ellas es que “ha recibido diversos significados que coexisten en la actualidad; y aunque éstos son complementarios, sus diferencias epistemológicas han sido fuente de debate y de conflictos cognitivos” (Gómez y Contreras, 2013, p. 571). Por tal motivo, en esta ponencia se presenta una investigación en curso que tiene como objetivo general identificar los significados de la probabilidad que se potencian en la propuesta curricular implementada en el 2017 en las escuelas del nivel preuniversitario (primaria, secundaria y medio superior) en México. En este primer avance se presentan algunos de los significados identificados en el currículum de matemáticas del Nivel Secundaria (que atiende estudiantes de 12 a 14 años) utilizando como referente los Aprendizajes Clave para la educación integral: Matemáticas Educación Secundaria (SEP, 2017). Para ello se retoma la noción de significado propuesta por Rico (2012) y como método el Análisis de Contenido de Rico y Fernández-Cano (2013).

Enfoque Teórico

El significado de un concepto matemático, según Rico (2012), está conformado por la terna: estructura conceptual, registros de representación y los contextos que dotan de sentido al contenido en cuestión. La estructura está conformada por dos campos: uno conceptual integrado por tres niveles (hechos, conceptos, estructuras) y las relaciones entre estos; otro procedimental que actúa sobre el primero estableciendo destrezas, razonamientos y estrategias (ver Figura 1). La estructura conceptual presenta aquellos objetos matemáticos que conforman al contenido, pero también aquellos que son fundamento para su desarrollo y las relaciones entre ellos.

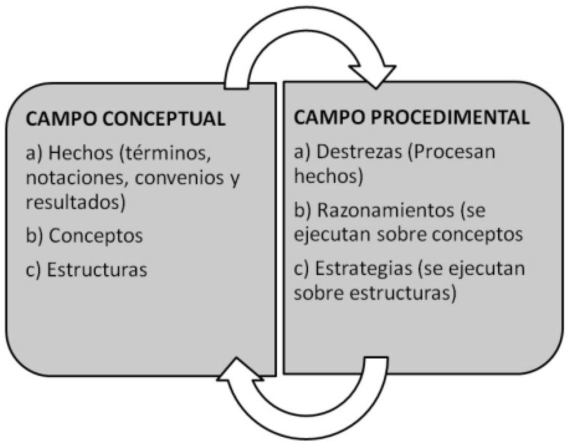


Figura 1. Clasificación cognitiva de la estructura conceptual del contenido matemático escolar (realizada con información de Cañadas y Gómez, 2014).

Los registros de representación son los signos que son elegidos para comunicar el contenido y las relaciones entre los mismos; pueden ser simbólico, algebraico, numérico, gráfico, tabular, geométrico o figural. Mientras que los contextos son clasificados en matemáticos o extramatemáticos y están determinados por situaciones, fenómenos o problemas que dotan de sentido al contenido. Estos tres elementos determinan el triángulo semántico de los significados de un concepto matemático escolar (Ver Figura 2).

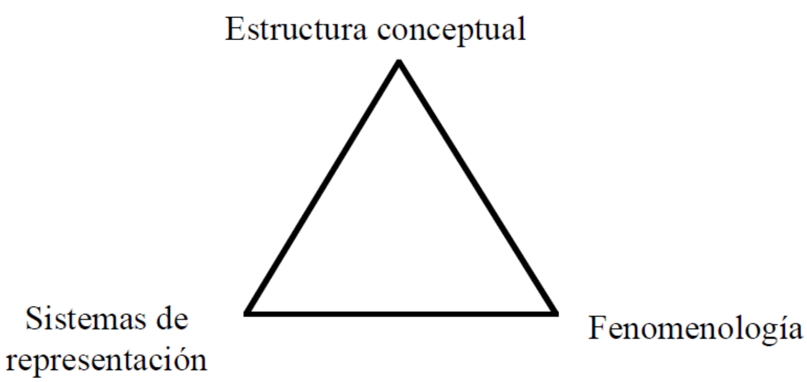


Figura 2. Triángulo semántico de un contenido matemático escolar (Rico, 2012, p. 52).

Método

La terna establecida por Rico (2012) se conforma en las categorías del significado y cada uno de los elementos que la integran permite establecer indicadores para el análisis de contenido bajo las fases establecidas en Rico y Fernández-Cano (2013) según el diagrama de la Figura 3.

