EDUCACIÓN MATEMÁTICA en las AMÉRICAS 2023

Formación Inicial de Profesores

Patrick Scott, Yuri Morales
y Angel Ruiz
Editores

CIAEM
desde - since 1961
ICMI

© 2023
Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM)

www.ciaem-iacme.org
ciaem.iacme@gmail.com

Educación Matemática en las Américas 2023
Formación Inicial de Profesores
[Volumen 3, Memorias XVI CIAEM, Lima, Perú]

Editado por Patrick Scott, Yuri Morales y Ángel Ruiz
Colaboradora: Sarah González

ISBN Volumen: 978-9945-603-xx-x
ISBN Obra Completa: 978-9945-415-xx-x

Todos los materiales incluidos en esta publicación pertenecen al *Comité Interamericano de Educación Matemática*.

Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0)

Estos materiales están bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.

En la reproducción de cualquier parte de este libro se deben consignar: los créditos a los autores y al *Comité Interamericano de Educación Matemática*.

Cada autor es responsable del contenido del documento que declara de su autoría o coautoría y libera al CIAEM y editores de este libro de toda responsabilidad por contenido que pueda lesionar el derecho de terceros. Cada autor ha declarado que su trabajo no ha sido publicado previamente y que todos los datos y referencias a materiales publicados fueron debidamente identificados con su respectivo crédito e incluidos en las referencias bibliográficas.

Para citar este libro y este volumen:

Comité Interamericano de Educación Matemática (2023). *Educación Matemática en las Américas 2023. Formación Inicial de Profesores*. Editores: Patrick Scott, Yuri Morales y Ángel Ruíz. República Dominicana.

Contenidos

Presentación i

A Competência de Observar com Sentido a prática docente 1
Charlani Ferreira Batista Rafael, Claudia Lisete Oliveira Groenwald

A extensão universitária e a formação para a docência: entendimentos de licenciandos e licenciados em Matemática 9
Amanda Azevedo Nunes da Silva, Marlene Pereira Nascimento Mendonça, Ivo Braga Siqueira, Aritane Carvalho Hashimoto, Luiza Carmo Marques, Maria Eduarda Domience Bomfim

A produção de jogos matemáticos na formação inicial de professores: experiências em uma Universidade pública Brasileira 15
Regina da Silva Pina Neves, Bruno do Nascimento Ferreira, Mábylla Mayla Amaral Aguiar, Luciana Harumi Yokoyama, Sarah Gusmão, Milena de Souza Mangueira

A propósito de la enseñanza y aprendizaje de la completitud de R 22
María Alexandra Fregueiro, Analía Bergé

Actitudes y creencias del docente de primaria respecto a la matemática y su enseñanza. Una caracterización desde Conocimiento Especializado de Profesor de Matemática MTSK 31
Marisel Rocío Beteta Salas

Actividades de aprendizaje que planifican y desarrollan formadores de docentes en un curso de Aritmética 38
Jaime Jesús Espíritu Cadena, Ángel Homero Flores Samaniego

Aprender a enseñar Matemática: conocimiento del tema y de la enseñanza en futuros profesores de primaria 47
Yazna Cisternas Rojas, Josefa Valentina Castillo Funes

Articulación entre Educación Matemática y Educación Ciudadana. Experiencias desde la Formación de Profesores en Chile 54
Guillermo Andrés Guevara Bermúdez

Autoeficacia de una profesora de Matemáticas en formación 61
María Nubia Soler-Alvarez, Nilson Valencia-Vallejo

Avaliação no Ensino de Geometria: um relato de experiência 70
Rodrigo dos Reis Silva, Julia Oliveira, Alberto Montalvão

Ciudadanía y enseñanza de las Matemáticas escolares: sus sentidos y sus proyecciones 73
Alicia Zamorano-Vargas, Noemí Pizarro, Gabriel Villalón-Gálvez

Contenido de la Formación Inicial Docente: una mirada desde los formadores de profesores de primaria que enseñarán Matemática 80
Macarena Reyes Bravo, Soledad Estrella

El caso de un futuro profesor de Matemática en su práctica profesional 89
Paula Verdugo-Hernández

El conocimiento contextual: componente subvalorado en la formación de profesores de Matemáticas 98
Ivonne Amparo Londoño Agudelo, Edgar Alberto Guacaneme Suárez

El Conocimiento matemático para la enseñanza en el currículo de Perú de la formación inicial docente de Matemática 107
Gina Patricia Paz Huamán, Candy Clara Ordoñez Montañez

Etnomatemática e os Cursos de Licenciaturas em Matemática: o que dizem as pesquisas do 5º Congresso Brasileiro de Etnomatemática 115
Gisele Américo Soares, Ana Priscila Sampaio REBOUÇAS, Milton Rosa

Expectativas de alunos participantes de programa de residência pedagógica referente às ações do núcleo interdisciplinar/matemática em tempos de pandemia 122
Ailton Paulo de Oliveira Júnior, Carla Alves de Souza, Maria do Carmo Pereira Servidoni

Experiencia de trabajo con resolución de problemas en el Profesorado de Educación Secundaria en Matemática 129
Noelia Saleme, Soraya Eugenia Pol, Ivana Del Valle Sánchez, Sandra Marcela Vera

Formação docente de Matemática a distância e mediação 138
Zenilda Botti Fernandes

Formação Inicial de Estudantes Indígenas e suas Pesquisas com o Ensino de Matemática em Tempos de Pandemia 145
Gerson Ribeiro Bacury, Elisangela Aparecida Pereira de Melo, Railton Moreira Txebuaré Karajá, Rosane Gonçalves Cruz, Rodrigo Brasil Castro

Formação inicial de professores: Estágio Supervisionado em Matemática na modalidade a distância no contexto pandêmico da Covid-19 154
Helenice Maria Costa Araújo, Arlindo Jose de Souza Junior

Formación estadística, análisis desde el uso del currículo 157
Damian Alejandro Clemente Olague

Formación matemática del pedagogo a la luz de la secuencia de Fedathi 167
Maria Jose Costa Dos Santos, Josaphat Soares Neto, Vladiana Costa Dos Santos, Roberto da Rocha Miranda, Francisco Antonio Nascimento, Antonio Jorge Lima Barbosa

Geometría y la creación de cuentos infantiles ilustrados 176
Daniela Jéssica Veroneze, Arnaldo Nogaro, Marina Fátima Onyszko, Simone Fátima Zanoello

Indicadores de la competencia docente de futuros profesores de Matemáticas al modificar tareas 184
Paloma Santonja Serrano, Mar Moreno Moreno, Salvador Llinares Ciscar

Interpretar características del razonamiento proporcional para decidir como continuar la enseñanza 191
Jonathan Espinoza González, Àngela Buforn Lloret, Salvador Llinares Ciscar

Jogos Africanos: uma experiência de implementação da Lei 10.639/03 no Programa de Residência Pedagógica 199
Janaina Aparecida de Oliveira, Arlindo José de Souza Júnior, Cristiane Coppe de Oliveira

Jornadas de Práctica de estudiantes de la Licenciatura en Educación Primaria 202
Edith Arévalo Vázquez, Gerardo de Jesús Mendoza Jiménez, Juan Víctor Alejandro Meléndez Gómez

La atención selectiva y el conocimiento de las características del aprendizaje de las Matemáticas de profesores en formación frente al caso 69,9̅=70 210
Ledher M. López, Diana Zakaryan

La Geometría Euclídea en tres dimensiones: un libro para la Formación de Profesores en Matemática 218
Ana María Mántica, Marcela Evangelina Götte

La indagación de la propia práctica en formadores de Matemática: propuesta de un modelo de aprendizaje profesional 220
Salomé Martínez Salazar, Helena Montenegro Maggio, Fernando Murillo Muñoz

La mirada profesional del profesor de Matemáticas en formación cuando planifica una lección 229
Leidy Cristina Cumbal, Natalie Belalcazar Velez, Diego Garzón Castro

Lesson Study e a formação inicial de professores de Matemática: Experiência em estágio colaborativo entre duas Instituições de Ensino Superior do Brasil 237
Leticia Ribeiro Gomes Herculano, Regina da Silva Pina Neves, Aluska Dias Ramos de Macedo Silva

Manifestaciones del conocimiento de los profesores ante situaciones de enseñanza de la geometría 244
Yetza Ximena Díaz Pinzón, Fredy Enrique Gonzalez

Minicurso virtual de números complejos: una experiencia en la formación inicial de profesores de Matemáticas en Chile 251
Valeria Randolph Veas, Sebastian Herrero

Narrativas en Identidad Profesional de estudiantes de licenciatura en Matemáticas. Un enfoque de género 254
Omaira Elizabeth González Giraldo, María Teresa Castellanos Sánchez, Arturo Alexander Castro Galvis

O Programa de Residência Pedagógica e a formação matemática dos Pedagogos: possibilidades de um novo espaço formativo 260
Deise Rôos, Rute Cristina Domingos da Palma

Particularidades de la reflexión de Futuros Profesores Matemáticas durante la Práctica Profesional 267
Angie Paola Olaya Gonzalez, María Teresa Castellanos Sanchez, Ana María Pirachican Morales

Potencialidades da análise de livros didáticos para a formação inicial de professores de Matemática: o ensino de Geometria Espacial 273
Anna Flávia Magnoni Vieira, Fernanda Caroline Cybulski, Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

Razonamiento proporcional: desafíos de su enseñanza en la formación inicial del profesorado 280
Pilar Alejandra Peña-Rincón, Nielka Rojas González, Constanza Ledermann López, Helena Montenegro Maggio

Recursos abiertos de Probabilidad para la formación de profesores 288
Daniela Pagés Rostán, Federico De Olivera Lamas, Luciana Olesker Pérez

Recursos para la enseñanza de la Matemática y las Ciencias utilizados por los profesores en la escuela secundaria en la modalidad on-line 297
Viviana Carolina Llanos, Maria Rita Otero, Maria Paz Gazzola, Paola Otero, Estefania Laplace

Relaciones entre el conocimiento matemático especializado de los estudiantes a profesores y su autoconcepto 306
Rosa Delgado, Macarena Valenzuela-Molina, Laura Muñiz-Rodríguez, Jenny Patricia Acevedo-Rincón

Sentidos atribuidos por futuras profesoras al involucrarse con un escenario de modelización matemática 312
María Florencia Cruz, Cristina Esteley

Sólidos de Platão e o pensamento geométrico: vivências fedathianas no curso de Pedagogia 321
Roberto Rocha Miranda, Felesmina Sousa Neta, Maria José Costa Santos, Josiane Silva Reis, José Rogério Santana, Jorge Carvalho Brandão

STREM: Una experiencia de abordaje multifacético de la Matemática por estudiantes de profesorado 331
José Andrés Ynoñán Jiménez, Lucila Yosimar López Díaz, Roxana Mercedes Constantino Quintana

Tiflotecnología para el aprendizaje de las Matemáticas de estudiantes ciegos 339
Kleiver Jesús Villadiego Franco, Eduard Andrés González Bautista, Eddie Edinson Rodríguez Bossio

Tornando-se professor de Matemática: o processo de escolhas evidenciados à organização do ensino no curso de licenciatura 348
Bruno Silva Silvestre, Wellington Lima Cedro

Trayectoria Documental de un estudiante para profesor de Matemáticas de secundaria 357
Domingo Felipe Aráuz Chévez, Mar Moreno Moreno, Julia Valls, Gloria Sánchez-Matamoros

Tur-HistMat. Una aventura inigualable 364
Adriana Mónica Gandolfi

Un marco para estudiar la capacidad de enseñanza de la Matemática en profesores de preescolar 370
Raimundo Olfos Ayarza, Andrea Stephanie Vergara Gómez, Soledad Estrella Romero, Tatiana Goldrine Godoy

Una metodología constructivista en la enseñanza de las Matemáticas de futuros maestros 377
María Dolores Saá Rojo, Dolores Carrillo Gallego, Josefa Dólera Almaida, Encarna Sánchez-Jiménez, Francisco Javier Ibáñez-López, Antonio Maurandi-López

Una propuesta de investigación con una trayectoria hipotética de aprendizaje sobre la función cuadrática 385
María Fernanda Mejía Palomino, Andrea Cárcamo Bahamonde, Diego Garzón Castro

Índice alfabético de autores 393

Presentación

La ***XVI Conferencia Interamericana de Educación Matemática*** **(XVI CIAEM)** se realizó en la Universidad de Lima, Perú, del 30 de julio al 4 de agosto del 2023.

La XVI CIAEM en un momento crucial

Esta CIAEM se dio en un momento significativo para nuestra comunidad:

- En primer lugar, por ser el primer gran congreso multinacional postpandemia en las Américas **totalmente presencial**. Esta modalidad se convirtió en un gran desafío para una región muy afectada por la pandemia, a nivel nacional, institucional e individual. Los esfuerzos organizativos que hubo que hacer fueron mayores en medio de muchas incertidumbres, incluidas las políticas. Pero el proceso se completó con extraordinario éxito. Contó con la participación de cerca de 1000 personas de 28 países y la presentación de más de 500 trabajos en diversas modalidades (https://xvi.ciaem-iacme.org).
- En segundo término, porque se realizó en Lima, después de 57 años desde que había tenido lugar la II CIAEM (1966), bajo el liderazgo de los norteamericanos Marshall Stone y Howard Fehr. La CIAEM volvió al Perú, aunque en un escenario histórico muy distinto.
- Precisamente, en tercer lugar, el año 2023 simboliza un *punto de inflexión* con saltos cuánticos en las tecnologías del mundo, como la Inteligencia Artificial y nuevos artefactos y perspectivas tecnológicas que impactarán nuestro futuro casi inmediatamente. Todo dentro de contextos políticos y económicos, y de profundo cambio climático, que ya comenzaron a definir una nueva época para la humanidad. Las matemáticas y su enseñanza se inscribirán dentro de este escenario global.

Conferencia inaugural XVI CIAEM

CIAEM: "un importante agente de la reforma curricular en Educación Matemática en las Américas" (F. Leung)

La XVI CIAEM fue una reunión regional de la *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI). El CIAEM es la organización multinacional afiliada al ICMI con mayor antigüedad y un socio importante de esta organización internacional. En palabras de Frederick Leung, Presidente de ICMI, en la *Ceremonia Inaugural* de la XVI CIAEM:

> Tanto el *Comité Interamericano de Educación Matemática* como la serie de Conferencias que organiza se denominan CIAEM. El CIAEM nació en 1961 a partir del controvertido movimiento *New Math* en América Latina, pero desde entonces el Comité ha evolucionado y se ha convertido en un importante agente de la reforma curricular en Educación Matemática en las Américas, y las Conferencias se han convertido en un lugar importante para el intercambio intelectual sobre investigaciones y prácticas de la Educación Matemática en la región y en el mundo.

Y añade:

> El CIAEM es mucho más que un Comité o una Conferencia. Produce materiales como publicaciones, blogs, etc. para apoyar a la Comunidad de Educación Matemática. Colabora con organizaciones nacionales y regionales de Educación Matemática en las Américas para apuntalar sus iniciativas y esfuerzos. Más importante aún, a lo largo de los años, ha crecido hasta convertirse en una organización más global, con "sólidos vínculos científicos y educativos con el resto del mundo". Es un importante Centro y una Red de educadores e investigadores matemáticos de la región, y también un puente entre la región y el resto del mundo.

El CIAEM y las CIAEM constituyen el principal punto de referencia en la Educación Matemática para investigadores, docentes y estudiantes en todo el continente.

La alta calidad científica de las CIAEM

En los textos que recogemos aquí domina un gran nivel científico. Una de las características permanentes de las CIAEM es, precisamente, su cultivo de la mayor calidad académica; la cual es producto de un diseño intelectual estratégico innovador y de grandes esfuerzos por individuos y equipos durante muchos meses antes del congreso. A diferencia de otros eventos, las CIAEM piden las propuestas de ponencias de manera extensa y administra cuidadosamente la revisión por medio de una plataforma tecnológica (los textos aprobados pueden revisarse varias semanas antes del congreso en nuestras plataformas).

Es una perspectiva de organización académica profesional muy seria. Por eso es por lo que, en primer lugar, deseo agradecer formalmente la labor comprometida del *Comité Internacional del Programa* con un especial reconocimiento a los *Directores de tema*, a los casi 200 *Revisores científicos*, a los *Coordinadores de sesiones* en el evento y al *Comité Asesor Internacional.*

En esta oportunidad, dadas las condiciones de las plataformas tecnológicas libres disponibles, diseñamos una innovadora estrategia complementaria para la organización del congreso mediante dos sitios web: sitio oficial con toda la información y articulación de la preparación del evento (usamos WordPress), y el sitio para ponencias con base en *Open Conference Systems*. Agradecemos el trabajo de la Dirección de estas plataformas.

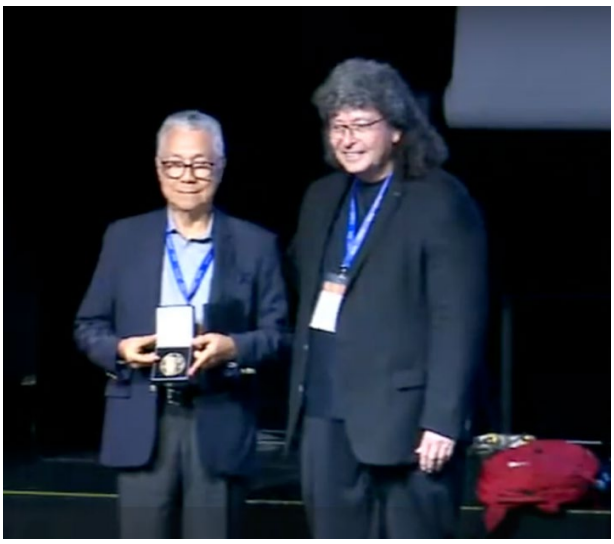
En la XVI CIAEM se plasmó la participación en la gestión académica de las redes hermanas: la Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe (especialmente) y la Comunidad de Educación Matemáticas de América del Sur.

En la pasada década el CIAEM, desarrolló una relación estratégica con el Proyecto Reforma Matemática (Costa Rica). Este equipo humano fue base crucial para sostener la logística informática de la organización científica del congreso, como lo fue en todos los eventos desde la CIAEM de Recife (Brasil) en 2011.

El *Comité Organizador Local* en la Universidad de Lima, aparte de las acciones usuales, proporcionó un ambiente cultural muy especial, con una gran hospitalidad. Nuestro agradecimiento a los colegas por haber asumido la logística multifacética de esta XVI CIAEM, que dejó recuerdos inolvidables en la comunidad de participantes.

Acciones dentro de la XVI CIAEM

Durante la XVI CIAEM, se hizo entrega de la *Medalla Luis Santaló* a Luis Carlos Arboleda y la *Medalla Marshall Stone* a Nelly León (Venezuela) y Sarah González (República Dominicana).



Entrega Medalla Luis Santaló

Y recordamos a grandes académicos que fallecieron en el periodo 2019 y 2023, entre ellos dos expresidentes del CIAEM: Ubiratan D'Ambrosio y Carlos Vasco.

En esta CIAEM fue confirmada la decisión de tener la XVII CIAEM en Monterrey, México, en el 2027.

Durante el evento, en correspondencia con los Términos de referencia del CIAEM, se aprobó la conformación de nuevos equipos directivos del CIAEM para el periodo 2024-2027:

- *Consejo Internacional* [dedicado a asuntos prospectivos, relaciones estratégicas, apoyo y asesoría]: Ángel Ruiz (Costa Rica, Presidente), Claudia Groenwald (Brasil), Eduardo Mancera (México), Luis Carlos Arboleda (Colombia) Medalla *Luis Santaló* 2023, Michèle Artigue (Francia) Medalla *Luis Santaló* 2015, Patrick Scott (EUA), Salvador Llinares (España) Medalla *Luis Santaló* 2019.
- *Equipo ejecutivo* [dedicado a asuntos de organización y desarrollo ejecutivo de las múltiples acciones cotidianas y materialización de proyectos, congresos, publicaciones, entre otros: Presidente: Eduardo Mancera (México), Primera vicepresidenta: Yuriko Yamamoto Baldin (Brasil), Segunda vicepresidenta: Nelly León (Venezuela), Secretaria de organización: Soledad Estrella (Chile), Secretario de asuntos tecnológicos: Yuri Morales (Costa Rica). *Vocales:* Ana Claudia Vilchis (México, para América del Norte), Ricardo Poveda (Costa Rica, para América Central), Sarah González (República Dominicana, para El Caribe), Eulalia Calle (Ecuador, para Región Andina), Claudia Vargas (Chile, para Región del Cono Sur), Alessandro Ribeiro (Brasil, para Región Luso-americana).

Educación Matemática en las Américas 2023

Los textos de las ponencias invitadas (conferencias plenarias, conferencias paralelas, sesiones temáticas, sesión Ubiratan D'Ambrosio, mesa redonda, minicursos) y ponencias abiertas (comunicaciones, talleres, posters), presentadas efectivamente en el congreso, han sido incluidas en esta colección digital de volúmenes que titulamos *Educación Matemática en las Américas 2023.* Los trabajos se han organizado en 10 volúmenes. El CIAEM desea agradecer a todos los autores que presentaron sus trabajos en la XVI CIAEM.

La organización detallada y la edición en sus diversas dimensiones fue realizada por Patrick Scott (Estados Unidos) y Yuri Morales (Costa Rica) quienes dedicaron un esfuerzo extraordinario para tener estas *Memorias*. Nuestra compañera Sarah González se encargó de tramitar su registro en República Dominicana (que contó con el apoyo de la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra de ese país). Expreso nuestro agradecimiento a Rick, a Yuri y a Sarah.

Los enlaces de estos volúmenes se han colocado en las páginas web oficiales del CIAEM.

Esperamos que la publicación de estos trabajos contribuya al progreso de la investigación y la acción de aula en la Educación Matemática de las Américas.

Atentamente

Ángel Ruiz, Presidente
Comité Interamericano de Educación Matemática

EDUCACIÓN MATEMÁTICA en las AMÉRICAS 2023

El presente volumen es parte de la colección digital *Educación Matemática en las Américas 2023*, que corresponde a las *Memorias* de la *XVI Conferencia Interamericana de Educación Matemática* (celebrada en Lima, Perú, del 30 de julio al 4 de agosto de 2023).

Los diez volúmenes se han organizado de la siguiente manera:

1. *Educación Matemática en las Américas 2023. Trabajos invitados de la XVI CIAEM*
2. *Educación Matemática en las Américas 2023. Estrategias para Mejorar la Enseñanza y el Aprendizaje*
3. *Educación Matemática en las Américas 2023. Formación Inicial de Profesores*
4. *Educación Matemática en las Américas 2023. Formación Continua y Desarrollo Profesional*
5. *Educación Matemática en las Américas 2023. Perspectivas Socioculturales*
6. *Educación Matemática en las Américas 2023. Currículo, Competencias y Evaluación*
7. *Educación Matemática en las Américas 2023. Historia y Epistemología*
8. *Educación Matemática en las Américas 2023. Resolución de Problemas y Modelización*
9. *Educación Matemática en las Américas 2023. Uso de Tecnologías Digitales*
10. *Educación Matemática en las Américas 2023. Investigación*

Estos volúmenes se pueden revisar o descargar gratuitamente en la página ***Memorias XVI CIAEM*** del sitio principal del CIAEM.

A Competência de Observar com Sentido a prática docente

Charlâni Ferreira Batista **Rafael**
Universidade do Estado da Bahia
Brasil
charlanibatista@gmail.com
Claudia Lisete Oliveira **Groenwald**
Universidade Luterana do Brasil
Brasil
claudiag@ulbra.br

Resumo

Esse artigo é um recorte da tese de doutorado intitulada "A Competência de Observar com Sentido um Experimento na Formação Inicial de professores de Matemática", desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). Objetivou-se investigar as possibilidades didáticas que podem contribuir para o desenvolvimento da Competência de Observar com Sentido de estudantes de Licenciatura em Matemática da UNEB, explorando a unidade temática Números nos anos finais do Ensino Fundamental. Como metodologia, optou-se pela pesquisa qualitativa com enfoque de estudo de caso, recorrendo ao agrupamento dos dados em categorias para a análise. Os resultados evidenciaram que é possível o desenvolvimento da Competência de Observar com Sentido, desde que haja um planejamento de atividades observando os níveis de demandas cognitivas, com posterior análise de respostas e tomadas de decisões que possibilitem o replanejamento e aplicação de novas atividades.

Palavras-chave: Matemática; Formação Inicial; Competência de Observar com Sentido; Atividades; Possibilidades didáticas.

O Desenvolvimento da Competência de Observar com Sentido na Formação Inicial

O desenvolvimento da Competência de Observar com Sentido exige a mobilização de diferentes conhecimentos em situações em que o professor deve tomar decisões provenientes de questionamentos relacionados ao ensinar os conteúdos matemáticos (Llinares, 2013; Sánchez-Matamoros, Fernández & Llinares, 2015). Vale ressaltar que o recurso que caracteriza o

conhecimento do professor não é apenas o que ele sabe (domínios de conhecimento), mas o que ele faz com o que sabe (uso do conhecimento) (Éraut, 1996).

No entanto, apenas falar sobre o assunto não é suficiente, pois a complexidade que o envolve deixa, muitas vezes, as discussões obsoletas, e a prática precisa estar acoplada à teoria. Para tanto, há uma série de fatores que devem ser levados em consideração, mas os direcionamentos pontuais de estudiosos na área podem facilitar o entendimento e a prática, visto que, antes de divulgarem seus posicionamentos, realizaram pesquisas que trouxeram resultados positivos quanto à teoria explorada.

Com esse propósito, será tomado como base os estudos realizados por Llinares (2000; 2009), que defende que ao buscar desenvolver a Competência de Observar com Sentido, é preciso antes aprender a observar profissionalmente, para que sejam feitas conexões destacando o conhecimento matemático:

> Esse é o sentido quando é sugerido que olhar profissionalmente envolve fazer conexões entre eventos específicos na sala de aula e princípios e ideias mais gerais. Esta conexão evidencia o papel do conhecimento de matemática para ensinar e do conhecimento sobre os alunos que um professor deve possuir, na perspectiva de saber e saber usar o conhecimento em situações específicas (Llinares, 2009, tradução nossa).

A oportunidade de observar profissionalmente inclui a proposição de analisar a prática em sala de aula, uma vez que "um dos objetivos dessa abordagem para a formação de professores é ajudar os alunos como professores a desenvolver um discurso profissional vinculado à prática" (Ivars, Fernandez e Llinares & Choy, 2018, tradução nossa).

Dessa maneira, o conhecimento profissional do professor de Matemática deve alcançar diferentes domínios – conhecimento sobre a organização do currículo, modos de representação e exemplos adequados em todos os momentos, habilidades de gestão e comunicação matemática em sala de aula, etc. (Llinares, 2000).

Llinares (2011) propõe, para o desenvolvimento da Competência de Observar com Sentido, a realização de experimentos que levem os estudantes e futuros professores a analisarem situações de sala de aula, logo na formação inicial. Não é possível desenvolver a referida competência apenas estudando a teoria de forma dissociada da prática, visto que a segunda depende da primeira, como mostra Llinares, Ivars, Buforn, Groenwald (2019, p. 178-179):

> Aprender a usar o conhecimento está ligado à realização de atividades que definem a prática do ensino da matemática. Por exemplo, preparar uma sequência de problemas, identificar em uma situação de ensino o que pode ser relevante para aprender matemática, reconhecer características do discurso matemático, interpretar a compreensão dos alunos, etc. Aprender a usar o conhecimento nessas situações implica desenvolver novas formas de pensar sobre o ensino e, portanto, desenvolver a competência pedagógica (tradução nossa).

Para a concretização das ações que venham a viabilizar o processo, é preciso uma estruturação, ou melhor, o planejamento das ações. Estas poderão obter significados mais relevantes para os envolvidos nos experimentos se forem pautadas nos aspectos propostos por Mason (2002) de como desenvolver sensibilidade e olhar com sentido, que estão atrelados à identificação do que pode ser considerado relevante, levando em consideração um determinado

objetivo que norteia a observação (perceber intencionalmente); descrever os aspectos observados, mantendo registro do observado, separando a descrição das tentativas (marcação e registro); reconhecer possíveis alternativas de ação (reconhecer escolhas); e validar o que é observado, tentando fazer com que os outros reconheçam o que foi descrito ou sugerido (validando com os outros).

Uma sugestão que pode ser adotada é o gerenciamento da comunicação em sala de aula, formulando perguntas que permitam vincular conhecimentos prévios, valorizando diferentes participações, identificando e caracterizando normas sociomatemáticas que regem os processos de comunicação matemática em sala de aula (Llinares, 2008).

Metodologia

A metodologia utilizada nessa pesquisa consiste na discussão, reflexão e análise sobre o desenvolvimento da competência de Observar com Sentido na formação inicial de professores de Matemática, por meio de uma pesquisa qualitativa, com enfoque de estudo de caso. Ludke (2011, p. 13) entente por pesquisa qualitativa aquela que "envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes". O estudo de caso é considerado uma estratégia de investigação, podendo um caso ser algo bem definido ou concreto, como um indivíduo, um grupo ou uma organização, mas também pode ser algo menos definido ou definido num plano mais abstrato, como decisões, programas, processos de implementação ou mudanças organizacionais (Yin, 1993 e 2005; Stake, 1999). Para isso, foi implementado (desenvolvido, aplicado e avaliado) um experimento com alunos do curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade Estadual da Bahia (UNEB) – Campus IX, na cidade de Barreiras, Bahia que contemplou o planejamento e replanejamento de atividades.

Devido ao grande número de informações e à diversidade destas, recorreu-se ao processo de categorização, que deve ser entendido em sua essência como um processo de redução dos dados ou como um procedimento de agrupar dados, considerando a parte comum existente entre eles (Moraes, 1999). A escolha das categorias foi atrelada à busca do desenvolvimento das habilidades inerentes à competência de Observar com Sentido, que é observar, interpretar e tomar decisões de ações (Llinares, 2011). No estudo, os dados coletados foram agrupados em sete categorias, mas, nesse artigo, serão apresentadas duas categorias que são as categorias: 3- Observações relacionadas ao contexto de ensino para a aprendizagem matemática do aluno e 6- Análise e interpretação de respostas. Os participantes denominados por P seguida de números cardinais.

Resultados

Por meio da análise dos dados, pode-se afirmar que as atividades desenvolvidas propiciaram o desenvolvimento da referida competência na medida em que foi evidenciado, através das ações realizadas, o desenvolvimento de cada habilidade que compõe, ou melhor, formaliza a competência. A seguir apresentam-se uma amostra dos dados agrupados na categoria - Observações relacionadas ao contexto de ensino para a aprendizagem matemática do aluno.

Na categoria 3, os dados abaixo relacionados, foram coletados durante os encontros virtuais que aconteciam semanalmente.	
ACADEMICO	**RESPOSTAS**
P1	O professor como mediador, orientador, organizador, no processo de ensino e aprendizagem deve planejar as tarefas de forma que seus alunos se sintam interessados por aquela tarefa, busque maneiras que atraia a atenção dos alunos, atrair o aluno para aquela atividade e que não deixe que eles fiquem desestimulados.
P2	O professor tem que trazer sua atividade, só que ele tem que desde o princípio, desde a criação, desde a seleção das perguntas, ele tem que ter um objetivo claro e o que ele quer atingir com aquela atividade, por isso ela deve ser bem planejadas, bem estruturadas e passadas por uma seleção bem criteriosa. O docente no momento de seleção ou criação da tarefa não deve em nenhum momento desconsiderar o nível de seus alunos.
P3	É evidente que a formação do professor não deve se limitar a graduação pura e simplesmente; É fundamental que se amplie o conhecimento e competências para o seu desenvolvimento e sua aprendizagem. Para transformar o ensino é preciso fazer escolhas que sejam adequadas para a aprendizagem dos estudantes, proporcionando aos alunos, boas tarefas matemáticas que estimulem o raciocínio e a compreensão do fazer matemática.

Figura 1. Dados agrupados na Categoria 3.

A recorrência maior esteve ligada ao planejamento de tarefas pelo professor. Para tanto, na opinião de P1, o professor deve: *"planejar as tarefas de forma que seus alunos se sintam interessados por aquela tarefa"*, enquanto P5 acredita que *"o professor tem que se atentar ao nível de desafio da atividade e ao nível de demanda cognitiva"*. P8 conferiu ao professor o dever de *"escolher as tarefas de modo que atinjam os graus de dificuldades necessários para o desenvolvimento cognitivo de cada aluno"* e P21 complementa afirmando que "*o professor tem que ter em mente que ele vai poder reconhecer os aspectos mais relevantes da sua sala, poder planejar e proporcionar um ambiente melhor para os alunos*".

Nessa vertente, faz-se necessário ressaltar que as tarefas que integram esse cenário devem oportunizar aos estudantes, segundo Trevisan e Buriasco (2015), aprender a analisar, organizar e aplicar Matemática de forma flexível em situações que sejam significativas e os problemas devem ser acessíveis, convidativos e desafiadores, deixando claro por que algo está sendo perguntado.

Compreendendo o desempenho das tarefas no estudo de conteúdos matemáticos, P10 defende que *"o conhecimento do professor é determinante na escolha de tarefas adequadas para serem desenvolvidas em sala de aula*. P12 poderia complementar a fala de P10, afirmando que *"o professor precisa conhecer sua turma, avaliando as particularidades de cada estudante, com isso, ele vai saber estimular os alunos a partir das tarefas, com relação aos níveis de demandas cognitivas".* O pensamento de P13 é de concordância com o dos colegas, uma vez que para ele *"as tarefas devem ser adaptadas para o entendimento deles e delas, para um conteúdo espaço-visual"*. Para P19, *"o professor tem que estar atento para o ensinar com sentido. Prestando atenção sempre para que cada atividade proposta vai servir no desenvolvimento dos alunos"*.

Os relatos corroboraram com o entendimento de que os estudos e atividades efetuadas durante a execução do experimento viabilizaram o desenvolvimento do olhar profissional, pois de acordo com Mason (2002), quando o professor de Matemática desenvolve o olhar profissional e está apto a *olhar profissionalmente*, ele consegue *Observar com Sentido,* identificando, assim, de maneira profissional, situações dos processos de ensino e de aprendizagem e o comportamento do aluno ao desenvolvê-las (Grifos do autor). A opinião manifestada pelos participantes permitiu compreender como os participantes – graduandos e graduados – entendem o que é ensinar Matemática e como, no exercício da prática docente, são gerados conhecimentos docentes, os quais, por sua vez, podem modificar a visão dos professores sobre o que é ensinar

Matemática. Tais fatores são considerados fundamentais (Hiebert, Morris e Glass, 2003; Llinares, 2011).

A seguir, apresentam-se as ações que os participantes julgaram necessárias para que o aluno do Ensino Fundamental aprendesse o conteúdo e conseguisse resolver a tarefa corretamente.

A composição da Categoria 6 contou com as respostas do questionamento: O que devo ensinar para que ele possa resolver a questão de forma correta?	
ACADÊMICO	**RESPOSTAS**
P1	Conforme o resultado do aluno, eu, como educador, devo agir da melhor forma para que o aluno possa entender e compreender o assunto abordado. Durante a aprendizagem de matemática o aluno teve muita dificuldade para compreender, então comecei a intervir, ensinando de forma cotidiana para facilitar o entendimento do aluno, utilizei exercício de fatos que acontece no dia a dia, como por exemplo: quando ele foi [à] padaria comprar pão e leite, com uma devida quantidade de dinheiro, se aquele valor dava ou não para comprar o pão e leite, caso ficasse faltando ele ficava devendo a padaria ficando com o saldo negativo e se sobrasse ficava com o troco de forma positiva, realizei várias atividades com intuito de facilitar o entendimento do aluno ajudando-o a entender e resolver as atividades abordadas.
P3	Decidi aplicar uma intervenção com uma revisão de assuntos da base da matemática para que o aluno possa, por meios da explicação, iniciar e resolver questões que envolvem raciocínio lógico, potências, raízes, cálculos com números reais e racionais, envolvendo conjuntos numéricos e jogos de sinais com expressões numéricas.
P4	Tomada de decisões para intervir no caso de erro das questões. Foi ensinado a aluna operações de multiplicação e divisão com o livro trabalhado pelo Estado, MDC e revisão de MMC, a aluna assistiu vídeo aula no YouTube como parte do ensino da matéria e foi orientada a fazer pesquisas em sites de matemática. A mãe da aluna, que chamarei de Maria, recebeu orientação para buscar um apoio psicológico para Lai devido às experiências ruins com o aprendizado da matemática, a fim de evitar mais resistência no aprendizado da disciplina.

Figura 2 . Dados agrupados na Categoria 6.

Antes de responder ao questionamento "O que devo ensinar?", o participante teve que observar e interpretar as tarefas resolvidas pelos alunos. No entanto, observar e interpretar não são suficientes para o aluno aprender o conteúdo que teve dificuldade. Nesse caso, coube ao participante a proposição de uma intervenção que, para ser planejada, requereu uma tomada de decisão.

As ações dos acadêmicos representados pela letra P foram reveladas por meio de suas colocações acerca da análise e interpretação das respostas dadas pelos estudantes do Ensino Fundamental à tarefa que lhes foram proporcionadas. Os dados mostraram a preocupação e compromisso deles com os processos de ensino e aprendizagem. Essa preocupação pode ser vista como resultado de reflexões, uma vez que, os posicionamentos externados direcionaram para a confirmação de que uma formação docente não se constrói apenas por acumulação de cursos, de conhecimentos ou de técnicas, mas por meio de um trabalho de reflexão crítica sobre as práticas e de uma (re) construção permanente de uma identidade pessoal (Pimenta, 2002).
As intenções dos acadêmicos frente às dificuldades dos estudantes do Ensino Fundamental, reveladas na correção e análise das tarefas, tornaram-se notáveis quando disseram:

- P1 - "*devo agir da melhor forma para que o aluno possa entender e compreender o assunto abordado; realizei várias atividades com intuito de facilitar o entendimento do aluno ajudando-o a entender e resolver as atividades abordadas*";
- P2 – "*Ensinar primeiramente a interpretação e organização dos dados apresentados pelo enunciado*";

- P3 – "*Decidi aplicar uma intervenção com uma revisão de assuntos da base da matemática para que o aluno possa por meios da explicação poder iniciar e resolver questões que envolvem raciocino lógico, potências, raízes, cálculos com números reais e racionais, envolvendo conjuntos numéricos e jogos de sinais com expressões numéricas*";
- P4 – "*Tomada de decisões para intervir no caso de erro das questões*";
- P9 – "*Primeiramente demonstrar a importância da atenção mútua na hora de ler o enunciado da questão, e depois explicar aqueles conteúdos que ela não lembra ou não estudou*".

Outro relato que merece destaque é o de P14 - "*vale ressaltar que o professor de matemática deve possuir as habilidades necessárias para que as aulas sejam consideradas de fato proveitosas para a formação acadêmica dos estudantes*". Nesse contexto, Pimenta (2001, p.120) adverte que "o conhecimento não se adquire 'olhando', 'contemplando', 'ficando ali diante do objeto'; exige que se instrumentalize o olhar com as teorias, estudos.

A forma de direcionar as atividades está atrelada a afirmação de Llinares et al. (2019), quanto ao desafio enfrentado pelos formadores de professores de ajudar os estudantes de Licenciatura a ir além de uma visão superficial do processo de ensino e aprendizagem, de forma que os permitam justificar suas decisões de ação no planejamento docente.

Conclusão

Por meio da pesquisa, foi possível identificar as possibilidades didáticas que podem contribuir para que o estudante de Licenciatura da UNEB desenvolva a competência de Observar com Sentido, explorando a unidade Números nos anos finais do Ensino Fundamental. As possibilidades didáticas se agruparam em um conjunto de ações que compuseram o experimento realizado.

Conclui-se que a utilização desta competência pode ser vista como uma oportunidade didática na qual o profissional tem direcionamentos que contribuem para o desenvolvimento das habilidades de identificar, interpretar e tomar decisões de ações que favorecem o ensino dos conteúdos matemáticos.

Acredita-se que as ações de planejar, aplicar e replanejar as tarefas matemáticas contribuíram para o desenvolvimento da referida competência, considerando a capacidade que tiveram de observar, interpretar e tomar as decisões de ações que julgaram necessárias ao ensino dos conteúdos estudados. As categorias permitiram uma visualização clara dos dados, favorecendo a perceptibilidade das informações e possibilitando a verificação dos objetivos propostos no estudo de caso em questão, sem deixar de mostrar a grandeza e abrangência das características que possibilitaram o desenvolvimento da Competência de Observar com Sentido. Nota-se que, apesar das dificuldades encontradas durante o percurso, o experimento propiciou a aquisição de um conjunto de saberes que foram se consolidando até se transformar em um conhecimento que mudou a forma de compreender o ensino da temática Números da pesquisadora. Isso porque o trajeto percorrido incitou discussões, reflexões e ações que deixaram claro a importância da pesquisa na formação inicial.

Referências e bibliografia

Éraut, M. (1996). *Developing Professional Knowledge and Competence*. Londres, The Falmer Press.

Hiebert, J., Morris, A. K., Glass, B. (2003). Learning to learn to teach: an "experiment" model for teaching and teacher preparation in Mathematics**.** *Journal of Mathematics Teacher Education*, Suíça, n. 6, p. 201-222.

Ivars, P., Fernández, C., S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing noticing: using a hypothetical learning trajectory to improve pre-service primary teachers professional Discourse. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education,* [*S. l.*], v. 14, n. 11.

Llinares Ciscar, S. (2000). Intentando Comprender la práctica del profesor de matemáticas. *In*: PONTE, J. P. da; Serrazina, L. (org.). *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália*. [Lisboa], Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, pp. 109-132.

Llinares, S. (2008). *Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación*. Santa Fé de Bogotá, [*S. n.*].

Llinares, S. (2011). Formación de profesores de Matemáticas: caracterización y desarrollo de competencias docentes. *In:* Conferencia Interamericana de Educación Matemática, 13, Recife. *Actas del XIII CIAEM*. Recife, IACME/UFPE, pp. 1-9.

Llinares, S. (2013). O desenvolvimento da competência docente de "olhar profissionalmente" o ensino-aprendizagem das matemáticas. Educar em Revista, Curitiba, n. 50, p. 117-133.

Llinares, S., Ivars, P., Buforn, À., Groenwald, C. (2019). Mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza: una competencia basada en el conocimiento. *In*: JIMÉNEZ, E. B. *et al*. *Investigación sobre el profesor de matemáticas: práctica de aula, conocimiento, competencia y desarrollo profesional*. 1. ed. Salamanca, Universidad de Salamanca, pp. 177-192.

Llinares, S., Valls, J. (2009). Prospective primary mathematics teachers' learning from on-line discussion in a virtual video-based environment. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Suíça, v. 13, n. 2, p. 177-196.

Ludke, M, André, M. E. D. A. (2011). Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. 13. reimp. São Paulo, EPU.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice: the discipline of noticing*. Londres, Routledge Falmer.

Moraes, R. (1999). Análise de conteúdo. *Revista Educação*, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32. Disponível em http://cliente.argo.com.br/~mgos/analise_de_conteudo_moraes.html. Acesso em: 22 fev. 2021.

Penalva, M. C., Llinares, S. (2011). Tareas Matemáticas en la Educación Secundaria. *In*: GOÑI, J. M. *et al.* (coord.). Didáctica de las Matemáticas. Barcelona, Editora GRAÓ, p. 27-51. 12. v. *Colección Formación del Profesorado.* Educación Secundaria.

Pimenta, Selma Garrido. (2001). *O estágio na formação de professores: unidade teoria e* prática? 4. ed. São Paulo, Cortez.

Pimenta, S. G. (2002). Professor reflexivo: construindo uma crítica. *In:* PIMENTA, S. G.; GHEDIN, E. (orgs.). *Professor reflexivo no Brasil no Brasil: gênese e crítica de um conceito*. São Paulo, Cortez.

Sánchez-Matamoros, G., Fernandez, C., Llinares, S. (2015). Developing pre-service teachers noticing of students understanding of the derivatieve concept**.** *International Journal of Science and Mathematics Education*, Suíça, v. 13, n. 6, p. 1305-1329.

Stake, R. E. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid, Morata.

Trevisan, A. L., Buriasco, R. L. C. (2015). Educação Matemática Realística: uma abordagem para o ensino e a avaliação em Matemática. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, [online], v. 10, n. 2, p. 167-184.

Yin, R. (1993). *Applications of case study research*. Beverly Hills-CA, Sage Publishing.

Yin, R. (2005). *Estudo de caso: planejamento e métodos*. Porto Alegre, Bookman.

A extensão universitária e a formação para a docência: entendimentos de licenciandos e licenciados em Matemática

Marlene Pereira do Nascimento **Mendonça**
Universidade de Brasília
Brasil
profmarlenemendonca@gmail.com
Amanda Azevedo Nunes da **Silva**
Universidade de Brasília
Brasil
amandaazevedonunes@gmail.com
Aritane Carvalho **Hashimoto**
Universidade de Brasília
Brasil
tanyhashimoto@gmail.com
Ivo Braga de **Siqueira**
Universidade de Brasília
Brasil
ivo.matunb@gmail.com
Luiza do Carmo **Marques**
Universidade de Brasília
Brasil
luliza.cmarques@gmail.com
Maria Eduarda Domience **Bomfim**
Universidade de Brasília
Brasil
dudadomience2001@gmail.com

Resumo

Este artigo tem como objetivo compreender como licenciandos e licenciados percebem a extensão universitária e a formação para a docência, no contexto de um curso de licenciatura em uma universidade pública brasileira. Para tanto, 17 sujeitos responderam a um questionário on-line, composto por perguntas fechadas e abertas sobre suas experiências com a extensão universitária ao longo e posterior ao de seu

processo formativo. Os resultados demonstram que para os licenciandos a participação em ações e projetos de extensão foi fundamental para que conhecessem aspectos da prática profissional, especialmente, as dificuldades conceituais e o raciocínio dos estudantes. Já os licenciados revelaram que a participação foi vital para a criação de redes de apoio e a permanência na carreira; o acesso a práticas e recursos didáticos para a melhoria de suas aulas. De modo unânime, argumentaram que a extensão amplia o vínculo da universidade com a escola e contribui para formação docente.

Palavras-chave: Extensão Universitária; Formação de professores; Ensino de matemática; Ensino superior; Universidade pública.

Introdução

O ensino, a pesquisa e a extensão são pilares indissociáveis das universidades, conforme previsto na Constituição Federal de 1988, artigo 207 (Senado Federal, 2012). A extensão, foco central de estudo desta investigação, é concebida, para este texto, enquanto "processo educativo, cultural e científico que articula o Ensino e a Pesquisa de forma indissociável e viabiliza a relação transformadora entre a Universidade e a Sociedade" (Forproex, 2012); nesse sentido, torna-se um espaço privilegiado de socialização, construção e validação de conhecimentos, sendo importante elo da universidade com a comunidade, constituindo-se parte indispensável da rotina universitária, institucionalizando-se tanto do ponto de vista administrativo quanto da prática acadêmica. Diante disso, os planos e programas de educação superior no Brasil vêm buscando expandir e institucionalizar a Extensão Universitária, além de criar meios para que ela seja desenvolvida de forma efetiva nas universidades.

De acordo com esse entendimento, a Universidade de Brasília (UnB) vem desenvolvendo sua política de extensão com o objetivo de integrar as práticas extensionistas e o currículo por meio de diferentes atividades, que vão desde cursos de formação profissional e estágios a consultorias ou atendimento direto à comunidade. Em consonância com tais princípios, o Departamento de Matemática busca valorizar e promover a extensão, atuando em conjunto com o ensino e com a pesquisa, envolvendo alunos e professores, oportunizando atividades em parceria com escolas e outras instituições do DF e entorno, entendendo-a como momento formativo para a docência em matemática. Logo, é nesse cenário que o presente estudo se vincula tendo como objetivo, compreender como licenciandos e licenciados percebem a extensão universitária e a formação para a docência, no contexto de um curso de licenciatura, de uma universidade pública brasileira.

Discussão Teórica

A Extensão Universitária tem integrado as universidades públicas brasileiras, produzindo construtos sociais, culturais, científicos e tecnológicos junto às comunidades interna e externa, gerando, assim, oportunidades de transformação pessoal, profissional e social. Desse modo, Fraga (2017) argumenta que ela, ao inserir-se na dinâmica curricular da graduação, promove questionamentos e mudanças na prática de gestores, docentes e discentes. O que tem possibilitado o posicionamento dos cursos ante as clássicas dicotomias saber científico e popular; teoria e prática; entre tantas outras (Pina Neves; Dörr; Silva, 2021).

A literatura tem socializado importantes resultados sobre os desafios e as potencialidades da extensão universitária enquanto espaço formativo para a docência na educação básica. Oliveira e Higa (2007), por exemplo, analisaram relatórios escritos por licenciados ao término de projetos de extensão universitária e concluíram que eles se mostravam mais interessados em continuar os estudos; buscavam mais alternativas didáticas para as aulas; eram mais propensos ao trabalho coletivo e a desenvolver atividades interdisciplinares. Garcia, Bohn e Araújo (2013) concluíram que a prática extensionista amplia a capacidade de atuação profissional ao integrar teoria e prática; ao ampliar a consciência crítica e a autonomia do graduando. Já Paula (2013) defende que a extensão universitária contribui para a formação dos licenciandos, uma vez que ela promove o aperfeiçoamento da aprendizagem acadêmica, amplia a autoconfiança e as oportunidades de inserção no mercado de trabalho.

Estes estudos, de modo geral, defendem que as ações extensionistas podem contribuir tanto na formação inicial quanto na continuada, reverberando em melhorias ao longo de toda a vida profissional do docente. Tais entendimentos fundamentam-se no fato de que, ao experienciar aspectos, ambientes, dificuldades e sujeitos próprios da futura prática profissional, os licenciandos se aproximam da carreira que escolheram, minimizando conflitos, incertezas e, por vezes, desistências.

São muitos os conhecimentos que o futuro professor precisa desenvolver durante a formação inicial bem como aprimorar durante a formação continuada, a saber: conhecimento sobre a aprendizagem dos alunos, conhecimento sobre a prática docente, sobre o conteúdo e o currículo (Ponte, 2012). Assim, a extensão universitária pode ser ofertada de modo a ampliar o desenvolvimento desses conhecimentos, contribuindo com o processo formativo e respeitando as condições culturais e sociais dos participantes.

Metodologia

Participaram do estudo 17 sujeitos, com idades entre 19 e 43 anos, sendo 10 já licenciados em matemática e 7 licenciandos. A coleta de dados deu-se por meio de um questionário on-line a partir do *Google forms*, composto de 10 perguntas entre fechadas e abertas, algumas com opções de justificativa, outras com a possibilidade de marcar mais de uma opção ou alternativa e uma no formato de complementação. Assim, intenta-se acessar "o conhecimento de opiniões, percepções, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas, etc" (Gil, 2008, p. 124).

A análise dos dados pautou-se em tabulações e inferências possíveis com base nas ideias de Franco (2018), assumindo para isso uma perspectiva de análise qualitativa, algo que "[...] passa a depender muito da capacidade e do estilo do pesquisador"; e seguindo três etapas: a redução, apresentação e conclusão/verificação (Gil, 2008, p. 175). Nesse ínterim, as respostas dos licenciandos e licenciados foram organizadas e lidas individualmente e coletivamente pelos autores, o que conduziu-nos à elaboração de quadros-síntese que permitiram a elucidação das "falas" carregadas de "afetivos e emocionais" (Franco, 2018, p. 43).

Neste texto, trabalhamos parte dessas falas, extraindo delas elementos de significado, o que possibilitou compreender seus entendimentos a respeito dos limites e das potencialidades da extensão universitária enquanto espaço formativo para a docência em matemática.

Análise e resultados

Inicialmente, os sujeitos foram questionados sobre sua participação ou não em projetos ou ações de extensão ofertadas pelo departamento de matemática, sendo 13 respostas afirmativas e 4 negativas. Os sujeitos citaram várias ações, entre elas: Semana Universitária, Semana Nacional de Ciência e Tecnologia, Workshop de Verão em Matemática, Geometria Natalina, A Escola no Instituto de Ciências Exatas, Laboratório de Ensino de Matemática, entre outras. Sendo o Laboratório de Ensino de Matemática (LEMAT) e a Semana Universitária os mais citados.

A frase "Ao participar de ações ou projetos de extensão aprendi...." os licenciandos registraram tais oportunidades como valiosas, em especial, por permitir a eles estabelecer vínculos entre teoria e prática; conhecer melhor os estudantes da educação básica e os espaços de sua futura prática profissional; estabelecer redes de apoio para a permanência no curso, entre outros. As falas seguintes exemplificam tais aspectos: *aprendi que somos capazes de nos superar, que o mundo é bem maior do que nos foi apresentado, que o conhecimento tem que ser compartilhado, que precisamos estar sempre estudando* (Participante 1); *aprendi a desenvolver minhas capacidades de trabalho em equipe, organizar tarefas/ oficinas, lidar com públicos de diferentes idades, além de me mostrar que a matemática pode ser ensinada e aprendida por pessoas de diversas idades*. (Participante 2); *bastante respeito da parte da extensão da UnB e em como tais projetos e ações. Os professores, pesquisadores, graduandos e pós-graduandos se esforçam para que o conhecimento fomentado na universidade sirva à comunidade* (…). (Participante 3); *além de teorias, a partilhar conhecimento*. (Participante 15).

As respostas dos licenciandos nos faz constatar o que Garcia, Bohn e Araújo (2013) concluíram quando afirmam que "a prática extensionista amplia a capacidade de atuação profissional ao integrar teoria e prática; ao ampliar a consciência crítica e sua autonomia".

Os já licenciados destacaram a aprendizagem em relação às atividades lúdicas para vivenciar com seus alunos, ao trabalho em equipe, a produção artigos científicos e oficinas; indo ao encontro do que apontou Paula (2013) ao defender que a extensão universitária contribui para a formação, uma vez que promove o aperfeiçoamento da aprendizagem acadêmica e amplia a auto confiança, algo que reverbera para o desenvolvimento profissional docente.

Os licenciados, ainda, explicitaram os motivos pelos quais eles frequentam os projetos de extensão com seus estudantes da educação básica. Suas respostas revelam que tal decisão ancora-se na oportunidade de visitação às universidades e no valor delas para a desmistificação da matemática enquanto ciência de difícil acesso e entendimento. São unânimes em afirmar que são experiências transformadoras e motivadoras para os estudos. O que pode ser observado nas falas a seguir: *o lugar deles é na universidade pública, onde podem ter uma formação de alto nível e perceber que o mundo vai além do que foi mostrado e ainda convencê-los do quanto são capazes* (Professor 1); *acredito que as atividades propostas são motivadoras e podem despertar o interesse dos alunos em aprender matemática* (Professor 2); *é a melhor forma de incentivar os jovens a acreditar na universidade pública e adquirir conhecimento* (Professor 5).

Desta forma os projetos de extensão estão colaborando para formação inicial, bem como a formação continuada e corroborando com Ponte (2012) quando afirma que os conhecimentos dos licenciandos e licenciados devem ser sobre a aprendizagem, sobre a prática docente, sobre o conteúdo e currículo.

No que se refere ao LEMAT, os sujeitos registraram que são inúmeras suas contribuições para a formação dos professores e futuros professores, especialmente, pelo fato de promover a participação efetiva de estudantes e professores da educação básica em suas ações, permitindo a troca de experiências entre profissionais experientes e novatos; por promover e socializar atividades de enriquecimento curricular; ofertar ações voltadas para a elaboração de projetos escritos; execução e apresentação de trabalhos 9científicos; a socialização de literatura atualizada na área de ensino de matemática. Isso pode ser observado nas falas: *acho muito interessante as oficinas realizadas, nem sempre temos espaço físico para realizar ou o material nas escolas e a maioria dos alunos participam e tem a curiosidade despertada depois das experiências proporcionada pelas oficinas do lemat*. (Professor 1); *é um ambiente bem lúdico com cores e isso é atrativo, pode despertar uma curiosidade nos alunos a experimentar os recursos disponíveis* (Professor 12).

De modo geral, as falas incidem sobre o entendimento de que o LEMAT, enquanto projeto de extensão, tem promovido momentos de iniciação à docência e às práticas científicas, visto que aproxima licenciandos e licenciados a estudantes da educação básica, fomentando o desenvolvimento de conhecimentos sobre os alunos, o currículo e a prática docente, em alinhamento a fala de Ponte (2012) quanto à necessidade de tais conhecimentos para a prática profissional.

Considerações finais

De modo geral, reafirma-se neste estudo a extensão universitária enquanto espaço de socialização, construção e validação de conhecimentos, sendo importante para construção de vínculos entre a universidade e a população em geral. Em particular, revela-se que as ações extensionistas, no entendimento de licenciandos e licenciados, contribuem na formação docente e desenvolvimento profissional, uma vez que promovem o contato com a comunidade escolar, com os conteúdos curriculares, com as problemáticas e elementos próprios da prática docente.

A extensão, nessa direção, tem como um de seus principais pilares envolver a comunidade externa e aproximá-la da Universidade e do que ela, enquanto instituição de ensino, seja pública ou privada, pode proporcionar. Espera-se que a relevância que a extensão teve na formação dos estudantes e recém profissionais entrevistados reforce a sua importância no ensino superior, a mobilização de políticas que a fortaleçam e, fomente, incentive a participação de mais indivíduos.

Referências e bibliografia

Fórum de pró-reitores de extensão das universidades públicas brasileiras (2012). *Política nacional de extensão universitária /elaborado pelo Fórum de Pró-Reitores de Extensão das Instituições de Educação Superior Públicas Brasileiras*. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Fraga, L. S. (2017). Transferência de Conhecimento e Suas Armadilhas na Extensão Universitária Brasileira. Avaliação: *Revista da Avaliação da Educação Superior*, 22(2), 403-419.

Franco, M.L.P. B (2018). *Análise de conteúdo*. (5 ed). Liber Livro.

Garcia, B. R. Z.; Bohn, L. R. D; Araújo, M. I. S (2013). Universidade e extensão: uma relação dialógica entre formação profissional e compromisso social In: Séveres, L. (Org.). *A extensão universitária como um princípio de aprendizagem*. Liber Livro.

Gil, A. C (2008). Métodos e técnicas de pesquisa social. (6. ed). Atlas.

Oliveira, O.B; Higa, I (2007). Contribuições dos projetos de ensino e pesquisa na formação do professor de ciências: coletividade e ruptura. *Atas do VI ENPEC – Encontro nacional de Pesquisa em Educação em Ciências*. Abrapec.

Paula, J. A. (2013). A extensão universitária: história, conceito e propostas. *Interfaces*, 1(1), 05-23.

Pina Neves, R. S.; Dörr, R. C; Silva. J. M. P (2021). A Escola no Instituto de Ciências Exatas (IE): Uma experiência colaborativa e formativa. In: Regina da Silva Pina Neves; Carina Maia de Castro Mundim. (Org.). *Práticas Formativas na Extensão Universitária*: Contribuições do Instituto de Ciências Exatas da Universidade de Brasília. v. 1. (p. 37-48). Paco Editorial.

Ponte, J. P; Quaresma, M (2012). O papel do contexto nas tarefas matemáticas. *Interações*, 22(8), 196-216.

Senado Federal (2012, 29 de março). Senado Federal consolida texto da Constituição da República Federativa do Brasil de 1988. *Agência Senado federal Notícias*. http://bit.ly/2x9BRkB.

A produção de jogos matemáticos na formação inicial de professores: experiências em uma Universidade pública Brasileira

Regina da Silva Pina **Neves**
Universidade de Brasília
Brasil
reginapina@mat.unb.br
Bruno do Nascimento **Ferreira**
Universidade de Brasília
Brasil
nascimento.ferreira16@gmail.com
Mábylla Mayla Amaral **Aguiar**
Universidade de Brasília
Brasil
mabymayla3029@gmail.com
Luciana Harumi **Yokoyama**
Universidade de Brasília
Brasil
lucianaharumi23@gmail.com
Sarah **Gusmão**
Universidade de Brasília
Brasil
sarahgsmarques@hotmail.com
Milena de Souza **Mangueira**
Universidade de Brasília
milena0106@hotmail.com

Resumo

O presente trabalho analisa a produção de jogos matemáticos físicos para o ensino e a aprendizagem de matemática na educação básica, como momento formativo privilegiado para a aquisição de conhecimentos matemáticos e didáticos. A pesquisa qualitativa de natureza interpretativa foi realizada no âmbito do Laboratório de Ensino de Matemática, de uma instituição pública federal de ensino, integrando 17 licenciandos e 3 formadoras de professores no desenvolvimento dos jogos por meio

das etapas de: concepção, socialização e validação. Os resultados indicam que, ao longo das etapas, os licenciandos avançaram na compreensão dos conhecimentos matemáticos relativos aos números racionais, especialmente, quanto à representação e às operações. Do mesmo modo, mostram ampliação do entendimento dos conhecimentos didáticos referentes aos conteúdos de ensino, do currículo, dos estudantes e dos processos de ensino.

Palavras-chave: Jogos físicos; Matemática; Conhecimentos Didáticos.

Introdução

A literatura em Educação e Educação Matemática defende, desde a década de 1990, que a atividade lúdica é inerente ao ser humano, engendrada aos processos de socialização em ambientes familiares, escolares e profissionais (Kishimoto, 2011). Nesse contexto, os jogos têm ocupado cada vez mais espaço, permitindo a pais, estudantes e professores a interação social por meio de cenários, vivências e conceitos das diferentes áreas do conhecimento, visto que " o jogo é um fator distinto e fundamental, presente em tudo o que acontece no mundo (...) é no jogo e pelo jogo que a civilização surge e se desenvolve (Huizinga, 2012, prefácio). No bojo dessas discussões, as pesquisas sobre formação inicial de professores de matemática defendem a construção de práticas formativas que rompam com a tricotomia entre formação matemática, formação didático-pedagógica e prática profissional, ainda vigente em muitas instituições, como denunciado por Fiorentini e Oliveira (2013). Para tanto, amplia-se o desenvolvimento de experiências formativas no contexto das disciplinas curriculares e/ou dos projetos de extensão em cursos de licenciatura em matemática de natureza investigativa e colaborativa.

Em face dessas possibilidades e cientes de que a colaboração é marcada pela aprendizagem mútua e pelo compartilhamento de vivências, ideias, conhecimentos, expectativas e compreensões de maneira simétrica (Fiorentini et al. 2018), o Laboratório de Ensino de Matemática (LEMAT), da Universidade de Brasília tem se constituído em espaço privilegiado de desenvolvimento e análise de experiências formativas. Assim, integra formadores de professores, professores da Educação Básica e licenciandos na produção de materiais didáticos para o ensino e a aprendizagem de matemática na educação básica, compreendendo-a como instância formativa para a prática profissional. De modo especial, no ano de 2022, a equipe se dedicou ao desenvolvimento de três jogos matemáticos físicos que abordam números racionais. Neste texto temos como objetivo analisar as contribuições do desenvolvimento dos jogos matemáticos físicos para a formação para a docência em matemática. Para tanto, optamos pela análise narrativa a partir de episódios significativos dos momentos de concepção, socialização, validação e aprimoramento dos jogos vivenciados pelos licenciandos.

Referencial Teórico

A pesquisa sobre formação inicial e continuada de professores de matemática discute o conhecimento profissional do professor, destacando tanto o conhecimento do conteúdo matemático quanto o conhecimento didático como essenciais para a prática docente. Nesse sentido, ajuda-nos a compreender o conhecimento didático e suas subdivisões, a saber: (1) **o conhecimento dos conteúdos de ensino**, incluindo as suas inter-relações internas e com outras

disciplinas e as suas formas de raciocínio, de argumentação e de validação; (2) **o conhecimento do currículo**, incluindo as grandes finalidades e objetivos e a sua articulação vertical e horizontal; (3) **o conhecimento do aluno**, dos seus processos de aprendizagem, dos seus interesses, das suas necessidades e dificuldades mais frequentes, bem como dos aspectos culturais e sociais que podem interferir positiva ou negativamente no seu desempenho escolar; e (4) **o conhecimento do processo instrucional**, no que se refere à preparação, condução e avaliação da sua prática letiva (Ponte e Quaresma, 2012).

Desse modo, é essencial que os processos formativos organizem situações nas quais os futuros professores possam acessá-los, compreendê-los e, de modo especial, possam experienciá-los em contextos reais ou próximos à realidade da profissão. Dessa forma, terá de se preocupar tanto com a aprendizagem dos conteúdos matemáticos quanto com a capacidade de aprender desse estudante. Por outro lado, os estudantes devem assumir a responsabilidade de expressar seus interesses, questões e compreensão, no que diz respeito à resolução de problema que lhe foi apresentado. A criação de um ambiente favorável a essas atividades matemáticas é de responsabilidade do professor, que deve ter o entendimento que representa em sala de aula uma comunidade de estudos matemáticos e esse conhecimento deve estar presente naquele ambiente. A forma como os problemas e os diálogos são organizados pode encaminhar o raciocínio matemático e, por consequência, estimular a formulação e reformulação de problemas. Podemos pensar que, para que estes estudantes consigam visualizar os conhecimentos matemáticos envolvidos, o professor, de certa forma, deverá explicitar o conhecimento que utilizará e, desse modo, abrir espaço para a argumentação sobre uma utilidade ou estratégia de solução para uma tarefa de aula a eles apresentadas. Assim, entendemos que o professor deve ser confiante em seus conhecimentos específicos e didáticos em matemática.

Metodologia

A pesquisa desenvolvida é de natureza interpretativa (Creswell, 2014), de tipo qualitativo, realizada no âmbito do LEMAT enquanto Projeto de Extensão Universitária vinculado ao curso de licenciatura em matemática, da Universidade de Brasília. O LEMAT integra estudantes da licenciatura em matemática (bolsistas de extensão e voluntários), formadores de professores que atuam nas disciplinas de ensino do curso de graduação em matemática e professores colaboradores da Secretaria de Estado e Educação do Distrito Federal (SEEDF). Participaram da pesquisa 17 licenciandos, sendo 8 homens e 9 mulheres, com idades entre 19 e 23 anos. Três formadoras de professores, duas vinculadas à UnB (uma delas autora do presente texto) e uma à SEEDF que atuam como coordenadoras do projeto apoiando os licenciandos nas ações de estudo, pesquisa e escrita. Estes foram organizados em três grupos, tendo um deles assumido a função de coordenador em cada grupo - responsável pelos processos de registro, agenda e diálogo com o grande grupo. Logo, para a produção dos três jogos em questão, a equipe vivenciou, as seguintes etapas:

Quadro 1
Etapas do desenvolvimento dos jogos.

Etapa	**Ações**	**Responsáveis**	**Conhecimentos didáticos suscitados**
Concepção	- Estudo sobre o tópico curricular e consulta aos documentos curriculares como a BNCC e o currículo do DF; - Delimitação do foco conceitual do jogo; - Estabelecimento das ações de cada jogador e das regras; - Testagens de materiais para a confecção do primeiro protótipo do jogo.	Integrantes do Grupo	dos conteúdos de ensino; do currículo; do aluno e do processo instrucional.
Socialização	- Apresentação, entre os grupos do LEMAT, do jogo das regras e das possíveis jogadas; - Análise conceitual do jogo, por meio do levantamento de dúvidas, erros e acertos; - Adequação do material para a confecção do jogo e das regras.	Integrantes do Grande Grupo	do currículo; do aluno e do processo instrucional.
Validação	- Apresentação, junto aos integrantes do LEMAT, do jogo, das regras e das possíveis jogadas; - Análise conceitual do jogo, por meio do levantamento de dúvidas, erros e acertos; - Definição do material para a confecção do jogo e escrita das orientações para os jogadores.	Integrantes do Grande Grupo e convidados	do currículo; do aluno e do processo instrucional.

Fonte: Relatório de Pesquisa.

Ao longo das etapas acima, muitos encontros foram realizados em cada grupo e no grande grupo de modo a provocar discussões e análises, integrando os licenciandos e as coordenadoras, estimulando o trabalho colaborativo. Assim, a equipe vivenciou, conjuntamente, momentos síncronos e assíncronos, que possibilitaram: A) estudo e investigação acerca dos conhecimentos matemáticos e didáticos sobre jogos e números e B) a análise crítica e discussão coletiva do processo de produção. De modo específico, para fins de descrição e análise, neste texto, tomamos momentos significativos vivenciados pelos grupos ao planejarem, socializarem e aperfeiçoarem, colaborativamente, os jogos físicos. Utilizamos, como instrumentos de recolha de dados, arquivos, relatos pessoais da equipe e anotações realizadas pelas coordenadoras. Para a análise dos dados, optamos pela análise narrativa, assim como defende Riessman (2005), em função da possibilidade de narrar e descrever o processo de participação e desenvolvimento dos licenciandos.

A construção dos jogos matemáticos físicos

A escolha pela produção de jogos físicos aconteceu no início do ano de 2022 em resposta à crescente demanda social pós-pandemia da COVID 19 por experiências matemáticas lúdicas que

unissem estudantes, professores e familiares. Assim, foi consensual na equipe que os jogos matemáticos físicos seriam produzidos de modo a criar momentos divertidos, ricos em interação e diálogo entre os jogadores. Ademais, que se constituíssem em espaços de aquisição de conceitos matemáticos por meio de ações que equilibrassem competição e colaboração ao longo das jogadas. Nesses momentos iniciais o grande grupo definiu o tópico curricular dos números racionais como foco central do trabalho em função das dificuldades apresentadas pelos estudantes brasileiros em avaliações nacionais de larga escala.

A primeira etapa foi vivenciada ao longo de meses e possibilitou a criação de três jogos, a saber: Jogo 1 - *Minha Melhor Carta (M.M.C), Jogo 2 - Corrida das Frações e Jogo 3 - O Reino das Frações.* Para cada jogo foi construída a justificativa para sua criação; a descrição das habilidades abordadas; o material necessário para o jogo e o funcionamento do jogo, com explicações minuciosas para os jogadores. O quadro seguinte reúne alguns destes elementos a respeito do Jogo 1.

Quadro 2
Elementos da descrição de cada jogo.

Material Necessário	**Funcionamento do jogo**
O material do jogo é composto por 52 cartas distintas, entre elas: Cartas de frações: seus numeradores e denominadores variam de 1 a 9, formando frações redutíveis e irredutíveis - 22 vermelhas (negativas) e 22 verdes (positivas) Cartas especiais: multiplicador por ± a/b, com a, b ∈ {1, 2} - 8 azuis no total, o aluno escolhe qual operação utilizar.	O jogo envolve quatro (4) participantes, duas duplas. Equipe A: A_1, A_2, Equipe B: B_1, B_2 ... As equipes jogam em turnos alternados – A_1 B_1 A_2 B_2. Cada um joga apenas uma vez por rodada, cada partida tem três rodadas - A dupla que ganhar duas rodadas vence a partida. Inicialmente, cada participante recebe três cartas aleatórias do baralho, não é permitido mostrar as cartas aos outros jogadores. Para pontuar, a dupla deve ter a maior soma da rodada, logo, a carta de um participante opera apenas com a de seu companheiro, e estes devem trabalhar em equipe para atingir o maior valor. Ao final da rodada, a equipe vencedora pontua e o valor somado não é acumulado para a rodada seguinte. Cartas de frações são somadas entre si e cartas especiais multiplicam ou dividem a carta do companheiro. Em caso de empate na partida (cada equipe vencer uma rodada e empatar em outra), vence a equipe que pontuou sozinha primeiro.

Fonte: Relatório de Pesquisa.

Os três jogos alinharam importantes habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes nos anos finais do ensino fundamental, como mostra o quadro seguinte.

Quadro 3
Habilidades conforme a BNCC

Código	Descrição	Jogos
EF06MA07	Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.	1, 2, 3
EF06MA10	Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.	1, 2, 3
EF07MA01	Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.	1, 2, 3

Fonte: Relatório de Pesquisa.

A segunda etapa possibilitou melhorias quanto: ao *designer* do material usado na confecção do jogo, à escrita das regras e das orientações aos jogadores. Igualmente, contribuiu para a melhor compreensão dos limites e das possibilidades do jogo para a aprendizagem dos conceitos matemáticos. As imagens seguintes ilustram partes do material produzido.

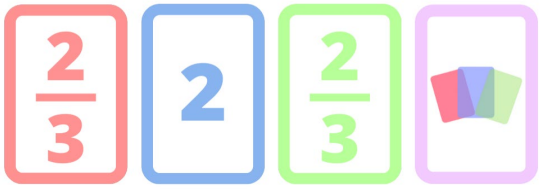


Figura 1. Cartas desenvolvidas para o Jogo 1.

Figura 2. Tabuleiro desenvolvido para o Jogo 2.

A terceira etapa ampliou o debate sobre os jogos e possibilitou melhorias quanto à melhor definição das habilidades, das regras e das orientações aos jogadores. Além disso, foi importante para demarcar a valorização, pela equipe, do ambiente colaborativo e reflexivo para o desenvolvimento profissional.

Considerações Finais

O estudo mostra o quanto a atividade lúdica propiciada pelos jogos matemáticos físicos pode alterar a relação que as pessoas estabelecem com a matemática, seu ensino e aprendizagem. Assim, evidenciou-se que é possível construir relações mais positivas sobre a matemática, ampliando o interesse pelos conceitos matemáticos, especialmente, os números racionais. A opção pelo desenvolvimento dos jogos de modo colaborativo, a partir das etapas de concepção, socialização e validação mostrou-se pertinente, uma vez que promoveu o estudo e o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos e didáticos entre os licenciandos.

Referências

Creswell, J. W. (2014). *Investigação qualitativa e projeto de pesquisa: escolhendo entre cinco abordagens*. Penso.

Fiorentini, D.; Oliveira, A. T. C. (2013). O lugar das matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas?. *Bolema* [online]. v.27, n.47, p.917-938.

Fiorentini, D., Ribeiro, C. M., Losano, A. L., Crecci, V. M., Ferrasco, T. de O., & Vidal, C. P. (2018). Estudo de uma experiência de Lesson Study Híbrido na formação docente em matemática: contribuições de/para uma didática em ação. *Anais do XIX Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino* (v. 1, pp. 1-38). Endipe.

Huizinga, J. (2012). *Homo ludens*: o jogo como elemento da cultura. 7.ª ed. São Paulo: Perspectiva.

Kishimoto, T. M. (org) (2011). *Jogo*, *brinquedo*, *brincadeira e a educação*. São Paulo: Cortez.

Ponte, J. P. da; Quaresma, M. (2012). O papel do contexto nas tarefas matemáticas. *Interacções*, Lisboa, Portugal, v. 8, n. 22, p. 196-216, jan.

Riessman, C. K. (2005). Narrative analysis. In N. Kelly *et al.* (Eds.), *Memory & everyday life* (pp. 1-8). University of Huddersfield.

A propósito de la enseñanza y aprendizaje de la completitud de $\mathbb{R}$

María Alexandra **Fregueiro**
Departamento de Matemática, Consejo de Formación en Educación
Uruguay
suresmeralda@hotmail.com
Analía **Bergé**
Université du Québec à Rimouski
Canadá
analia_berge@uqar.ca

Resumen

En esta comunicación presentamos los principales resultados de una investigación doctoral sobre la enseñanza y el aprendizaje de la propiedad de completitud del conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$). En nuestra investigación nos propusimos analizar y describir las conceptualizaciones sobre la completitud que construye un grupo de estudiantes del profesorado de matemática uruguayo en interacción con una propuesta de enseñanza cuyo diseño considera la dialéctica herramienta-objeto, el juego de marcos (Douady, 1992) y el metadiscurso de las nociones FUG (Dorier, 1995).

Utilizamos un enfoque metodológico interpretativo-cualitativo y como método el estudio de casos (Bisquerra, 2009). El análisis e interpretación de los datos nos permite afirmar que el conocimiento sobre la completitud de los estudiantes que intervinieron en esta investigación se vio modificado. En algunos casos se transformó de un conocimiento implícito a un conocimiento explícito movilizable y en otros casos de un conocimiento explícito inicial a un conocimiento explícito flexible.

Palabras clave: Didáctica de la Matemática; Educación superior; Enseñanza; Formación docente inicial; Dialéctica herramienta-objeto; Nociones FUG; Enseñanza del análisis matemático; Completitud de $\mathbb{R}$; Consejo de Formación en Educación; Uruguay.

Introducción

El sistema de los números reales ($\mathbb{R}$) es el dominio numérico donde se desarrollan conceptos y se validan propiedades del Análisis Matemático. La posibilidad de demostrar ciertas propiedades y definir nuevos objetos matemáticos en $\mathbb{R}$ y no en $\mathbb{Q}$ está dada por una propiedad que distingue a estos dos cuerpos totalmente ordenados: la propiedad de completitud de $\mathbb{R}$. En el curso de Análisis de variable real del profesorado de matemática en Uruguay (denominado Análisis 1), la propiedad de completitud de $\mathbb{R}$ se introduce con el enunciado de la propiedad del supremo. Esta introducción, ¿qué ideas de la completitud privilegia y qué oportunidades ofrece para que los estudiantes puedan usarla explícitamente? Una primera formulación de nuestro cuestionamiento didáctico es: ¿qué tratamiento de la propiedad de completitud favorecería que los estudiantes consideren esta propiedad como necesaria y útil para el trabajo matemático? ¿Cómo hacer para que los estudiantes pongan en funcionamiento la propiedad de completitud reconociendo su relevancia en la demostración de propiedades y en la definición de objetos matemáticos? Para transformar este cuestionamiento en una pregunta de investigación es necesario apoyarse en constructos teóricos y analizar el estado de la cuestión en el campo de la didáctica de la matemática.

Estado del arte

Para abordar como un problema la enseñanza y el aprendizaje de la completitud de $\mathbb{R}$ consideramos necesario tomar distancia de dicha noción y entender cómo, por qué y en qué contexto se hizo necesaria su aparición en la matemática. Tomamos como referencia el trabajo de Bergé y Sessa (2003) quienes señalan tres estados epistemológicos de la propiedad de completitud en distintos momentos de la historia de la matemática: como un atributo implícito, como un atributo explícito, aunque naturalmente aceptado, y como una propiedad explícita y demostrable. Los problemas donde la completitud se hace necesaria están relacionados con los fundamentos del Análisis y con la construcción de pruebas formales (de existencia de un elemento del sistema numérico real) que en muchos casos son evidentes desde una perspectiva gráfica.

Diversas investigaciones que tratan la introducción de la completitud vía la noción de supremo dan cuenta de ciertas dificultades que pueden manifestar los estudiantes durante el proceso de conceptualización (Bergé 2016, 2008; Acevedo, 2011; Bills y Tall, 1998). Estas nos interesan particularmente porque el trabajo reportado en el aula es similar al de los cursos de Análisis 1 del profesorado uruguayo. Algunas dificultades parecen estar relacionadas a las estructuras, objetos y relaciones lógicas que entran en juego en la construcción de su definición formal (Chellougui, 2016); a determinar y justificar la existencia de cotas superiores, inferiores, supremo e ínfimos de conjuntos dados (Sari et. al, 2018; Hernández y Trigueros, 2012). Las actividades y el tipo de preguntas propuestas en las investigaciones nos permiten conjeturar que los cursos "típicos" de Análisis privilegian un tratamiento del supremo sin considerar los contextos particulares de uso y centrado en analizar las propiedades y características de esa noción sin hacer explícita la necesidad de su existencia.

Estos trabajos evidencian que el tratamiento usual vía el supremo de la propiedad de completitud en los cursos iniciales de Análisis no parece contribuir a que los estudiantes construyan con sentido la noción de completitud y logren ponerla en funcionamiento identificando su uso en situaciones específicas en su doble carácter de herramienta y de objeto.