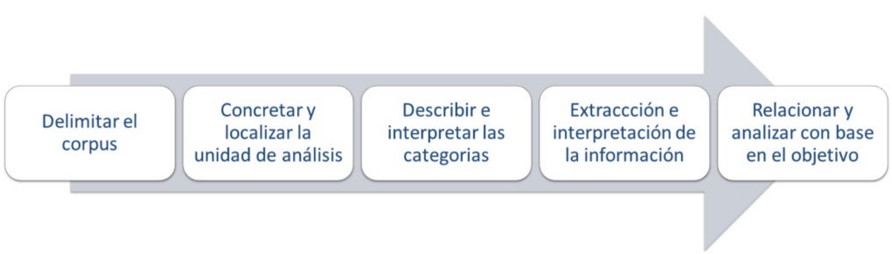


Figura 3. Etapas del Análisis de Contenido (realizada con información de Rico y Fernández-Cano, 2013).

En este momento nos encontramos en la fase 4 y se describen a continuación:

1. *Delimitación del corpus:* El documento académico que se analiza es el de Aprendizajes Clave para la educación integral: Matemáticas Educación Secundaria (SEP, 2017). Este documento presenta, las intencionalidades formativas para el campo de las matemáticas del currículum de matemáticas. En este avance nos centramos en aquellos que corresponden al Nivel Secundaria, aunque se rescatan algunos datos de los otros niveles educativos (preescolar y primaria) que conforman el nivel básico. En México el nivel educativo de secundaria corresponde a estudiantes con edades entre12 y 14 años.
2. *Concretar y localizar la unidad de análisis:* Se utilizó como palabra clave *probabilidad*. El documento está conformado por 272 páginas, encontrando 51 coincidencias; específicamente a partir de la página 157 donde se describe el campo de formación académica respectivo al pensamiento matemático.
3. *Describir e interpretar las categorías:* Se utilizan como categorías del significado de la probabilidad las tres dimensiones de la terna semántica de la Figura 2 y las descripciones expuestas en el enfoque teórico. Estas tres categorías (estructura, representaciones y fenomenología) y sus descripciones permitieron construir una ficha de registro y la identificación de sus componentes para la extracción de la información en el corpus (Ver Tabla 1).
4. *Extracción e interpretación de la información:* para la extracción se evita en lo posible realizar transcripciones, con la finalidad de disminuir la probabilidad de error; en su lugar, se rescatan las imágenes con los fragmentos donde se ubica la palabra *probabilidad*. Cada Fragmento (en imagen) es analizado para identificar las tres categorías del significado a través de sus componentes (Ver Tabla 1)

Tabla1
Instrumento de recolección con información de fragmento de SEP (2017).

Fragmento (Código): En la educación básica, este campo formativo abarca la resolución de problemas que requieren el uso de conocimientos de aritmética, álgebra, geometría, estadística y probabilidad. Asimismo, mediante el trabajo individual y			Código: Sec_159
Estructura Conceptual		**Registros de Representación**	**Fenomenología**
Campo Conceptual Conocimiento de probabilidad	*Campo Procedimental*	NA	Resolución de problemas

Resultados

En el avance de esta ponencia se presentan la extracción de algunos datos y su interpretación. Se da énfasis a la presentación de algunos fragmentos donde se da evidencia de las componentes y categorías del significado que se han identificado en el documento de Aprendizajes Clave (SEP, 2017) para la noción de probabilidad. Si bien este documento se centra en el Nivel Secundaria, también sincluye algunos datos sobre el Nivel Preescolar (niños de 3 a 5 años) y Primaria (niños de 6 a 11 años), dado que estos tres niveles corresponden al nivel de educación básica en México.

Algunos de los fragmentos del documento analizado permiten identificar las categorías que conforman el significado de un contenido matemático escolar para el caso del concepto de probabilidad. En el perfil de egreso aparece que "En la educación básica, este campo formativo abarca la resolución de problemas que requieren el uso de conocimientos de aritmética, álgebra, geometría, estadística y probabilidad" (SEP, 2017, p. 159). Aquí se identifica que asociado a la noción de probabilidad se encuentra la resolución de problemas, componente que lo dota de sentido. Así, la resolución de problemas es parte de la fenomenología que acompaña al significado de probabilidad.

De manera complementaria, el propósito 9 establece que el estudiante debe ser capaz de "Calcular la probabilidad clásica y frecuencial de eventos simples y mutuamente excluyentes en experimentos aleatorios" (SEP, 2017, p. 163); siendo esto una intencionalidad formativa que debe cumplirse al terminar la educación secundaria. En este fragmento se establecen dos referentes de la estructura conceptual de la probabilidad, aquellas relativas a los conceptos de ***probabilidad clásica y frecuencial***; éstos se asocian con los conceptos de evento simple y experimento aleatorio y la propiedad de eventos mutuamente excluyentes. El campo procedimental a través del verbo ***Calcular***, permite articular las componentes antes mencionadas.

Otros significados de la probabilidad dan un peso más importante al campo procedimental. En particular, como ***un método*** para tratar la incertidumbre (ver Figura 4) y necesario para el estudio de la estadística. De esta manera, se presenta a la incertidumbre como un elemento articulador entre la probabilidad y la estadística. Sin embargo, esta forma de presentar la probabilidad parece establecerla sólo como un concepto que conforma parte del campo procedimental del concepto de la estadística. Lo anterior, podría promover un significado limitado de la probabilidad, dado que está supeditado a ser sólo un antecedente procedimental de la estadística.

4. El estudio de la probabilidad como método para tratar con la incertidumbre.

Es importante que los estudiantes entiendan que el uso de la estadística implica incertidumbre y que es conveniente contar con una forma de medir esa incertidumbre, por ejemplo, el estudio de la probabilidad que ofrece métodos para ello.

Figura 4. Idea fundamental y su descripción para la progresión de aprendizajes para el eje de Análisis de la Información (SEP, 2017, p. 168).

Otro de los resultados interesantes es que el estudio de la probabilidad en el currículum de matemáticas mexicano actual se da a partir del 5 año de primaria, estando ausente en el preescolar y más de la mitad de la formación de primaria. Además, la forma de plantearla es como ya se dijo como un conjunto de métodos, procedimientos y algoritmos que permite medir la incertidumbre en fenómenos aleatorios, utilizando como representación principal la tabular

(Figura 5). Siendo este estudio de la incertidumbre una forma de articular con la noción de la estadística. Este significado entonces determina a la probabilidad como un método de la estadística; es decir la probabilidad forma parte del campo procedimental de la estadística y toma sentido a través de la medición de la incertidumbre. Por lo tanto la incertidumbre es una noción que pertenece al campo conceptual tanto de la probabilidad y la estadística, los fenómenos asociados son aquellos relativos a experimentos aleatorios y la representación más común es la tabular.

PRIMARIA		SECUNDARIA		
TERCER CICLO				
5º	6º	1º	2º	3º
Aprendizajes esperados				
• Determina y registra en tablas de frecuencias los resultados de experimentos aleatorios.		• Realiza experimentos aleatorios y registra los resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial.	• Determina la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.	• Calcula la probabilidad de ocurrencia de dos eventos mutuamente excluyentes.

Figura 5. Aprendizajes esperados para el tema de probabilidad de quinto y sexto de primaria y para el nivel secundaria (SEP, 2017, p. 168).

Conclusión

Nos encontramos actualmente en la extracción e interpretación de la información recabada, por lo que los resultados presentados son un avance inicial. Hasta el momento se han identificado 3 significados de referencia para el concepto de probabilidad (clásica, frecuencial e intuitiva) para la educación del nivel secundaria. También se ha identificado que la probabilidad se considera parte del campo procedimental de la estadística, teniendo a la incertidumbre como el término articulador del campo conceptual de ambos temas (estadística y probabilidad). Por lo tanto, parece que el significado que se potencia en los primeros años de estudio de la probabilidad (primaria y secundaria) es como un conjunto de cálculos y procedimientos que sirven para el posterior estudio de la estadística. Es decir, la probabilidad es vista no sólo como un concepto asociado a una estructura conceptual (evento simple, experimento aleatorio y eventos mutuamente excluyentes) sino como parte del campo procedimental de la estadística (como un método para tratar la incertidumbre).

Sin embargo, consideramos que la revisión exhaustiva de los Aprendizajes Clave para el caso de la enseñanza de las matemáticas del nivel secundaria y primaria, nos permitirá identificar con mayor precisión y profundidad la estructura conceptual, los signos y los contextos asociados a estos significados; además de establecer la organización en los mismos. Lo anterior, para identificar si existe una articulación entre ellos o en su defecto si la forma en la que se presentan permite potenciar la comprensión del concepto de probabilidad como una noción que por sí sola coexiste como un tema importante de las matemáticas o si su articulación con otros temas como la estadística la limita o es obligatoria.