Marco conceptual

La puesta en juego de la completitud puede presentarse e interpretarse en diversos contextos: gráfico, geométrico, algebraico, aritmético, etc., que pueden leerse como diferentes *marcos* en el sentido de Douady (1992). Nos interesa explorar la posibilidad de pensar situaciones de enseñanza donde la completitud pueda interpretarse transitando por diversos marcos. Esta movilización e interpretación de un mismo problema en diferentes marcos, es denominada por Douady (1992) *juego de marcos*. Por otra parte, Douady (1995, 1992) afirma que para un concepto matemático conviene distinguir su carácter de herramienta (H) y su carácter de objeto (O). Vemos el carácter de herramienta de la completitud desplegarse cuando la misma es utilizada para resolver una situación contextualizada y particular; por ejemplo para probar la convergencia de sucesiones, la existencia de raíces o de extremos absolutos de funciones bajo determinadas condiciones. Cuando el interés en la completitud se presenta desligado de los contextos particulares de uso y se busca caracterizar dicha propiedad de forma general y analizar la interrelación con otras nociones matemáticas, se hace explícito su carácter de objeto. Tomamos de Douady (1995) las siguientes caracterizaciones: un alumno ***ha aprendido*** cierta noción matemática si es capaz de hacerla funcionar en su doble carácter de herramienta y de objeto. Para el docente, ***enseñar*** cierto conocimiento matemático implica crear las condiciones que permitirán la apropiación del mismo por parte del alumno, lo que requiere cierta organización. En el contexto de la enseñanza y el aprendizaje, la dialéctica herramienta-objeto es un proceso cíclico que organiza los roles del profesor y de los estudiantes, durante este proceso los conceptos matemáticos desempeñan el papel de herramienta cuando son usados en la resolución de un problema y de objeto cuando son definidos y caracterizados en la construcción de un conocimiento organizado durante su institucionalización escolar.

Hay nociones matemáticas cuyo aprendizaje representa en buena medida un salto con respecto a los conocimientos previos de los estudiantes: su presentación en el aula involucra la definición de nuevos objetos matemáticos o la introducción de un nuevo formalismo, o de nueva simbología, o responden a la necesidad de unificar o generalizar conocimientos. Las nociones con estas características han sido denominadas nociones o conceptos FUG (Robert, 1998; Dorier, 1995) justamente por su carácter formalizador, unificador y generalizador. Pensamos que la propiedad de completitud puede ser interpretada como una noción FUG por las razones que detallamos a continuación. En los cursos universitarios donde la completitud se introduce con el enunciado de la propiedad del supremo, se hace necesario definir nuevos objetos matemáticos, nuevas palabras e introducir una nueva simbología, característica formalizadora de la noción en el sentido de Robert (1998). La completitud permite unificar nociones ya conocidas de manera compartimentada por los estudiantes, como ser el comportamiento de ciertas sucesiones numéricas y las propiedades de ciertas funciones continuas en intervalos cerrados. El trabajo matemático en un cuerpo ordenado y completo posibilita asegurar y generalizar la convergencia de las sucesiones monótonas y acotadas, y ciertas características de todas las funciones continuas en intervalos cerrados. Considerar la completitud como una noción FUG nos posibilita tomar en

cuenta las recomendaciones didácticas de autores que han trabajado en la enseñanza y el aprendizaje de este tipo de nociones. Estos investigadores consideran que las nociones FUG difícilmente pueden ser introducidas en el aula a partir de una situación fundamental en el sentido de Brosseau (2002); afirman que son nociones que requieren de una enseñanza a largo plazo y de la elaboración de un discurso particular por parte del docente para generar la reflexión en el aula sobre las nociones puestas en juego (Dorier, 1995).

La pregunta de investigación y los objetivos específicos

El diseño de propuestas de enseñanza de la propiedad de completitud privilegiando la dialéctica *herramienta-objeto* y el juego de marcos es, a nuestro conocimiento, un camino que hasta el momento no ha sido explorado. A la luz del estado del arte y los constructos teóricos desarrollados, nos proponemos dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo evoluciona la comprensión de estudiantes del curso de Análisis 1 del profesorado uruguayo a propósito de la propiedad de completitud de los números reales a partir de una propuesta de enseñanza que privilegie en su diseño la dialéctica Herramienta-Objeto, el juego de marcos y el metadiscurso de las nociones FUG?

Con el fin de dar respuesta a esta pregunta nos fijamos los siguientes objetivos específicos:

- Explorar formas de favorecer que los estudiantes pongan en funcionamiento el carácter de herramienta explícita y de objeto de la propiedad de completitud de $\mathbb{R}$.
- Describir las conceptualizaciones que construyen los estudiantes sobre la completitud de $\mathbb{R}$ en términos de herramienta implícita, herramienta explícita y de objeto como fruto de la interacción con las formas resultantes de dicha exploración.

Metodología

El trabajo se enmarca en una metodología cualitativa dentro del paradigma interpretativo-cualitativo y el método utilizado es el estudio de casos (Bisquerra, 2009). El contexto de nuestra investigación se ubica en el dictado de la asignatura perteneciente al núcleo específico del segundo año de la carrera, denominada Análisis 1 en el profesorado de matemática uruguayo. Es una carrera de nivel terciario que tiene una duración de cuatro años y está compuesta por tres núcleos formativos: núcleo de formación profesional común, núcleo específico y núcleo didáctica-práctica docente. Participaron de la experiencia cuatro estudiantes que ya habían cursado esta asignatura, dos de ellos ya la tenían aprobada al momento de la experiencia y otros dos la estaban recursando.

Recolección de los datos

Para recabar la información, acorde a los objetivos específicos de este trabajo, utilizamos tres tipos de técnicas cualitativas: instrumentos, estrategias y medios audiovisuales (Bisquerra, 2009, p. 1551).

Los instrumentos

1- El diseño de un conjunto de indicadores que hemos denominado niveles de funcionamiento y niveles de conocimiento de la completitud de $\mathbb{R}$ que sustentaron tanto el análisis a priori de la secuencia de enseñanza como la interpretación y descripción de las conceptualizaciones que construyeron los estudiantes en interacción con la secuencia.
2- El diseño de una secuencia de enseñanza en torno a la propiedad de completitud que permitió explorar formas de poner en funcionamiento la completitud en su doble carácter de herramienta y de objeto (Douady, 1992) y tomar en cuenta las sugerencias que plantean varios autores acerca de la enseñanza de las nociones FUG (Robert, 1998; Dorier, 1995, Bridoux, 2012).

Los niveles de funcionamiento y de conocimiento de la completitud de $\mathbb{R}$

Para este diseño tomamos ideas de varios autores: las nociones de herramienta implícita, herramienta explícita y objeto de Douady (1995,1992). Por otro lado, consideramos el carácter diferenciador de la completitud como noción FUG en el sentido de Chorlay (2019). Por último, readaptamos la caracterización de herramienta explícita de prueba y para definir objetos matemáticos en el sentido de Jovignot (2018). Resumimos los niveles de funcionamiento en la siguiente tabla:

Tabla 1
Niveles de funcionamiento de la completitud de $\mathbb{R}$.

Funcionamientos	Subniveles	Descripción. El estudiante…
Herramienta implícita (HI)		…usa la completitud sin identificarla. Por ejemplo: asegura la convergencia de una sucesión real monótona y acotada sin poder dar una justificación.
Herramienta explícita (HE). Este funcionamiento requiere que el estudiante identifique a la noción como objeto y la use de forma intencional.	Diferenciadora (HED)	…usa algún enunciado de la completitud para probar que $\mathbb{R}$ y $\mathbb{Q}$ son cuerpos totalmente ordenados distintos, el primero completo y el segundo no.
	Para definir objetos matemáticos (HEDO)	…usa algún enunciado de la completitud para definir objetos matemáticos. Por ejemplo: $\mathbb{I} = \{l/l = \sup(A), A \subset \mathbb{Q}, A \neq \emptyset, A \text{ acot. sup. en } \mathbb{Q}, A \text{ no admite supremo racional}\}$
	De prueba (HEP)	…identifica el uso de la completitud en el desarrollo de demostraciones que la requieran. Por ejemplo: en la demostración del TVI.
Objeto	Inicial (OI)	…conoce un enunciado de la completitud pudiendo o no ponerla en funcionamiento como HE.
	Movilizable (OM)	…conoce más de un enunciado de la completitud pudiendo o no identificar la equivalencia entre ellos y es capaz de usarla como HE.
	Flexible (OF)	… conoce más de dos enunciados de la completitud, identifica la equivalencia entre ellos y pone en funcionamiento la noción como HE.

Fuente: elaboración propia

Tomando como referencia el trabajo de Douady (1992) diremos que un estudiante tiene conocimiento sobre la propiedad de completitud en la medida que es capaz de poner en funcionamiento su carácter de herramienta explícita y su carácter de objeto; identificamos entonces distintos niveles de conocimiento de la completitud utilizando los niveles de funcionamiento mencionados en la Tabla 1. Resumimos los niveles de conocimiento en la Tabla 2.

Tabla 2
Niveles de conocimiento de la completitud de ℝ.

Funcionamientos →	Herramienta implícita	Herramienta explícita			Objeto		
↓Nivel de conocimiento		HED	HEDO	HEP	OI	OM	OF
Implícito (CI)							
Implícito (CI)							
Explícito inicial (EI)							
Explícito movilizable (EM)							
Explícito movilizable (EM)							
Explícito flexible (EF)							

Fuente: elaboración propia

A modo de ejemplo, un estudiante muestra un conocimiento *implícito* (CI) de la completitud si la propiedad funciona como herramienta implícita (HI), pudiendo o no funcionar como objeto inicial (OI). Un estudiante tiene un conocimiento *explícito movilizable* (EM) de la completitud si la utiliza como herramienta explícita diferenciadora (HED), para definir objetos (HEDO) y para hacer pruebas (HEP) pudiendo funcionar como objeto inicial (OI) o como objeto movilizable.

La secuencia de enseñanza

La secuencia de enseñanza consta de 8 actividades que fueron desarrolladas es modalidad taller con una duración de 14 horas distribuidas en 4 sesiones. Apunta a formular en la clase una primera formulación de la completitud de ℝ considerando el enunciado "toda sucesión real monótona creciente y acotada superiormente es convergente en ℝ" y la demostración por parte de los estudiantes de la equivalencia de cuatro enunciados de esta propiedad: 1- Toda sucesión real monótona creciente y acotada superiormente es convergente en ℝ; 2- Toda sucesión real monótona y acotada es convergente en ℝ; 3- Todo par de sucesiones reales monótonas adyacentes es convergente a un mismo valor límite en ℝ (es un par de sucesiones monótonas convergente); 4- Todo subconjunto de números reales no vacío y acotado superiormente tiene supremo real.

La organización de las actividades de la secuencia responde a la intención de ir construyendo y demostrando esta equivalencia con institucionalizaciones intermedias en el

sentido de Bridoux (2012). La demostración de dicha equivalencia pone en funcionamiento la completitud como herramienta explícita y como objeto. Para esto es necesario elaborar un discurso específico por parte del docente denominado metadiscurso (Dorier, 1995). Con este tratamiento de la completitud en el aula buscamos mostrar la insuficiencia de $\mathbb{Q}$ en el trabajo matemático en Análisis y hacer explícita esta propiedad como diferenciadora de $\mathbb{Q}\ y\ \mathbb{R}$ (en el sentido de Chorlay, 2019).

Resultados obtenidos

Realizamos el análisis e interpretación de los resultados obtenidos considerando los funcionamientos identificados en las producciones de cada estudiante en cada una de las actividades que componen la secuencia. Los funcionamientos y los niveles de conocimiento identificados en el trabajo de los estudiantes nos permitieron describir las conceptualizaciones que ellos van construyendo sobre la completitud en interacción con la secuencia de enseñanza. Resumimos los niveles de funcionamiento identificados en las producciones de los estudiantes vinculados a cada actividad (Tabla 3).

Tabla 3
Niveles de funcionamiento de los cuatro estudiantes en cada actividad

Actividades	**Niveles de funcionamiento.**			
	Andrea	**Elena**	**Mónica**	**Víctor**
Actividad 1	HI	HI	HED, OI	HED, OI
Actividad 2	HI, OI	HEDO, OI	HEDO, OM	HEDO, OM
Actividad 3	HEP, HED, OM	HEP, HED, HEDO, OM	HEP, HED, HEDO, OM	HEP, HED, HEDO, OM
Actividad 4	HEP, HED, OM	HEP, HED, OM	HEP, HED, OM	HEP, HED, OM
Actividad 5	HED, OM	HED, OM	HEP, HED, OM	OM
Actividad 6	HEP, OM	HEP, OM	HEP, OM	HEP, OM
Actividad 7	HEDO, HED, OM	HEDO, OM	HEDO, HEP, OF	HEDO, HEP, OM
Actividad 8	HED	HEP, HED, OM	HED, HEP, OF	HED, HEP, OF

Fuente: elaboración propia

Los niveles de funcionamiento de la completitud identificados en las producciones de los estudiantes están puestos en relación con los niveles de conocimiento de la completitud de $\mathbb{R}$. Esta relación entre los niveles de funcionamiento y los niveles de conocimiento identificados nos permitieron elaborar una explicación acerca de cómo evolucionó la conceptualización sobre la propiedad de completitud en interacción con la secuencia de enseñanza. Hemos constatado que se aprecia una modificación entre el nivel de conocimiento inicial, el nivel de conocimiento a lo largo de la secuencia y el nivel de conocimiento al finalizar la secuencia. En la siguiente tabla

(Tabla 4) presentamos un resumen de los niveles de conocimientos identificados durante el análisis.

Tabla 4
Niveles de conocimiento inicial/final de los estudiantes

Estudiantes	**Nivel de conocimiento inicial**	**Nivel de conocimiento durante el desarrollo de la secuencia/ nivel de conocimiento final**
Andrea	Implícito.	Implícito/Explícito movilizable.
Elena	Implícito.	Explícito inicial/Explícito movilizable.
Mónica	Explícito inicial.	Explícito movilizable/Explícito flexible.
Víctor	Explícito inicial.	Explícito movilizable/Explícito flexible.

Fuente: elaboración propia

Conclusiones

Consideramos que la secuencia diseñada como parte de nuestra investigación, que privilegia la dialéctica herramienta-objeto y el metadiscurso de las nociones FUG, es un posible camino para que los estudiantes logren modificar su conceptualización de la propiedad de completitud. En este escrito mostramos resumidamente, que las conceptualizaciones de cuatro estudiantes se modificaron, transformándose de un conocimiento implícito/explícito inicial a un conocimiento explícito movilizable/explícito flexible.

Referencias y bibliografía

Acevedo, C. (2011). *Una secuencia didáctica para el concepto del Supremo basado en la teoría APOE* (Tesis de Licenciatura. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México).

Bergé, A., & Sessa, C. (2003). Completitud y continuidad revisadas a través de 23 siglos. Aportes a una investigación didáctica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, *6*(3), 163-197.

Bergé, A. (2008). The completeness property of the set of real numbers in the transition from calculus to analysis. *Educational Studies in Mathematics*, *67*(3), 217-235.

Bergé, A. (2016). Le rôle de la borne supérieure (ou supremum) dans l'apprentissage du système des nombres réels, TWG1: Calculus and Analysis, In E. Nardi, C. Winslow & T. Hausberger (Eds), *Proceedings of the frist International Network for Didactic Research in University Mathematics, INDRUM2016,* pp. 33-42, Montpellier (France). https://hal.archives-ouvertes.fr/INDRUM2016

Bills, L. y Tall, V. (1998). Operable Definitions in Advanced Mathematics: The Case of the Least Upper Bound. En A. Olivier y K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 104-111). Stellenbosch: Program Committee of the 22nd PME Conference.

Bisquerra, R. (2009). Metodología de la Investigación Educativa. Madrid: Editorial La Muralla.

Bridoux, S. (2012). Notions de topologie: élaboration de leviers didactiques à intégrer dans un enseignement pour favoriser les apprentissages des étudiants. In *Actes du Colloque EMF 2012* (pp. 327-350).

Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des Mathématiques, 1970-1990.* Kluwer Academic Publishers.

Chellougui, F (2016). Approfondissement du questionnement didactique autour du concept de « borne supérieure », TWG3: Logic, Numbers and Algebra. In E. Nardi, C. Winslow & T. Hausberger (Eds), *Proceedings of the first International Network for Didactic Research in University Mathematics, INDRUM2016,* pp. 266-275, Montpellier (France). https://hal.archives-ouvertes.fr/INDRUM2016

Chorlay, R. (2019). A Pathway to a Student-Worded Definition of Limits at the Secondary-Tertiary Transition. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education* 5, 267-314.

Dorier, J. L. (1995). Meta level in the teaching of unifying and generalizing concepts in mathematics. *Educational studies in mathematics*, *29*(2), 175-197.

Douady, R. (1992). Contribución de la didáctica de las matemáticas a la docencia. *Referencias Irem*, *6*, 132-158.

Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de la relación con el conocimiento matemático. *Ingeniería didáctica en Educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.* México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Hernández, L. A., & Trigueros, M. (2012). Acerca de la comprensión del concepto del supremo. *Educación Matemática, 24*(3), 99-119.

Jovignot, J. (2018). L'analyse épistémologique du concept d'idéal et ses apports à l'étude didactique En M. Bächtold, V. Durand-Guerrier & V. Munier (Eds.). *Epistémologie & didactique* (pp. 61-73). Presses Universitaires de Franche-Comté.

Robert. A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des matématiques, 18*(2), 139-190.

Sari, C. K., Machromah, U. y Purnomo, M.E. R. (2018). Finding and proving supremum and infimum: students' misconceptions. *Journal of Physics: Conference Series.* https://doi.org/10.1088/1742-6596/1180/1/012007

Actitudes y creencias del docente de primaria respecto a la matemática y su enseñanza.

Marisel Rocío **Beteta** Salas
Universidad de Lima
Perú
mbeteta@ulima.edu.pe

Resumen

Las actitudes hacia las matemáticas de los docentes de primaria influyen tanto en su práctica de enseñanza como en las actitudes y aprendizaje de sus estudiantes. El presente estudio explora los factores que determinan las actitudes hacia las matemáticas y describe a través del modelo el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) las creencias respecto a la enseñanza de las matemáticas. Como resultado de un análisis de contenido se presentan como hallazgos una lista de indicadores agrupados según las categorías que resultaron de la convergencia de la caracterización de las actitudes y creencias de las matemáticas que se presentan en el profesor de matemática. Este estudio permitirá el diseño de propuestas dirigidas a fortalecer el componte afectivo en la formación inicial y continúa del docente de matemática en el nivel de educación primaria.

Palabras clave: Educación Matemática; Formación de Profesorado; Actitudes y Creencias; Enseñanza y Aprendizaje; Docente de Matemática.

Introducción

En la formación del profesorado de matemática se considera como bases tanto la formación especializada en el conocimiento disciplinar como el conocimiento didáctico, la importancia formativa de este tipo de conocimientos fue señalada, en Shulman (1986) mediante la noción de conocimiento pedagógico del contenido (Pedagogical Content Knowledge, PCK) que ha dado origen, en el caso de las matemáticas, al conocimiento matemático para la enseñanza (Mathematical Knowledge for Teaching, MKT) (Ball, Lubienski y Mewborn, 2001; Hill, Ball y Schilling, 2008). Dentro de los distintos modelos de caracterización de este

conocimiento destaca el llamado modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) Carrillo et al., (2018).

Las actitudes de los futuros profesores hacia las matemáticas influyen en su enfoque de su propia enseñanza y las estrategias que podrían enseñar durante sus primeros años como docentes, así como la naturaleza de la cultura inicial de enseñanza y aprendizaje en sus aulas (Amato, 2004). Las experiencias de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas derivadas de sus propios años escolares son los principales determinantes de las actitudes de los futuros maestros, aunque Amato (2004, p. 26) informa que las experiencias adquiridas durante su educación formal influyen positiva o negativamente en sus actitudes. Sloan (2010, p. 243) ha centrado su investigación en profesores de matemáticas en formación y descubre que los profesores que no se sienten realmente cómodos con la materia suelen tener menos actitudes positivas hacia las matemáticas,

La calidad de la enseñanza de las matemáticas y la naturaleza de las actitudes de los profesores parecen tener una influencia pertinente en las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas y eventualmente también en su logro (Jacobs y Durandt, 2017). Yara (2009) confirma que los docentes con actitudes positivas hacia la materia, estimulan actitudes favorables en sus alumnos. Ma y Wilkins (2002) sitúan el papel vital del profesor y sus actitudes en perspectiva, afirmando que los estudiantes que creen que los maestros tienen unas altas expectativas de ellos, tienden a tener una actitud más positiva hacia las matemáticas.

La presente investigación presenta como hallazgos una lista de indicadores que permiten caracterizar las actitudes y creencias de las matemáticas que presentan los docentes en formación. A través del estudio se pretende tener una aproximación a un instrumento de enfoque cualitativo que permita comprender las actitudes y creencias hacia la matemática.

Marco Conceptual

El modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), identifica varios subdominios, con sus correspondientes categorías, en el conocimiento del profesor de matemática. En la figura 1, se puede apreciar el esquema general y los subdominios de los que está compuesto el modelo MTSK.

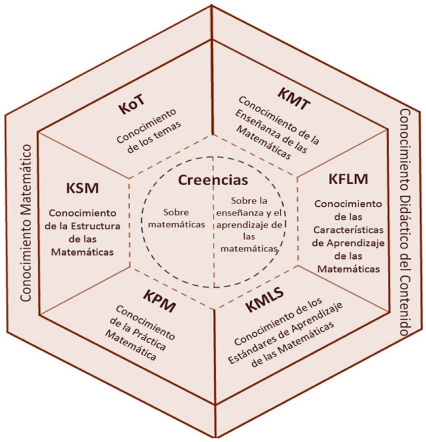


Figura 1. Subdominios del MTSK (Carrillo et al., 2018)

Como se puede observar en el modelo, se encuentran las creencias sobre las matemáticas y sobre la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, las creencias sirven para poder comprender de manera más completa el conocimiento especializado que fue puesto en acción por el profesor, gracias a la identificación de las creencias cuando permean el conocimiento. Las creencias no sólo se exploran, sino que se comprenden de manera más profunda, aportando evidencias sobre su naturaleza, y de cómo el profesor las mantiene en relación con su conocimiento especializado.

El dominio afectivo del aprendizaje presenta típicamente tres dimensiones: emociones, actitudes y creencias (Papageorgiou, 2009, p. 5). Las actitudes son definidas por Philipp (2007, p. 259) como maneras de actuar, sentir o pensar que muestran la disposición u opinión de la persona. Las actitudes cambian más lentamente que las emociones, pero cambian más rápidamente que las creencias. Las actitudes son más cognitivas que emociones, pero menos cognitivas que las creencias. Cooke (2015) añade una cuarta dimensión al dominio afectivo del aprendizaje, a saber, las disposiciones, siendo el caso que el disfrute de las matemáticas podría considerarse como una disposición positiva para el aprendizaje, ya que contiene elementos incorporados tales como el "deseo, entusiasmo, confianza y disposición, no por necesidad" (Cooke, 2015, p. 2) para desarrollar tareas o desafíos matemáticos.

Las actitudes y creencias respecto a las matemáticas que tienen los futuros profesores de matemática en la educación primaria tendrán impacto sobre las decisiones que tomen en el aula referidas tanto a su concepción de aprendizaje como el uso de estrategias para su enseñanza. La conexión entre las actitudes de los estudiantes hacia y el rendimiento en matemáticas ha sido reconocido y confirmado muchas veces (Demirel y Dağyar, 2016; Ma y Kishor, 1997; Young-Loveridge, Bicknell y Mills, 2012; Zakaria, Zain, Ahmad y Erlina, 2012). Es en la formación docente el momento oportuno para que las creencias y actitudes negativas de los futuros docentes hacia las matemáticas puedan modificarse, logrando un mejor compromiso y calidad de los aprendizajes de sus futuros estudiantes.

Metodología

El diseño metodológico desde el enfoque cualitativo que se utilizó es el análisis de contenido, empezando con una caracterización teórica del MTSK, tomando en cuenta las distinciones en a los procesos de construcción de los subdominios del conocimiento matemático y didáctico, así como su manifestación de las creencias. Posteriormente, recurrimos a una aproximación de las creencias, en este proceso se complementa la caracterización teórica para tener una visión más particular de las formas de conocer las actitudes y creencias de las matemáticas y su enseñanza. Establecidas las categorías se elaboraron los indicadores que permitan caracterizar dichas creencias y actitudes, triangulando distintos momentos de la investigación para así obtener un análisis lo más completo posible.

Las categorías y subcategorías utilizadas para la elaboración de los indicadores de actitudes de las matemáticas se extrajeron del estudio de (Palacios et al., 2014) en el cual se validó un cuestionario Escala de Actitudes hacia las Matemáticas (EAM) que tomo como factores para su elaboración: agrado-gusto por las matemáticas, ansiedad hacia las matemáticas, percepción de dificultad, utilidad percibida y autoconcepto matemático. En la tabla1 se presentan las categorías

y subcategorías que serán utilizadas para la construcción de los indicadores que permitan describir las actitudes hacia a las matemáticas.

Tabla 1
Categorías y subcategorías respecto a las actitudes hacia las matemáticas.

Categorías	Subcategorías
Disfrute de las matemáticas	Facilidad en la resolución problemas. Comodidad en la resolución problemas.
Percepción de la dificultad hacia las matemáticas	Incapacidad; torpeza; confusión, dificultad y expectativa de fracaso.
Autoconcepto de las matemáticas	concepción habilidad y capacidad para el estudio de las matemáticas
Percepción de utilidad	Necesidad y utilidad de las matemáticas.

Nota. Elaboración propia a partir del análisis de contenido.

Luego se procedió a establecer las categorías y subcategorías respecto a las creencias sobre la enseñanza de las matemáticas, estas se extrajeron del estudio de (Aguilar-González et al., 2018). En este estudio se presenta el instrumento CEAM (Concepciones sobre Enseñanza y el Aprendizaje de Matemáticas), desarrollado por Climent (2005), elaborado a partir del instrumento de análisis de las concepciones del profesor sobre la enseñanza de la matemática (Carrillo, 1998), el cual muestra su potencial para estudiar las concepciones de los profesores de secundaria. El instrumento CEAM respeta la distinción de cuatro tendencias didácticas que sirven como indicadores generales: tradicional (TR), tecnológica (TE), espontaneísta (E) e investigativa (I); y las agrupa en sub categorías relacionadas a: la metodología, la concepción de la matemática escolar, la concepción del aprendizaje, el papel del alumno y el papel del maestro. En la tabla 2 se presentan las categorías y subcategorías que serán utilizadas para la construcción de los indicadores que permitan describir las creencias hacia la enseñanza de las matemáticas.

Tabla 2
Categorías y subcategorías respecto a las creencias hacia la enseñanza de las matemáticas.

Categorías	Subcategorías
Tradicional	ejercitación repetitiva, el maestro da las pautas, interesan los conceptos y reglas, el aprendizaje es deductivo y el aprendizaje es un proceso individual.
Tecnológica	ejercitación reproductiva, el maestro pone énfasis en que los alumnos comprendan, interesan los conceptos y reglas, procedimientos de la asignatura, aprendizaje inductivo - deductivos y el aprendizaje es un proceso individual.
Espontaneísta	El “activismo” como metodología, el maestro propone las actividades, promoviendo la participación, interesan actitudes y procedimientos generales, proceso de aprendizaje inductivo y el aprendizaje es un proceso social.
Investigativa	La metodología se basa en la resolución de situaciones problemáticas, el maestro propone investigaciones el trabajo es autónomo, interesan conceptos, procedimientos y actitudes, el proceso de aprendizaje es inductivo-deductivo, el aprendizaje es un proceso social e individual

Nota. Elaboración propia a partir del análisis de contenido.

Resultados

A partir del establecimiento de las categorías y subcategorías para las actitudes hacia las matemáticas y creencias sobre la enseñanza de las matemáticas, se establecieron dos grupos de indicadores, que fueron evaluadas por expertos en didáctica de las matemáticas y del campo de la educación emocional. Con estas evaluaciones, se seleccionaron los indicadores más pertinentes por su relevancia y se muestran en la tabla 3 y 4.

Tabla 3
Categorías e indicadores respecto a las actitudes hacia las matemáticas.

Categorías	Indicadores
Disfrute de las matemáticas	▪ Muestra disposición proactiva en tareas que implican la resolución de problemas, organizando su trabajo según el manejo de sus estrategias. ▪ Demuestra agrado en la resolución de problemas, compartiendo sus estrategias de resolución, promoviendo el disfrute por este tipo de tareas.
Percepción de la dificultad hacia las matemáticas	▪ Manifiesta incapacidad y dificultad en desarrollar en tareas matemáticas. ▪ Muestra rechazo para dar solución a una tarea matemática que implica un problema matemático. ▪ Demuestra inseguridad y expectativa de fracaso al iniciar la tarea matemática.
Autoconcepto de las matemáticas	▪ Reconoce que ha desarrollado habilidades matemáticas como la del cálculo mental, pensamiento algebraico, razonamiento espacial, entre otras. ▪ Describe los procesos que son útiles para el estudio de las matemáticas.
Percepción de utilidad	▪ Muestra a través de diversos casos la necesidad de las matemáticas para dar solución a tareas y problemas. ▪ Reconoce a la matemática como una disciplina de gran utilidad para el desarrollo del conocimiento de diversas materias.

Nota. Elaboración propia a partir del análisis de contenido.

Tabla 4
Categorías e indicadores respecto a las creencias hacia la enseñanza de las matemáticas.

Categorías	Indicadores
Tradicional	▪ Diseña estrategias de enseñanza que promueven la ejercitación repetitiva y el aprendizaje de tipo deductivo. ▪ Aplica una metodología conductista en la cual interesan los conceptos y reglas, en procesos de aprendizaje individuales.
Tecnológica	▪ Diseña estrategias de enseñanza que promueven la ejercitación reproductiva y el aprendizaje de tipo deductivo e inductivo. ▪ Aplica una metodología basada en la comprensión, en la cual interesan los conceptos, reglas y procedimientos. ▪ Genera actividades de aprendizaje indivuales que hagan énfasis en la comprensión
Espontaneísta	▪ Diseña estrategias de enseñanza que promueven un aprendizaje de tipo inductivo. ▪ Aplica una metodología basada en el activismo, interesan las actitudes y procedimientos generales. ▪ Genera actividades de aprendizaje grupales que hagan énfasis en la participación.

Investigativa	▪ Diseña estrategias de enseñanza que promueven el aprendizaje inductivo deductivo a través de investigaciones. ▪ Aplica una metodología basada en la resolución de situaciones problemáticas, interesan los conceptos, procedimientos y actitudes en las que se perciba el trabajo autónomo del alumno. ▪ Genera actividades de enseñanza que promuevan un aprendizaje como proceso social e individual.

Nota. Elaboración propia a partir del análisis de contenido.

Conclusiones

A través de la comprensión de los factores que determinan constructo de actitudes hacia las matemáticas, se ha podido elaborar un conjunto de indicadores que permitirán la construcción de un instrumento, que explore las actitudes hacia las matemáticas, desde la percepción de la propia competencia para su estudio y el gusto por las matemáticas, que son áreas de gran interés para los investigadores en educación matemática.

El modelo MTSK ha dado sustento a la elaboración de los indicadores respecto a las creencias sobre la enseñanza de las matemáticas, estas creencias se encuentran asociadas al diseño de estrategias de enseñanza que utiliza el profesor que van desde lo deductivo a lo inductivo, así como también se observan metodologías como la conductista y las basadas en la comprensión que promueven el aprendizaje como un proceso social.

La investigación constituye una importante contribución en las investigaciones referentes a la formación docente, ya que, conociendo las categorías, subcategorías e indicadores de las actitudes y creencias sobre las matemáticas y su enseñanza, se podrá comprender a profundidad ambos constructos para que en una futura investigación puedan ser utilizados al ampliar el estudio y explorar tanto las actitudes como creencias en diversos grupos de docentes de educación primaria en formación.

Referencias y bibliografía

Aguilar-González, A., Muñoz-Catalán, C., Carrillo-Yáñez, J., y Rodríguez-Muñiz, J. L. (2018). ¿Cómo establecer relaciones entre conocimiento especializado y concepciones del profesorado de matemáticas? *PNA* (Vol. 13, Issue 1).

Amato, S. A. (2004). Improving student teachers' attitudes to mathematics. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 25–32, 14–18 July, Bergen, Norway.

Ball, D., Lubienski, S., y Mewborn, D. (2001). The unsolved problems of teachers' mathematical knowledge. *Research on teaching mathematics, Handbook of research on teaching*, (4 th ed), pp. 433–456.

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model, *Research in Mathematics Education*, DOI: 10.1080/14794802.2018.1479981

Cooke, A. (2015). Considering pre-service teacher disposition towards mathematics. *Mathematics Teacher Education and Development*, 17(1), 1–11.

Demirel, M. y Dağyar, M. (2016). Effects of problem-based learning on attitude: A meta-analysis study. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12(8), 2115–2137. doi: 10.12973/eurasia.2016.1293a

Hill, H., Ball, D., y Schilling, S. (2008). Unpacking "pedagogical content knowledge": Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. Journal for Research in Mathematics Education, 39(4), p. 372-400

Jacobs, G. J., y Durandt, R. (2017). Attitudes of pre-service mathematics teachers towards modelling: A South African inquiry. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *13*(1), 61–84. https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00604a

Ma, X. y Kishor, N. (1997). Assessing the relationship between attitude toward mathematics andachievement in mathematics: A meta-analyses. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 26–47. doi: 10.2307/749662

Ma, X. y Wilkins, J. L. M. (2002). The development of science achievement in middle and high school. Individual differences and school effects. *Evaluation Review*, 26(4), 395–417. Available from https://scholar.vt.edu/access/content/user/wilkins/Public/Ma_Wilkins2002.pdf

Palacios, A., Arias, V., y Arias, B. (2014). Attitudes towards mathematics: Construction and validation of a measurement instrument. *Revista de Psicodidactica*, *19*(1), 67–91. https://doi.org/10.1387/RevPsicodidact.8961

Papageorgiou, G. (2009). The effect of mathematical modelling on students' affect. Unpublished MSc thesis. AMSTEL Institute, University of Amsterdam.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in Teaching. *American Educational Research Association*, 15(2), 4-14.

Sloan, T. R. (2010). A quantitative and qualitative study of math anxiety among preservice teachers, *The Educational Forum*, 74(3), 242–256, doi: 10.1080/00131725.2010.483909

Yara, P. O. (2009). Relationships between teachers' attitude and students' academic achievement in Mathematics in some selected senior secondary schools in South West, Nigeria. *European Journal of Social Sciences*, 11(3), 364–369.

Young-Loveridge, J., Bicknell, B. y Mills, J. (2012). The mathematical content knowledge and attitudes of New Zealand pre-service primary teachers. *Mathematics Teacher Education and Development*, 14(2), 28–49.

Zakaria, E., Zain, N. M., Ahmad, N. A., y Erlina, A. (2012). Mathematics anxiety and achievement among secondary school students. *American Journal of Applied Sciences*, 9(11), 1828–1832. doi: 10.3844/ajassp.2012.1828.1832.

Actividades de aprendizaje que planifican y desarrollan formadores de docentes en un curso de Aritmética

Jaime Jesús **Espíritu** Cadena
Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Málaga
España
espiritudoctorado@uma.es
Ángel Homero **Flores** Samaniego
Colegio de Ciencias y Humanidades, Universidad Nacional Autónoma de México
México
ahfs@unam.mx

Resumen

En este documento se presentan resultados de una investigación que tiene por objetivos específicos: caracterizar el tipo de actividades de aprendizaje que desarrollan dos formadores de docentes en un curso de Aritmética e identificar los aspectos que consideran para planificar y realizar actividades de aprendizaje matemático. El estudio se fundamenta en el constructivismo social, el pensamiento de John Dewey y el enfoque reflexivo para la formación docente. El método elegido es un estudio de casos de tipo instrumental. Se emplearon tres técnicas: análisis documental de planificaciones didácticas, observación de clases y entrevista semiestructurada. Se encontró que para un formador la explicación emerge como el núcleo de su acción didáctica y sus actividades pretenden hacer comprender los objetos matemáticos alternándolas con la ejercitación, mientras que para el otro formador las actividades hacen foco en el conocimiento matemático y su componente didáctico, por lo que la teoría explícita es su referente principal.

Palabras clave: Educación matemática; Educación superior; Enseñanza híbrida; Formación docente inicial; Constructivismo; Socioconstructivismo; Estudio de casos; Aritmética; Veracruz, México.

Planteamiento del problema

Las Escuelas Normales son parte fundamental en el devenir histórico de México porque, desde su creación, han tenido una doble encomienda: formar a los futuros docentes de educación básica y contribuir a la transformación social, económica, política y cultural del país a través de la educación pública (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2012). También son espacios de formación donde se puede producir conocimiento para explicar y resolver las problemáticas educativas contemporáneas, así como coadyuvar a que los profesionales que egresan de ellas brinden una educación de calidad en las escuelas del nivel básico.

Los formadores[1] que laboran en estas instituciones desempeñan un papel clave en la formación docente inicial ya que se encargan de acompañar académicamente a los normalistas[2] para que desarrollen competencias que les permitan atender a las demandas actuales de la educación básica en sus distintos niveles y modalidades. Su labor es importante porque implica lograr que los normalistas se apropien de un conjunto de saberes para el ejercicio de un trabajo que requiere una formación docente robusta, capaz de responder a las exigencias de los contextos educativos donde se están formando a los niños y jóvenes mexicanos.

Si consideramos que en este tipo de escuelas los normalistas van desarrollando competencias para ejercer su labor docente sobre la base del conocimiento didáctico y disciplinar que construyen acerca de las asignaturas que se estudian en la educación básica, se podría pensar que el currículum es el parámetro que regula la forma de promover la formación docente inicial con un determinado enfoque. Sin embargo, se ha detectado en la práctica que los normalistas diseñan actividades desarticuladas para trabajar los objetos matemáticos, atomizan el conocimiento matemático en los conceptos y al hacerlo también favorecen la memorización y el dominio de algoritmos, lo cual revela una visión platonista de la matemática (Cantoral et al., 2014).

También hay evidencia de prácticas ritualizadas en los procesos de formación inicial que ofrecen cognitiva y simbólicamente puntos de referencia en relación con lo que implica ser maestro (Mercado, 2007). Las creencias que están detrás de esas prácticas generan un tratamiento disciplinar y didáctico insuficiente de la matemática, lo que promueve a su vez un conocimiento deficiente en esta área del currículum, ya que los normalistas reproducen formas ritualizadas de enseñar esta disciplina que van aprendiendo a su paso por la Escuela Normal.

Lo anterior genera consecuencias desfavorables, entre las que destacan las siguientes: conocimiento deficiente de la matemática desde el nivel básico, bajo rendimiento académico, problemas de reprobación y rezago educativo, restricción de oportunidades para adquirir una cultura matemática sólida, menor posibilidad de permanencia y egreso en la educación superior, así como afectación en el desarrollo integral de la persona y de sus circunstancias laborales futuras.

---

[1] El formador es el docente que atiende a la formación inicial de maestros de Educación Básica en México en las Escuelas Normales (Sandoval, 2009).

[2] Los normalistas son los estudiantes que se están formando como docentes de Educación Básica en alguna Escuela Normal mexicana y que, en nuestro caso, cursan la Licenciatura en Educación Primaria.

Con base en lo señalado, el objetivo central de la investigación es analizar cuáles son las creencias acerca de la matemática y su aprendizaje que los formadores de docentes en Escuelas Normales de Veracruz comunican a los normalistas a través de sus prácticas didácticas para comprender el tipo de formación docente que están favoreciendo. También formulamos tres objetivos específicos y en esta ponencia reportamos lo concerniente a dos: caracterizar el tipo de actividades de aprendizaje que desarrollan los formadores con los normalistas en un curso de *Aritmética. Números decimales y fracciones*, e identificar los aspectos que consideran para planificar y aplicar actividades de aprendizaje matemático.

La investigación en curso es necesaria porque consideramos, al igual que Sandoval (2009), que la carencia de investigaciones sobre el trabajo, las prácticas, las concepciones y los modelos de docencia de los formadores ha promovido el desarrollo de propuestas de formación edificadas en el terreno del deber ser, construidas al margen de la realidad en que viven. Además, como advierte Mercado (2013), los procesos y prácticas de los formadores han sido tratados escasamente en el campo de la investigación educativa en general y, específicamente, en el ámbito de las Escuelas Normales mexicanas.

Marco de referencia

Para desarrollar la investigación tomamos como fundamentos teóricos principales ideas-fuerza del constructivismo social, algunas tesis sobre creencias y pensamiento reflexivo de John Dewey, además de la perspectiva práctica y el enfoque reflexivo para la formación docente. Concebimos a los formadores como sujetos activos que elaboran su conocimiento profesional a lo largo de la vida y necesitan de la mediación de otros para aprender. Así mismo, reconocemos que sus historias (personal, escolar y profesional) y la pertenencia a varios grupos sociales, les han permitido construir un conjunto de conocimientos a partir de los cuales respaldan sus decisiones y modos de actuar en el aula (Giménez, 2005).

La formación es un proceso que concierne al sujeto y las posibilidades que tiene de hacer suyos todos los aspectos que conforman su vida, mediante el cual se generan y desarrollan varias capacidades, entre ellas: sentir, actuar, imaginar, comprender y utilizar tanto la razón como el cuerpo (Mercado, 2007). No comienza ni termina con el proceso de escolarización, por tanto, al hablar de ella hay que tomar en cuenta que formarse exige movimiento, cambio y reflexión permanentes. Esto último es muy importante, porque conlleva la necesidad de entender que la formación es dinámica y demanda generar espacios donde se compartan experiencias con otros.

Aprendizaje, formación y experiencia son conceptos que están interrelacionados (Vaillant y Marcelo, 2015). Puede haber experiencia sin aprendizaje, pero no cualquier tipo de experiencia produce aprendizaje y promueve la formación. Al recuperar el pensamiento pedagógico de Dewey (1938), lo más relevante sería la calidad de las experiencias que adquiere una persona a lo largo de la vida, para lo cual tendríamos que contemplar tres principios: interacción, continuidad y reflexión.

En cuanto al tercer principio, reconocemos que “no todas las acciones ni todas las circunstancias (no todas las vivencias) se convierten en experiencia” (Flores, 2022, p. 1), por ello, tampoco producen un conocimiento a fin de normar el criterio o las acciones de los

individuos. Para que una acción se transforme en experiencia es necesario que el sujeto vincule dos elementos en un proceso que Flores (2022) denomina *acción-asimilación*. Asimilar la acción y sus consecuencias, como sostiene este autor, se realiza mediante un acto de pensamiento reflexivo. Adquirimos conocimiento mediante la acción y la reflexión acerca de ella, por tanto, hay formación si el individuo se ve ante la "necesidad de autoevaluarse y cuestionarse permanentemente sobre sus propias acciones para comprender el sentido de éstas" (Bélair, 2012, p. 100).

Desde ese marco, pensamos que el profesor es un sujeto activo, hacedor de currículum, capaz de trascender lo señalado en los planes y programas de estudio para favorecer el aprendizaje de sus estudiantes. Así mismo, consideramos que la reflexión acerca de su práctica constituye un dispositivo que le permite edificar un modo de ser maestro, de situarse en el mundo y con los demás como *profesional práctico-reflexivo* (Imbernón, 2008).

Al respecto, Pérez (2005) declara que han predominado cuatro perspectivas en el discurso de la formación docente desde la década de los noventa del siglo pasado: académica, técnica, práctica y reflexión en la práctica para la reconstrucción social. Nos situamos en la perspectiva práctica y en el enfoque reflexivo. Aunque hay varios adeptos y comunidades académicas afines a dicho enfoque, somos partidarios de Dewey (1938) y Schön (1983), quienes pugnan por superar la racionalidad técnico-academicista imperante en la formación docente.

El pensamiento reflexivo, desde ese enfoque, permite resignificar la práctica docente porque requiere un examen activo, persistente y cuidadoso de toda creencia o supuesta forma de conocimiento a la luz de sus fundamentos y las conclusiones a las que tiende (Dewey, 1938). De este modo, la formación de maestros lleva consigo la necesidad de generar un conocimiento pertinente para interpretar y comprender las situaciones que enfrenta cotidianamente el profesor, así como de transformar lo que hace desde su propia práctica.

Al pensar acerca de lo planteado por Dewey (1938), consideramos que las creencias son convicciones que tiene un profesor acerca de algún aspecto de la realidad, basadas en su experiencia, que se originan a partir del conocimiento que ha adquirido sobre el medio circundante y lo que habita en él. Un referente básico para su construcción se halla en las interacciones que el docente establece con otros sujetos en varios tiempos y espacios sociales.

De acuerdo con Flores (2022), la firmeza con la que un sujeto asume una creencia sobre alguna cuestión o aspecto de la realidad, dependerá del conocimiento que posea al respecto. Tras emprender un acto genuino de pensamiento reflexivo, será capaz de adquirir mayor conocimiento y transformar sus creencias, sustituirlas por otras o simplemente descartarlas. En consecuencia, como proclama Törner (2018, p. 2), resulta favorable incluir las numerosas creencias que tenemos en lugar de separarlas de nuestro "cuerpo de conocimiento". Es decir, evitar oponer diametralmente las creencias a lo que consideramos conocimiento (Abelson,1986).

Finalmente, para nosotros la matemática es "el cuerpo de conocimientos que trata sobre números y formas, la relación entre ellos, y su aplicación en situaciones específicas" (Flores, 2020b, p. 30). Sirve como herramienta para resolver problemas, teoría que ayuda a comprender la realidad, meta ciencia que se estudia a sí misma y lenguaje que permite la comunicación de

ideas (Flores, 2020a). Estas funciones necesitan ser consideradas en la promoción del aprendizaje, siendo la resolución de problemas la vía que consideramos más idónea para adquirir el conocimiento matemático.

Análisis y presentación de resultados

En seguida se reporta lo hallado a través de doce observaciones de clase realizadas de abril a junio de 2022, las cuales fueron videograbadas previo consentimiento informado de los participantes. El instrumento utilizado incluyó varios observables, entre ellos: las estrategias que emplea el formador para conducir la clase; las actividades de aprendizaje que desarrolla para promover el aprendizaje matemático; el tipo de preguntas que plantea a los normalistas y las ayudas que ofrece durante el proceso de aprender.

Se decidió adoptar dos tipos de sistemas de observación: uno descriptivo y otro narrativo (Rodríguez et al., 1999). El primero es abierto, para lo cual el registro se realizó mediante notas de campo y las unidades de observación abarcaron múltiples aspectos. El segundo sistema permitió obtener información relevante sobre las prácticas didácticas de los formadores, porque fue necesario ir detectando incidentes críticos mediante la grabación de la clase en audio y video. La ventaja de este tipo de sistema es que se hicieron algunas inferencias con base en la sucesión de los hechos observados y el marco de referencia construido previamente.

Otra de las técnicas empleadas fue la entrevista cualitativa semiestructurada. A medida que se entrevistó a los formadores, se fue orientando la conversación hacia la búsqueda y la interpretación de las creencias que están detrás sus prácticas. Para ello se usó un guion de preguntas que fue modificándose en función de los datos que nos aportaron en la entrevista inicial y las primeras observaciones de clase. Las entrevistas subsecuentes se aplicaron a fin de examinar algunas cuestiones detectadas en la práctica y las producciones de los normalistas, durante el trabajo asincrónico en dos plataformas: Moodle y Google Classroom, respectivamente.

Con el material empírico que se generó se buscó dar respuesta a dos preguntas específicas de la investigación: ¿Qué características tienen las actividades de aprendizaje que desarrollan los formadores de docentes con los normalistas en el curso de *Aritmética. Números decimales y fracciones*? ¿Qué aspectos toman en cuenta los formadores para planificar y desarrollar actividades de aprendizaje matemático? Para ello contrastamos los datos provenientes de la revisión documental de la planificación didáctica, las entrevistas y la observación participante, los cuales fueron codificados de forma abierta y después se crearon algunas categorías de análisis usando el programa MaxQda.

Por razones éticas, los formadores fueron nombrados Benjamín y Francisco para guardar su confidencialidad. Benjamín es Ingeniero Químico y Maestro en Matemática Educativa. Tuvo sus primeros acercamientos a la docencia trabajando con niños pequeños en una escuela de Taekwondo y actualmente labora en una escuela normal pública. Francisco es Ingeniero en Electrónica y Comunicaciones, Maestro en Redes y Comunicaciones, y Doctor en Educación. Se inició en la docencia como profesor de educación superior impartiendo clases de redes, matemáticas, computación e informática y trabaja en una escuela normal particular. Ambos

atendieron de forma híbrida el curso de *Aritmética. Números decimales y fracciones*, el cual se ubica en el segundo semestre de la Licenciatura en Educación Primaria (Plan de estudios 2018). El grupo escolar de Benjamín estaba conformado por 24 normalistas y el de Francisco por cuatro.

Al estudiar la práctica de Benjamín, encontramos que sus actividades de aprendizaje se caracterizan por lo siguiente:

- Se elabora un diseño didáctico inicial donde el normalista formula un conjunto de actividades con una intención específica, el cual se enriquece a partir de la revisión de la teoría explícita que Benjamín propone estudiar (Teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau).
- En las primeras clases del semestre destina tiempo para que los estudiantes realicen una *problematización* del saber matemático, proceso que Benjamín es indispensable para la formación didáctica del normalista. Según él, problematizar implica preguntarse por qué se estudia la matemática, cómo se emplea en la vida cotidiana y para qué sirve.
- La revisión permanente de literatura sobre matemática educativa también ocupa un lugar privilegiado en la clase. Benjamín extrae actividades (matemáticas y didácticas) e ideas teóricas de varios artículos que se convierten en objetos de estudio, aun cuando esa bibliografía no está contemplada en el programa del curso que atiende.
- En la clase se brindan espacios para compartir lo que el grupo sabe y socializar la apropiación de la teoría explícita, lo cual revela que para él se aprende en colaboración. Esto también aplica para la resolución de tareas matemáticas, misma que se convierten en un dispositivo para mostrar al normalista cómo adquieren forma los "constructos" teóricos en la práctica.

Otro rasgo relevante de las actividades de Benjamín es que brindan la oportunidad a los normalistas de explicitar varias cosas, entre ellas: las ideas que tienen acerca del aprendizaje de la matemática, los significados personales que han construido sobre los objetos matemáticos, el dominio de la disciplina y en cierto sentido, su construcción metodológica como docentes. Al poner en práctica los "constructos" que se analizan desde la teoría mediante actividades específicas en el aula, él hace foco en el estudio de conceptos matemáticos y didácticos, generando así un punto de referencia para los estudiantes de cómo se aprende la matemática.

En lo que concierne a la práctica de Francisco, sus actividades muestran que para aprender un contenido matemático primero se debe explicar qué es y para qué se usa este, y luego enseñar cómo se aplica ese contenido mediante ejemplos o ejercicios. La explicación emerge como el núcleo de su acción didáctica para hacer comprender los objetos matemáticos, alternándola con la ejercitación (Ávila, 2006). Al respecto, hallamos un patrón de acciones durante sus clases:

1. Explicación de conceptos matemáticos y sus definiciones.
2. Presentación de ejercicios y problemas matemáticos empleados por docentes de primaria.
3. Ejemplicación de cómo se aplican los conceptos y la resolución de ejercicios.
4. Trabajo autónomo del normalista en la plataforma Moodle.

En otro orden de ideas, para Francisco la planificación didáctica implica la previsión de lo que ocurrirá en la clase y le permite al docente visualizar alternativas para resolver imprevistos o cuestiones que pueden impedir el logro de los objetivos. Planificar es un proceso que se realiza

antes de la intervención docente y le brinda seguridad al profesor para impartir una clase de matemática. Según él, los normalistas deben saber aplicar lo que planifica, porque en la práctica cobran sentido las acciones que se registran en los planes de clase.

Al cruzar lo dicho en las entrevistas y aquello que se ha observado en las clases de Francisco, podemos reconocer que para él lo teórico es necesario, sin embargo, hay un énfasis en la experiencia como generadora de conocimiento. Sus orientaciones se abocan a pedir que los normalistas observen de qué manera trabaja el docente de educación primaria y tomarlo como referente para sus prácticas profesionales. En el fondo esto entraña la creencia de que se aprende observando a otros, que es cercana a la teoría interpretativa de Pozo et al. (2006), según la cual un sujeto aprende sin estar en contacto directo con el objeto de aprendizaje.

Finalmente, en lo relativo a la pregunta sobre los aspectos que toman en cuenta los formadores para planificar y realizar actividades de aprendizaje matemático, podemos señalar algunas coincidencias importantes. Ambos toman como base los contenidos declarados en el programa del curso, la organización social de la clase, los materiales de estudio, las características del grupo, el dominio que tienen de la disciplina y la experiencia que han acuñado al impartir el mismo espacio curricular años atrás. Sin embargo, hay cuestiones que marcan una diferencia notable en lo que se planifica y desarrolla para el curso. Benjamín añade el estudio de la teoría explícita como un eje medular, la cual proviene de investigaciones, artículos y libros que él conoce y pone a disposición del grupo, aunque no vengan incorporados en el programa. En cambio, Francisco deja de lado lo teórico y en su lugar, utiliza como recurso los problemas y ejercicios matemáticos que recaba con amigos y familiares dedicados a la docencia en educación primaria, pues su centro de interés se ubica en que aprendan cómo transmitir, ostentar y hacer entender al estudiante para luego ejercitar lo enseñado (Ávila, 2006).

Conclusiones

La investigación nos ha permitido hallar cuestiones relevantes acerca de la formación docente que reciben los normalistas en las dos instituciones participantes, mediante el estudio de las actividades que planifican y desarrollan los formadores en el marco de un espacio curricular del plan de estudios, el cual está dedicado a la aritmética. Son tres apuntes finales que deseamos destacar: en primera, que ambos formadores afrontan el desafío de formar a otros para la docencia desde sus propios referentes, siendo su experiencia y conocimiento disciplinar a los que más apelan para desempeñar su trabajo. En segunda, la teoría explícita lejos de ser el común denominador de las prácticas didácticas de Benjamín y Francisco, sólo para el primero esta se convierte en un objeto de estudio, misma que debe ser entendida e interpretada y luego ser aplicada en determinados diseños didácticos. Finalmente, prevalece en ellos un interés por la didáctica al hacer hincapié en que los normalistas expliciten cómo pondrían en práctica lo que aprenden en la Escuela Normal. Benjamín desde la relación teoría-práctica y Francisco a partir de la experiencia que se adquiere a través de la práctica y la observación de cómo enseñan otros profesores de primaria.

Referencias y bibliografía

Abelson, R. P. (1986). Beliefs are like possessions. *Journal for the Theory of Social Behavior*, *16*(3), 223–250. https://doi.org/10.1111/j.1468-5914.1986.tb00078.x

Ávila, A. (2006). *Transformaciones y costumbres en la matemática escolar*. Editorial Paidós Mexicana.

Bélair, L. (2012). Enseñar la complejidad del oficio de maestro. En L. Paquay, M. Altet, É. Charlier y P. Perrenoud (Eds.), *La formación profesional del maestro. Estrategias y competencias* (pp. 88-106). FCE.

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., y Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(3), 91-116. https://www.redalyc.org/pdf/2740/274032530006.pdf

Dewey, J. (1938). *Experience & Education.* McMillan.

Flores, Á. H. (2020a). *Argumentación y resolución de problemas matemáticos. Texto de apoyo*. Centro de Formación Continua del Colegio de Ciencias y Humanidades. Universidad Nacional Autónoma de México. https://cfc.cch.unam.mx/cfc/assets/docs/libros-antologias/Argumentacion_Resolucion_Problemas_Matematicos.pdf

Flores, Á. H. (2020b). *Introducción a la Investigación Educativa en el Aula*. Centro de Formación Continua del Colegio de Ciencias y Humanidades. Universidad Nacional Autónoma de México. https://cfc.cch.unam.mx/cfc/assets/docs/libros-antologias/Introduccion_a_la_Investigacion_en_el_Aula.pdf

Flores, Á. H. (2022). *Pensamiento reflexivo y aprendizaje: implicaciones en la educación*. Colegio de Ciencias y Humanidades, Universidad Nacional Autónoma de México. https://www.researchgate.net/publication/361373688_PENSAMIENTO_REFLEXIVO_Y_APRENDIZAJE_IMPLICACIONES_EN_LA_EDUCACION

Giménez, G. (2005). *Teoría y análisis de la cultura. Problemas teóricos y metodológicos* (Vol. I). CONACULTA-ICOCULT.

Imbernón, F. (2008). Diversas orientaciones conceptuales en la formación del profesorado. En *La formación y el desarrollo profesional del profesorado. Hacia una nueva cultura profesional* (pp. 35-44). Editorial Graó.

Mercado, E. (2007). *Ser maestro: Prácticas, procesos y rituales en la Escuela Normal*. Plaza y Valdés.

Mercado, E. (2013). *Acompañar al otro: Saberes y prácticas de los formadores de docentes*. Ediciones Díaz de Santos.

Pérez, A. I. (2005). La función y formación del profesor/a en la enseñanza para la comprensión. Diferentes perspectivas. En J. Gimeno y A.I. Pérez (Eds.), *Comprender y transformar la enseñanza* (pp. 398-429). Ediciones Morata.

Pozo, J., Scheuer, N., Mateos, M., y Pérez, M. del P. (2006). Las teorías implícitas sobre el aprendizaje y la enseñanza. En *Nuevas formas de pensar la enseñanza y el aprendizaje* (pp. 95-114). Graó.

Rodríguez, G., Gil, J., y García, E. (1999). Observación. En *Metodología de la investigación cualitativa* (pp. 149-166). Ediciones Aljibe.

Sandoval, E. (2009). Los que forman a los maestros: una asignatura pendiente. En E. Sandoval, R. Blum-Martínez e I. Harold (Eds.), *Desafíos y posibilidades en la formación de maestros. Una perspectiva desde América del Norte*. Universidad Pedagógica Nacional.

Schön, D. (1983). *El profesional reflexivo. Cómo piensan los profesionales cuando actúan*. Paidós.

Secretaría de Educación Pública (2012). Acuerdo número 649 por el que establece el Plan de Estudios para la Formación de Maestros de Educación Primaria, publicado en el *Diario Oficial de la Federación* el 20 de agosto de 2012.

Törner, G. (2018). Are Researchers in Educational Theory Free of Beliefs: In Contrast to Students and Teachers? — Is There an Overseen Research Problem or Are There "Blank Spots"? In B. Rott, G. Törner, J. Peters-Dasdemir, A. Möller & Safrudiannur (Eds.), *Views and Beliefs in Mathematics Education. The Role of Beliefs in the Classroom* (pp. 1-8). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-01273-1

Vaillant, D., y Marcelo, C. (2015). *El ABC y D de la Formación Docente*. Narcea, S.A. de Ediciones.

Aprender a enseñar Matemática: conocimiento del tema y de la enseñanza en futuros profesores de primaria

Yazna **Cisternas-Rojas**
Escuela de Pedagogía, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile
yazna.cisternas@pucv.cl
Josefa **Castillo-Funes**
Escuela de Pedagogía, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile
josefa.castillo@pucv.cl

Resumen

En el siguiente estudio se analizan los efectos que tiene la incorporación de una herramienta de sistematización con carácter autorregulador y metacognitivo para el desarrollo del conocimiento matemático disciplinar y didáctico, en estudiantes de primer año de pedagogía y en el marco de una asignatura de formación matemática. Se consideró como punto de inicio, el objeto matemático referido a la multiplicación de números naturales. Se observa el nivel de avance en los subdominios KoT y KMT, del Modelo MTSK, a partir de un instrumento construido para la sistematización de los aprendizajes, refiriéndose al *qué* y *cómo* se enseña el objeto matemático en estudio. Los resultados indican, tras una diagnosis inicial y la evaluación de proceso, mejoras sustantivas en una de las dos dimensiones del instrumento. Desde lo anterior, es posible asegurar la necesidad de focalizar en el subdominio KMT y en estrategias que permitan explorar procesos de pensamiento y aprendizaje.

Palabras clave: Estrategia metacognitiva; MTSK; Formación inicial docente; Enseñanza de la Matemática.

Introducción

Diversos estudios indican que es fundamental implementar y evaluar el uso de recursos metacognitivos en la enseñanza (Díaz et al., 2017; Preiss et al. 2018) para que quien aprende, sea capaz de examinar y regular sus propios procesos de aprendizaje.

En el caso de la formación de profesores para la enseñanza de la matemática, la enseñanza orientada en la metacognición permite superar procedimientos descontextualizados y para aprender a enseñar, primeramente, se debe lograr aprendizaje profundo y autónomo. En este escenario, se hace necesario conocer herramientas de enseñanza que promuevan y mejoren el aprendizaje de la matemática, considerando que existen en el campo didáctico de la disciplina, teorías didácticas que deben formar parte de la trayectoria educativa del futuro profesor, como son el conocimiento matemático y didáctico del contenido.

El estudio realizado parte por la revisión de experiencias didácticas asociadas a dimensiones de conocimiento matemático disciplinar y didáctico, tanto en la formación continua como inicial del profesorado. Además, se ha profundizado en mecanismos para la metacognición y autorregulación que aseguren un aprendizaje profundo de lo que debe ser enseñado. Este recorrido permitió analizar literatura especializada, referida tanto al conocimiento matemático disciplinar y didáctico de un objeto matemático en particular, en este caso la multiplicación de números naturales como de herramientas metacognitivas efectivas en la enseñanza.

Esta investigación reitera la relevancia del estudio de la gestión didáctica en la construcción del MTSK (Mathematics Teacher's Specialised Knowledge, Carrillo-Yañez et al., 2018) como herramienta fundamental en la formación de profesores que están a cargo de la enseñanza de la matemática.

Finalmente, se discute la implicación que tiene la inclusión de una herramienta que propicia metacognición y que se ha adecuado a los subdominios KoT (Conocimiento de los temas) y KMT (Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas) en el aprendizaje de la multiplicación de números naturales con estudiantes de pedagogía en el primer año de su formación.

Marco Referencial

Del Modelo MTSK y la formación de profesores que enseñan matemática

El conocimiento profesional del docente debe integrar lo disciplinar y didáctico y es la formación inicial la que debe asegurar tanto la construcción como la integración de los conocimientos (Advíncula-Clemente et al., 2022). Ahora bien, se trata entonces de construir conocimiento profundo, que debe ser especializado. Es así como nos referiremos al MTSK (Carrillo-Yañez et al., 2018) como la herramienta teórico-analítica que ordena los elementos del conocimiento del profesorado donde la matemática, como objeto de enseñanza y aprendizaje, es determinante, excluyendo el conocimiento pedagógico general, aunque, naturalmente, considera su relevancia.

Escudero y Carrillo (2020) plantean la necesidad de contar con un modelo de carácter descriptivo e integral, que reconozca la naturaleza del Conocimiento Matemático (CM) y el Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC). El dominio CM considera el conocimiento de los temas que tiene el profesor sobre propiedades, definiciones y significados del contenido, procedimientos, registros de representación, la fenomenología y su epistemología. Este dominio

se descompone en tres subdominios: conocimiento de los temas (KoT), conocimiento de la estructura matemática (KSM) y conocimiento de la práctica matemática (KPM). El subdominio KoT se focaliza en el contenido que se enseña, se trata de conocer conceptos, definiciones, fenómenos, procedimientos y registros de representación. También abarca el conocimiento de propiedades matemáticas y sus fundamentos, no solo como objeto de aprendizaje, sino como aquello que propicia reflexionar y construir nuevo conocimiento matemático.

Por otra parte, el dominio CDC se centra en la enseñanza y aprendizaje, es decir, el campo didáctico de la matemática. Se divide en tres subdominios: el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), el conocimiento de las características del aprendizaje matemático (KFLM) y el conocimiento de los estándares de aprendizaje matemático (KMLS). El KMT aborda técnicas, recursos y teorías que el profesor posee para gestionar la enseñanza del contenido.

Una perspectiva desde la metacognición para la formación del profesorado

Rodríguez plantea que es relevante responder a la interrogante del porqué la educación superior no ha tenido éxito en el pensar profundo al enseñar matemática (2020). Para esta investigadora la respuesta se encuentra en variados escenarios, es así como el propósito de memorizar de forma mecánica y de no desarrollar pensamiento matemático está presente en prácticas descontextualizadas, como así también el no reconocimiento del vínculo entre el método del docente y el objeto matemático. Asegura que, en el estudio de la matemática, no existe análisis sin síntesis, y no se hace síntesis sin el análisis, y este principio permite reclamar que la educación superior debe hacerse cargo, de haber formado docentes que sean capaces de entender conceptos complejos con la experimentación del que aprende.

Se trata finalmente, de que se visualice lo que se hace y aprende, se comprenda que el conocimiento matemático corresponde al campo del conocer y se comprenda la diada metacognición - matemática. Por su parte, Cázares et al. (2020) nos invita a reflexionar acerca de las prácticas educativas que fortalecen estrategias metacognitivas en la enseñanza de la matemática para el aprendizaje autorregulado.

Desde esta perspectiva es que la educación transita, desde estar centrada en la enseñanza a focalizarse en el aprendizaje, desde el dar respuestas al hacerse preguntas: el qué y cómo enseñar se visualizan como los ejes para iniciar pensamiento metacognitivo en futuros docentes que enseñarán matemática.

Método

Muestra

El trabajo se desarrolló con 32 estudiantes, distribuidos en 8 equipos de trabajo, de Primer Año de Pedagogía en Educación Primaria, de una universidad chilena, que accedieron a participar en el estudio durante el curso 2022. La muestra analizada corresponde a 8 trabajos de estudiantes, uno de cada equipo seleccionado aleatoriamente.

Diseño de la investigación

La investigación se ha desarrollado desde una perspectiva cualitativa y un paradigma interpretativo, ya que el propósito es explorar y describir (McMillan y Schumacher, 2007) el conocimiento disciplinar y didáctico de los futuros docentes de primaria. El objeto es analizar los efectos que tiene la incorporación de una herramienta de carácter autorregulador y metacognitivo para el desarrollo del conocimiento matemático disciplinar y didáctico, en el marco de una asignatura disciplinar de la Carrera.

El proceso se realizó mediante intervenciones, denominadas Laboratorio Matemático. En dicho espacio formativo se trabajaron diversos objetos matemáticos y para efectos del presente estudio, se abordará en particular la multiplicación de números naturales, el que formó parte la diagnosis inicial. Este contenido forma parte del programa de la asignatura Matematización 1. La intervención tuvo una duración semestral, con 16 sesiones de 70 minutos cada una. Cada sesión de Laboratorio fue guiada por el equipo de investigación. El siguiente esquema muestra la estrategia empleada para el desarrollo del Laboratorio Matemático:

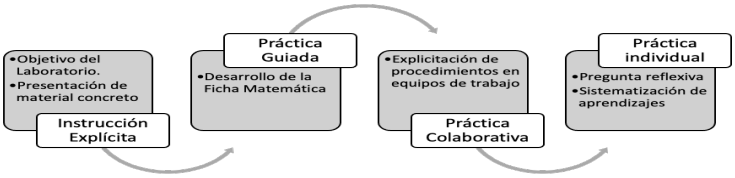


Figura 1. Estrategia Laboratorio Matemático.

Instrumento

Se utilizó una diagnosis para evaluar el objeto matemático multiplicación de números naturales al inicio del curso. El segundo instrumento corresponde a lo que se ha denominado Ficha del Laboratorio Matemático y posee 5 dimensiones referidas al QUÉ, CÓMO, CUÁNDO, VARIABLES Y REFLEXIÓN de la experiencia. La Ficha fue piloteada y revisada por expertos, lo que dio como resultado la versión final del instrumento.

Resultados

En este apartado se muestran los resultados obtenidos, a partir del análisis de la Ficha de Laboratorio Matemático del estudiante. En este análisis se utilizó el modelo MTSK, específicamente dos subdominios, KoT y KMT, con sus respectivas categorías, indicador y código, como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1.
Categorías de Análisis según subdominio

Subdominio	Categoría	Indicador	Código
KoT	Definiciones	Conocimiento de la definición matemática, de la multiplicación de números naturales.	1.1

	Propiedades y fundamentos	Conocimiento sobre las propiedades de la multiplicación.	1.2
	Registros de representación	Conocimiento de formas de representar un concepto, proceso y procedimiento de manera numérica, gráfica, verbal y figural.	1.3
KMT	Teorías de enseñanza asociadas a un contenido matemático	Conocimiento sobre las fases de Brousseau (TSD) y Teoría Registros de Representaciones semióticas de Duval.	2.1
	Recursos materiales y virtuales de enseñanza	Uso de material concreto manipulable y herramientas digitales.	2.2
	Estrategias, técnicas y tareas para la enseñanza	Uso de estrategias gráficas, lúdicas y algorítmicas.	2.3
		Creación o adaptación de problemas aritméticos de enunciado verbal.	2.4

Fuente: creación propia.

En relación con el subdominio KoT, específicamente la categoría de Definiciones (1.1) los futuros docentes son capaces de definir el objeto matemático "multiplicación", en un primer momento, se concibe la multiplicación en un 100% solo como una suma iterada, sin embargo, posterior al trabajo con la Ficha del Laboratorio Matemático, el 100% de los estudiantes comienzan a definir la multiplicación como una operación dentro del Sistema numérico de los naturales, con sus respectivas propiedades. Con respecto a las categorías Propiedades y fundamentos (1.2) y Registros de representación (1.3) logran plantear la multiplicación desde sus propiedades como de los distintos registros de representación, como se evidencia en la Figura 2.

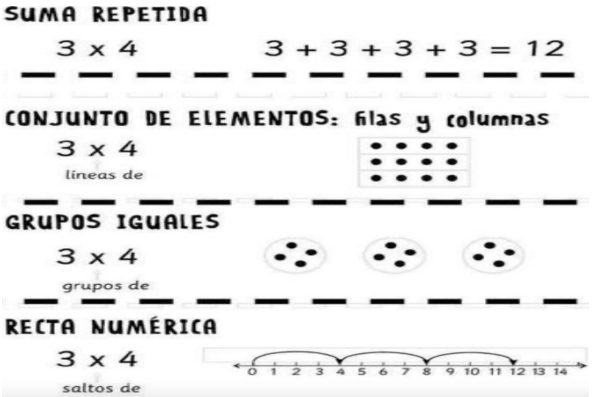


Figura 2. Representaciones de la multiplicación de números naturales, grupo 3 de estudiantes.

Es por lo anterior, que en el subdominio KoT, se ha logrado que el 100% de los equipos de trabajos, mejorarán su conocimiento disciplinar, en relación con el objeto matemático "multiplicación de números naturales".

En lo que respecta al subdominio KMT, un 70% de los grupos (6 grupos) logran justificar desde las Teorías didácticas, relacionarlo con el uso de material concreto manipulable y la utilización de estrategias algorítmicas. En el resto de los equipos, aún se presentan dificultades menores en algunas de las categorías (ver figura 3).

Figura 3. Evidencia de presencia de las categorías 2.1, 2.2 y 2.3, del grupo 3 de estudiantes.

Conclusión

En este estudio, nos hemos preguntado por los conocimientos que el profesorado en formación inicial pone en juego al trabajar con una herramienta, de carácter autorregulador y metacognitivo, para el desarrollo del conocimiento matemático disciplinar y didáctico, en el marco de una asignatura de formación matemática. Del análisis realizado se concluye que los futuros docentes de educación primaria, al desarrollar un proceso de enseñanza de la multiplicación de números naturales, evidencian avances en el desarrollo del conocimiento propio de dominios y subdominios del MTSK, específicamente KoT y KMT. El MTSK permitió profundizar en la comprensión del conocimiento que moviliza el profesorado en formación, así como concretar un análisis a través de la categorización y descripción de los subdominios de dicho modelo. Consideramos que este análisis contribuirá a la identificación y comprensión del conocimiento especializado del profesorado de matemáticas de educación primaria en formación inicial, los cuales deben ser considerados en su formación profesional. Asimismo, ayudará a que el personal docente en formación inicial reflexione sobre la necesidad de tener un conocimiento matemático y didáctico sobre el contenido a enseñar.

Referencias y bibliografía

Advíncula-Clemente, E., Beteta-Salas, M., León-Ríos, J., Torres-Céspedes, I. & Montes, M. (2022). Conocimiento especializado del profesorado de matemática en formación inicial acerca de los polígonos. Uniciencia, 36 (1), 99-1115.

Cázares, M., Páez, D. & Pérez, M. (2020). Discusión teórica sobre las prácticas docentes como mediadoras para potencializar estrategias metacognitivas en la solución de tareas matemáticas. Educación matemática, 32(1), 221-240.

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. Research in Mathematics Education, 20 (3), 236-253.

Carrillo, J. & Escudero, D. (2020). El Conocimiento Didáctico del Contenido: Bases teóricas y metodológicas para su caracterización como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Educación Matemática, 32, (2), 8-38.

Díaz, A., Pérez, M., González-Pienda, J. y Núñez, J. (2017). Impacto de un entrenamiento en aprendizaje autorregulado estudiantes universitarios. Perfiles Educativos, 39(157), 87-104.

McMillan, J., & Schumacher, S. (2007). Investigación educativa (5ª.ed.). Pearson, Addison Wesley.

Preiss, D. D., Grau, V., Torres, D. y Calcagni, E. (2018). Metacognition, self- regulation, and autonomy support in the chilean mathematics classroom: An observational study. New Directions for Child and Adolescent Development, 162, 115-136.

Rodríguez, M. (2020). La matemática en la metacognición ó la metacognición en la matemática: metacognición – complejidad - matemática. Revista Brasileira De Educação Em Ciências E Educação Matemática, 4(4), 539–565.

Articulación entre Educación Matemática y Educación Ciudadana. Experiencias desde la Formación de Profesores en Chile.

Guillermo **Guevara** Bermúdez
Escuela de Educación, Universidad Católica del Norte
Chile
gguevara@ucn.cl

Resumen

En Chile, la Educación Ciudadana es un tema que adquiere gran importancia en la actualidad y se encuentra en la agenda de las políticas de estado y en documentos oficiales que regulan el currículo, el sistema escolar y la formación de profesores. El objetivo de esta comunicación es dar a conocer experiencias de articulación entre Educación Matemática y Educación Ciudadana en la Formación de Profesores de Educación Básica y Media, sustentadas a partir de elementos que emanan de la política pública, orientaciones curriculares, datos empíricos y otras experiencias. Las investigaciones y propuestas presentadas son un insumo para fortalecer el desarrollo de competencias ciudadanas en la clase de matemáticas. Los principales hallazgos de estas investigaciones dan cuenta de la importancia de replantear los enfoques epistemológicos desde los cuales se diseñan los programas de formación de profesores de matemáticas.

Palabras clave: Educación Matemática; Educación Ciudadana; Formación Docente Inicial; Implementación Curricular.

Introducción

Las matemáticas han estado presentes en forma activa y explícita en el origen y crecimiento de las sociedades modernas, aportando desde los distintos ámbitos científicos, culturales, políticos y económicos de la humanidad, por ello, toma relevancia que los sistemas educativos actuales garanticen, desde la educación matemática, el desarrollo de valores, habilidades, actitudes y conocimientos que respondan a las necesidades que puedan tener las personas en la vida y además permitan aportar al abordaje de los problemas y desafíos presentes en la actualidad. Los conocimientos y actitudes forjados en los procesos de aprendizaje y

enseñanza de la matemática escolar buscan el desarrollo del pensamiento analítico y el razonamiento lógico a través de la resolución de problemas, la generalización de patrones, las representaciones, la comunicación y la argumentación. Esto no significa solo un aprendizaje netamente científico y un lenguaje y abstracciones propias de la disciplina, sino también avanzar hacia el desarrollo de ciudadanos más racionales, creativos y autónomos con capacidades para indagar, cuestionarse, debatir y posicionarse a través de la ciencia. Saber y saber hacer han sido propósitos que aborda la educación matemática desde siempre, el objetivo central de la educación matemática de hoy, además de lo anterior, debe ser preparar para la vida del siglo XXI, entregando herramientas para hacer un uso adecuado de los conocimientos y la información. Los nuevos retos y los actuales medios deben tener un impacto inmediato en la educación matemática como preparación para un futuro cambiante (Alsina, 2010).

Las propuestas curriculares actuales, en América Latina y el Caribe, avanzan hacia explicitar la importancia de acercar los procesos formativos, y en particular el desarrollo educativo de las matemáticas hacia aprendizajes que favorezcan y fomenten la formación para la ciudadanía. Por ejemplo, en Colombia se establecen estándares básicos de competencias ciudadanas dentro del currículum de educación primaria y secundaria. En el caso de Perú, en el Diseño Curricular Nacional, el cual es el principal documento de orientación de los docentes a nivel nacional, se presentan lineamientos de formación para las distintas áreas curriculares y se hace explícita referencia a la formación en ciudadanía (IDEHPUCP, 2009), mientras que, en Chile, el Ministerio de Educación propone Orientaciones Curriculares para el Desarrollo del Plan de Formación Ciudadana (ley 20911 de 2016). En este sentido se evidencia un importante avance en la implementación curricular respecto a la formación ciudadana, desde la política pública a nivel normativo, manifestando la necesidad de establecer enfoques donde se busca que los jóvenes sean capaces de utilizar sus conocimientos en contextos habituales y no habituales, para el desarrollo de competencias ciudadanas. Sin embargo, resultados de pruebas estandarizadas como PISA (Agencia de la Calidad de la Educación, 2017 y 2019) , dan cuenta de la gran brecha en la que se encuentran los estudiantes respecto a la descripción del amplio desarrollo de la competencia matemática descrita por OCDE (2017), la cual “ayuda a las personas a reconocer el papel que juega la Matemática en el mundo, planear juicios bien fundamentados y a tomar decisiones necesarias como ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos”.

Diversos estudios dan cuenta de la necesidad que hay de fortalecer las habilidades y competencias ciudadanas en niños y jóvenes (Kara, 2018). El Estudio Internacional de Educación Cívica y Formación Ciudadana o ICCS indaga y evalúa el conocimiento, las actitudes y el compromiso cívico de estudiantes de educación básica de 24 países y permite establecer un claro diagnóstico de este aspecto en Chile. Los resultados del Informe de la Agencia de la Calidad de la Educación (2018) muestran una estabilidad en los resultados a través del tiempo, resultados cuyo puntaje promedio es significativamente más bajo que el promedio internacional.

En Chile, La educación ciudadana es un tema relevante, se encuentra en la agenda de las políticas de estado a través de la ley 20.911, con la cual se crea el plan de formación ciudadana para los establecimientos educacionales reconocidos por el estado, entendiendo que la escuela es por naturaleza un lugar donde se pueden desarrollar algunas competencias y adquirir conocimientos que permitan a los niños y jóvenes promover la formación de su identidad y su rol frente a la sociedad. Debido a la complejidad de las sociedades actuales, abiertas y pluralistas, y

la necesidad de reorientar los procesos de consolidación democrática hacia modelos moralmente deseables, se otorga un especial significado social y político a la educación para la ciudadanía y obligan a pensar en extenderla y ampliarla hacia todos los ámbitos de formación (Oraisón, 2011), particularmente el de la educación matemática. Las matemáticas deben llegar a toda aquella ciudadanía que necesita usarla en su vida cotidiana para poder ser sujetos activos, críticos y participativos en una sociedad democrática, en la doble dimensión de sujetos autónomos y sujetos sociales (Callejo, 2010).

Este escenario genera la necesidad de establecer propuestas e implementaciones curriculares que permitan materializar la relación y articulación entre matemática y ciudadanía, sin embargo lo anterior requiere no solo declaraciones curriculares o legales (que son importantes), sino además un cambio en los procesos de formación inicial y de profesores de matemática, en educación primaria y secundaria, que permitan desarrollar perfiles de egreso que consideren explícitamente la integración del desarrollo de competencias para fomentar y articular la educación ciudadana dentro de la trayectoria de los planes de estudio, además se deben generar espacios de formación permanente y continua para que el profesorado inserto actualmente en el sistema escolar tenga herramientas para responder a las exigencias y necesidades ya descritas. Para promover la articulación entre educación matemática y ciudadanía, se deben considerar los elementos que caracterizan y definen un ciudadano desde una mirada crítica, y la educación matemática desde un paradigma socio político, sin que esto signifique que la matemática responda únicamente a un análisis de los factores económicos y políticos actuales, sino que permita entender cómo la matemática en la sociedad es parte de los efectos del poder (Valero, 2014). Formar ciudadanos científica y matemáticamente cultos no significa solo dotarlos de un lenguaje científico, sino enseñarles a descodificar las creencias adheridas a la matemática, prescindir de su aparente neutralidad, entrar en las cuestiones epistemológicas y en las desigualdades ocasionadas por el mal uso de la matemática y sus condicionantes sociopolíticos (Gómez-Chacón, 2010), entendiendo el mal uso de las mismas como la omisión del desarrollo de habilidades matemáticas fundamentales para su aprendizaje y su aplicación en la vida de las y los ciudadanos.