Es importante mencionar que en México está ausente la enseñanza de la probabilidad en la educación preescolar, su estudio inicia hasta la primaria a la edad de los 10 y 11 años. Este resultado coincide con lo reportado en Vásquez y Cabrera (2022) donde aseguran que países como Australia, Chile, España, Nueva Zelanda y Singapur, no incluyen la enseñanza de la probabilidad en el nivel infantil (preescolar). Esta situación se considera no adecuada, según lo expresado por Alsina (2012) sobre la necesidad de incluir las ideas fundamentales de la probabilidad y estadística a temprana edad. Por tal motivo, se considera de suma importancia Investigaciones que permitan identificar la presencia de la probabilidad en los currículos que forman a estudiantes en el nivel preuniversitario y la forma en la que se proponen, a través de los significados que se potencian en los planes y programas de estudio en Latinoamérica.

Referencias y bibliografía

Alsina, Á. (2012). La estadística y la probabilidad en Educación Infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Revista de Didácticas Especificas, 7*, 4-22.

Cañadas, M. y Gómez, P. (2014). *Apuntes sobre análisis de contenido. Módulo 2 de MAD 3* (manuscrito no publicado). Universidad de los Andes.

Dolores, C., Rivera, M. y Moore-Russo, D. (2020). Conceptualizations of slope in Mexican intended curriculum. *School Science and Mathematics, 1*(120), 104–115.

Fernández-Plaza, J., Castro-Rodríguez, E., Estrella, M., Martín-Fernández, E., Rico, L.; Ruiz-Hidalgo, J. F. y Vílchez- Marín, M. (2016). Significado y concepciones de conceptos matemáticos escolares. *Investigación en Educación Matemática XX, 1*(1), 259-268.

Gómez, E. y Contreras, J. M. (2013). Significados de la probabilidad en el currículo español para la educación primaria. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 571-578). España: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Gómez-Torres, Emilse; Contreras, José Miguel; Batanero, Carmen (2015). Significados de la probabilidad en libros de texto para educación primaria en Andalucía. En Fernández, Ceneida; Molina, Marta; Planas, Núria (Eds.), *Investigación en Educación Matemática* XIX (pp. 73-87). España: Universidad de Alicante.

Hernández, J., Zamora, R. y Lupiañez, J. (2020). Estudio Comparativo de los significados y expectativas de aprendizaje del límite en tres libros y el currículo oficial. *PNA, 14* (4), 241-269.

Moreno, A., Cardeñoso, J., y González-García, F. (2015). Los significados de la probabilidad en los profesores de matemática en formación: un análisis desde la teoría de los modelos mentales. En Flores, Rebeca (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1321-1328). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Rico, L. (2012). Aproximación a la investigación en Didáctica de la Matemática. *Avances de investigación en Educación Matemática, 1*(1), 39-63.

Rico, L. y Fernández-Cano, A. (2013). Análisis didáctico y metodología de investigación. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis Didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 1-22). Comares, S.L.

SEP (2017). *Aprendizaje Clave para la educación integral: Matemáticas Educación Secundaria*. Secretaria de Educación Pública. https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/biblioteca/secundaria/mate/1-LPM-sec-Matematicas.pdf

Silva, L. (2016). Los significados de la derivada en un proceso de estudio en la asignatura matemática del DAC-UCLA. Estudio de caso. *Revista científica del decanato experimental de ciencias económicas y empresariales, 10*(1), 85-110.

Vásquez, C., Alsina, A. (2019). Conocimiento especializado del profesorado de educación básica para la enseñanza de la probabilidad. *Revista de currículum y formación del profesorado, 23* (1), 393-419.

Vásquez, C., Alsina, A., Pincheira, N., Gea, M.. Chandia, E. (2020). Construcción y validación de un instrumento de observación de clases de probabilidad. *Enseñanza de las ciencias, 38* (2), pp. 25-43.

Vásquez. C. y Cabrera, G. (2022). La estadística y la probabilidad en los currículos de matemáticas de educación infantil y primaria de seis países representativos en el campo. *Educación Matemática, 34* (2), 245-274

Uma avaliação formativa baseada no Monty Hall Problem

Paula Monteiro **Baptista**
GPAM, PEMAT, Universidade Federal do Rio de Janeiro
Brasil
paulamonteirob@yahoo.com.br
Rafael Filipe Novôa **Vaz**
IFRJ & GPAM/UFRJ
Brasil
rafael.vaz@ifrj.edu.br

Resumo

Práticas avaliativas no ensino de Matemática que rompam ações já cristalizadas representam uma busca constante para professores e educadores. Esta comunicação traz o estudo do Grupo de Pesquisa em Avaliação e Argumentação em Matemática (UFRJ) sobre a oficina – uma proposta pedagógica praticada por professores de uma escola na cidade de Niterói/RJ que proporciona a avaliação formativa, fundamentada na insubordinação criativa. Os autores apresentam neste documento a utilização da oficina como instrumento de avaliação, tendo como base o famoso tema The Monty Hall Problem.

Palavras-chave: Educação Matemática; Ensino primário (Ensino Fundamental); Ensino Presencial; Avaliação formativa; Moodle; Probabilidade; Niterói; Brasil.

Introdução

O problema de *Monty Hall*, bem conhecido na Matemática, surgiu em um quadro do programa de televisão *Let's make a deal?*[1], apresentado pelo canadense Monty Hall. Neste quadro do programa, três portas eram apresentadas ao jogador pelo apresentador Monty Hall. Atrás de uma porta encontrava-se o prêmio e das outras duas, dois bodes. Primeiro, o jogador escolhia uma porta. Em seguida, Monty Hall abria uma porta das duas que não foram escolhidas e mostrava que ali havia um bode. Depois, o apresentador perguntava ao jogador se ele tinha interesse em permanecer com a mesma porta já escolhida ou se desejava mudar para a outra

[1]Foi um concurso televisivo dos EUA exibido na década de 1970.

porta que ainda permanecia fechada. A partir da decisão do jogador, o jogo encaminhava-se para o término, revelando se o jogador conseguiu ou não ganhar o prêmio.

Embora não seja intuitivo, ao trocar de porta, a probabilidade de o jogador ganhar o prêmio aumenta, passando de 1/3 para 2/3. Esta questão de probabilidade condicional não é de fácil compreensão para os alunos da educação básica.

Nesta comunicação, os autores apresentam uma tarefa avaliativa aplicada no sétimo ano do Ensino Fundamental, em uma escola da rede privada na cidade de Niterói (RJ, Brasil), onde a primeira autora deste trabalho é professora. Essa tarefa é chamada de oficina e praticada por todas as disciplinas dessa escola, desde a educação infantil até o ensino médio.

Para a produção da oficina, o professor dessa escola busca relacionar o conteúdo trabalhado na sua disciplina com pintura, música, história, empreendedorismo, tecnologia etc. No ano de 2022, além das associações citadas acima, a escola está orientando que as oficinas também estejam engajadas aos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) apresentados pela ONU.

A oficina é um instrumento utilizado para avaliação somativa e, também, para uma avaliação contínua realizada durante todo o período de desenvolvimento da oficina, conhecida como avaliação formativa.

Na próxima seção refletiremos sobre a insubordinação criativa, a avaliação somativa e a avaliação formativa. Na terceira seção, apresentaremos os aspectos metodológicos da pesquisa. Já na quarta seção, detalharemos e analisaremos as respostas dadas pelos alunos. A última seção encerra o texto, apresentando as considerações finais dos autores.

Fundamentação Teórica

A escola que rompe com práticas avaliativas já cristalizadas, age de forma a buscar mais igualdade, colaboração e bem-estar dos seus alunos na sala de aula. Ao incentivar e orientar que cada aluno faça uma produção relacionando Matemática com pintura, música, história, empreendedorismo, tecnologia etc., fugindo do modelo padrão de avaliação, estabelecido por normas burocráticas, a escola age contra procedimentos estabelecidos e essas atitudes são ações de insubordinação criativa. Essa colocação é consoante com as ideias de D'Ambrosio & Lopes, ao afirmar que

> quando nos defrontamos com a complexidade da sala de aula e do fazer do pesquisador, emergem dilemas e conflitos. Muitas vezes, diante deles, desenvolvemos nossas próprias estratégias e tomamos decisões que dão origem a práticas pedagógicas e investigativas, as quais podem possibilitar a toda e qualquer pessoa uma apropriação mais significativa e compreensível sobre as Matemáticas utilizadas nas diferentes instâncias da vida humana. Essa ação seria, então, caracterizada como um ato de insubordinação criativa, pois os educadores matemáticos assumiriam a imprevisibilidade presente no processo de construção de conhecimento e se dedicariam a *ouvir* o seu aluno, o seu sujeito, os seus colegas, ao invés de *dar ouvido* às diretrizes pré-estabelecidas pelas instituições. (D'Ambrosio & Lopes, 2015, p. 13)