Educación matemática y educación ciudadana

El desarrollo científico de las matemáticas ha permitido establecer impactos fundamentales para el crecimiento humano, de forma simple o compleja, sin embargo, existe una tensión permanente en el aprendizaje de estas dentro de los sistemas y procesos formativos iniciales de la sociedad. La educación matemática se fundamenta en varios niveles y procesos de abstracción que en ocasiones lo alejan de una realidad física, biológica o social, exponiendo una problemática compleja en una situación que está constituida por procesos y elementos que se interrelacionan, y que corresponden o remiten a múltiples disciplinas (García, 2006), los desafíos de la complejidad en las esferas de lo natural, lo científico, lo social, lo político y lo humano, se revelan a partir de las interacciones entre ellas, condición que exige llegar a los terrenos de la interdisciplinariedad (Andonegui, 2005). La vinculación entre el aprendizaje matemático y la ciudadanía se acerca al horizonte epistemológico del pensamiento complejo a partir de un modo de pensar transdisciplinario, sostenido e impulsado por su interés en sembrar en la humanidad la propensión a pensar mediante relaciones y a dejar a un lado la disyunción y el reduccionismo (Domínguez, 2020).

La preocupación de la comunidad educativa por las dificultades evidenciadas durante los últimos años en los procesos de aprendizaje de las matemáticas ha presentado una oportunidad para profundizar en la identificación de las principales barreras educativas. Inicialmente hubo una preocupación por explorar los procesos de aprendizaje, sin embargo, los ámbitos de la investigación en educación matemática fueron apuntando sus intereses hacia los procesos de enseñanza, diversificación para el aprendizaje, el currículo y las prácticas, decisiones y formas que los profesores utilizan dentro de la sala de clase en su ejercicio docente, lo que Brousseau (2006) llama epistemología espontánea de los maestros. El interés de los investigadores del área se ha volcado, por una parte, hacia cómo los profesores manifiestan su conocimiento y sus creencias en el proceso de instrucción, y, por el otro, hacia cómo los estudiantes aprenden y comprenden aspectos específicos de las matemáticas (Kilpatrick, 1998).

Las sociedades democráticas y modernas requieren una contribución importante de la educación matemática, entendiendo que una sociedad moderna se reconoce a sí misma como una sociedad formada por ciudadanos libres e iguales, con independencia de su origen social o étnico, sexo, religión, etc.; es decir, sociedades formadas por ciudadanos (Goñi, 2010). La enseñanza de la matemática es un ámbito fundamental y universal de la educación para el proceso formativo primario y secundario de la niñez y juventud en cualquier país. La alfabetización matemática siempre ha sido importante dentro del desarrollo formal e informal de los sistemas educativos del mundo, y además permite dar significado a los aprendizajes básicos que tienen los estudiantes, sin embargo, tal como lo plantea Alsina (2010) "la matemática para la vida no puede reducirse a la simple alfabetización numérica, a estas mínimas cuestiones que surgen cuando se pregunta a diversos profesionales. Se trata de tareas tanto o más elementales como cobrar y pagar, entender los recibos, mirar gráficas, etc."

En este sentido, dentro del desarrollo formativo de profesores de Educación Básica y Media de la Universidad Católica del Norte se han realizado propuestas e investigaciones que apuntan hacia dos objetivos, el primero fortalecer las habilidades profesionales de los futuros profesores en relación con la articulación entre educación matemática y educación ciudadana, y segundo, elaborar propuestas metodológicas y pedagógicas que sirvan como insumos para la clase de matemáticas en el sistema escolar. La Tabla 1 da cuenta de las experiencias descritas.

Tabla 1
Experiencias de Articulación entre Educación Matemática y Educación Ciudadana.

Propuesta	**Autores**	**Objetivo General**
Propuesta didáctica para favorecer la integración cultural migrante en el desarrollo del aprendizaje matemático en educación básica	Lobos R., Romero D., Sáez K., Valencia C. Año 2022. Director de Tesis: Guevara G.	Desarrollar una propuesta pedagógica que permita la integración cultural migrante en el aula, para favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas básicas.
Diseño de Actividades de Formación para la Ciudadanía en la Asignatura de Números y Operaciones para la Enseñanza	Guillermo Guevara B. Año 2021.	Como proceso de evaluación de la asignatura de Números y Operaciones para la Enseñanza se desarrollaron actividades a partir de la identificación de un problema del territorio donde interviniera la educación matemática y la educación ciudadana.

Actividades Para Fortalecer la Articulación entre Geometría y FC en Estudiantes de Primero Medio.	Manríquez K., Urrutia D. Año 2020. Director de Tesis: Guevara G.	Diseñar, implementar y evaluar actividades del eje de geometría que permitan Articular la Educación Ciudadana y la EM en las y los estudiantes de primero medio de la Región de Antofagasta, Chile.
Circuitos de Aprendizaje de las Matemáticas: Una Experiencia Para Promover la Ciudadanía en Estudiantes de la Región de Antofagasta.	Guevara G. Año 2019.	Fomentar los procesos de FC en instituciones educativas de la región de Antofagasta a través de la implementación de circuitos de aprendizaje focalizados en ejes temáticos de la EM escolar. Para ello, se diseñó un plan de trabajo que aborda diferentes etapas para la consecución de lo comprometido.
Estaciones de Aprendizaje para Fomentar la Educación Ciudadana en la Clase de Matemáticas de Quinto Año Básico en el eje de Números y Operaciones.	Calcagno C., Cuevas P. Año 2018. Director de Tesis: Guevara G.	Elaborar una propuesta pedagógica innovadora que permita a estudiantes de quinto año de educación básica desarrollar competencias ciudadanas desde la educación matemática en el eje de números y operaciones.
Propuesta de Actividades en Geometría para Desarrollar Competencias Ciudadanas en Estudiantes de Primero Medio.	Otaiza P. Año 2018. Director de Tesis: Guevara G.	Proponer actividades en geometría que apunten a los objetivos del plan de FC, utilizando metodologías activas, en el eje temático de geometría para estudiantes de primero medio.

Fuente: Elaboración Propia. 2022.

Las seis propuestas presentadas tuvieron un enfoque metodológico cualitativo exploratorio, el énfasis del proceso metodológico estuvo orientado a explorar la experiencia en aula de profesores y profesoras de matemática a través de sus percepciones, creencias y significados en torno a la articulación de las Matemáticas con la Educación Ciudadana. La unidad de análisis se realizó a través de un muestro no probabilístico por conveniencia, para ello se trabajó con más de 70 profesores y profesoras vinculadas a diversas instituciones educativas, con dependencias diferentes, de la región de Antofagasta. Entre las técnicas de recolección de información predominaron las entrevistas individuales y grupos focales. Los instrumentos y guiones temáticos fueros diseñados a partir de distintos instrumentos los cuales se estructuraban a través de las siguientes dimensiones: 1) Identificación y Caracterización, 2) Concepción de Ciudadanía, 3) Competencias Ciudadanas, 4) Transposición Curricular y 5) Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática.

Resultados y discusión final

A través de las diferentes propuestas desarrolladas en cada proyecto o acciones descritas en la tabla anterior, se puede concluir en general que la comunidad de profesores y profesoras de matemática entiende y declara la importancia de vincular el desarrollo de habilidades ciudadanas dentro de la clase de matemáticas, sin embargo, al mismo tiempo se concluye que no existen herramientas dentro de la formación inicial y continua que permita conocer, proponer, aprender o investigar sobre esta articulación sumado a esto, existen pocos recursos bibliográficos y un reducido número de propuestas pedagógicas que aborden la articulación descrita, países con economías similares o menores a la chilena presentan mayor producción en estos temas.

Además, por medio de la información analizada, se identifican algunas acciones que promueven el desarrollo de una cultura cívica dentro de la clase de matemáticas a través del trabajo en grupo, la convivencia en clase, etc., sin embargo, no se declaran acciones, propuestas o recursos de clase que intencionalmente permitan una articulación más significativa en cada una de las dimensiones de la ciudadanía. Por otra parte, se identifica el poco o nulo conocimiento por parte del profesorado de la ley 20911.

Los estudiantes de pedagogía que participaron en estas actividades manifestaron la importancia que tiene el establecer planes formativos con una mirada más humanista durante cada momento de la trayectoria formativa, de tal forma que les permita vincular, en su futuro ejercicio profesional, los conocimientos, habilidades y actitudes adquiridas, con el hecho de favorecer y promover un aprendizaje matemático situado para la formación de ciudadanos críticos y participativos. En este sentido consideran que las habilidades matemáticas son cruciales para el desarrollo personal de sus futuros estudiantes y permiten comprender el mundo, además perciben una importante relación en el arte, la creatividad y la matemática como parte de la formación integral de las personas.

Durante las fases de diseño y desarrollo de las actividades de articulación se analizaron y definieron niveles de transferibilidad de aprendizajes matemáticos a contexto de ciudadanía en el sistema escolar, permitiendo integrar el desarrollo de los objetivos de aprendizaje, habilidades y actitudes dentro de las articulaciones planteadas.

El desarrollo de cada una de las propuestas permitió integrar etapas del diseño donde la recogida y análisis de la información y datos obtenidos en profesores del sistema escolar permitió identificar la necesidad de reflexionar sobre el planteamiento de las habilidades y competencias de los profesores de matemáticas que definen los estándares de formación de profesores ya sea a nivel ministerial o en el desarrollo de los perfiles de egreso por parte de las instituciones de educación superior, además se realza la necesidad de desarrollar y promover espacios de formación continua y permanente que permitan al profesorado fortalecer las herramientas pedagógicas, tecnológicas y metodológicas para la mejora de su labor y de esta forma puedan integrar y articular temas de ciudadanía, en cada una de sus dimensiones, en las clases de matemáticas.

Referencias y bibliografía

Agencia de la Calidad de la Educación (2017). Informe de resultados PISA 2015. Ministerio de Educación Nacional, http://archivos.agenciaeducacion.cl/INFORME_DE_RESULTADOS_PISA_2015.pdf

Agencia de Calidad de la Educación (2018). Informe Nacional ICCS 2016. Ministerio de Educación Nacional, http://archivos.agenciaeducacion.cl/ICCS_V03_22MARZO.pdf

Agencia de la Calidad de la Educación (2019). Entrega de resultados Competencia Lectora, Matemática y Científica en estudiantes de 15 años en Chile. Ministerio de Educación Nacional https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/9286/PISA2018-Resultados.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Alsina, C. (2010). Matemáticas para la ciudadanía. En M. Callejo, J. Goñi (coords.), Educación Matemática y Ciudadanía (pp. 89-102). España: Editorial Graó.

Andonegui M., (2005). Pensamiento complejo y educación matemática crítica. Acta latinoamericana de matemática educativa. Vol. 18, 245-250

Brousseau, G. (2006). Epistemología e didattica della matemática. La matemática e la sua didattica. Volumen (4), pp.621-655.

Calcagno, C. Cuevas, P. (2018). Estaciones de Aprendizaje para Fomentar la Educación Ciudadana en la Clase de Matemáticas de Quinto Año Básico en el eje de Números y Operaciones [tesis de pregrado no publicada]. Universidad Católica del Norte. Chile.

Callejo, M., (2010). Disfrutar de y luchar por los derechos humanos: las matemáticas también cuentan. En M. Callejo, J. Goñi (coords.), Educación Matemática y Ciudadanía (pp. 103-128). España: Editorial Graó.

Domínguez, F. (2020) El carácter integrador del pensamiento de Morin en la formación universitaria. Sophia, Colección de Filosofía de la Educación. Núm. (29), pp. 93-125.

García, R. (2006). Sistemas Complejos, Conceptos, método y fundamentación epistemológica de la investigación interdisciplinaria. Gedisa Editorial.

Gómez-Chacón, I. (2010). Matemáticas: mente disciplinar, mente creativa, mente ética. Una propuesta de educación ciudadana. En M. Callejo, J. Goñi (coords.), Educación Matemática y Ciudadanía (pp. 59-88). España: Editorial Graó.

Goñi, J. (2010). La aspiración a la ciudadanía y el desarrollo de la competencia matemática. En M. Callejo, J. Goñi (coords.), Educación Matemática y Ciudadanía (pp. 103-128). España: Editorial Graó.

Instituto de Democracia y Derechos Humanos de la Pontificia Universidad Católica del Perú IDEHPUCP. (2009). Formación Ciudadana en la Escuela Peruana: Avances conceptuales y limitaciones en la práctica de aula.

Kara, N. (2018). Understanding University Students' Thoughts and Practices about Digital Citizenship: A Mixed Methods Study. Educational Technology & Society, 21 (1), 172–185.

Kilpatrick, J. (1998). La investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. En J. Kilpatrick, P. Gómez & L. Rico (ed.), Educación Matemática: Errores y dificultades de los estudiantes, resolución de problemas, evaluación e historia (02-13). Colombia: Universidad de los Andes.

Ley 20.911 de 2016. Por la cual se crea el Plan de Formación Ciudadana para los establecimientos educacionales reconocidos por el estado. Oficial de la República de Chile. Santiago, Chile, 28 de marzo del 2016.

Manríquez, K. Urrutia, D. (2020). Actividades Para Fortalecer la Articulación entre Geometría y FC en Estudiantes de Primero Medio [tesis de pregrado no publicada]. Universidad Católica del Norte. Chile.

OCDE (2017). Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias, Versión Preliminar. OECD Publishing, Paris.

Oraisón, M. (2011). Ética y ciudadanía en la formación del profesorado: el profesor como sujeto político y educador moral. Uni-Pluri/Versidad, 11(32), p.105-117

Otaiza, P. (2018). Propuesta de Actividades en Geometría para Desarrollar Competencias Ciudadanas en Estudiantes de Primero Medio [tesis de pregrado no publicada]. Universidad Católica del Norte. Chile.

Valero, P. (2014). Political perspectives in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), Encyclopedia of Mathematics Education. Netherlands: Springer Science.

Autoeficacia de una profesora de matemáticas en formación

María Nubia **Soler**-Álvarez[1]
Departamento de Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional
Colombia
nsoler@pedagogica.edu.co
Nilson **Valencia-**Vallejo[2]
Universidad Pedagógica Nacional
Colombia
nvalencia@pedagogica.edu.co

Resumen

En esta comunicación se describe el aporte de la información de diferentes fuentes en la construcción de la autoeficacia de Valentina, una maestra de matemáticas en formación. Valentina realizó una práctica educativa con estudiantes de grado octavo en una institución oficial; semanalmente ella elaboró diarios de campo y se reunió con el profesor titular y la asesora de práctica. Se construyeron categorías desde la perspectiva de Bandura sobre las fuentes; con base en estas se analizaron los datos recolectados. Las experiencias de dominio y la persuasión de asesora de práctica y profesor titular posiblemente incrementaron la autoeficacia de Valentina, en las primeras fue importante el aumento de la dificultad de la tarea de enseñanza y el éxito después de superar un fracaso; la persuasión verbal permitió reconocer que el fracaso no se debió a la falta de habilidad sino a factores externos y debilidades en la estrategia de enseñanza.

Palabras clave: Autoeficacia docente, profesores en formación, educación matemática, práctica educativa, fuentes de eficacia.

[1] Estudiante del Doctorado Interinstitucional en Educación. Universidad Pedagógica Nacional. Docente del Departamento de matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.
[2] Docente investigador del Doctorado Interinstitucional en Educación, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.

Introducción

Las creencias sobre las capacidades para llevar a cabo tareas propias de la profesión del educador, o autoeficacia docente, tienen incidencia directa en el buen vivir del profesor y en las actividades del aula (Morris et al., 2016; Zee & Koomen, 2016). La autoeficacia docente está relacionada directamente con el compromiso con la profesión (Chesnut & Burley, 2015), la identidad profesional (Castelo & Luna, 2012), la satisfacción docente (Garduño Estrada et al., 2010), el trabajo colaborativo (Dunn et al., 2013) y los niveles bajos de estrés y ansiedad (Fernández Arata, 2008). Estas creencias también están correlacionadas con la innovación en la enseñanza (Ghaith & Yaghi, 1997), el compromiso de los estudiantes con el aprendizaje (Hardré & Sullivan, 2009) y la generación de climas favorables para la convivencia en el aula (Jimmieson et al., 2010).

Debido a que la autoeficacia docente, una vez consolidada, es resistente al cambio (Bandura, 1997; Ross, 1994) su formación resulta de especial relevancia en los estudios de la educación inicial del profesor. Se ha observado que actividades de formación que acompañan la práctica educativa tales como la participación en una comunidad de práctica en línea, el uso de Tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en la enseñanza, el apoyo al diseño de tareas pertinentes y la realización de talleres de manejo de emociones incrementan la autoeficacia de profesores en formación en cuatro dominios de actividad: gestión de clase, compromiso de los estudiantes, estrategias instruccionales y uso de TIC (Borrachero Cortés et al., 2017; Dawson & Shand, 2019; Han et al., 2017; Inel Ekici, 2017; Kopcha & Alger, 2011).

Estos resultados de investigación dejan interrogantes en relación con las actividades de apoyo de la práctica educativa que favorecen la autoeficacia docente. En este orden de ideas, el propósito de esta comunicación es describir la información que proviene de diferentes fuentes y que posiblemente aporta a la construcción de la autoeficacia docente de Valentina, una profesora de matemáticas en formación, quien realiza práctica educativa.

Autoeficacia docente

La autoeficacia es un constructo teórico planteado por Albert Bandura en 1978 que refiere a los juicios que las personas hacen sobre sus capacidades personales. Para este autor, la autoeficacia es uno de los aspectos de autoconocimiento que más influye en la vida de las personas y actúa como intermediario entre el conocimiento y la acción; una persona puede distinguir la conducta más correcta a desarrollar, sin embargo, puede no actuar de manera óptima ante determinadas circunstancias (Bandura, 1986). Las creencias de eficacia se construyen a partir del desempeño de las personas en un dominio particular de actividad y provienen de diversas fuentes que proveen información que se selecciona e interpreta para realizar juicios personales de eficacia. En el caso de los profesores, la autoeficacia docente refiere particularmente a las creencias de los profesores sobre su capacidad para llevar a cabo las tareas de la profesión (Morris et al., 2016).

Para Bandura (1986), la información que permite la construcción de la autoeficacia proviene de cuatro fuentes: experiencias de dominio, experiencias vicarias, persuasión verbal y estados fisiológicos y emocionales. Las experiencias de dominio son la fuente que más influye

en la eficacia pues está relacionada con el logro de metas a través de la acción directa. Los éxitos incrementan la valoración sobre las capacidades, mientras que los fracasos repetidos generan dudas sobre estas, especialmente en las personas novatas. La evaluación de la eficacia en las experiencias de dominio depende del nivel de desempeño, del rendimiento, de la dificultad de la tarea, del esfuerzo, de la ayuda externa, de factores de contexto y de patrones temporales de éxito o fracaso.

Las personas, especialmente quienes tienen pocas experiencias previas en un dominio de actividad, suelen modificar la percepción que tienen sobre sus capacidades cuando observan o comparan las experiencias que tienen otros. Estos modelos sociales brindan información sobre la eficacia cuando realizan determinadas tareas y hay claridad sobre su rendimiento. Cada sujeto determina las características a observar en el modelo, quien es considerado como un par o alguien con características similares. Las experiencias vicarias también proveen información relevante sobre: estrategias eficaces para afrontar situaciones desafiantes, factores de contexto que influyen en el desempeño y niveles de dificultad de la tarea. Los modelos pueden brindar información para predecir y controlar desempeños futuros.

La persuasión verbal se da cuando otros realizan juicios sobre las capacidades de una persona al desempeñarse en determinada tarea. El efecto de la valoración depende de quién persuade, de la confianza y credibilidad que tiene, de sus habilidades, de su conocimiento de su experiencia evaluando habilidades y del tipo de juicios que realice; las apreciaciones más influyentes en la autoeficacia son aquellas que son acertadas, no son superficiales, se centran en las capacidades de las personas y en el progreso logrado por el esfuerzo y reconocen con precisión la dificultad de la tarea y la influencia de los factores de contexto. La persuasión verbal tiene efecto en el esfuerzo, el cual puede afectar el desarrollo de habilidades y, en consecuencia, la autoeficacia.

Las experiencias de mayor relevancia para las personas son guardadas en la memoria junto con las emociones que se generaron alrededor de estas. Los juicios de eficacia provenientes de experiencias previas están, inevitablemente, mediados por la intensidad de la emoción recordada. En este orden de ideas, la manera en la que las personas procesan sus emociones influye en la interpretación de los sucesos y por tanto en la valoración de las propias capacidades.

En el caso de los profesores de matemáticas en formación las experiencias de dominio y los estados emocionales y fisiológicos se evidencian en la práctica educativa; los modelos a observar (experiencias vicarias) son, principalmente, los compañeros de carrera; y, la persuasión verbal proviene del tutor -profesor titular de los cursos donde se realizan las clases- y del asesor -profesor de la Universidad que apoya el desarrollo de la práctica.

Morris et al (2016) construyeron un modelo de desarrollo de la autoeficacia de profesores a partir de una revisión documental de investigaciones desarrolladas desde 1977 (momento en que Bandura presentó la perspectiva de las fuentes de eficacia). Este modelo reconoce factores involucrados en la integración y evaluación de información que proviene de diferentes fuentes y que media o modera la autoeficacia. Los autores reconocen posibles fuentes de autoeficacia docente, adicionales a las propuestas por Bandura, relacionadas con el conocimiento de los profesores (v. g., conocimiento de contenido, de tecnología, de pedagogía, de didáctica) o con

fuentes de conocimiento encontradas en libros o artículos de investigación. Algunos de estos últimos pueden considerarse como modelos simbólicos que describen conductas efectivas de enseñanza.

Metodología

Se siguió una metodología de tipo cualitativo exploratorio para estudiar el caso de Valentina, una profesora en formación de la Licenciatura en matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional (Simons, 2011; Fernández-Sampieri y Baptista-Lucio, 2018). Valentina cursó Práctica de integración profesional a la escuela en el segundo semestre de 2022 en grado octavo en una institución educativa oficial. La profesora en formación realizó dos semanas de observación de clase y luego desarrolló lecciones de clase de dos horas escolares de duración. Esto último una o dos veces durante las 12 semanas siguientes. Entre las actividades semanales realizadas por Valentina en la práctica estuvieron la elaboración de diarios de campo (escritos similares a los diarios de vida, pero que cuentan los aspectos más relevantes que se viven en la práctica) y la realización de reuniones independientes con la asesora de práctica (coautora de esta comunicación) y con el profesor titular de la institución.

Con base en la perspectiva teórica usada se establecieron diez categorías a priori: experiencia de dominio – desempeño (ED-D), experiencia de dominio – dificultad de la tarea (ED-DT), experiencia de dominio – esfuerzo (ED-E), experiencia de dominio – factores externos (ED-FE), experiencia vicaria – rendimiento (EV-R), experiencia vicaria – características del modelo (ED-M), experiencia vicaria – estrategias (EV-E), persuasión verbal – calidad del persuasor (PV-P), persuasión verbal – juicios de eficacia (PV-J), estados emocionales – relación emociones desempeño (EE-ED).

Se estudiaron los diarios de campo de Valentina y las memorias de las reuniones de tutoría y asesoría realizadas entre agosto y septiembre de 2022. En estos se evidenció que Valentina, durante esos días, había tenido una experiencia de enseñanza frustrante, seguida de otra satisfactoria y que en las dos había utilizado una estrategia similar (relacionando representaciones gráficas y algebraicas). Estas particularidades llevaron a centrar la atención en estas dos experiencias. Se leyeron los diarios y las memorias de las reuniones y se etiquetaron secciones de texto en las que se evidenciaban algunas de las categorías establecidas a priori (ED-T, ED-D, EE-ED y PV-J), con base en lo encontrado se construyó la narrativa del posible aporte de las fuentes a la construcción de la autoeficacia docente de Valentina. En lo que sigue se presentan los resultados.

Resultados

Primera tarea de enseñanza

Valentina planeó una clase para enseñar el producto notable $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ siguiendo el método habitual; presentación de la regla en términos algebraicos y realización de ejercicios para memorizar (ver Figura 1).

Explicación inicial	Explicación de ejercicios
$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$ $= aa + ab + ba + bb$ $= a^2 + 2ab + b^2$	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(2x+y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)y + (y)^2$ $= 4x^2 + 4xy + y^2$

Figura 1. Aspectos de la planeación inicial de la clase. Fuente: Elaboración propia.

La asesora propuso usar una representación gráfica para que los estudiantes apropiaran de mejor manera la regla y para que dieran otros significados estableciendo relaciones entre lo gráfico y lo algebraico. Este resultado de la didáctica de las matemáticas que se incluye en la planeación, según Morris et al (2016), podría interpretarse inicialmente como una fuente de autoeficacia asociada con el conocimiento del profesor; sin embargo, como veremos, este se comprende mejor como parte de la experiencia de dominio. Valentina aceptó la invitación y planeó la clase incluyendo este aspecto (ver Figura 2). Esta acción de la asesora puede interpretarse como una intención de **incrementar el nivel de dificultad de la tarea (ED-DT).** Para Bandura (1987, p. 427) el dominio de una actividad difícil aporta información nueva sobre la autoeficacia.

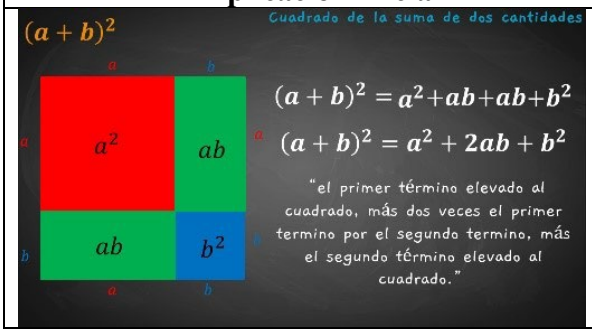
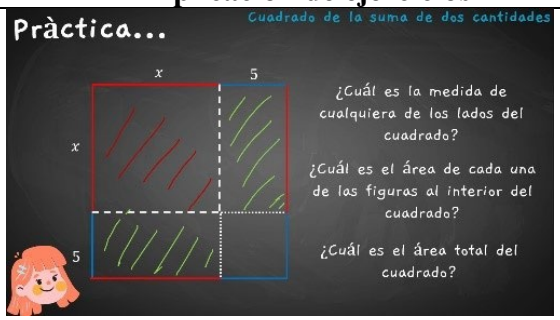
Explicación inicial	Explicación de ejercicios
	

Figura 2. Segundo diseño de clase incluyendo presentación gráfica. Fuente: elaboración propia

Al comienzo, Valentina expuso lo preparado y sintió que los estudiantes estaban escuchando y entendiendo; ellos respondían las preguntas que ella hacia o levantaban la mano para participar. En ese momento ella percibió su labor como exitosa. **El nivel de desempeño percibido por Valentina (ED-D)** pudo influir en su autoeficacia. Según Bandura (1987, p. 427) el éxito aumenta las evaluaciones positivas de la eficacia (p. 424).

Al finalizar la explicación, se presentó un asunto inesperado: unos estudiantes ingresaron al aula llevando refrigerios y generaron desorden. Valentina intentó llamar la atención de los estudiantes empezando la explicación del ejercicio que tenía planeado $(3m^2 + 7m)^2$:

> [Empecé] a escribir en el tablero primer término elevado al cuadrado, de la siguiente manera:
> $$(3\mathrm{m}^2)^2$$
> después … [escribí] el signo más y la multiplicación de dos por el primer término por el segundo término, de la siguiente manera:
> $$(3\mathrm{m}^2)^2 + 2(3\mathrm{m}^2)(7\mathrm{n})$$
> y finalmente … [escribí] el signo más y el segundo término elevado al cuadrado de esta manera:
> $$(3\mathrm{m}^2)\text{^}2 \ + 2(3\mathrm{m}^2)(7\mathrm{n}) + (7\mathrm{n})^2$$
> Diario de campo de Valentina, 24 de agosto de 2022

Luego, los estudiantes se desordenaron mucho más; decían que no entendían, no prestaron atención y empezaron a hablar sobre asuntos diferentes a la clase. **Valentina se sintió triste, lo que pudo generar dudas en su habilidad para la gestión de clase (EE-ED).** Para Bandura (1987, p. 426) las personas interpretan su activación somática ante situaciones amenazantes como señal de disfunción.

El tutor al ver la situación le indicó a Valentina, con mucho tacto, que iba a continuar con la clase. Él llamó la atención a los estudiantes, explicó un par de ejercicios y luego puso algunos para entregar y calificar. Al finalizar la clase dijo: "estos muchachos no valoran las cosas nuevas que les traen". Es posible que **el tutor haya intentado orientar la interpretación de Valentina sobre la situación en una perspectiva diferente a falta de habilidad (PV-J)**, atribuyéndolo a factores como la disposición de los estudiantes. Esta persuasión pudo reducir un poco las dudas que generó Valentina sobre sus habilidades. Bandura (1987, p. 425) plantea que la persuasión verbal se utiliza para inducir en la persona la creencia que posee las capacidades suficientes para tener un buen desempeño.

Segunda tarea de enseñanza

En reunión de asesoría, Valentina narraba lo sucedido y la asesora iba haciendo preguntas para detallar aspectos de la experiencia como la forma en que realizó las explicaciones, los elementos que usó (imágenes en el tablero, palabras dichas o escritas, presentaciones en el televisor), gestos, actitudes y ubicación de los estudiantes en distintos momentos, reacciones del tutor, entre otros. A partir de este diálogo Valentina observó que al exponer el segundo ejemplo, había una ruptura entre lo gráfico y lo algebraico. En el primer ejercicio, la relación entre la presentación gráfica y la expresión algebraica era clara, mientras que en el segundo ejercicio no lo era. Este último además tenía la complejidad de las dobles potencias. Para la siguiente planeación, cuyo tema era el producto notable $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, Valentina quiso usar la misma estrategia, pero haciendo tres ajustes. Primero, incluyendo una representación gráfica (adaptada de la página https://www.geogebra.org/m/F6kDyFnJ#material/xV9KRKDm) en el que se veía la descomposición de un cubo en paralelepípedos rectangulares; segundo, presentando la solución de varios ejercicios evidenciando la relación entre lo gráfico y lo algebraico; y, tercero, planeando ejercicios de menor a mayor nivel de dificultad (Ver Figura 3).

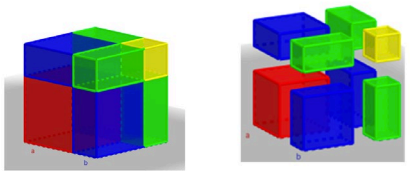
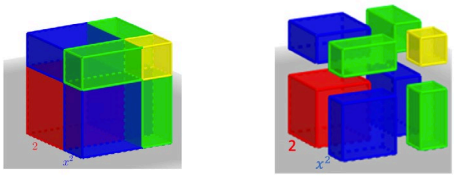
Explicación inicial	Explicación ejercicios
 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	 $(2+x^2)^3 = 2^3 + 3(2)^2(x^2) + 3(2)(x^2)^2 + (x^2)^3$

Figura 3. Diseño segunda tarea de enseñanza. Fuente: elaboración propia

La **persuasión de la asesora (PV-J)** evidenció que el fracaso anterior se había presentado por las debilidades en la estrategia y no por la falta de habilidad; la información generada posiblemente impactó la autoeficacia de Valentina. Cuando una persona está segura de sí misma, responsabiliza sus fracasos, entre otros aspectos, a la falta de estrategias adecuadas y no a las capacidades propias (Bandura,1987, p. 424).

La clase que desarrolló Valentina con el diseño cualificado fue satisfactoria; su percepción fue que los estudiantes se desordenaron poco y que habían entendido lo que ella les había explicado:

> El uso de la representación gráfica para realizar la explicación de la regla del cubo de la suma fue una buena estrategia, pues fueron varios los estudiantes que lograron resolver los ejercicios propuestos en la sesión de clase, dando a entender que el uso de estas representaciones si llamó la atención de los estudiantes y sí sirvió para que los alumnos entendieran el funcionamiento de la regla.
> En la sesión de clase no se evidenciaron tantos casos de indisciplina por parte de los estudiantes, lo cual permitió una buena realización de la sesión de clase.
>
> Diario de campo de Valentina, 29 de agosto de 2022

El **éxito de esta actividad (ED-D)**, posiblemente, tuvo incidencia en la autoeficacia de Valentina. Esto debido a que las personas que periódicamente cosechan fracasos, pero que van mejorando a medida que transcurre el tiempo, aumentan con mayor probabilidad, su autoeficacia (Bandura, 1986; p. 427)

Discusión

Morris et al (2016), en su revisión documental, encontraron que la conceptualización sobre las fuentes es limitada y es preciso ampliarla, pues las experiencias de dominio se comprenden en términos del tiempo de enseñanza y no de las acciones directas de los docentes. Las dos experiencias de Valentina, acciones directas, aportan elementos a considerar en la comprensión de la influencia de las experiencias de dominio en la autoeficacia. El caso de Valentina muestra que cuando la dificultad de la tarea de enseñanza aumenta al incorporar resultados de didáctica de las matemáticas (relación entre representaciones algebraica y gráfica), las percepciones sobre la eficacia podrían aumentar. Estas últimas también podrían incrementarse cuando el fracaso en la tarea de enseñanza se evalúa a profundidad (centrándose en los detalles de lo ocurrido, las acciones desarrolladas y las decisiones tomadas) y con base en esto proyectando futuros desempeños.

En este caso, un resultado de la didáctica de las matemáticas usado para la enseñanza no se interpreta como otra fuente de eficacia, del conocimiento del profesor, sino como un aspecto relevante de la experiencia de dominio que aporta puntualmente al incremento de la dificultad de la tarea. Este resultado brinda elementos para la discusión que plantean Morris et al (2016) respecto a si el conocimiento del profesor es una fuente de eficacia docente.

La conceptualización sobre las persuasiones sociales en diversos estudios se orienta al apoyo que reciben los profesores para el desarrollo de su práctica en lugar de centrarse en proveer información relacionada con la capacidad docente (Morris et al., 2016). En este estudio se observa cómo el profesor titular y la asesora de práctica intentan persuadir a Valentina de que el fracaso en su primera experiencia se debió las características de los estudiantes y a debilidades

en la estrategia de enseñanza empleada. Con esto posiblemente, ella no atribuya lo sucedido a su falta de habilidad para la enseñanza de los productos notables.

Respecto a los estados emocionales, la indagación hecha no arroja resultados. En futuras investigaciones se podría ahondar en la manera en la que se procesan la tristeza y la frustración ante un fracaso y su influencia en la percepción sobre las capacidades para la enseñanza.

Referencias y bibliografía

Bandura, A. (1986). Social foundations of thought and action: A social cognitive theory. Prentice Hall.

Bandura, A. (1997). Self-efficacy: The exercise of control. W. H. Freeman and Company. http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=a9h&AN=9703260522&site=ehost-live

Borrachero Cortés, A. B., Dávila Acedo, M. A. A., Costillo Borrego, E., & Mellado Jiménez, V. (2017). Las emociones del futuro profesorado de secundaria de ciencias y matemáticas, tras un programa de intervención. Ápice. Revista de Educación Científica, 1(1), 17. https://doi.org/10.17979/arec.2017.1.1.2008

Castelo, L. B., & Luna, I. N. (2012). Crença de autoeficácia e identidade profissional: Estudo com professores do ensino médio. Psicologia Argumento, 30(68), 27–42. https://doi.org/10.7213/rpa.v30i68.19827

Chesnut, S. R., & Burley, H. (2015). Self-efficacy as a predictor of commitment to the teaching profession: A meta-analysis. Educational Research Review, 15, 1–16. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2015.02.001

Dawson, V., & Shand, J. (2019). Impact of support for preservice teachers placed in disadvantaged schools. Issues in Educational Research, 29(1), 19–37.

Dunn, K. E., Airola, D. T., Lo, W. J., & Garrison, M. (2013). Becoming data driven: The influence of teachers sense of efficacy on concerns related to data-driven decision making. Journal of Experimental Education, 81(2), 222–241. https://doi.org/10.1080/00220973.2012.699899

Fernández Arata, M. (2008). Burnout, Autoeficacia y Estrés en Maestros Peruanos: Tres Estudios Fácticos. Ciencia & Trabajo, 10(30), 120–125.

Garduño Estrada, L., Carrasco Pedraza, M., & Raccanello, K. (2010). Los formadores de docentes y la autoeficacia para la enseñanza en una muestra de escuelas normales en el estado de Puebla. Perfiles Educativos, 32(127), 85–104. https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2010.127.18880

Ghaith, G., & Yaghi, H. (1997). Relationships among experience, teacher efficacy, and attitudes toward the implementation of instructional innovation. Teaching and Teacher Education, 13(4), 451–458. https://doi.org/10.1016/S0742-051X(96)00045-5

Han, I., Shin, W. S., & Ko, Y. (2017). The effect of student teaching experience and teacher beliefs on pre-service teachers' self-efficacy and intention to use technology in teaching. Teachers and Teaching: Theory and Practice, 23(7), 829–842. https://doi.org/10.1080/13540602.2017.1322057

Hardré, P. L., & Sullivan, D. W. (2009). Motivating adolescets: High school teachers' perceptions and classroom practices. Teacher Development, 13(1), 1–16. https://doi.org/10.1080/13664530902858469

Hernández-Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2018). Metodología de la investigación. México: McGraw-Hill Interamericana.

Inel Ekici, D. (2017). Development of pre-service teachers' teaching self-efficacy beliefs through an online community of practice. Asia Pacific Education Review, 19(1), 27–40. https://doi.org/10.1007/s12564-017-9511-8

Jimmieson, N. L., Hannam, R. L., & Yeo, G. B. (2010). Teacher organizational citizenship behaviours and job efficacy: Implications for student quality of school life. British Journal of Psychology, 101(3), 453–479. https://doi.org/10.1348/000712609X470572

Kopcha, T. J., & Alger, C. (2011). The impact of technology-enhanced student teacher supervision on student teacher knowledge, performance, and self-efficacy during the field experience. Journal of Educational Computing Research, 45(1), 49–73. https://doi.org/10.2190/EC.45.1.c

Morris, D. B., Usher, E. L., & Chen, J. A. (2016). Reconceptualizing the Sources of Teaching Self-Efficacy: a Critical Review of Emerging Literature. Educational Psychology Review, 29(4), 795–833. https://doi.org/10.1007/s10648-016-9378-y

Ross, J. A. (1994). The impact of an inservice to promote cooperative learning on the stability of teacher efficacy. Teaching and Teacher Education, 10(4), 381–394. https://doi.org/10.1016/0742-051X(94)90020-5

Simons, H. (2011). El estudio de caso: Teoría y práctica. Madrid: Morata.

Zee, M., & Koomen, H. M. Y. (2016). Teacher Self-Efficacy and Its Effects on Classroom Processes, Student Academic Adjustment, and Teacher Well-Being: A Synthesis of 40 Years of Research. Review of Educational Research, 86(4), 981–1015. https://doi.org/10.3102/0034654315626801

Avaliação no Ensino de Geometria: um relato de experiência

Rodrigo dos Reis **Silva**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Brasil
reis.rodrigo@aluno.ifsp.edu.br
Júlia Patrícia Oliveira da **Silva**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Brasil
silva.patricia@aluno.ifsp.edu.br
Alberto Lopo **Montalvão Neto**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Brasil
Montalvao.alberto@ifsp.edu.br

Desenvolvimento

De acordo com Hadji (2001), as avaliações devem ocorrer com o intuito de melhorar o processo de ensino-aprendizagem. Outrossim, os professores utilizam-se de diversos tipos de avaliação, perpassando distintas práticas, instrumentos e critérios avaliativos. Entre os tipos de avaliação estão a formativa e a somativa, em que a primeira, segundo Bloom, Hasting e Madaus (1971), internaliza duas vertentes principais: a classificação e a aprovação dos alunos; enquanto a segunda, de acordo com Perrenoud (2008), tem o objetivo de identificar erros no processo educacional para que seja possível a elaboração de novas estratégias.

Com base em discussões como a de Pavanello (1993), entendemos que o Ensino de Geometria possui desafios no que toca às questões de ensino-aprendizagem, inclusive avaliacionais. Isso porque a autora aponta para o apagamento histórico desta ciência. Nesse sentido, consideramos como profícuas atividades que busquem outros olhares para o Ensino de Geometria e para formas de avaliar. Com isso, objetivamos refletir a respeito dos aspectos avaliativos, empregados em uma aula expositiva-dialogada e com caráter investigativo, de modo a compreendermos potencialidades e lacunas desta experiência educacional multidisciplinar.

As aulas foram ministradas por dois licenciandos (Dupla A), num evento multidisciplinar intitulado “Materiais concretos para o ensino de Geometria”, e os seus dados foram analisados por outros dois licenciandos (Dupla B), no âmbito do evento “Seminário Integrado Discente:

Diálogos entre Geometria Espacial e Avaliação Educacional", sob a orientação de professores das disciplinas Geometria Espacial e Avaliação Educacional. A experiência ocorreu em uma instituição federal paulista de ensino e o público-alvo era composto por discentes do 1º semestre do curso de Licenciatura em Matemática. Porém, alunos do Ensino Médio também participaram.

A primeira aula iniciou com a divisão da sala em grupos e a entrega de sólidos geométricos (cilindro reto, cilindro oblíquo, cone reto e cone oblíquo). Foi questionado sobre quais características aqueles sólidos tinham em comum, e os alunos mencionaram algumas. Essas características foram anotadas na lousa e discutidas com o grupo. Em seguida, foram projetados *slides* com definições matemáticas e com a especificação de tipos de cones e cilindros. Para finalizar, foi entregue uma folha com exercícios a serem realizados individualmente. Porém, foram discutidos em grupo. Os exercícios consistiam em identificar sólidos e apontar elementos que o compõem, como altura, base, vértice e aresta (Avaliação da Aprendizagem 2).

A segunda aula iniciou com uma breve explicação, na lousa, sobre a projeção de um círculo em um plano quadriculado. Intencionou-se que os alunos verificassem a possibilidade de calcular a área do círculo. Partindo para uma metodologia mais investigativa, foi entregue uma folha impressa aos alunos para calcularem, em grupo, a área de um cilindro. Em seguida, realizamos uma experiência para verificar a relação entre o volume do cone e do cilindro. Para isso, eles receberam um cone e um cilindro, ambos sem fechar. Para que conseguissem perceber a semelhança (ou seja, que o volume é 1/3 do volume do cilindro), foi solicitado que realizassem o preenchimento do cone com arroz. Ao final, os alunos realizaram exercícios, a partir de uma fórmula anotada na lousa (Avaliação da Aprendizagem 2).

Após cada atividade foi entregue uma folha aos alunos, de modo que preenchessem atribuindo notas às características da aula (Questionário Z). As notas variavam de 1 a 10. Tratou-se de uma avaliação dos professores realizada pelos alunos e, a partir dela, buscamos averiguar potencialidades e fragilidades da proposta de ensino. Essa inversão vai ao encontro do que autores como Hadji (2001) mencionam, visto que, ao entendermos o que os alunos compreendem como questões potentes (ou não) de ensino, podemos modificar ou manter estratégias, recursos e práticas que colaborem com o processo de aprendizagem.

A avaliação durante a aula foi do tipo qualitativa e realizou-se por meio de um questionário, que analisa através de uma escala de classificação por itens desenvolvida a partir da junção da escala Likert com a escala Stapel. Nesse sentido, as duas escalas são recomendadas para medidas de atitudes e percepções (Oliveira, 2001). Por isso, escolhemos esse método, a fim de classificar as respostas dos alunos e de maneira a obtermos uma média individual de cada pergunta, distinguindo-as entre dez níveis descritos em decimais elencados de 0 a 10, sendo "0" muito insatisfatório e '10" muito satisfatório. Utilizou-se uma tabela impressa com sete tópicos avaliativos, que correspondem à didática do professor durante a aula, a saber: a) Clareza (compreensão das informações); b) Linguagem (uso apropriado); c) Exposição (uso de recursos didáticos, como lousa ou *slides*, considerando organização e clareza; d) Dinamismo (incentivo aos alunos à colaboração e a participação); e) Atividade (propostas que contemplem o conteúdo abordado); f) Materiais Didáticos (se são úteis para o entendimento do conteúdo); g) Respeito (relações verticais ou horizontais entre educadores e educandos).

Com base na análise das respostas às avaliações, acreditamos que os objetivos das aulas foram atingidos, já que a média das respostas dos alunos sobre o desempenho docente foi acima de 8,0 na escala adotada. Por meio da análise das avaliações da aprendizagem, há indícios de que a maior parte dos alunos compreenderam os conteúdos abordados, o que não exclui o fato de que alguns tiveram dificuldades nas Avaliações da Aprendizagem 1 e 2. Com base na análise do Questionário Z, isso parece relacionar-se à organização da aula de um dos professores (item c).

Referências e bibliografia

Bloom, B. S., Hasting, J. T. e Madaus, G. F. (1971). *Handbook of formative and summative evaluation of student learning.* New York, McGraw-Hill Company.

Hadji, C. (2001). *Avaliação desmistificada*. Porto Alegre, ArtMed.

Pavanello, R. M. (1993). O abandono do ensino da geomeria no Brasil: causas e consequências. *Zetetiké*, 1(1), 7-17.

Perrenoud, P. (2008). *Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens, entre duas lógicas*. Porto Alegre, Artmed.

Oliveira, T. M. V. (2001). Escalas de Mensuração de Atitudes: Thurstone,Osgood, Stapel, Likert, Guttman, Alpert. *Administração on line, 2(2)*. 1-121. http://www.fecap.br/adm_online/art22/tania.htm

Ciudadanía y enseñanza de las Matemáticas escolares: sus sentidos y sus proyecciones

Alicia **Zamorano-Vargas**
Universidad de Chile
Chile
alicia.zamorano@uchile.cl
Noemí **Pizarro**
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Chile
noemi.pizarro@umce.cl
Gabriel **Villalón-Gálvez**
Universidad de Chile
Chile
gabriel.villalon@uchile.cl

Resumen

La presente ponencia busca ser un punto de partida personal y colectivo de cómo pensarnos y repensarnos como educadores matemáticos en la sociedad actual. En particular nos referimos a los cambios curriculares que se han producido en los últimos 30 años en Chile, en específico lo referido a los propósitos formativos de la asignatura de matemáticas a nivel escolar. Para atender a estos cambios es que reflexionamos qué tipo de epistemología de la educación matemática podría aportar a implementar las políticas curriculares impulsadas. Finalmente planteamos ideas que aportarían a la enseñanza de la matemática para una ciudadanía democrática.

Palabras clave: Educación Matemática; Implementación curricular; Ciudadanía; Democracia; formación de profesores.

Antecedentes Preliminares

Skovsmose y Valero (2012), indican que en el contexto de la sociedad informacional y globalizada en que vivimos existen dos tipos de paradojas, la de la inclusión y la de la ciudadanía. Consideran que éstas son claves a la hora plantear la investigación que se puede

realizar en educación matemática. La paradoja de la inclusión cuenta que "el modelo actual de globalización para la organización social, que abarca el acceso universal y la inclusión como un principio establecido, conduce a una profunda exclusión de ciertos sectores sociales" (p.30).

Por su parte la de ciudadanía apunta a "que la sociedad del aprendizaje, a la vez que declara la necesidad de una educación significativa y pertinente para los retos sociales actuales, también reduce el aprendizaje a la necesidad de que el individuo se adapte a las exigencias sociales." (p.30). Esta situación se transforma en paradójica ya que a medida hay mayor avance tecnológico se manifiestan significativas brechas de conocimiento entre aquellas personas que tienen acceso al 'saber' versus aquellas personas que no logran acceder a él. Lo que tiene como consecuencia el desarrollo de la desigualdad. Es en esta paradoja que nos centraremos para esta contribución.

La educación de la ciudadanía tiene como objetivo formar y profundizar en las prácticas democráticas de la población con un énfasis particular entre niños y jóvenes. Sin embargo, la educación de la ciudadanía tiene distintas perspectivas según los propósitos, contenidos y metodologías que se desarrollan en la escuela, es por esto que se pueden distinguir tres grandes perspectivas: conservadora, liberal y crítica (De Schaepmeester *et al*., 2021; Westheimer y Kahne, 2004). La perspectiva conservadora pretende la transmisión de conocimientos que permitan la mantención status quo en la sociedad, la perspectiva liberal pretende la formación de conocimientos que permitan construir una sociedad basada en la libertad de los individuos y la democracia liberal y por último, la perspectiva crítica busca la formación de conocimiento que generen la transformación a una la sociedad que tenga como base la justicia social.

Para complementar lo anterior es que seguimos las ideas de Callejo (2000) con respecto al concepto de democracia: "democracia participativa, en la que los ciudadanos y las ciudadanas son sujetos racionales, informados, activos, en posesión de sus derechos y responsables de sus deberes, con capacidad de decisión y de control en la sociedad, donde todos los grupos sociales puedan dar sus iniciativas y satisfacer sus necesidades." (p. 1).

Con la descripción de estos conceptos, podemos indicar la necesidad de que los y las docentes aportemos a la formación de personas (ciudadanos) que puedan desenvolverse y cuestionarse ante situaciones sociales complejas como la desigualdad, la lucha por los derechos humanos, y que puedan comprender los lenguajes y las informaciones cruciales para que puedan participar como ciudadanos activos y autónomos. Es en este sentido donde las matemáticas deberían ser un conocimiento que les permita a los estudiantes tomar decisiones para profundizar la democracia y la justicia social.

En Chile y el mundo durante las últimas décadas se ha relevado la importancia de la escuela en la formación de los futuros ciudadanos y la profundización de la democracia. En nuestro país, todas las reformas curriculares realizadas desde el regreso de la democracia han avanzado en dar mayor espacio a la ciudadanía en el currículum. Además, el año 2016 se promulgó la ley 20.911 que estableció objetivos específicos para fortalecer el desarrollo de la ciudadanía en la escuela, siendo los más relevante la obligación a cada escuela de crear un Plan de Formación Ciudadana y la creación de una nueva asignatura de Educación Ciudadana para los últimos dos cursos de la Educación Secundaria. Junto a esto se fomentó el que el abordaje de la

ciudadanía fuese abordado por las distintas asignaturas que componen el currículum prescrito, lo que comenzó a concretarse con la reforma curricular del año 2019 (Gazmuri y Toledo, 2020).

Para el caso de esta comunicación, analizamos de qué manera la ciudadanía se ha ido incorporando en el currículum de matemática chileno y luego planteamos algunas ideas para el desarrollo de una ciudadanía democrática en las clases de matemáticas. Se hizo un análisis documental de los currículos propuestos desde la vuelta a la democracia (años 90) y una revisión de bibliografía sobre la temática de ciudadanía y enseñanza de la matemática.

El currículum de matemáticas chileno

El currículum chileno, luego de la vuelta a la democracia, ha pasado por reformas importantes que han permitido una transformación de los propósitos de la asignatura de matemáticas (Tabla 1).

En el caso de las Bases Curriculares 2019 se declara el enfoque e indica que "pone énfasis en la relación entre el conocimiento matemático, el aprendizaje de la matemática y sus aportes a la formación de personas" (p.103). Esta forma de concebir la matemática escolar direcciona a que la asignatura está relacionada con la conformación de la sociedad y cómo estas personas están informadas y comprender el mundo que les rodea.

Tabla 1
Propósitos de la asignatura de Matemáticas 1998 a 2019.

Año	Decreto	Propósito
1998	N°2020	La matemática ofrece un conjunto amplio de procedimientos de análisis, modelación, cálculo, medición y estimación del mundo natural y social, que permite establecer relaciones entre los más diversos aspectos de la realidad, no sólo cuantitativas y espaciales, sino también cualitativas y predictivas. El conocimiento matemático forma parte del acervo cultural de nuestra sociedad; es una disciplina cuya construcción empírica e inductiva surge de la necesidad y el deseo de responder y resolver situaciones provenientes de los más variados ámbitos, tanto de la matemática misma como del mundo de las ciencias naturales, sociales, del arte y la tecnología; su construcción y desarrollo es una creación del ser humano, ligada a la historia y a la cultura. (p. 81)
2009	N° 257	El propósito formativo de este sector es enriquecer la comprensión de la realidad, facilitar la selección de estrategias para resolver problemas y contribuir al desarrollo del pensamiento crítico y autónomo en todos los estudiantes, sean cuales sean sus opciones de vida y de estudios al final de la experiencia escolar. Aprender matemática proporciona herramientas conceptuales para analizar la información cuantitativa presente en las noticias, opiniones, publicidad y diversos textos, aportando al desarrollo de las capacidades de comunicación, razonamiento y abstracción e impulsando el desarrollo del pensamiento intuitivo y la reflexión sistemática. Aprender matemática contribuye a que alumnos y alumnas valoren su capacidad para analizar, confrontar y construir estrategias personales para la resolución de problemas y el análisis de situaciones concretas, incorporando formas habituales de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la aplicación y el ajuste de modelos, la flexibilidad para modificar puntos de vista ante evidencias, la precisión en el lenguaje y la perseverancia en la búsqueda de caminos y soluciones. (p. 86)

2012	N° 614	Comprender las matemáticas y ser capaz de aplicar sus conceptos y procedimientos a la resolución de problemas reales es fundamental para los ciudadanos y las ciudadanas en el mundo moderno. Para resolver e interpretar una cantidad cada vez mayor de problemas y situaciones de la vida diaria, en contextos profesionales, personales, laborales, sociales y científicos, se requiere de un cierto nivel de comprensión de los conceptos, desarrollo de razonamiento y aplicación de herramientas matemáticas. La formación y alfabetización matemática de todas las ciudadanas y todos los ciudadanos se considera un elemento esencial de tener en cuenta para el desarrollo de cualquier país. (p.94)
2019	N° 876	La asignatura Matemática busca que los estudiantes continúen desarrollando su capacidad de análisis, estudio y resolución, presente y futura, de modo de favorecer su tránsito al mundo laboral y profesional, y promover su contribución a la comunidad local, nacional y global. Para ello, provee distintos espacios, en lo posible integrados, para que los estudiantes, por una parte, profundicen y desarrollen su conocimiento, razonamiento y pensamiento matemáticos, su capacidad para resolver problemas y su habilidad de pensar en forma rigurosa y crítica y, por otra, fortalezcan habilidades y virtudes tales como la creatividad, la comunicación y la argumentación precisas y rigurosas, y que valoren las opiniones de otros sobre las cuales se puede construir. (p. 104)

Fuente: Ministerio de Educación de Chile: 1998-2019.

En esta Tabla se observa como los propósitos de la asignatura han transitado desde un curriculum completamente centrado en contenidos (1998) a una descripción de propósitos que incluye lo anterior y además abarca los usos y las proyecciones de aprender matemáticas para una vida en comunidad y el desarrollo de una ciudadanía, nos da pie para indagar en la relación entre matemática escolar y el desarrollo ciudadano en el año 2019.

Además, es en 2012 cuando por primera vez se menciona y se define la alfabetización matemática como, "la capacidad de identificar y entender el papel que esta disciplina tiene en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar en forma adecuada tanto las herramientas como los conocimientos matemáticos para resolver problemas cotidianos" (p. 94). Las directrices del 2019 también consideran que los y las estudiantes "podrán entender la matemática como una actividad en desarrollo, en la que se puede participar activamente y que es significativa para el proyecto personal y la vida individual y ciudadana." (p. 102), idea fundamental para el desarrollo de este documento.

Esta nueva definición curricular nos invita a preguntarnos cómo los y las formadores de docentes aportaremos a la formación de los/as futuros ciudadanos/as si nuestra propia formación ha estado centrada en los conocimientos matemáticos sin profundizar en temas sociales. Una de las posibles respuestas es acercarnos a un marco teórico (y práctico) que nos amplíe la comprensión del uso de las matemáticas en el mundo social actual.

Educación Matemática para una ciudadanía democrática

Compartimos la idea expuesta por Skovmose y Valero (2012) quienes indican que el vínculo entre educación matemática y ciudadanía democrática no es obvia ni evidente. Para Appelbaum (2018) tampoco es fácil lograr esta conexión porque la educación matemática está constantemente en tensión con las prácticas docentes, el uso de algoritmos, la rigurosidad, el

currículum, la formación continua, la conexión con la vida cotidiana, sin embargo, las cosas más importantes no se enseñan o son muy difíciles de hacerlo.

Jackson (2022) hace un recorrido por los cambios educativos en el espacio inglés, destacando que las políticas implementadas han desarrollado un pensamiento dominante que ha sido productor de la desigualdad social. Esta idea es especialmente aplicable a la política chilena. La dictadura cívico militar en Chile, comenzada en la década de los 70 instaló el neoliberalismo, que se ha caracterizado por contraer la demanda por medio de la reducción del déficit público y la contención salarial (Garretón, 2012). Esto ha permitido que las acciones políticas y sociales estén subordinadas a la economía y en el caso específico de la educación no pueda ser garantizada por el estado y ha sido desplazada por el sector privado.

Es en este contexto que se ha construido un currículum que se explicita en la tabla 1, y con ello nace el cuestionarnos qué tipo de agencia puede ser implementada en educación matemática, ¿cómo podemos educar matemáticamente a ciudadanos que comprendan y actúen para la vida democrática?

Este escenario es especialmente complejo, por cómo se indicó anteriormente durante los últimos treinta años, en países como Inglaterra, o en los últimos cuarenta años en el caso de Chile (Slachevsky, 2015), la educación ha respondido a ideas neoliberales, viéndola como una herramienta de la economía donde se considera el progreso y el esfuerzo desde la individualidad (Jackson, 2022) y no desde lo colectivo.

Ideas para una propuesta de la enseñanza de la matemática con foco en la ciudadanía

Atendiendo a esta problemática política-social y teniendo en cuenta el currículum chileno para la enseñanza de la matemática a nivel escolar y su relación con la ciudadanía y la democracia, es que planteamos y proponemos un conjunto de ideas que buscan abrir el diálogo sobre como avanzar hacia una educación matemática para la democracia.

Las ideas que planteamos son las siguientes:

La agencia docente y la reflexión de la práctica: esta idea no es nueva ni novedosa. Schön (1992) nos indica la importancia de reflexionar con y desde la práctica, pero ahora la atención no es solo sobre lo que hacemos sino la intencionalidad de nuestras acciones. En este sentido es relevante que tanto el profesorado en formación como los y las docentes en ejercicio identifiquen sus creencias, sus conocimientos profesionales sobre lo que significa enseñar matemática con foco en la democracia. Esto además trae como consecuencia que debemos ser conscientes del rol social y político que tiene la matemática para los niños, las niñas y los jóvenes que están en nuestras aulas y desvelar el manto de neutralidad que por muchos años ha persistido en la enseñanza de la matemática escolar.

El rol de la alfabetización matemática: Según Shanahan *et al*., (2011) una posible respuesta a esta problemática pasaría por la alfabetización disciplinaria. En este sentido la alfabetización se entiende como práctica social conectada para contextos históricos, culturales e institucionales (Gee, 2011) donde las herramientas propias de la disciplina son usadas para comprender diversas

situaciones que involucran lectura, escritura, conocimiento (Shanahan y Shanahan, 2012), por ello el carácter político de la alfabetización podría ser una estrategia que permita desarrollar una ciudadanía democrática con la educación Matemática como herramienta. Para Freire, D'Ambrosio y Mendonca (1997) la alfabetización matemática debe plantearse de acuerdo con la educación para la ciudadanía, donde se debe crear conciencia sobre la utilidad de la matemática para comprender el mundo y transformarlo. Con una población alfabetizada matemáticamente podríamos suponer que las problemáticas sociales serán comprendidas e interpretadas desde una perspectiva comunitaria y con alternativas de solución pensando en las mayorías excluidas.

El conocimiento matemático como un saber socialmente relevante y controversial. Las matemáticas se han trabajo históricamente con un halo de neutralidad. Valero y Skovsmose (2012) indican que esto podría deberse a la costumbre de desagregar las tareas, asociado a que los problemas generalmente con muy complejo y es común deparar los procesos en tareas más pequeñas, donde se pierde el problema mayor donde se filtran de las situaciones sociopolíticas o éticas que los generan. En este sentido el trabajo con proyectos podría contribuir a resolver problemas que afecten a la comunidad local de la escuela o a la sociedad de un país. Las características propias del pensamiento matemático como la indagación, la contrastación de ideas, conducirían al desarrollo del pensamiento crítico (Jackson,2022)

A modo de conclusión, consideramos que la clase de matemática debe ampliarse para comprenderse como un espacio de deliberación y de resolución de conflictos. Y finalmente la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en ambientes que se trabajen con problemas reales, que sean de las comunidades ayudarían a que el estudiantado de cualquier nivel educativo se sienta partícipe de la solución a las problemáticas donde se puedan discutir diferentes tipos de soluciones y les de herramientas pacíficas para la resolución de conflictos que son inherentes a la reunión de cualquier grupo humano. De esta forma también se les lograría empoderar para actuar en y sobre el mundo. (Stemhagen, 2016)

Estas ideas no son originales ni novedosas, pero si nos han permitido situarnos como dice Appelbaum (2018) como activistas de la educación matemática en el cambio político social, en el sentido que si como educadores y educadoras matemáticos nos hacemos conscientes de los usos de la matemática en las escuelas podríamos aportar a rehacer y mejorar nuestras realidades y nuestra vida social y personal.

Referencias y bibliografía

Appelbaum, P. (2018). How to Be a Political Social Change Mathematics Education Activist. In M. Jurdak & R. Vithal (Eds.), *Sociopolitical Dimensions of Mathematics Education: From the Margin to Mainstream* (pp. 53–73). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-72610-6_4

Callejo de la Vega, M. L. (2000). *Educación Matemática y Ciudadanía: Propuestas desde los Derechos Humanos*. Editorial Centro Cultural Poveda.

De Schaepmeester, L., van Braak, J., & Aesaert, K. (2021). Teach what you preach? The relationship between teachers' citizenship beliefs and citizenship education in the classroom. *The Journal of Social Studies Research*. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jssr.2021.10.001

Freire, P., D'Ambrosio, U., & Mendonça, M. D. C. (1997). A conversation with Paulo Freire. *For the Learning of Mathematics*, *17*(3), 7–10.

Garretón, M. A. (2012). *Neoliberalismo corregido y progresismo limitado: los gobiernos de la Concertación en Chile 1990-2010*. Editorial Arcis CLACSO

Gazmuri, R., & Toledo, M. I. (2020). La urgencia de la educación de la ciudadanía en tiempos del Estado evaluador: propuestas a la política educativa para democratizar las escuelas. In M. T. Corvera & G. Muñoz (Eds.), *Horizontes y propuestas para transformar el sistema educativo chileno* (p. 404). Biblioteca del Congreso Nacional de Chile.

Gee, J., & Gee, J.P. (2007). *Social Linguistics and Literacies: Ideology in Discourses* (3rd ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203944806

Jackson, C. (2022). Class, Schooling and the Legitimation of Inequality. In C. Jackson (Ed.), *All-Attainment Teaching in Secondary Mathematics : Philosophy, Practice and Social Justice* (pp. 23–36). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-92361-7_11

Ministerio de Educación de Chile. (1998). *Marco Curricular*. Decreto 2020. Unidad de Currículum y Evaluación.

Ministerio de Educación de Chile. (2009). *Marco Curricular*. Decreto 257. Unidad de Currículum y Evaluación.

Ministerio de Educación de Chile. (2012). *Bases Curriculares 7° Básico a 2° medio*. Decreto 614. Unidad de Currículum y Evaluación.

Ministerio de Educación de Chile. (2019). *Bases Curriculares 3° y 4° medio*. Decreto 879. Unidad de Currículum y Evaluación.

Schön, D. A. (1992). *La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones*. Paidós.

Shanahan, T., & Shanahan, C. (2012). What Is Disciplinary Literacy and Why Does It Matter? *Topics in Language Disorders*, *32*(1).

Shanahan, C., Shanahan, T., & Misischia, C. (2011). Analysis of Expert Readers in Three Disciplines: History, Mathematics, and Chemistry. *Journal of Literacy Research*, *43*(4), 393–429. https://doi.org/10.1177/1086296X11424071

Slachevsky Aguilera, N. (2015). Una revolución neoliberal: la política educacional en Chile desde la dictadura militar. *Educação e Pesquisa*, *41*, 1473–1486.

Stemhagen, K. R. (2016). School Math: From Algorithms and Conceptual Understanding to Democracy and Opportunity. In G. W. Noblit & W. T. Pink (Eds.), *Education, Equity, Economy: Crafting a New Intersection* (pp. 177–194). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-21644-7_9

Valero, P., & Skovmose, O. (2012). *Educación Matemática Crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y de la enseñanza de las matemáticas*. Editorial Kimpres Ltda.

Westheimer, J., & Kahne, J. (2004). What Kind of Citizen? The Politics of Educating for Democracy. *American Educational Research Journal*, *41*(2), 237–269. https://doi.org/10.3102/00028312041002237

Contenido de la Formación Inicial Docente: una mirada desde los formadores de profesores de primaria que enseñarán Matemática

Macarena **Reyes** Bravo
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile
macarena.reyes.b@mail.udp.cl
Soledad **Estrella**
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile
soledad.estrella@pucv.cl

Resumen

El presente estudio exploratorio indaga en las concepciones de formadores de profesores de primaria que enseñarán matemática, en particular sobre el contenido de la formación inicial. Inmerso en el paradigma cualitativo, se aplicó un cuestionario vía remota de preguntas abiertas a formadores que dictan cursos relacionados a Matemática, y se analizó cada respuesta considerando el marco conceptual sobre el contenido de la formación inicial docente. Los resultados muestran una tendencia a privilegiar el conocimiento matemático frente a otros elementos que pudiesen constituir el contenido de la formación inicial, una escasa claridad sobre el conocimiento didáctico del contenido a desarrollar, una manifestación de prácticas de enseñanza de la matemática, e instancias de desarrollo de identidad profesional en la formación del profesorado que enseñará matemática en primaria.

Palabras clave: formadores de profesores de primaria; contenido de la Formación Inicial Docente; conocimiento profesional; prácticas de enseñanza de la matemática; identidad profesional.

Introducción

La Comisión Nacional de Acreditación evalúa la calidad de las instituciones de educación superior en Chile, emitiendo en el año 2018 un informe sobre fortalezas y debilidades en las carreras de pedagogía. En él se identificó una escasez de profundización disciplinar y didáctica

en los programas, déficit de especialistas en las diferentes áreas de conocimiento, y ausencia de elementos para evaluar la idoneidad del cuerpo académico.

Respecto a este último punto, se vuelve pertinente estudiar a los formadores de profesores. Si bien, la investigación sobre el profesor o futuro profesor de matemática se ha desarrollado fuertemente, la investigación sobre el formador de profesores de matemática ha sido escasa (Beswick y Goos, 2018; Reyes-Bravo y Estrella, 2022). Los encargados del desarrollo del conocimiento en la enseñanza son los formadores de profesores, puesto que son los "profesionales que trabajan con profesores en ejercicio y/o futuros profesores para desarrollar y mejorar la enseñanza de las matemáticas" (Jaworski, 2008, p. 1).

Zopf (2010) estudió en qué consiste el trabajo de enseñar matemática a profesores, postulando que una de las diferencias principales entre el conocimiento del profesor de matemática y del formador de profesores es que los objetivos de la formación escolar y la formación inicial de profesores son diferentes, ya que el objetivo cambia de conocimiento matemático a conocimiento matemático para la enseñanza. Asimismo, Chick y Beswick (2018) declararon que el "contenido" que enseñan los formadores no se encuentra exclusivamente supeditado al conocimiento de la disciplina, sino que al "conocimiento para enseñar dicha disciplina". Es así como estudios sobre el formador de profesores se han posicionado sobre el contenido que estos académicos podrían desarrollar en las carreras de pedagogía en matemática (Chick y Beswick, 2018; Escudero et al., 2021; Pascual, 2021).

El objetivo del presente estudio exploratorio es indagar en las concepciones que posee un grupo de formadores de profesores que enseñarán matemática en primaria, respecto al contenido (C') de la Formación Inicial Docente y sus elementos constitutivos.

Marco conceptual: el contenido (C') de la Formación Inicial Docente

Escudero-Ávila et al. (2021) esbozan la diferencia del "contenido" (C') de la formación de profesores de matemática; mientras para los profesores se supedita a la matemática como disciplina científica en un contexto de enseñanza (Carrillo et al., 2018), los formadores se ciñen a la matemática como objeto de enseñanza y aprendizaje. Para ellos "el 'contenido' investigado pasa de ser 'matemáticas' a 'aquellos elementos que permiten entender las matemáticas como objeto de enseñanza y aprendizaje'" (Escudero-Ávila et al., p.24). Es así como se concibe C' en esta comunicación.

Para su escrito consideran el trabajo de Ponte (2011), quien agrupa las investigaciones sobre formación en educación matemática en tres temáticas: conocimiento profesional, asociado al conocimiento del contenido, del currículum, de los estudiantes, de la enseñanza, etc.; las prácticas de enseñanza de la matemática que responden al qué y cómo lo hacen en su rol de profesores (futuros profesores en este caso); e identidad profesional, atendiendo a quienes son, individual y comunitariamente, y cómo se convierten en profesores que enseñarán matemática, considerando "creencias, interacción con el entorno, actitudes y emociones" (Escudero-Ávila et al., 2021, p. 31) . En consecuencia, postulan estos tres focos como elementos constitutivos del C' de la formación inicial docente (FID) de profesores que enseñarán matemática.

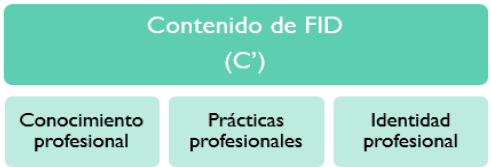


Figura 1. Elementos constitutivos de C', basado en Ponte (2011)

Respecto al conocimiento profesional, se asume que en la FID de profesores de matemática, se debe promover el conocimiento de la disciplina y su forma de enseñarla. Para ello, se considera en este estudio el modelo de Carrillo et al. (2018) del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés) como estructurante del conocimiento de un futuro profesor de primaria que enseñará matemática. En este modelo se definen dos subdominios; el primero, denominado conocimiento matemático del contenido (MK), que se describe como "una red de conocimientos sistémicos estructurada según sus propias reglas" (p. 243); el segundo, se denomina conocimiento didáctico del contenido (PCK), entendido como "conocimientos relativos al contenido matemático en términos de enseñanza y aprendizaje" (p. 243).

En cuanto a las prácticas de enseñanza de la matemática, estas responden al hacer del profesor y cómo se ejecuta (Ponte, 2011). Se consideran las ocho prácticas efectivas de enseñanza planteadas el 2014 por el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), que proponen: establecer metas matemáticas centradas en el aprendizaje; implementar tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas; usar y relacionar representaciones matemáticas; favorecer un discurso matemático significativo; plantear preguntas deliberadas; elaborar la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual; apoyar el esfuerzo productivo en el aprendizaje de la matemática; obtener y usar evidencias del pensamiento de los estudiantes.

Relativo a la identidad profesional, se atiende la interpretación de Ponte y Chapman (2008), quienes plantean:

> … que se trata del yo profesional que construyen y reconstruyen al convertirse y ser profesores [los docentes en formación]. Incluye su apropiación de los valores y normas de la profesión; sus creencias fundamentales sobre la enseñanza y sobre sí mismos como profesores; una visión de lo que significa ser un 'profesor excelente' y del tipo de profesor que quieren ser; un sentido de sí mismos como aprendices y una capacidad para reflexionar sobre la experiencia. (p.242)

En su tesis doctoral sobre el conocimiento del formador de profesores de matemática, Pascual (2021) declara que la identidad profesional permea los otros dos elementos constitutivos de C' (conocimiento profesional y prácticas), y viceversa. En consecuencia, estos tres elementos constitutivos de C'(conocimiento profesional, prácticas e identidad profesional) se encuentran interconectados y es característico del conocimiento de un formador de profesores establecer dichas conexiones (Escudero-Ávila et al, 2021).

Metodología

Este estudio exploratorio se sitúa en un paradigma interpretativo con enfoque cualitativo (Navarro et al., 2017). Se diseñó un cuestionario de diez preguntas abiertas para obtener un

acercamiento al conocimiento del contenido (C') de la formación inicial que manifiestan formadores de profesores de primaria que enseñan cursos de matemática. El sustento teórico de las preguntas se basa en los elementos constitutivos de C'. Todas las preguntas fueron consensuadas por las autoras y validados por jueces expertos nacionales e internacionales.

Algunas preguntas se encuentran situadas en el eje Números y Operaciones, ya que esta comunicación se desarrolla en el marco de un estudio doctoral que está centrado en dicho ámbito disciplinar. La recogida de datos comenzó el año 2022 vía remota a través de Google Forms, y se informan 5 sujetos que contestaron el cuestionario (F1 a F5). De los cinco formadores, 2 son hombres y 3 son mujeres. Respecto a su formación de pregrado, 3 son profesores de educación básica con mención en matemática, y 2 son profesores de matemática. En cuanto a su formación de postgrado, 2 de los 5 formadores tienen un Magíster en Educación, 2 un Magíster relacionado con la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, y 1 de ellos tiene ambos. Respecto a sus años de servicio como formadores, 2 de ellos llevan menos de 6 años ejerciendo, 2 han trabajado 15 años en la FID, y uno de ellos lleva 40 años de trabajo en formación de profesores de primaria en cursos de matemática.

Mediante un análisis de contenido (Fiorentini y Lorenzato, 2015) se interpretaron las respuestas otorgadas por los formadores, identificando segmentos de información (una palabra, una frase, un párrafo) que tuviesen estrecha relación con las características descritas sobre el C'. Para esta comunicación se informan cuatro preguntas (P1, P3, P5 y P9), una (P1) que explora las concepciones de formadores sobre cuál es el C' de la FID de profesores de primaria en matemática, y tres preguntas que apuntan a cada uno de los elementos de C' descrito.

Resultados y discusión

La primera pregunta pretende explorar concepciones de formadores sobre C' de la FID, buscando que estos profesionales entreguen información de acuerdo a sus conocimientos y/o experiencia; por esta razón la pregunta se presenta de modo general, pretendiendo encontrar los elementos constitutivos de C'.

P1. Si el contenido de la formación inicial de profesores de matemática establece la matemática como objeto de enseñanza y aprendizaje, entonces ¿qué conocimientos considera fundamentales desarrollar en la formación de futuros profesores de primaria que enseñarán matemática?

De los cinco formadores encuestados, tres de ellos determinan que el contenido de la formación inicial se debiera centrar en los ejes curriculares determinados en los programas de estudio escolares, sin atender a otros elementos necesarios para el desarrollo del futuro profesor de primaria.

F1: "numeración, geometría y medición, álgebra y nociones de estadística".

F3: "Números, geometría, álgebra y datos y azar".

F5: "En relación a los ejes temáticos que presenta el currículum, los conocimientos fundamentales están relacionados con Números y Geometría".

Se observa una tendencia en las respuestas de los formadores hacia el conocimiento matemático del contenido, referido a grandes temas (sin especificaciones), omitiendo otros

conocimientos necesarios para la formación. En consecuencia, hay una mirada disciplinaria del C' en la FID, y no de la matemática como objeto de enseñanza y aprendizaje. Si bien, las respuestas son escuetas, pudiera ser que la palabra "contenido" tiene una fuerte asociación con lo disciplinar, razón por la que se encuentran mayormente este tipo de respuesta.

Otras dos respuestas manifiestan una visión más amplia de las concepciones de los formadores. Por ejemplo, F4 hace hincapié en la necesidad de imbricar el conocimiento matemático del contenido (MK) y el conocimiento didáctico del contenido (PCK) que debe poseer un futuro profesor para ejercer su docencia, pero sin detalles.

F4: "Considero que es fundamental el trabajo integrado de elementos didácticos y de contenido disciplinar. En la educación matemática infantil, los elementos didácticos que nos llevan a construir el conocimiento matemático es fundamental".

Asimismo, F2 esboza una mirada similar, pero enumera una lista de elementos que a su parecer debieran ser considerados en la formación de profesores de primaria que enseñarán matemática, que señalan elementos propios de MK y PCK, en que se puede notar conocimiento de los temas, de prácticas matemáticas y de enseñanza de la matemática.

F2: "Considero que los conocimientos fundamentales es conocer la estructura interna de la matemática donde todo tiene sentido, tienen explicaciones correctas del funcionamiento de algoritmos usuales, deben tener variedad de representaciones de los conceptos que enseña, pueden conectar diversos modelos concretos, pictóricos y simbólicos, que hagan un uso correcto del lenguaje matemático y de definiciones, deben realizar demostraciones simples conocer acuerdo al nivel que enseñan , deben también ser capaz de juzgar la validez de argumentos".

Sin embargo, ninguno de los formadores señala la puesta en acción de prácticas de enseñanza, y ni del desarrollo de la identidad profesional en sus afirmaciones.

P3. ¿Qué elementos del eje temático Números y Operaciones considera primordiales al desarrollar conocimiento didáctico del contenido en futuros profesores de primaria que enseñarán matemática?

Como indican Escudero-Ávila et al. (2021), es fundamental que un formador de profesores maneje concepciones sobre PCK, independiente del modelo de conocimiento que evoque. En ese sentido, se releva la importancia de distinguirlo del MK que debe desarrollar un futuro profesor. No obstante, se observan dos formadores que plantean elementos del MK como elementos de PCK.

F1: "propiedades del sistema decimal y algoritmos de la operatoria básica con fundamentos"

F5: "La conformación del sistema numérico"

En dos respuestas se pueden observar subdominios declarados como PCK en el modelo de conocimiento MTSK, como conocimiento de la enseñanza de la matemática en F2 y F4, y conocimiento sobre el aprendizaje de las matemáticas en el caso de F4.

F2: "Estrategias metodológicas, analizar estrategias empleadas y sus representaciones, compartir las experiencias adquiridas, determinar los procesos matemáticos implícitos en las situaciones y las habilidades que son desarrolladas en su solución, representar usando variados esquemas, diagramas, objetos)"

F4: "Reitero que es fundamental enfatizar en la formación inicial docente la construcción conjunta de elementos didácticos junto a elementos disciplinarios. Es fundamental que los futuros profesores comprendan cómo niños y niñas construyen la comprensión de los objetos y tareas matemáticas, además de un profundo énfasis en resolución de problemas"

Hubo un formador que omitió la respuesta a esta pregunta (F3).

P5. ¿Qué prácticas de enseñanza privilegia que aprendan y desarrollen los futuros profesores de primaria que enseñarán matemática?

Si bien no presentan un desarrollo elaborado sobre prácticas de enseñanza de la matemática en sus respuestas, los formadores entregan algunas ideas de su trabajo en la FID de profesores de primaria que enseñarán matemática.

Uno de los formadores no menciona prácticas en específico, sino que apela al contenido (que se asume matemático) para el desarrollo de habilidades; aunque, se considera que su afirmación está próxima a prácticas de la matemática, y no de la enseñanza de esta. De todas formas, su respuesta es escueta por lo que no nos permite aseverar esta interpretación.

F1: "fundamentos de los contenidos que permiten desarrollar habilidades".

La práctica de enseñanza "implementar tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas" (NCTM, 2014), se presenta en dos de las respuestas entregadas por los formadores de profesores, en que se propone como trabajo en la FID la resolución de problemas.

F2: "Resolución de problemas"

F4: "La resolución de problemas, el trabajo colaborativo, la discusión y comparación de diversas estrategias de resolución..."

En las respuestas de F4 y F3 se encuentra además la práctica de enseñanza "favorecer un discurso matemático significativo" (NCTM, 2014), ya que los formadores de profesores señalan promover en sus clases la argumentación y discusión.

F3: "Argumentación, uso del error, razonabilidad de respuestas".

Además, se puede distinguir en sus palabras, que este formador desarrolla "obtener y usar evidencias del pensamiento de los estudiantes" al dar un uso de aprendizaje al error y al practicar la interpretación o juicio de respuestas de posibles estudiantes (o compañeros).

En dos casos (F4 y F5), hay formadores que declaran el trabajo colaborativo o grupal; sin embargo, se considera que esta práctica es pedagógica general y no propia de la enseñanza de la matemática.

P9. ¿Cuál(es) actividad(es) utiliza para desarrollar la identidad profesional de los futuros profesores de primaria que enseñarán matemática?

El desarrollo de la identidad profesional de los estudiantes en la FID busca que puedan verse a sí mismos como futuros profesores de primaria que enseñarán matemática, siendo los formadores parte de quienes contribuyen en este proceso (Escudero-Ávila, 2021). Frente a este cuestionamiento, cuatro de los cinco formadores expusieron actividades que ejemplifican la promoción de la identidad profesional de los futuros profesores de primaria en matemática.