O modelo burocrático rompido pela insubordinação criativa é aquele que utiliza a avaliação com o objetivo único de estabelecer uma nota, ou seja, possui predominantemente a função somativa. O que se aborda neste texto é possibilitar uma avaliação promotora da justiça social, buscando uma avaliação que tenha também uma função formativa.

De acordo com Barlow (2006, p. 110), a avaliação somativa certifica êxito ou fracasso após o término de um período de ensino, onde uma nota cifrada é atribuída ao desempenho do aluno. Essa nota tem como objetivo informar ao aluno e sua família sobre o seu desempenho. Já na avaliação formativa, o diálogo que se estabelece entre o professor e seus alunos é tratado pelo avaliador como uma forma de "ajudar seus interlocutores a resolver melhor sua tarefa, fazendo um diagnóstico das dificuldades ou das estratégias em questão" (Barlow, 2006, p. 111). Para o autor, o objetivo dessas ações de avaliação é promover ajuda e encorajamento, e se estabelecem em um clima caloroso.

Na *live*[2] de abertura do evento *Respira Avaliação*[3], Fernandes (2020) deixa claro que estas duas funções da avaliação não são antagônicas. A avaliação somativa não deve ser substituída pela avaliação formativa, pois em algum momento há a necessidade de se fazer um balanço a respeito do que os alunos sabem fazer. Além disso, pode servir para a recolha de informações utilizadas com fins formativos. Na avaliação formativa, os estudantes participam ativamente do processo, quer seja pelo aproveitamento dos feedbacks recebidos, pela valorização dos erros, por propostas de autoavaliação, pela avaliação entre pares e por outras propostas que auxiliem a aprendizagem.

Na oficina descrita neste trabalho, as duas funções da avaliação estiveram presentes, uma vez que ao término da aplicação a professora teve que atribuir uma nota cifrada para cada aluno, tendo como critério o comportamento atitudinal de cada aluno frente às etapas da oficina, que serão detalhas na quarta seção.

Metodologia

Nesta seção, detalharemos como a oficina foi aplicada pela primeira autora deste documento, em duas turmas de sétimo ano em 2022, quando os alunos estavam com aproximadamente 12 anos de idade. Foram disponibilizadas duas aulas, cada aula com 50 minutos, para as seis etapas iniciais que foram executadas com a professora e alunos em sala de aula. Já as duas etapas finais, os alunos executaram como tarefa de casa, de forma assíncrona, respondendo a dois formulários. Todas as etapas foram disponibilizadas no Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) da escola que utiliza a plataforma *Moodle*[4]. No AVA, as etapas estavam detalhadas e com os links relacionados disponíveis. Cada aluno usou um *Chromebook*[5] que foi a ele disponibilizado para responder os formulários.

[2]*Live* transmissão contínua de áudio e vídeo feita em tempo real à gravação.

[3]*Respira Avaliação* foi um evento promovido pelo Grupo de Pesquisa em Avaliação em Matemática (GPAM – UFRJ) em parceria com o canal Respira Educação no ano de 2020, realizado durante a pandemia Covid-19, que tinha como tema central a reflexão sobre os diversos processos de avaliação.

[4]Moodle é um software livre, de apoio à aprendizagem, executado num ambiente virtual.

[5]Os Chromebooks são um novo tipo de computador projetado para ajudar você a realizar tarefas de modo mais rápido e fácil. Eles executam o Chrome OS, um sistema operacional que tem armazenamento em nuvem, traz integrado o melhor do Google.

Abaixo, segue uma tabela que apresenta a atividade de cada etapa da oficina. Já na seção a seguir, os resultados de cada etapa da oficina serão apresentados e analisados.

Tabela 1
Atividade de cada etapa da oficina.

ETAPA	ATIVIDADE
1ª	Apresentação do início do *vídeo*[6], relatando sobre o problema de Monty Hall no programa de televisão.
2ª	Cada aluno respondeu em um formulário se ele quer mudar de porta.
3ª	Término da apresentação do vídeo para demonstrar que a troca de porta é a melhor opção para o participante do programa.
4ª	Cada aluno respondeu em um formulário se agora ele quer mudar de porta.
5ª	A professora apresentou os procedimentos para que um jogo, simulando o programa de televisão, fosse realizado em sala de aula.
6ª	Aplicação do jogo.
7ª	Cada aluno respondeu em um formulário se após jogar as 20 partidas em sala de aula, ele achava que sempre trocar a porta é a melhor tática para o jogador ganhar o prêmio.
8ª	Etapa que encerrou a oficina, trazendo o *Diário de Bordo*[7], com diversas questões relacionadas à percepção do aluno em cada etapa da oficina.

Fonte: elaborado pelos autores.

Descrição e análise dos dados

A aplicação da oficina do problema de Monty Hall despertou a curiosidade dos alunos. Na turma A, 30 alunos participaram da oficina, já na turma B, 28 alunos.

Na primeira etapa, eles assistiram a parte inicial do vídeo que apresenta apenas o problema, sem explicação sobre qual é a melhor opção para o jogador: trocar ou não a porta. Já na terceira etapa, para a compreensão da probabilidade condicional que ocorre quando o apresentador abre uma porta que está com o bode, discorre-se um exemplo com 100 portas no vídeo, o que facilita o entendimento da maior parte dos alunos, como é possível verificar com o resultado da quarta etapa.

[6]Vídeo produzido por Numberphile que é suportado por Mathematical Sciences Research Institute (MSRI) e disponível em https://www.youtube.com/watch?v=4Lb-6rxZxx0

[7]O diário de bordo é um instrumento de reflexão, que permite refletir sobre o ponto de vista de quem o responde e sobre os processos mais significativos da dinâmica em que está imerso.

Tabela 2
Resultados das 2ª e 4ª etapas.

	TROCARIAM DE PORTA	
ETAPA	TURMA A	TURMA B
2ª	36,7%	32,1%
4ª	76,7%	82,1%

Fonte: elaborado pelos autores.

No diário de bordo, formulário que compôs a oitava etapa, perguntava-se ao aluno se o exemplo com as 100 portas foi importante para a compreensão do caso Monty Hall Problem. Os alunos apresentaram respostas como: “Sim, pois 1/3 e 2/3 são muito mais próximos do que 1/100 e 99/100, o que fez com que eu pudesse entender melhor”. Mas, também foram apresentadas respostas como: “Não, eu permaneci com o mesmo pensamento que era 50 por cento de chance pra uma e pra outra”

Respostas, como a última apresentada no parágrafo anterior, justificam a importância de os alunos vivenciarem o jogo, para trazer uma elucidação do problema e compreenderem a melhor tática sobre a troca de porta. Vale destacar que os autores deste documento defendem o erro como “potência de criação” e o não-entendimento como “possibilidade de lançar outros entendimentos”, como apresentado pelos autores Giraldo & Roque (2021, p. 18), a partir da perspectiva da Matemática problematizada.

Na sexta etapa, os alunos tiveram a oportunidade de jogar, simulando o programa The Monty Hall. A turma foi dividida em duplas, um aluno era apresentador e o outro o jogador. Para cada partida, os jogadores mudavam de dupla, assim, a mesma dupla não jogava mais de uma partida. Nas 10 primeiras partidas, os jogadores eram do tipo que nunca trocavam a porta. No quadro da sala de aula, foi projetada uma tela com a imagem a seguir (Figura 2), explicando cada passo do apresentador (A) e do jogador (J) em uma partida.

Cada aluno recebeu uma ficha em papel para registrar a sua função (apresentador ou jogador que nunca troca a porta) e o resumo de cada partida. Ao término do jogo, cada aluno preencheu o fechamento, informando em quantas partidas o jogador ganhou o prêmio, em quantas partidas teve troca de porta e se essa troca de porta beneficiou o jogador quantas vezes.

Após a realização do jogo, os dois tempos de 50 minutos finalizaram e cada aluno terminou a oficina como tarefa de casa, de forma assíncrona. A etapa seguinte, sétima, apresentava mais um formulário, que perguntava se após as 20 partidas do jogo em sala de aula, o aluno acreditava que a melhor tática é sempre trocar a porta.

Tabela 3
Resultado da 7ª etapa.

	TROCARIAM DE PORTA	
ETAPA	TURMA A	TURMA B
7ª	100%	76%

Fonte: elaborado pelos autores.