La conformación de una comunidad es parte esencial del desarrollo de la identidad, en la que los futuros profesores puedan compartir experiencias y/o supuestos generando instancias de reflexión en el grupo, como lo señala F1, F4 y F5.

F1: "Compartir vivencias reales".

F4: "La identidad profesional se construye de manera individual, a través de la reflexión pedagógica de sus experiencias de práctica pedagógica. Para esto desarrollo instancias de reflexión docente oral y escrita, en instancias individuales y grupales".

F5: "Reflexión pedagógica".

Es así como la reflexión y la conformación de una comunidad tributan a su desarrollo de identidad profesional, tanto individual y como pertenecientes a una comunidad para estos formadores.

En cambio, un formador (F2) plantea que las actividades propuestas por él en la formación, específicamente el modelamiento, contribuyen a la identidad profesional del estudiante de pedagogía, en lo que podríamos determinar como el desarrollo de su perfil como futuro profesor de primaria que enseñará matemática.

F2: "Para desarrollar la identidad profesional se desarrolló actividad de modelamiento en el aula, como el monitoreo y revisión constante, el refuerzo positivo".

Lo anterior se relaciona con el planteamiento de Pascual (2021), quien en su tesis doctoral declara que "Las concepciones del formador sobre qué es un profesor de primaria y su conocimiento sobre distintas identidades profesionales y cómo se construyen, pueden derivar en distintas tomas de decisiones que, de alguna manera, implicarían distintas formas en enseñanza" (p.28). En ese sentido, este formador apela a que su modelo de quehacer en la FID contribuye al desarrollo de la identidad del futuro profesor de primaria.

A modo de conclusión

Este estudio exploratorio entrega información de las concepciones de un grupo de formadores de profesores de matemática en primaria, sobre quienes, como ya se ha declarado, la investigación en esta área ha sido escasa. Comprender el objeto de enseñanza que estos profesionales manifiestan frente a cursos de futuros profesores, permite un acercamiento a su concepción sobre los profesionales de la educación que se espera formar en las universidades, en particular, en Chile.

Desde parte de la muestra de formadores (n=5), se puede observar una tendencia a considerar que el C' de la FID se centra mayormente en el desarrollo del conocimiento matemático, sin posicionarse como promotores de la matemática como objeto de enseñanza y aprendizaje. No obstante, dos formadores conciben el C' de la FID en ese sentido, lo que podría implicar una distinción en su quehacer en las aulas universitarias. Además, se observa en respuestas de algunos formadores, dificultades para distinguir entre MK y PCK solicitado en las preguntas. Si bien no hay representatividad de respuestas que propongan otros contenidos en formación inicial —como las prácticas y la identidad profesional—, los resultados del estudio manifiestan una oportunidad para avanzar en fortalecer dominios más allá del necesario conocimiento matemático y didáctico del contenido.

Respecto a prácticas de enseñanza de la matemática, se observa predominio de la resolución de problemas, aunque no se logra identificar si los formadores ven esta práctica como un medio o un fin. También se advierte la necesidad de promover la argumentación, fomentando el discurso matemático en la FID. Sobre actividades que fomenten la identidad profesional de profesores de primaria que enseñarán matemática, se reitera la idea de la reflexión para la constitución de este sujeto perteneciente a una comunidad.

Este estudio se enmarca en un trabajo doctoral en curso y espera seguir profundizando en los conocimientos del formador de profesores que enseñarán matemática. Asimismo, se busca contribuir sobre las concepciones que poseen acerca del contenido de la formación inicial y a la investigación sobre el formador de profesores, con elementos constitutivos del C' de la FID.

Referencias bibliográficas

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L.C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco-Mora, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A. Ribeiro, M., y Muñoz-Catalan, M.C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education,20*(3), 236-253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Chick, H., y Beswick, K. (2018). Teaching teachers to teach Boris: a framework for mathematics teacher educator pedagogical content knowledge. *Journal of Mathematics Teacher Educator, 21*, 475-499. https://doi.org/10.1007/s10857-016-9362-y

Escudero-Ávila, D., Montes, M., y Contreras, L.C. (2021). What do Mathematics Teacher Educators need to know? Reflections emerging from the content of mathematics teacher education. En M. Goos, y K. Beswick (Eds.), *The learning and development of mathematics teacher educators: international perspectives and challenges*. Springer. https://:doi.org/10.10007/978-3-030-62408-8_2

Fiorentini, D., y Lorenzato, S. (2015). *Investigación en Educación Matemática: recorridos históricos y metodológicos*. Editora Autores Associados LTDA.

Jaworski, B. (2008). Mathematics teacher educator learning and development. En B. Jaworski y T. Woods (Eds.), *The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional*, (p. 1-11). Sense Publishers.

Navarro, E., García, E., Rappoport, S., y Thoilliez, B. (2017). *Fundamentos de la investigación y la innovación educativa*. Unir Editorial.

NCTM. (2014). *De los principios a la acción: Para garantizar el éxito matemático para todos*. NCTM.

Pascual, M. (2021). *El conocimiento del formador de maestros en la etapa de formación inicial, en relación con la enseñanza de la Didáctica de las Matemáticas. Un estudio de caso* [Tesis doctoral]. Universidad de Huelva. http://hdl.handle.net/10272/20208

Ponte, J. P. (2011). Teachers' knowledge, practice, and identity: Essential aspects of teachers' learning. *Journal of Mathematics Teacher Education, 14*(6), 413–417.

Ponte, J. & Chapman, O. (2008). Preservice mathematics teachers' knowledge and development. En L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (p. 223–261). Routledge.

Reyes-Bravo, M., & Estrella, S. (2022). Aproximación al contenido de la formación inicial de Profesores de primaria que enseñarán matemática. *Actas de XXVI Jornadas Nacionales de Educación Matemática*, (p. 357-361). Chile.

Zopf, D. A. (2010). *Mathematical Knowledge for Teaching Teachers: The Mathematical Work of and Knowledge Entailed by Teacher Education* [Tesis doctoral]. University of Michigan. http://deepblue.lib.umich.edu/bitstream/2027.42/77702/1/dzopf_1.pdf

El caso de un futuro profesor de Matemática en su práctica profesional

Paula **Verdugo-Hernández**
Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Talca
Chile
paulasinttia@gmail.com / pauverdugo@utalca.cl
Gonzalo **Espinoza-Vásquez**
Facultad de Educación, Universidad Alberto Hurtado
Chile
gespinoza@uahurtado.cl
Carolina **Henríquez-Rivas**
Departamento de Matemática, Física y Estadística, Universidad Católica del Maule
Chile
chenriquezr@ucm.cl

Resumen

Este trabajo está basado en una reciente publicación que caracteriza el trabajo matemático (TM) que el futuro profesor (FP) privilegia en su práctica profesional, mediante propuestas de enseñanza y el desarrollo de habilidades disciplinares (matemáticas) establecidas por el currículo chileno. Se trata de un estudio cualitativo donde se realizó un análisis de contenido sobre las tareas que el FP incluyó en la clase respecto a sus características matemáticas, las habilidades disciplinares planificadas y las trabajadas durante la sesión. Los resultados muestran que el TM privilegiado aborda habilidades diferentes a las planificadas y que la baja participación de los estudiantes lleva al FP a resolver por sí mismo las tareas propuestas, lo que restringe el desarrollo de dichas habilidades. Adicionalmente, el TM propuesto en las tareas seleccionadas promueve el uso de representaciones semióticas y aspectos operacionales de los cuartiles, pero queda desvinculado al desarrollo de las habilidades disciplinares.

Palabras clave: Espacio de trabajo matemático; Prácticas formativas; Desarrollo de habilidades; Educación matemática; Educación superior; Enseñanza y aprendizaje.

Introducción

En Chile, desde 2019, las universidades así como sus programas de formación de profesores deben acreditarse de acuerdo con los criterios de calidad establecidos por CNA (2014). Dentro de estos programas de formación, es clave la línea de formación práctica como parte del conocimiento sobre el contexto escolar por parte del futuro profesor mediante las *prácticas tempranas*, asunto que las instituciones deben asegurar en su calidad y cumplimiento. En este contexto, el futuro profesor (FP) aplica sus conocimientos profesionales para diseñar tareas de enseñanza-aprendizaje, y se acerca gradualmente a su futura labor docente, avanzando en el tipo y cantidad de intervenciones con el contexto escolar y los estudiantes. Así, se espera que el FP, conforme avance en estas prácticas, integre conocimientos disciplinares matemáticos y didácticos disciplinares (didáctico-matemático) durante esta formación en sus propuestas de enseñanza (MINEDUC, 2021).

Por su parte, los nuevos estándares de la profesión docente (MINEDUC, 2021) contemplan dichos conocimientos, organizados para cada eje temático del currículum escolar (MINEDUC, 2016; 2019). En el caso del profesorado de matemáticas, se considera que el docente pueda diseñar planes de clases que además abordan el desarrollo de las habilidades disciplinares: Resolución de Problemas, Argumentar y Comunicar, Modelar y Representar, que se contemplan en el currículo escolar (MINEDUC, 2016; 2019).

En relación a lo anterior, este trabajo pretende acercarnos a una caracterización del quehacer matemático que fomenta el FP en el aula de clases, que aquí se particulariza en las habilidades matemáticas que espera desarrollar en sus estudiantes en el contexto de su formación práctica de la FID.

Marco Teórico

El marco teórico se define contemplando dos componentes: las definiciones de las habilidades matemáticas establecidas en el currículo chileno y el modelo de los Espacios de Trabajo Matemático (Kuzniak, 2011), de los cuales se muestran los aspectos relevantes para este escrito.

Por una parte, el MINEDUC (2016; 2019), en las bases curriculares de matemáticas, establece los objetivos de aprendizaje para los niveles de 1º básico (5-6 años) hasta 4º medio (17-18 años), abarcando el desarrollo de cuatro habilidades disciplinares o del pensamiento matemático que se expresan del siguiente modo: *Resolución de problemas*, cuando un estudiante logra solucionar una situación problemática dada, sin un procedimiento explícito a seguir; *Argumentar y Comunicar*, cuando el estudiante trata de convencer a otros de la validez de sus descubrimientos o procesos, estimulando diversas doramas de comunicar las ideas; *Modelar,* cuando el estudiante utiliza y aplica modelos los modifica o construir otros a través de la identificación de patrones de las situaciones que se desea estudiar; y *Representar,* cuando el estudiante transita desde un lo concreto y cotidiano hacia lo más abstracto como el lenguaje simbólico (MINEDUC, 2016; 2019). Las descripciones de las habilidades, en general, contemplan a otras para su expresión y desarrollo, pudiendo ser estas integradas.

Por otro lado, se adopta la definición de *tarea* como "una experiencia matemática planificada para los estudiantes, que puede ser una acción o una secuencia de acciones" (Henríquez-Rivas *et al.,* 2021, p. 127). Se considera que la relación entre tareas y habilidades permite examinar el trabajo matemático y estudiar cuáles son las habilidades que su desarrollo requiere o permit. En este aspecto, seleccionamos el modelo del Espacio de Trabajo Matemático (ETM) (Kuzniak, 2011) como herramienta para analizar las tareas propuestas por el FP en el marco de su práctica final. A continuación, describimos su formulación y componentes.

El ETM (Gómez-Chacón *et al*., 2016) es un modelo que permite estudiar el trabajo matemático en un contexto educativo, motivado por una tarea matemática, con el fin de favorecer y mejorar las condiciones en las que se produce el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. El modelo ETM contempla dos planos horizontales, uno *epistemológico* y otro *cognitivo*, los cuales incluyen tres componentes cada uno. El plano epistemológico está constituido por el referencial, representamen y artefactos. Por su parte, el plano cognitivo está constituido por las componentes de visualización, construcción y prueba (ven en Gómez-Chacón *et al*., 2016).

Estos planos están conectados entre sí mediante las *génesis instrumental*, *génesis semiótica y génesis discursiva*. Dichas génesis pueden propiciar tres planos verticales (Kuzniak y Richard, 2014), cada uno definido por dos génesis: Semiótico-Instrumental [Sem-Ins]; Semiótico-Discursiva [Sem-Dis] e Instrumental-Discursivo [Ins-Dis], los cuales se activan por medio de una determinada tarea y permite la comprensión del trabajo matemático que se genera en torno a la resolución de ella. Así, en relación con el marco teórico, nuestro objetivo se traduce en acercarnos a una *caracterización del trabajo matemático que el futuro profesor de matemática favorece en el contexto de su práctica profesional en relación al desarrollo de las habilidades disciplinares establecidas por el MINEDUC para la asignatura de Matemáticas*.

Metodología

Los datos presentados en este escrito son parte del trabajo de Verdugo-Hernández y Espinoza-Vásquez (por aparecer). Para abordar el objetivo, se utiliza una metodología cualitativa (Denzin y Lincoln, 2000), en la que se propone un estudio de caso de tipo instrumental (Stake, 2007) cuyo informante es un futuro profesor (FP) de matemática (de pseudónimo Lucas). Este se encuentra en último semestre de su práctica profesional (30 horas semanales por 3 meses) de la carrera de Pedagogía en Educación Media en Matemática, en una universidad chilena. El caso ha sido seleccionado debido a que este es representativo y revelador (Yin, 2009) con respecto a los otros practicantes. Lucas realizó 17 clases en modalidad *online,* correspondientes al curso de 1° medio.

Para establecer características del ETM del FP, nos referiremos al ETM idóneo actual del Futuro Profesor (ETM*i del* FP), que corresponde al trabajo matemático sobre las clases efectivamente realizadas. Además, nos basamos en Burns y Grove (2004), quienes proponen tres etapas de trabajo; descripción, análisis e interpretación las que se han implementado en este estudio.

Análisis y resultados

Descripción de la sesión

Lucas, en su planificación, plantea como propósito que sus estudiantes puedan comprender las medidas de posición y cuartiles, como temas del eje de Probabilidad y Estadística para 1º año de enseñanza media. Deja expresado en ésta que busca desarrollar la habilidad de "Representar" en diferentes contextos mediante el uso de tablas y gráficos, con apertura a otros tipos de representaciones. Adicionalmente, señala que los estudiantes deberán lograr representar estas medidas de posición usando el diagrama de cajón al finalizar la unidad.

Al inicio de la sesión, realizada de forma virtual-sincrónica, el FP presenta una tarea introductoria. Luego, define las medidas de posición como aquellas que "dividen a un conjunto de datos ordenados en una cantidad determinada de partes iguales, por tanto, es aplicable para las variables cuantitativas", y añade la definición de variables cuantitativas como "las que se les puede asociar un valor numérico", y la definición de medidas de posición, específicamente, los cuartiles, definiéndose como "los valores que dividen una muestra de datos en 4 partes iguales". Por su lado, los estudiantes no se cuestionan ni las definiciones ni el rol de las variables involucradas en las tareas propuestas.

A continuación, Lucas presenta la fórmula $\frac{n \cdot k}{4}$ para calcular los cuartiles (Figura 1), sin un trabajo sobre la misma o justificar su uso, como se observa a continuación:

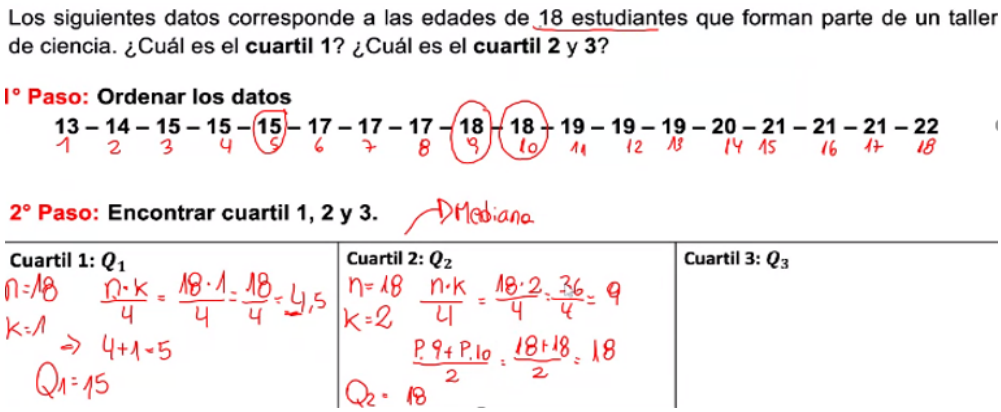


Figura 1. Tarea de medida de posición de cuartiles. Fuente: Verdugo-Hernández y Espinoza-Vásquez (por aparecer)

Para finalizar la sesión, Lucas retoma su presentación remarcando la aplicación de dicha fórmula. En su bitácora, el FP reflexiona sobre este trabajo y sobre las posibilidades de conseguir intuitivamente la fórmula junto a sus estudiantes.

Análisis e interpretación de la sesión

Durante el transcurso de la clase, se evidencia una muy baja interacción entre estudiantes y FP, lo que conlleva al FP a desarrollar las actividades por sí mismo. La tarea introductoria busca activar el referencial relativo a los conocimientos previos sobre porcentajes, vincularlos con los cuartiles y propone un trabajo matemático desde lo semiótico (génesis semiótica como uso de la

representación numérica de los datos). Se observa que esta tarea inicial, en términos de habilidades, pretende potenciar la Resolución de Problemas (RP), sin embargo, no logra motivar a los estudiantes para que participen. Así, lo esperado en la planificación del FP respecto del compromiso con la tarea no ocurre en su implementación, evidenciando una distancia entre ambos. En general, las tareas presentadas durante la propuesta del FT implican el uso de fórmulas y establecer un procedimiento para determinar cuartiles, a lo que subyace la habilidad de Representar, pero no es la única involucrada.

La figura 2, muestra una tarea que comienza desde el referencial (medidas de posición) para activar la génesis semiótica (manejo de los datos). Se observa también la habilidad de Representar, requerida para ordenar los datos y visualizar los cuartiles obtenidos con la fórmula.

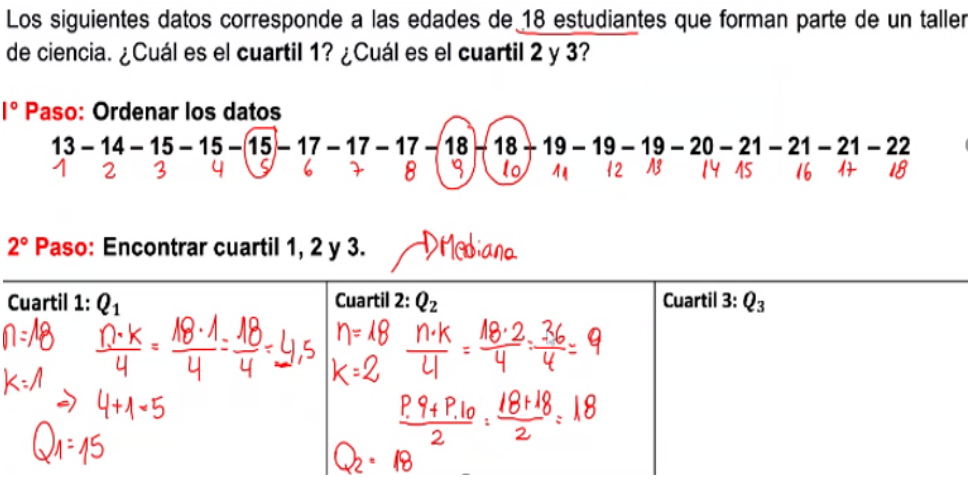


Figura 2. Tarea de medida de posición de cuartiles. Fuente Verdugo-Hernández y Espinoza-Vásquez (por aparecer)

En otra de las tareas (Figura 3), Lucas muestra el uso de la fórmula y la activación de la génesis semiótica, dando sentido a la posición del cuartil por medio del uso del ordenamiento de los datos. Aquí, la fórmula $\frac{n \cdot k}{4}$ resulta una herramienta teórica para calcular de los cuartiles, sin reflexionar sobre ésta, como parte del trabajo con la génesis discursiva en el TM que propone. Posteriormente, se plantea una tarea con características similares a la anterior, ahora incluyendo el diagrama de caja y bigote. En él, el FP espera que sus estudiantes ubiquen los cuartiles y le den sentido (visualización). Lucas, busca trabajar desde la génesis semiótica a la instrumental por medio del diagrama y la fórmula.

En cuanto a las habilidades, el FP vuelve sobre la Resolución de Problemas mediante el cálculo de cuartiles. Al igual que antes, se observa la activación de la génesis semiótica, desde el representamen hacia la visualización, pues la tarea parte desde los datos para determinar los cuartiles (Figura 3), trabajados desde su representación numérica por parte del FP. De todo lo anterior se observa la propuesta del desarrollo de la habilidad de Representar, además de otras habilidades como Ordenar, Calcular, Aplicar y Establecer Relaciones, que no están contempladas en la planificación presentada por Lucas.

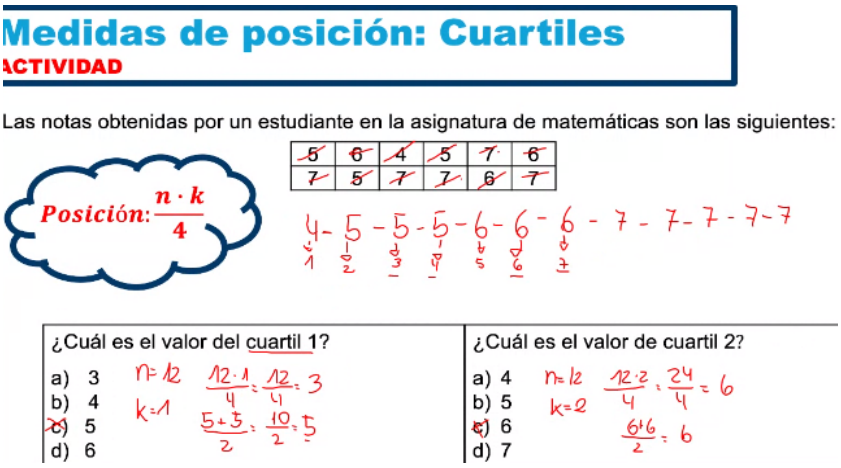


Figura 3. Problema de posición del cuartil y de caja y bigote. Fuente: Verdugo-Hernández y Espinoza-Vásquez (por aparecer)

Discusión

De acuerdo con Verdugo-Hernández y Espinoza-Vásquez (por aparecer), las tareas propuestas por el FP requieren, entre otras, de la habilidad de *Representar;* las habilidades de *Aplicar* y *Establecer relaciones* se pueden considerar como parte del desarrollo de la habilidad para *Resolver Problemas* (RP), pero no son explícitas por Lucas en su trabajo ni en su plan de la sesión. El trabajo propuesto, que es eminentemente semiótico, muestra la relación entre el objetivo y las habilidades planificadas, esto como parte del diseño del ETM idóneo, así como la implementación de este. Sin embargo, una planificación simplificada, como la exigida a Lucas por el centro de práctica, no da cuenta de todas las habilidades involucradas o que se desarrollan durante la sesión.

En este caso, Lucas muestra una disposición hacia tareas sobre Resolución de Problemas (e.g. Pino-Fan*, et al*. 2020) y hacia las competencias que se desarrollan mediante la Modelización (e.g. Trelles, *et al*. 2022), asunto que puede interpretarse como tópicos de interés en la enseñanza de la matemática. En esta línea, Breda *et al*. (2016) atribuye esto a tendencias de las investigaciones realizadas en Educación Matemática, que influyen en los ajustes curriculares y en los programas de formación del profesorado.

El privilegio por tareas sobre Resolución de Problemas, y su desarrollo a partir de la génesis semiótica, da cuenta del tipo de trabajo privilegiado y caracteriza su ETM*i*. Pese a que se analizan tareas solo de la primera clase, en la que planifica el desarrollo de la habilidad de *Representar,* en ningún otro momento de su clase, ni en su bitácora, mostró conciencia sobre otras habilidades que podrían estar involucradas. Lo anterior deja ver la falta de reflexión del FP en torno al desarrollo de las habilidades disciplinares en sus propuestas de enseñanza.

En términos del ETM, Verdugo-Hernández y Espinoza-Vásquez (por aparecer) también observan que la activación del referencial con las nociones estadísticas involucradas, pero sin activar la componente de la prueba, no permite evidenciar la activación de la génesis discursiva ni actividad en los planos [Sem-Dis] o [Ins-Dis] en el trabajo del FT. Este asunto además

muestra que el desarrollo de habilidad de Argumentar y Comunicar queda al debe en la sesión observada. Finalmente, la clase desarrollada en el contexto de la enseñanza a distancia contribuye a disminuir las interacciones entre el FP y los estudiantes (CEM, 2021), lo que también puede afectar a la forma en que se propone el desarrollo de ciertas habilidades.

Conclusiones

La formación de los futuros profesores incluye el desarrollo de diferentes tipos de conocimientos y distintas instancias en donde estos se ponen en juego. La formación práctica es una parte de la formación que busca la integración de estos conocimientos, sin embargo, resulta necesario contar con buenos acompañamientos para que los futuros profesores saquen el mayor provecho a estos momentos. El diseño de la enseñanza, expresado en planificaciones y clases con estudiantes reales, permite observar cómo estos conocimientos se ponen en juego y cuál es el trabajo matemático que se propicia en el aula. En lo analizado, la planificación del desarrollo de la habilidad de Representar evidencia otras habilidades necesarias para abordar las tareas propuestas y, sin una reflexión adecuada, no resulta del todo claro que exista conciencia en el FP sobre su consideración en el trabajo propuesto o implementado sobre el desarrollo de habilidades.

En cuanto al trabajo matemático que fomenta el FP, su ETM idóneo se caracteriza por lo semiótico como parte natural de la actividad matemática, pero Lucas lo muestra desvinculado con la habilidad de Representar planificada. Si bien analizar solo una sesión de clases y su planificación resulta una limitante para caracterizar el trabajo matemático del FP, pues el desarrollo de las habilidades debe observarse a largo plazo, la imagen dada por esta primera sesión puede dar cuenta de cómo el FP concibe la enseñanza y cómo es su propuesta para desarrollar habilidades, reflejando con ello lo que podrá ser su desempeño docente al egresar como profesor.

Por su lado, la componente del referencial, activada por medio de la fórmula, puede ser vista como una herramienta teórica dentro de la génesis instrumental que también permite caracterizar el trabajo de Lucas, ya que se orienta al cálculo de cuartiles, bajo un enfoque tradicional de la enseñanza de la matemática, dando menos espacio a la reflexión de los estudiantes e interpretación de los objetos con que trabaja.

Finalmente, este trabajo permite reflexionar/profundizar en los conocimientos que los futuros profesores pueden/deben desarrollar en su formación respecto del desarrollo de las habilidades disciplinares y sobre la selección de tareas adecuadas para conseguirlas y, en términos teóricos, como estás habilidades están vinculadas con el ETM.

Agradecimiento

El trabajo de P. Verdugo-Hernández fue apoyado por Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico, FONDECYT Iniciación 2023, número 11230240 de ANID, Chile. Además, agradece el financiamiento al Convenio Marco FID-TAL 1856, de la Universidad de Talca (2021).

G. Espinoza-Vásquez agradece el financiamiento al Proyecto Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico, FONDECYT Iniciación 2023, número 11231088 de ANID.

C. Henríquez-Rivas agradece el financiamiento al Proyecto Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico, FONDECYT Iniciación 2023, número 11230523 de ANID.

Este trabajo está vinculado a la Red MTSK de la Asociación Universitaria Iberoamericana de Posgrado (AUIP).

Referencias y bibliografía

Breda, A., Font, V. y Lima, V. M. (2016). Análise das Propostas de Inovação nos Trabalhos de Conclusão de Curso de um Programa de Mestrado Profissional em Matemática. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática, 10*, 53-72 https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6168887

Burns, N. y Grove S. (2004). *Investigación en enfermería*. (3ª Ed). Madrid: Elsevier.

Centro de Estudios Mineduc (2021). *Efectos de la suspensión de clases presenciales en el contexto de pandemia por Covid-19*. Evidencias 82

Comisión Nacional de Acreditación (2014). *Criterios de Evaluación para Carreras y Programas de Pregrado*. Santiago, CNA. Recuperado de https://www.cpeip.cl/formacion-inicial-docente/

Denzin, N., & Lincoln, Y. (2000). *The handbook of qualitative research*. London: Sage.

Gómez-Chacón, I. M., Kuzniak, A. y Vivier, L. (2016). El rol del profesor desde la perspectiva de los espacios de trabajo matemático. *Bolema – Boletin de Educación Matemática, 30*(54), 1-22. https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n54a01

Henríquez-Rivas, C., Ponce, R., Carrillo, J., Climent, N. y Espinoza-Vásquez, G. (2021). Trabajo matemático de un profesor basado en tareas y ejemplos propuestos para la enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, *39*(2), 123-142. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3210

Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses genèses. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. 16,* 9-24. https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-01060043

Kuzniak, A., Tanguay, D., & Elia, I. (2016). Mathematical Working Spaces in schooling: an introduction. *ZDM - Mathematics Education, 48,* 721-737. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0812-x

Kuzniak, A. & Richard, P. R. (2014). Spaces for Mathematical Work. Viewpoints and perspectives, *RELIME*, *17*(4-I), 17-2. https://doi.org/10.12802/relime.13.1741b

Ministerio de Educación de Chile. (2016). *Bases Curriculares 7° básico a 2° medio*. Unidad de Currículum y Evaluación. https://media.mineduc.cl/

Ministerio de Educación de Chile. (2019). *Bases Curriculares 3° y 4° medio*. Unidad de Currículum y Evaluación. https://media.mineduc.cl/

Ministerio de Educación de Chile. (2021). *Estándares pedagógicos y disciplinarios para carreras de pedagogía en matemática.* Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas CPEIP.

Pino-Fan, L., Báez-Huaiquián, D., Molina-Cabero, J. y Hernández-Arredondo, E. (2020). Criterios utilizados por profesores de matemáticas para el planteamiento de problemas en el aula. *UNICIENCIA*, *34*(2), 114-136. http://dx.doi.org/10.15359/ru.34-2.7

Stake, R. E. (2007). *Investigación con estudio de casos*. Madrid, España: Morata.

Trelles, C., Toalongo, X. y Alsina, Á. (2022). Una actividad de modelización matemática en primaria con datos auténticos de la COVID-19. *Enseñanza de las Ciencias*, *40*(2), 193-213. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3472

Verdugo-Hernández, P y Espinoza-Vásquez, G. (por aparecer). El desarrollo de habilidades en el trabajo matemático: el caso de Lucas, un futuro profesor de matemáticas en su práctica profesional. *Uniciencia*.

Yin, R.K. (2018). *Case study research and applications. Design and methods* (6e ed.). Thousand Oaks: SAGE Publications INC.

El conocimiento contextual: componente subvalorado en la formación de profesores de Matemáticas

Ivonne Amparo **Londoño** Agudelo
Universidad Pedagógica Nacional – Universidad de los Llanos
Colombia
ialondonoa@upn.edu.co
Edgar Alberto **Guacaneme** Suárez
Universidad Pedagógica Nacional
Colombia
guacaneme@pedagogica.edu.co

Resumen

Se presenta acá una reflexión sobre el conocimiento contextual como componente fundamental en la estructuración de la identidad del profesor de matemáticas, base para el desempeño profesional. Se establece que tal conocimiento incorpora tanto un conocimiento de las matemáticas en los contextos de los estudiantes, como un conocimiento sobre la incorporación dialógica de tal conocimiento en la escolaridad. Además, se discute la exigua presencia del conocimiento contextual en los programas de formación profesional inicial de profesores de matemáticas y en los modelos teóricos del conocimiento del profesor de matemáticas.

Palabras clave: conocimiento contextual; formación de profesores de matemáticas; modelos del conocimiento del profesor de matemáticas; diálogo de saberes; Colombia.

Introducción

En el marco del Doctorado Interinstitucional en Educación (sede Universidad Pedagógica Nacional - Colombia) se está diseñando el proyecto de investigación doctoral titulado provisionalmente "Acciones para configurar la identidad del profesor de matemáticas que favorezca el diálogo de saberes matemáticos en aulas interculturales". Este surge del reconocimiento y conciencia de que la formación actual de los futuros profesores de matemáticas, promovida en varios programas de formación profesional inicial, dirige su atención a la enseñanza de un conocimiento matemático hegemónico, sin atender a los saberes y prácticas

matemáticas presentes en los contextos de vida de los estudiantes. De esta manera, los futuros profesores y los profesores en ejercicio generalmente desarrollan su docencia de espaldas a tales saberes y prácticas, despreciando su lugar en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Como parte de la actividad de diseño del proyecto doctoral se ha reflexionado sobre la importancia del "conocimiento contextual" en la configuración de la identidad del profesor de matemáticas. Así, de una parte, se ha cuestionado su presencia/ausencia en los programas de formación de profesores de matemáticas y, de otra parte, se ha analizado la manera como este ha sido atendido/desconocido en los modelos teóricos del conocimiento del profesor de matemáticas. Precisamente el tratamiento del conocimiento contextual, su papel en los programas de formación y su lugar en los modelos del conocimiento del profesor de matemáticas constituye la macroestructura del presente documento.

Metodología

La reflexión explicitada en este documento hizo uso de diferentes estrategias. Lo reportado en seguida bajo el título "Conocimiento contextual" se obtuvo a partir de los diálogos y discusiones académicas llevadas a cabo por los autores en el marco de las asesorías del proyecto doctoral citado antes; bajo esta consideración, lo expresado puede entenderse como una apuesta fundamentada en el conocimiento de los autores. Por otra parte, lo expresado en relación con el conocimiento contextual en los programas de formación puede considerarse como una síntesis de un fragmento de la mirada crítica que uno de los autores ha venido construyendo respecto de los programas colombianos de formación profesional inicial de profesores de matemáticas (aunque esta considera también programas semejantes de otros países de la región), sometido a debate en las asesorías del proyecto y en la interacción académica con el otro autor, a propósito de un ensayo académico elaborado por este último en el marco de un seminario doctoral. Precisamente el ensayo constituye la base de los textos a través de los cuales se examina el lugar del conocimiento contextual en los modelos del conocimiento del profesor de matemáticas. Para la realización del ensayo, se estudiaron varios de los modelos y una vez se logró una comprensión suficiente de estos, se les interrogó por el lugar implícito o explícito del conocimiento contextual.

Conocimiento contextual

Una de las acepciones de la palabra "contexto" establece que este sustantivo refiere al "Entorno físico o de situación, político, histórico, cultural o de cualquier otra índole, en el que se considera un hecho". Desde nuestra perspectiva el contexto de un estudiante está entonces constituido por diferentes dimensiones o entornos interactuantes, a saber: el entorno físico (*v. g.*, la casa, la escuela, la maloca, el territorio), el entorno histórico (*v. g.*, su historia de vida, la historia de su familia, la historia de su comunidad), el entorno social (*v. g.*, la constitución de su familia, su salud, sus posibilidades económicas), el entorno cultural (*v. g.*, tradiciones, creencias, dialectos, lengua), etc.

A partir de ello, una primera aproximación al significado de conocimiento contextual, entendido como parte del conocimiento del profesor, establecería que este refiere al conocimiento que el profesor tenga sobre los diferentes entornos que definen el contexto de sus

estudiantes. Sin embargo, para nosotros, esto es tan solo el "conocimiento del contexto" de los estudiantes. Además de esta, existe otra faceta del conocimiento contextual, que llamamos "conocimiento sobre el contexto" que refiere, entre otras, al reconocimiento, por parte del profesor, de cómo el contexto de los estudiantes favorece los procesos educativos de las matemáticas y cómo este puede vincularse a estos procesos. Por tanto, el conocimiento contextual contiene el conocimiento *del* contexto de los estudiantes y el conocimiento *sobre* el contexto de los estudiantes.

Para el caso de los profesores de matemáticas el conocimiento del contexto de los estudiantes involucra un saber acerca de la expresión específica en los entornos de sus estudiantes, de las "actividades universales matemáticas" de las que habló Alan Bishop (1999) (*i. e.*, el conteo, la medición, la localización, el diseño, el juego y la explicación). Así, por ejemplo, si sus estudiantes desarrollan alguna actividad laboral o un oficio en la que empleen unidades no estándar de medición, ligada a las actividades cotidianas de sus familias, el profesor estará conminado a conocer el funcionamiento de tales unidades. Adicionalmente, deberá conocer las particularidades que conllevaría vincular tales unidades y actividades de medición al aula de clase de matemáticas, en donde se harán presentes también las unidades y los procesos estándar de medición. Esto último refiere al conocimiento sobre el contexto de los estudiantes.

Consideramos, así, que es fundamental que el profesor posea un conocimiento contextual, no solo para incorporar las matemáticas presentes en situaciones cotidianas en el aula de clase, sino también para reconocer la identidad cultural de la comunidad de sus estudiantes, valorar los saberes matemáticos propios de las culturas y contextos de sus estudiantes, y fomentar una relación dialógica o de complementariedad entre los saberes matemáticos culturales de los contextos de sus estudiantes y los conocimientos matemáticos escolares validados por la comunidad académica.

Aproximación al lugar del conocimiento contextual en programas de formación de profesores de matemáticas

Algunos investigadores en Colombia (Guacaneme-Suárez et al., 2013; Salazar Amaya, 2020) han reportado que la formación ofrecida en las licenciaturas en matemáticas no logra aportar a sus estudiantes elementos suficientes para un desempeño idóneo en la práctica profesional, pues la manera en que acontecen las situaciones en el aula de matemáticas les impone desafíos que superan el conocimiento adquirido. De manera particular, Guacaneme-Suárez et al. (2013) expresaron su preocupación sobre los aspectos que se deben tener en cuenta en la formación de los futuros profesores de matemáticas para responder a las necesidades específicas de poblaciones diversas de estudiantes. Desde nuestra óptica, esta preocupación coincide, de manera general, con la nuestra, en relación con el conocimiento contextual.

Sin embargo, nuestra preocupación coincide de manera más específica con la inquietud de otros investigadores colombianos interesados en los saberes matemáticos de los estudiantes, identificados desde la Etnomatemática, y en la formación de profesores de matemáticas en la Etnomatemática. En efecto, Aroca et al. (2016) indagaron por las razones que los formadores de profesores aducen para incorporar la Etnomatemática a las licenciaturas; encontraron que los formadores reconocen como razones la existencia de la diversidad étnica en las aulas de clase, el

aporte de la Etnomatemática al conocimiento del profesor, la ampliación de la mirada sobre la naturaleza de las matemáticas y las relaciones entre Etnomatemática y Educación Matemática. Estos investigadores hicieron evidente que los formadores reconocen la necesidad de incorporar la Etnomatemática en las licenciaturas, pero que lo hacen muy tímidamente debido a las prevenciones existentes cuando se habla de impartir saberes con lógicas distintas a las de las matemáticas profesionales, a la exigua formación de los formadores en los diferentes contextos de la región, a carencias de herramientas para establecer las relaciones entre las matemáticas y la cultura, y a restricciones administrativas para generar espacios de formación extramuros (específicamente en las comunidades).

Desde nuestra óptica, además de incorporar en la formación de profesores el conocimiento de los saberes y prácticas matemáticas de las culturas o contextos de los estudiantes, se hace necesario también incluir en dicha formación la manera de articular tales saberes y prácticas con los saberes y prácticas presentes en las aulas de clase de matemáticas; ello puede implicar un conocimiento sobre el diálogo o la complementariedad de saberes y prácticas matemáticas, que hace parte de lo que antes llamamos conocimiento sobre el contexto.

El conocimiento contextual en los modelos del conocimiento del profesor de matemáticas

En el campo de investigación conocido con el nombre "Formación de Profesores de Matemáticas" se han desarrollado y presentado varios modelos del conocimiento del profesor de matemáticas que exponen componentes de este. La revisión de algunos de tales modelos ofrece la posibilidad de reconocer el lugar asignado al conocimiento contextual.

Fennema y Franke (1992) presentaron un modelo de conocimiento que contempla, además de las creencias del profesor, el conocimiento de las matemáticas, el conocimiento de la cognición matemática de los estudiantes, el conocimiento pedagógico y el conocimiento del contexto específico. En los planteamientos que lo respaldan hay un reconocimiento a que como parte del conocimiento del profesor de matemáticas se incorpore el conocimiento de la diversidad cultural y étnica, como se refleja en la siguiente cita:

> … otros sugieren que el conocimiento de la diversidad cultural y étnica es esencial para la enseñanza efectiva; ya que los Estados Unidos están llegando a hacer cada vez más multiculturales y debido a que la cultura de los estudiantes es un determinante esencial de cómo los estudiantes aprenden, para que un profesor pueda ser efectivo, él o ella, debe entender la diversidad cultural de sus estudiantes (p. 147)

Para ellas todo conocimiento es situado y es parcialmente un resultado de la actividad, contexto y cultura en la cual se desarrolla. Por esto, afirman que existe la necesidad de que en la escuela las actividades, contexto y cultura estén relacionadas con la cultura extraescolar de los estudiantes. Sostienen que es a través de incorporar dicha cultura que se puede promover una actividad auténtica y hacer del conocimiento algo útil para solucionar varios problemas significativos para el estudiante por su relación con su contexto. En este sentido, se logra entender que "para que un profesor pueda ser efectivo … debe entender la diversidad cultural de sus estudiantes" (Fennema & Franke, 1992, p. 146).

Deborah Ball y sus colaboradores presentan el modelo del conocimiento matemático para la enseñanza (Ball et al., 2001). En este distinguen el *Subject Matter Knowledge* y el *Pedagogical Content Knowledge*. En el primero incluyen el conocimiento común, especializado y de horizonte matemático. En el segundo incorporan el conocimiento del contenido y los estudiantes, el conocimiento del contenido y la enseñanza y el conocimiento del currículo. En la revisión minuciosa de cada uno de los seis componentes (especialmente de lo planteado para el conocimiento del contenido y los estudiantes) se advierte que no hay alusión alguna al conocimiento contextual.

A principios de siglo, Tim Rowland presentó su modelo del conocimiento del profesor de matemáticas, conocido como el cuarteto de conocimiento (Rowland, 2005). Este alude a cuatro categorías del conocimiento: fundamentación (conocimiento de la matemática, de la pedagogía específica, entre otros), transformación (acción del profesor sobre el conocimiento que tiene para ser enseñado), conexión (relación vertical y horizontal de los objetos de enseñanza) y contingencia (capacidad que tiene el profesor para dar respuesta a acontecimientos imprevistos). Este modelo se centra en las formas en las que el profesor actúa con el conocimiento que tiene; así, está centrado en las prácticas de enseñanza y en los conocimientos del profesor en términos de su uso (Rowland et al., 2005). El estudio de sus planteamientos nos lleva a concluir que el modelo no alude ni implícita ni explícitamente al conocimiento contextual; además, nos ofrece la posibilidad de interrogarnos sobre en cuál de los cuatro componentes sería más adecuado ubicar tal conocimiento.

Kate Stacey (2008) en su modelo identifica cuatro componentes, a saber: conocer las matemáticas, experimentar las matemáticas en acción, saber acerca de las matemáticas y saber cómo se aprenden las matemáticas. Aunque en el desarrollo y conceptualización de los cuatro componentes ella menciona que los profesores deberían saber más de sus estudiantes, tener mayor conciencia de la relevancia de las matemáticas para otras disciplinas y la vida cotidiana, y comprender en profundidad la forma en que se aplican las matemáticas, no se identifica que esto se relacione explícitamente con el conocimiento contextual o aluda a este.

Schoenfeld y Kilpatrick (2008) presentan un modelo basado en la teoría de la "proficiencia"[1]. En este proponen un marco de conocimientos que deberían tener los profesores de matemática para que su enseñanza se pueda considerar de calidad. En los numerales dos y tres de ese marco se encuentra lo siguiente:

> *2. Reconocer a los estudiantes como personas que piensan. Implica ser sensibles respecto a la manera en la que los estudiantes conciben las matemáticas y cómo pueden llegar a construir sus conocimientos* (Schoenfeld, & Kilpatrick, 2008, p. 329).
> *3. Reconocer a los estudiantes como personas que aprenden. Supone ser consciente de la teoría de aprendizaje asumida y sus implicaciones en términos de las actividades de clase y las interacciones con los estudiantes* (Schoenfeld, & Kilpatrick, 2008, p. 333).

[1] Los autores emplean la palabra "*proficiency*"; hemos preferido no traducirla literalmente, pues ninguna de las palabras en español (*i.e.*, habilidad, aptitud, capacidad, competencia) logran capturar el sentido que le atribuyen los autores.

Es evidente entonces el lugar que estos autores le asignan a los estudiantes como seres pensantes y aprendices, pero desde nuestra óptica ello no necesariamente incorpora la asignación de un lugar para el conocimiento de su contexto en sus pensamientos y formas de aprender.

En el año 2013 José Carrillo y colaboradores (Carrillo et al., 2013) presentan el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas y establecen que es aquel que es útil y dinámico para el profesor en los procesos de enseñanza y aprendizaje. El modelo está conformado por tres dominios: el conocimiento matemático, el conocimiento didáctico del contenido, y las creencias del profesor sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje (Montes & Carrillo, 2017). Aunque en el dominio del conocimiento didáctico del contenido hay una referencia al conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (que refiere al conocimiento de: las teorías de errores, dificultades y obstáculos de aprendizaje; las formas de interacción con un contenido matemático asociadas a su aprendizaje; y los intereses y expectativas de los estudiantes sobre el abordaje de un determinado contenido matemático (Escudero-Ávila et al., 2020)), no se hace mención, ni implícita ni explicita, al conocimiento contextual.

Godino presenta su modelo nombrado "Conocimiento didáctico matemático" que tiene soporte en el Enfoque Ontosemiótico (Godino, 2009). En este se concatenan tanto los conocimientos matemáticos, como los relativos a la Didáctica de las Matemáticas. En la dimensión didáctica, se establecen tres facetas que aluden al conocimiento de los estudiantes y a aspectos que condicionan la enseñanza de las matemáticas:

> ***Faceta cognitiva****: es el conocimiento acerca de las características y las formas de pensar, conocer y actuar de los estudiantes en relación con el estudio de las matemáticas. Permite a los profesores planificar la enseñanza considerando los conocimientos previos de los estudiantes …*
> ***Faceta afectiva****: se refiere a los conocimientos necesarios para comprender y tratar los estados de ánimo de los estudiantes (actitudes, emociones, creencias, valores), los aspectos que motivan o no a resolver un problema determinado.*
> ***Faceta ecológica****: Condensa los conocimientos del profesor acerca del currículo del nivel educativo en el que se desempeña, incluye las relaciones que se puedan establecer con otros currículos y también con aspectos sociales, políticos y económicos que condicionen tanto la enseñanza como el aprendizaje matemático* (Godino, 2009, p. 21).

En la faceta ecológica se enuncian los aspectos sociales, políticos y económicos que condicionan la enseñanza y el aprendizaje. Esto puede estar vinculado de manera indirecta con el conocimiento contextual, pero en el desarrollo y contenido de esta faceta no se logra identificar de manera explícita tal vínculo.

Blanco-Álvarez y su colaboradores presentan un modelo didáctico-matemático del conocimiento del profesor para atender un currículo orientado desde la Etnomatemática (Blanco-Álvarez et al., 2017). Los actores del modelo son el profesor, la comunidad, el estudiante, la Etnomatemática y las complejas relaciones que se tejen entre ellos en el aula en un contexto cultural, social, político, económico y geográfico. Tienen en cuenta que la comunidad tiene sus prácticas matemáticas propias y que de estas el estudiante obtiene extracurricularmente

enseñanzas y aprendizajes. Enfatizan así que todos los procesos de enseñanza-aprendizaje no ocurren necesariamente en la escuela. Otro elemento que considera el modelo es que la Etnomatemática es el conjunto de las matemáticas escolares más las matemáticas extraescolares; bajo esta óptica se enriquece el currículo y la enseñanza de las matemáticas escolares con unos saberes matemáticos extraescolares.

Por otra parte, señalan que la Etnomatemática le plantea desafíos al profesor, en cuanto debe entonces diseñar actividades de aula con los saberes de las prácticas de la comunidad y diseñar nuevas formas de evaluación. Además, afirma que la Etnomatemática le permite al estudiante ser crítico, activo y respetuoso de las ideas del otro, de las prácticas de la comunidad y de la diversidad cultural.

Desde nuestra perspectiva, este modelo sí reconoce el conocimiento contextual, en sus dos facetas, como parte del conocimiento deseable de un profesor de matemáticas.

A modo de síntesis de este apartado, nos atrevemos a señalar que, en la revisión realizada a los modelos de conocimiento del profesor de matemáticas, en relación con el lugar asignado al conocimiento contextual, se encontró que pocos modelos se ocupan de este. Las dos excepciones identificadas son los modelos de Fennema y Franke (1992) y el de Blanco-Álvarez et al. (2017); estos promueven la importancia del conocimiento contextual por parte del profesor de matemáticas, a favor de una docencia que atienda los conocimientos matemáticos que se hacen presenten en el aula de matemáticas.

Así mismo, el estudiar los modelos del conocimiento del profesor permite evidenciar que la mayoría de estos modelos fueron pensados para la formación en las matemáticas profesionales y en el conocimiento didáctico de las matemáticas escolares y, por tanto, no se interesan en aspectos del contexto que afecten o condicionen el proceso de enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares. Esto puede llegar a conducir a la necesidad de ampliar los elementos presentes en estos modelos para incorporar el conocimiento contextual, lo cual implica la aceptación de la existencia de saberes y prácticas matemáticas extraescolares; adicionalmente, de ello se puede colegir la necesidad de proporcionar experiencias, desde la formación inicial de profesores de matemática, para reconocer y valorar esos saberes y prácticas matemáticas, así como para establecer relaciones entre estos y las matemáticas escolares y profesionales. Con ello se abriría la posibilidad de, en términos de Santos (2019), pasar de la mono-cultura del saber a las ecologías del saber.

A modo de conclusión

En las últimas décadas, se han ido abriendo paso posturas que procuran reivindicar la existencia de prácticas matemáticas que no se corresponden exactamente con las prácticas que se consideran consustanciales a la actividad matemática profesional o escolar. En el marco de estas han surgido propuestas curriculares que postulan la necesidad de tener en cuenta estas otras prácticas matemáticas como parte de los ambientes educativos escolares, del desarrollo de la docencia de las matemáticas y del logro de aprendizajes matemáticos.

En coherencia y relación con estos desarrollos, los formadores de profesores de matemáticas se han venido preocupando por la formación que se ofrece en los programas de formación profesional inicial de profesores de matemáticas y han comenzado a preguntarse por las maneras de responder a estas nuevas necesidades formativas. Nuestra respuesta a tal preocupación incorpora la necesidad de reconocer, inicialmente, el conocimiento contextual como parte sustancial del conocimiento del profesor de matemáticas. Desde nuestra óptica, dicho conocimiento se refiere al conocimiento *del* contexto de los estudiantes y el conocimiento *sobre* el contexto de los estudiantes.

Infortunadamente, este conocimiento contextual no hace parte del conocimiento que los programas de formación de profesores de matemáticas han considerado como elemento sustancial y las iniciativas curriculares que han ido surgiendo al respecto, aún no tienen el despliegue deseable para construir acciones de referencia a emular o considerar en las apuestas formativas colombianas o de la región.

La exigua atención al conocimiento contextual se puede deber, en parte, a que los modelos de conocimiento del profesor de matemáticas no lo han reportado como uno de los componentes esenciales; a la vez, se puede deber a que esto exige ampliar/cambiar la percepción de lo que es el conocimiento matemático. En efecto, se requiere contemplar que el conocimiento matemático no se reduce al conocimiento de las matemáticas profesionales (o en su versión teórica o de aplicación), sino que también incorpora las prácticas matemáticas que se desarrollan en las comunidades no académicas; además, se exige considerar que tales prácticas hacen parte del conocimiento con el que los estudiantes acuden a las aulas escolares e ingresan a ellas para, deseablemente, entrar en diálogo con las que propone el profesor de matemáticas proveniente de las matemáticas escolares y las matemáticas profesionales.

El limitado despliegue de las iniciativas de formar aspectos del conocimiento contextual se puede deber al carácter reciente y experimental de estas, lo cual le asigna un grado de incertidumbre sobre su incorporación en los programas de formación de profesores de matemáticas. También a la existencia de pocos formadores de profesores interesados en este tipo de asuntos; al respecto no se debe olvidar que en tales programas el grueso de formadores se dedica a formar en el conocimiento matemático o en el conocimiento didáctico y ninguno de tales conocimientos incorpora aún el conocimiento contextual.

Por lo anterior, invitamos a la comunidad de formadores de profesores a que asuma el reto de precisar y promover el conocimiento contextual de los futuros profesores de matemáticas, a partir de la investigación y la acción educativa en la formación de profesores.

Referencias y bibliografía

Aroca, A., Blanco, H., & Gil, D. (2016). Etnomatemática y formación inicial de profesores de matemáticas: El caso colombiano. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, *9*(2), 85–102. https://doi.org/10.22267/relatem.1692.4

Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers mathematical knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 433-456). New York, NY: Macmillan.

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós Ibérica. http://books.google.com/books?id=6WlR7N1tpJMC&pgis=1

Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2017). Formación de Profesores de Matemáticas desde la Etnomatemática: Estado de desarrollo. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *31*(58), 564–589. https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n58a02

Carrillo, J., Contreras, L. C., & Flores, P. (2013). Un modelo de conocimeinto especializado del profesor de matemáticas. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds). *Investigación en Didáctica de la Matemática. Libro homenaje a Encarnación Castro* (pp. 193-200). Granada, España: Comares

Escudero-Ávila, D. I., Yáñez, & Carrillo, J. (2020). Pedagogical content knowledge: Theoretical and methodological bases for its characterization as an element of a mathematics teacher's specialised knowledge. *Educacion Matematica*, *6*(2), 8–38. https://doi.org/10.24844/EM3202.01

Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, (pp. 147–164). Macmillan Publishing Co, Inc.

Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, *20*, 13–31.

Guacaneme-Suárez, E. A., Obando, G., Garzón, D., & Villa-Ochoa, J. A. (2013). Informe sobre la Formación inicial y continua de Profesores de Matemáticas: El caso de Colombia. *Cuadernos de Investigación y Formación Educación Matemática*, *8*(Especial), 11–49.

Montes, M., & Carrillo, J. (2017). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, *31*(57), 114–134. https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a06

Rowland, T. (2005). The knowledge quartet: A tool for developing mathematics teaching. *Conference of Finnish Mathematics and Science Education Research Association*, 11.

Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *8*(3), 255–281. https://doi.org/10.1007/s10857-005-0853-5

Santos, B. de S. (2019). *Educación para otro mundo posible*. CLACSO. CEDALC. Centro de Pensamiento Pedagógico. Buenos Aires. Medellín.

Salazar Amaya, C. (2020). Acercamiento a la subjetividad de profesores de matemáticas mediante un estudio narrativo-autobiográfico de corte hermenéutico. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, *13*(4), 70–94. https://doi.org/10.22267/relatem.20134.70

Schoenfeld, A. H., & Kilpatrick, J. (2008). *Toward a theory of proficiency in teaching mathematics*. In P. Sullivan & T. Wood (Eds.) *The International handbook of mathematics teacher education: Vol. 2. Tools and Processes in Mathematics Teacher Education*, (pp. 321–354).

Stacey, K. (2008). Mathematics for secondary teaching. Four components of discipline knowledge for a changing teacher workforce. In P. Sullivan & T. Wood (Eds.) *The international handbook of mathematics teacher education. Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development* (pp. 87–113). Sense Publishers. https://doi.org/10.1163/9789087905439_006

El Conocimiento matemático para la enseñanza en el currículo de Perú de la formación inicial docente de Matemática

Gina Patricia **Paz** Huamán
Ministerio de Educación
Perú
gipaz@minedu.gob.pe
Candy Clara **Ordoñez** Montañez
Asociación Peruana de Investigación en Educación Matemática
Perú
candyclara_om@hotmail.com

Resumen

En el 2020 se ha publicado el nuevo Diseño Curricular Básico Nacional de la Formación Inicial Docente del Programa de estudios de educación secundaria de la especialidad de matemática como producto de las demandas del sistema educativo peruano. La elaboración del documento estuvo a cargo de la Dirección de Formación Inicial Docente del Ministerio de Educación como herramienta para la mejora en la formación profesional docente, que ha sido validado con expertos matemáticos y docentes formadores peruanos de diferentes instituciones de educación superior. La presente comunicación tiene como objetivo analizar la pertinencia sobre la incorporación del modelo del Conocimiento matemático para la enseñanza en el Diseño Curricular Básico Nacional. La metodología aplicada fue el estudio exploratorio con 61 docentes formadores de institutos y escuelas pedagógicas. Los resultados del estudio evidencian que la mayoría de los docentes están de acuerdo con la adopción del modelo en el nuevo currículo.

Palabras clave: Educación matemática; Educación superior; Currículo; Conocimiento matemático para la enseñanza; MKT; Perú.

Introducción

El currículo manifiesta las diversas visiones sobre la educación que tiene una comunidad de personas y responde a "qué, para qué y cómo educar en el contexto del proyecto de sociedad que se aspira construir" (Amadio *et al.*, 2013). La construcción del currículo es una negociación cultural entre diversos actores que articula sus visiones y demandas, y las plasma en una propuesta formativa (Ministerio de Educación, 2020). En el 2015, la Dirección de Formación Inicial Docente (DIFOID) del Ministerio de Educación (MINEDU) realizó una evaluación de los Diseños Curriculares Básicos Nacionales (DCBN) 2010 de la Formación Inicial Docente (FID) de Perú, entre ellos el de la carrera de matemática, para determinar si el documento se alineaba a los cambios dados en la Educación Básica Regular pues hay una fuerte relación entre la FID y la Educación Básica (Perrenoud, 2007) y si se estaba brindando una formación considerando los nuevos modelos de conocimiento del profesor propuesto por diferentes autores en el campo de la educación matemática (Godino, 2009). Los resultados de la evaluación hicieron evidente que se requería una reforma en la FID que posibilite una formación completa y adecuada a los futuros docentes de matemática (García, 2005), alineado a las políticas vigentes y a las demandas actuales del sistema educativo. En esta coyuntura, en el 2016 se emitió la Ley N° 30512 con reformas en los institutos y escuelas de educación superior y de la carrera pública de sus docentes. A partir de ello, se inicia la construcción de los DCBN de los diferentes programas de estudios en los que se definieron un modelo curricular para la FID que tiene como elemento constitutivo un perfil de egreso con competencias y estándares, enfoques transversales y componentes curriculares. El perfil de egreso de la FID quedó constituido por 12 competencias y dos niveles de desarrollo de dichas competencias (estándares FID), las cuales se deben alcanzar a través de los diferentes cursos y módulos del Plan de estudios.

El modelo curricular para la FID establece un plan de estudios con cursos y módulos organizados en tres componentes curriculares: formación general, formación específica y formación en práctica e investigación, los cuales buscan desarrollar el perfil de egreso de la FID en diez ciclos académicos. La formación general desarrolla las capacidades, habilidades y conocimientos que todo docente debe poseer, mientras que la formación específica desarrolla aprendizajes concernientes a la especialidad del nivel de secundaria y al de ser docente de matemática. Por otro lado, la Formación en práctica e investigación es un espacio de integración de las competencias desarrolladas en los componentes de formación general y formación específica donde el estudiante de FID entra en contacto con el entorno educativo en escenarios reales y reflexiona críticamente sobre su intervención pedagógica para plantear propuestas que mejoren la educación matemática y su desempeño profesional.

En el proceso de construcción del DCBN se revisaron currículos de FID de educación secundaria de la especialidad de matemática de diferentes países, se constató el uso de modelos tradicionales de formación con cursos de conocimientos disciplinares y otros cursos de conocimiento didáctico de la matemática, encontrándose una desarticulación entre ellos que puede deberse a que no se ha visualizado la necesidad de involucrar al estudiante en las prácticas pedagógicas al inicio de su formación (Pino-Fan *et al.*, 2018). En contraparte, en la revisión de investigaciones se encontraron diversos modelos que caracterizan los conocimientos que deberían tener los docentes de matemática para favorecer el aprendizaje de sus estudiantes y que

la investigación de Sierra *et al.* (2012) pone de manifiesto la posibilidad de integrar las dimensiones tradicionalmente separadas en la formación de los profesores: matemática y didáctica. La revisión de la literatura y experiencias puso de manifiesto la necesidad de incorporar nuevos elementos en el modelo curricular para la FID.

La presente comunicación muestra, a manera de resumen, cómo se dio la construcción del DCBN en la especialidad de matemática y el análisis sobre la pertinencia de la incorporación del modelo del Conocimiento matemático para la enseñanza en el DCBN. Como parte del análisis se llevó a cabo un estudio exploratorio con 61 docentes formadores de la especialidad de matemática pertenecientes a universidades, institutos y escuelas pedagógicas del Perú en el que se recogió la opinión sobre la pertinencia de la aplicación del modelo en el DCBN. En ese sentido, se planteó la pregunta de estudio: ¿por qué incorporar el modelo del "Conocimiento matemático para la enseñanza" en el DCBN del Programa de estudios de educación secundaria de la especialidad de matemática?

Marco conceptual

Existen diferentes modelos que favorecen la vinculación entre los conocimientos matemáticos y los didácticos, entre ellos tenemos el de Ball *et al.* (2008) que proponen el modelo denominado "Conocimiento matemático para la enseñanza" (MKT por sus siglas en inglés), que presenta los diferentes dominios y subdominios del conocimiento matemático que debe tener un docente para enseñar y que su estudiante pueda aprender.

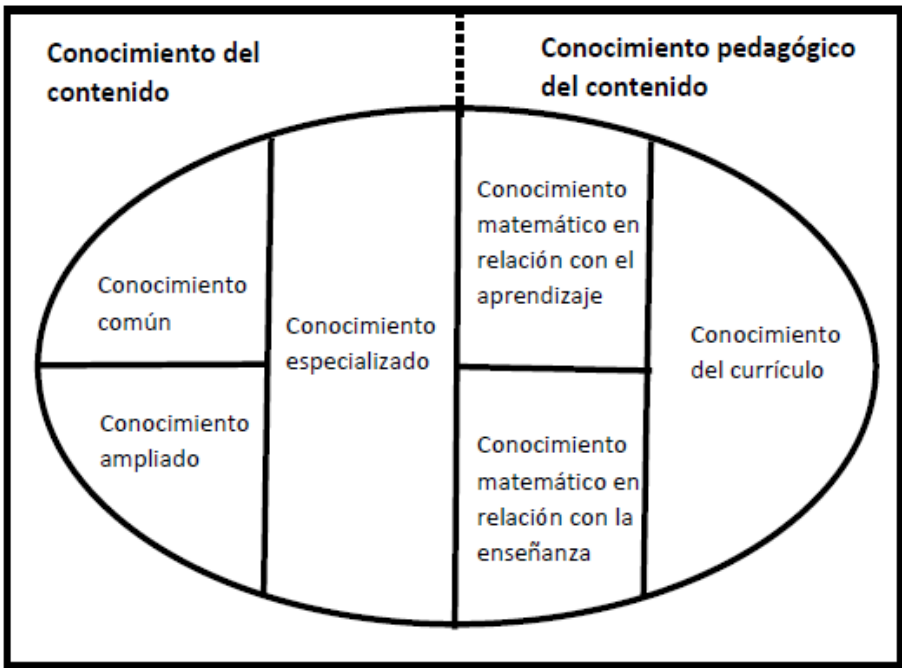


Figura 1. Esquema del Conocimiento matemático para la enseñanza.
Nota: De DCBN de la formación inicial docente. Programa de estudios de educación secundaria, especialidad matemática, por Ministerio de Educación, 2020, pág.59.

Cabe resaltar que el MKT ha jugado un papel importante en el desarrollo de investigaciones e implementaciones curriculares o programas de estudios para la formación de profesores (Godino, 2009).

Matrices de conocimiento matemático para la enseñanza

El DCBN del Programa de estudios de educación secundaria de la especialidad de matemática presenta cursos en el componente de formación específica que han sido diseñados articulando e integrando el conocimiento disciplinar y didáctico de la matemática, rompiendo el modelo tradicional de la FID de abordarlos por separado (Pino-Fan *et al.*, 2018). En cada uno de los cursos del componente de formación específica se ha elaborado una matriz de conocimiento matemático para la enseñanza que orienta con mayor precisión los desempeños que se esperan desarrollar en los estudiantes de FID, contando con un total de 16 matrices. Las matrices de conocimiento presentan desempeños atendiendo a los 6 subdominios del modelo del MKT (conocimiento común, conocimiento especializado, conocimiento ampliado, conocimiento matemático en relación con el aprendizaje, conocimiento matemático en relación con la enseñanza y conocimiento del currículo). En la figura 2, se presenta a manera de ejemplo, la matriz de desempeños del curso "El álgebra como herramienta modelizadora I" que se desarrolla en el ciclo VI.

Las matrices de conocimiento han sido utilizadas como insumo para describir los aprendizajes esperados en cada uno de los cursos del componente de formación específica, que contienen las diferentes dimensiones del modelo el MKT articulándolo con las competencias del perfil de egreso de la FID que cada curso debe desarrollar.

En la Figura 3, se muestra la descripción del curso "El álgebra como herramienta modelizadora I" que se publica en el DCBN y que fue elaborado a partir de la matriz de conocimiento mostrado en la figura 2. En color azul se destacan los aprendizajes referidos al conocimiento del contenido y en color rojo el conocimiento pedagógico del contenido. Cabe destacar que en este curso los aprendizajes descritos se enmarcan en el desarrollo de las competencias 1, 4 y 5 del perfil de egreso de la FID.

Curso: El álgebra como herramienta modelizadora I					
Conocimiento del contenido			**Conocimiento pedagógico del contenido**		
Conocimiento común	**Conocimiento especializado**	**Conocimiento ampliado**	**Conocimiento matemático en relación con el aprendizaje**	**Conocimiento matemático en relación con la enseñanza**	**Conocimiento del currículo**
▪ Formula conjeturas respecto al término general y la suma de términos de sucesiones, las representa empleando símbolos algebraicos y las justifica. ▪ Representa las condiciones planteadas en una situación problemática mediante ecuaciones lineales y cuadráticas con una incógnita y con sistemas de ecuaciones lineales e inecuaciones lineales de dos incógnitas. ▪ Usa identidades algebraicas y técnicas de simplificación para obtener expresiones equivalentes. ▪ Comprueba equivalencias y argumenta los procedimientos seguidos.	▪ Reconoce que las características principales del trabajo algebraico son la generalización, simbolización y transformación de expresiones. ▪ Conoce la utilidad de las herramientas algebraicas en la modelación de diversos fenómenos. ▪ Reconoce que las expresiones algebraicas permiten expresar generalizaciones. ▪ Comprende los distintos usos que se le dan al signo igual. ▪ Conoce la utilidad de las herramientas algebraicas en la resolución de problemas de ecuaciones e inecuaciones. ▪ Reconoce que las expresiones algebraicas permiten representar condiciones que satisfacen cantidades desconocidas. ▪ Comprende y explica las propiedades que se emplean al resolver ecuaciones e inecuaciones lineales y cuadráticas. ▪ Reconoce los diferentes tipos de representaciones que pueden tener las ecuaciones e inecuaciones y su conjunto solución. ▪ Reconoce la relación que existe entre distintos métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales, así como sus alcances, limitaciones. ▪ Identifica contextos intra y extramatemáticos que generan problemas que requieren de sistemas de ecuaciones o inecuaciones.	▪ Reconoce que los sistemas de ecuaciones lineales pertenecen a un campo de estudio denominado álgebra lineal.	▪ Comprende que el razonamiento algebraico se desarrolla a través de actividades de generalización por lo que este se puede iniciar desde la primaria. ▪ Reconoce que uno de los orígenes de las dificultades que presentan los estudiantes al trabajar con el signo igual se debe a sus múltiples significados. ▪ Comprende que los errores que manifiestan los estudiantes al emplear expresiones algebraicas se debe a que no reconocen que deben hallar expresiones equivalentes. ▪ Reconoce que una de las transformacion es que resulta más compleja para los estudiantes es el paso del lenguaje natural al lenguaje algebraico y viceversa.	▪ Plantea situaciones y problemas de complejidad creciente para desarrollar el razonamiento algebraico que demanden generalización, simbolización y transformación. ▪ Plantea estrategias para conducir al estudiante en el proceso de generalización, en el uso correcto de expresiones algebraicas, en la elaboración de conjeturas, su demostración y aplicación a otras situaciones, y cómo gestionar el error de los estudiantes para favorecer su aprendizaje. ▪ Conoce qué situaciones generan la necesidad de plantear un sistema de ecuaciones e inecuaciones y cuáles pueden resolverse por métodos aritméticos. ▪ Usa la noción de equilibrio como estrategia didáctica inicial para la comprensión y significado de las equivalencias e igualdades. ▪ Incorpora recursos tecnológicos en actividades para la representación de sistemas de ecuaciones, inecuaciones y de su conjunto solución. ▪ Plantea secuencias didácticas (laboratorio matemático, modelación matemática, cruz demostrativa, etc.) para lograr la comprensión de igualdades y desigualdades.	▪ Conoce la competencia del Currículo Nacional "Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio" y sus cuatro capacidades. ▪ Conoce la progresión del aprendizaje de las igualdades y desigualdades, que se desarrolla a lo largo de la Educación Básica.

Figura 2. Matriz del curso "El álgebra como herramienta modelizadora I".
Nota. Elaboración propia a partir del análisis de las diferentes dimensiones del modelo del MKT.

En la publicación del DCBN 2020 del Programa de estudios de educación secundaria de la especialidad de matemática no se presentan las matrices de los 16 cursos del componente de formación específica, sin embargo, este es un material que actualmente está siendo utilizado en el proceso de implementación del DCBN.

Componente Curricular	**Formación Específica**				
Curso	**EL ÁLGEBRA COMO HERRAMIENTA MODELIZADORA I**				
Ciclo	**IV**	**Competencias**	**1, 4 y 5**		
Total de Horas	**4 (2 horas de teoría, 2 horas de práctica)**			**Créditos**	**3**

El curso tiene por propósito que los estudiantes de FID profundicen su comprensión sobre las estructuras matemáticas del álgebra (grupo, cuerpo, y anillo) y del álgebra lineal (espacio vectorial) para que reconozcan e interrelacionen diversos objetos matemáticos estudiados en los cursos previos, así como para desarrollar estrategias que conduzcan y evalúen los aprendizajes de sus estudiantes de EB. Profundiza la comprensión de ecuaciones exponenciales, logarítmicas, trigonométricas y los sistemas de ecuaciones lineales con "n" incógnitas, por ejemplo mediante la resolución de problemas de optimización aplicando sistemas de ecuaciones e inecuaciones lineales de dos incógnitas; justifica los procedimientos empleados y establece conexiones entre estos conceptos y otros más generales. Identifica familias de problemas en sistemas con la misma estructura y estudia el efecto que tiene la modificación de uno de sus parámetros en la solución de los mismos. Además, reconoce los niveles de algebrización que presentan los estudiantes de EB en el desarrollo de tareas y reconoce los saberes previos que requieren para ello. Identifica los fenómenos que pueden ser estudiados a través de problemas que requieren ser modeladas con sistemas de ecuaciones e inecuaciones, incluyendo aquellos que pueden ser representados con recursos digitales. Finalmente, discute cómo adecuar o ampliar actividades de modo que demanden el desarrollo del razonamiento algebraico, a partir del análisis de las actividades propuestas en los textos de matemática de EB.

Algunos de los desempeños específicos que se esperan alcanzar al final del curso son los siguientes:

- Resuelve situaciones problemáticas de la vida diaria asociadas a sistemas de ecuaciones lineales y de programación lineal, y justifica sus procedimientos.
- Desarrolla acciones pedagógicas para la construcción de modelos con ecuaciones exponenciales, logarítmicas, trigonométricas o sistemas de ecuaciones o inecuaciones lineales brindando oportunidades para que los estudiantes elaboren sus propias ideas y exploren soluciones.
- Utiliza criterios explícitos para diseñar y aplicar tareas de evaluación en espacios de prácticas reales, e interpretar evidencias de aprendizaje de los estudiantes de EB sobre la identificación de familias de problemas sobre sistemas de ecuaciones lineales 2x2 y su conjunto solución.

Figura 3. Descripción del curso "El álgebra como herramienta modelizadora I".
Nota: De DCBN de la FID. Programa de estudios de educación secundaria, especialidad matemática, por Ministerio de Educación, 2020, pág.97.

Metodología de trabajo

El punto de partida para la construcción del DCBN de la FID del programa de estudios de educación secundaria de la especialidad de matemática fue ajustar el modelo curricular que incluye el perfil de egreso, los componentes curriculares, enfoques transversales y los fundamentos curriculares para incorporar elementos que permitan vincular los conocimientos disciplinares y didácticos en los cursos del componente de formación específica. Para ello, se realizó la revisión de literatura y experiencias exitosas (nacionales y extranjeras) sobre FID en la especialidad de matemática. Para luego, construir una propuesta curricular con el apoyo de expertos nacionales en educación matemática y en diálogo con especialistas de diferentes direcciones del MINEDU. Posteriormente, la propuesta curricular fue sometida a validaciones externas con 9 profesionales peruanos de gran prestigio académico y experiencia profesional en la formación inicial de docentes de matemática de diferentes universidades del Perú, así como también por una muestra de 52 docentes formadores de institutos y escuelas de educación superior pedagógica que brindan la carrera de educación secundaria de matemática pertenecientes a 18 IESP de 7 regiones del Perú (Puno, Arequipa, Lima metropolitana, La Libertad, Cajamarca, Lambayeque y Ucayali).

Resultados

Los profesionales expertos y docentes formadores aportaron en un primer momento sobre la pertinencia de la adopción del modelo del MKT para la definición de los cursos del componente de formación específica (Tabla 1) y en un segundo momento sobre la claridad, pertinencia, suficiencia y coherencia de los cursos elaborados según el modelo del MKT.

Tabla 1

Opinión sobre la adopción del modelo del MKT en el DCBN de la FID del Programa de estudios de educación secundaria de la especialidad de matemática

Opinión	Profesionales expertos	Docentes formadores de IESP	Total
De acuerdo	78%	81%	79,5%
En desacuerdo	11%	17%	14%
No opina	11%	2%	6,5%

Nota. Elaboración propia a partir de los datos.

Cabe resaltar que más del 78% de los profesionales expertos y docentes formadores están de acuerdo que el modelo MKT, dado que consideran que responden a las demandas y expectativas de la FID.

Por otro lado, para el proceso de validación se aplicó una lista de cotejo con escala de valoración dicotómica que incluía un apartado para justificar la valoración realizada. Los aportes recogidos se sistematizaron y se analizaron para tomar decisiones de los ajustes a realizar al documento, entre los más relevantes se pueden señalar que se asume el modelo del MKT para la definición de los cursos que forman parte del componente de formación específica, que se incluye el curso de Matemática y pensamiento computacional, que se ajusta la denominación de los subdominios del modelo del MKT para que comunique la esencia de su definición, que se explicita el aspecto actitudinal en el modelo, que se incorpore la creación de problemas en la descripción de los cursos y que las matrices de conocimiento matemático para la enseñanza no formen parte del DCBN sino sea un material de apoyo en el proceso de su implementación. En marzo del 2020 se publica el DCBN del programa de estudios de educación secundaria de la especialidad de matemática.

Conclusiones

Respecto a la pregunta en cuestión ¿por qué se incorporó el modelo del "Conocimiento matemático para la enseñanza" en el DCBN del Programa de estudios de educación secundaria de la especialidad de matemática? Se concluye que el modelo favorece a la articulación de los conocimientos disciplinares y didácticos de la matemática en los cursos del componente de formación específica del Programa de estudios de educación secundaria de la especialidad de matemática de Perú. Es más, en los resultados del estudio exploratorio, los profesionales expertos y docentes formadores de IESP desde su experiencia y formación profesional validan el uso favorable del modelo MKT en el DCBN.

El modelo del MKT fue utilizado para describir los 16 cursos del componente de Formación específica, integrando el conocimiento del contenido matemático con los aspectos pedagógicos articulados a las competencias del Perfil de egreso de la FID.

Por último, actualmente se está realizando el proceso de implementación de los DCBN en los diferentes institutos y escuelas de educación superior pedagógica del Perú. La DIFOID, en el 2021 procedió con la Fase I de la implementación del DCBN con el objetivo que los diferentes actores del sistema educativo se apropien de aspectos generales del cambio curricular y en el 2022 inició la Fase II para profundizar en los cambios curriculares, brindando videoconferencias y talleres de asistencia técnica para capacitar a los docentes formadores de la especialidad de matemática y reflexionar con ellos sobre la esencia de los cursos del componente de formación específica en el marco del modelo curricular asumido.

Referencias y bibliografía

Amadio, M., Operetti, R., y Tedesco, J. (2013). Por qué importa hoy el debate curricular. Ginebra: UNESCO-IBE.

Ball, D., Thames, M. y Phelps G. (2008). Content Knowledge for Teaching What Makes It Special? *Journal of Teacher Education,* 59 (5), 389-407.

García, M. (2005). La formación de profesores de matemáticas. Un campo de estudio y preocupación. Grupo Santillana: México. *Educación Matemática*, 17(2), 153-166.

Godino J. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31

Ministerio de Educación. (2016). Ley N°30512. Ley de institutos y escuelas de educación superior y de la carrera pública de sus docentes. Lima: Ministerio de Educación. https://www.gob.pe/institucion/minedu/normas-legales/118500-30512

Ministerio de Educación. (2020). Diseño Curricular Básico Nacional de la formación inicial docente. Programa de estudios de educación secundaria, especialidad matemática. Lima: Ministerio de Educación. http://www.minedu.gob.pe/superiorpedagogica/producto/dcbn2019-matematica/

Perrenoud, P. (2007). Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar: Profesionalización y razón pedagógica. México D.F.: Editorial GRAO.

Pino-Fan, L., Guzmán-Retamal, I., Larraín, M., & Vargas-Díaz, C. (2018). La formación inicial de profesores en Chile: "Voces" de la comunidad chilena de investigación en Educación Matemática. *UNICIENCIA, 32*(1), 68-88.

Sierra, T., Bosch, M. y Gascón, J. (2012). La formación matemático-didáctica del maestro de Educación Infantil: el caso de «cómo enseñar a contar». Revista de Educación, 357, pp. 231-256.

Etnomatemática e os Cursos de Licenciaturas em Matemática: o que dizem as pesquisas do 5º Congresso Brasileiro de Etnomatemática

Gisele Américo **Soares**
UNESA, Uni Dom Bosco e SEEDUC
Brasil
giseleamerico@hotmail.com
Ana Priscila Sampaio **Rebouças**
Universidade Estadual da Paraíba, Rede Nordeste de Ensino
Brasil
re.anapriscila@gmail.com
Milton **Rosa**
Departamento de Educação Matemática –UFOP
Brasil
milton.rosa@ufop.edu.br

Resumo

Este trabalho analisa pesquisas difundidas no CBEm5 sobre formação de professores e Etnomatemática em Cursos de Licenciatura em Matemática. Entendendo que os Congressos Brasileiros de Etnomatemática desvelam interesses e perspectivas da área e que a formação inicial de professores é um espaço de ação e reflexão a ser repensado e ocupado por educadores etnomatemáticos, esta investigação se direciona para esses Cursos, pois visa compreender os debates tecidos com o Programa Etnomatemática. As análises revelaram preocupações relacionadas com os discursos formativos e relações de poder presentes nessas licenciaturas, a postura profissional e os fatores que influenciam negativamente a atratividade à docência, bem como com uma prática pedagógica que considere e promova o diálogo entre diferentes saberes e fazeres. Conclui-se pela importância de um processo de formação de professores de Matemática que busque considerar a proposta do Programa Etnomatemática para o desenvolvimento de uma ação formativa mais reflexiva e crítica, que objetiva a pesquisa da própria prática.

Palavras-chave: CBEm; Cursos de Licenciatura; Etnomatemática; Formação de Professores; Matemática.

Introdução

A Etnomatemática é um Programa de Pesquisa Lakatosiano proposto por Ubiratan D'Ambrosio, que analisa as relações entre matemática e cultura, com foco na "recuperação da dignidade cultural do ser humano" (D'Ambrosio, 2011, p. 9). Sua consolidação como um Programa de Pesquisa Lakatosiano culminou com a palestra de abertura intitulada: *Socio-cultural Bases of Mathematics Education*, que foi proferida por Ubiratan D'Ambrosio, no *International Congress on Mathematics Education (ICME 5)*, que foi realizado na Austrália, em 1984. Essa palestra instituiu oficialmente o Programa Etnomatemática como um campo de pesquisa (Rosa & Orey, 2014). Em 1985, com a criação do *International Study Group on Ethnomathematics (ISGEm)*, o Programa Etnomatemática foi lançado internacionalmente.

Nos anos posteriores, o Programa Etnomatemática tem sido utilizado como uma base teórica para a condução e o desenvolvimento de investigações que possuem fundamentação na promoção de uma relação dialógica entre a Matemática, a Cultura e a Antropologia Cultural. Essas pesquisas são apresentadas numa sucessão de encontros, conferências e congressos, de dimensões: local, regional, nacional e internacional.

Nesse contexto, é importante destacar que, nacionalmente, a partir do ano 2000, os *Congressos Brasileiros de Etnomatemática (CBEm)* são realizados a cada quatro anos, em diferentes estados brasileiros, cuja sede é escolhida em assembleia de cada CBEm. Por exemplo, D'Ambrosio (2000) afirma que:

> Foi com grande satisfação que, como Presidente do ISGEm, eu vi a criação, a partir de 1999, de um Grupo de Estudos de Etnomatemática, na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, sob a coordenação da Profa. Maria do Carmo Domite. Alunos e Professores de graduação e pós-graduação da Universidade de São Paulo e de outras instituições se reúnem regularmente para apresentar, discutir, propor e elaborar importantes projetos de educação matemática com o enfoque da Etnomatemática. Surgiu naturalmente a ideia de se realizar um Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática. A ideia foi muito bem acolhida pela Faculdade da USP e por outros grupos e organizações, particularmente a SBEM/Sociedade Brasileira de Educação Matemática (p. II/III).

Com o início da terceira década do século XXI, constata-se que há uma crescente sensibilidade em relação ao entendimento e à compreensão das ideias, procedimentos e práticas matemáticas que são desenvolvidas pelos membros de grupos culturais distintos, que está, prioritariamente, relacionada com a ampliação de estudos relacionados com a cultura, a história, a antropologia, a linguística e a Etnomatemática.

As descobertas realizadas em investigações de estudos teóricos e metodológicos nesse campo de estudo mostram que é possível uma compreensão holística da sensibilização nacional das práticas matemáticas presentes em contextos culturais diversos, que são discutidas e divulgadas nos CBEm. Em concordância ao contexto apresentado, o principal objetivo deste artigo é analisar as pesquisas apresentadas no CBEm5, sobre formação de professores que focalizam a discussão sobre a Etnomatemática nos Cursos de Licenciatura em Matemática. Na sequência apresentamos um breve histórico dos Congressos Brasileiros de Etnomatemática, seguido da descrição metodológica desta investigação, a análise das pesquisas selecionadas e as considerações.

Breve Histórico dos Congressos Brasileiros em Etnomatemática - CBEm

De acordo com Rosa e Orey (2018), foram realizados seis Congressos Brasileiros de Etnomatemática, sendo o primeiro em 2000 na *Universidade de São Paulo (USP)* e o sexto em 2022 na *Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT)*.

O primeiro *Congresso Brasileiro de Etnomatemática (CBEm1)* foi realizado no período de 01 a 04 de novembro de 2000, na Faculdade de Educação, da Universidade de São Paulo (USP), em São Paulo (SP), com, aproximadamente, 300 participantes. O segundo *Congresso Brasileiro de Etnomatemática (CBEm2)* foi realizado no período de 04 a 07 de abril de 2004, na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), em Natal (RN), com 179 participantes.

O terceiro *Congresso Brasileiro de Etnomatemática (CBEm3)* foi realizado no período de 26 a 29 de março de 2008, na Faculdade de Educação, da Universidade Federal Fluminense (UFF), em Niterói (RJ), com, aproximadamente, 300 participantes. O quarto *Congresso Brasileiro de Etnomatemática (CBEm4)* foi realizado no período de 13 a 17 de novembro de 2012, em Belém (PA), na Universidade Federal do Pará (UFPA), com, aproximadamente, 400 participantes.

O quinto *Congresso Brasileiro de Etnomatemática (CBEm5)* foi realizado no período de 11 a 14 de setembro de 2016, na Universidade Federal de Goiás (UFG), em Goiânia (GO), com, aproximadamente, 650 participantes. O sexto *Congresso Brasileiro de Etnomatemática (CBEm6)* foi realizado no período de 15 a 18 de novembro de 2022, de modo híbrido, na Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT), em Araguaína (TO), com, aproximadamente, 120 participantes.

É necessário destacar que a realização desses congressos mostra que há uma crescente sensibilidade em relação ao entendimento e a compreensão das ideias, procedimentos, técnicas e práticas matemáticas que são desenvolvidas pelos membros de grupos culturais em contextos distintos. Essa sensibilidade se deve, prioritariamente, à ampliação de estudos relacionados com a cultura, a história, a antropologia, a linguística e os aspectos culturais da matemática. Assim, as descobertas realizadas em investigações e pesquisas de estudos teóricos e empíricos ocorridos nesse campo do conhecimento, que são discutidos e divulgados nesses congressos, promovem a nacionalização do *saber/fazer* matemático que está presente em entornos culturais diversificados.

Encaminhamentos metodológicos

Esta pesquisa, qualitativa e bibliográfica objetiva compreender os significados, as aspirações e os valores (Minayo, 2009) presentes nas investigações relacionadas com a Etnomatemática e a formação de professores, que foram publicadas nos anais do CBEM5. Para tanto, utilizamos como método de coleta e fase analítica de dados a análise de conteúdo proposto por Bardin (2011).

O trabalho inicial consistiu na revisão bibliográfica dos anais do CBEm5, por meio da transcrição dos resumos dos trabalhos apresentados em quatro Grupos de Discussão (GT). A

escolha por esse material se justifica pela atualidade das discussões e a acessibilidade à publicação resultante deste processo. Destacamos que, os anais do CBEm6 ainda não estão disponíveis devido à finalização recente deste congresso.

A leitura flutuante do material evidenciou que a categoria que almejamos investigar estava contida no GT1: *Etnomatemática, práticas educativas e formação de professores,* haja vista sua proposta de divulgação de pesquisas ou relatos de experiência que abordassem a dimensão educacional da Etnomatemática nas práticas educativas e/ou direcionadas para a formação de professores. Neste GT foram apresentadas 26 comunicações orais, 12 relatos de experiência e 02 pôsteres, totalizando 40 trabalhos.

Na definição das categorias analíticas não incorporamos à análise a formação de professores indígenas e a Educação no Campo devido às suas especificidades e singularidades. Assim, o foco recaiu sobre as licenciaturas em Matemática. Nesse contexto, o quadro 1 apresenta os trabalhos selecionados para análise.

Quadro 1
Trabalhos apresentados no CBEm5 relacionados a Licenciatura em Matemática

TÍTULO	**AUTORES**
Etnomatemática e formação de professores de Matemática em um contexto pibidiano: Seguindo o fio de "discursos".	Lucas dos S. Passos, José P. M. Ribeiro,Vânia Lúcia Machado.
Etnomatemática: nexos entre a formação e práticas educativas.	Lilian de Campos Marinho.
Educação Etnomatemática: Avanços e realizações em um curso de Matemática.	João Bosco Bezerra de Farias.
Atratividade da Carreira Docente na perspectiva dos participantes do PIBID/Matemática no Brasil.	Márcio U. Rodrigues, Luciano D. da Silva, William V. Gonçalves, Acelmo J. Brito.
Etnomatemática como alternativa teórico metodológica para formação de professores em timor leste: buscando possibilidades: Articulando os saberes da prática com saberes formais.	Gaspar Varela, Márcia, Cristina de Costa, Trindade Cyrino

Fonte. Autores, 2022.

Na sequência passamos à leitura aprofundada e crítica dos resumos dessas pesquisas. Elaboramos fichamentos individuais para apreensão dos significados sobre a articulação entre a Etnomatemática e a Formação Inicial de Professores no âmbito dos Cursos de Licenciatura em Matemática. Destacamos que este é um recorte de uma dada realidade, impregnado de história de vida, visões de mundo e referenciais, destarte, as análises podem não abarcar toda a complexidade das referidas pesquisas.

Descrição das pesquisas

A pesquisa de Passos *et al.* (2016) comunica os resultados de uma investigação de mestrado. Buscou, no contexto do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, de um subprojeto da Matemática, traçar uma análise das atividades formativas, que segundo os autores tinham enfoque etnomatemático. O objetivo é problematizar a formação inicial dos professores de Matemática por meio de elementos relacionados a Etnomatemática e pós-estruturais do discurso. Para a análise utilizaram pressupostos foucaultianos do discurso. O texto apresentou como a análise dessas formações discursivas pode contribuir para evidenciar relações de poder efetuadas pelos discursos que estão relacionadas à formação de professores de Matemática.

O artigo de Marinho (2016) se refere ao seu trabalho de conclusão do curso Licenciatura em Matemática. Se configura como uma proposta que articula a formação dos professores de Matemática às práticas educativas, tendo como parâmetro o que a autora chamou de "as ações características da etnomatemática". Ela refletiu sobre os modos de ver e conceber o ensino de matemática do primeiro Curso de Licenciatura em Matemática na USP. Como resultados identificou a presença de pressupostos etnomatemáticos no ensino de matemática desde a década de 1980.

Já o relato de Farias (2016) evidencia uma experiência sobre o desenvolvimento de atividades docentes na disciplina Educação Matemática - Etnomatemática com uma turma de formação de professores em Matemática. Em sua prática docente, o autor se propôs a contextualizar socioculturalmente os conteúdos matemáticos curriculares e, para tanto, utilizou como ferramentas metodológicas aulas expositivas e dialogadas, seminário, análise de textos técnicos, estudo de campo sobre a etnomatemática de diferentes classes de trabalhadores e produção textual. Como resultados foram identificados alguns conhecimentos e comportamentos relacionados aos grupos investigados. Como conclusões, o autor defendeu a adoção de uma atitude positiva, criativa, transformadora, investigativa, ativa e moderna na formação de professores.

A pesquisa de Rodrigues *et al.* (2016) busca compreender os fatores que contribuem para que os licenciandos em Matemática participantes do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID/Matemática, desistam da carreira docente em Matemática no Brasil. Nos procedimentos metodológicos, esses autores utilizaram como ferramenta de coleta de dados um questionário, que foi respondido por 394 participantes do PIBID/Matemática de 83 IES no Brasil. A pesquisa apresentou cinco fatores que influenciam negativamente na atratividade da carreira docente em Matemática no Brasil: condições do trabalho docente (problemas estruturais das escolas públicas), a falta de reconhecimento do trabalho docente, os baixos salários dos profissionais da educação, a atuação de professores sem formação específica em Matemática e a ausência de um plano de carreira para os docentes no Brasil.

Enquanto que a revisão de literatura de Varela & Cyrino (2016, p. 67) tem o propósito de "apresentar elementos da Etnomatemática que podem contribuir com reflexões teórico-metodológicas para formação de futuros professores que ensinam matemática nos níveis de

escolaridade do Ensino Básico [EB] no Timor-Leste". Preliminarmente, esses autores concluíram que é necessário compreender as habilidades e práticas de grupos sociais e culturais, para que à luz de referenciais da Educação Matemática eles possam pensar caminhos próprios para a Etnomatemática que despertem a curiosidade dos estudantes e favoreçam a construção do sentido dos conhecimentos matemáticos.

Embora o resumo seja um elemento da pesquisa científica com uma estrutura previamente definida, observamos que nem todos os trabalhos contemplaram seus elementos estruturantes, o que dificultou uma análise mais específica. De modo geral, os trabalhos apresentados têm foco predominante em atividades formativas que contemplam a investigação/análise e ou inserção de práticas culturais na formação de professores para o ensino de matemática. Nessas investigações os autores utilizaram tanto a pesquisa bibliográfica, como a de campo.

Outrossim, é possível afirmar que o PIBID ocupou lugar de destaque nas investigações. Como um programa que oferta bolsas de iniciação à docência é relevante a compreensão de sua proposta, principalmente no âmbito das licenciaturas em matemática, por esta ser uma área que apresenta déficit de professores com formação específica.

Considerações finais

Ao analisarmos essas pesquisas, verificamos a necessidade de pensarmos e repensarmos a Licenciatura em Matemática, visando formar professores de Matemática mais reflexivos, críticos e pesquisadores da sua própria prática, pois como sinalizou Rodrigues *et al.* (2016), existem muitos fatores que influenciam negativamente na atratividade da carreira docente nessa área.

Assim, a formação inicial dos professores de Matemática pode ser repensada no sentido de envolver elementos que valorizem os seus *saberes* e *fazeres*, pois, segundo Farias (2016), a Educação Etnomatemática nos impulsiona a adotar uma atitude positiva, criativa, investigativa e transformadora na prática da formação de professores.

Compreendemos que a Etnomatemática pode trazer contribuições relevantes para um processo formativo de professores mais crítico e significativo, evitando uma formação docente meramente técnica e excludente. Então, é importante que os alunos percebam as relações de poder que estão presentes nos discursos e, também, a importância de uma intervenção pedagógica significativa como proposto por Passos *et al*. (2016).

A discussão sobre a formação de professores na perspectiva da Etnomatemática se relaciona com as questões educacionais, políticas, sociais, culturais e ambientais. Nesse sentido, os estudos em Etnomatemática tem o imperativo de "mostrar que existem caminhos alternativos para construir conhecimento a partir da própria voz das pessoas, das crianças, dos alunos, etc." (Mafra, *et al*., 2018, p. 153). Nesta direção, carece de um olhar holístico e de uma postura reflexiva e investigativa que possam favorecer mudanças de cunho pedagógico, social e pessoal.

Referências

Bardin, L. (2011). *Análise de conteúdo*. São Paulo: Edições 70.

D'Ambrosio, U. (2000). Prefácio. In: Domite, M. C. S. (Org.). *Anais do Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática* (pp. I-III). Faculdade de Educação. São Paulo, SP: Universidade de São Paulo (USP).

D'Ambrosio, U. (2011). *Etnomatemática* – elo entre as tradições e a modernidade. 4. ed. 1. reimp. Belo Horizonte: Autêntica Editora.

Farias, J. B. B. (2016). Educação Etnomatemática: avanços e realizações em um curso de matemática. In: Gonçalves Junior, M. A. (Org.). *Anais do Quinto Congresso Brasileiro de Etnomatemática*. Goiânia, GO: Universidade Federal de Goiás (UFG).

Mafra, J. R. S., Farias, J. B. B., Cruz, M., & Alves, M. (2018). Etnomatemática e suas relações com a educação: um panorama das pesquisas dos anais do Etnomat - RJ. In.: Fantinato, M. C.; Freitas, A.F. (Orgs.) *Etnomatemática: concepções, dinâmica e desafios*. (2018) 1.ed. Jundiaí (SP): Paco.

Marinho, L. C. (2016). Etnomatemática: nexos entre a formação e práticas educativas. In: Gonçalves Junior, M. A. (Org.). *Anais do Quinto Congresso Brasileiro de Etnomatemática*. Goiânia, GO: Universidade Federal de Goiás (UFG).

Minayo, M. C. de S. (org.) (2009). *Pesquisa Social*: teoria, método e criatividade. 28 ed. Petrópolis: Vozes.

Passos, L. S., Ribeiro, J. P. M., & Machado, V. L. M. (2016). Etnomatemática e formação de professores de matemática em um contexto pibidiano: Seguindo o fio de "discursos". In: Gonçalves Junior, M. A. (Org.). *Anais do Quinto Congresso Brasileiro de Etnomatemática*. Goiânia, GO: Universidade Federal de Goiás (UFG).

Rodrigues, M. U., Silva, L. D., Gonçalves, W. V., Brito, A. J. (2016). Atratividade da carreira docente na perspectiva dos participantes do PIBID/Matemática no Brasil. In: Gonçalves Junior, M. A. (Org.). *Anais do Quinto Congresso Brasileiro de Etnomatemática*. Goiânia, GO: Universidade Federal de Goiás (UFG).

Rosa, M., & Orey, D. (2014). Fragmentos históricos do programa etnomatemática. In: NOBRE, S., BERTATO, F., SARAIVA, L. (Eds.). *Anais/Actas do 6º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática* Natal: SBHMat, p. 535-558

Rosa, M., & Orey, D. C. (2018). Estado da arte da produção científica dos congressos brasileiros em Etnomatemática. *Ensino Em Re-Vista*, *25*(3), 543–564.

Varela, G., & Cyrino, M. C. C. T. (2016). Etnomatemática como alternativa teórica metodológica para formação de professores em timor leste: buscando possibilidades articulando os saberes da prática com saberes formais. In: Gonçalves Junior, M. A. (Org.). *Anais do Quinto Congresso Brasileiro de Etnomatemática*. Goiânia, GO: Universidade Federal de Goiás (UFG).

Expectativas de alunos participantes de programa de residência pedagógica referente às ações do núcleo interdisciplinar/matemática em tempos de pandemia

Ailton Paulo de **Oliveira Júnior**
Universidade Federal do ABC
Brasil
ailton.junior@ufabc.edu.br
Carla Alves de **Souza**
Universidade Federal do ABC
Brasil
carla0934@gmail.com
Maria do Carmo Pereira **Servidoni**
Universidade Federal do ABC
Brasil
servidonipereira@gmail.com

Resumo

O objetivo deste trabalho foi analisar as expectativas de alunos de uma universidade federal do estado de São Paulo referente às ações do núcleo Interdisciplinar/ Matemática em 2020/2021 constante de um Programa de Residência Pedagógica – PRP no Brasil. O software IRaMuTeQ foi utilizado para a análise textual multidimensional a partir das respostas dos alunos, enfatizando sua expectativa em relação às atividades do seu núcleo de Residência Pedagógica. As análises indicam que a pandemia do Covid-19, que afetou a vida de todos ao redor do mundo, trouxe grande impacto no desenvolvimento do projeto, impedindo a realização de atividades presenciais nas escolas e com isso desmotivação, na qual foram revistas as estratégias de condução, mesmo assim, as expectativas das práticas escolares foram mantidas, pressupondo que na perspectiva da sua formação é preciso aprender continuamente com a realidade, uma vez que é na prática, na troca de saberes é que se dá o aprendizado.

Palavras-chave: Educação Matemática; Educação universitária; Formação inicial de professores; Programa de residência pedagógica; Análise textual multivariada;Brasil.

Introdução

Destacamos que o Programa de Residência Pedagógica -PRP é coordenado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, tendo como objetivo a inserção dos estudantes das licenciaturas na escola de Educação Básica que estejam cursando a segunda metade de seu curso. O Programa busca promover aos alunos em formação inicial dos cursos de licenciatura, habilidades e competências que permitam a esses a execução de sua função como futuros educadores e assim, contribuir para a construção de um ensino de qualidade nas escolas de Educação Básica (Brasil, 2018).

Consideramos que o PRP pode possibilitar aos residentes uma experiência formativa diferente da vivenciada em seus cursos de licenciatura, inserindo-os na formação inicial e futuros professores no que será seu ambiente de trabalho. No entanto, a partir do mês de março de 2020, em consequência da pandemia de Covid-19, medidas de enfrentamento foram tomadas para diminuir o avanço da contaminação pelo vírus. Neste cenário, o programa que previamente ocorria integralmente de forma presencial, precisou realizar intensas adequações para que os residentes pudessem realizar as suas atividades. Consequentemente, todo o procedimento metodológico foi modificado, migrando para a atuação do residente integralmente de forma remota/virtual.

Dessa forma, o objetivo do presente estudo foi analisar as perspectivas dos alunos em formação inicial de uma universidade federal, participantes de um programa de residência pedagógica, , referente às ações do núcleo Interdisciplinar/Matemática em 2020/2021, frente aos desafios da pandemia.

Marco teórico

Consideramos que esse Programa se apoia em Tardif (2014) quando é indicado que na formação do professor é necessário a aquisição de saberes disciplinares somados aos saberes da experiência, incluindo compreender os saberes práticos específicos do local de trabalho, além de conhecer as rotinas, valores e regras da escola.

Reforçamos essa ideia com Cassab (2015) quando diz que na formação inicial de professores é necessário o conhecimento tanto em relação aos aspectos teóricos quanto aprender com as vivências da escola. Indica que deve-se compreender a escola como espaço e tempo de articulação de diversos saberes, ressaltando que o contato não tardio do professor com a realidade escolar pode garantir a formação de um professor crítico reflexivo.

Importante ainda trazer Dassoler e Lima (2012) que indicam que os alunos em formação inicial necessitam de contato com as questões objetivas dessa profissão, como: 1) preparação das aulas; 2) planejamento escolar; 3) relação com os alunos, etc. Dentro das questões subjetivas, estão as condições da formação e qualificação, características essas que constituem a profissionalização do professor e é necessário que os licenciandos as conheçam.

Por fim, trazemos o alerta de Pimenta (1999) e Tardif (2014) em que ainda há pouco espaço para a vivência da prática docente pelo licenciando na escola durante o curso, sendo necessárias estratégias e políticas que possibilitem ao estudante vivenciar e construir esses saberes.

Metodologia

Esta pesquisa é do tipo exploratório, de abordagem qualitativa e quantitativa por meio de questionário enviado por e-mail aos alunos residentes e analisado pelo *software* IraMuTeQ (Interface R para Texto Multidimensional e Análise de Questionário).

Para alcançar a análise indicada referente às análises textuais multivariadas foi necessário ferramentas que permitissem análise microscópica às expectativas dos alunos em formação inicial participantes de um programa de residência pedagógica de uma universidade federal, referente às ações do núcleo Interdisciplinar/Matemática em 2020/2021 buscando identificar e explicar a multiplicidade de termos e expressões escritas, utilizados para buscar entender de que forma os desafios da pandemia impactam a formação inicial docente.

Os participantes foram os alunos participantes do PRP, núcleo interdisciplinar/Matemática de uma universidade federal. Os alunos têm idade compreendida entre 22 e 39 anos, sendo que a média de idade é de 26,6 anos (desvio padrão igual a 5,2 anos). Em relação ao gênero, 7 (70,0%) se identificaram como do gênero masculino, 2 (20,0%) do gênero feminino e um residente se identificou como não-binário. Nesse grupo, 4 alunos estão realizando a Licenciatura em Física, 5 alunos da Matemática e 1 aluno da Filosofia. Ainda destacamos que apesar de ainda estarem cursando algum curso de Graduação, há uma aluna cursando o Mestrado.

Para a coleta dos dados foi disponibilizado o instrumento de pesquisa (questionário) enviado aos *e-mails* dos participantes e/ou ao *WhatsApp* do Grupo em que foram convidados a participarem. Partimos da premissa de que as pesquisas *online* podem ser consideradas semelhantes metodologicamente às pesquisas realizadas utilizando questionários autopreenchidos, diferindo apenas na maneira como são conduzidas.

No caso deste estudo, realizamos a análise de similitude representada através de indicadores estatísticos as ligações existentes entre as palavras em um corpus. A análise de similitude, ou de semelhanças, tem suas bases na teoria dos grafos, parte da matemática que trata das relações que ocorrem entre os objetos em um conjunto, ela possibilita identificar as ocorrências entre palavras (Salviati, 2017).

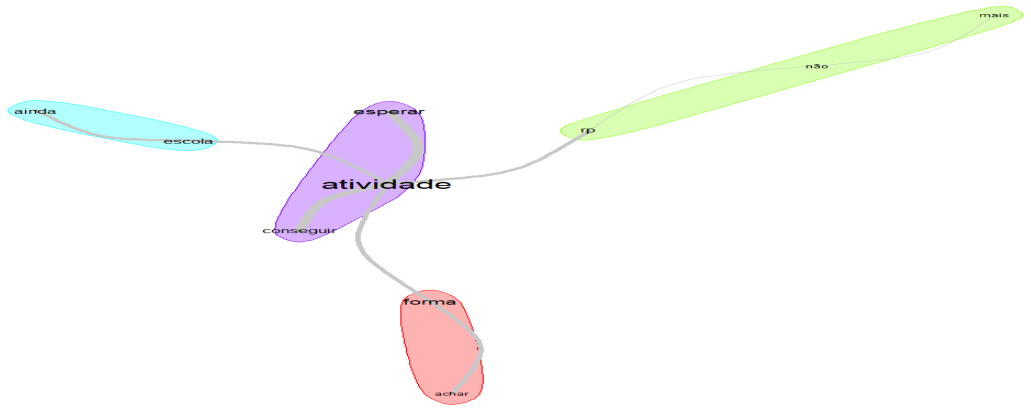
O programa IRaMuTeQ trabalha com unidades de contexto iniciais (UCIs) que podem ser estruturadas de diferentes maneiras dependendo do caráter dos dados coletados. Ao se trabalhar com os trabalhos selecionados, cada texto deve compor uma UCI. O conjunto de UCIs compôs o *corpus* de análise que o programa divide em segmentos de textos, os quais são as unidades de contexto elementar (UCEs). As UCIs são compostas pelas respostas indicadas pelos alunos às questões específicas (QE), que após a coleta, foi organizada para apresentar informação relevante a partir da seguinte pergunta: Qual é sua expectativa em relação às atividades do seu núcleo de Residência Pedagógica?

Neste sentido, as diferentes classes que emergem do *corpus* do texto representam as perspectivas dos residentes da E.E. Professor Alfredo Burkart referente às ações do núcleo Interdisciplinar/Matemática em 2020/2021 em tempos de pandemia. Destacamos que o conjunto de cada um dos depoimentos escritos dos alunos foi organizado em um único texto (corpus), sendo que cada um deles foi definido pelo programa IRaMuTeQ como "segmento de texto".

Resultados

Indicamos aqui as expectativas dos residentes no processo de desenvolvimento das atividades do núcleo de Residência Pedagógica, verificamos que o vocábulo que mais aparece na nuvem de palavras, o substantivo feminino "Atividades", está associado às palavras periféricas: (1) Substantivo feminino "Forma"; (2) Verbo "Esperar", dentre outras palavras periféricas encontradas. Na sequência, apresentamos a análise de similitude, por meio do IRaMuTeQ, em um dendrograma (Figura 1), representando a quantidade e composição léxica de classes a partir de um agrupamento de termos, do qual se obtém a frequência absoluta de cada um deles e o valor de quiquadrado agregado referente à expectativa dos residentes no processo de desenvolvimento das atividades do núcleo de Residência Pedagógica.

Ressaltando a Figura 1, pode-se identificar quatro regiões de diferentes cores, sendo que a de cor roxa no dendrograma, compõe o primeiro grupo. O núcleo central é o substantivo feminino "Atividade", seguido de palavras periférica pela ordem: (1) verbo "Esperar", (2) verbo "Conseguir"; que identificamos como "Realizar atividades pedagógicas para a formação dos residentes". A seguir, indicamos fragmentos referentes a esse primeiro agrupamento: 1) Acabamos de acordar um cronograma de atividades, com objetivos bem mais claros do que o que vínhamos fazendo. Com isso, minhas expectativas são boas como um todo, imagino que o grupo ficará mais focado e talvez retorne à motivação de produzir algo. Entretanto, as expectativas quanto à escola Burkart ainda são baixas; 2) Desenvolver atividades que consigam aliar o conteúdo dos currículos escolares com a realidade atual do Brasil; 3) Poder participar de alguma atividade até o fim do período dessa RP; 4) Minha expectativa é a continuidade das ações e discussões para um melhor desenvolvimento dos residentes; 5) Espero que consigamos realizar atividades presenciais até o final das atividades do meu núcleo de RP.



.
Figura 1. Gráfico de Similitude referente à expectativa dos residentes no processo de desenvolvimento das atividades do núcleo de Residência Pedagógica.
Fonte: Dendrograma gerado pelo software IRaMuTeQ

A expectativa desse grupo de alunos continua convergente a um dos objetivos do PRP que é aperfeiçoar a formação dos discentes de cursos de licenciatura, por meio do desenvolvimento de projetos que visem o fortalecimento do campo da prática e que o conduzam a exercitar de forma ativa a relação entre teoria e prática profissional docente (Ministério da Educação, 2018). Outra questão que destacamos é que há expectativa no retorno das atividades presenciais, buscando aliar, por exemplo, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, à realidade atual brasileira.

O segundo grupo, identificado no dendrograma pela cor vermelha, tem como núcleo central o substantivo feminino "Forma" associado diretamente com o verbo "Achar", na qual chamaremos de "Realizar atividades na escola mesmo de forma remota". Apresentamos, a seguir, fragmento referente a esse agrupamento: "Espero que as atividades nas escolas sejam possíveis ainda antes do fim do projeto, mesmo que de forma remota".

Concebemos que esse grupo ou esse aluno entende que, embasados em Tardif (2014), que para a formação do professor é preciso a aquisição de saberes disciplinares somados aos saberes da experiência. Incluindo compreender os saberes práticos específicos do local de trabalho, além de conhecer as rotinas, valores e regras da escola.

Além disso, concebe-se que segundo Rosseto et al. (2020), a transição para o ensino de forma remota foi imprescindível para minimizar os impactos à educação em decorrência da falta de aulas presenciais. Desse modo, essa modalidade de ensino em ambiente virtual é desafiante e requer por parte do docente reflexão constante e criatividade, ao mesmo tempo em que professores e alunos são levados a praticar um reaprendizado em ensinar e aprender.

Interessante destacar que há a expectativa no desenvolvimento de atividades nas escolas, mesmo que seja de forma remota. A possível regência através do ensino remoto é algo que causou certo desconforto no início, devido a insegurança e a adaptação necessária, mas graças aos encontros, palestras e suporte do PRP por parte dos coordenadores e professores preceptores, o processo se tornou mais dinâmico e encorajador, e incentivou a atuação no âmbito escolar.

O terceiro agrupamento, identificado no dendrograma pela cor verde, tem como núcleo central o substantivo feminino "Residência Pedagógica" associado diretamente com os advérbios "Não" e "Mais", na qual chamaremos de "Há expectativa de desenvolver mais atividades no âmbito do Programa". Indicamos, a seguir, fragmento referente a esse agrupamento: 1) Por motivos pessoais tive que sair do RP, me mantendo apenas como voluntário. Desta forma, não tenho mais tanto tempo para me dedicar ao projeto, mas não quero abandoná-lo justamente porque o acho muito relevante. Então espero poder contribuir, na medida do possível, com as atividades que os demais membros acharem relevante. Estou particularmente ansioso para uma produção que possamos publicar ou divulgar. Acho importante que o que fazemos aqui seja colocado de forma útil para fora. Desta forma, tenho uma expectativa para a produção de artigos e relatos de experiência; 2) Acredito que nesses meses restantes ainda podemos trabalhar aspectos que não foram trabalhados no nosso núcleo, principalmente se as coisas melhorarem ano que vem, com a melhora da situação pandêmica.

Observamos que neste agrupamento há, apoiados em Becker, Sawitzki, Callai e Borck (2020), destaque à importância do programa para a formação docente por ser um espaço que permite discussões e reflexões acerca da prática docente, além da produção de textos relatando as atividades desenvolvidas. Além disso, estudos de Tardif (2014) e Pimenta (1999) indicam que a experiência no ambiente escolar produz saberes que constituíram a identidade docente. Nesse caso, o PRP cria espaço para a produção de material reflexivo indicado pela vivência pelo licenciando das estratégias que possibilitem a constituição de novos saberes.

O quarto grupo, identificado no dendrograma pela cor lilás, tem como núcleo central o substantivo feminino "Escola" associado diretamente com o advérbio "Ainda", na qual chamaremos de "Desenvolver atividades diretamente na escola". Indicamos, a seguir, os fragmentos referentes a esse agrupamento: 1) Conseguir alguma aproximação com alguma das escolas, seja para observação ou para aplicar alguma atividade; 2) Com a volta às aulas espero que retorno as interações com os alunos, pois é onde de fato podemos ver o resultado das ideias e vontade de todos alinhados no objetivo de fomentar o saber e despertar a curiosidade.

Apoiados nos fragmentos de fala desses residentes, considera que a escola é o espaço no qual a prática docente acontece, permitindo perceber a cultura profissional docente que é constituída segundo Sarti (2009) como os valores, as representações, os saberes e os fazeres.

Considerações finais

Pressupõe-se que na perspectiva da formação é preciso aprender continuamente com a realidade, uma vez que é na prática, na troca de saberes é que se dá o aprendizado, sendo possível que se torne um agente capaz de gerir o seu próprio fazer, sendo proativo e capaz de criar, relacionar, argumentar e participar do espaço escolar.

Além disso, a pandemia da Covid-19 que se instaurou no mundo demandou uma superação de desafios em todas as esferas sociais, também atingiu o PRP, os residentes, professores preceptores, professores coordenadores e as escolas, exigindo das ações do núcleo e do contexto educacional, ações emergenciais necessárias para garantir a sua continuidade.

Nesse contexto, percebe-se no posicionamento dos alunos em formação inicial, tomando considerações de Cunha, Braccini e Feldkercher (2015) que há interesse deles em discutir suas práticas, repartir dificuldades e diferenças, compartilhar frustrações e sucessos. Diante dessa perspectiva, as reuniões pedagógicas virtuais do PRP foram utilizadas como espaço para propiciar trocas e relatos de experiências frente os desafios no planejamento das aulas e encontros virtuais e discussões sobre a formação inicial dos residentes acompanhadas de processos reflexivos. Além disso, a inserção de professores iniciantes no espaço escolar amplia a compreensão para além dos aspectos pedagógicos, abordando as condições de trabalho dos novos professores.

Na perspectiva da formação, é preciso aprender na prática ou na troca de saberes que dá-se o aprendizado, permitindo que o professor em formação inicial torne-se um agente capaz de gerir o seu próprio fazer, capaz de criar, relacionar, argumentar e participando das atividades propostas no âmbito da PRP.

Referências e bibliografia

Becker, E. P., Sawitzki, R. L., Callai, A. N. A., & Borck, M. P. (2021). A relação entre o Programa Residência Pedagógica e a Formação Continuada de Professores Preceptores. *Iniciação & Formação Docente*, 7(4), 969-980.

Brasil. (2018). Edital CAPES 06/2018. *Dispõe sobre a Residência Pedagógica*. Recuperado de https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/01032018-edital-6-2018-residencia-pedagogica-pdf

Ministério da Educação. (2018). Brasil. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC):* Educação é a Base. Brasília. Recuperado de http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

Cassab, M. (2015). Formação inicial de professores de Ciências e Biologia: a prática de ensino na escola como espaço formativo para a reflexão crítica. *Ensaio*, 8(1), 1-9.

Cunha, M. I., Braccini, M. L., & Feldkercher, N. (2015). Inserção profissional, políticas e práticas sobre a iniciação à docência: avaliando a produção dos congressos internacionais sobre o professorado principiante. *Avaliação*, 20, 73-86.

Dassoler, O. B., & Lima, D. M. S. (2012). A Formação e a Profissionalização Docente: Características, Ousadia e Saberes. In anais do I Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul. Caxias do Sul. Rio Grande do Sul. Brasil.

Pimenta, S. G. (1999). *Saberes Pedagógicos e Atividade Docente*. Cortez.

Rosseto, L. P. et al. (2020). Relatos de experiências de professores do nível superior no processo de ensino-aprendizagem durante a pandemia Covid-19. *39º Seminário de Atualização de Práticas Docentes*, 2(2), 1-6.

Salviati, M. E. (2017). *Manual do Aplicativo IRaMuTeQ* (Apostila de Curso). Embrapa Cerrados. Recuperado de http://www.IRaMuTeQ.org/documentation/fichiers/manual-do-aplicativo-IRaMuTeQ-par-maria-elisabeth-salviati

Sarti, F. M. (2009). Parceria intergeracional e formação docente. *Educação em Revista*, 25(2), 133-152.

Tardif, M. (2014). *Saberes docentes e formação profissional*. Vozes.

Experiencia de trabajo con resolución de problemas en el Profesorado de Educación Secundaria en Matemática

Ivana del Valle **Sánchez**
Instituto de Educación Superior Estanislao Maldones, Provincia de Catamarca
Argentina
ivanasanchezpieriquinto@gmail.com
Noelia **Saleme**
Instituto de Educación Superior Estanislao Maldones, Provincia de Catamarca
Argentina
nsaleme@catamarca.edu.ar
Sandra Marcela **Vera**
Instituto de Educación Superior Estanislao Maldones, Provincia de Catamarca
Argentina
verasandramarcela@gmail.com
Soraya **Pol**
Instituto de Educación Superior Estanislao Maldones, Provincia de Catamarca
Argentina
sorayaepol@gmail.com

Resumen

El presente trabajo introduce a una experiencia desarrollada desde las cátedras Taller Cálculo Aritmético y Trigonométrico, Aritmética Formal, UDI (espacio de definición institucional) y Prácticas y Residencia Docente, del Profesorado en Educación Secundaria de Matemática del Instituto Educación Superior Estanislao Maldones dónde se llevó a cabo un trabajo experimental, sobre la resolución de problemas como estrategia para lograr el acceso al conocimiento a partir de la justificación, interpretación y argumentación de hipótesis propuestas para la resolución de los mismos. Exponer los actos favorecedores del aprendizaje a partir de esta metodología, es uno de los propósitos fijados, de manera que sean adoptados en su tarea como futuros docentes en Matemática. A tales efectos se seleccionaron seis problemas que fueron resueltos por estudiantes de primer y cuarto año, donde se analizó las resoluciones presentadas por ellos, para poder reflexionar sobre los obstáculos y aciertos a la hora de exponer una solución.

Palabras clave: Resolución de problemas; Estrategia; Reflexión; Educación Matemática; Metodología.

Marco Teórico

La persistente insatisfacción por los resultados matemáticos que presentan los alumnos en nuestro país en general y en nuestra provincia en particular nos interpela en la búsqueda continua de estrategias, modelos y metodologías didácticas.

Resulta trascendental, el preguntarse y cuestionarse acerca del escaso rendimiento en matemática de los futuros egresados de las escuelas secundarias en nuestra provincia, de la diversidad de factores que afectan de manera directa e indirecta en las masivas reprobaciones que se evidencian en la ciencia, a través de los operativos de evaluación nacional.

Este bajo rendimiento en general, profundizado en matemática, y confirmado en el último censo Aprender 2021 (Ministerio de Educación de la Nación, 2021), se convierte en una pieza fundamental para proponer el desarrollo de la investigación en nuestro Instituto de Educación Superior.

> La prueba Aprender en Matemática evalúa: […] una capacidad cognitiva general: la resolución de problemas que consiste en la solución de situaciones que resulten desafiantes para el estudiante requiriendo reinvertir los conocimientos matemáticos disponibles. Esta capacidad demanda a los/as estudiantes las capacidades de reconocer, relacionar y utilizar información; determinar la pertinencia, suficiencia y consistencia de los datos; reconocer, utilizar y relacionar conceptos; utilizar, transferir, modificar y generar procedimientos; juzgar la razonabilidad y coherencia de las soluciones y justificar y argumentar sus acciones (Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología de la Nación, 2018, p.14)

En las últimas reformas educativas se postularía en nuestro país, la **"resolución de problemas"** como vía de acceso al conocimiento significativo. Este tipo de metodología, está inspirada en las corrientes internacionales, surgidas en Francia en las últimas décadas del siglo pasado. Tal como lo muestran las ideas de Vergnaud sobre el aprendizaje de los conceptos, y los aportes de Guy Brousseau sobre las interacciones entre los alumnos, el docente y los saberes matemáticos que se dan en una clase, particularmente en la teoría de situaciones didácticas (Brousseau, 1986, como se citó en Sadovsky, 2005). La propuesta se fundamenta en una idea que hoy es sentido común entre los educadores: los estudiantes pueden aprender –en la interacción con situaciones problemáticas– sin que sus profesores les transmitan directamente los conocimientos. De este modo, al igual que en muchos otros países, las tareas centrales asignadas al profesor serían las siguientes:

a) diseñar actividades y situaciones mediante las cuales los alumnos construyan los conceptos matemáticos; y
b) coordinar las discusiones en las que estudiantes interactúan con sus compañeros para explicar sus procedimientos, validar sus estrategias, o revisar sus hipótesis (Avila, 2016).

Es un hecho que se incluyen los problemas con mayores frecuencias en los proyectos pedagógicos a desarrollar en nuestras aulas, sin embargo, se los visualiza aún como un escenario de entrenamiento a modo de aplicación, sin ser útiles para construir nuevos conocimientos.

Las nociones teóricas cobran relevancia y sentido cuando nos permiten analizar, comprender y reconsiderar las situaciones que nos atraviesan en nuestro trabajo. Es correcto afirmar que los nuevos enfoques de enseñanza que nos interpelan y al cual nos adherimos buscan en nuestros alumnos la construcción de conocimiento, la adquisición de saberes que estén disponibles para ser reutilizados en la resolución de situaciones diversas, pudiendo decidir en forma autónoma qué conocimientos usar, cuándo usarlos y cómo hacerlo, además, interesa que esos saberes puedan ser expresados de manera adecuada y que estén vinculados entre sí de manera organizada.

Existe la convicción que para que esto ocurra, y en concordancia con los diseños curriculares provinciales y los núcleos de aprendizaje prioritarios (NAP), los alumnos deben resolver problemas. Al respecto, en los Cuadernos para el aula del Ministerio de Educación de la Nación se afirma:

> Consideramos que cada actividad constituye un problema matemático para un alumno en la medida en que involucra un enigma, un desafío a sus conocimientos matemáticos, es decir; si estos le permiten iniciar la resolución del problema y para hacerlo, elabora un cierto procedimiento y pone en juego las nociones que tiene disponibles, modificándose y estableciendo nuevas relaciones (Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación, 2007, p. 17).

Analizando la propuesta de los marcos normativos curriculares, Núcleos de Aprendizaje Prioritarios, NAP, Ministerio de Educación de la Nación (2005), y los Diseños Curriculares Provinciales del Nivel Secundario encontramos una mayor explicitación del tipo de trabajo que se espera promover y que da cuenta de una perspectiva más pragmática acerca de los conceptos matemáticos. Retomando la idea de teoría de situaciones didácticas en concordancia con acuerdos políticos educativos de nuestro país, es que se toma como muestra de estudio a los docentes en formación de la carrera Profesorado de Nivel Secundario en Matemática del IES Estanislao Maldones, situado en San José de Piedra Blanca- Departamento Fray Mamerto Esquiú de la provincia de Catamarca durante el cursado del ciclo lectivo 2022. Con el propósito de promover "**el hacer matemático**", incorporando la resolución de problemas como una metodología vertebral para construir conocimiento.

Metodología

Existen diferentes métodos de enseñanza dirigidos a la asimilación de conceptos, teorías e información por parte de los alumnos. Dentro de los métodos enseñanza (Davini, 2015) menciona el método de resolución de problemas y sostiene que aprender resolviendo problemas es un proceso que acompaña a las personas a lo largo de toda la vida.

Si bien consideramos que, los alumnos aprenden matemática resolviendo problemas y reflexionando sobre lo realizado (Agrasar y Chemello, 2008), la formación matemática de un profesional requiere de situaciones que permitan vincular dichas resoluciones y reflexiones con las tareas inherentes a su oficio.

Varios autores (Lerner, Stella y Torres, 2009; Robert y Douady, 2001 como se citó e en Chemello, Agrasar, Chara, y Grippa, s. f.) destacan la pertinencia de proponer situaciones formativas que denominan de "doble conceptualización. Estas situaciones persiguen un doble objetivo: lograr, por una parte, que los futuros docentes construyan conocimientos matemáticos y, por otra, que elaboren conocimientos referidos a las condiciones didácticas necesarias para que sus alumnos puedan apropiarse de un recorte de dichos conocimientos.

La resolución de problemas desarrolla la capacidad crítica, la inventiva y el sentido práctico, pone el razonamiento al servicio de la acción, integra distintos conocimientos y experiencias previas.

> Hacer Matemática implica mucho más que conocer definiciones, propiedades o teoremas y saber en qué momentos aplicarlos. Hacer Matemática implica resolver problemas. Cuando decimos resolver problemas lo decimos en sentido amplio, pues la resolución en sí es solo una parte del trabajo. El conocimiento matemático no se construye como una consecuencia inmediata de la resolución de uno o más problemas, sino que requiere que el alumno se haga preguntas, que pueda explicitar los conocimientos puestos en juego para resolverlos, que determine aquellos que pueden reutilizarse en otras situaciones, que pueda apoyarse en argumentos matemáticos para dar cuenta de cómo los resolvió, defender sus posturas en un espacio de intercambio con sus pares y con el docente, interpretar las estrategias utilizadas por sus compañeros y – eventualmente- adoptarlas (INFoD, 2017, p. 2).

Tomando en cuenta esta idea las asignaturas: Taller: Cálculo Aritmético y Trigonométrico que se dicta en el primer año del primer cuatrimestres, Aritmética Formal de primer año del segundo cuatrimestre, UDI (unidad de definición Institucional) y el espacio de Prácticas y Residencia ambos de cuarto año del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática del IES Estanislao Maldones, propusieron seleccionar seis problemas referidos al orden algebraico, aritmético y geométrico para obtener información sobre las formas de abordaje de los mismos por los diferentes estudiantes, los interrogantes que surgen, las validaciones y/o justificaciones y la socialización de los resultados y/o estrategias de resolución por parte de ellos, tomando en cuenta el año de cursado.

Si bien esta es una primera experiencia, se pretende hacer un seguimiento de estos estudiantes a lo largo del trayecto formativo, de manera que se pueda detectar aquellas habilidades de trabajo intelectual asociadas a la práctica, como así también a la búsqueda de nuevos conocimientos, la formulación de hipótesis y la toma de decisiones para la acción con el fin de resolver problemas en nuevas situaciones.

De los seis problemas, anteriormente enunciados, tres de ellos se propusieron para ser resueltos en la cátedra Taller Cálculo Aritmético y Trigonométrico y los otros tres problemas se resolvieron con los mismos estudiantes en el segundo cuatrimestre en la materia Aritmética Formal. A su vez, estos seis problemas serán resueltos por los estudiantes de cuarto año en el espacio UDI, como así también, puestos en práctica en el espacio de Prácticas y Residencia de cuarto año, a modo de ensayo en el ciclo lectivo 2023.

De los problemas propuestos uno de ellos (ver anexo) fue seleccionado de la capacitación docente propuesta por el ministerio de Educación de la Nación Argentina denominada Ateneo Didácticos en el marco del Programa Nuestra Escuela, que se presentó como *espacio de análisis*

y reflexión sobre situaciones complejas de la práctica docente y el desafío de pensar propuestas didácticas para fortalecer la tarea concreta en el aula e impactar positivamente en los aprendizajes (Ministerio de Educación, Ciencias y Tecnología de la Nación, 2018).

Teniendo en cuenta esta idea, se compartirá algunas de las situaciones presentadas por los estudiantes al momento de resolver las situaciones planteadas, acompañado de un análisis didáctico realizado sobre los conocimientos que los alumnos pusieron en práctica. Por otra parte, se aporta información de las dificultades, logros o formas diversas de resolución. Así también es insumo de **cómo** trabajar en clase para permitir un acceso democrático al saber desde una perspectiva colaborativa y constructiva.

Análisis de los resultados.

De los seis problemas seleccionados para esta experiencia, se analizó el problema de la Tira de colores que fue resuelto por estudiantes de primer año, en la asignatura Aritmética Formal que se dicta en el segundo cuatrimestre, y por estudiantes de cuarto año en el espacio UDI.

En primer año

- La actividad se presenta como trabajo grupal, sin embargo, cada participante comenzó resolviendo en forma individual el Problema 1 (ver anexo), fue necesario intervenir para sugerir que entre todas las posibles propuestas formulen una que sea viable.

- Dificultad para poder argumentar matemáticamente las propuestas de resolución presentada, solo se basaron en pensar una estrategia que les permita reconocer cuáles serán rojo, pero no pudieron argumentar matemáticamente.

- Conclusiones erróneas, producto de una interpretación basada en supuestos sin realizar un análisis global del problema, por ejemplo
  418 y 128 son rojo porque es par y el 8 está pintado de rojo
  625 no es rojo porque es impar
  400 es rojo porque termina en 0

Estrategias utilizadas

- Una de las estrategias válida que utilizaron 2 de los tres grupos de trabajo, fue expandir la tira de colores hasta el número 600, a pesar de ser válidas algunas conclusiones fueron: Cada 20 números es rojo, por lo tanto 400 será rojo, el resto no.

- Diseñaron una nueva tira de colores agrupando de a 4 los números, concluyendo que cada 4 números se repetía el rojo. Luego multiplicaban por 4 y comparaban que todos los rojos cumplían esta condición. Siguiendo este análisis concluyeron que 32x4 = 128 por eso está pintado de rojo y 100x4 = 400 que también será rojo. Continuaron con 105x4 = 420, y a esto le restaron 2, concluyendo que 418 es naranja y como 170x4 = 680, le resto 5 y me da 675 que es amarillo.

Una vez expuestas estas estrategias y teniendo en cuenta que esta actividad se presentó el primer día de clases, y a pesar que en la materia Cálculo Aritmético y Trigonométrico ya habían trabajado algunos problemas en forma grupal, se evidencio que es necesario seguir fomentando el trabajo colaborativo. Al presentar las estrategias desarrolladas por cada grupo se visualizó que la capacidad de aceptar lo diferente, y comunicar sus pensamientos respetando el de otros, se había alcanzado. Les permitió revisar y reformular los significados construidos, y entre todos poder avanzar en la comunicación de los resultados con el uso de un lenguaje de mayor precisión para describir la situación matemática presentada.

Cuarto año

El problema 1a) de la tira de colores también se presentó en el taller de UDI, pero de forma individual. Se trata de un problema que puede ser resuelto desde un punto de vista aritmético y también algebraico. La mayoría de los alumnos optó por resolverlo de forma aritmética. Hay casos en donde los alumnos observaron la tira de colores (la secuencia de colores se repite) e incluso la ampliaron para analizar la situación planteada, llegaron a la conclusión de que los casilleros que están pintados de rojo son múltiplos de cuatro, luego a los números 400, 418, 675 y 128 lo dividieron en 4, si el resto de la división les daba cero concluían que el número estaba en la casilla de rojo.

Algunas conclusiones erróneas supusieron que como el 4 y 0 están pintados de rojo, el 400 es rojo.

En esta ocasión se trabajó en forma individual para que los alumnos sean capaces de tener el control de sus resultados y la validación de los mismos. Lo que se busca es crear en ellos, la autonomía de elegir una estrategia de resolución y hacerse cargo de la validación de los resultados.

En base a todo lo expuesto con respecto a la experiencia realizada de manera inédita en el IES Maldones, considerando los aportes del material brindado por el Ministerio de Educación y teniendo en cuenta la línea teórica de nuestros diseños curriculares, estamos en condiciones de bosquejar una incipiente conclusión sobre como procesan los alumnos el conocimiento matemático al abordarlo desde la resolución de problemas como método de enseñanza y aprendizaje y como promueven nuevas capacidades cognitivas. Un camino atravesado por la producción, la reflexión y el análisis de lo producido en un ejercicio de trabajo colaborativo.

En primera instancia reconocen que la resolución de problemas es una estrategia metodológica que fomenta un aprendizaje significativo de los contenidos matemáticos. La educación matemática debería proveer a los estudiantes una aproximación al hacer matemático, más que un mero desarrollo mecánico de habilidades, brindándoles la oportunidad de una concepción donde la resolución de problemas constituye el punto de partida de la cual emerge un concepto matemático concreto, asociado a estructuras matemáticas con sentido y significado en contextos de aprendizajes situados.

A modo de cierre, podemos concluir, si bien esta es una experiencia que tiene como objetivo realizar un seguimiento de la trayectoria de los docentes en formación, y solo se presenta el comienzo de ella, la actividad de enseñar matemática está relacionada con el quehacer matemático, implica que los estudiantes sean capaces de desarrollar diversas y variadas maniobras para resolver todo tipo de problema, entrar en las características del pensamiento matemático, permitirles vincularse a la forma de producción del conocimiento matemático, asumiendo lo complejo y prolongado de esta tarea: la función que se asigne a la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas, depende, por una parte, del modelo epistemológico implícito que sostiene la noción de problema de matemática y, por otra, de lo que en cada caso se crea que significa 'enseñar' y 'aprender matemática'" (Gascón,1994, como se citó en Ministerio de Educación de la provincia de Catamarca, 2016).

Por último, adoptamos el aporte de B. Charlot (1986) que sostiene:

> para aprender matemática es necesario que las y los estudiantes tengan la oportunidad de hacer matemática. Hacer matemática es un **trabajo del pensamiento** que construye los conceptos para resolver problemas, que plantea nuevos problemas a partir de conceptos así construidos, que rectifica los conceptos para resolver problemas nuevos, que generaliza y unifica poco a poco los conceptos en los universos matemáticos que se articulan entre ellos, se estructuran, se desestructuran y se reestructuran sin cesar (Charlot, 1986, p.3).

Referencias y bibliografía

Agrasar, M., & Chemello, G. (06 de 2008). *Qué hay que saber sobre Matemática. Un instrumento de formación del pensamiento.* Obtenido de Revista Monitor de la Educación Nº17: http://www.me.gov.ar/monitor/nro0/pdf

Avila, Á. (2016). En Matemática... ¿qué nos dejaron las reformas de fin del siglo XX? *Universidad de Costa Rica, portal de revistas academicas*, 39-50. Obtenido de https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6959

Charlot, B. (1986). *ISFD 112.* Obtenido de ISFD 112: https://isfd112-bue.infd.edu.ar/sitio/wp-content/uploads/2020/03/01-Articulo-de-Charlot-traducido.pdf

Chemello, G., Agrasar, M., Chara, S., & Grippa, A. (s. f.). *Dirección General de Educación Superior.* Obtenido de Direccipon General de Educación Superior: https://dges-sal.infd.edu.ar/sitio/upload/Matematica_Clase_6__Modulo_2.pdf

Davini, M. C. (2015). *La Formación en la Práctica Docente.* Ciudad Autonoma de Buenos Aires: Paidós.

Ministerio de Educación de la Nación. (01 de 12 de 2021). *Argentina.gob.ar*. Obtenido de Argentina.gob.ar: https://www.argentina.gob.ar/educacion/evaluacion-informacion-educativa/aprender/aprender-2021

Ministerio de Educacion de la provincia de Catamarca. (2016). *Ministerio de Ecducación - Gobierno de Catamarca.* Obtenido de

https://web.catamarca.edu.ar/sitio/images/documentos/DisenosCurriculares/primaria/diseno_primaria.pdf

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. (2007). *Serie Cuadernos para el Aula.* Ciudad Autonoa de Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Ministerio de Educación, Ciencias y Tecnología de la Nación. (2018). *Biblioteca Nacional de Maestros y Maestras.* Obtenido de Biblioteca Nacional de Maestros y Maestras: http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL005967.pdf

Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología de la Nación. (2018). *Marco Nacional para la Mejora del Aprendizaje en Matemática.* Ciudad Autonoma de Buenos Aires: Ministerio de Edcuación de la Nación. Obtenido de Argentina.gob.ar.

Sadovsky, P. (2005). *Universidaad de la Republica de Uruguay.* Obtenido de Facultad de Ingeniería: https://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria_situaciones.pdf

Anexo

Actividades De Análisis:

Los siguientes problemas fueron Extraídos del Ateneo N° 1: **"El caso de la Tira de Colores"** – Ministerio de Educación, año 2018.

En grupo de hasta 4 (cuatro participantes) resolver el siguiente problema:

Problema 1: La siguiente tira numerada está pintada de 4 colores, empezando con el color rojo en cero. Los colores se repiten siempre en el mismo orden.

Rojo 0	Verde 1	Naranja 2	Amarillo 3	Rojo 4	Verde 5	Naranja 6	Amarillo 7	Rojo 8	Verde 9

a) ¿cuáles de los siguientes casilleros no están pintados de rojo?

400 418 675 128

b) ¿Es posible saber de qué color está pintado cada uno?

c) Encuentra un casillero entre 59 y 79 que este pintado de rojo. ¿Cuántos es posible encontrar?

Problema 2: En una tira numerada de 6 colores diferentes que empieza en 0, el casillero 13 es negro. ¿Es cierto que en esa tira el casillero 55 también es negro? ¿Y el 63?

Problema 3: a) Pinta esta tira con 3 colores distintos y ordenados de manera que el número 34 sea verde

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

b) Pinta la tira con 4 colores distintos y ordenados de manera que el número 34 sea verde

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Problema 4: Una tirada numerada de 6 colores diferentes comienza en 0. Señala que casillero entre 108 y 113 van a tener el mismo color que el 74.

Problema 5: Considera la siguiente tira de colores ordenados numerada

Rojo 0	Azul 1	Verde 2	Amarillo 3	Naranja 4	Rojo 5	Azul 6	Verde 7	Amarillo 8	Naranja 9

Si **n** representa cualquier número natural o cero:

. ¿De qué color están pintaos todos los casilleros de la forma **5n**?
. ¿Es verdad que todos los casilleros de la forma **2n** están pintados de verde?
. ¿Cómo se podrían expresar todos los números de los casilleros pintados de azul? ¿Y los pintados de amarillo?
. ¿Es verdad que todos los casilleros cuyos números son de la forma **5n + 4** están pintados de naranja? ¿Y los de la forma **10n + 4** también?

Problema 6: Una tira numerada comienza en 0 y está pintada de colores diferentes. Se sabe que todos los casilleros son de la forma **7n + 2**, donde **n** representa cualquier número natura o cero, están pintados de azul.

. Escribí los números de 3 casilleros que sean azules
. ¿Dé cuántos colores está pintada la tira?
. ¿Es verdad que el casillero 100 este pintado de azul? ¿Y el 107?

Formação docente de Matemática a distância e mediação

Zenilda Botti **Fernandes**
Universidade Federal do Pará
Brasil
zbottif@gmail.com

Resumo

Esta comunicação tem por objetivos analisar e refletir sobre o processo de mediação didático-pedagógica no curso de formação de professores de Matemática a Distância da UFPA. Adotei a abordagem histórico-dialética (Fiorentini &Lorenzato,2009) na composição dos dados, oriundos de fontes bibliográficas, documentais e orais. Os resultados da pesquisa apontaram que o processo formativo a distância se intensificou por meio da autoaprendizagem, da interaprendizagem e do intercâmbio (Moran, 2000), na construção de conhecimentos como resultado das interações interpessoais e grupais, de acordo com o que preconizou Vygotsky (1987). A mediação ficou restrita aos tutores presenciais e ao guia didático, haja vista as condições limitantes da região amazônica em relação às TIC's como ferramentas de integração e apropriação do conhecimento. Portanto, essa investigação é relevante por se situar na perspectiva colaborativa à aprendizagem da docência em Matemática uma vez que os modos de ensinar e aprender têm implicações significativas na prática pedagógica do futuro professor.

Palavras-chave: Educação Matemática; Educação Superior; Ensinamentos a Distância; Mediação didático-pedagógica; Formação inicial de professores; TIC's; Pesquisa qualitativa; Belém-Pará; Universidade Federal do Pará; Brasil.

Introdução

Esta comunicação faz parte da investigação situada na área da Educação Matemática realizada no doutorado, cujo objetivo é analisar e refletir sobre o processo de mediação didático-pedagógica no curso de formação de professores de Matemática a Distância da UFPA, ofertado em consórcio com a Universidade Aberta do Brasil (UAB) e com o Centro de Educação a

Distância do Estado do Rio de Janeiro (CEDERJ) para a produção do material didático utilizado no curso. O Programa é mantido pelo governo federal que articula as instituições de ensino superior e os governos estaduais e municipais com vistas a atender às demandas locais por educação superior, por meio da educação da distância.

O curso de Licenciatura em Matemática pesquisado, é oferecido em dez blocos de disciplinas semestrais, com um encontro semanal presencial, sob a orientação de um tutor presencial. O professor formador orienta as ações da disciplina remotamente a partir da UFPA por meio de encontros semestrais presenciais de planejamento, pela plataforma Moodle e pelo e-mail.

Para melhor identificação dos objetivos propostos, estruturei o texto na seguinte ordem: num primeiro momento introduzo a temática contextualizando brevemente a pesquisa. Em segundo, faço uma síntese dos referenciais teóricos sobre mediação na perspectiva filosófica e didático-pedagógica. Em terceiro, trato dos fundamentos metodológicos da pesquisa e em quarto, apresento os resultados da pesquisa, e por último, as considerações aproximativas.

Fundamentos teóricos

As práticas da mediação sempre existiram nas sociedades por estarem ligadas a situações conflituosas nos diferentes lugares e espaços ao longo da história, nas quais a pessoa do mediador atua para colocar termo ou buscar o consenso na solução de problemas. Essa presença diversificada da mediação tem constituído um caleidoscópio de sentidos e significados produzidos por lentes teóricas que sinalizam os movimentos e a dinâmica contraditória da realidade a partir de um olhar específico para cada área de conhecimento. Como categoria filosófica, é necessário situar a mediação em relação à totalidade, como vista por Kosik (1976), em que, "cada fenômeno pode ser compreendido como elemento do todo [...] e a mediação da parte e do todo significa, ao mesmo tempo, que os fatos isolados são abstrações, que só mediante sua união ao conjunto correspondente adquirem veracidade e concreção" (p.55).

Em Hegel (2008), a realidade se apresenta inicialmente como "simples aparência, como imediata (Unmittelbar), fragmentada, conhecimento abstrato que se opõe ao conhecimento do ser, real, concreto, que consiste em descrever o modo como uma realidade é produzida, e conhecer a gênese, o processo de constituição pelas mediações (Vermittlung) contraditórias, é conhecer o real" (p. 78).

Vázquez (2011) contribui com o debate afirmando que o processo de mediação passa necessariamente pela relação teoria-prática "na medida em que materializa, através de uma série de mediações, o que antes só existia idealmente, como conhecimento da realidade ou antecipação ideal de sua transformação (p. 207). Portanto, o ponto de partida para discutir mediação como categoria didático-pedagógica, está no pressuposto de que a práxis educativa se constitui numa prática social, e como tal, é orientada por objetivos, finalidades e conhecimentos, que pressupõe uma relação teoria-prática. Nesse sentido, o processo formativo deve possibilitar ao homem constituir-se como sujeito histórico a agir sobre a realidade, mediada por instrumentos e signos produzidos culturalmente, conforme preconizou Vygotsky (1987).

Assim definida, a mediação assume papel central nos processos de ensinar e aprender, podendo ser comparada a uma construção alicerçada em recursos tecnológicos, materiais didáticos diversificados e por sujeitos que interagem e se comunicam com o apoio dos recursos tecnológicos. Desta perspectiva, o "didático-pedagógico" se efetiva pela via da mediação em contraponto ao que historicamente (ainda) vem sendo enfatizado nos cursos de formação de professores e praticado nas salas de aula ao polarizar o ensino na pessoa do professor como transmissor do conhecimento como atividade central na sala de aula.

Moran (2000) assume que a mediação didático-pedagógica está relacionada com "a atitude, o comportamento do professor com a disposição de ser uma ponte entre o aprendiz e sua aprendizagem - não uma ponte estática, mas uma ponte 'rolante', que ativamente colabora para que o aprendiz chegue aos seus objetivos (p. 166). O autor sintetiza essas novas relações como autoaprendizagem, interaprendizagem e intercâmbio, ratificando a importância da abordagem da mediação na perspectiva dialética.

No caso da EaD, o professor formador e o tutor presencial somam-se aos alunos, aos recursos didáticos e o suporte tecnológico para 'estar entre' 'estar com' e 'estar para'. Outrossim, a passagem do plano imediato em que se encontra o aluno, para o polo mediato onde se encontra o professor, é permeado pelas diferenças de conhecimento e de experiências de um e de outro, mas que se entrelaçam no esforço de ambos, auxiliados por recursos diversificados e a metodologia dialética, criando novas possibilidades de problematização e construção de novos saberes, superando a visão fragmentada da realidade, em perspectiva de transformação.

A mediação dialética coloca em evidência o licenciando no papel de sujeito, de aprendiz, de ator, ao participar ativamente e com responsabilidade, o que lhe cabe na busca por aprender e alcançar os objetivos que se propôs. Posto que aprender é um processo inalienável, em que participam conjuntamente alunos e professores, é como disse Freire (1981), "ninguém educa ninguém, como tampouco ninguém se educa a si mesmo: os homens se educam em comunhão, mediatizados pelo mundo" (p. 23). Da mesma forma, Perez e Castillo (1999) acentuam os papeis de alunos e professores nesse âmbito: "a mediação pedagógica busca abrir um caminho a novas relações do estudante com os materiais, com o próprio contexto, com outros textos, com seus companheiros de aprendizagem, incluído o professor consigo mesmo e com seu futuro" (p. 10).

Fundamentos Metodológicos

Para o desenvolvimento da pesquisa adotei os fundamentos teórico-metodológicos da abordagem histórico-dialética, de acordo com a assertiva de Fiorentini & Lorenzato (2009), por considerá-la adequada ao estudo sobre formação de professores, um processo dinâmico, crítico e transformador, que tem na mediação seus fundamentos ontológicos e epistemológicos, cujos pressupostos consideram o contexto histórico, o núcleo central para a compreensão e a interpretação da realidade social, e neste caso específico, os significados dos fenômenos formativos.

Busquei na modalidade qualitativa em Bogdan & Biklen (1994) os referenciais para realizar a investigação pelo fato de propiciar a inserção do pesquisador no ambiente da pesquisa

e possibilitar a descrição e a análise de cada aspecto em sua riqueza e no que é relevante para a composição dos dados em sua processualidade e não apenas em seus resultados.

Utilizei a entrevista semiestruturada e a análise documental para o processo de coleta de dados por considerá-los importantes parâmetros que contou com as falas dos professores formadores e dos tutores presenciais e das fontes documentais que compuseram o arcabouço legal e pedagógico do curso. O procedimento utilizado para a categorização e interpretação dos dados foi a técnica de análise de conteúdo, a partir do que propôs Bardin (2011) em três polos cronológicos: a preanálise, a exploração do material e o tratamento dos resultados.

Os sujeitos da pesquisa formaram dois grupos compostos por cinco professores formadores (PF) - vinculados ao quadro de servidores efetivos da UFPA, e cinco tutores presenciais (TP) que atuaram nos municípios/polos nas áreas específica e pedagógica do curso e foram selecionados intencionalmente por constituírem casos ricos em informações pelo fato de estarem inseridos no maior número de disciplinas e polos, onde o curso foi ofertado. Em todo o percurso da investigação tomei os cuidados éticos dos procedimentos utilizados com pesquisas que envolvem seres humanos.

Resultados da pesquisa

Nos termos dessa comunicação, apresento os resultados da pesquisa que enfatizaram o modo como os professores formadores e os tutores presenciais perceberam os traços próprios e específicos das mediações no desenvolvimento do seu trabalho no curso. Para isso apresento as transcrições e as análises das entrevistas e dos documentos, tecendo reflexões e fazendo inferências oriundas dos conteúdos expressos, sem ter a pretensão de esgotar as possibilidades de novas interpretações.

As manifestações dos tutores presenciais sobre seus papeis junto aos alunos, indicam uma avaliação afirmativa, como pode ser visto a seguir. O TP1 disse: “Eu acredito que a figura do tutor vai ser a figura exemplar que o aluno de graduação do curso a distância terá, seja para uma metodologia que ele vai utilizar, seja no que diz respeito à sua postura” [...]. Para os TP2, TP3 e TP5, a figura do tutor se iguala a do professor formador de apontar caminhos, dar liberdade de construir conhecimentos, de entender de tecnologia, não só de conteúdos, mas estar atento aos processos de ensino, aprendizagem e avaliação [...]. O TP4 afirmou: “eu acho que a gente marca os alunos de duas formas: ou ruim ou boa. O que me deixa feliz é poder contribuir com esses novos professores, que possam pensar como eu penso, uma Matemática mais humana, não apenas a do cálculo [...].”

Entretanto, é exigido que estejam aptos a exercerem processos pedagógicos em termos didáticos, técnicos e relacionais. Tais discrepâncias ficaram evidentes nas narrativas dos professores formadores: Para os PF1 e PF2 “o tutor é responsável por corrigir os exercícios e precisa estar sempre estudando e aprendendo para ter domínio dos conteúdos e cumprir o planejamento da disciplina.”

O trabalho do tutor na perspectiva do PF4 “se assemelha ao de um professor em sua essência, ele não é um animador de auditório, ele é fundamentalmente, o elo entre o conteúdo, eu

e a realidade local [...], para isso, ele tem que estar bem preparado nos conteúdos e ele tem que estar numa relação de diálogo permanente comigo." O PF3 afirmou: " Eu acho que é muito importante o papel do tutor junto aos alunos. Agora, é muito difícil saber se o que eles colocam no relatório é verdadeiro sobre o seu papel no cumprimento do planejamento". O PF5 enfatizou a mediação e as características do tutor: "[...] ele é o elo entre o professor e os alunos, por isso tem que motivar, inovar, ser dedicado e atento às necessidades deles. Tem que saber ouvir, ter uma escuta sensível que diferencie "choro" de aluno, de suas verdadeiras dificuldades."

As narrativas dos professores formadores, de um modo geral, estiveram mais centradas nas questões didáticas, na orientação dos conteúdos e seu domínio junto aluno. Os PF4 e PF5 destacam questões como a necessidade de estudar o material e a ética profissional, ratificando outros posicionamentos sobre a desconfiança no trabalho do tutor presencial. Percebo aqui, uma tendência na abordagem do papel tradicional do professor quanto à exigência dos saberes dos conteúdos, ao mesmo tempo em que ignoram a relação subjetiva que existe do tutor presencial com os alunos.

Nesse sentido, as percepções de ambos, tutores e professores formadores, do meu ponto de vista estão coerentes com o que estabelece o Projeto Pedagógico do Curso - PPC (2004), para o sistema de tutoria e o papel do tutor na educação a distância como sendo "a figura que estabelece o vínculo mais próximo do aluno seja presencialmente ou à distância, tanto do ponto de vista dos conhecimentos como do ponto de vista das atitudes do aluno perante o estudo. [...]. É competência da tutoria as orientações acadêmicas e as não acadêmicas. (p. 16)

Enquanto os tutores presenciais se viram por inteiro com a responsabilidade de responderem por vários papeis, os professores formadores, estiveram mais focados na eficiência do processo de ensinar, o que evidencia o alargamento e o fracionamento da função docente exercida pelo tutor, no contexto da EaD. Segundo Belloni (2006), esse processo ocorre em três grandes grupos de tarefas: "o primeiro é responsável pela concepção e realização dos cursos e materiais; o segundo assegura o planejamento e a organização da distribuição de materiais e da administração acadêmica; e o terceiro responsabiliza-se pelo acompanhamento do estudante durante o processo de aprendizagem" (p. 84).

Outro 'ingrediente' do processo mediacional é o material didático, que sempre ocupou um lugar de destaque nos cursos a distância por reunir diversos recursos analógicos e digitais para contribuir na comunicação e na interatividade dos processos de ensinar e aprender, conforme Pretti (2010).

No âmbito do curso, os resultados da pesquisa apontaram que as mediações não ficaram restritas ao material impresso, mas tiveram preponderância sobre os demais recursos, uma vez que a conexão da internet atendeu apenas 50% das necessidades dos alunos. As usabilidades da internet ficaram no nível da abordagem do tipo broadcast, conforme teorização de Valente (2010) quando não há interação entre professor e aluno, recaindo no material impresso a sua ênfase, ocorrendo, segundo o autor, um pseudointeração" (p. 31). O material a que me refiro são os Guias Didáticos dos conteúdos das disciplinas, organizados em sua maioria por professores conteudistas de outra região do país, e foram mantidos sem revisão desde o ano de 2008.

Os guias não contemplam os elementos culturais da região amazônica, além de apresentarem informações defasadas que remontam à década de 1980. Por esta razão, considero que houve uma similitude aproximativa com o paradigma industrial que conta com os manuais e os livros didáticos para a definição sobre os métodos de ensinar e avaliar, o que não condiz com os princípios e a evolução das tecnologias atuais e o referencial teórico do PPC que apregoa o construtivismo como base para a formação dos alunos.

Portanto, os modos de ação das tutorias permeando a práxis e a mediação didático-pedagógica, vão constituindo lenta e progressivamente os processos formativos. Assim, vão sendo entrelaçados os conteúdos específicos da Matemática, os pedagógicos, as posturas ético-valorativos, as experiências diversificadas, de modo a ultrapassar o modelo de racionalidade técnica que tem predominado nos cursos de formação de professores de Matemática.

Considerações Aproximativas

O objetivo proposto para esta comunicação diz respeito à análise e reflexão sobre a mediação didático-pedagógica no curso de Matemática a Distância da UFPA, tendo sido possível tecer considerações aproximativas, pois a realidade se mostra dinâmica e em constante movimento dialético. Considero que a mediação no contexto da EaD, adquiriu novas configurações didático-pedagógicas fazendo surgir novos modos de trabalho docente, recaindo no tutor presencial o desempenho de múltiplas funções dentro de um modelo e de um contexto de quem se espera muito em termos de competências e saberes do tutor. Por esta razão o considero um professor formador, cuja mediação que exerce, se mostra como um dos pilares de cursos na modalidade a distância e contempla a atuação de diversos profissionais e diversificados recursos tecnológicos.

As contribuições advindas das análises e das reflexões frente à temática proposta e aos objetivos almejados, situaram a formação docente como uma prática social em permanente processo de constituição e reconstrução. Tenho clareza de que as ‘conclusões’ desta investigação são provisórias, em trânsito, para outros patamares de compreensão e ressignificação, tal como a dinâmica dialética da realidade. Os resultados apontaram que a mediação ficou restrita aos tutores presenciais e ao guia didático, haja vista as condições limitantes da região amazônica em relação às TIC’s como ferramentas de integração e construção do conhecimento. Essa constatação revela os desafios e as possibilidades engendradas pela EaD, e essa investigação se situa na perspectiva colaborativa à aprendizagem da docência de Matemática.

Referências Bibliográficas

Bardin, L. (2011). *Análise de conteúdo*. Lisboa; Edições 70.

Belloni, M. L. (2006). *Educação a distância*. 4. ed. Campinas, SP: Autores Associados.

Bogdan, R.; Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

Fiorentini, D. &; Lorenzato, S. (2009). *Investigações em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3. ed.rev. Campinas: Autores Associados.

Freire, P. (1981). *Pedagogia do oprimido*. 9. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra.

Hegel, G. W. F. (2008). *A razão na história: uma introdução geral à filosofia da história.* São Paulo: Centauro..

Kosik, K. (1976). *Dialética do concreto*. 2. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra.

Moran, J. M. (2000). Novas tecnologias e mediação pedagógica. Campinas, SP: Papirus.

Oliveira, E. M. de; Almeida, J. L. V. de; Arnoni, M. E. B. (2007). *Mediação dialética na educação escolar: teoria e prática*. São Paulo: Loyola.

Perez, F. G.; Castillo, D. P. (1999). *La mediación pedagógica*. Buenos Aires: Ciccus.

Pretti, O. (2010). Material didático impresso na Educação a Distância: experiências e lições apre(e)ndidas. In: Mill, D. R.S.; Pimentel, N. M. (Orgs*.). Educação a Distância: desafios contemporâneos*. São Carlos, SP: EdUFSCar.

Universidade Federal do Pará (2004). *Projeto didático-pedagógico do curso de Licenciatura em Matemática a Distância*. Belém.

Vázquez, A. S. (2011). *Filosofia da práxis*. 2. ed. São Paulo: Expressão Popular.

Vygotsky, L. S**.** (1987*). Pensamento e linguagem***.** São Paulo**:** Martins Fontes.

Formação Inicial de Estudantes Indígenas e suas Pesquisas com o Ensino de Matemática em Tempos de Pandemia

Gerson Ribeiro **Bacury**
Universidade Federal do Amazonas
Brasil
gersonbacury@ufam.edu.br
Elisângela Aparecida Pereira de **Melo**
Universidade Federal do Norte do Tocantins
Brasil
elisangelamelo@mail.uft.edu.br
Railton Moreira Txebuaré **Karajá**
Universidade Federal do Norte do Tocantins
Brasil
ixynoa@uft.edu.br
Rosane Gonçalves **Cruz**
Universidade Federal do Amazonas
Brasil
oholipahko.cruz@gmail.com
Rodrigo Brasil **Castro**
Universidade Federal do Amazonas
Brasil
rbra.castro@gmail.com

Resumo

Estudar de forma colaborativa entre idas e vindas os contextos comunitários de pertencimentos é o desejo dos estudantes indígenas no Ensino Superior brasileiro, contudo em 2020, o mundo passou a vivenciar a pandemia provocada pela Covid-19, o que nos leva a questionar: Qual o impacto da pandemia da Covid-19 no processo de formação inicial dos estudantes indígenas do Curso de Licenciatura em Formação de Professores Indígenas da UFAM e dos petianos do Grupo PET Conexões de Saberes Indígenas da UFNT? Tendo o objetivo de conhecer os modos de estudo e de pesquisa desses estudantes indígenas brasileiros em meio à suspensão das aulas presenciais. O estudo assumi campos teóricos para uma formação intercultural, ancorado na abordagem qualitativa etnográfica, das narrativas dos participantes, as quais trazem em suas reflexões o quão complexo são processos de aprendizagens mediados pelas Tecnologias Digitais, mas que os constituíram como pesquisadores e autores de seus saberes originários.

Palavras-chave: Estudantes Indígenas Brasileiros; Ensino Superior; Formação Inicial em Ciências Exatas e Biológicas; Educação Matemática; Covid-19; TIC's.

Passos Iniciais[1]

Quando pensamos na pandemia da Covid-19, é recorrente em qualquer espaço comunitário considerarmos os reflexos que ela causou, inclusive, na educação escolar de um modo geral. Esses impactos são ainda preocupantes, não somente em relação à aprendizagem, mas, também, quanto ao número de crianças, jovens e adultos, principalmente os estudantes pertencentes aos povos e comunidades originárias e tradicionais brasileiros, assim, como aqueles advindos de uma boa parcela da sociedade de baixa ou pouquíssima renda, que abandonaram os estudos em decorrência do isolamento comunitário e social.

É em meio a esse cenário obscuro, de dias ainda incertos, que nos debruçaremos a indagar neste estudo: Qual o impacto da pandemia da Covid-19 no processo de formação inicial dos estudantes indígenas do Curso de Licenciatura em Formação de Professores Indígenas da UFAM e dos petianos do Grupo PET Conexões de Saberes Indígenas da UFNT? Para tanto, tomaremos como fio condutor, de modo a encontrar respostas a essa questão, o objetivo de conhecer os modos de estudo e de pesquisa desses estudantes indígenas brasileiros em meio à suspensão das aulas presenciais.

Nessa perspectiva e mediante a pandemia, os estudantes indígenas brasileiros passaram a vivenciar diferentes desafios para darem continuidade aos seus processos de formação em diferentes áreas do conhecimento, pois, tiveram que retornar para as suas comunidades e ficarem isolados. Importa ressaltar, que para o indígena o importante é viver em liberdade em seu território (entendido como terra), em sua comunidade (entendido como povo) e em sua aldeia (entendido como seu espaço de formação familiar). Todavia tiveram que buscar o isolamento em suas aldeias e casas para evitar a proliferação do vírus, mas, para alguns acabou sendo tardio, pois a infecção pelo vírus ceifou a vida de muitos, inclusive dos intelectuais da cultura.

Em meio a esse isolamento as universidades brasileiras passam a reorganizar os modos de ofertar as atividades acadêmicas, por meio de calendário específico, introduzindo novas metodologias para efetivar essas atividades ao fazer uso das tecnologias digitais. Todavia, corroboramos com as compreensões de Borba *et al.* (2018), ao se referirem que as nossas vozes são permeadas por tecnologias digitais, nas quais as informações repassadas podem se constituir em conhecimento, consolidando um entrelaçamento entre o espaço virtual e o presencial, ou seja, permitindo que as vozes dos estudantes e dos professores se consolidem em aprendizagens, de certo modo transformando essas vozes virtuais em presenciais.