Nas respostas desse formulário, foi possível observar que todos os alunos da turma A acreditavam que a melhor tática era sempre trocar a porta. Já na turma B, o resultado se mostrou controverso em relação à quarta etapa, pois reduziu de 82,1% para 76% a quantidade de alunos que passou a trocar de porta.

No diário de bordo, perguntava-se ao aluno se após jogar 20 partidas em sala de aula, ele percebeu que fazia diferença a troca de porta. Para essas perguntas, os alunos apresentaram resposta como: "Depois das partidas, percebi que a diferença entre a troca das portas era gritante, pois nas primeiras 10 rodadas, fui o jogador que NUNCA trocava, e ganhei 6/10, um resultado excepcionalmente bom, devido a probabilidade de vencer sem trocar. Nas últimas 10 rodadas, fui o apresentador, e vi os jogadores que SEMPRE trocavam acertarem quase todas as portas quando passaram em minha mesa (9/10)". Mas, também apareceu a seguinte resposta que pode ter influenciado na diferença de resultado da quarta para sétima etapa dessa turma:
"Após assistir o vídeo, eu percebi que trocar de porta era melhor, porém, na sala de aula, ocorreu a mesma pontuação de pontos quando todos ficaram em uma porta, e quando todos trocaram de porta, mesmo eu não vendo diferença na sala, eu consegui compreender que isso foi apenas sorte, e que havia mais probabilidade de ter mais pontos os de portas que sempre trocam".

O diário de bordo trazia como último item um espaço para relatos extras. Os alunos apresentaram respostas como: "sobre a oficina, em geral, eu achei incrível a forma abordada de um assunto tão chato e ao mesmo tempo difícil, transformou em algo totalmente divertido".Com o relato acima e outros apresentados em sala de aula, é possível observar a empatia dos estudantes com uma avaliação que explora um jogo e aborda um tema famoso e complexo.Tipos de ações, como as citadas acima, têm como finalidade assumir a avaliação como um processo e não um momento; respeitar o aluno e os seus saberes produzidos no processo de avaliação; e promover uma justiça social, afastando da avaliação a ideia de verdade única e inquestionável.

Conclusão Final

A proposta da oficina como instrumento de avaliação pode ser vista como uma atividade de "Insubordinação Criativa" (D'Ambrósio & Lopes, 2015), pois rompe uma visão estagnada de avaliação em Matemática. O uso de um problema famoso como The Monty Hall na forma de jogo usando as mídias lápis-e-papel (Borba & Penteado, 2002) e o registro das respostas dos alunos em formulários mostra que é possível alinhar as práticas avaliativas aos métodos de ensino atuais, que lançam mão das mais diversas mídias – não faz mais sentido ter uma dicotomia entre as tecnologias adotadas para mediar o ensino e a aprendizagem e as tecnologias adotadas para a avaliação.

Referências e bibliografia

Barlow, M. (2006). Porque e por que se avalia (causas e finalidades da avaliação). *Avaliação escolar: mitos e realidades*. (pp. 105 - 119) Porto Alegre: Artmed.

Borba, M. C. & Penteado, M. G. (2002) Informática e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica.

D'Ambrosio, B. S. & Lopes, C. E. (2015). Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. *Bolema-Boletim de Educação Matemática*, v. 29, n. 51, pp. 01-17.

Fernandes, D. (2008). Para uma teoria da avaliação no domínio das aprendizagens. *Estudos em Avaliação Educacional*, v. 19, n. 41, pp. 347-372. http://www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/eae/arquivos/1454/1454.pdf

Fernandes, D. (30 out. 2020) Respira Avaliação - Palestra de abertura. No Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=8yHyQmvArjw&list=PLqAX1MdlLUDMKtRVrUSg6kN51pcsFvGo9&index=11

Giraldo, V. & Roque, T. (2021) Por uma Matemática Problematizada: as Ordens de (Re)Invenção. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 14, n. 35, pp. 1-21. DOI: 10.46312/pem.v14i35.13409

Nações Unidas Brasil. Os *Objetivos de Desenvolvimento Sustentável no Brasil*. Nações Unidas Brasil. Recuperado 11 set. 2022.https://brasil.un.org/pt-br/sdgs

Numberphile (22 mai 2014). Monty Hall Problem – Numberphile. No Youtube. *https://www.youtube.com/watch?v=4Lb-6rxZxx0*

Índice alfabético de autores