Nessa direção, algumas dessas vozes acabaram se transformando em aprendizagens e outras não, visto que muitos estudantes brasileiros interromperam o seu curso de

[1] Este estudo que é parte do projeto de pesquisa aprovado na Chamada CNPq/MCTI/FNDCT Nº 18/2021 - UNIVERSAL.

graduação, outros que sequer conseguiam se matricular nas disciplinas, quanto mais assistir às aulas via sistema remoto, devido em parte, as aldeias não possuírem energia elétrica e tão pouco o acesso ao sinal de internet. Assim, as atividades de ensino e pesquisa voltadas para os conteúdos matemáticos realizadas pelos estudantes indígenas brasileiros do Curso de Licenciatura em Formação de Professores Indígenas da área de Ciências Exatas e Biológicas da Universidade Federal do Amazonas (UFAM) e dos estudantes do Programa de Educação Tutorial (PET)/Conexões de Saberes Indígenas, pertencentes ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT), compartilhadas entre eles e os professores formadores a partir das redes sociais como o *Facebook*, o *Instagram*, o *WhatsApp, Google Meet* e por *e-mail*.

A todo esse contexto outras atividades com as matemáticas ainda estão sendo desenvolvidas mediante o uso dos recursos digitais, as quais tem potencializado as produções acadêmicas e as aprendizagens durante o processo de formação inicial desses estudantes indígenas brasileiros, uma vez que as Tecnologias Digitais estão sendo incorporadas aos processos de ensino, tendo em vista a evidenciar os aportes teóricos e os caminhos metodológicos que conduziram ou não à constituição desses futuros professores. Sobre esses passaremos a abordar nas seções seguintes.

A Formação Intercultural de Estudantes Indígenas na UFAM e na UFNT

Pensar a formação de professores e de estudantes indígenas tem se constituído em um desafio para as universidades brasileiras, principalmente no que tange conciliar o ensino, a pesquisa e a extensão com as assimetrias vividas e enfrentadas cotidianamente por esses indígenas, para que possam atender às demandas profissionais de seu povo e de sua comunidade e ou aldeia.

Considerando esses anseios e perspectivas, tanto para os povos indígenas quanto para as universidades, inicia-se um novo processo formativo, abrangendo a diversidade sociocultural brasileira, haja vista que o Brasil é um país multicultural que vem se constituindo ao longo dos seus mais de 520 anos por meio da variedade linguística, social e das distintas formas de manifestação cultural, que se fazem presentes nos atuais 26 estados da federação e mais o Distrito Federal. Nesse contexto, destacamos a realidade sociocultural dos 305 povos indígenas falantes de 274 línguas diferentes entre si, muitas vezes "[...] tão diversas e incompreensíveis entre si quanto o português e o chinês" (Brasil, 2005, p. 22). Posto isto e primando sempre pelo respeito à organização sociopolítica, linguística e territorial desses povos, com vistas, segundo a acepção de Melo & Bacury (2017), para as políticas públicas de acesso e de permanência ao ensino e à formação de professores e estudantes indígenas no Ensino Superior e no Ensino Técnico, visto que,

> A escolarização em todos os níveis passou a ser uma das principais bandeiras de luta dos povos indígenas. [...] os povos indígenas consideram a formação escolar como um dos instrumentos importantes de luta pela defesa e promoção dos direitos indígenas, na medida em que permite a apropriação dos conhecimentos e tecnologias do mundo moderno capazes de contribuir para a melhoria das condições de vida em suas aldeias [...]. (Baniwa, 2009, p. 199)

Portanto, a constituição desse processo formativo surge por meio dos movimentos indígenas e das políticas públicas educacionais nos cursos de licenciaturas interculturais, objetivando a formação do indígena professor, devendo esta ser específica, intercultural e diferenciada, que considere a universidade como um espaço dedicado ao diálogo e à produção de novos conhecimentos. É importante que essa formação respeite as recomendações da Resolução CNE/CP nº 02 (Brasil, 2015), que institui as diretrizes destinadas à formação de professores indígenas em Cursos de Educação Superior, em seu Artigo 3º, que trata dos objetivos, a saber: "IV - fomentar pesquisas voltadas para as questões do cotidiano escolar, para os interesses e as necessidades culturais, sociais, étnicas, políticas, econômicas, ambientais e linguísticas dos povos indígenas e de suas comunidades, articuladamente aos projetos educativos dos povos indígenas (Brasil, 2015, p. 2).

Destes encaminhamentos, e a partir de um movimento inicial, de lutas e conquistas pelos seus direitos, os indígenas apoiam-se nas políticas públicas educacionais. Por meio do Programa de Apoio à Formação Superior e Licenciaturas Interculturais Indígenas (Prolind), em 2008, a Faculdade de Educação (Faced), da Universidade Federal do Amazonas (UFAM), passa a ofertar Curso de Licenciatura em Formação de Professores indígenas, com habilitação nas seguintes áreas do conhecimento: Ciências Humanas e Sociais; Ciências Exatas e Biológicas; Letras e Artes. Considerando as especificidades linguísticas, de manifestação cultural, as distintas leituras das paisagens, que constituem os mundos dos povos indígenas do estado do Amazonas.

Entretanto, em outros contextos formativos nos quais ainda não há um curso específico para a formação de professores indígenas, como é o caso da Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT), os estudantes indígenas têm seu ingresso assegurado a qualquer curso de graduação desta IES, via o Sistema de Cotas, desde 2004, fomentando o diálogo reflexivo, formativo e interativo face às diversidades étnicas e culturais, de gênero, dentre outras, que se fazem presentes nos ambientes acadêmicos, escolares e de vivências cotidianas.

Concernente aos estudantes indígenas e futuros professores de Matemática e de outras áreas do conhecimentos, tanto da UFAM quanto da UFNT, entendemos que, após a conclusão dos seus respectivos cursos o retorno às suas comunidades e escolas indígenas, colocando em prática os processos constitutivos/formativos e que em conjunto com "os saberes matemáticos do cotidiano indígena" (Melo *et al.*, 2020, p. 9) possam ensinar e aprender com seus estudantes, inspirados em uma formação intracultural e intercultural (D'Ambrosio, 2004) para o enfrentamento das adversidades e das assimetrias. Lembrando ainda que cada um desses estudantes traz consigo os seus modos próprios de uma educação centrada nos elementos socioculturais de seu povo/família, a estes são incorporados outros meios e processos de aprendizagens, de modo que: "[...] podem contribuir na formação de uma política e prática educacional adequada, capaz de atender aos anseios, interesses e necessidades diárias da realidade hoje" (Silva, 2011, p. 86).

Todavia, como destacado anteriormente, o mundo desde 2020 vem passando por um momento de obscuridade e dias incertos em meio à pandemia causada pela Covid-19, acarretando a suspensão das aulas presenciais e, por conseguinte, mudanças no planejamento das atividades de formação dos estudantes indígenas da UFAM e da UFNT, de modo que nos instiga a conhecer como esses estudantes desenvolveram e vêm desenvolvendo suas práticas de estudo e

de pesquisa em meio a obstáculos como a falta de assistência à saúde, as dificuldades econômicas e de acesso à internet.

A esses e a outros, estruturamos os caminhos metodológicos e seus respectivos aportes teóricos, os quais percorremos para a constituição deste estudo, o que passaremos a abordar na seção seguinte.

Percorrendo caminhos silenciosamente...

A constituição dessa investigação está ancorada na abordagem qualitativa da pesquisa etnográfica, que "[...] pode ser realizada onde quer que haja pessoas interagindo em cenários naturalmente coletivos" (Angrosino, 2009, p. 43). Logo, são nesses diversos contextos e cenários que ocorrem as recolhas de informações por meio de entrevistas narrativas, que abordam "[...] acontecimentos concretos em um lugar e em um tempo [...] que encoraje e estimule um entrevistado (um partícipe) a contar a história sobre algum acontecimento importante de sua vida e do contexto social" (Jovchelovitch & Bauer, 2008, p. 91-93); mais precisamente dando ênfase às narrativas de formação, que segundo Ferreira (2006), visam entender as singularidades e particularidades dos processos formativos – em nosso caso, os estudantes indígenas e as implicações de suas atividades práticas, considerando a perspectiva da relação dialética entre a díade individual/social, haja vista que, para conhecer os modos de estudo e de pesquisa dos participantes do estudo em questão, solicitamos que eles nos contassem como desenvolvem suas atividades de pesquisa voltadas para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática em meio à suspensão das aulas presenciais, por conta da pandemia causada pelo Covid – 19 face aos recursos digitais (uso da internet e outros).

As pesquisas desenvolvidas por esses estudantes têm por objetivo principal dá uma devolutiva aos seus povos, sobretudo, no que concerne ao processo de ensino e aprendizado da Matemática nas escolas indígenas. Destacamos a originalidade dessas produções muito por conta da valorização dos conhecimentos e saberes ancestrais, com destaque para aqueles compartilhados pelos anciãos no diálogo com os professores indígenas envolvendo não só conhecimento de Matemática, mas, também as cosmovisões de mundo.

No sentido de conhecermos como esses estudantes vinham desenvolvendo suas pesquisas, elegemos os seguintes critérios: intenção em participar da pesquisa e ter acesso à internet durante o período de recolha das informações – já que nesse período eles já estavam em suas aldeias. Vale ressaltar que, de comum consenso, os participantes optaram por serem identificados no texto, a partir de seus nomes indígenas; e também tiveram acesso ao Termo de Livre e Esclarecido, bem como a Autorização de Uso das Falas, ambos devidamente assinados.

Contudo, há de se notar os entraves metodológicos advindos, em especial, do uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) frente ao trabalho pedagógico, pois parte desses estudantes indígenas sequer possuem computadores ou *notebooks*; outra parte se vale de celulares para fazerem uso das redes sociais, via *WhatsApp*, *Facebook* e *Instagram*, como recursos mediadores e facilitadores da comunicação entre eles, os professores-formadores-pesquisadores-orientadores e demais membros familiares; e, portanto, realizar suas pesquisas.

Outro obstáculo é a qualidade de acesso à internet, por parte da maioria dos estudantes e professores indígenas, visto que, em tempos de isolamento social e comunitário, para que se tenha o acesso e com um pouco mais de velocidade na transmissão dos dados, os indígenas utilizam a internet durante a madrugada.

A esse respeito, durante o desenvolvimento das pesquisas desenvolvidas pelos estudantes do PET/UFNT, que abordaram o sistema de numeração e as pinturas corporais, destacamos as narrativas dos participantes da pesquisa, sobre os processos de aprendizagens durante a pandemia da Covid-19:

Durante a pandemia fiquei na cidade por causa do trabalho. Nesse período tive dificuldades em ter acesso à internet, logo minha aprendizagem durante a pandemia ficou prejudicada, visto que o curso de Licenciatura em Matemática é presencial e as ementas de muitas disciplinas tanto as de Matemáticas quanto as de Educação Matemática possuem muitos tópicos (conteúdos) a serem ministrados pelos professores que exige de nós estudantes estarmos sempre tirando dúvidas com os professores, colegas, monitores, assim como de estarmos estudando na biblioteca, isso não nos foi possível durante a pandemia. Com todas limitações pudemos fazer uso das bibliografias disponíveis online, o que contribuiu para que eu pudesse realizar a minha pesquisa sobre o Sistema de Numeração *Ixybi(K)O-Á* - Karajá Xambioá. A realização dessa pesquisa ocorreu no contexto das aldeias do povo Karajá Xambioá, com a participação direta dos anciãos e professores, que nos revelou um amplo e complexo sistema de numeração que está ligado aos saberes originários desse povo, que envolve dentre outros elementos, os cosmológicos e a língua *Inỹ rubé*, constituído por palavras específicas para homens e para mulheres. Destaca-se que a estrutura desse sistema se dá por meio da contagem que envolve as mãos e os pés. Todavia, também está presente nessa relação entre os indígenas e não indígenas, uso do sistema de numeração indo-arábico. Mas, no cotidiano das aldeias, os mais velhos utilizam o sistema *Ixybi(k)o-á*, para desenvolverem as suas atividades laborais. (Aires Karajá, 2022)
Com a suspensão das aulas presenciais e das atividades do PET, passamos a desenvolver as pesquisas nos contextos das comunidades indígenas, sendo que as informações coletadas com os mais velhos, professores e outras pessoas das aldeias eram compartilhadas com a tutora via mensagens de *WhatsApp* e *Instagram*. As reuniões do grupo ocorriam via o G*oogle Meet*. A essa nova realidade de um presencial virtual concluí o curso de Licenciatura em Matemática, mas destaco que senti falta de realizar os estágios que envolviam a prática, ou seja, à docência com os estudantes da Educação Básica, sendo esses estágios realizados por meio de projetos de ensino, ficando a parte da docência para o exercício futuro como professor, o que certamente nos causará uma certa insegurança. Em meio ainda a esse cenário realizei a minha pesquisa de campo junto aos anciãos, professores, liderança e outras pessoas conhecedoras da cultura do povo Karajá *Ixybió-a*, com vista a possibilitar novas ações para o ensino da Matemática escolar nas escolas indígenas por meio das matemáticas presentes nas práticas socioculturais das pinturas corporais desse povo a partir de uma releitura associada a Geometria Euclidiana Plana e seus elementos, que se fazem presentes nas pinturas corporais estudadas. (Ixynoa Karajá, 2022)

Nessa direção os trabalhos de pesquisas desenvolvidos pelos estudantes da UFAM, evidenciaram o conteúdo de Geometria Analítica e Plana com o uso de materiais concretos, construídos a partir de elementos encontrados na cultura indígena Tikuna, tais como: peneira e paneiro. Bem como no enfretamento das dificuldades de aprendizagem das quatro operações matemática, por meio da Régua Operatória Indígena confeccionada de tala de Buriti (*Mauritia flexuosa*), conforme as narrativas a seguir:

Nesse período de pandemia [...] tudo foi parado, encerrando as aulas nas escolas públicas nas universidades e também foi muito dificultoso ter o acesso a computadores com internet, muitas das vezes tínhamos acesso ao computador, mas, não a internet. Quando veio o decreto do isolamento, as comunidades se isolarem e nós estudantes não podíamos sair para ir à cidade para comprar a recarga dos dados móveis para o celular, o que tornou mais difícil para gente fazer as atividades, baixar os vídeos aulas, os livros em *pdf*, os artigos. Foram e ainda são momentos muitos difíceis que nós povos indígenas vivemos em relação ao uso das tecnologias,

principalmente o acesso à internet de qualidade nas comunidades. Assim, acreditamos que as pesquisas que fizemos durante a pandemia, que no nosso caso veio a ser o Instrumento Didático Indígena realizamos vários registros (vídeos e fotografias sobre a elaboração dos materiais concretos que estávamos usando). Durante a realização desse trabalho tivemos que enfrentar outros obstáculos, como os fenômenos da natureza. [...] Mas, concluímos o nosso curso. Esperamos que os estudantes indígenas possam valorizar os saberes tradicionais do povo Ticuna Ticuna, pois, a oficina visa os conhecimentos que foram repassados pelos anciões. E assim eles possam se dedicar aos estudos que serão desenvolvidos, contextualizando os conteúdos Geometria Analítica e Plana, utilizando os Materiais Concretos originários do nosso artesanato e cultura, como: o Paneira e a Peneira. (Mapiana, 2022/UFAM)
Na minha comunidade até tem um ponto de internet, mas o sinal nunca funciona direito, devido a própria formação da comunidade, ser cercada pela floresta amazônica. Não conseguíamos acessar os vídeos, os livros, os arquivos enviados pelos professores para desenvolvermos as nossas atividades na comunidade. Só conseguíamos fazer isso quando íamos a cidade de Tabatinga/AM ou as cidades vizinhas da fronteira (Peru, Colômbia), que nem sempre conseguíamos acessar a internet devido ao sinal. [...] Só conseguimos o acesso aos trabalhos enviados pelos professores com a ajuda deles que pediram para os colegas irem na UFAM, na casa da saúde indígena e baixar os arquivos e nos enviar. Mesmo com essa dificuldade estamos concluindo o curso por meio das tecnologias... caindo e levantando... Esperamos que os estudantes indígenas tenham assimilado e compreendido os assuntos para melhorar seu desempenho no raciocínio matemático e fazer uma leitura das resoluções e situação problema dos conteúdos relacionados ao cotidiano, o que aprendem durante a oficina, no momento de ensino e aprendizado da Matemática, trabalhar na escola ou em qualquer lugar. Dessa forma pode ser mais valorizado os conhecimentos e saberes indígena na parte da matemática diferenciada, contribuir o trabalho na aldeia, para melhorar a novo ensino da Matemática nas escolas indígenas. (Buii, 2022/UFAM).

Como se nota nas narrativas desses estudantes as quais refletem as condições específicas dos contextos amazônicos em que as interações com a situação atual pelas quais passam esses estudantes vem ocorrendo. Mesmo diante dessas condições, os participantes vivenciaram momentos de aprendizagens mediadas pela pesquisa em suas comunidades e puderam fazer o registro escritos de muitas narrativas, que eram repassadas somente pela oralidade.

Por outro lado, esses estudantes, com destaque para as suas narrativas se reinventaram em seus contextos comunitários de aprendizagens compartilhadas, mesmo tendo que experimentar o isolamento, se constituíram por meio de suas práticas em conduzir os caminhos de uma pesquisa balizada pelo ensino, pela extensão e pela cultura de seus etnoconhecimentos, os quais foram e estão sendo potencializados em seus trabalhos de conclusão de cursos, sejam na UFAM ou na UFNT. Trabalhos esses de pesquisas que fazem emergir dentre outros conhecimentos, as etnomatemáticas e as matemáticas de seus cotidianos face a Matemática escolar, que envolveram os seguintes os objetos de ensino: números e operações, espaço e forma.

Por outros passos...

O propósito de nossas ações docentes e de pesquisa no processo constitutivo e formativo de indígenas estudantes e professores se pautou em proporcionar atividades investigativas que favorecessem a aprendizagem situada nas práticas socioculturais por meio de um sistema intercultural, intracultural, interdisciplinar e desenvolvido a muitas mãos e vozes, fomentado pelas matemáticas do cotidiano indígena face ao ensinar e aprender as matemáticas do cotidiano escolar indígena e outras atividades laborais desses cotidianos. Porém, houve uma ruptura nesse processo por conta da Pandemia provocada pelo vírus da Covid-19, o que nos conduziu a direcionarmos nossos olhares por outras lentes ao cenário formativo que estava sendo desenhado para a continuação dos processos formativos, agora via o uso das Tecnologias Digitais no ensino para que esses estudantes brasileiros pudessem constituir seus empreendimentos de pesquisa,

mesmo considerando toda a assimetria de uso desses recursos digitais sob os efeitos as vezes da mãe natureza, entre o céu e a terra (sol, chuva, lua, estrela e trovões).

Assim, as narrativas de formação desses estudantes trouxeram o ecoar de suas vozes situadas em dois contextos socioculturais distintos e distantes que foram os estados brasileiros do Amazonas e do Tocantins, que passamos a conhecer os seus modos de estudo e de pesquisa em meio à suspensão das aulas presenciais. As vozes desses nos trouxeram algumas reflexões, como a de reafirmar nosso pensamento dinâmico quanto a estar sempre idealizando novas propositivas para os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, que contemplem os conhecimentos socioculturais e originários de modo a promover a revitalização e valorização dos diferentes saberes às gerações presentes e futuras. Ademais, elas também revelam em suas pesquisas trazidas que mesmo estando em distintos lugares com distintas culturas e visão holística própria de mundo, esses povos indígenas apresentam uma unidade ligada tanto à força, quanto à vontade de conquistar seu espaço, no qual o processo de formação possa constituir neles uma postura crítica, investigativa e reflexiva sobre os próprios queres de formação e de pesquisa, tanto na academia quanto em suas comunidades, na perspectiva da Educação Matemática.

Referências

Angrosino, M. (2009). *Etnografia e observação participante*. Trad. Fonseca, J. Superv. ver. Lewgoy, Bernardo. Porto Alegre: Artmed.

Baniwa, G. (2009). Indígenas no ensino superior: novo desafio para as organizações indígenas e indigenistas do Brasil. *evista Amazônida*. Manaus/AM, v. 14, n. 02, p. 09-32.

Borba, M de C. Almeida, H. R. F. L de. Gracias, T. A de S. (2018). *Pesquisa em ensino e sala de aula*: diferentes vozes em uma investigação. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora.

Brasil. (2005). Secretaria de educação continuada, alfabetização e diversidade. *Referencial Curricular Nacional para as Escolas Indígenas* - RCNEI. 2. ed. Brasília: MEC/Secadi. Disponível em http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me002078.pdf. Acesso em: mar./2019.

Brasil. (2015). *Resolução CNE/CP Nº 2*. Brasília: Conselho Nacional de Educação, Diário Oficial da União. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download &alias=16870-res-cne-cp-001-07012015&category_slug=janeiro-2015- pdf&Itemid=30192. Acesso em: jan. 2018.

D'Ambrosio, U. (2004). *Etnomatemática e educação*: Alguns elementos de reflexão. In: G. Knijnik, F. Wanderer & J. C. de Oliveira, J. C. (Orgs.). Etnomatemática: currículo e formação de professores. (p. 39-52). Santa Cruz do Sul: Edunisc.

Ferreira, M. S. (2006). Quem narra diz.... In: *Revista Educação em Questão*, Natal, v. 27, n. 13, p. 51-76. Disponível em: https://periodicos.ufrn.br/educacaoemquestao/issue/view/309

Jovchelovitch, S & Bauer, M. W. (2008). Entrevista narrativa. In: Bauer, M. W & Gaskel. G. (Orgs.). *Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som*: um guia prático. Trad. Guareschi, P. A. Petrópolis: Editora Vozes. (p. 90-113).

Melo, E. A. P de. Bacury, G. R., Silva, P. F da & Silva, D. A. M da. (2020). O lugar das matemáticas na formação de professores indígenas da região do Alto Solimões/AM. In: *Arquivos analíticos de políticas educativas (aape/epaa)*. Arizona State University. n. 81, vol. 28, (p. 1-30). Disponível em 81). https://doi.org/10.14507/epaa.28.4773. Dossiê especial, Educação e Povos Indígenas - Identidades em Construção e Reconstrução.

Melo, E. A. P de. Bacury, G. R. (2017). Etnomatemática e indisciplina: perspectivas na/para formação de professores indígenas nos Estados do Tocantins e do Amazonas. In: *Revista LES*. Florianópolis – SC, v. 22, n. 36, p. 379-412. Disponível em: http://leg.ufpi.br/ppged/index/pagina/id/1766. Acesso em: jan./2018.

Silva, R. H. D. (2011). Afinal, quem educa os educadores indígenas. In: Gomes, n. L. & Silva, P. B. G e. (Orgs.). *Experiências étnico-culturais para a formação de professores*. (p. 83-101). 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora.

Formação inicial de professores: Estágio Supervisionado em Matemática na modalidade a distância no contexto pandêmico da Covid-19

Helenice Maria Costa **Araújo**
Universidade Federal de Uberlândia
Brasil
heleniceespecial@yahoo.com.br
Arlindo Jose de Souza **Junior**
Universidade Federal de Uberlândia
Brasil
arlindo@ufu.br

Introdução

A formação inicial do professor de Matemática decorre de uma variedade de experiências como o estudo do conteúdo Matemático, a preparação pedagógica, o contato formal com a prática de sala de aula e laboratório, a experiência do estudante e aprendiz de Matemática de um lado e, de outro, a capacidade do professor de observar e identificar as necessidades emergentes de cada situação, investindo na criatividade para apresentar soluções alternativas de estratégias de ensino.

O Estágio Supervisionado tem caráter curricular na formação inicial de professores e, assim, se caracteriza como campo de conhecimento, ou seja, o estágio autentica a escolha do aluno pela licenciatura, contribuindo para seu crescimento profissional ao propiciar diversos momentos de aprendizagem e também os alerta para fatos que precisam ser aprendidos, pois afinal estamos sempre em constante processo de formação e desenvolvimento profissional.

Em virtude da situação emergencial causada pela pandemia, foi necessário a suspensão de atividades presenciais e a proposição de um novo método para viabilizar a interação, a comunicação e a continuidade das atividades educacionais. Em relação aos Estágios nos cursos de Licenciatura, o Conselho Nacional de Educação, aprovou o Parecer CNE/CP Nº 5/2020, com as diretrizes para "reorganização do Calendário Escolar e da possibilidade de cômputo de atividades não presenciais para fins de cumprimento da carga horária mínima anual, em razão da Pandemia da COVID-19" (Brasil, 2020, p. 1).

Assim, o presente trabalho busca responder a seguinte questão de investigação: Como foi a organização e desenvolvimento das componentes curriculares de Estágio Supervisionado no curso de Licenciatura em Matemática na Modalidade EaD no contexto pandêmico da Covid-19.

2. Arquitetura Pedagógica

O modelo pedagógico em Educação à Distância apresentado por Behar (2009) é constituído da arquitetura pedagógica e das estratégias para sua aplicação. As estratégias para aplicação da arquitetura pedagógica constituem a dinâmica do modelo pedagógico, quando se consideram os aspectos sociais, emocionais e pessoais dos atores envolvidos na aprendizagem. A arquitetura pedagógica é composta pelos aspectos organizacionais, de conteúdo (objeto de estudo), aspectos metodológicos e aspectos tecnológicos. Os aspectos organizacionais Behar (2009) estão envolvidos na elaboração da proposta pedagógica como os objetivos e finalidades da aprendizagem, a compreensão do tempo e espaço, os perfis dos sujeitos envolvidos no processo como o aluno, tutor e professor, bem como a definição das suas competências e habilidades. Como aspectos instrucionais, Behar (2009) cita as formas e formatos de trabalho impresso, digitalizado, imagético, da proposição dos conteúdos, que podem ser disponibilizados através de recursos informáticos como objetos de aprendizagem, softwares educativos ou mesmo páginas web, hipertextos e demais ferramentas de aprendizagem. Sobre os aspectos metodológicos, Behar (2009) afirma que eles dizem respeito as atividades, as formas de interação e comunicação, procedimentos de avaliação e a organização de todas as estratégias para o ensino e aprendizagem do que se propõe estudar. Behar (2009) cita como elementos tecnológicos a plataforma tecnológica que define qual é o Ambiente Virtual de Aprendizagem que será utilizado e as suas funcionalidades e os recursos destinados difusão da comunicação.

3. Metodologia

Esta pesquisa foi desenvolvida no Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Uberlândia (UFU), na modalidade a distância, de 2020 até 2021. Os sujeitos foram nove estudantes, matriculados na componentes curriculares de Estágio de Prática Pedagógica I, II, III e IV. Para a obtenção dos dados da pesquisa, utilizamos o Projeto Pedagógico de Curso, atividades do AVA Moodle, notas de campo, relatos de experiência, questionários, entrevistas, normativas, decretos, pareceres e documentos orientadores da Organização Mundial de Saúde, o estado de Minas Gerais e o Conselho de Graduação da UFU.

4. Considerações finais

Nos aspectos organizacionais foram perceptíveis adaptações na organização do tempo e espaço referente ao polo, a cidade onde o aluno estagiário reside, a escola de estágio e a cidade onde está a escola campo de estágio. Nos aspectos metodológicos, o tutor, o orientador, coordenador de estágio, estagiário tiveram seus papéis focados na interação e na aprendizagem colaborativa. As web conferências realizadas semanalmente constituíram de momentos síncronos onde foram discutidos de forma on-line todas as possibilidades da disciplina. Ocorreram adaptações nos aspectos instrucionais ou de conteúdo, a Secretaria de Estado de Educação, de Minas Gerais criou dispositivos para disponibilizar os conteúdos produzidos para o ensino remoto emergencial para toda rede de ensino. Foram utilizados para as aulas o Plano de Estudos Tutorado, o ‘Se Liga na Educação’ e o aplicativo ‘Conexão Escola 2.0’. Quanto as adaptações

nos aspectos tecnológicos, as discussões e orientações ocorreram de forma síncrona, por meio de web conferências via MConf RNP. De forma assíncrona tivemos o uso do AVA moodle, por meio dos fóruns de ideias e discussões, vídeos e estudo de textos que abrangem temas abordados na disciplina. As atividades de prática pedagógica foram mediadas pelo WhatsApp, aulas síncronas pelo Google Meet, videoaulas, materiais impressos, Google Classroom e e-mail. Defendemos que não há como retroceder nesse processo de adaptações, que estas serão incorporadas definitivamente às práticas educativas e o ensino online será uma realidade para uma educação de qualidade.

Referência

Behar, P. A. (2009). *Modelos pedagógicos em educação a distância*. Artmed Editora.

Formación estadística, análisis desde el uso del currículo

Damian Alejandro **Clemente** Olague
Centro de Estudios Tecnológicos industrial y de servicios no. 084
México
damian.alex03@gmail.com

Resumen

Se expone una perspectiva de la formación estadística que reciben los futuros profesores de matemáticas de educación secundaria en una Escuela Normal de México. El objetivo es mostrar el proceso de uso del programa (currículo escrito, currículo intencionado, currículo ejecutado y aprendizaje de los alumnos) de la asignatura denominada *Tratamiento de la información*. Para ello, se analizaron las cuatro fases. El método de estudio se basó en dos técnicas de investigación: documental y observación. El análisis buscó identificar las orientaciones de enseñanza que se promueven en cada una de las fases. Los resultados dan cuenta de que los elementos de los enfoques, que sugiere el currículo escrito, pueden diferir de aquellos que promueve el formador. En este sentido, se concluye sobre la necesidad de ampliar el conocimiento de los formadores para resignificar las sugerencias curriculares, y de que los programas de estudio ofrezcan ejemplos para poner en práctica esos enfoques.

Palabras clave: Educación estadística; Transformación curricular; Formación de profesores de matemáticas; Enfoques de enseñanza de la estadística; Escuela Normal.

Contexto del estudio

En México las Escuelas Normales son las instituciones de mayor importancia para la formación de profesores de niveles escolares básicos como son la educación preescolar (alumnos de 3 a 5 años), primaria (alumnos de 6 a 11 años) y secundaria (alumnos de 12 a 14 años) (Navarrete-Cazales, 2015). Por ello, son contextos idóneos para la investigación en el campo de la educación de profesores de estos niveles escolares.

Desde su reconocimiento como instituciones formadoras, estas Escuelas han transitado por diferentes cambios en sus trayectos formativos y planes de estudio. Por ejemplo, el último cambio curricular del Plan de Estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria (LEAMES), que se dio en el 2018 (Secretaría de Educación Pública [SEP], s.f.), presentó uno de los mayores incrementos en el número de asignaturas relacionadas con el área de estadística y probabilidad (4 asignaturas presentes, en los anteriores no superaba un par).

A pesar de un incremento en el área de estocástica, el Plan de Estudios 2018, al igual que los que le antecedieron, carece de asignaturas relacionadas con la didáctica o enseñanza de la estocástica, las asignaturas tratan más sobre el contenido disciplinar que sobre la didáctica de dicho contenido. El no tener especificaciones programáticas sobre la didáctica de la estocástica es un factor relevante en la formación de profesores, pues esto puede influir en el enfoque de enseñanza de esta disciplina. La falta de este componente didáctico en la formación de profesores de matemáticas también parece presentarse en otros países como Chile, Colombia, Sudáfrica y Uganda (del Pino y Estrella, 2012; Estrella, 2017; Opolot-Okurut y Eluk, 2011; Wessels, 2011), por señalar algunos, lo que da cuenta de una característica internacional en la formación estadística de profesores de matemáticas.

Al igual que otros países como Brasil, Costa Rica, Sudáfrica y Uganda, por mencionar algunos, en México no existe una formación de profesores en educación estadística. Los profesores en servicio que desean profundizar en la enseñanza de la disciplina lo hacen participando en programas de profesionalización, cursos o talleres relacionados con la enseñanza y aprendizaje de estadística y/o probabilidad (Burrill, 2008; Burril y Biehler, 2011; Campos et al., 2011; Cuevas, 2013; Opolot-Okurut y Eluk, 2011; Wessles, 2008).

Bajo este contexto en el que los futuros profesores de las Escuelas Normales en México reciben una formación estadística, esta comunicación reporta un caso de formación de futuros profesores que cursan la LEAMES. Para ello se analizó la puesta en práctica y la *transformación curricular* del programa de estudios de una de las asignaturas del actual Plan de Estudios 2018, denominada *Tratamiento de la información*. Es decir, se analizaron las sugerencias de enseñanza de la estadística propuestas en el programa de estudio, su interpretación por parte del educador (también nombrado formador), su implementación en el salón de clases y el aprendizaje de los estudiantes (futuros profesores).

Referente teórico

El uso del currículo

Pansza (1987) y Stein et al. (2007) coinciden en que el currículo hace referencia a lo esencial o al contenido a enseñarse y aprenderse (¿qué enseñar?, ¿qué aprender?), a las expectativas de la instrucción expuestas en los documentos oficiales o construcciones teóricas y a los materiales diseñados para ser utilizados por los docentes en el aula de clases. De acuerdo con Stein et al. (2007) el currículo transita por cuatro fases cuando es utilizado por el profesor para guiar la enseñanza, denominadas: *currículo escrito, currículo intencionado, currículo ejecutado y aprendizaje de los estudiantes.*

Fase 1: Currículo escrito. Se representa por el documento prescrito por las autoridades educativas, producto de los acuerdos tomados por la comunidad educativa y política, en el que se hacen explícitos tanto los contenidos a enseñarse como los objetivos académicos a alcanzar (Eichler, 2010). El currículo escrito en este estudio es el programa de estudios de la asignatura "Tratamiento de la información", en adelante PTi (SEP, 2018).

Fase 2: Currículo intencionado o planificado. El currículo intencionado representa más una imagen de la práctica a ejecutarse en el salón de clases que al propio currículo oficial, ya que es la interpretación del currículo escrito que hace el docente. Para Stein et al. (2007), el currículo intencionado se "refiere a las intenciones del docente, es decir, el currículo planificado por el docente para ser enseñado" (p. 340). Stein y colaboradoras comentan que cuando el docente utiliza el currículo para elaborar su planificación, éste asume un papel mediador entre el currículo escrito y el aprendizaje de los estudiantes.

Fase 3: Currículo ejecutado. El momento en que el docente implementa lo planificado en el espacio destinado para la clase (puede ser el salón de clase) es justo cuando se da lugar a la ejecución del currículo (Batanero, 2001; Stein et al., 2007). La puesta en práctica de lo planificado puede entenderse como una fidelidad a lo prescrito en el currículo intencionado o una adaptación entre las propuestas externas y la realidad de cada centro o aula (Bolívar, 2008).

Fase 4: Aprendizaje de los alumnos. El aprendizaje de los alumnos constituye la fase de culminación del uso del currículo en la enseñanza. El aprendizaje entendido como las ideas y habilidades que los estudiantes desarrollan en clase, producto de la interacción entre contenido-estudiante-docente, y que puede ser validado mediante un proceso de evaluación (Batanero, 2001; Stein et al., 2007)

Transformación curricular

Se entiende por transformación curricular a las modificaciones que sufre el currículo durante su uso las que se dan por "factores que median en los procesos interpretativos e interactivos que ocurren dentro y entre las fases" (Stein et al., 2007, pp. 321-322). Los factores son aquellos que definen los elementos intrínsecos y extrínsecos al profesor (como la identidad profesional, las creencias y conocimiento del profesor, entre otros) que pueden incurrir en cada una de las fases de uso del currículo y en el tránsito de una a otra fase. En esta investigación se estudió el factor *orientación/interpretación del profesor hacia el currículo* como incidente en la transformación del PTi.

Metodología del estudio

Participantes

El participante principal fue el educador titular que impartió el curso a futuros profesores de matemáticas, quienes, oficialmente cursaban la LEAMES (licenciatura constituida por ocho semestres) en una Escuela Normal. Mismo que comentó carecer de experiencia en la enseñanza de la estadística. Tanto el educador como el grupo de estudiantes fueron elegidos por conveniencia (Hernández et al., 2014), pues eran los únicos que cursaban la asignatura.

Técnicas de investigación

Los datos fueron recolectaros mediante la implementación de las técnicas documental y de observación (de Freitas et al., 2017). La técnica documental se ejecutó durante la revisión del PTi (currículo escrito), la planificación elaborada por el educador (currículo planificado) y el portafolio de evidencias elaborado por los estudiantes (aprendizaje de los alumnos). La técnica de observación se llevó a cabo de manera no participativa durante la grabación de las sesiones de clase impartidas por el educador (currículo ejecutado).

Análisis de los datos

El tratamiento de los datos se organizó por cada una de las fases correspondientes al uso del currículo. El procedimiento de análisis fue cualitativo (de Freitas et al., 2017) y se centró en analizar el factor *orientación/interpretación del educador hacia el currículo* como incidente en la transformación curricular. Para el análisis del factor de transformación se usaron indicadores de los enfoques de *cultura estadística* (CE), constituido por habilidades que permiten entender, evaluar y comunicar la información estadística del contexto (Gal, 2002), *razonamiento estadístico* (RE), que implica entender y ser capaz de explicar procesos estadísticos e interpretar resultados estadísticos (Garfield y Gal, 1999) y *pensamiento estadístico* (PE), la forma en que piensan los estadísticos profesionales (Wild y Pfannkuch, 1999). Dichos indicadores fueron propuestos por Chávez Aguilar (2020) y Gómez-Blancarte et al. (2022) y fueron utilizados como medio para identificar y clasificar operativamente las orientaciones prescritas, implícita o explícitamente, en el PTi y las manifestadas, implícita o explícitamente, por el educador en su planificación (currículo intencionado) y durante la enseñanza (currículo ejecutado), así como las desarrolladas por sus estudiantes (aprendizaje de los alumnos).

Fase 1. Análisis del currículo escrito. Se revisaron dos grandes apartados del PTi: Propósitos y orientaciones y Unidades de aprendizaje (UA[1]). El PTi se organiza en tres UA: I. Elementos de análisis cuantitativo; II. Distintas tendencias de medida; III. Distribuciones de probabilidad. Las evidencias encontradas se codificaron según el indicador o indicadores al que se asociaban los enunciados de cada apartado, ya que un mismo enunciado podía implicar más de un indicador.

Fase 2. Análisis del currículo intencionado (planificación). Se analizó el plan de clase elaborado por el educador a fin de observar el uso que hizo del PTi, así como para identificar los indicadores de CE, RE y PE implicados en las actividades de clase propuestas. De las tres UA que componen el PTi se analizó únicamente la UA I, ya que fue la única videograbada debido a la suspensión de actividades derivado de la contingencia sanitaria por COVID-19. El contenido de la planificación se comparó con la información presentada en el PTi a fin de conocer el propósito plasmado en la planificación y establecer los puntos en común con el propósito preestablecido en el PTi.

Fase 3. Análisis del currículo ejecutado. En esta fase, el análisis consistió en la revisión de la transcripción de las videograbaciones de clase (más de 6 horas de grabación) de la UA I, a fin de identificar cómo fueron ejecutadas las actividades planificadas para esta unidad: 1) el cumplimiento de la intención y las actividades predeterminadas en la planificación y 2) el

[1] Esta abreviatura corresponde tanto al plural como al singular del término unidad de aprendizaje.

enfoque de enseñanza de CE, RE y PE, es decir, identificar la correspondencia entre la planificación del educador y las tareas ejecutadas durante la enseñanza de la UA I.

Fase 4. Análisis del aprendizaje de los alumnos. El aprendizaje de los estudiantes, correspondiente a la UA I, fue analizado a partir de sus portafolios de evidencias (compilación de los productos de aprendizaje solicitados por el educador) y de las conversaciones durante las cinco clases videograbadas. Se revisó la correspondencia entre las intenciones ejecutadas por el educador y el posible aprendizaje de sus estudiantes. Para ello, los indicadores de los enfoques de CE, RE y PE sirvieron para clasificar los diálogos de conversación entre el educador y su(s) estudiante(s) durante la clase, así como el contenido de los portafolios.

Resultados

Por cuestiones de espacio, se presentan los resultados de manera general respecto a lo identificado relacionado con la manera en que el educador interpretó y oriento el proceso de enseñanza, con base en los enfoques de cultura, razonamiento y pensamiento estadístico.

Fase 1: Currículo escrito

En general, el PTi sugiere promover características de CE, RE y PE, con mayor énfasis en las de RE, para la formación de profesores. En las diferentes secciones del PTi analizadas se identificaron un total de 61 evidencias de CE, 129 evidencias de RE y 39 evidencias de PE.

Las evidencias de CE se concentran en los indicadores relacionados con las características: Habilidades de alfabetización estadística y Conocimiento estadístico base. Es decir, se promueve la organización de datos, la construcción y presentación de tablas y el empleo de diferentes representaciones de datos; así como favorecer un conocimiento de términos básicos e ideas relativas a la estadística descriptiva, respectivamente.

Las evidencias de RE se concentraron en los indicadores: Comprensión de los datos, Comprensión de la distribución, Comprensión de la variabilidad, Comprensión de las medidas de centro, Comprensión de los modelos estadísticos, Comprensión del muestreo y Comprensión de la inferencia estadística, propios de la característica Desarrollo de ideas estadísticas. Las ideas estadísticas de Comprensión de los modelos estadísticos y Comprensión de la distribución fueron las de mayor presencia.

Sobre el PE, la revisión del PTi evidenció indicadores relacionados con la característica: Tipos fundamentales de pensamiento estadístico, específicamente, aquellos asociados con procesos de transnumeración.

Fase 2: Currículo intencionado

De acuerdo con la estructura de la planificación, el análisis permitió conocer el uso del currículo escrito que hizo el formador para elaborar la planificación del curso. Se identificó que el educador transcribió de manera textual secciones del PTi. En otras de las secciones, el

educador modificó de manera parcial su contenido en relación con lo señalado en el PTi o no lo consideró.

La planificación Actividades y temas de reflexión se conformó por enunciados que exponen, de manera resumida, acciones para ejecutar el contenido de la UA I. Dicho contenido aborda el estudio de los temas: Variables, Estadístico y Parámetro, Muestra y Población, Introducción al muestreo, Representación de información. En el PTi se declaran nueve enunciados y en la planificación del educador se identificaron 18 enunciados (14 de ellos fueron nuevas propuestas del educador o adecuaciones de lo declarado para el desarrollo de la UA I), de estos, 11 aluden a acciones de organización y gestión del trabajo en la clase y siete hacen referencia al contenido.

Las propuestas y adecuaciones realizadas por el educador en la planificación de la UA I, con respecto a lo estipulado en el PTi, ejemplifican una transformación del currículo escrito al currículo intencionado. Al proponer más enunciados o adecuarlos, las orientaciones de enseñanza también aumentaron y se centraron en fomentar más características de una CE. Por otro lado, dado que el educador no declaró las competencias de evaluación en su planificación, los indicadores de RE identificados en el PTi ya no transitaron a la fase de currículo intencionado. Las evidencias de PE estuvieron ausentes en esta fase 2.

Fase 3: Currículo ejecutado

El análisis de la implementación de la UA I se centró en los siete enunciados de las actividades de aprendizaje planificados que implicaban la movilización de contenido estadístico. Cabe precisar que de estos siete enunciados solo uno no se hizo operativo durante el desarrollo de las cinco sesiones de clase videograbadas.

Las acciones durante la ejecución del currículo se dirigieron a fomentar una CE seguida de un RE. Con respecto a la CE, el trabajo desarrollado por el educador estuvo centrado en que los estudiantes asimilaran el significado del término estadístico variable y los tipos de variable. El RE, principalmente, fue evidenciado al promover un ambiente de trabajo adecuado para que los estudiantes participaran y compartieran sus ideas durante las sesiones (acciones que habían sido identificadas desde la planificación de la UA I).

Fase 4: Aprendizaje de los alumnos

Los productos analizados del portafolio de evidencia de los estudiantes dieron cuenta del aprendizaje de los estudiantes sobre los indicadores de CE movilizados por el educador durante la fase de ejecución, direccionados principalmente a la Comprensión de símbolos y uso del lenguaje estadístico, Familiaridad con términos básicos de la estadística descriptiva y Comprensión de conceptos estadísticos. Además, el análisis de las videograbaciones también permitió identificar que educador promovió el indicador Ambiente de trabajo apropiado de RE, pues el ambiente de discusión que generó con los estudiantes les permitió sentirse seguros para participar y compartir sus ideas durante la clase.

La Tabla 1 muestra el énfasis de las características de los enfoques que fueron identificados en el análisis de todo el PTi (fase 1) y promovidas durante las fases de su uso (fases 2, 3 y 4). Las fases 1 y 2 contempla el análisis de la planificación de las tres UA; las fases 3 y 4, las cinco sesiones videograbadas en las que se desarrolló la UA I.

Tabla 1
Características de CE, RE y PE promovidas en las actividades de la UA I durante las cuatro fases del uso del PTi.

Enfoque	Característica	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
CE	*1.1. Habilidades de alfabetización estadística*	**X**	X	X	x
	1.2. Conocimiento estadístico base	X	x	x	x
	1.3. Conocimiento matemático	x	x	X	x
	1.4. Conocimiento del contexto	x		x	
	1.5. Preguntas críticas	x		x	
	1.6 Creencias y actitudes	x			
	1.7. Postura crítica	x	x	x	
RE	*2.1. Desarrollo de ideas estadísticas*	**X**	x	x	x
	2.2 Justificación de resultados	X	X		
	2.3. Desarrollar un ambiente de razonamiento profundo y significativo	**X**	X	x	x
PE	*3.1. Ciclo investigativo*	x	x		
	3.2. Tipos fundamentales del pensamiento estadístico	**X**	x		

Nota: **X** = más de 20 indicadores, X = entre 10 y 20 indicadores, x = entre 5 y 9 indicadores, x = menos de 5 indicadores
Fuente: Elaboración propia.

En la fase 1 se identificaron el mayor número de indicadores correspondientes a características de los enfoques de CE, RE y PE. La mayoría de los indicadores se identificaron en secciones del documento diferentes a las de las actividades de aprendizaje. En las fases de uso, el énfasis en la mayoría de esas características fue decreciendo. En este sentido, se puede apreciar una transformación curricular cuyo factor incidente fueron las orientaciones del enfoque de enseñanza.

Conclusiones y consideraciones

El análisis de las fases de uso del currículo da cuenta de algunas particularidades que se presentan en la formación de los futuros profesores:

El currículo escrito (PTi) presenta sugerencias que favorecen el desarrollo de elementos de un RE. Al transitar por el resto de las fases (currículo intencionado, currículo ejecutado y aprendizaje de los alumnos) se identificó, en mayor grado, un desarrollo de características de una CE, seguido de algunas de RE. La promoción de características de un PE fue identificada, con muy poca frecuencia, solo en las fases de currículo escrito e intencionado.

Las actividades planificadas por el educador, en la UA I, mostraron enunciados que fueron más allá de los prescritos en el PTi, lo cual ejemplificó una transformación curricular. El educador adecuó las actividades de aprendizaje propuestas en el PTi y añadió otras.

Durante la enseñanza, las estrategias implementadas por el educador estuvieron dirigidas al entendimiento de los términos estadísticos, alejados de alguna situación o fenómeno estadístico real.

En la última fase del uso del PTi (aprendizaje de los alumnos), las participaciones de los estudiantes y los productos contenidos en el portafolio de evidencias permitieron identificar indicadores orientados a comprender los términos estadísticos, como lo había planificado y ejecutado el educador.

Consideraciones finales

La educación o formación estadística de profesores demanda, por un lado, programas curriculares más alineados con esos enfoques. Por ejemplo, Batanero et al. (2011) señalan que las recomendaciones curriculares deberían abordar un enfoque orientado a los datos, donde los estudiantes diseñen y realicen investigaciones en contextos que motiven una postura crítica para la interpretación de los datos. Es decir, desarrollar elementos de un PE y RE. El problema es que estas recomendaciones y otras (e.g., las directrices de la GAISE College Report ASA Revision Committee, 2016) no siempre son promovidas en la práctica. La formación de educadores y profesores es un contexto idóneo para impulsar cambios que ayuden a redirigir el rumbo de la enseñanza de la estadística, pues son ellos quienes guiarán el proceso de enseñanza y aprendizaje de futuras generaciones de estudiantes de educación básica.

Si el educador conoce de esos enfoques, es probable que el uso curricular del programa sea potenciado. En este sentido, se resalta la necesidad de formación estadística que los educadores requieren para que ellos puedan comprender las propuestas de aprendizaje de los programas de estudio y tengan elementos que les permitan planificar y ejecutar esas propuestas a fin de alinearlas con los enfoques de enseñanza de la disciplina, como lo son los de CE, RE y PE.

Referencias y bibliografía

Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix, 15*, 2-13. https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/BLAIX.pdf

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Universidad de Granada.

Batanero, C., Burrill, G., y Reading, C. (Eds.) (2011). *Teaching statistics in school mathematics - challenges for teaching and teacher education* [Enseñanza de la estadística en las matemáticas escolares - desafíos para la enseñanza y la formación del profesorado]. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0

Bolívar, A. (2008). La práctica curricular. En A. de la Herrán Gascón y J. Paredes Labra (Coords.), *Didáctica general. La práctica de la enseñanza en educación infantil, primaria y secundaria,* (pp. 73-86). McGraw-Hill/Interamericana de España, S. A. U.

Burrill, G. (2008). Fundamental ideas in teaching statistics and how they affect the training of teachers [Ideas fundamentales en la enseñanza de las estadísticas y cómo afectan a la formación de los docentes]. En C. Batanero, G. Burril, C. Reading y A. Rossman (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference.* https://iase-web.org/documents/papers/rt2008/Panel1_Burrill.pdf?1402524989

Burrill, G. y Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers [Ideas estadísticas fundamentales en el currículo escolar y en la formación del profesorado]. En C. Batanero, G.

Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education* (pp. 57-69). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_10

Campos, T., Cazola, I., y Kataoka, V. (2011). Statistics school curricula in Brazil [Currículos escolares de estadística en Brasil]. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education* (pp. 5-8). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_1

Chávez Aguilar, R. D. (2020). *Características de la enseñanza de la estadística en los programas de estudio de educación media superior* [Tesis de maestría, Instituto Politécnico Nacional]. Repositorio de CICATA-IPN. https://www.cicata.ipn.mx/assets/files/cicata/ProME/docs/tesis/tesis_maestria/2020/Chávez_2020.pdf

Cuevas, H. (2013). *Reformas curriculares y formación del profesorado de estadística en secundaria.* En Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica (Ed.), III Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos (pp. 1-20). Costa Rica: Instituto Tecnológico de Costa Rica. http://funes.uniandes.edu.co/15645/1/Cuevas2013Reformas.pdf

de Freitas, E., Lerman, S., y Noelle-Parks, A. (2017). Qualitative methods [Métodos cualitativos]. En *Compendium for Research in Mathematics Education*, (pp. 159-182). National Council of Teachers of Mathematics

del Pino, G., y Estrella, S. (2012). Educación estadística: relaciones con la matemática. Pensamiento Educativo. *Revista de Investigación Educacional Latinoamericana, 49*(1), 53-64. https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/17684/17_Educación%20estadistica.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Eichler, A. (2010). The transformation process from written curricula to student's learning [El proceso de transformación desde el currículo escrito hasta el aprendizaje de los estudiantes]. *Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8)*, Ljubljana, Slovenia. https://iase-web.org/documents/papers/icots8/ICOTS8_8E3_EICHLER.pdf

GAISE College Report ASA Revision Committee. (2016). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) college report 2016* [Directrices para la evaluación y la instrucción en la educación estadística (GAISE) informe 2016]. American Statistical Association. https://www.amstat.org/docs/default-source/amstat-documents/gaisecollege_full.pdf

Gal, I. (2002). Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities [Alfabetización estadística de adultos: significados, componentes, responsabilidades]. *International Statistics Review, 70*(1), 1-51. The Netherlands: Intentional Statistical Institute.

Garfield, J. B., y Gal (1999). Assessment and statistics education: Current challenges and directions [Evaluacion y educación estadística: Retos y orientaciones actuales]. *International Statistical Review,* 67(1), 1-12. https://doi.org/10.2307/1403562

Gómez-Blancarte, A., Chávez, R., y Miranda, I. (2022). Enfoques de la enseñanza de la estadística en los programas de estudio de educación media superior. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, *13*, Artículo e1394. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v13i0.1394

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investig*ación. McGraw-Hill / Interamericana Editores, S.A. de C.V.

Navarrete-Cazales, Z. (2015). Formación de profesores en las escuelas normales de México. Siglo XX. *Revista Historia De La Educación Latinoamericana, 17*(25), 17-34. https://doi.org/10.19053/01227238.3805

Opolot-Okurut, C., y Eluk, P. (2011). Statistics school curricula for Uganda [Currículo escolar de estadística en Uganda]. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics-*

challenges for teaching and teacher education (pp. 15-20). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_3

Pansza, M. (1987). Notas sobre planes de estudio y relaciones disciplinarias en el currículo. *Perfiles Educativos*, (36), 16-34. https://www.iisue.unam.mx/perfiles/descargas/pdf/1987-36-16-34

Secretaría de Educación Pública. (2018). *Programa del curso tratamiento de la información. Segundo semestre*. https://www.cevie-dgespe.com/documentos/1425b.pdf

Secretaría de Educación Pública. (s.f.). *Planes 2018*. https://www.cevie-dgespe.com/index.php/planes-de-estudios-2018/120

Stein, M., Remillard, J., y Smith, M. (2007). How curriculum influences student learning [Cómo influye el curriculum en el aprendizaje de los estudiantes]. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning,* (pp. 319-369). National Council of Teachers of Mathematics.

Wessels, H. (2011). Statistics in the South African school curriculum [Estadística en el currículo escolar sudafricano]. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education* (pp. 37-40). Springer https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_4

Wild, C. J., y Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry [Pensamiento estadístico en la investigación empírica]. *International Statistical Review, 67*(3), 223-248. https://iase-web.org/documents/intstatreview/99.Wild.Pfannkuch.pdf

Formação matemática do pedagogo à luz da Sequência Fedathi

Maria José Costa dos **Santos**
Universidade Federal do Ceará
Brasil
mazesantos@ufc.br
Josaphat **Soares Neto**
Universidade Federal do Ceará
Brasil
josasosresneto@gmail.com
Vladiana Costa dos **Santos**
Universidade Federal do Ceará
Brasil
vladyanasantos@gmail.com
Roberto da Rocha **Miranda**
Universidade Federal do Ceará
Brasil
robertouece@gmail.com
Francisco Antonio **Nascimento**
Secretaria de Educação do Ceará
Brasil
francisco.antonio@prof.ce.gov.br
Antonio Jorge Lima **Barbosa**
Secretaria de Educação do Ceará
Brasil
professorjorge2010@gmail.com

Resumo

As ações didáticas dos professores devem começar bem antes do seu acesso à sala de aula, e devem ser movidas por uma reflexão–ação–reflexão (planejamento-prática-avaliação) pautadas por significados e preocupações pedagógicas, perpassando o processo de 'ensinagem'. Objetivamos apresentar a Sequência Fedathi(SF) como uma metodologia de ensino que se preocupa com *o antes, o durante e o depois* da aula de Matemática. Desenvolvemos uma pesquisa de abordagem qualitativa, natureza básica, objetivos exploratórios, de procedimento bibliográfica. Os resultados

apontam que a SF determina que a postura do professor transforma a relação - *aprender a aprender*, para que o aprendiz possa participar cada vez mais das aulas de Matemática, superando os obstáculos epistemológicos e didáticos. Em linhas gerais, para a SF o professor deve fomentar o protagonismo estudantil.

Palavras-chave: Sequência Fedathi; matemática; sala de aula; formação inicial.

Introdução

A Sequência Fedathi (SF) é uma metodologia direcionada para a melhoria da prática pedagógica visando à postura adequada do professor, e tem como princípio contribuir para que o professor supere os obstáculos epistemológicos e didáticos que ocorrem durante a abordagem dos conceitos matemáticos em sala de aula. Essa metodologia pode ser utilizada em diversas áreas de conhecimento, partindo da premissa de que uma construção conceitual deve ser executada, integrando o projeto teórico e prático em ações didáticas concretas que sejam úteis para planejar, (re)construir, investigar e buscar na análise dos dados extraídos da realidade, além da validação ou refutação das hipóteses levantadas durante a execução das sessões didáticas (aulas).

A referida metodologia é desenvolvida em quatro fases: 1) Tomada de posição – consiste na apresentação de uma situação desafiadora que pode ser na forma escrita, verbal, por meio de jogos, ou de outra forma, pode ser realizada em grupo ou individualmente; 2) Maturação – representa o momento em que o estudante busca identificar e compreender as variáveis envolvidas na situação que lhe foi apresentada. Nessa ocasião, o professor deve mediar levantando algumas questões (hipóteses e contraexemplos) que possam vir auxiliar o aprendiz no entendimento do problema, exemplo, refletir sobre: o que é pedido na situação? Quais os dados fornecidos? O que a situação solicita? Quais as variáveis envolvidas na situação apresentada?; 3) Solução – sinaliza a fase em que o aprendiz organiza esquemas para encontrar a solução, e os apresenta ao grupo maior. Diante das soluções apresentadas, o professor tem o papel de contra argumentar, apresentando, se necessário, contraexemplos, promovendo equilíbrios/desequilíbrios cognitivos no estudante com o intuito de ampliar e consolidar os conhecimentos, a fim de esclarecer possíveis dúvidas nas soluções (hipóteses) dos estudantes; e por fim, 4) Prova – representa a etapa em que o estudante faz a verificação da solução encontrada confrontando o resultado com os dados apresentados, nesse momento, o professor faz analogias com os modelos científicos preexistentes, formaliza o conhecimento científico construído e formaliza matematicamente o modelo apresentado.

A SF prevê na ação docente, que ele proporcione ao estudante a reprodução das etapas do trabalho de um matemático quando este está diante de uma situação-problema, assim, ele deve, interpretar os dados da situação que lhe foi apresentada, e então, desenhar e desenvolver as variáveis que se apresentam na solução e que poderão ou não serem testadas e validadas pelo professor, na fase da prova. Nesse interstício, o docente deve dialogar com o estudante sobre os possíveis *erros* (equívocos conceituais) que possam surgir, deve verificar os resultados encontrados no sentido de apresentar a solução mais geral e adequada a situação inicialmente proposta (Sousa *et al.*, 2013).

Uma das principais contribuições da referida metodologia, se dá nas fases da maturação e da solução, que normalmente não ocorrem em sala de aula. É comum nas aulas de Matemática, o professor lançar uma situação e resolvê-la em seguida, sem dar oportunidade ao estudante de experimentar, descobrir, produzir, construir sua própria solução. Para compreender melhor a metodologia em questão, apresentamos a seguir os resultados de pesquisas realizadas na formação inicial de professores que irão 'ensinar' matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

A Sequência Fedathi no ensino de Matemática: reflexões

Lima (2007) em sua tese de doutorado intitulada: "A matemática na formação do pedagogo: oficinas pedagógicas e a plataforma TelEduc na elaboração dos conceitos", diz que a SF contribui na constituição de conceitos matemáticos básicos: número, sistema de numeração decimal, operações fundamentais, geometria e medidas. O referido estudo foi desenvolvido com 42 alunos da disciplina Ensino de Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental, matriculados no Curso de Pedagogia da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, nos anos de 2005 e 2006. A autora constatou que as discussões, orientações e sugestões vivenciadas no curso favoreceram aos estudantes uma análise crítica das atitudes de seus antigos professores que tiveram na sua vida escolar, revelando que o tratamento dado à Matemática, suscitava nos estudantes um sentimento de uma ciência difícil, incompreensível, inacessível, cheia de fórmulas.

A autora ainda informa que o estudo proporcionou também aos alunos uma reflexão sobre como lidar com a Matemática na escola, numa perspectiva de um ensino melhor e de qualidade. Conclui o estudo afirmando que a SF foi importante para a formação inicial dos alunos, pois possibilitou uma discussão mais aprofundada dos temas, abordando pontos importantes, normalmente não trabalhados no ensino formal, e assim, desconstruindo conceitos mal elaborados, ou equivocados. O principal resultado desse trabalho foi à reformulação da ementa da disciplina e a ampliação da carga horária da disciplina que passou de 80h para 96h, além da criação de uma disciplina optativa de 64h.

Santos (2007) em sua pesquisa de mestrado trabalhou a SF e sua relação com a teoria de Piaget para entender e ampliar o sentido da aprendizagem matemática dos estudantes do curso de Pedagogia FACED/UFC visando contribuir para sua formação. Os resultados foram construtivos, pois as teorias em suas diferenças, se completavam e ampliavam conceitos e formas de trabalho, enriquecendo os resultados da pesquisa.

Segundo a autora a figura a seguir promove uma reflexão acerca da necessidade de, na formação inicial, *conhecer melhor para ensinar*, numa relação da teoria com a prática, considerando a aplicabilidade dessas teorias de modo a contribuir no ensino e na aprendizagem. A autora ainda destaca que a metodologia de ensino SF se apresenta bem mais completa que as outras, devido a pesquisas como as de: (Lima, 2007), (Lira, 2014), (Santos, 2007), (Sousa *et al.,* 2013), no intuito de alargar as possibilidades didáticas na/para o uso da referida metodologia.

Na prática: a sessão didática

Na compreensão de que o momento de planejamento é a preparação da 'sessão didática' e que o plano é a execução, ou seja, a SF em ação, ao iniciar a 'sessão didática', de acordo com a SF o professor deve ter feito inicialmente a análise ambiental e a análise teórica que compreendem: a) a análise do *plateau* (nível de conhecimento e experiência do aluno); b) campo conceitual necessário à compreensão do conteúdo a ser trabalhado; c) escolha da melhor forma de apresentar a pergunta inicial de formas e visões distintas, escolhas do material, *lócus,* dentre outras.

O ponto de partida deve ser uma situação, compreendida e entendida pelos alunos, tomando como referência o *plateau*. Normalmente, quando os alunos não dominam o pré-conteúdo (conteúdos que envolvem a base conceitual a ser apreendida), esse avanço necessita de mais atividades ou interpretações variadas, usando mais analogias, contraexemplos, bem como perguntas reflexivas e desafiadoras. (Sousa *et al.*, 2013).

Quanto ao acordo didático – para a SF é o conjunto de preceitos que entrelaça a cumplicidade didática na sala de aula entre professor – conteúdo– aluno. Deve estar previsto no planejamento da 'sessão didática', e claro para o professor, que apresentará para o aluno. Mas vale ressaltar que sempre objetivando atender as expectativas, principalmente, não só do docente, mas principalmente dos alunos. Com esse entendimento, apresentamos que a prática docente deve se fundamentar em quatro fases, a saber: tomada de posição, maturação, solução e prova. Perpassa o ato de e refletir sobre o trabalho docente, por meio da *análise ambiental e análise teórica* do conteúdo, com foco no tripé: professor-conhecimento-aluno.

Análise teórica – o conteúdo em jogo

Segundo Piaget (1976) o desenvolvimento é um processo contínuo e coerente. O processo de evolução humana é caracterizado por aquilo que os indivíduos vão realizando em escalas mais complexas. Essa evolução se dá em parte pelas ações advindas dos três tipos de conhecimentos, o físico, o social e o lógico-matemático. O conhecimento físico dá-se do contato, da interação do sujeito com o meio, da ação dele sobre o objeto, da experiência física e empírica, fator que possibilita um desenvolvimento cognitivo. O conhecimento lógico-matemático é a relação que o sujeito constrói dentre os objetos que manipula (o sentido de manipular aqui não é só o de manuseio, mas o de *instanciar* da lógica formal, de experimentar), envolvendo relações também com objetos que estão no seu nível de compreensão e consiste das relações feitas por ele.

O Tangram se apresenta como um jogo que podemos trabalhar o lógico-matemático, e conteúdos como propriedades das figuras, área, perímetro, frações equivalentes etc. Ao utilizá-lo em sala de aula, percebemos que tem um potencial atrativo para o estudante, ao mesmo tempo que promove uma aprendizagem significativa. O Tangram é de origem chinesa, formado por sete peças, sendo cinco com formatos triangulares, uma com formato quadrangular e uma com formado de um paralelogramo. Vejamos a figura 1.

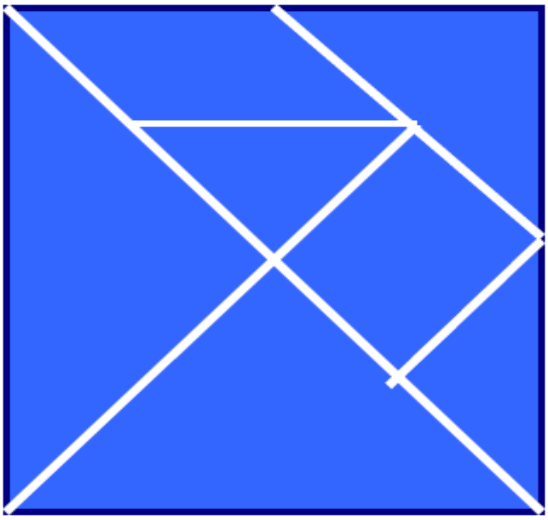


Figura 1. Tangram
Fonte: Arquivo pessoal (2013).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática/PCNM (Brasil, 1997) dizem que o jogo, categoria em que o Tangram se enquadra, é um dos caminhos para fazer matemática em sala de aula. Porém, por si só o jogo não fará com que o aluno aprenda. O sucesso dessa atividade depende da habilidade didática do professor ao propor a atividade em sala e o manuseio sobre o conhecimento em jogo.

Conteúdo da Sessão Didática – especificidades conceituais

1. Formatos geométricos: paralelogramo, quadrado, triângulos;
2. Área e perímetro das figuras do Tangram;
3. Propriedades das figuras do Tangram;
4. Saber científico do conteúdo abordado nessa sessão didática.

A Geometria surge no Paleolítico superior, de acordo com a presença em desenhos, utensílios, cerâmicas, armas, dentre outros. Segundo Boyer (1974), acerca de 3000 a.C, os sumerianos já utilizavam o cálculo da área de um retângulo: o produto do comprimento pela largura. Com esse entendimento, o aluno precisou ao final da 'sessão didática' saber o que é o perímetro de um polígono fechado ou aberto, e que a soma dos comprimentos da linha que limita a figura de um polígono, bem como, a comparação entre a região ocupada pela figura com um padrão, é a área de uma figura plana fechada, ou seja, sua superfície. Para calcular a área, por exemplo, de um quadrado, é necessário ver quantas vezes uma unidade de área padrão está contido nela.

Ex.: O lado do quadrado a seguir mede 8 cm. Considerando que A= L x L
A= 8×8 A= 64 cm²

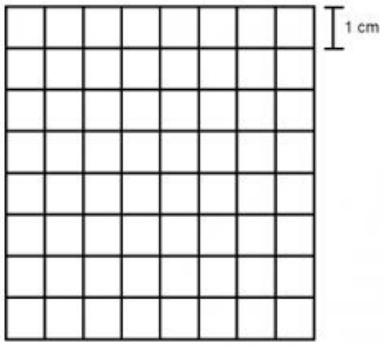


Figura 2. Quadrado.
Fonte: pesquisa direta.

Para calcular o perímetro devemos somar as medidas dos lados de uma figura. Usando a figura 2 e as mesmas medidas, vamos calcular o perímetro. Ex.: os quatro lados do quadrado valem 8 cm. P= L + L + L + L = 4xL, P= 4×8, P= 32, portanto, o perímetro do quadrado do exemplo é 32cm e área é 64 cm². É importante que os estudantes compreendam com essa atividade, por meio da visualização, a diferença entre perímetro e área.

Afinal, o que o aluno precisa saber para desenvolver com habilidade os conceitos de área e perímetro? É preciso que o professor proponha ao aluno uma pregunta. A pergunta – deve ser posta pelos professores para facilitar ao estudante a resolução da situação problema. A pergunta principal, na SF é a pergunta organizadora da 'sessão didática' que será responsável pelo direcionamento das demais tipologias de perguntas.

Nessa sessão didática, o professor perguntou: - Dado as 7 peças do Tangram, observe cada uma delas e diga se apresentam alguma relação de área e perímetro? Em seguida, o professor, fez outras perguntas que tinham objetivo de verificar o que e como os alunos estavam entendendo o conteúdo, tendo como foco principal facilitar e proporcionar *feedback* para compreender como o aluno construiu os conceitos.

Ação-reflexão

Momento do 'debruçamento' do aluno sobre o problema, na SF é a fase da maturação. Vale explicar que a palavra "debruçamento" é oriunda do francês *débrouiller*, e o seu significado consiste em se "debruçar sobre um problema", pensar, contextualizar e procurar compreender. Nesse momento a postura didática do professor é a da não intervenção (pedagogia *mão-no-bolso*) ou intervenção programada para que o estudante possa pensar, tentar, errar e colaborar com seus colegas, se for possível, pois matemática é uma atividade coletiva. (Santana & Borges Neto, 2003)

Trata-se do momento de construção de aprendizagem, em que o aluno está identificando e compreendendo as variáveis que envolvem a situação desafiadora que lhe foi apresentada, e, nesse momento também, podem, aluno e professor, discutirem as variáveis, e o professor pode ainda, sem intervir, mais solicitado pelo aluno, apresentar contraexemplos, contraperguntas, levantar hipóteses e proporcionar com que o aluno faça reflexões a fim que ele tenha maior possibilidade de encontrar uma solução.

Durante a 'sessão didática', o erro foi trabalhado não no sentido de 'punição', mas para despertar no aluno possíveis reinvestimentos na solução encontrada. Dessa forma, o erro do aluno foi gerenciado não para ser plenamente aceito, mas ser analisado no sentido de compreender o que revelam os processos de raciocínio e das superações necessárias para a construção do conhecimento lógico-matemático, trabalhado pelo professor no aluno a partir de perguntas que levem o aluno a refletir sobre as soluções por ele encontradas. As dificuldades cognitivas dos alunos devem ser corrigidas por ele mesmo, mediadas pelo professor, estimulando sempre o aluno a *"pensar para aprender a fazer fazendo"*. (Santos, 2007).

Apresentações genéricas para discussão no grupo – solução

Os alunos apresentam, representam e organizam as soluções encontradas, mostram esquemas que objetivem a solução. O professor organiza as soluções apresentadas, media as formulações com contraexemplos para mobilizar o raciocínio do aluno. As soluções apresentadas pelos alunos, que não sejam validadas, devem ser consideradas pelo professor, que deve promover desequilíbrios no intuito de promover no aluno conflitos cognitivos[1] que os possibilitem a reelaboração de conceitos, 'mal elaborados' inicialmente, e esclarecimentos das hipóteses mal formuladas.

Vejamos alguns contraexemplos usados nessa 'sessão didática': os contraxemplos a seguir se apresentam em forma de perguntas. As figuras geométricas manipuladas são polígonos? - O quadrado é um paralelogramo? O paralelogramo é um quadrado? OS triângulos apresentados no jogo, são semelhantes? É possível formar outros quadrados apenas com duas peças? Com três peças? Com quatro peças? Com cinco peças? E com seis peças? Justifique sua resposta. - Todas as figuras têm o mesmo perímetro? - Todas as figuras têm a mesma área? - Ao sobrepor as peças do jogo, o que você percebe?

Validação matemática do conceito construído

Na fase da prova, Santos (2022) destaca que o estudante faz a verificação da solução encontrada confrontando o resultado com os dados apresentados. Na ocasião, o professor deve fazer uma analogia com os modelos científicos preexistentes, e deve formalizar o conhecimento construído e matematizar o modelo apresentado.

Contudo, nessa sessão didática, o professor só realizou a formalização matemática, quando o aluno mostrou segurança acerca do conteúdo, caso contrário, ele deveria oferecer aos alunos mais contraexemplos, até que o aluno e se sentisse capaz de apresentar uma solução correta - o conceito esperado.

[1] A ideia de "conflito cognitivo" tem sua origem nesta teoria piagetiana de equilibração, mediante a qual um indivíduo constrói seus esquemas de conhecimento. Diante de um conflito cognitivo, a criança tenta primeiramente estabelecer uma assimilação do fenômeno observado aos seus esquemas de pensamentos prévios. Caso haja dificuldades para tal assimilação, como por exemplo a presença de incoerências, surge então uma situação de desequilíbrio, um buraco nas estruturas lógico-conceituais na criança. Fonte: http://www.paulords.tripod.com/Artigos/index_Copy_6.htm . Acesso dia 29 de novembro de 2022.

Mas, nem todos os alunos conseguiram chegar a resposta correta, no mesmo tempo didático, no entanto, os mais afeitos à Matemática, chegaram ao resultado correto mais rapidamente, já os menos afeito à matemática, apresentaram soluções variadas, utilizando muitas vezes modelos matemáticos incompletos em relação ao desejado.

Análises finais

De acordo com a SF, a avaliação não deve consumir maior parte da energia dos alunos, não deve ser punitiva, muito menos excludente. Ela deve favorecer a construção de conhecimento, deve promover reflexão. Deve ter uma perspectiva qualitativa e não-quantitativa. Na SF a avaliação é vista sob a perspectiva diagnóstica-formativa-contínua. O professor sob essa abordagem, deve eliminar a prática do olhar único, unilateral, que enxerga apenas a si mesmo, seus conhecimentos, seu pretenso saber, e ainda, como prevê as concepções da SF, o professor deve lançar um olhar plural, bem mais abrangente, respeitando as limitações e possibilidades cognitivas dos alunos.

Validação da sessão didática - a validação da sessão didática acontece quando os conceitos em jogo são construídos pelos alunos, bem como, quando é possível chegar à formalização matemática do conteúdo, pelas descobertas dos alunos, quando há uma mudança de quadro.

Transcrição da atividade - a tomada de posição deve ser analisada por se constituir objeto principal de conhecimentos prévios para posteriores abordagens, e por esclarecer melhor a continuidade da experimentação, e, por ser também norteador a ‘sessão didática’.

Fatores que atrapalharam o bom andamento da ‘sessão didática’- Exemplos: a não compreensão do 'acordo didático', devido ter surgido perguntas repetitivas sobre os contraexemplos apresentados, falhas na preparação da ‘sessão didática’ realizada pelo professor, pois não investigou se o material estaria acessível naquele ambiente, naquele momento, se estaria acessível para aquela 'sessão didática'. Fatores que contribuíram para o bom andamento da ‘sessão didática’- Exemplos: interesse dos alunos ao participarem da ‘sessão didática’; envolvimento do professor na realização das atividades individuais.

Conclusões locais – validação ou refutação das hipóteses levantadas – Exemplos: algumas dúvidas apresentadas pelos alunos em relação ao conteúdo não foram pensadas pelo professor; o tempo didático não foi compatível com o tempo de aprendizagem. No entanto, a pesar de alguns obstáculos, ora apresentados, a sessão didática detalhada, foi um sucesso, e concluímos que o uso da SF contribuiu para o desempenho dos alunos e professor.

Referências e bibliografias

Boyer, C. (1974). História da Matemática. São Paulo: Blucher.

Brasil. (1997). Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais para o. Ensino Fundamental. Brasília, MEC/SEF

Borges Neto, H.; Cunha, F. G. M.; Lima, I. P. de; Souza, M. J. A. (2000). A Sequência de Fedathi como Proposta Metodológica no Ensino- aprendizagem de Matemática e sua Aplicação no Ensino de Retas Paralelas. São Luiz/MA: XV Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste.

Lima, I. P. (2007) A Matemática na Formação do Pedagogo: oficinas pedagógicas e a plataforma TelEduc na elaboração dos conceitos. (Tese de Doutorado). Fortaleza: UFC.

Lira, J. A. S. (2014). GEM: uma história de formação de educadores matemáticos à luz da Sequência Fedathi. 68p.TCC (Graduação em Pedagogia). Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.

Piaget, J. (1976). A Equilibração das Estruturas Cognitivas. Problema central do desenvolvimento. Trad. Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar.

Santana, J. R.; Borges Neto, H. (2003). Sequência Fedathi uma proposta de mediação pedagógica na relação ensino/aprendizagem. In: Vasconcelos, José Gerardo (org.). Filosofia, Educação e Realidade. Fortaleza: Edições UFC.

Santos, M. J. C. (2007). Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas: desafio para a formação inicial. (Dissertação e Mestrado). Fortaleza: UFC.

Santos, M. J. C. (2022). Ensino de matemática: discussões teóricas e experiências formativas exitosas para professores do Ensino Fundamental / Maria José Costa dos Santos – Curitiba: CRV, 2022. 148 p. (Coleção Publicações GTERCOA, v. 3).

Sousa, F. E. E. de, Vasconcelos, F. H. L., Borges Neto, H., Lima, I. P. de, Santos, M. J. C. dos, Andrade, V. S. de (org.). (2013). Sequência Fedathi: uma proposta para o ensino de ciências e matemática. Fortaleza: Edições UFC.

Geometria e a criação de histórias ilustradas infantis

Daniela Jéssica **Veroneze**
Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI Frederico Westphalen
Brasil
dveroneze@hotmail.com
Arnaldo **Nogaro**
Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI Frederico Westphalen/Erechim
Brasil
narnaldo@uri.com.br
Marina Fátima **Onyszko**
Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI Erechim
Brasil
marinaonyszko.mo@gmail.com
Simone Fátima **Zanoello**
Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI Erechim
Brasil
simonez@uri.com.br

Resumo

Esta comunicação objetiva relatar uma prática avaliativa de geometria, desenvolvida em um curso de Pedagogia, de uma Universidade Comunitária no Norte do Rio Grande do Sul, Brasil, na disciplina de Fundamentos Teóricos e Metodológicos de Matemática – PED III. Ela foi desenvolvida dentro do Estágio Supervisionado no Ensino Superior, de um curso de Pós-graduação em Educação – doutorado – no segundo semestre de 2021. Trata-se da criação de uma história infantil ilustrada, que envolveu conhecimentos de geometria espacial e plana presentes no currículo da Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental, do país. Compreende-se que contar histórias é um ato comum do ser humano, mas de muito apreço pelas crianças, o que possibilita maior interação e motivação à aprendizagem de conhecimentos matemáticos. Com ela, as acadêmicas do curso de Pedagogia, puderam criar, refletir, aprofundar e organizar os conhecimentos matemáticos, apresenta-los as demais colegas, criar seus próprios materiais e conhecerem outro método de avaliação.

Palavras-chave: Educação Matemática; Avaliação formativa; Treinamento pedagógico inicial; Geometria; Brasil.

Introdução

Ler, identificar e compreender aspectos matemáticos em textos que apresentam a realidade ou que são apenas ficção, escrever textos (problemas, poemas, acrósticos, relatórios, histórias...) que envolvam conhecimentos matemáticos, desenhar e ilustrar (seja uma figura, um gráfico, uma tabela, etc.) conceitos e procedimentos matemáticos, a fim de argumentar cientificamente sobre determinados fatos acontecidos ou que se projetam, se faz primordial e pode parecer estranho a quem não detém seus estudos na área de Educação Matemática.

Como defende Carneiro (2011), estudar matemática na sociedade tecnológica atende a uma necessidade especial. Para o autor (2011, p. 199-200), o "[...] mundo contemporâneo supõe a necessidade de codificar, ordenar, quantificar e interpretar dados e informações com suas múltiplas variáveis" em que a "[...] Matemática se desdobra em processos de construção e validação de conceitos e argumentações", o que vai possibilitar a objetivação de procedimentos, levando a generalizar, a relacionar, a inferir e a desenvolver aquilo que chama de raciocínio abstrato. É nesse contexto que aprender a se comunicar matematicamente se faz necessário, pois é por meio da matemática que parte das informações e do conhecimento se consagra e sem ela, pouco se compreende e se intervém.

Dentre "[...] as tendências de pesquisa na área de Educação Matemática, várias estudam e/ou fazem uso das relações simbióticas entre a linguagem matemática e a língua materna para o processo de aprendizagem." (Montoito, et al., 2021, p. 86). Desta forma, este relato de experiência – metodologia entendida como aquela que pretende descrever experiências próximas vivenciadas, valorizando o esforço acadêmico-científico e explicativo, por intermédio da aplicação crítica-reflexiva e com o apoio teórico-metodológico de experiências distantes (Mussi, et al., 2021) – pretende expor uma prática avaliativa de criação de histórias matemáticas, com ilustrações, sobre geometria para crianças da Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A prática foi realizada no segundo semestre de 2021, de forma presencial, na disciplina de Fundamento Teóricos e Metodológicos de Matemática – FTM PED III, em um curso de Pedagogia de uma Universidade Comunitária no norte do Rio Grande do Sul, Brasil, que tinha como ementa os conhecimentos de geometria, grandezas e medidas e estatística e probabilidade, voltados para os níveis de atuação do pedagogo. Ela ainda, fez parte do Estágio Supervisionado no Ensino Superior de uma das autoras, a qual cursa Doutorado em Educação.

Mudar os horizontes frente a avaliação em matemática se faz importante, uma vez que seu conteúdo ainda tende a ser averiguado mediante provas procedimentais, por meio de exercícios definidos logo após a sua apresentação, os quais muitas vezes são repetitivos e pouco contextuais. Nesse sentido, o relato especifica-se dentro da temática de formação inicial de professores que ensinam matemática, no interesse de analisar a possibilidade de uma nova forma de construir e de avaliar conhecimentos, sejam eles de geometria ou de outros conteúdos.

Sendo assim, o relato em questão, encontra-se dividido em três partes, além da introdução, apresentando: o papel das histórias infantis no ensino e aprendizagem de matemática; Descrição e análise de dados, em que o relato é detalhado; e as Conclusões.

O papel das histórias infantis no ensino e aprendizagem de matemática

O ato de contar histórias está presente na evolução humana e na memória coletiva. Contar histórias, conduz a humanidade dentro de sua construção social conectando passado, presente e futuro. Para Malba Tahan (1957), seja a criança ou o adulto, de qualquer classe social, sábio ou ignorante, ouvir histórias torna-se um ato de prazer desde que elas sejam interessantes e cativem a atenção. Ainda, para o autor, a circulação da história perpassa o mundo, sobrevive a diferentes climas e faz qualquer povo se orgulhar de suas histórias, lendas e contos característicos.

Por mais técnica que uma disciplina ou um conteúdo seja, ele não deixa de contar uma história: a história do próprio desenvolvimento do conhecimento ou da área. Na escola, especialmente, essa contação de e da história do conhecimento pressupõe-se em uma narrativa do desenvolvimento da sociedade. Contudo, as histórias que se conjecturam na literatura infantil e que possuem textos e ilustrações mais atraentes, têm um apreço diferenciado pelas crianças, pois despertam diferentes emoções e significados a elas, fazendo com, como destaca Jalinek (2015), vivenciem situações, as relacionem aos acontecimentos rotineiros e apliquem tais experiência construindo conhecimentos.

São múltiplos os enredos de histórias infantis presentes na literatura que se relacionam com a matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Sagrilo, et al., (2018) ressaltam que estes recursos metodológicos podem ser divididos em dois conjuntos: o grupo que possui propostas diretas e indiretas a matemática e o grupo dos livros que foram criados propositalmente para auxiliar a prática pedagógica da disciplina.

No que se refere ao processo da contação de histórias infantis presentes na literatura e direcionadas às aprendizagens de Matemática, é notória a abertura dos conhecimentos específicos da área para uma comunicação ampliada de sentimentos e emoções, assim como para a possibilidade de gerar conhecimentos com outras áreas. São favorecidas, reflexões sobre determinadas atitudes, a abertura para o diálogo, os "[...] conhecimentos prévios e incompreensões dos alunos" (Cândido, 2001, p. 27), como também "[...] a abertura de espaços para a promoção da sensibilidade e da afetividade, uma vez que a narrativa acessa outras dimensões constitutivas do ser, [...]" consideradas todas elas importantes (Montoito, et al., 2021, p. 87).

Nesse sentido, no fazer e ser pedagógico, a contação de histórias presente na literatura infantil vem para contribuir nos aspectos de: (1) favorecimento do processo de ensino, visto que possibilita o desenvolvimento de conceitos matemáticos através de ilustrações; (2) embasar a produção de aprendizagens; e (3) fomentar a criação de materiais didáticos significativos aos interesses das crianças (Montoito, et al., 2021), podendo ser um caminho metodológico "[...] para que os alunos compreendam a linguagem matemática neles contida, de maneira significativa, possibilitando o desenvolvimento das habilidades de leitura de textos literários diversos e de

textos com linguagem matemática específica." (Silva & Rêgo, 2006, p. 208-209 apud Nacarato, et al., 2015, p. 102).

Cabe ao professor que ensina matemática, conhecer diferentes histórias infantis existentes, criar as suas e integrá-las aos diferentes contextos de ensino e áreas do conhecimento. É preciso pois, que ele compreenda que as contações de histórias são instrumentos e signos para aprender, refletir e intervir e que se constituem em um recurso metodológico que pode gerar curiosidade, criatividade e criticidade nos que se atentam a elas. Sendo assim, para que os professores conheçam estas possibilidades metodológicas, a formação inicial de professores também precisa considera-las, e é neste contexto que o presente relato de experiência converge.

Descrição e análise de dados: A criação de uma história infantil

Os fatos aqui apresentados ocorreram no segundo semestre de 2021 com três acadêmicas, na disciplina de FTM de Matemática – PED III, no curso de Pedagogia, em uma Universidade Comunitária do Norte do RS, Brasil. As atividades docentes foram desempenhadas por uma das autoras desta comunicação, quando realizava o Estágio em Docência no Ensino Superior, do curso de Pós-Graduação em Educação, nível de doutorado.

Com o intuito de avaliar os conhecimentos das acadêmicas ao longo da disciplina, solicitou-se que cada uma delas criasse uma história infantil ilustrada, apresentando conhecimentos sobre geometria plana e/ou espacial, haja vista que "Quando o aluno fala, lê, escreve ou desenha, ele não só mostra quais habilidades e atitudes estão sendo desenvolvidas no processo de ensino, como também indica os conceitos que domina e as dificuldades que apresenta." (Nacarato, et al., 2015, p. 45). Diante disto, teve-se como objetivo, além de avaliar os conhecimentos obtidos sobre geometria, verificar as percepções e as descobertas sobre o conteúdo estudado e aprofundar os conhecimentos organizando-os em forma de texto e ilustrações. Ademais, este tipo de avaliação pode servir de inspiração para que elas, quando docentes na Educação Básica, utilizem-se deste recurso. Para tal finalidade, foram necessárias quatro competências e habilidades dialógicas e cíclicas, são elas: leitura, escrita, interpretação e ilustração.

Comunicar-se utilizando-se de conhecimentos matemáticos demanda profundidade nos conceitos e procedimentos, bem como de atitudes favoráveis à comunicação. Um dos recursos de comunicação são os livros infantis. Estes que demandam conhecimento (língua materna e do que se está escrevendo), clareza de quem escreve e capacidades básicas de interpretação e de conceituações dos leitores.

É notório que para a aprendizagem de matemática, escrever é uma função importante, uma vez que, concordando com Cândido (2001, p. 15), quando são propostas atividades desta natureza tem-se a "[...] oportunidade para explorar, organizar e conectar seus pensamentos, novos conhecimentos e diferentes pontos de vista sobre um mesmo assunto.". Logo, se possibilita a capacidade de compreender o que escrevem de forma mais ampla e profunda e a dialogar com seus escritos, dos seus pares e com a literatura.

Para Nacarato, et al. (2015, p. 44) "Toda escrita pressupõe um leitor.". Assim para que as acadêmicas pudessem escrever suas próprias histórias infantis sobre geometria, elas precisaram ler e ouvir histórias variadas sobre conteúdos matemáticos, da mesma forma que necessitaram conhecer e ler o mundo com as lentes da geometria, as quais foram proporcionadas pelos conhecimentos e demais atividades da disciplina. Para tanto, foram levados às acadêmicas livros de história que propunham a explicação e a contextualização de conhecimentos como: figuras geométricas planas, formas de medição, diferenciação entre linhas e retas, entre outros. Com relação a geometria, desenvolveram-se atividades de identificação, experimentação, desenho, manipulação, uso de tecnologias digitais sobre conhecimentos de sólidos geométricos, figuras planas, retas, simetrias, congruências, semelhanças, etc.

A esse respeito, Smole e Diniz (2001, p. 70) afirmam que "[...] o ato de ler está alicerçado na capacidade humana de compreender e interpretar o mundo. Ler é um ato de conhecimento, uma ação de compreender, transformar e interpretar o que o texto escrito apresenta." sendo que "[...] a leitura deve possibilitar a compreensão de diferentes linguagens, de modo que os alunos adquiram uma certa autonomia no processo de aprender." (Smole & Diniz, p. 69). Diante disso, é necessário aprender a ler matematicamente e a ler para aprender "[...] pois, para interpretar um texto matemático, é necessário familiarizar-se com a linguagem e com os símbolos próprios desse componente curricular e encontrar sentido naquilo que lê, compreendendo o significado das formas escritas." (Nacarato, et al., 2015, p. 44).

Conhecendo algumas histórias e o conteúdo em questão, o desafio de escrever uma história infantil sobre geometria, começou a ganhar forma. Para este fim, foi verificada a necessidade de tornar as histórias que seriam apresentadas interessantes e que, posteriormente, motivassem a quem a lesse ou a ouvisse. Isto posto, a escrita da história infantil demonstrou que a compreensão de um texto é uma tarefa complexa, dado que "[...] envolve interpretação, decodificação, análise, síntese, seleção, antecipação e autocorreção" (Smole & Diniz, 2001, p. 70) e exige a capacidade de clareza dos registros, haja vista que "[...] uma produção mal-elaborada pode levar o leitor ao não entendimento da mensagem que se deseja transmitir." (Nacarato, et al., 2015, p. 114).

A esse respeito, Cândido (2001, p. 23) afirma que "a escrita é o enquadramento da realidade" e que "o ato de escrever não possui a mesma rapidez e maleabilidade da oralidade, pois quando escrevemos não é possível ir para tantos lados como no oral, a ordem da escrita determina a coerência e a lógica do texto, [...]" e "[...] a correção não é imediata.". Com vistas nisso, alertou-se sobre a necessidade do rigor matemático e da significância do conhecimento geométrico presentes na escrita do texto. Ademais, tal experiência de escrita permitiu o conhecimento de outras metodologias de ensino e avaliação e, como denota Nacarato, et al. (2015), na possibilidade de quebrar a convenção de uma cultura de aula mais procedimental. Portanto, incentivou-se o aprimoramento das percepções, dos conhecimentos e reflexões pessoais, bem como oportunizou-se "[...] habilidades de ler, ouvir, observar, questionar, interpretar e avaliar seus próprios caminhos, as ações que realizou, no que poderia ser melhor [...]", assim como a refletir sobre seu próprio pensamento e ter a consciência sobre o que se aprendeu (Smole, 2001, p. 31).

Ao se tratar de uma história infantil e de um conhecimento muito visual, também se requereu das acadêmicas, ilustrações. Cada acadêmica poderia optar sobre como criaria a história

infantil e optar pelos recursos que considerasse mais válido para seu trabalho. Com o contato direto com histórias infantis em formato de livros, todas optaram por esta modalidade de escrita, duas utilizando-se de poemas e rimas e a outra de um texto narrativo. Ainda, como mostra na Figura 1 em que são apresentadas as capas dos livros criados, duas delas fizeram suas histórias utilizando-se de tecnologias digitais e uma preferiu fazer a atividade manualmente.

Figura 1. Capas dos livros de história criados pelas acadêmicas do Curso de Pedagogia na disciplina de FTM de Matemática PED III sobre geometria

No que tange as ilustrações, essas para Montoito, et al. (2021, p. 95) são fundamentais "[...] quando se pretende desenvolver um trabalho que inter-relacione Literatura Infantil e Matemática, pois em muitas histórias são elas que fornecem os elementos necessários para que se desenvolva um trabalho com os conceitos matemáticos.". A esse respeito Cândido (2001, p. 17) analisa que "O desenho é pensamento visual e pode adaptar-se a qualquer natureza do conhecimento, seja ele científico, artístico, poético ou funcional" assumindo-o como uma linguagem tanto das artes quanto das ciências.

Com o enredo montado e com as ilustrações feitas, antes de apresentarem às demais colegas e à docente titular da turma, as acadêmicas enviaram para a docente estagiária as histórias criadas. Nesse primeiro envio, foi possível perceber as incompreensões conceituais ainda existentes, as quais foram sanadas individualmente. De maneira geral, como existiam poucas incompreensões, após esta leitura e debate entre docente e acadêmicas, as mesmas puderam concluir e apresentar suas histórias.

A primeira história, a que se observa mais à esquerda da Figura 1, apresentou conceitos sobre a geometria espacial. O texto foi escrito por meio de um poema rimado, partindo do contexto e das curiosidades gerais de crianças, tais como: sistema solar, construções, pirâmides do Egito, animais, brinquedos, etc. Esta utilizou de tecnologias digitais, mais especificamente as das ferramentas do *Canva*, de imagens criadas por ela mesma na plataforma e de figuras prontas e abertas disponíveis no *Google Imagem*. A segunda história apresentada na Figura 1, foi escrita também em forma de poema rimado, utilizando-se dos mesmos recursos de tecnologias digitais que a primeira. A preocupação desta história era apresentar as características das figuras planas, mostrando as diferenças entre elas e suas classificações, importando-se menos com a relação contextual da geometria à vida das crianças. No que se refere a terceira história, vista no canto direito da Figura 1, teve-se a preocupação em criar uma história narrada, a qual pudesse envolver as crianças também por meio da fantasia, apresentando os conceitos de figuras planas e imaginando que o jardim encantado era composto de flores, árvores, pedras e frutos geométricos. No começo da criação da história, esta acadêmica mostrou-se bastante apreensiva com a atividade, bem como demonstrou maiores dificuldades em correlacionar uma história com o

conteúdo estudado. Contudo, mesmo diante das dificuldades e da maior necessidade de revisão por parte da docente estagiária, ela conseguiu compreender, criar e ilustrar a história, cujo fundamento foi outra história contada dias antes. A acadêmica preferiu utilizar de desenhos feitos à mão e de instrumentos geométricos para sua criação.

Com a contação delas, foi possível notar a diversidade de escrita e ilustração sobre o mesmo tema, o que proporcionou um momento de interação, aprendizagem e reflexão sobre seus escritos e as possíveis interpretações deles pelas demais colegas e professoras.

Considerações finais

A criação de uma história infantil utilizando-se de conhecimentos geométricos mostrou-se, para as acadêmicas, como um recurso metodológico de avaliação motivador, uma vez que puderam apresentar seus conhecimentos de forma lúdica, mas com o devido rigor matemático. Seus *feedbacks* foram positivos com relação a criação, o que demonstra a importância do ler, escrever e ilustrar em matemática. Dessa forma, compreende-se que "[...] não há um único momento para usar os textos. Na verdade, o objetivo da produção do texto é que determina quando ele será solicitado ao aluno." (Smole, 2001, p. 35). A esse respeito, observou-se com a criação das histórias as dificuldades conceituais que as alunas apresentavam (nomenclaturas de figuras e sólidos geométricos, dimensões, ângulos, diferença entre lados, vértices e arestas e a abstração e rigorosidade matemática na geometria). Contudo, se não fosse por este método ou por um método de avaliação semelhante, provavelmente as correções e as mudanças dessas dificuldades para aprendizagens efetivas não seriam consolidadas, ao passo que as acadêmicas, de modo geral, apresentavam ansiedade e medo com relação a matemática. Além disso, puderam descobrir uma nova forma de conhecer as aprendizagens de seus alunos quando atuassem, seja na Educação Infantil, momento em que as crianças poderiam criar histórias faladas e com ilustrações e/ou recortes, ou nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em que poderiam apresentar elaborações mais detalhadas, escritas, ilustradas, cantadas, rimadas, etc., por meio de tecnologias digitais ou não, sobre os variados conhecimentos matemáticos.

No entanto, concorda-se com Lorenzato (2017, p. 86-87) quando este fala sobre materiais didáticos, exemplificando que eles são "[...] apenas um meio que pode desencadear ações e interações construtivas das noções matemáticas e que, por si só, provoca aprendizagem.". Por conseguinte, ressalta-se a necessidade de utilização de diferentes metodologias e recursos na formação de professores, sugerindo que os horizontes matemáticos são importantes, belos, prazerosos e possíveis de novas criações e outras metodologias.

Referências e bibliografia

Cândido, P. T. Comunicação em Matemática. En Smole, K. C. S., & Diniz, M. I. (org.). Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender. (pp 15-28). Artmed.

Carneiro, M. A. (2011). LDB Fácil: leitura crítico-compreensiva, artigo a artigo. Petrópolis: Vozes.

Jalinek, K. R. (2015). Jogos nas aulas de Matemática: brincadeira ou aprendizagem? Saarbrücken: Novas Edições Acadêmicas.

Lorenzato, S. (2017). Educação Infantil e Percepção Matemática. Campinas-SP: Autores Associados.

Montoito, R., & Cunha, A. V. & Weissheimer, R. F. (2021). Criando e ressignificando histórias infantis para o ensino de Matemática nos Anos Iniciais: relatos de pesquisas. En Navarro, E. R.; Sousa, M. C.; (orgs.). Educação Matemática em pesquisa: perspectivas e tendencias (pp 83-106). Editora Científica Digital.

Mussi, R. F. F., & Flores, F. F., & Almeida, C. B. (2021). Pressupostos para a elaboração de relato de experiência como conhecimento científico. Revista Práxis Educacional, 17(48), 60-77. https://doi.org/10.22481/praxisedu.v17i48.9010

Nacarato, A. M., & Mengali, B. L. S., & Passos, C. L. B. (2014). A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Sagrilo, A. P. B., & Silva, A. S., & Alencar, E. S. (2018). Aprendendo com uma sequência didática: o ensino da matemática por meio de histórias infantis. Seminário Formação Docente, 3. Dourados – MS. Anais. [...]. Dourados –MS, (pp1-8). file:///home/chronos/u-ecbda2aed655b85b848fa8a03c60d9cc910aee1f/MyFiles/Downloads/carlarsfigueiredo,+Texto+33+Ana+Paula+Bolsan+SAGRILO.pdf.

Smole, K. C. S. Textos em matemática: por que não? En Smole, K. C. S., & Diniz, M. I. (org.). Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender. (pp 29-68). Artmed.

Smole, K. C. S.; Diniz, M. I. (2001). Ler e aprender matemática. En Smole, K. C. S., & Diniz, M. I. (org.). Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender. (pp 69-86). Artmed.

Tahan, M. (1957). A arte de ler e contar histórias. Conquista.

Indicadores de la competencia docente de futuros profesores de Matemáticas al modificar tareas

Paloma **Santonja** Serrano
Universidad de Alicante
España
paloma.santonja@ua.es
Mar **Moreno** Moreno
Universidad de Alicante
España
mmoreno@ua.es
Salvador **Llinares** Ciscar
Universidad de Alicante
España
sllinares@ua.es

Resumen

El objetivo de esta investigación es caracterizar la competencia docente de estudiantes para profesores de educación secundaria al analizar y adaptar problemas de matemáticas para favorecer una enseñanza exploratoria. Veintiún estudiantes para profesor analizaron y modificaron problemas de matemáticas de libros de texto para favorecer la exploración. Las respuestas generadas por los grupos fueron analizadas usando una aproximación inductiva de generación de perfiles. Los resultados indican que los estudiantes para profesor utilizan de manera diferente las características de la enseñanza exploratoria al modificar las actividades de los libros de texto. Considerar simultáneamente aspectos matemáticos y didácticos al modificar las actividades de los libros de texto fue difícil para algunos estudiantes centrándose principalmente en solo los aspectos matemáticos.

Palabras clave: Formación de profesores; Enseñanza exploratoria; Modificación de tareas; Competencia docente.

Introducción

La perspectiva sobre la formación de profesores basada en la práctica (practice-based teaching education) identifica las prácticas matemáticas relevantes en la enseñanza y subraya

cómo los programas de formación de profesores pueden apoyar el desarrollo de las competencias docentes vinculadas (Grossman, 2018). En la formación de profesores de matemáticas esta perspectiva se ha traducido en estudiar cómo apoyar el desarrollo de competencias específicas tales como el análisis y modificación de tareas matemáticos para apoyar el aprendizaje de los estudiantes (Ayalon et al., 2021; Castillo-Cepedes y Burgos-Navarro, 2022; Lee et al., 2019).

El análisis de las tareas matemáticas y su modificación son dos procesos vinculados ya que se deben tener en cuenta las limitaciones y potencialidades identificadas en las actividades de los libros de texto. Sin embargo, identificar las limitaciones y potencialidades en las tareas matemáticas no resulta fácil para los estudiantes para profesor ya que este análisis vincula aspectos matemáticos y didácticos (Remillar y Bryans, 2004).

Por otro lado, se ha visto que la enseñanza basada en la exploración favorece la comprensión matemática de los estudiantes y les ayuda a desarrollar la curiosidad matemática, la reflexión crítica, el razonamiento y su autonomía como estudiantes (MaaB y Artigue,2013; Artigue et al.,2012). Llevar a cabo una enseñanza exploratoria implica diseñar tareas matemáticas que proporcionen oportunidades a los estudiantes para generar casos específicos y hacer generalizaciones observando patrones. En este sentido, investigaciones recientes evidencian que la comprensión progresiva de los elementos matemáticos y pedagógicos que intervienen en las tareas matemáticas por parte de los futuros profesores de matemáticas influyó en el modo en que éstos modificaban las tareas para apoyar la enseñanza exploratoria (Lee et al., 2019).

Es necesario continuar aportando información sobre la competencia docente de los estudiantes para profesor vinculados a propuestas formativas específicas. En particular, la de aprender a modificar tareas para favorecer una enseñanza exploratoria. El objetivo de este trabajo es caracterizar la competencia docente de los estudiantes para profesor de educación secundaria al analizar y adaptar problemas matemáticos de libros de texto para apoyar una enseñanza exploratoria.

Marco conceptual

La competencia docente de analizar y modificar problemas para favorecer una enseñanza basada en la exploración

Las tareas matemáticas que los profesores plantean en sus lecciones tienen relevancia en caracterizar la enseñanza de las matemáticas que promueven formas de pensar matemáticamente relevantes en los estudiantes (Watson y Ohtani, 2021; Sullivan, et al., 2013). Esta idea subraya la importancia del aprendizaje de los estudiantes para profesor de la competencia docente centrada en analizar tareas matemáticas (como ejemplo de una práctica nuclear sobre la que se apoya el programa de formación, Grossman, et al., 2018). En esta línea de trabajo, algunas investigaciones señalan que el desarrollo de las competencias docentes, entendidas como uso pertinente del conocimiento para desarrollar prácticas vinculadas a la enseñanza de las matemáticas, puede apoyarse si los programas de formación proporcionan guías de apoyo (conocimiento organizado procedente de las investigaciones sobre la enseñanza de las matemáticas) (Ivars et al., 2020). En el caso particular de la identificación de limitaciones y potencialidades de las tareas matemáticas, una guía para el análisis de las tareas es la forma que pueden adoptar las actividades para potenciar una enseñanza basada en la exploración.

Una enseñanza de las matemáticas basada en la exploración es un modelo de enseñanza en el que se crean oportunidades para que los estudiantes puedan trabajar de forma similar a un matemático (Dorier y Maass, 2020). Es decir, las actividades en una lección que reflejan principios de una enseñanza basada en la exploración deben ofrecer oportunidades a los estudiantes para que observen casos particulares y puedan generar conjeturas y generalizaciones, así como evaluar sus soluciones (Lee et al., 2019). Estas actividades crean espacios para establecer relaciones entre conceptos matemáticos a través de secuencias de cuestiones convergentes hacia el objetivo de aprendizaje pretendido. Identificar las limitaciones y potencialidades de los problemas y modificarlos para generar una enseñanza basada en la exploración es una tarea profesional compleja para los estudiantes para profesor (Lee et al., 2019; Ayalon et al., 2021).

Esta situación genera la necesidad de aportar más información sobre cómo los estudiantes para profesores desarrollan la competencia de analizar y modificar problemas para apoyar una enseñanza basada en la exploración. El objetivo de esta investigación es generar indicadores del desarrollo de esta competencia docente en estudiantes para profesores de educación secundaria.

Método

Se ha realizado un estudio cualitativo a partir de las respuestas de unos estudiantes para profesor a una tarea profesional planteada en un programa de formación.

Participantes y contexto

Los participantes fueron 21 estudiantes para profesor de matemáticas de Educación Secundaria que cursaban un programa de formación de profesores que los cualifica para ser profesor de enseñanza secundaria en España. Este programa incluye formación en aspectos normativos y de organización de los centros, aspectos pedagógicos y psicosociales y aspectos específicos de matemáticas y didáctica de la matemática. La formación matemática previa de los estudiantes era variada (1 graduado en matemáticas, 1 en física y 19 ingenieros de diferentes especialidades). La intervención formativa dirigida a desarrollar competencias docentes vinculadas a la enseñanza de las matemáticas constaba de 20 sesiones de 2 horas de duración durante quince semanas. Algunos de los objetivos del programa eran desarrollar competencias docentes relacionadas con la planificación de la enseñanza, con el análisis, modificación/diseño y secuenciación de tareas matemáticas para apoyar una enseñanza basada en la exploración.

El módulo sobre el análisis y modificación de problemas de libros de texto para favorecer una enseñanza exploratoria duraba 12 horas. Proporcionaba a los estudiantes para profesor una guía y fundamentación para el análisis y la modificación de los problemas considerando los principios de la enseñanza exploratoria (Lee, et al., 2019), y dos tareas profesionales para la resolución en grupos de 3-5 estudiantes y la posterior discusión en el grupo clase.

La tarea

Una de las tareas profesionales presentaba un problema tomado de un libro de texto de matemáticas de primero de Educación Secundaria (11-12 años) cuyo objetivo era estudiar la

relación entre el área y el perímetro de figuras planas (Figura 1). A los estudiantes para profesor se les pedía, en primer lugar, resolver el problema, identificar las matemáticas movilizadas en la resolución (conceptos, procedimientos, propiedades), y determinar indicadores de logro establecidos en el currículo considerando el objetivo de aprendizaje pretendido (cuestiones 1,2, 3; Figura 1). En segundo lugar, identificar posibilidades y limitaciones del problema considerando las características de las tareas matemáticas que apoyan una enseñanza exploratoria (cuestión 4; Figura 1). Finalmente, se les pedía una modificación del problema para favorecer una enseñanza exploratoria (cuestiones 5 y 6; Figura 1).

Los datos de esta investigación son los informes generados por los cinco grupos de estudiantes para profesor de matemáticas de secundaria a esta tarea profesional.

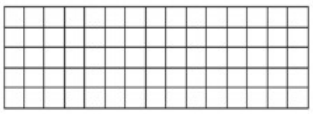
Tarea profesional A:

Para iniciar a los estudiantes de primero de la ESO en la relación entre área y perímetro un profesor selecciona la siguiente tarea:

41. ● **Sobre una cuadrícula, dibuja cinco figuras distintas que se puedan formar con 5 cuadraditos. Estas figuras se denominan pentaminos. Se pide:**

a) Obtén el perímetro de cada figura.

b) ¿Tienen todas la misma área?



Problema tomado del libro de texto Matemáticas 1º ESO Editorial Santillana p. 280, libro del profesor

Se pide:

1. Determinar el/los contenidos, el/los objetivo/s de aprendizaje y los indicadores de logro según el currículum.
2. Resuelve la tarea.
3. Analiza las matemáticas necesarias para la resolución de esta tarea: conceptos, procedimientos y/o propiedades.
4. Analiza las posibilidades y las limitaciones de esta tarea para alcanzar los objetivos propuestos.
5. Modifica la tarea en función de la respuesta al apartado 4.
6. Propón una secuencia de enseñanza para favorecer la comprensión conceptual del/los objetivos de aprendizaje.

Figura 1

Tarea profesional sobre análisis y modificación de un problema de un libro de texto para apoyar una enseñanza exploratoria

Análisis

El análisis de los datos siguió un proceso inductivo de generación de perfiles en tres fases. En la primera fase, tres investigadores leyeron individualmente los informes generados por los estudiantes para profesor y seleccionaron conjuntos de frases que comunicaban alguna idea sobre la identificación del objetivo de aprendizaje de la tarea, las posibilidades y limitaciones del problema propuesto y las características del problema modificado (atendiendo al objetivo y a las características de la enseñanza exploratoria).

En la siguiente fase, discutimos semejanzas y diferencias en nuestras descripciones de las respuestas, con la finalidad de unir criterios. Finalmente, se agruparon las respuestas de los futuros profesores que reflejaban similitudes entre sí creando los diferentes perfiles.

Se tuvieron en cuenta tres temas: la identificación del objetivo de aprendizaje (objetivo de la enseñanza), el análisis de las posibilidades y limitaciones del problema para reflejar el principio de la enseñanza basada en la investigación y, por último, las características de la modificación de la tarea y la secuencia de problemas para la instrucción. La Tabla 1 muestra los temas y el enfoque y preguntas usados para caracterizar cada perfil.

Tabla 1
Tema, enfoque y preguntas para caracterizar el perfil

Tema	**Enfoque y preguntas: Como los estudiantes identifican el objetivo y como tienen en cuenta los principios de la enseñanza exploratoria**
Identificación del objetivo	¿Hasta qué punto los estudiantes para profesor consideran el objetivo de aprendizaje de manera consistente?
	¿Cómo tienen en cuenta los principios de la exploración para determinar la adecuación del problema para favorecer la enseñanza exploratoria?
¿Cómo utilizan los principios de la enseñanza exploratoria al analizar posibilidades y limitaciones del problema?	¿Cómo justifican hasta qué punto el problema permite alcanzar el objetivo de aprendizaje?
	¿Hasta qué punto las modificaciones permiten generar oportunidades de aprendizaje para alcanzar el objetivo propuesto?
	¿Cómo apoyan las modificaciones a enseñanza exploratoria?

Nota. Elaboración propia a partir de los comentarios pre-analíticos.

Resultados

Siguiendo el procedimiento de análisis indicado, identificamos tres perfiles de los estudiantes para profesores de educación secundaria sobre cómo analizan y modifican problemas matemáticos para apoyar una enseñanza basada en la exploración definidos por: (i) considerar el objetivo de aprendizaje y las características de una enseñanza exploratoria (G2 y G5); (ii) considerar el objetivo de aprendizaje pero indicando procesos de exploración no sistemática que dificultan generar conjeturas (G1 y G3), y (iii) no considerar el objetivo de aprendizaje ni las características de una enseñanza exploratoria (G4). Estos resultados indican diferentes maneras en que los estudiantes para profesor utilizan las características de la enseñanza exploratoria al modificar un problema de un libro de texto para crear oportunidades que permitan generar conjeturas y procesos de generalización.

En esta comunicación ejemplificamos las diferencias entre los perfiles (i) y (ii) mostrando algunas evidencias de cómo los estudiantes para profesor modificaban las tareas teniendo en cuenta las características de la enseñanza exploratoria. En particular, nos centramos en la manera en que los estudiantes para profesor consideraban el proceso de exploración sistemática de casos particulares, entendida como la formulación de una secuencia de cuestiones convergentes hacia el objetivo pretendido que permiten establecer patrones y conexiones entre distintos casos particulares para favorecer la generación de conjeturas.

Por ejemplo, el grupo G2, decide modificar el problema (Figura 2) proponiendo primero el estudio de la relación área-perímetro de algunos tetraminos (casos particulares) y guiando la exploración de esta relación (cuestiones a, b y c, primer apartado). A continuación, propone otro estudio (cuestiones a y b, segundo apartado) para las figuras de 5 cuadraditos (casosparticulares). El uso de dos tipos de figuras (tetraminos y pentaminos) amplía el conjunto de casos particulares sobre los que establecer una secuencia de cuestiones convergentes hacia la relación área-perímetro (objetivo de aprendizaje) evidenciando una exploración sistemática (a-b- c y a-b).

-Dibuja tres figuras distintas que se puedan formar con 4 cuadraditos enteros. Cada cuadradito tiene que tener al menos una arista coincidente con el cuadrado adyacente. Para cada una de las figuras, calcula su perímetro y su área.
a) ¿Es el área igual en todos los casos? ¿Por qué?
b) ¿Es el perímetro igual en todos los casos? ¿Por qué?
c) ¿Todas las figuras tienen la misma relación entre área y perímetro? Y si es así, ¿podrías encontrar una que no la tuviera?
-En el caso de los pentaminós, figuras que se puedan formar con 5 cuadraditos enteros que tienen al menos una arista coincidente con el cuadrado adyacente, hay 12 soluciones posibles y sólo 1 no tiene la misma relación entre área y perímetro,
a) ¿sabrías encontrarla?
b) ¿Cuándo no se cumple la condición de, a misma área mismo perímetro?

Figura 2. Cuestiones introducidas en la modificación de la actividad - Grupo 2

En cambio, la modificación del grupo 3 (Figura 3), no guía una exploración sistemática. Solicita que construyan figuras con misma área, pero distinto perímetro y viceversa (Generación de casos particulares, cuestiones a y b). Sin embargo, luego preguntan cómo aumentan área y perímetro de figuras semejantes (cuestión c). Esta cuestión traslada el foco de atención hacia la relación entre áreas y perímetros de figuras semejantes, que desvía el objetivo pretendido (secuencia de cuestiones divergentes en relación a objetivo pretendido). Esta secuencia dificulta la generación de conjeturas sobre la relación área -perímetro de polígonos.

Sobre una cuadrícula, dibuja figuras distintas que se puedan formar con cuadraditos de forma que se cumplan los siguientes criterios:
a) Tres figuras deben tener la misma área, pero distinto perímetro.
b) Dos figuras deben tener el mismo perímetro, pero distinta área.
c) Dibuja una figura con 5 cuadraditos y la figura escalada con una relación 1:2. ¿Cómo aumentan el perímetro y el área?
d) ¿Crees que existe una relación entre área y perímetro?

Figura 3. Cuestiones introducidas en la modificación de la actividad - Grupo 3

Los grupos del perfil (i) (G2, G5) muestran evidencias de la comprensión de la enseñanza exploratoria, en cuanto a que las modificaciones que permiten realizar una exploración sistemática. En cambio, en los grupos del perfil (ii) (G3, G1) la exploración propuesta no es sistemática, se limita a generar unos casos particulares pero las preguntas no conducen a conjeturar para generalizar.

Discusión

El objetivo de este estudio era caracterizar la competencia docente de los estudiantes para profesor de educación secundaria al analizar y adaptar problemas matemáticos de libros de texto para apoyar una enseñanza exploratoria. Nuestros resultados indican que solo algunos estudiantes para profesor fueron capaces de atender a la exigencia de coordinar el objetivo de aprendizaje con las características de la enseñanza exploratoria. En particular, crear una secuencia de cuestiones convergente hacia el objetivo de aprendizaje que permitiera generar conjeturas resultó difícil para algunos de ellos. Este resultado complementa la información de investigaciones previas sobre el desarrollo de la competencia docente de analizar y modificar actividades. (Lee et al., 2019, Ayalon et al., 2021). Nuestros resultados indican la complejidad de

atender simultáneamente a aspectos matemáticos y didácticos cuando los estudiantes para profesor intentan modificar actividades para fomentar formas de pensar matemáticamente relevantes en los estudiantes tales como conjeturar y generalizar. Así, cuando los estudiantes para profesor consiguen tener en cuenta al mismo tiempo lo matemático y lo didáctico reflejan características de una enseñanza exploratoria en el diseño de las actividades.

Reconocimiento

Este estudio forma parte del proyecto Referencia: PID2020-116514GB-I00, Agencia Estatal de Investigación, Ministerio de Ciencia e Innovación, España.

Referencias y bibliografía

Artigue, M., Batist, P., Dillon, J., & Lena,P. (2012). *Learning through inquiry*. The Fibonacci project resources, http:// Fibonacci-project.eu.

Ayalon, M., Naftalief, E., Levenson, E., & Levy, S. (2021). Prospective and In-Service mathematics Teachers Attention to a Rich Mathematics Tasks while planning its implementation in the classroom. *International Journal of Science & Mathematics Education*, 19, 1695-1716. https://doi.org/10.1007/s10763-020-10134-1

Castillo-Cespedes, M.J., & Burgos-Navarro, M. (2022). Developing reflective competence in prospective mathematics teachers by analyzing textbooks lessons. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 18*(6), em2121. https://doi.org/10.29333/ejmste/12092

Choppin, J. (2011). The Impact of Professional Noticing on Teachers' Adaptations of Challenging Tasks.*Mathematical Thinking and Learning, 13*(3), 175-197. https://doi.org/10.1080/10986065.2010.495049.

Dorier, JL., & Maass, K. (2020). Inquiry-Based Mathematics Education. En S. Lerman (eds.). *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp.384-388). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_176

Grossman, P. (2018). *Teaching core practices in teacher education*. Cambridge, MA: Harvard Education Press.

Ivars, P., Fernández, C., & Llinares, S. (2020). Uso de una trayectoria hipotética de aprendizaje para proponer actividades de instrucción. Enseñanza de las ciencias, 38(3), 105-124. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2947

Lee, E-J., Leem K-H., & Park, M. (2019). Developing Preservice Teachers' Abilities to Modify mathematical Tasks: using Noticing-Oriented Activities. *International Journal of Science and mathematics Education, 17*, 965-985. https://doi.org/10.1007/s10763-018-9891-1

MaaB, K., & Artigue, M. (2013). Implementation of inquiry-based learning in day-to-day-teaching: a synthesis. *ZDM Mathematics Education, 45*(6), 779-795.

Remillard, J.T., & Bryans, M.B. (2004). Teachers' orientations toward mathematics curriculum materials. Implications for teacher learning. *Journal of Research in Mathematics Education, 35*(5), 352-388.

Sullivan, P., Clarke, D., & Clarke, B. (2013). *Teaching with Tasks for Effective Mathematics Learning.* Springer Science+Business Media. New York.

Watson, A., & Ohtani, M. (2021). *Task Design in Mathematics Education, an ICMI Study 22.* Springer nature. https://doi.org/10.1007/978-3-319-09629-2

Interpretar características del razonamiento proporcional para tomar decisiones que ayuden a los estudiantes a progresar en su aprendizaje

Jonathan **Espinoza** González
Escuela de Matemática, Universidad Nacional
Costa Rica
jonathan.espinoza.gonzalez@una.cr
Àngela **Buforn** Lloret
Departamento de Innovación y Formación Didáctica, Universidad de Alicante
España
angela.buforn@ua.es
Salvador **Llinares** Ciscar
Departamento de Innovación y Formación Didáctica, Universidad de Alicante
España
sllinares@ua.es

Resumen

Se investiga cómo estudiantes para profesores de matemáticas de educación secundaria interpretan características del razonamiento proporcional en estudiantes de educación secundaria como paso previo a decidir cómo continuar la enseñanza. Catorce estudiantes para profesores participaron en una intervención formativa dirigida a desarrollar competencias docentes a partir de la interpretación de las respuestas de tres estudiantes de educación secundaria a cinco problemas, reflejando diferentes características del desarrollo del razonamiento proporcional. Los resultados muestran que los estudiantes para profesor que consideraban globalmente las características del razonamiento proporcional de cada estudiante evidenciado en las respuestas a los diferentes problemas, sugieren acciones de enseñanza coherentes con estas interpretaciones. Sin embargo, decidir cómo continuar la enseñanza resulta difícil para los estudiantes para profesores que no interpretan de manera global las características del razonamiento proporcional de los estudiantes.

Palabras clave: didáctica de la matemática; Educación superior; Enseñanza; Aprendizaje; Formación docente inicial; Investigación cualitativa; Proporcionalidad; Competencia docente “mirar profesionalmente”.

Introducción

Mirar profesionalmente una situación de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas consiste en identificar aspectos relevantes para el aprendizaje e interpretarlos para justificar propuestas de acción (Llinares et al., 2019; Mason, 2002). Promover esta competencia en el profesorado es importante porque genera formas de actuar de manera consciente y fundamentada, a partir del significado dado a las situaciones de enseñanza. Se asume que esta competencia no es innata, pero puede apoyarse su desarrollo desde la formación inicial pero que es necesario vincularlo a contenidos matemáticos específicos (Llinares, 2013). Un dominio matemático relevante en educación secundaria es el razonamiento proporcional, por lo que es necesario que los estudiantes para profesor de matemáticas desarrollen la competencia docente vinculada al apoyo de este razonamiento. Sin embargo, investigaciones previas muestran las dificultades que tienen los estudiantes para profesor (EPPs) para desarrollar esta competencia docente (Buforn et al., 2022; Fernández et al., 2011; Glassmeyer et al., 2021; Hines et al., 2005). Como consecuencia, es necesario aportar información sobre cómo apoyar el desarrollo de esta competencia en los programas de formación. El objetivo de la investigación presentada aquí es aportar información en esta línea, con especial atención a la forma en que EPPs toman decisiones para continuar con la enseñanza a partir del reconocimiento de características del razonamiento proporcional de estudiantes.

Transiciones en el razonamiento proporcional y desarrollo de la competencia docente mirar profesionalmente el razonamiento proporcional de los estudiantes

El razonamiento proporcional es la manera de reconocer y usar las relaciones multiplicativas entre dos cantidades que covarían multiplicativamente (situaciones proporcionales) y la capacidad de reconocer situaciones proporcionales de las no proporcionales (Lamon, 1993). Las investigaciones previas han identificado transiciones en el razonamiento proporcional de los estudiantes de educación secundaria que los profesores deben tener en cuenta al pensar en la enseñanza de los conceptos de razón y proporción (Lobato et al., 2010) (Tabla 1). Reconocer las transiciones del razonamiento proporcional que la enseñanza debería apoyar se vincula a la capacidad de los profesores de identificar rasgos del razonamiento proporcional en un estudiante. Para ello, los EPPs deben aprender a identificar e interpretar cómo los estudiantes usan las relaciones multiplicativas entre las cantidades, considerando diferentes tipos de problemas, para identificar objetivos de aprendizaje que deben ser considerados al diseñar la enseñanza.

Tabla 1
Transiciones entre los niveles del razonamiento proporcional

Transición	Descripción
1	*Del pensamiento absoluto al pensamiento relativo*. En esta transición el estudiante pasa de enfocarse en una sola cantidad a prestar atención a la relación entre dos cantidades. El estudiante inicia la construcción de la idea de razón como una relación multiplicativa entre dos cantidades de igual o distinta magnitud. Sin embargo, puede relacionar aditivamente las cantidades cuando la situación es proporcional o multiplicativamente cuando es no proporcional.

2	*De considerar una razón a formar múltiples razones*. En esta transición los estudiantes van de identificar relaciones multiplicativas entre cantidades de igual magnitud y trasladarlas a la otra magnitud, hasta reconocer y usar la razón funcional como una estrategia más eficiente. En esta transición el estudiante inicialmente identifica, construye y usa razones escalares que evidencian la invarianza de las razones escalares e inicia la comprensión de la constancia de las razones funcionales, pero tiene dificultades en representar las razón funcional.
3	*De usar razones funcionales a representarlas*. Implica usar la razón funcional y la constancia de las razones funcionales (constante de proporcionalidad) y representarla en diferentes representaciones (tabular, verbal o algebraicamente).

Fuente: Elaboración propia

Metodología

Participantes y contexto

Los participantes fueron 14 EPPs de Matemática de Educación Secundaria en el tercer año de su formación inicial, matriculados en un programa de formación docente de la Universidad Nacional (Costa Rica). El estudio forma parte de una investigación más amplia en el que se diseñó una intervención formativa de 17 sesiones de duración (una sesión por semana de 150 minutos) con el objetivo de empezar a desarrollar la competencia docente "mirar profesionalmente" situaciones de enseñanza y aprendizaje del razonamiento proporcional en educación secundaria. En esta comunicación presentaremos los resultados iniciales relativos al desarrollo de la manera en la que los EPPs reconocían características del razonamiento proporcional en estudiantes de educación secundaria como paso previo a decidir cómo ayudarles a realizar las transiciones para llegar a ser mejores razonadores proporcionales. Para ello, durante dos sesiones, los estudiantes para profesor resolvieron una serie de problemas de razón y proporción, y discutieron sobre las características de los problemas (elementos matemáticos), y sobre las estrategias empleadas por ellos mismos (correctas e incorrectas). A los estudiantes para profesor se les proporcionó un documento con información teórica sobre estos aspectos para apoyar sus argumentos y ayudarles a hablar sobre las características del desarrollo del razonamiento proporcional.

Instrumento y Procedimiento

Posteriormente, los EPPs resolvieron una práctica formada por tres cuestiones vinculadas a las tres destrezas de la competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: identificar, interpretar y tomar decisiones de acción (Jacobs et al, 2010) (Figura 1). La práctica presentaba las respuestas hipotéticas de tres estudiantes de secundaria a cinco problemas idénticos o con pequeñas modificaciones a los que los EPPs habían resuelto previamente

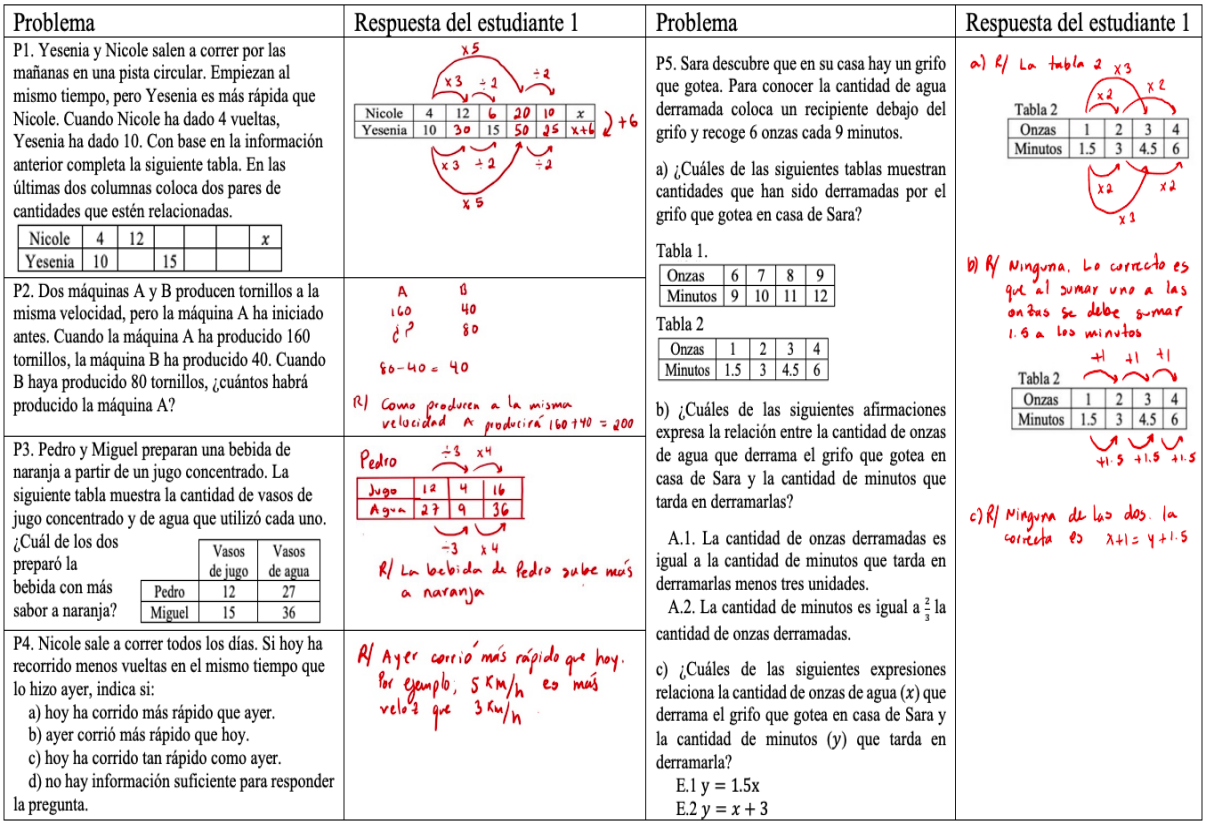
A continuación, se muestran respuestas de tres estudiantes a cinco problemas de las prácticas 1 y 2, con algunas modificaciones leves. Ahora realiza lo siguiente:

1. Analiza el pensamiento matemático de cada estudiante con base en los siguientes criterios.
   a) IDENTIFICAR. Describe la estrategia utilizada sin importar si es correcta o no. En caso de ser incorrecta explica qué es lo que el estudiante no comprende.
   b) INTERPRETAR el nivel de desarrollo del razonamiento proporcional. A partir de las respuestas dadas por un mismo estudiante a todas las tareas, identifica las transiciones que ha logrado alcanzar y aquellas que aún debe superar en su pensamiento para desarrollar su razonamiento proporcional. Con base en lo anterior, indica el nivel de desarrollo del razonamiento proporcional alcanzado por cada estudiante. Justifica tu respuesta.
2. DECISIONES DE ACCIÓN ¿Qué cuestiones o qué otras tareas propondrías para promover las transiciones en el pensamiento del estudiante que apoyan el desarrollo de su razonamiento proporcional?

Figura 1. Consigna dada a los EPP.

Cada problema (Figura 2) responde a un propósito y tiene diferentes características (tipo de problema, tipo de razón, contexto y formas de expresar la relación funcional). El problema 1 pretendía que el estudiante completara una tabla de proporcionalidad y expresara la relación funcional de forma algebraica (con una razón funcional no entera y dos razones escalares, una entera y otra no entera). El propósito del problema 2 era que el estudiante reconociera la situación no proporcional. El problema 3 es un problema de comparación numérica en un contexto de mezcla mostrando en una tabla dos razones funcionales no enteras y dos escalares no enteras. El problema 4 es un problema de comparación cualitativa, y el problema 5 requería que los estudiantes identificaran la representación tabular, verbal y algebraica de una relación funcional.

Por otra parte, las respuestas de los estudiantes a estos problemas reflejaban diferentes características en el desarrollo del razonamiento proporcional. El estudiante 1 reconoce y usa relaciones multiplicativas entre cantidades de la misma magnitud y las traslada a relaciones entre cantidades correspondientes de la otra magnitud, distingue situaciones proporcionales de las no proporcionales, pero tiene dificultades en representar la relación funcional (características de la transición 2) (Figura 2). El estudiante 2 usa de manera incorrecta relaciones aditivas (cuando deben ser multiplicativas) y multiplicativas (cuando deben ser aditivas) (características de la transición 1) y el estudiante 3 distingue las situaciones aditivas de las proporcionales y usa y representa la razón funcional (características de la transición 3).



Problema	Respuesta del estudiante 1	Problema	Respuesta del estudiante 1
P1. Yesenia y Nicole salen a correr por las mañanas en una pista circular. Empiezan al mismo tiempo, pero Yesenia es más rápida que Nicole. Cuando Nicole ha dado 4 vueltas, Yesenia ha dado 10. Con base en la información anterior completa la siguiente tabla. En las últimas dos columnas coloca dos pares de cantidades que estén relacionadas.		P5. Sara descubre que en su casa hay un grifo que gotea. Para conocer la cantidad de agua derramada coloca un recipiente debajo del grifo y recoge 6 onzas cada 9 minutos. a) ¿Cuáles de las siguientes tablas muestran cantidades que han sido derramadas por el grifo que gotea en casa de Sara? Tabla 1. Tabla 2. b) ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones expresa la relación entre la cantidad de onzas de agua que derrama el grifo que gotea en casa de Sara y la cantidad de minutos que tarda en derramarlas? A.1. La cantidad de onzas derramadas es igual a la cantidad de minutos que tarda en derramarlas menos tres unidades. A.2. La cantidad de minutos es igual a $\frac{2}{3}$ la cantidad de onzas derramadas. c) ¿Cuáles de las siguientes expresiones relaciona la cantidad de onzas de agua (x) que derrama el grifo que gotea en casa de Sara y la cantidad de minutos (y) que tarda en derramarla? E.1 $y = 1.5x$ E.2 $y = x + 3$	
P2. Dos máquinas A y B producen tornillos a la misma velocidad, pero la máquina A ha iniciado antes. Cuando la máquina A ha producido 160 tornillos, la máquina B ha producido 40. Cuando B haya producido 80 tornillos, ¿cuántos habrá producido la máquina A?			
P3. Pedro y Miguel preparan una bebida de naranja a partir de un jugo concentrado. La siguiente tabla muestra la cantidad de vasos de jugo concentrado y de agua que utilizó cada uno. ¿Cuál de los dos preparó la bebida con más sabor a naranja?			
P4. Nicole sale a correr todos los días. Si hoy ha recorrido menos vueltas en el mismo tiempo que lo hizo ayer, indica si: a) hoy ha corrido más rápido que ayer. b) ayer corrió más rápido que hoy. c) hoy ha corrido tan rápido como ayer. d) no hay información suficiente para responder la pregunta.			

Figura 2. Los cinco problemas y las respuestas del estudiante 1.

Análisis

Los datos son las respuestas dadas por 14 EPPs a las tres cuestiones planteadas (Figura 1) organizados en siete grupos, cinco de dos integrantes (grupos 1, 2, 3, 4 y 5), uno de tres (grupo 6) y uno de un integrante (grupo 7). En una primera fase se elaboraron comentarios preanalíticos sobre las características del razonamiento proporcional identificadas por los participantes para cada estudiante en cada problema (cuestión 1), el vínculo entre la interpretación global realizada por los EPPs para cada estudiante (que debió tomar en cuenta las respuestas del estudiante a todos los problemas) y las características identificadas (cuestión 2) y la relación entre la interpretación global y las decisiones de enseñanza propuestas por los participantes para ayudar a los estudiantes a desarrollar el razonamiento proporcional (cuestión 3). Posteriormente, siguiendo un procedimiento inductivo, identificamos tres categorías que caracterizan rasgos de la competencia mirar profesionalmente el razonamiento proporcional de los EPPs. Estas consideran la capacidad de los EPPs de distinguir situaciones proporcionales de no proporcionales, las características de los problemas y de las respuestas incluidas en el instrumento, la interpretación realizada por los EPPs en función de las características (transiciones) del razonamiento proporcional y las decisiones de cómo continuar con la enseñanza a partir de la transición del razonamiento proporcional en la que se ubica el estudiante.

Resultados

La Tabla 2 describe las características de las categorías generadas y la clasificación de los siete grupos. En lo que sigue describimos diferencias en cómo los EPPs proponían acciones de enseñanza teniendo en cuenta cómo reconocían la comprensión del estudiante 1 usando protocolos desde los grupos 1, 3 y 6. Estos ejemplos intentan mostrar que la especificidad de las propuestas de acción en relación con la interpretación de los niveles de razonamiento proporcional depende de considerar globalmente las características de la comprensión del estudiante (grupo 3), de la comprensión de la idea de razón y proporción de los EPPs (grupo 1), y del reconocimiento global de las características del nivel de razonamiento del estudiante (grupo 6).

Tabla 2
Categorías y grupos

Categoría	Descripción	Grupo
1	Miran globalmente a los estudiantes como razonadores proporcionales enlazando las características de las respuestas y de los problemas y a partir de esto, en algunos casos proponen decisiones de acción coherentes con la comprensión del estudiante.	6
2	Consiguen mirar globalmente las respuestas de cada estudiante justificando la asignación de niveles y generando posibles transiciones. Sin embargo, sugieren acciones no específicas al razonamiento proporcional o no coherentes con la comprensión del estudiante.	2, 4, 5 y 7
3	Reconocen algunas características del razonamiento proporcional de los estudiantes, pero no logran mirar de forma global a los estudiantes como razonadores proporcionales. Describen propuestas de enseñanza de manera genérica y sin un foco específico con la comprensión del estudiante.	1, 3

Fuente: elaboración propia

Por ejemplo, el grupo 3 interpreta la comprensión del estudiante 1 para cada problema, pero tiene dificultades en considerar globalmente su comprensión por lo que no identifica la transición que deben apoyar generando una explicación ambigua. El grupo 3 indica en relación a la resolución del estudiante 1 al problema 1 "(el estudiante 1) *tiene nivel 3 porque logra comparar dos cantidades de manera multiplicativa y dividiendo y la transición que utiliza es 3 porque logra resolver problemas proporcionales algebraicamente*". Como consecuencia, realizan una propuesta de enseñanza genérica no vinculada a los rasgos específicos del nivel de razonamiento proporcional del estudiante: "Nosotros *le haríamos ver sus errores y le ayudaríamos a corregirlos con tareas y con trabajos grupales donde puedan dialogar juntos y llegar a dar una respuesta más clara y correcta"*

Por su parte, el grupo 1 no diferencia entre situaciones aditivas y proporcionales lo que le lleva a interpretar erróneamente las resoluciones de los estudiantes y cómo consecuencia sugieren propuesta de enseñanza usando un discurso retorico de los términos introducidos en el documento de teoría a veces sin sentido. Así, indican en relación al estudiante 1 "*ayudarle mediante la implementación de una tabla de valor perdido que represente una proporción, en la que podamos hacerle preguntas que lo impulsen a transicionar al pensamiento de estrategias constructivas y que así avance de las estrategias aditivas que utiliza a estrategias constructivas que le permitan construir más razones"*.

Por último, el grupo 6 propone una decisión de acción para el estudiante 1 coherente con las características del razonamiento proporcional que han inferido. En particular, sugiere "*pedirle que calcule valores muy grandes o decimales para que deje atrás la adición seguido de una serie de ejercicios donde deba hallar la razón de la proporcionalidad"* (para referirse a representar algebraicamente la razón funcional). El uso de números grandes o decimales y emplear la constante de proporcionalidad para ayudarle al estudiante a representar la relación funcional, son sugerencias para hacer conscientes a los estudiantes de la limitada eficiencia en algunos casos de usar procedimientos constructivos.

Conclusiones y discusión

Este estudio se ha centrado en generar indicadores de la competencia mirar profesionalmente el razonamiento proporcional. Esto para generar propuestas de enseñanza dirigidas a apoyar las transiciones en el razonamiento proporcional de los estudiantes de educación secundaria. Nuestros resultados señalan como un indicador de la competencia que los EPPs interpreten *de manera articulada* las características de los estudiantes como resolutores proporcionales. Es decir, ser capaz de justificar el nivel de razonamiento proporcional de los estudiantes apoyándose en la forma en la que resuelven problemas con características diferentes. Ser capaz de mirar de manera articulada las respuestas de los estudiantes a diferentes tipos de problemas parece que está vinculada a ser capaces de proponer sugerencias de enseñanza especificas teniendo en cuenta la comprensión de los estudiantes. Este resultado complementa resultados de investigaciones previas centradas en la capacidad de los EPPs de decidir de manera coherente sobre la enseñanza teniendo en cuenta el pensamiento matemático de los estudiantes (Buforn et al., 2022; Hines et al., 2005). Sin embargo, nuestros resultados también indican que hay EPPs que aún tienen espacio para seguir desarrollando esta competencia.

Reconocimiento

La participación de À. Buforn y S. Llinares en este estudio forma parte del proyecto Referencia: PID2020-116514GB-I00, Agencia Estatal de Investigación, Ministerio de Ciencia e Innovación, España.

Referencias y bibliografía

Buforn, A., Llinares, S., Fernández, C., Coles, A., & Brown, L. (2022): Preservice teachers' knowledge of the unitizing process in recognizing students' reasoning to propose teaching decisions, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *53*(2), 425-443.

Jacobs, V.R, Lamb. L.C, y Philip, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education,41*(2), 169-202.

Fernández, C., Llinares, S. & Valls, J. (2011). Development of prospective mathematics teaches' professional noticing in a specific domain: Proportional reasoning. En B. Ubuz (ed.) *Proceeedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol2,* pp. 329-336. Ankara, Turkey: PME.

Glassmeyer, D., Amador, J., & Brakoniecki, A. (2021). Identifying and supporting teachers' robust understanding of proportional reasoning. *Journal of Mathematical Behavior, 62*, 100873. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2021.100873

Hines, E., & McMahon, M. (2005). Interpreting middle school students' proportional reasoning strategies: Observations for preservice teachers. *School Science and Mathematics, 105*(2), 88-105. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2005.tb18041.x

Llinares, S. (2013). Professional noticing: A component of the mathematics teachers' professional practice. *Sisyphus, 1*(3), 76-93.

Llinares, S.; Ivars, P.; Buforn, A. & Groenwald, Cl. (2019). "Mirar Profesionalmente" las situaciones de enseñanza: Una competencia basada en el conocimiento. En E. Badillo et al (eds.) *Investigaicón sobre el profesor de Matemáticas: Práctica de aula, conocimiento, competencia y desarrollo profesional* (pp.177-192). Ediciones Universidad de Salamanca: España

Lamon, S. (1993). Ratio and proportion: children's cognitive and metacognitive processes. En T. Carpenter et al (eds.), *Rational Numbers. An Integration of Research,* pp.131-156. LAE, Publishers; Hillsdale, NJ.

Lobato, J., Ellis, A. B., Charles, R. I. & Zbiek, R. M. (2010). Developing essential understanding of ratios, proportions, and proportional reasoning for teaching mathematics in grades 6-8. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Mason, J. (2002). Researching your own practice: The discipline of noticing. London: Routledge Falmer.

XVI CIAEM
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education
UNIVERSIDAD DE LIMA
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023
xvi.ciaem-iacme.org

Jogos Africanos: uma experiência de implementação da Lei 10.639/03 no Programa de Residência Pedagógica

Janaina Aparecida de **Oliveira**
Universidade Federal de Uberlândia
Brasil
janainaufudoutorado@gmail.com
Arlindo José de Souza **Júnior**
Universidade Federal de Uberlândia
Brasil
arlindoufu@gmail.com
Cristiane Coppe de **Oliveira**
Universidade Federal de Uberlândia
Brasil
coppedeoliveira@gmail.com

Introdução

Temos visto que a intolerância, o racismo, o preconceito e a discriminação tem se intensificado em nossa sociedade, é algo muito presente nas escolas e que poderia ser trabalhado pela maioria dos professores nas salas de aula. Uma educação antirracista [1] é um dos caminhos que podemos traçar no combate a este tipo de comportamento porém, no Brasil, pesquisas como Almeida e Sanchez (2017), Oliveira (2020), Tivane (2019) e outros, nos mostram que ainda existe um despresparo dos professores em trabalhar a temática na sala de aula principalmente na disciplina de Matemática.

Este texto compartilha um recorte de uma pesquisa que teve como referencial a Epistemologia Qualitativa de Fernando Luis González Rey[2], o que nos permitiu diferentes tipos de instrumentos na construção das informações, tais como: diários de campo, questionários abertos, dinâmica conversacional, entrevista semiestruturada. Foi realizada com estudantes de graduação em Matemática participantes do Programa de Residência Pedagógica (PRP), implementada em uma escola de educação básica da Rede Municipal de Ensino do município de Uberlândia – MG. Teve como objetivo geral, compreender as possibilidades formativas dos

[1] "Educação das relações étnico-raciais, voltada para o combate ao racismo, recontando nossa história,mbuscando atribuir os devidos papéis aos atores envolvidos e atribuindo não só ao negro, mas também ao indígena seu protagonismo na história e na cultura do país (SCHNEIDER, 2021, p.53)

[2] Fernando Luis González Rey é doutor em Psicologia (1979) pelo Instituto de Psicologia Geral e Pedagógica de Moscou e pós-doutor em Psicologia (1987) pelo Instituto de Psicologia da Academia de Ciências de Moscou. Élaborou a Epsitemologia Qualitativa e a Teoria da Subjetividade.

futuros professores no contexto das africanidades no processo de ensinar e aprender Matemática. Justificou-se essencialmente mediante a ausência por parte dos residentes de conhecimento para a aplicação curricular da implementação da Lei 10.639/03 na sala de aula, lacuna constatada em entrevista com os residentes, no curso até o ingresso dos participantes na Residência Pedagógica.

Desenvolvimento

Dentre as tarefas desenvolvidas durante a pesquisa que buscou discutir as as questões etnico-raciais com os estudantes, destacamos a realização de um projeto colaborativo entre pesquisadores e participantes que culminou em uma atividade de jogos africanos. No projeto, buscamos compreender as potencialidades culturais e matemáticas dos jogos africanos, valorizando as culturas ancestral e seus conhecimentos aplicando a Lei 10.639/03.

Neste contexto, Maranhão (2009), esclarece que esses tipos de jogos africanos, relacionam-se com à vida social dentro das comunidades africanas assim como *"a religião, as artes e outras manifestações culturais da humanidade"* (Maranhão, 2009, p. 48). Este conhecimento é transmitido de geração para geração por membros da comunidade. Sendo assim, trata-se da interculturalidade, um processo cumulativo que compreende períodos de geração, estruturação e formação intelectual, social e propagação do conhecimento. (D' Ambrosio, 2005). Para Pereira (2016) ao realizarmos trabalhos com jogos africanos podemos utilizar a Etnomatemática como um programa de apoio pedagógico de ensino de matemática.

Nesta perspectiva, o trabalho de jogos africanos foi apresentado para os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental como sendo um trabalho de pesquisa. As salas foram divididas em 5 grupos e cada grupo tinha um roteiro para pesquisar a história do jogo, sua origem e cultura, as regras, a matemática incorporada e outras curiosidades daquela sociedade. Destacamos que a pesquisa dos estudantes foi realizada durante algumas aulas com o auxílio dos residente e em casa. Os jogos envolvidos formam Shisima, Senet, Morabaraba, Tsoro Yematatu e Mancala. Cada grupo apresentou o trabalho para os demais colegas de turma utilizando o *Power Point*, ensinando as regras nos tabuleiros por eles confeccionados.

*Figura 1.*Jogos africanos desenvolvidos pelos estudantes do 9º ano da Educação Básica (A-Senet, B-Morabaraba, C-Mancala, D-E-Shisima e F-Tsoro Yematatu). Fonte: Arquivo pessoal.

Ao final das apresentações, pesquisadores e residentes se surpreenderam com a criatividade dos estudantes. A coleta de dados da tarefa contou com áudios, vídeos, fotografias, questionário e entrevista.

Consideramos importante avaliar dos estudantes as apresentações, o trabalho em grupo e as opiniões sobre o tipo de projeto realizado com relação tanto aos conteúdos matemáticos quanto à relevância da temática. Para tanto utilizamos as notas de campo, questionários e as informações manifestadas pelos estudantes após cada apresentação. Com dados obtidos podemos afirmar que para os estudantes foi uma experiência de muito aprendizado que oportunizou discutir as questões étnico-raciais, ponto essencial do trabalho, conhecer outras culturas com vistas à valorização da história e cultura africana possibilitando trabalhar conteúdos matemáticos.

Com relação aos participantes da pesquisa, o diálogo foi permanente desde a elaboração do projeto até a finalização. Com as informações obtidas nas manifestações individuais e coletivas durante nossas comunicações, o questionário aberto e a entrevista realizada observamos que os participantes da pesquisa ficaram impressionados com os resultados dos trabalhos dos estudantes e que o projeto desenvolvido foi uma experiência bastante relevante para conhecer e aplicar a Lei 10.639/03, a Etnomatemática como recurso pedagógico para incorporá-la no currículo a constituição de saberes diversos no desenvolvimento de um trabalho colaborativo que possibilitou trabalhar as africanidades no processo de ensinar e aprender matemática.

Referências e bibliografia

Almeida e Sanchez (2017). Implementação da Lei 10.639/2003 – competências, habilidades e pesquisas para a transformação social. *Scielo Brasil, v.28*, n. 1. https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-73072017000100055

D'Ambrósio (2005). Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. *Educação e Pesquisa, São Paulo, v.* 31, n. 1, p. 99-120. https://www.scielo.br/j/ep/a/TgJbqssD83ytTNyxnPGBTcw/?format=pdf&lang

Maranhão, F. (2009). Jogos africanos e afro-brasileiros nas aulas de Educação Física: processos educativos das relações étnico-raciais. 173f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos.

Oliveira, J. A. (2020). Formação inicial dos professores com africanidades no processo de ensinar e aprender Matemática no contexto escolar. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, Uberlândia.

Pereira, R. P. (2016). Potencialidades do Jogo Africano Mancala IV Para o Campo da Educação Matemática, História e Cultura Africana. Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Fortaleza.

Tivane, E. M. (2019). Africanidades no Processo Formativo de Professores de Matemática Uberlândia. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Uberlândia, Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM), Uberlândia.

Jornadas de Práctica de estudiantes de la Licenciatura en Educación Primaria

Edith **Arévalo** Vázquez
Escuela Normal "Miguel F. Martínez" Centenaria y Benemérita
México
edith.arevalo@enmfm.edu.mx
Gerardo de Jesús **Mendoza** Jiménez
Escuela Normal "Miguel F. Martínez" Centenaria y Benemérita
México
gerardo.mendoza@enmfm.edu.mx
Juan Víctor Alejando **Meléndez** Gómez
Escuela Normal "Miguel F. Martínez" Centenaria y Benemérita
México
juan.melendez@enmfm.edu.mx

Resumen

El presente estudio tiene como objetivo identificar los rasgos que caracterizan la enseñanza de estudiantes normalistas de cuarto semestre de la Licenciatura en Educación Primaria durante su jornada de práctica, particularmente en la asignatura de Matemáticas. Es un estudio cualitativo y de alcance descriptivo, en proceso. Para la recuperación de información se revisaron planeaciones, materiales didácticos y herramientas de evaluación diseñadas por los estudiantes, la aplicación de un cuestionario que incluyó dos momentos de la práctica: durante y después. Los resultados han permitido conocer el estado actual sobre la enseñanza de los normalistas en escuelas primarias. Al momento, los hallazgos demuestran que hay enseñanzas centradas en el conocimiento teórico y en la exposición del profesor que no se ajustan a la realidad escolar y a las necesidades de aprendizaje de los alumnos, los menos atienden las recomendaciones del enfoque didáctico de corte constructivista.

Palabras clave: Formación docente; Práctica docente; Matemática; Plan de Estudios; Educación básica.

Introducción

Desde hace décadas, la formación inicial de profesores es un tema de discusión dentro de las políticas educativas internacionales. Se destaca su importancia para el logro de la calidad de los procesos educativos en las aulas, razón por la que para diversos investigadores está al centro del debate educativo contemporáneo (Montenegro, 2009; García, 2015; Marcelo y Vaillant, 2018; Bolívar, 2019). García (2015) refiere que la formación inicial es el proceso que permite al estudiante aprender conocimientos, desarrollar habilidades, poner en práctica valores y principios para llevar a cabo la docencia en un determinado contexto histórico-social e institucional. Al respecto, Marcelo y Vaillant (2018) señalan que este tipo de formación tiene la responsabilidad de generar profesionales de la enseñanza con competencias básicas para comprender y actuar en complejos contextos del aula y de la escuela.

En México, las escuelas normales han cumplido con la tarea de formar a docentes que ejercerán su profesión en instituciones de Educación Básica (EB). En 2018 se puso en marcha una nueva reforma curricular para la Licenciatura en Educación Primaria (LEP), atendiendo a la necesidad de asumir el reto de formar a los futuros profesores capaces de responder a las demandas y requerimientos que plantea la EB, sobre todo en los niveles de educación preescolar y primaria. Este Plan de Estudio, se sustenta en tendencias de diversas perspectivas teórico-metodológicas de las disciplinas, que son objeto a la vez, de enseñanza en la EB. Así como de aquellas que tienen como fundamento los enfoques didáctico-pedagógicos de corte constructivista (Díaz-Barriga, 2006; SEP, 2011; Vergara y Cuentas, 2015).

En este Plan de estudios, particularmente en el trayecto formativo *Formación para la enseñanza y el aprendizaje*, los estudiantes tienen la posibilidad de capacitarse a través de cursos en los que profundizarán en el estudio de la asignatura de Matemáticas. La finalidad es que, desde primero hasta quinto semestre cuenten con las herramientas necesarias para su desempeño profesional con respecto al manejo de contenidos matemáticos y al análisis de los múltiples usos que tienen las matemáticas en diversos contextos. Trayecto que está estrechamente relacionado con el de *Práctica profesional* que tiene la finalidad de desarrollar y fortalecer el desempeño profesional de los futuros docentes a través del acercamiento gradual y secuencial en la práctica docente (SEP, 2018). De manera progresiva los estudiantes deben articular los conocimientos disciplinares, didácticos y tecnológicos con las exigencias, necesidades y experiencias que se adquieren a través de su práctica docente. En este sentido, la práctica docente es entendida como el espacio o fuente inagotable de experiencias que ayudan al futuro maestro a entender el alcance del rol de un docente, a desarrollar la capacidad de aprender de experiencias presentes y futuras para lograr el propósito central de la enseñanza, que es ayudar a todos sus alumnos a aprender (Mercado, 2003; Schulz, 2005).

Ente sus estudios, Vélaz y Vaillant (2021) señalan que como parte de la formación inicial, es menester contar con información sobre los resultados de los aprendizajes que van adquiriendo los estudiantes, así como valorar su proceso formativo en torno a la enseñanza que realiza a lo largo de su formación inicial; contando con su propia valoración y la de otros e identificando cómo se diseñó, aplicó y evaluó la práctica docente para reconocer lo que están aprendiendo o no han lograron aprender en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Razón por la que, en una Escuela Normal del estado de Nuevo León, se inició el presente estudio cuyo objetivo fue identificar los

rasgos que caracterizan la enseñanza de los estudiantes normalistas de cuarto semestre de las Licenciaturas en Educación Primaria, específicamente en Matemáticas. La intención es revisar estas prácticas tomando como referentes los rasgos que definen al enfoque didáctico de corte constructivista que desde tiempo atrás, ha tenido presencia en el terreno de los programas educativos de diversos niveles educativos; incluido el Plan de estudios 2018. Asimismo, permitirá compartir aspectos sobre este proceso que podrían resultar de utilidad para otros colegas interesados en realizar una reflexión sobre la manera como se organizaron las clases desde estos contextos educativos.

El diseño metodológico

El estudio que se presenta es de corte cualitativo y de alcance descriptivo (Hernández, Fernández y Baptista, 2014). La muestra está integrada por 152 estudiantes que cursan el cuarto semestre de la LEP y llevaron a cabo su Jornada de observación y práctica en escuelas públicas ubicadas en Monterrey y su área metropolitana; en el estado de Nuevo León. Se buscaron escuelas pertenecientes a diferentes contextos y población. Realizaron su práctica profesional con alumnos de tercero o cuarto grado. El número de alumnos por grupo de las escuelas primarias osciló entre 15 y 40 alumnos.

Los instrumentos para la recogida de datos fueron rúbricas para la revisión de planeaciones, materiales didácticos y herramientas de evaluación diseñados previo a su estancia en las escuelas primarias. Así como un cuestionario en Google forms, con la finalidad de recuperar sus experiencias durante y después de la Jornada de práctica. Este instrumento fue contestado al concluir la clase de Matemáticas e incluyó 30 indicadores en los que se destacan grado que atendió, eje temático abordado, tiempo de clase, cantidad de alumnos, contenido tratado, estrategias/actividades para trabajar el contenido, contextualización de contenidos, herramientas de evaluación, dificultades durante la práctica profesional, fortalezas y áreas de oportunidad, entre otros. Para la estructuración y precisiones de estos indicadores, se tomaron como referencia diversas fuentes bibliográficas y materiales de apoyo que integran el acervo que debe poseer el docente en servicio para organizar su enseñanza. Para el tratamiento de la información, los datos fueron agrupados en matrices por estudiante, efectuando registros descriptivos en cada una de las celdas en torno a la revisión de los documentos referidos y a las respuestas expresadas en el cuestionario. Para su análisis, se consideraron como referentes los rasgos correspondientes a una enseñanza con enfoque constructivista. Los resultados se enfocaron en tres rasgos específicos: *Creación de ambientes de aprendizaje para la resolución de problemas, Gestión del conocimiento para la construcción de saberes, y Uso de herramientas para identificar el logro y los desafíos en el proceso de aprendizaje de los alumnos* (Díaz-Barriga, 2006; SEP, 2011; Vergara y Cuentas, 2015; García, 2015). Es significativo referir que cada uno de estos componentes guarda una estrecha relación y coherencia con los otros y fueron seleccionadas con base a lo que, desde las competencias profesionales del perfil de egreso del Plan 2018, se espera que logren los estudiantes en formación.

Resultados

Para contextualizar estas prácticas se destaca que, durante la Jornada, 72 estudiantes atendieron tercer grado y 80 cuarto grado. Los contenidos del eje temático *Forma, espacio y*

medida fueron los más abordados; entre ellos se destacan características y clasificación de cuadriláteros, clasificación de triángulos y perímetros de figuras. Con respecto al eje *Sentido numérico y pensamiento algebraico* se trabajaron contenidos como sumas y restas de fracciones y descomposición de números naturales y decimales. En cuanto al eje *Manejo de la información* se trabajó organización de información en tablas o gráficas de barras. Los contenidos referentes a geometría fueron los más abordados, en virtud de que se había solicitado a los estudiantes abordar este tipo de contenidos, conforme al curso que se estaba tratando desde la escuela normal (Geometría); sin embargo, hubo docentes titulares que asignaron contenidos de otros ejes.

La totalidad de los estudiantes presentaron un formato de planeación para su clase de Matemáticas, diseñado previamente a la jornada. Desde la institución se establecen el formato y la estructura que se da a este instrumento. En sus planeaciones incluyeron una actividad de inicio, un listado de entre tres y seis actividades a desarrollar y una de cierre; sin embargo, no todas las actividades propuestas dan cuenta de considerar al alumno como centro del proceso y tampoco reflejan la promoción de nuevos aprendizajes y la construcción de los mismos. Algunas se remiten a la escucha de definiciones y ejemplos, ejecuciones mecánicas, ejercitaciones y procesos guiados por el profesor. Desde las propias planeaciones se pronosticaría un limitado logro de competencias matemáticas a las cuales se aspira en los alumnos de EB. Dentro de las recomendaciones expresadas en el Plan de Estudios, se espera que la planeación sea útil, concisa y debe enfocarse a la generación de necesidades en los alumnos, para que estos a su vez, movilicen sus recursos para resolver problemas que se les presenten en su cotidianeidad (Frola y Velásquez, 2011; SEP, 2011).

Posteriormente, se analizaron semejanzas y diferencias respecto a determinados rasgos que caracterizan una enseñanza de corte constructivista (Díaz-Barriga, 2006; SEP, 2011; Vergara y Cuentas, 2015; García, 2015). A continuación, se citan algunos ejemplos:

1. *Creación de ambientes de aprendizaje para la resolución de problemas*. En este tipo de ambiente se espera que el docente logre que sus alumnos identifiquen, interpreten, argumenten y resuelvan problemas del contexto (Díaz-Barriga, 2006). Al respecto, algunos estudiantes promovieron durante su práctica docente, escenarios en los que la secuencia de actividades condujera a sus alumnos al descubriendo del contenido a tratar. Por ejemplo, para el caso de la clasificación de cuadriláteros plantearon situaciones problemáticas, haciendo uso de figuras de foami o papel, palillos y plastilina, en las que los alumnos debían identificar características propias de cada cuadrilátero, agrupándolos conforme a semejanzas y diferencias, para posteriormente, trabajar con su propia clasificación. Al respecto, Vergara y Cuentas (2015) refieren que el planteamiento de situaciones problemáticas permite al que aprende, construir saberes más pertinente y acorde a sus procesos cognitivos. Algunos, se limitaron a iniciar la clase cuestionando a sus alumnos si conocían los conceptos o contenido a trabajar. O bien, utilizaron una presentación que incluía definiciones, ejemplos y explicación sobre el contenido, en estos caos, empleando la tecnología para transmitir contenidos y como apoyo a la exposición oral del profesor. Estos últimos ejemplos muestran que los estudiantes se centraron más en el contenido y las actividades, que en los aprendizajes esperados y las características de sus alumnos; dejando de lado una de las condiciones prioritarias para trabajar con base a una enseñanza de enfoque constructivista como es, la creación de ambientes de aprendizaje adecuados para la generación del conocimiento.

2. *Gestión del conocimiento para la construcción de saberes*. Implica apoyar a los alumnos para que busquen, organicen, analicen, comprendan, construyan, reconstruyan y apliquen el conocimiento en la resolución de problemas del contexto, bien en lo individual o mediante la colaboración (SEP, 2011; Vergara y Cuentas, 2015). Le compete al docente seleccionar las mejores estrategias de enseñanza para facilitar y estimular las experiencias de aprendizaje en sus alumnos. Ciertos estudiantes trabajaron el contenido con base a un juego didáctico con aplicaciones como Kahoot, Quizizz o WordWall. Entre ellos se destacan: Ruleta de preguntas sobre la clasificación de cuadriláteros, áreas y perímetros; Wordwall para realizar preguntas sobre las características de los cuadriláteros y para elegir las figuras representadas con su clasificación; Juego interactivo en Kahoot donde se tenía 1 minuto para contestar. El uso de estos juegos interactivos motivó a sus alumnos a explorar formas de solución y resultando de su interés, ya que los maestros titulares de los grupos, en limitadas ocasiones hacen uso de estos recursos. Desde tiempos de pandemia, reconocieron la importancia de la tecnología como forma de favorecer aprendizajes en sus alumnos, aunque también identificaron sus limitantes. Asimismo, refirieron que la tecnología llegó para quedarse, aun en pospandemia. Incluyeron un video introductorio sobre el contenido a desarrollar; o bien una narración y cuento para introducir el contenido. Otros, utilizaron la papiroflexia para que conforme a los dobleces de papel se destacaran las características de las figuras formadas (cuadriláteros, triángulos, rectas paralelas y perpendiculares). Al respecto, estos estudiantes expresaron la importancia de incorporar este tipo de recursos para la gestión del conocimiento manifestando que "Son necesarias porque nuestros alumnos viven una era diferente a la nuestra, la forma de estimularlos debe ser diferente", "Su uso hace que los niños se interesen en resolver y los mantengo activos".

Por otro lado, se identificó que más de la mitad de los estudiantes inició la clase cuestionando a sus alumnos si conocían los conceptos o contenido a trabajar durante la sesión; o bien utilizaron una presentación que contenía definiciones, ejemplos y explicación sobre el contenido; y en el extremo de los escenarios, se comenzó explicando directamente definiciones para posteriormente, aplicar ejercicios. Vaillant y Marcelo (2018) refieren que los roles que tradicionalmente han asumido los docentes, enseñando de manera conservadora un currículum caracterizado por contenidos académicos, hoy en día resultan inadecuados. Los profesores no pueden permanecer al margen de los recientes modos de construcción del conocimiento en los que la participación activa la debe tener quien aprenderá, dejando de lado la premisa "el maestro *enseña* y el alumno *aprende*". Los argumentos expresados por los estudiantes con respecto a estas decisiones fue que los maestros titulares de los grupos de las escuelas primarias les solicitaron que se trabajaran los contenidos sin inversión de mucho tiempo de clase porque debían "reforzar" otros contenidos "más prioritarios", por el rezago que presentaban los alumnos como efectos de la pandemia. Al respecto, Richards & Nunan (2004) señalan que una de las metas principales que debe alcanzar el estudiante a lo largo de sus experiencias durante la práctica docente, es desarrollar la capacidad de tomar sus propias decisiones informadas acerca del proceso de enseñanza y defender el posicionamiento didáctico que ha estado aprendiendo y se espera aplique para la gestión y construcción de nuevos aprendizajes en sus alumnos.

Asimismo, los materiales concretos o manipulables durante sus prácticas fueron escasos, pese a esta sea una recomendación desde el enfoque didáctico para la enseñanza de las matemáticas en EB. Desde los documentos normativos para el docente (SEP, 2011) se señala que

el uso de recursos y materiales didácticos constituyen herramientas necesarias en los procesos de construcción del conocimiento. Sólo se utilizaron figuras de foami o papel, objetos del contexto para identificar figuras geométricas, frutas para graficar y figuras divididas en fracciones. La escasez de materiales obedece al tipo de gestión de conocimiento que se gestó desde la planeación de la enseñanza y la limitada ceración de ambientes de aprendizaje para la construcción de saberes. Estos estudiantes en formación deben tener presente que el uso de material manipulable desde los primeros años de escolaridad y sobre todo para la construcción de conceptos matemáticos, ofrece la posibilidad de indagar, descubrir y observar el objeto (Renés, 2018) "… la enseñanza ha pasado de ser considerada pasiva a transformase en un proceso activo" (p. 48).

Con referencia a la participación de los alumnos y la socialización de saberes durante la clase, promovieron la participación a través de la recuperación de conocimientos previos, contestando preguntas planteadas, contrastando opiniones y resultados entre compañeros. Al respecto, Anthony y Walshaw (2019) señalan que, los docentes son el recurso principal para alimentar los patrones del razonamiento matemático durante una discusión en la que participe toda la clase; administran, facilitan y monitorean la participación de sus alumnos y registran las soluciones propuestas, recurriendo a los recursos más eficientes para lograrlo. Estos estudiantes consideraron que dentro de sus funciones estaba ofrecer apoyo constante a sus alumnos, sobre todo en los momentos de clase que implicaron la resolución de alguna situación problemática; motivando y animando a los alumnos a resolver, transitando frecuentemente entre las filas para tener un contacto más cercano con sus alumnos. Señalan que lograron identificar variados aprendizajes esperados sin alcanzar como efecto de los tiempos de confinamiento. En los más de los estudiantes se identificó la limitada participación de sus alumnos, en la mayor parte de la clase; al cuestionarles sobre este hecho, reconocieron su posicionamiento opuesto conforme a lo que implica su rol de docente constructivo, ante la enseñanza de las matemáticas.

Asimismo, limitados estudiantes reconocieron haber creado verdaderas situaciones problema de forma que lleven a sus alumnos hacia la reflexión. Muy pocos lograron atender a todos sus alumnos conforme a sus ritmos de aprendizaje, sobre todo en los grupos en los que la cantidad de niños superaba los 30 integrantes. En cuanto a la contextualización de los aprendizajes que se sugiere desde el enfoque didáctico para la enseñanza de esta asignatura, la mayoría utilizó ejemplos que observaban en el aula, en la escuela o en casa. Otros recurrieron a situaciones familiares o personales, ejemplos o situaciones que se incluyeron en las presentaciones o bien en los cuestionamientos que se les hacía a los alumnos para tratar los contenidos; conforme al enfoque didáctico se señala que "…la autenticidad de los contextos es crucial para que la resolución de problemas se convierta en una práctica más allá de la clase de Matemáticas" (SEP, 2011, p. 227).

3. *Uso de herramientas para identificar el logro y los desafíos en el proceso de aprendizaje de los alumnos.* La evaluación es un proceso sistemático, continuo e integral que implica la obtención de información sobre el logro de los aprendizajes curriculares del estudiante y cuyo propósito es orientar las decisiones respecto a la enseñanza (Frola y Velásquez, 2011; SEP, 2011). En consecuencia, el docente es el responsable de evaluar los aprendizajes de sus alumnos y ofrecer resultados en torno a los mismos. Razón por la que la mayoría de los estudiantes normalistas cuestionó a los alumnos ¿Qué aprendí hoy? recuperando ideas de lo

trabajado durante la sesión. Para algunos fueron suficientes las aportaciones realizadas sólo por un sector del grupo. Otros más aplicaron una ficha de trabajo, juego interactivo, formulario o preguntas sobre el contenido tratado durante la misma. Consideraron que estas acciones les posibilitaron valorar parte de los logros obtenidos por sus alumnos durante el desarrollo de la clase.

Referente a las herramientas de evaluación que utilizaron, la mayoría diseñó y empleó una lista de cotejo, seguido de una escala estimativa y un reducido sector elaboró una rúbrica. Como es de observarse, la mayoría de los estudiantes prefirieron el uso de la lista de cotejo, ya que implica determinar únicamente la presencia o ausencia del indicador (Frola y Velásquez, 2011). Al respecto, la mayoría reconoció que necesitan trabajar más en la elaboración de estos instrumentos y la selección de los indicadores de logro que valoren adecuadamente los aprendizajes tratados en clase. Posterior al análisis de estos instrumentos, un limitado porcentaje de estudiantes consideró que sí se logró el aprendizaje esperado en sus alumnos. Destacaron asimismo que encontraron variadas y profundas áreas de oportunidad en los alumnos de estos grados (tercero y cuarto grado), como efecto de casi dos años de confinamiento y del trabajo de forma remota. Entre los aprendizajes esperados con más deficiencia se destacan los relativos al eje temático *Sentido numérico y pensamiento algebraico*. Finalmente, se les cuestionó si tomaron en consideración un rol de docente constructivo y las recomendaciones que se señalan desde el enfoque didáctico para el tratamiento de las matemáticas en la escuela primaria; al respecto, la mayoría del estudiantado reconoció que cumplió parcialmente o no cumplió con este rol, pese a que, desde la teoría reconocen ese rol de docente constructivo al cual se debe transitar.

A manera de conclusión

La revisión de lo realizado antes, durante y después de la Jornada de práctica de los estudiantes normalistas de LEP, posibilitó identificar aquellos rasgos que caracterizaron su enseñanza en las aulas, específicamente en Matemáticas. En este sentido, se identificó su desapego ante un posicionamiento de corte constructivista, ya que la enseñanza de la mayoría no se caracterizó por la *Creación de ambientes de aprendizaje para la resolución de problemas, la Gestión del conocimiento para la construcción de saberes, y el Uso de herramientas para identificar el logro y los desafíos en el proceso de aprendizaje de los alumnos*; pues estos rasgos fueron trabajados bajo otra perspectiva. Al respecto, los documentos normativos refieren que el rol constructivo, es la esencia del trabajo docente como profesional de la educación en la enseñanza de las Matemáticas (SEP, 2011). Ciertamente, reclama un conocimiento profundo de la didáctica para convertir a la clase en un espacio social de construcción de conocimiento.

El presente estudio posibilitó ser conscientes de las formas de enseñanza de estos estudiantes y, en consecuencia, de los resultados de sus alumnos. Para un considerable sector de la muestra, el uso de actividades más interactivas y constructivas representó un reto a vencer, siendo necesario reforzar el tratamiento de los cursos desde sus trayectos formativos. Asimismo, su rol de estudiantes normalistas y experiencia al momento (cuarto semestre), todavía no les alcanza para enfrentar y tomar decisiones ante el maestro titular convenciéndole sobre lo necesario que es trabajar conforme al enfoque didáctico que sugiere el programa de estudio. La práctica docente resultó altamente valorada por los estudiantes al concebirla como una experiencia de aprendizaje, dado el reto que representó; y como insumo para mejora de futuras

prácticas. Necesitamos repensar la formación inicial docente porque la escuela del presente siglo implica enfrentar grandes retos (Marcelo y Vaillant, 2018). Asimismo, profundizar en investigaciones que den cuenta de la orientación que se ofrece a los futuros maestros sobre la práctica docente, dado que encontramos enseñanzas fundamentadas básicamente en conocimientos teóricos que no se ajustan a la realidad escolar actual.

Referencias y bibliografía

Anthony, G. y Walshaw, M. (2019). Pedagogía eficaz en Matemáticas. Serie Prácticas Educativas -2019. Ecuador: Mantis Comunicación.

Bolívar, R. M. (2019). Investigar la práctica pedagógica en la formación inicial de maestros. Pedagogía y Saberes, 51,9-22.

Díaz-Barriga, F. (2006). Enseñanza situada: Vínculo entre la vida y la escuela. México: McGraw Hill.

Frola, P. y Velásquez, J. (2011). Competencias docentes para la evaluación cualitativa del aprendizaje. México: Centro de Investigación Educativa y Capacitación Institucional.

García, G. (2015). La investigación en la formación docente inicial. Una mirada desde la perspectiva sociotransformadora. Saber, Universidad de Oriente, Venezuela. Vol. 27 No 1: 143-151. Digital. http://ve.scielo.org/pdf/saber/v27n1/art17.pdf

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2014). Metodología de la Investigación. Sexta edición. México: McGraw Hill Education.

Mercado, E. 2003. Del estudiante a maestro practicante: los ritos en las prácticas pedagógicas en la Escuela Normal. Disponible en http://site.ebrary.com/lib/bibliosur colombianasp/Doc?id=10113714&ppg=2

Marcelo, C. y Vaillant, D. (2018). La formación inicial docente: problemas complejos respuestas disruptivas. Cuadernos de Pedagogía, n.º 489, 27-32.

Montenegro, I. (2009). Evaluación del desempeño docente. Fundamentos, modelos e instrumentos. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Renés, P. (2018). Planteamiento de los estilos de enseñanza desde un enfoque cognitivo-constructivista. Tendencias Pedagógicas, Nº 31, 47-67.

Richards C. J. & D. Nunan. (2004). Second Language Teacher Education. New York. Cambride University Press.

Secretaría de Educación Pública. (2011). Programa de Estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica Primaria. Cuarto grado. SEP, México.

Secretaría de Educación Pública. (2018). Plan de Estudios Licenciatura en Educación Primaria. Recuperado https://www.cevie-dgesum.com/index.php/planes-de-estudios-2018/124, el 12 de mayo de 2020.

Shultz, R. (2005). The practicum: More than Practice. Canadian Journal of Education, 28, 1 & 2: 147-167.

Vergara, G. y Cuentas, H. (2015). Actual vigencia de los modelos pedagógicos en el contexto educativo. Biblioteca Digital, Repocitorio Académico. Opción, Año 31, No. Especial 6, 914-934.

Vélaz. C. y Vaillant, D. (2021). Aprendizaje y desarrollo profesional docente. España: Fundación Santillana.

La atención selectiva y el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas de profesores en formación frente al caso $69,\overline{9} = 70$

Ledher M. **López**
Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile
ledherlopez@gmail.com
Diana **Zakaryan**
Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile
diana.zakaryan@pucv.cl

Resumen

En esta comunicación se presenta el estudio del caso $69,\overline{9} = 70$ en profesores de matemáticas en formación desde los constructos teóricos de la dimensión "atención selectiva" del noticing y del "conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas" del MTSK. Para ello, se desarrolló una sesión taller con siete profesores en formación de la carrera de pedagogía en matemáticas, en el cual observaron el video de una lección de matemáticas y a partir de este, contestaron preguntas relacionadas con el caso en estudio. Los resultados muestran que, si bien los profesores en formación evidencian conocimiento de ciertas dificultades y formas de interacción que se dan entre los estudiantes y el contenido matemático del caso estudiado, este no les llama la atención cuando emerge en la clase.

Palabras clave: Noticing, atención selectiva, MTSK, profesores en formación

Introducción

El *noticing* es un constructo que, en los últimos años, ha adquirido interés en la Educación Matemática (Dindyal et al., 2021). Conocido también como *mirar profesionalmente* o *mirar con sentido*, se conceptualiza como la competencia profesional que permite al profesor percibir y darse cuenta de eventos notables que suceden en el aula y que permiten orientar la práctica docente. En el caso del profesor de matemáticas, se espera que el noticing se centre en aspectos

matemáticos y didácticos propios de la matemática. Ante esto, Santagata y Yeh (2016) proponen que el noticing surge en un espacio de práctica y que se sustenta tanto por el conocimiento como por las creencias del profesor. Por lo tanto, esta competencia debe desarrollarse y para ello se requieren de experiencias significativas (prácticas) que permitan sensibilizar la percepción en la práctica (Mason, 2002).

Así mismo, Santagata et al. (2021) consideran que segregar el noticing de profesores expertos permite poner atención en las habilidades que los profesores principiantes necesitan desarrollar, lo cual puede servir de base para diseñar experiencias de aprendizaje, estructurar programas de formación, y/o diseñar actividades que podrían apoyar el desarrollo del noticing en los profesores en formación. De forma similar, Climent et al. (2014, p.52) plantean que trabajar con profesores expertos permite "vislumbrar los conocimientos de los profesores en su acción docente", por lo cual "comprender la enseñanza de expertos es la clave para el desarrollo profesional". En síntesis, a partir de lo que notan y del conocimiento que los profesores expertos poseen es posible crear instancias para desarrollar tanto la competencia noticing como el conocimiento especializado de profesores en formación.

Paralelamente, el interés por comprender la relación entre el conocimiento del profesor de matemáticas y su noticing, nos llevó a realizar una investigación con profesores de matemáticas en servicio con cinco o más años de experiencia a quiénes denominamos profesores expertos (PE). Entre los resultados de dicha investigación (López y Zakaryan, 2022), se identificó que para los PE un acontecimiento notable en clase sucede cuando emerge el cuestionamiento de si $69,\overline{9}=70$.

En Mena et al. (2015, p.333) analizan una situación similar ("0,999… es igual a 1") y detallan que dicho cuestionamiento, aunque suele pasar desapercibido, constituye un obstáculo epistemológico, y que analizarlo permite traer a discusión tópicos más complejos y que son fundamentales para la comprensión apropiada del concepto del infinito. Los autores señalan, desde distintas teorías, las razones por las cuales es posible que se presente este obstáculo, por ejemplo, desde las representaciones semánticas, la razón es la dualidad entre lo semántico (representaciones) y lo teórico; y, desde la teoría APOE, el encapsulamiento de 1 comparándolo con 0,999…, "que no solo no se presenta como un objeto, sino que parece siempre un proceso" (p.345). Galleguillos y Ribeiro (2021) también han reportado que futuros profesores tienen dificultares para asumir la veracidad de dicha igualdad y sostienen que una de las razones se debe a la creencia que distintos registros de representación no pueden asociarse a la misma cantidad ($0,\overline{9} < 1$).

En consideración a lo expuesto anteriormente, nos preguntamos: *para los PF ¿será un evento relevante la situación que emerge en clase en cuanto la igualdad* $69,\overline{9}=70$ *?* Y, además, *¿cuál es el conocimiento (matemático y didáctico) que pondrán en juego en esta situación?* En esta comunicación, nos centraremos en la *dimensión "atención selectiva"* del noticing, propuesta por van Es y Sherin (2021), y en el subdominio del *conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas* del modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés, Carrillo et al., 2018).

Fundamentos teóricos

Noticing

En este trabajo, se adopta la conceptualización del noticing que considera tres dimensiones: atención selectiva, interpretación y dar forma (van Es y Sherin, 2021). En cada clase, el profesor presta atención a distintas situaciones que ocurren en el aula. Para Mason (2002), los profesores con un alto nivel de sensibilización son capaces de notar intencionadamente características, eventos, interacciones, formas de pensar, estrategias, etc., que surgen en el aula de clase que les permite mejorar su práctica y orientarla hacia un aprendizaje efectivo por parte de los estudiantes. A esta dimensión del noticing van Es y Sherin (2021) le han llamado "atención selectiva". La atención selectiva implica que (1) los profesores perciben lo que sucede en el aula a través de sus sentidos; (2) de los momentos percibidos seleccionan cuales atender y cuales desatender y (3) aunque no todos los profesores perciben lo que sucede en el aula de la misma manera hay situaciones que son notadas por distintos profesores.

Conocimiento Especializado del profesor de Matemáticas (MTSK)

El modelo del Conocimiento Especializado del profesor de Matemáticas (Carrillo et al., 2018) identifica dos grandes dominios de conocimiento, conocimiento matemático y conocimiento didáctico del contenido, con tres subdominios en cada uno. En el centro del modelo se incluyen las creencias del profesor como un dominio que permea y afecta todo el conocimiento. Dado el interés de este escrito, describiremos con más detalle el *Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM),* uno de los subdominios del conocimiento didáctico del contenido.

El *KFLM* se refiere al conocimiento de las características del proceso de comprensión de los estudiantes sobre los distintos contenidos matemáticos, del lenguaje asociado a cada concepto, así como de errores, dificultades u obstáculos posibles. De este modo, este subdominio se desglosa en las siguientes cuatro categorías (Escudero-Ávila, 2022): *Teorías de aprendizaje matemático*, que se refiere a las teorías sobre la didáctica de la Matemática, formales o personales, que el profesor conoce. *Fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas*, engloba los conocimientos sobre las fortalezas, los errores, obstáculos y dificultades asociados a la matemática en general y a temas concretos. *Formas de interacción de los estudiantes con el contenido matemático,* reúne el conocimiento que poseen los docentes sobre procesos y/o estrategias con las que los estudiantes desarrollan al momento de enfrentarse a una tarea matemática o a un concepto matemático. *Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas* considera las posibles expectativas o intereses particulares que tienen los estudiantes sobre un determinado contenido.

A partir de estos dos constructos, es posible establecer relaciones entre ambos constructos: con el noticing, se identifica lo que los profesores notan (o no) de una clase para posteriormente establecer el conocimiento sobre dicha situación.

Metodología

Desde un enfoque cualitativo, exploramos el noticing y el conocimiento especializado de futuros profesores de matemáticas, específicamente el *conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas,* en el caso $69,\overline{9} = 70$ que emerge en una sesión de clase. A partir de la adaptación de un método denominado Club de Videos (van Es y Sherin, 2008, 2021), se diseña una sesión en el curso Taller en la cual a los participantes se les proyecta un vídeo de clase y se les solicita responder preguntas previamente diseñadas por los investigadores.

Participantes

Los siete PF, informantes de esta investigación, se encontraban en su octavo u noveno semestre de la carrera de Pedagogía en Matemáticas y, en marzo de 2022, al momento de realizar el estudio, cursaban la asignatura Taller que tenía por objetivo analizar diferentes situaciones de aula. Previo a esta asignatura, habían cursado Cálculo, Álgebra lineal, Teoría de números, Estructuras algebraicas, Didáctica de los sistemas numéricos, entre otros.

Instrumentos y proceso de recogida de datos

A los PF se les presentó un vídeo de una duración de 9:30 minutos que proyectaba determinados momentos de una clase de una profesora novel que imparte el tema de raíz enésima a estudiantes de 12 a 13 años. Según declara la profesora, el objetivo de la clase ha sido enseñar a aproximar al concepto de raíz enésima a través del uso práctico del Teorema de Pitágoras y mediante el trabajo colaborativo.

Como instrumento de recogida de datos, a los PF se aplicaron tres cuestionarios. En la construcción de estos cuestionarios se incorporaron preguntas que nos permitieron, por un lado, identificar si a los PF les llama la atención la situación "69,999… es lo mismo que 70" al igual que a los PE y, por otro lado, evidenciar su conocimiento (especializado) sobre la situación. Para la toma de datos se siguieron tres momentos:

En un primer momento, se les entregó a los PF el primer cuestionario con una única indicación: *"En función de lo que puedas observar o escuchar en el vídeo, en el espacio asignado escribe todos los aspectos que te llamaron la atención"*; el video fue mostrado una única vez y la duración de este momento fue de veinte minutos, al concluir el tiempo los PF entregaron los cuestionarios a los investigadores.

En un segundo momento, se les presentó el video una vez más y se les dio el segundo cuestionario, solicitando responder tres preguntas específicas orientadas al conocimiento de la profesora del video, por ejemplo, "*Qué conocimientos matemáticos/didácticos/pedagógicos consideras que pone en práctica la profesora";* este momento también tuvo una duración de veinte minutos. Los PF nuevamente entregaron los cuestionarios a los investigadores.

En un tercer y último momento, se les proporcionó el vídeo junto con el tercer cuestionario con preguntas abiertas, pero que focalizaban algunos aspectos en los que se quería que los PF prestaran atención, entre estas preguntas rescatamos: *¿Es igual 69,999…… a 70? Explica tu*

respuesta. Y ¿A qué se debe que los estudiantes unánimemente contestaran que no son iguales? Explica tu respuesta. Este último momento tuvo una duración de 90 minutos, al culminar, los PF entregaron los cuestionarios a los investigadores.

Análisis de datos

Para el análisis de las respuestas dadas por los PF se tomaron en cuenta dos aspectos: la dimensión de atención selectiva del noticing y el KFLM del MTSK. Para el aspecto de la dimensión selectiva, sólo se identificó si la situación $69,\overline{9} = 70$ aparecía mencionada de forma explícita o implícita en el primer y segundo cuestionario.

Para el KFLM, se identificaron los datos que podrían considerarse indicios o evidencias. Los *indicios*, requieren una confirmación de la movilización del conocimiento a través de otros datos mientras que las *evidencias* nos permiten afirmar que el conocimiento está presente, no hay duda sobre ello (Climent y Montes, 2022). En el caso del KFLM, los datos fueron triángulos entre fuentes de datos e investigadores.

Resultados y discusión

A continuación, se presentan los resultados emergidos del análisis de las respuestas de los PF, según los momentos presentados anteriormente, y la discusión al respecto.

Primer momento

Referente a la indicación del primer momento, cuyo énfasis está en el noticing, los resultados revelan que ningún PF en sus comentarios se ha referido a la situación 69,9¯=70. Esto no es extraño ya que distintas investigaciones sobre el noticing concluyen que los profesores noveles, profesores en formación y profesores de primer año, tienen mayores dificultades para hacer distinciones y ver con el mismo detalle que los expertos, interpretar las observaciones en el aula y desarrollar explicaciones sobre lo que ocurre en ellas (Berliner, 2004; König et al., 2022).

Segundo momento

Respecto a los conocimientos que ponía en juego la profesora del video, los resultados muestran que, si bien los PF mencionan distintos conocimientos de la profesora, no se refirieren a ninguno relacionado con el cuestionamiento $69,\overline{9} = 70$.

Tercer momento

En cuanto a la primera pregunta ¿Es igual 69,999…… a 70? Explica tu respuesta, cinco PF dan una respuesta afirmativa sobre que sí son iguales. Su explicación viene acompañada de justificaciones ("demostraciones") que involucran el tratamiento entre las representaciones fraccionaria y decimal periódico de un número racional. Los otros dos PF indican que no son iguales. Respecto a la pregunta ¿A qué se debe que los estudiantes unánimemente contestaran que no son iguales?, se obtienen indicios o evidencias del conocimiento sobre las características del aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes (KFLM) de los PF.

En la Tabla 1, presentamos una síntesis de los resultados obtenidos, para posteriormente discutir algunos aspectos más puntuales de estos.

Tabla 1
Síntesis de resultados obtenidos para el caso $69,\overline{9} = 70$

PF	Dimensión del Noticing	MTSK – Categorías del KFLM				
	Atención Selectiva *¿Menciona el caso en primer o segundo cuestionario?*	Respuesta: ¿Es igual 69,9999… a 70?	Teorías de aprendizaje matemático	Fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas	Formas de interacción de los estudiantes con el contenido matemático	Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas
PF1	No lo menciona	No	N	X	X	N
PF2	No lo menciona	Si	N	N	N	N
PF3	No lo menciona	Si	N	X	X	N
PF4	No lo menciona	Si	N	X	N	N
PF5	No lo menciona	Si	N	X	X	N
PF6	No lo menciona	No	N	X	N	N
PF7	No lo menciona	Si	N	X	N	N

Nota. N: No aparece, X: Se encontraron indicios o evidencias. *Fuente*: elaboración propia.

Desde el KFLM, los PF muestran evidencias o indicios en dos categorías. Por ejemplo, encontramos que PF4 asocia la respuesta de los estudiantes con la noción del infinito:

PF4 [1] Seguramente no captan la noción del infinito del número $0,\overline{9}$ o no tienen conocimiento de los límites, [2] cosa que no representa problemas para el nivel en que están.

Si bien PF4 no da mayores detalles, nos permite identificar en [1] indicios de conocimiento de dificultades en el aprendizaje, relacionándolo con el obstáculo epistemológico que se presenta por la confrontación de los tipos de infinito (infinito potencial vs infinito actual).

Por su parte, PF1, PF3, PF5 y PF7 relacionan la respuesta de los estudiantes con una *dificultad asociada al aprendizaje: el obstáculo que se presenta por las representaciones semióticas* (PF1[1], PF3[2], PF5[2], PF7[1]): para los estudiantes, visualmente lo que está a la izquierda del signo igual es diferente a lo que está la derecha; la falta de claridad conceptual hace que no se comprenda que son representaciones del mismo número, por ende, no pueden transitar de una notación a otra (Mena et al., 2015):

PF1 [1] Los estudiantes identifican que no son iguales porque tienen la representación escrita de la expresión. [2] Probablemente (suposición) se les ha instruido anteriormente a los alumnos que las aproximaciones no son la representación real del valor numérico.

PF3 [1] Se debe a que no dimensionan lo pequeño que puede ser la diferencia entre el 0,999 y el 1,0 dado que el 9 está alejado visualmente al 0. [2] De la misma forma, como $69 \neq 70$ los y las estudiantes solo se quedan con eso.

PF5 [1] Creo que tal vez se deba a que la noción o caracterización que tienen los estudiantes de un número real es tajante en cuanto a las aproximaciones, [2] me refiero a que visualmente pueden discriminar que no son iguales.

PF7 [1] Se debe a que los números a simple vista aparentemente asumen que pertenecen a distintos conjuntos $69{,}99 \in \mathbb{Q}$ y $70 \in \mathbb{Z}$.

La falta de claridad conceptual puede estar asociada a *errores en el aprendizaje de las matemáticas* o a *formas de interacción con otros contenidos matemáticos*. Por ejemplo, PF1 que es uno de los dos profesores en formación que respondió que 69,999… no es igual a 70, expresa en [2] un error que se relaciona con la comprensión de las aproximaciones de un número real. La justificación que plantea PF1 sobre la respuesta dada por los estudiantes, podría mostrar indicios de porqué dio una respuesta errónea.

PF3 [1] argumenta que la respuesta de los estudiantes está relacionada con la distancia entre dos números (diferencia entre 0,99 y el 1,0 [1]), esto se puede asociar con la idea del infinito infinitesimal (no dimensionan lo pequeño que puede ser…). De este modo, muestra indicios de conocer *formas de interacción de los estudiantes con el contenido matemático*.

PF5 [1] muestra indicios sobre el conocimiento de la manera en que los estudiantes *interactúan* con las aproximaciones de números reales; y PF7 considera que el *error* se presta porque visualmente los números pertenecen a sistemas numéricos diferentes [1]. Además de percibir el obstáculo de la representación, la respuesta de PF7 trae a la palestra errores asociados a los sistemas numéricos. El error que emerge cuando los estudiantes clasifican los números como no decimales por la ausencia de comas en su representación (Moreno et al., 2007), ocurre debido a que el estudiante no comprende o reconoce que los números enteros están dentro del conjunto de los números racionales pues todo número entero puede ser escrito como número racional. Que el estudiante no reconozca la notación decimal del número 70, es decir, que pueda ser escrito como 70,0 apunta a un obstáculo didáctico ligado a la enseñanza y escritura de la expansión decimal de números reales (Mena et al., 2015).

Comentarios Finales

En consideración, reconocemos indicios de conocimiento de los PF de ciertas dificultades y formas de interacción que se dan entre los estudiantes y el contenido matemático ($69,\overline{9} = 70$), sin embargo, al encontrarse ante una situación de aula donde se presenta el fenómeno no les llama la atención, es decir, no lo consideran un aspecto relevante. Esto concuerda con lo previamente plasmado por Mason (2002), quien invita a desarrollar experiencias que favorezcan el desarrollo del noticing.

Los resultados del estudio nos permiten remarcar la importancia de incorporar prácticas en la formación inicial que: (1) permitan contrastar el conocimiento y la competencia de noticing de profesores expertos con profesores noveles, (2) fomenten la competencia de noticing y (3) permitan al PF adquirir conciencia sobre su conocimiento en los distintos subdominios que propone el MTSK.

Finalmente, conviene destacar que, en esta comunicación, solo presentamos resultados parciales desde una de las dimensiones del noticing y desde un subdominio del MTSK. Nos queda, por tanto, seguir profundizando en los demás elementos del MTSK y del noticing, identificando y estableciendo relaciones entre ambos constructos, con el fin de aportar a la formación inicial y continua de los profesores de matemáticas.

Reconocimiento: Con el apoyo de Beca ANID Doctorado Nacional año 2021, folio: 21210589. Este trabajo está vinculado a la Red MTSK de la Asociación Universitaria Iberoamericana de Posgrado (AUIP).

Referencias y bibliografía

Berliner, D. C. (2004). Describing the Behavior and Documenting the Accomplishments of Expert Teachers. *Bulletin of Science, Technology & Society, 24*(3), 200–212. doi:10.1177/0270467604265535

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education, 20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Dindyal, J., Schack, E.O., Choy, B.H. y Sherin, M.G. (2021). Exploring the terrains of mathematics teacher noticing. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education, 53*(1), 1-16.

Escudero-Avila, D. (2022). Conocimiento de las características del aprendizaje matemático. En J. Carrillo, M.A. Montes, y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (mtsk): 10 años de camino* (83-94). Editorial Dykinson. DOI: 10.14679/1456

Galleguillos, J. y Ribeiro, M. (2021). El conocimiento especializado de futuros profesores de matemáticas sobre números periódicos. En J. G. Moriel Junior (Ed.), *Actas de V Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp.74-81). Mato Grosso, Brasil. https://cdn.congresse.me/ho20198vnz5ar0pp4l3wt33iit5t

López, L.M. y Zakaryan, D. (2022). Atención selectiva: ¿qué observan profesores con experiencia en un vídeo sobre la enseñanza de la raíz enésima? En *Extensos Actas de XXVI Jornadas Nacionales de Educación Matemática.* Osorno, Chile.

Mason, J. (2002). Researching your own practice: The discipline of noticing. Routledge.

Mena-Lorca, A., Mena-Lorca, J., Montoya, E., Morales, A., Parraguez, M. (2015). El obstáculo epistemológico del infinito actual: persistencia, resistencia y categorías de análisis. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa, 18*(3), 329–358.

Moreno, M. D, Hernández V. M. y Socas M. M. (2007). Dificultades y errores sobre números decimales de alumnos con una buena formación en Matemáticas. *Formación del profesorado e investigación en educación matemática, 8,* 251–272.

Santagata, R., König, J., Scheiner, T., Nguyen, H., Adleff, A.-K., Yang, X., y Kaiser, G. (2021). Mathematics teacher learning to notice: a systematic review of studies of video-based programs. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education, 53*(1), 119-134.

Santagata, R., y Yeh, C. (2016). The role of perception, interpretation, and decision making in the development of beginning teachers' competence. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education, 48*(1-2), 153–165. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0737-9

van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education, 24*(2), 244–276. https://doi.org/10.1016/j.tate.2006.11.005

van Es, E. A., y Sherin, M. G. (2021). Extending on prior conceptualizations of teacher noticing. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education, 53*(1), 17-27.

La Geometría Euclídea en tres dimensiones: un libro para la Formación de Profesores en Matemática

Ana María **Mántica**
Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral
Argentina
ana.mantica@gmail.com
Marcela **Götte**
Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral
Argentina
marcelagotte@gmail.com

Palabras clave: Matemáticas; Educación Superior; Enseñanza; Formación Docente Inicial; Geometría.

Génesis del libro

El libro que se expone es ideado y acrisolado para estudiantes y profesores de nivel superior, particularmente de profesorados en Matemática. Es producto del trabajo del equipo de la cátedra Geometría Euclídea Espacial de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Universidad Nacional del Litoral (UNL) y se presenta con el nivel de formalidad requerida para estos destinatarios. Responde a la necesidad de contar con un texto de geometría en tres dimensiones que pueda ser utilizado en este nivel. Un aporte fundamental que logró hacer síntesis y ordenamiento de los temas es una tesis de maestría en la se trabaja acerca de los errores y dificultades de los estudiantes de profesorado en matemática al realizar problemas de demostración (Götte y Mántica, 2021a; Götte y Mántica, 2021b). El texto es de acceso libre y gratuito y se puede descargar de la biblioteca virtual de la UNL (Mántica y Götte, 2022).

Destellos de la organización

La geometría es fundamentalmente una ciencia deductiva y de allí que las demostraciones sean necesarias para que las aseveraciones tengan un fundamento riguroso con el fin de ser consideradas verdaderas. Los axiomas y definiciones pueden variar de un texto a otro, pero una vez establecidos no deben quebrantarse. La demostración es necesaria para establecer la generalidad de la proposición tratada. Se encuentran en el libro tanto propiedades demostradas

como propuestas para ser demostradas por el lector y al final de cada capítulo más problemas para resolver. Conceptos básicos como recta, plano y los conceptos de interrelación entre ellos, como perpendicularidad y paralelismo se consideran conocidos en el contexto de la Geometría Plana. Se presenta específicamente su tratamiento en el espacio tridimensional que, si bien no cambia su significado básico, amplía la variedad de posibles relaciones entre ellos. Estas nuevas posibilidades necesitan una capacidad de visualización que es a menudo bastante limitada por estar acostumbrados a ver todo en un plano. Incluso conociendo la existencia de diferentes planos y direcciones, se tiende a ver solo un plano a la vez. Este tipo de conflictos suele ser un terreno en el que podrían surgir fácilmente conceptos erróneos (Götte y Mántica, 2021b). El texto cuenta con representaciones tridimensionales realizadas con Software de Geometría Dinámica y fotografías de elementos del entorno que llevan implícitos conceptos que se abordan.

El texto Geometría en 3D, está organizado en seis capítulos, comenzando con los fundamentos en el que se expresa lo requerido por la geometría euclídea, su método deductivo, el valor de los axiomas y la deducción de las propiedades. En el segundo se exponen los axiomas sobre los que se asienta el texto, agrupados en cinco categorías: incidencia (enlace); paralelismo; ordenación y división; continuidad y movimiento y se presentan las primeras definiciones de figuras tridimensionales. En el tercero se trabajan las transformaciones geométricas y los conceptos de paralelismo y perpendicularidad. Se establecen nuevas relaciones entre los elementos (rectas; rectas y planos y planos) y propiedades particulares que se generan en el espacio de tres dimensiones. El cuarto contiene la definición y elementos de poliedros particulares: prisma; pirámide; tronco de pirámide y regulares convexos. Se mencionan, además, otros "poliedros convexos que cumplen solo dos de las tres condiciones exigidas por la definición de poliedro regular convexo. A estos poliedros se los denomina cuasi- regulares" (Mántica y Götte, 2022, p.97). En el quinto se focaliza en algunas figuras no poliédricas: cilindro circular, cono circular, tronco de cono circular y esfera y se determinan sus elementos. Se expone un apartado especial referido a la geometría en la superficie esférica. La Geometría, además de estudiar los problemas afines de los objetos geométricos (incidencia, intersección y paralelismo, entre otros) se ocupa de los problemas geométricos de medida tales como: el cálculo de longitudes, áreas, volúmenes y medición de ángulos, esto se presenta en el último capítulo.

Se considera que el texto es un aporte para estudiantes y docentes de profesorados de matemática y viene a llenar un vacío importante en la bibliografía de la geometría, particularmente en tres dimensiones, con la formalidad específica requerida para este público.

Referencias y bibliografía

Götte, M. y Mántica, A.M. (2021a). Categorización de errores en geometría 3D en estudiantes de nivel superior. *Épsilon - Revista de Educación Matemática*. 108, 27-44. https://thales.cica.es/epsilon/sites/thales.cica.es.epsilon/files/epsilon108_2.pdf.

Götte, M. y Mántica, A.M. (2021b). Acrisolado de tipologías de errores en demostraciones geométricas de futuros profesores en matemática. *Unión - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. 17(61), 76-95. https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/187

Mántica, A. y Götte, M. (2022). *Geometría en 3D.* Ediciones UNL. https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar:8443/handle/11185/6378

La indagación de la propia práctica en formadores de Matemática: propuesta de un modelo de aprendizaje profesional

Salomé **Martínez** Salazar
Laboratorio de Educación, Centro de Modelamiento Matemático, Universidad de Chile
Chile
samartin@dim.uchile.cl
Helena **Montenegro** Maggio
Laboratorio de Educación, Centro de Modelamiento Matemático, Universidad de Chile
Chile
helena.montenegro@uchile.cl
Fernando **Murillo** Muñoz
Facultad de Educación, Universidad Autónoma de Chile
Chile
fernando.murillo@uautonoma.cl

Resumen

Mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas sigue siendo un desafío. Si bien fortalecer la preparación para la enseñanza de la matemática de profesores en servicio es clave, para lograr cambios sustentables, se requiere trabajar también en la transformación de las prácticas docentes de los formadores de profesores. En este proyecto de I+D se propone el diseño de un sistema de apoyo para sustentar el aprendizaje profesional para los formadores de matemática orientado a fortalecer habilidades para indagar sobre la propia práctica, a fin de transformarla por medio de la investigación e innovación de la enseñanza. Este sistema cuenta con módulos de formación profesional cuyo modelo instruccional está basado en el aprendizaje colaborativo y vinculado a la experiencia. En este trabajo se discutirá la conceptualización teórica que guía el desarrollo del modelo instruccional, mostrando ejemplos de actividades concretas al interior de los módulos desarrollados.

Palabras clave: Educación Matemática; Educación Superior; Enseñanza Virtual Sincrónica; Desarrollo Profesional; Investigación Exploratoria; Matemáticas.

Abstract

Improving the quality of mathematics teaching and learning continues to be a challenge. While strengthening the education for mathematics teaching of in-service teachers is crucial to achieving sustainable changes, it is also necessary to work on the transformation of teaching practices performed by mathematics teacher educators. In this R&D project we propose the design of a support system to sustain professional learning for mathematics teacher educators support aimed at strengthening skills to inquire about their own practice to transform it through research and innovation in teaching. This system has professional training modules whose instructional model is based on collaborative learning and linked to experience. This paper will discuss the theoretical conceptualization that guides the development of the instructional model, showing examples of concrete activities within the training modules.

Keywords: Mathematics Teacher Education; Higher Education; Synchronous E-learning; Professional Development; Exploratory Research; Mathematics.

Introducción

En Chile persiste un bajo desempeño en el aprendizaje de las matemáticas en los distintos niveles del sistema escolar, pese a las distintas iniciativas y reformas implementadas (Agencia de Calidad de la Educación, 2019). Este escenario se replica a nivel universitario en las carreras de pedagogía, donde los futuros profesores de Educación Básica y Media en Matemáticas obtienen puntajes deficientes en las pruebas que evalúan sus conocimientos matemáticos al finalizar la formación docente inicial (CPEIP, 2019). Por ejemplo, los resultados en la Prueba END-FID aplicada el año 2018 indican que los estudiantes de carreras de pedagogía en Educación Básica obtienen bajos porcentajes de logro en las cuatro asignaturas disciplinares, siendo Matemáticas la asignatura con el desempeño más descendido (CPEIP, 2019). Este bajo rendimiento también se observa en los egresados de las carreras de Pedagogía en Educación Media Matemática, en donde más de la mitad de los profesores evaluados obtuvo menos de un 40% de logro en la prueba de conocimientos pedagógicos y disciplinarios (CPEIP, 2019).

Si bien ha habido grandes esfuerzos articulados desde el Ministerio de Educación para fortalecer las carreras de Pedagogía, las propuestas de mejora se han enfocado en cambios curriculares, criterios de selección de los futuros profesores, o en los resultados de las pruebas diagnósticas aplicadas, sin relevar adecuadamente el rol clave de los formadores en quienes descansa la preparación de los futuros docentes al interior de los programas. Lo anteriormente expuesto cobra relevancia si se toman en cuenta tres aspectos fundamentales. En primer lugar, diversos estudios han demostrado que la modalidad de enseñanza que adoptan los formadores de matemática influye directamente en el desempeño profesional de los profesores en formación y, en consecuencia, en los resultados de aprendizaje de sus futuros estudiantes (Beswick & Goos, 2018). Por ende, todo esfuerzo orientado a fortalecer la formación de los profesores de matemática tendría un mayor impacto si se incorpora en estas iniciativas a los formadores involucrados en este proceso.

En segundo lugar, a pesar del rol clave de los formadores en la formación del profesorado, diversos estudios han reportado que la mayoría de las veces comienzan a ejercer sin una preparación formal, recibiendo escaso o nulo apoyo tanto al inicio como a lo largo de su trayectoria profesional (Van Velzen et al., 2010). Al respecto, diversos estudios reportan que las experiencias de formación continua más significativas para los formadores son aquellas que se desarrollan al interior de una comunidad, red de apoyo o grupo de pares (Suppa et al., 2020; Van der Klink et al., 2017).Y, en tercer lugar, al ser contratados, se espera que los académicos desarrollen su identidad profesional como formador de profesores, pero no se potencia su rol e identidad como investigador y menos aún la necesidad de investigar sus propias prácticas de enseñanza (MacPhail et al., 2019). Masingila y colaboradores (2021) sostienen que más de la mitad de los formadores que enseñan matemáticas en carreras de pedagogía se siente poco preparado y reportan falta de capacitación, recursos y apoyo de sus instituciones.

En consecuencia, se considera fundamental desarrollar espacios de aprendizaje profesional entre formadores orientados a generar nuevos conocimientos y habilidades para la investigación de la propia práctica y realización de innovaciones pedagógicas que impacten las prácticas docentes que implementan (Kelchtermans et al., 2018; Van der Klink et al., 2017). La generación de estos espacios de aprendizaje profesional puede constituirse en una estrategia poderosa para fortalecer el desarrollo profesional de los formadores, problematizando su rol clave en la formación inicial del profesorado.

Como una forma de fortalecer el rol clave de los formadores en el aprendizaje de la enseñanza de las matemáticas, en este artículo se presenta la iniciativa Redfid (www.redfid.cl), un sistema de apoyo para la formación docente inicial en matemática que busca fortalecer el desarrollo profesional de los formadores, permitiendo ampliar su repertorio de prácticas de enseñanza y fomentar espacios de trabajo colaborativo entre formadores de distintos programas.

Particularmente, se describirá la propuesta del modelo de aprendizaje profesional a la base de este sistema de apoyo, profundizando en la forma en que esta se materializa en los módulos de formación profesional, los cuales buscan fortalecer habilidades docentes y de investigación por medio de la problematización de la propia práctica docente para, de esta forma, transformar las prácticas de enseñanza de los formadores.

Sistema de apoyo para la formación docente inicial en matemática

El sistema de apoyo para la formación docente inicial en matemática Redfid busca generar oportunidades de desarrollo profesional permanente en los formadores y entregar recursos de aprendizaje especializados para la enseñanza de la matemática, favoreciendo la colaboración en tareas claves para la formación inicial de los profesores y resguardando la igualdad de oportunidades de acceso a los formadores a nivel nacional. Este sistema de apoyo se materializa en una plataforma tecnológica que soporta: 1) trabajo en comunidades de práctica virtuales para formadores de profesores; 2) módulos de formación profesional enfocados en fortalecer competencias docentes, disciplinarias y de investigación; y 3) una biblioteca digital de recursos de aprendizaje para la formación inicial.

Redfid busca ser un recurso que permita abordar problemas centrales para la mejora de la formación docente en matemáticas a nivel sistémico, produciendo beneficios a nivel individual e institucional, los que pueden sustentar procesos de mejora a largo plazo.

Metodología de trabajo para formular el diseño instruccional a la base del modelo de aprendizaje profesional de los formadores

Para el diseño de este sistema de apoyo, se adoptó una metodología de trabajo que permitiera identificar necesidades y experiencias claves de ser contempladas en el modelo de aprendizaje profesional de los formadores de matemática. Dado esto se adoptó la propuesta de diseño instruccional del modelo Addie (Analysis, Design, Development, Implementation, Evaluation) (Maribe, 2009), el cual es consistente con convicciones y experiencias previas del equipo desarrollador, respecto de cómo se debe concebir un proceso formativo para este grupo de educadores. En particular, contemplar que los espacios de desarrollo profesional se desarrollan de manera situada al contexto, generando situaciones de aprendizaje motivadoras y coherente con modelos comprensivos de la enseñanza de las matemáticas.

En primer lugar, nos posicionamos desde una aproximación constructivista del aprendizaje, en la cual los sujetos elaboran sus aprendizajes sobre la base de esquemas preexistentes de información y experiencias, donde la referencia a tales esquemas y conocimientos previos es un aspecto fundamental para una enseñanza eficaz (Trilla, 2003). En segundo lugar, consideramos relevante que este modelo se base en un aprendizaje desde la experiencia. Es decir, contar con un diseño instruccional que se vincule íntimamente con la experiencia vivida de los participantes y las condiciones reales de sus contextos de desempeño laboral. Estos dos elementos constituyen el pilar central del modelo que presentamos aquí, por lo que todas las actividades a lo largo de los módulos invitan a los participantes a identificar las problemáticas que surgen de las prácticas de cada uno, abordándolas de manera pertinente y contextualizada para comprenderlas y transformarlas.

Para la construcción del diseño instruccional a la base de este modelo de aprendizaje profesional, se empleó una metodología de trabajo que consideró tres etapas para su desarrollo: la sistematización de literatura sobre desarrollo profesional de formadores; la conceptualización teórica de conceptos claves del modelo y su articulación en una propuesta formativa; y el diseño de módulos autoinstruccionales en sintonía con el modelo de aprendizaje profesional. Cada una de estas etapas serán descritas a continuación.

Sistematización de literatura sobre desarrollo profesional en formadores

Se realizó una búsqueda de artículos y capítulos de libros en bases de datos indexadas de los últimos cinco años vinculados a temas sobre el ejercicio profesional de los formadores de matemática. El equipo revisó críticamente bibliografía relevante en torno a los desafíos en la formación y desarrollo profesional de formadores de matemática, los aspectos clave que surgen de experiencias exitosas, métodos y resultados de experiencias de investigación e innovación docente, y los elementos diferenciadores de comunidades de aprendizaje que funcionan. Esta revisión bibliográfica fue crucial, pues permitió identificar y definir conceptos fundantes que se trabajan a lo largo del modelo.

Conceptualización teórica de conceptos claves del modelo

A partir de esta revisión bibliográfica, en una segunda etapa se identificaron cuatro conceptos claves importantes de definir: práctica docente, indagación de la práctica, investigación de la propia práctica e innovación en la propia práctica. Con relación a **práctica docente**, Da Ponte y Chapman (2006) la definen como "las actividades que [los profesores] realizan recurrentemente, tomando en consideración su contexto, sus significados y sus intenciones". En este contexto, la práctica docente se compone de las creencias que los profesores tienen respecto al contenido, el mundo y los estudiantes; de las acciones que ellos llevan a cabo en el ámbito educativo; y los modos en que los profesores enfrentan las tensiones que surgen entre las creencias y las acciones tomadas. A su vez, por **indagación de la práctica** nos referimos a un proceso gatillado por una curiosidad genuina de querer saber respecto a algo, generando oportunidades de aprendizajes. Así, la indagación es la acción constante de problematizar lo que experimentamos en la docencia, mostrando apertura a comprender lo que está sucediendo, lo que luego puede llevar a procesos más formales de innovación e investigación de la práctica (Aulls & Shore, 2008).

Por otro lado, por **investigación de la práctica** entendemos la indagación sistemática, sostenida, y planificada que pone atención en las propias decisiones docentes. A través de la investigación de la propia práctica se logra una mayor comprensión de uno mismo, de la enseñanza, del aprendizaje y la generación de conocimiento a partir de estos procesos (Loughran, 2004). Para ello, es fundamental realizarla de manera colaborativa con otros educadores. Finalmente, en cuanto a **innovación en la práctica**, la concebimos como un proceso que surge al buscar resolver un problema introduciendo elementos novedosos en nuestra práctica. La innovación de la propia práctica docente representa una noción de cambio que se define como "una acción intencional que tiene como objetivo introducir algo original en un contexto dado, y es pedagógica en tanto busca mejorar sustancialmente el aprendizaje de los estudiantes en una situación de interacción" (Béchard, 2000).

Diseño de módulos de formación autoinstruccionales

En una tercera etapa se realizó el diseño y desarrollo de los módulos de formación profesional considerando los conceptos claves anteriormente descritos. Indagar sobre las propias prácticas de enseñanza resulta fundamental para los formadores, pues a través de esta modelan metodologías y reflexiones pedagógicas que se espera que los futuros profesores incorporen en su futura enseñanza. Para ello, el formador debe contar con un conocimiento especializado para diseñar y ejecutar proyectos de innovación e investigación que le permitan abordar de forma sistemática y rigurosa las distintas problemáticas de la práctica que puede enfrentar.

El diseño de estos módulos lo realizó un equipo multidisciplinario conformado por seis profesionales del área: dos son formadores de matemática con una amplia experiencia formando a futuros profesores de matemática; dos son matemáticos con amplia experiencia en el diseño desarrollo e implementación de experiencias de formación continua para profesores de matemática; y dos son investigadores con amplia experiencia en investigación sobre formación docente inicial. La metodología que se empleó para el diseño de los módulos fueron reuniones de trabajo semanales en donde se discutían y consensuaban al interior del equipo lo temas

fundamentales a desarrollar en cada uno de los módulos proyectados. Posteriormente, por duplas de trabajos multidisciplinarias, se proponían talleres y actividades de trabajo concretas, las cuales eran sometidas a revisión de pares por ele quipo completo con la finalidad de ser ajustadas y mejoradas.

Por medio de este ciclo iterativo de diseño y revisión de las secuencias de actividades se diseñaron cuatro módulos orientados al desarrollo profesional de los formadores: módulo 1 *Problematizando mi práctica docent*e; módulo 2 *Enfoques de indagación*; módulo 3 *Innovación en la enseñanza*; y módulo 4 *Investigación de la práctica*. En su conjunto, estos cuatro módulos tienen como finalidad que los participantes desarrollen habilidades y conocimientos especializados que les permitan iniciar procesos de innovación e investigación sobre su propia práctica docente, preparándolos para realizar un proyecto de innovación o de investigación en colaboración con otros. En la figura 1 se representa la secuencia y organización de los módulos de formación para los formadores.

El primer y segundo módulo son introductorios. El primero busca que los participantes identifiquen y describan problemas de la práctica docente, siendo capaces de definir un problema de la propia práctica en la enseñanza de la matemática factible de ser indagado. El segundo módulo introduce dos enfoques de indagación: innovación e investigación de la propia práctica. En este módulo se busca que los formadores propongan un enfoque pertinente y en sintonía al problema de la propia práctica, y que sea factible de abordar.

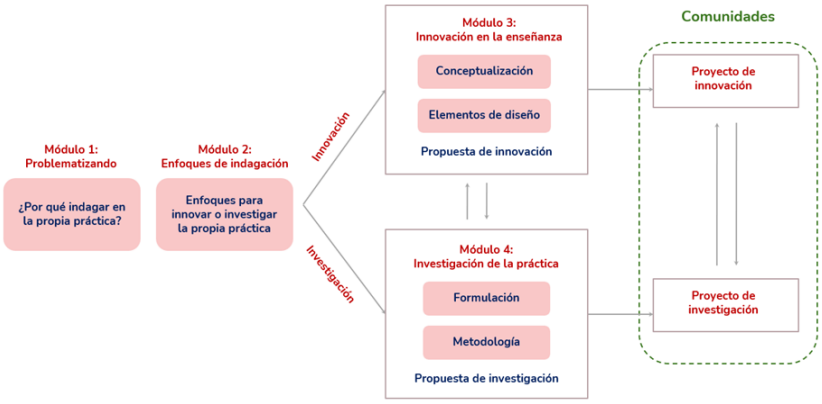


Figura 1. Esquema de módulos de formación profesional del sistema de apoyo a formadores

Los dos módulos siguientes están enfocados en metodologías específicas para innovar e investigar la propia práctica respectivamente. Un aspecto que se incorporó de manera intencionada en el diseño de estos módulos de aprendizaje, producto de la revisión de literatura, es la noción de que investigar la forma en como uno enseña se potencia en la medida que se desarrolla de manera colaborativa con otros, ya que posibilita la oportunidad de recibir retroalimentación sobre la docencia que se imparte, reflexionar sobre las acciones de los demás, y aprender de las experiencias y dificultades de otras personas (Hadar & Brody, 2013). Así, se contempla que en los módulos sobre investigación de la propia práctica e innovación en la enseñanza de las matemáticas se diseñe de manera preliminar la formulación de un problema o el diseño de una propuesta de innovación, respectivamente, el cual se mejorará por medio de un trabajo colaborativo al interior de las comunidades de práctica.

Cada uno de los módulos sigue una estructura estándar, en la que se presenta una situación profesional, una problematización, una serie de preguntas que invitan al formador a relacionar las temáticas con su propia experiencia, y ejercicios de aplicación en los que los que van tomando decisiones respecto a cómo abordar los problemas que detectaron en su propia práctica.

A modo de ejemplo, en la siguiente figura se muestran algunas de las actividades del módulo 1 *Problematizando mi práctica docent*e.

Figura 2. Ejemplo de actividades del módulo *Problematizando mi práctica docente.*

Reflexiones finales

A través de la conceptualización de este modelo de aprendizaje profesional, se propone una forma de trabajar con un actor hasta ahora invisibilizado en los procesos de mejora de la enseñanza de la matemática: los formadores que llevan a cabo este proceso. De igual forma, proponemos un abordaje concreto para responder a una de las brechas más importantes señaladas en la literatura especializada en materia de aprendizaje profesional docente en formadores: la ausencia de espacios y oportunidades para su desarrollo profesional, especialmente relacionadas con habilidades de investigación e innovación de la propia práctica (MacPhail et al., 2019).

Este modelo de aprendizaje profesional, que sustenta el sistema de apoyo para la formación docente inicial en matemáticas Redfid, releva al menos cinco aspectos fundamentales de contemplar para el fortalecimiento de la formación inicial del profesorado. En primer lugar, hemos descrito una propuesta que se funda en el valor del aprendizaje desde la experiencia (Trilla, 2003). Sabemos que hay mejores posibilidades de cambio y mejora en la práctica docente en la medida que los propios actores reconozcan espacios de mejora en sus propios contextos educativos, y busquen de manera sistemática formas de comprender los fenómenos que enfrentan y diseñen innovaciones pedagógicas pertinentes y significativas para ellos y sus estudiantes. En segundo lugar, los módulos de formación profesional aportan al desarrollo de un lenguaje profesional común, lo que resulta crucial para poder fortalecer el sentido simbólico de pertenencia a un grupo profesional específico y poder compartir los marcos conceptuales y referentes teóricos con los cuales se trabaja (Hadar & Brody, 2013).

En tercer lugar, los módulos desarrollados demuestran un modo concreto para ayudar al formador a problematizar e investigar su propia práctica, posibilitando oportunidades para transformar y mejorar su docencia. En cuarto lugar, las actividades propuestas en los módulos modelan e incentivan el establecimiento de relaciones y trabajo colaborativo entre formadores. Este es un aspecto de relevancia, al establecer nuevas modalidades de relacionarse en el ambiente universitario, al tiempo que rompe con la prevalencia al interior de la cultura académica de la lógica de pensar la investigación como un trabajo solitario (Kelchtermans et al., 2018). Cabe destacar que, dentro de cada institución, el número de formadores del área de matemáticas es reducido, y sus necesidades son específicas a su labor. Por esta razón es necesario que el aprendizaje profesional se genere en espacios que trasciendan instituciones y permitan conectar a formadores con pares que puedan estar experimentando problemas similares de la práctica. Por último, en quinto lugar, los desarrollos aquí presentados representan un avance en los desafíos que aún tenemos por delante en términos de poder instalar, expandir y consolidar este tipo de prácticas no sólo en los formadores de matemática, sino que también en los estudiantes que están formando y en los profesores del sistema escolar.

En síntesis, el modelo de formación que hemos discutido representa una aproximación comprensiva a un aprendizaje profesional sostenido, situado y significativo, posibilitando fortalecer capacidades para que los participantes puedan experimentar las transformaciones que pueden ocurrir cuando indagamos en nuestras propias prácticas de enseñanza con seriedad y sentido de creatividad.

Agradecimientos

Este estudio es posible gracias al proyecto Fondef ID21I10067, y apoyada por el Centro de Modelamiento Matemático fondo basal FB210005, financiados por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile (ANID). También forma parte de la Cátedra Unesco *Formación de docentes para enseñar matemática en el siglo XXI.*

Referencias y bibliografía

Agencia de Calidad de la Educación. (2020). *Resultados Educativos SIMCE 2019.* http://archivos.agenciaeducacion.cl/PPT_Nacional_Resultados_educativos_2019.pdf

Aulls, M. W., & Shore, B. M. (2008). *Inquiry in education, Vol. 1. The conceptual foundations for research as a curricular imperative.* Taylor & Francis.

Béchard, J.-P. (2000). Apprendre à enseigner au supérieur: L'exemple des innovateurs pédagogiques [Learning to teach in higher education: The example of pedagogical innovators]. Cahier de recherche OIPG. Retrieved from http:// neumann.hec.ca/oipg/fichiers/2000-001_

Beswick, K., & Goos, M. (2018). Mathematics teacher educator knowledge: What do we know and where to from here? *Journal of Mathematics Teacher Education, 21*(5), 417–427.

CPEIP. (2019). *Resultados Evaluación Diagnóstica de la Formación Docente Inicial 2018. Resultados Nacionales.* Ministerio de Educación.

Da Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutierrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 461–512). Sense Publisher.

Hadar, L., & Brody, D. (2013). The interaction between group processes and personal professional trajectories in a professional development community for teacher educators. *Journal of Teacher Education, 64*(2), 145–161. https://doi.org/10.1177/0022487112466898

Kelchtermans, G., Smith, K., & Vanderlinde, R. (2018). Towards an 'international forum for teacher educator development': An agenda for research and action. *European Journal of Teacher Education, 41*(1), 120–134.

Loughran, J. (2004). A history and context of self-study of teaching and teacher education practices. In J. Loughran, M. L. Hamilton, V. K. LaBoskey, & T. Russell (Eds.), *International handbook of self-study of teaching and teacher education practices* (pp. 7-30). Kluwer Academic.

MacPhail, A., Ulvik, M., Guberman, A., Czerniawski, G., Oolbekkink-Marchand, H., & Bain, Y. (2019). The professional development of higher education-based teacher educators: Needs and realities. *Professional Development in Education, 45*(5), 848–861. https://doi.org/10.1080/19415257.2018.1529610

Maribe, R. (2009). *Instructional Design: the Addie Approach*. Springer.

Masingila, J., & Olanoff, D. (2021). Who teaches mathematics content courses for prospective elementary teachers in the USA? Results of a second national survey. *Journal of Mathematics Teacher Education.* https://doi.org/10.1007/s10857-021-09496-2

Suppa, S., DiNapoli, J., Thanheiser, E., & Tobias, J. (2020). Supporting novice mathematics teacher educators teaching elementary mathematics content courses for the first time. *The Mathematics Enthusiast, 17*(2 & 3), 493–536.

Trilla, J. (2003). *El legado pedagógico del siglo XX para la escuela del siglo XXI.* Grao.

Van der Klink, M., Kools, Q., Avissar, G., White, S., & Sakata, T. (2017). Professional development of teacher educators: What do they do? Findings from an explorative international study. *Professional Development in Education, 43*(2), 163–178. https://doi.org/10.1080/19415257.2015.1114506

Van Velzen, C., Van der Klink, M., Swennen, A., & Yaffe, E. (2010). The induction and needs of beginning teacher educators. *Professional Development in Education, 36*(1–2), 61–75. https://doi.org/10.1080/19415250903454817

La mirada profesional del profesor de Matemáticas en formación cuando planifica una lección

Leidy Cristina **Cumbal** Acosta
Facultad de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle
Colombia
cumbal.leidy@correounivalle.edu.co
Natalie **Belalcázar**
Facultad de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle
Colombia
natalie.belalcazar@correounivalle.edu.co
Diego **Garzón** Castro
Facultad de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle
Colombia
diego.garzon@correounivalle.edu.co

Resumen

Esta investigación tuvo como propósito analizar el estado de la competencia "mirar profesionalmente" al pensamiento matemático del estudiante, de dos grupos de profesores de matemáticas en formación, al planificar una lección. Para ello, se consideró el constructo mirar profesionalmente y las tres habilidades que la componen: identificar, interpretar y decidir. Se utilizó una aproximación metodológica cualitativa: estudio de casos múltiple. Los resultados de este estudio mostraron la mirada profesional limitada y la mirada profesional amplia, de los profesores en formación cuando planifican una lección. En la primera, los profesores mencionaron de manera somera las metas propuestas, el propósito y la estructura de la secuencia de enseñanza. En la mirada profesional amplía, los profesores en formación argumentaron las selecciones de los recursos, la secuenciación de las situaciones y la manifestación de las confusiones y dificultades del objeto matemático que moviliza la secuencia.

Palabras clave: Competencia docente; mirar profesionalmente; pensamiento matemático del estudiante; profesores en formación; formación de profesores.

Introducción

Esta comunicación tiene como propósito presentar los resultados parciales del estudio *caracterización de la competencia "mirar profesionalmente" al pensamiento matemático del estudiante, de los profesores de matemáticas en formación*. En este sentido, se propone analizar el estado de la competencia cuando los profesores planifican una lección de matemáticas. De este modo, la mirada profesional es un término usado para indicar el acto de observar y atender fenómenos significativos de la enseñanza y actuar en consecuencia. Las investigaciones sobre el conocimiento profesional de los profesores de matemáticas en formación reflejan la importancia de estudiar cómo el profesor usa el conocimiento para interpretar situaciones de enseñanza y justifica las decisiones según los objetivos de aprendizaje (Sánchez-Matamoros et al., 2019). Desde esta perspectiva, la mirada profesional forma parte del aprendizaje de cualquier profesión (Jacobs et. al, 2010) y es una habilidad que se puede aprender y que mejora con la experiencia (Star y Strickland, 2008).

Marco teórico

Para este estudio se seleccionan dos aproximaciones teóricas, dado que, respecto a la conceptualización de la mirada profesional del profesor, es posible identificar distintos matices teóricos en la literatura. La primera de ellas, la mirada profesional del profesor, en la que se destacan dos habilidades: a) la habilidad atender que enfatiza en identificar características relevantes de las interacciones de clase y b) la habilidad interpretar que abarca el uso de conocimientos y experiencias para dar sentido a lo que es observado. Igualmente, hacer conexiones entre lo que es observado y principios amplios de la enseñanza y el aprendizaje (van Es y Sherin, 2002). Este marco evoluciona, precisando cada una de las habilidades ya reseñadas y adicionando la tercera habilidad "formación". Esta abarca construir interacciones y contextos que suministran acceso a información adicional (van Es y Sherin, 2021).

La otra aproximación teórica es la mirada profesional al pensamiento matemático del estudiante, en la que Jacobs et al, (2010) describen la atención a las estrategias del estudiante en términos de aspectos particulares de las situaciones de enseñanza y de los conocimientos matemáticos en dichas estrategias. La interpretación de la comprensión del estudiante se caracteriza por el razonamiento consistente de los profesores con respecto a sus estrategias y los aportes de la investigación sobre el desarrollo de pensamiento matemático. La habilidad de decidir cómo responder se caracteriza por el razonamiento de los profesores al elaborar una posible respuesta a las comprensiones del estudiante (Jacobs et al, 2010). En acercamientos más recientes se define atender como ver tipos particulares de información, eventos e interacciones (Gibson y Ross, 2016; Miller, 2011; Scheiner, 2016). Según van Es y Sherin (2021) atender por parte de los profesores abarca además de prestar atención a tipos destacados de las interacciones de clase, focalizar su atención en rasgos que se distancian de las interacciones.

En consecuencia, atender incluye además de las características de la clase, también dejar de lado aspectos de esta. Por lo tanto, las selecciones que efectúa el profesor y la argumentación que las sustentan son aspectos importantes en la configuración de aprendizajes de la mirada profesional. Asimismo, en relación con la interpretación de la comprensión matemática interesa cómo los profesores interpretan la comprensión del estudiante y cómo reflexionan respecto a sus estrategias. Según Jacobs et. al, (2010) el objeto de interés es determinar que tanto los alcances

en el razonamiento de los profesores son consistentes con los detalles de las estrategias del estudiante y la investigación sobre el desarrollo matemático del estudiante. Por su parte, van Es y Sherin (2021) al expandir el marco teórico de la mirada profesional, en relación con la habilidad interpretar en su versión original, reseñan cómo interpretar involucra usar conocimiento en un contexto para razonar respecto a una situación. Esta aproximación genera tensiones con respecto a la pretensión de dar cuenta de la habilidad de interpretar en relación con la planificación de una lección, puesto que en el proceso de planificación las interacciones del profesor con los estudiantes no se hacen manifiestas. No obstante, esta posición se mengua cuando se retoma la posición de Mason (2009) que describe la disciplina de la mirada profesional como desarrolladora de conciencia de otros para comprender lo que algunos están pensando y quién es la persona que está cambiando en cualquier momento dado de la enseñanza. De igual manera, el decidir cómo responder es la tercera habilidad que forma parte de la competencia. El objeto de interés lo configura lo que los profesores usan cuando aprenden respecto a la comprensión del estudiante en la situación específica y se examina si su razonamiento es consistente con la investigación sobre el desarrollo matemático del estudiante (Jacobs et al, 2010).

Por último, según Mason (2011) mirar requiere prestar atención a algo; de hecho, la atención es tanto la observación como el medio a través del cual tiene lugar la observación. La atención no es algo que se pueda ver, pero puede deducirse su impacto en las acciones y decisiones de las personas. La atención tiene al menos estructuras macro-, meso- y micro-, y éstas pueden ser fluidas o relativamente estables. Mason señala que, con relación a las microestructuras, las personas pueden atender de forma diferente en distintos momentos, de las siguientes maneras: i) *mantener una visión global* es prestar atención a algo sin prestar demasiada atención a los detalles específicos, ii) *discernir detalles* es seleccionar partes, diferenciar esto de aquello, descomponer o subdividir y, por lo tanto, distinguir y crear cosas, iii) *reconocer relaciones* es darse cuenta de la similitud y diferencia o de otras relaciones entre los detalles discriminados en la situación, iv) *percibir propiedades* es darse cuenta de relaciones particulares como instancias de propiedades que podrían ocurrir en otras situaciones y v) *razonar con base en propiedades percibidas* es ir más allá de la explicación de las relaciones que se cree que se conocen, se intuyen o se deducen, es proveer argumentos para usar propiedades previamente justificadas como base para convencerse a sí mismo y a otros.

En los límites de la mirada del profesor se reconoce en la literatura de investigación, varias aproximaciones. Se seleccionan aquellas investigaciones que reconocen que la mirada del profesor se extiende más allá de las interacciones y se activa en otros contextos de la enseñanza, como la planificación curricular (Amador et al., 2017) y mientras se reflexiona respecto de una propuesta de enseñanza (Choy et al., 2017).

Método

En este estudio se usó una aproximación metodológica cualitativa: estudio de casos múltiple. Esta perspectiva permitió documentar y reflexionar respecto a las selecciones que realizaron los profesores en formación para planificar una lección. Los profesores cursaban décimo semestre de la licenciatura en matemáticas y manifestaron disposición para expresar sus razonamientos respecto a las selecciones que efectuaron al diseñar la planificación. Además, el objeto matemático que se movilizó promovió el desarrollo del razonamiento espacial. Los

participantes de este estudio fueron 4 profesores de matemáticas en formación, que conformaron dos grupos (en adelante Grupo 1 y Grupo 2). Estos profesores tenían entre 18 y 27 años y se encontraban en el desarrollo de su práctica profesional.

Instrumentos de recogida de datos

Los datos para este estudio se recopilaron mediante los documentos escritos de propuestas de planificación y una entrevista semiestructurada. Para el primer instrumento, los profesores en formación presentaron una propuesta de planificación en un documento digital sin formato alguno. El segundo instrumento fue una entrevista semiestructurada, esta tenía como objetivo que los profesores en formación justificaran y argumentaran las selecciones efectuadas en la planificación.

Análisis de datos

El análisis de los datos se llevó a cabo en tres fases. Primero, se analizaron los datos provenientes de las propuestas de planificación, luego, se analizaron los datos de la entrevista semiestructurada utilizando teoría fundamentada. Por último, se relacionaron los elementos que estructuraban la planificación de la lección y categorías emergentes con los procesos que dan cuenta de la mirada profesional. A continuación se describe cada fase.

Fase 1. Los documentos presentados como propuestas de planificación se analizaron de manera descriptiva. De este proceso surgieron las representaciones que los profesores en formación tenían de la planificación de una lección, es decir los elementos que consideraban al estructurarla. Los profesores en formación consideraron: a) el *objeto matemático que se movilizaba:* aspectos cognitivos que se vinculan en el desarrollo de este, b) *contexto de la planificación:* vinculaban aspectos del entorno en el proceso de aprendizaje*, c) dificultades o confusiones:* detallaban las posibles confusiones con relación al objeto matemático y el aprovechamientos de estas, d) *objetivos de aprendizaje:* mencionaban los propósitos de la planificación relacionados con el objeto matemático, el proceso o el tipo de pensamiento, e) *pensamientos y procesos matemáticos:* especificaban el tipo de pensamiento que se involucraba y los procesos que movilizaban tomando referentes curriculares, f) *recursos:* se mencionaban aspectos en relación a los materiales, recursos e instrumentos involucrados, g) *saberes previos:* se mencionaban los conocimientos necesarios para anticipar la planificación y su uso y, h) *situaciones de enseñanza y secuenciación:* referían las tareas de aprendizaje, actividades, ejercicios, entre otros, seleccionadas y en ocasiones posible progresión.

Fase 2. Las respuestas a la entrevista semiestructurada fueron transcritas, codificadas y categorizadas, de manera inductiva y abierta. Luego, se construyeron categorías que emergieron de la comparación constante entre los códigos (Teppo, 2015). A continuación se presenta las categorías utilizadas en este estudio: (1) características y usos del recurso, (2) situaciones de aprendizaje para movilizar el objeto matemático (3) descripción de los objetivos de aprendizaje (4) identificación de una dificultad o confusión y su impacto en la planificación (5) relación entre el objeto matemático con el contexto, el recurso y el uso de este (6) objetivo de aprendizaje en función del uso del recurso (7) explicación sobre la exploración del recurso y su uso para movilizar el objeto matemático (8) explicación sobre la selección y estructura de las situaciones

de enseñanza para movilizar el objeto matemático (9) explicación sobre los procesos matemáticos curriculares (10) justificación sobre el uso del recurso (10) justificación sobre cómo los procesos matemáticos curriculares se vinculan a la situaciones de aprendizaje.

Fase 3. En esta fase se estableció la relación entre las categorías emergentes de la Fase 2 y los elementos que estructuraron la planificación de la Fase 1, así como también las habilidades que componen la mirada profesional. En primer lugar, de acuerdo con Mason (2011) se definieron los cinco procesos que dan cuenta de la mirada profesional: i) m*antener la generalidad*: este proceso implicó atender sin considerar los detalles de los elementos que estructuraban la planificación de la lección, ii) *discernir los detalles:* en este proceso se enfatizó en la atención para distinguir, descomponer y diferenciar unos elementos de otros, por lo tanto, detallar cada elemento que estructuraba la planificación de la lección, iii) *reconocer las relaciones*: este proceso abarcó discriminar los detalles en las explicaciones de las relaciones que existen entre los elementos que estructuraban la planificación, iv) j*ustificar las relaciones:* este proceso implicó tomar conciencia de las relaciones que existen entre los elementos que componen la planificación de una lección y v) *razonar con base en las relaciones:* este proceso atiende al razonamiento sobre las relaciones entre los elementos que estructuran la planificación, para argumentar con base en elementos teóricos.

En segundo lugar, se definieron las tres habilidades siguiendo la propuesta de Ivars et al. (2019). La habilidad de *identificar* se entendió como un proceso de *discernir detalles* de la planificación de una lección. Este proceso incluye discriminar, descomponer y distinguir, los elementos que estructuraron planificación de la lección. La habilidad de *interpretar* se refirió al proceso en el que es posible *reconocer o justificar las relaciones* entre los elementos que estructuraron la planificación de la lección. Este proceso implica ir más allá de describir los elementos y ser capaz de explicar y justificar. Asimismo, la habilidad de *decidir* incluyó el proceso en el cual el profesor hace el uso de su conocimiento profesional para *razonar con base en las relaciones* sobre la información obtenida en la interpretación y argumentar el cómo se relacionan los elementos que estructuraron la planificación. Por último, se relacionaron los elementos que estructuraron la planificación de la Fase 1, con las categorías de la Fase 2 y los procesos que dan cuenta de las tres habilidades que componen la mirada profesional. Por ejemplo, la categoría *Justificación sobre el uso del recurso* que evidenció la explicación de la selección del recurso se relacionó con el elemento *recurso*. Asimismo, esta categoría se vinculó con el proceso *justificar las relaciones*, que daba cuenta de la habilidad de *interpretar*.

Resultados

Los resultados de este estudio muestran la mirada profesional limitada y la mirada profesional amplia, de los profesores en formación cuando planifican una lección. A continuación, se detalla cada resultado.

La mirada profesional limitada en la planificación de una lección

El Grupo 1 mostró la mirada profesional limitada al planificar una lección en cuanto a las tres habilidades que componen la competencia "mirar profesionalmente". La habilidad de *identificar* se entendió como el proceso de *discernir detalles* someros de los elementos que

estructuraban la planificación de una lección. Este proceso incluyó la selección y mención de elementos que estructuraban la planificación de la lección. En este sentido, el Grupo 1 estructuró la planificación al seleccionar algunos de los elementos, como el propósito de la planificación en relación con los objetivos de aprendizaje, la organización de la clase, la función y selección de recursos, la identificación de dificultades y confusiones del objeto matemático, las nociones previas necesarias para movilizar el objeto matemático y las situaciones de aprendizaje.

La mirada profesional limitada en relación con la habilidad de *identificar* se manifestó cuando el Grupo 1 describió el propósito para la elaboración de la planificación y los momentos en los que se puede organizar la clase, pero no se evidencia cómo la gestión de la clase permite cumplir con los objetivos propuestos. Por ejemplo, en el documento de planificación escribieron "*el propósito de esta planificación es que pueda construir la noción de ángulo a través del uso del material manipulativo, y otros instrumentos*". Esta descripción somera del propósito de la planificación no profundiza en algún aspecto que permita determinar cómo se logra este propósito.

La habilidad de *interpretar* se entendió como el proceso en el que es posible *reconocer relaciones* limitadas entre los elementos que estructuraron la planificación de la lección. Este proceso implicó, además de describir algunos elementos que estructuraban la planificación, ser capaz de dar explicaciones sobre cómo se relacionaban estos elementos. El Grupo 1 explicó con pocos detalles la selección y estructuración de las situaciones de aprendizaje en relación con el uso del recurso para explorar las propiedades del objeto matemático. La mirada profesional limitada en relación con la habilidad de *interpretar* se evidenció cuando el Grupo 1 no expuso argumentos que justificaran la selección y uso del recurso. Por ejemplo, en la entrevista semiestructurada se preguntó ¿cómo pueden definir el ángulo cuando usan ese tipo de recursos? el grupo mencionó "*entonces a través del análisis que el estudiante hace… es que bueno, ahí en la pregunta dice que el estudiante mida esos tres espacios, el estudiante no va a poder medir esos tres espacios con la regla, va a ser difícil, entonces a través de estas dos primeras preguntas, el estudiante va a hacer un análisis, va a mirar por qué no es con la regla, o sea, va a entender que este es otro tipo de medición o de otro tipo de herramienta para poder realizar la medición"*. En la cita se explica de manera somera cómo el recurso puede ser utilizado para medir tres espacios, pero no se profundiza en cómo el uso del recurso puede contribuir al aprendizaje matemático de la noción de ángulo.

La mirada profesional amplia en la planificación de una lección

El Grupo 2 se caracterizó por su mirada profesional amplia al planificar una lección en relación con las tres habilidades que componen la competencia "mirar profesionalmente" al pensamiento matemático del estudiante. La habilidad de *identificar* se entendió como el proceso de *discernir detalles* específicos de los elementos que conforman la planificación de una lección. En este sentido, se evidenció que el Grupo 2 no solo nombró cada uno de ellos sino también proporcionó información sobre la selección y características de estos. El Grupo 2 identificó y examinó detalladamente en la planificación, la manifestación de las dificultades o confusiones relacionadas con el objeto matemático y su papel. Además, mostraron detalles sobre la organización de la clase y los procesos matemáticos involucrados en la planificación, las características y uso del recurso, los conocimientos previos para movilizar el objeto matemático y las situaciones de aprendizaje seleccionadas y justificadas, en relación con la experiencia en la práctica.

La mirada profesional amplia se manifestó cuando los profesores discutieron el propósito de la planificación, el Grupo 2de escribió cómo observarían la dinámica de la clase, cómo los estudiantes responderían a la propuesta del profesor, y cómo tendrían en cuenta las respuestas y aportes de los estudiantes al adaptar la estructura de la planificación. Por ejemplo, en la entrevista semiestructurada se preguntó ¿cuáles son los aspectos centrales de su propuesta? A lo que respondió *"nosotros pensamos que básicamente podría plantearse tres principios: la primera era que ellos identificaran las relaciones entre el cuadrado de la hipotenusa con la suma de los cuadrados de los catetos y después de eso que ellos tengan claro eso, ellos puedan conjeturar y matematizar lo que es el teorema de Pitágoras".* Este ejemplo muestra cómo la mirada profesional amplia implica mirar completa y detalladamente cómo llevar a cabo una clase de matemáticas de manera efectiva, teniendo en cuenta tanto los objetivos matemáticos cómo las interacciones con los estudiantes.

La habilidad de *interpretar* se entendió como el proceso en el que es posible *reconocer y justificar* las relaciones entre los elementos que estructuraron la planificación. Este proceso implicó no solo describir los elementos de manera individual, sino también explicar y argumentar las relaciones que existen entre ellos. Por lo tanto, el razonamiento sobre cómo se integraron los elementos que estructuraban la planificación de una lección es clave para interpretarla de manera amplia. El Grupo 2 estableció relaciones entre los procesos matemáticos, los saberes previos y el objeto matemático para poder abordar adecuadamente las dificultades o confusiones que puedan surgir en el proceso de aprendizaje. Por ejemplo, al discutir la intención de la planificación en la entrevista semiestructurada el Grupo 2 mencionó que "*entonces esa planificación me permite anticiparme a los errores, motivar a los estudiantes y mirar de qué manera puede llegar ese conocimiento*". Además, reconoció que hay dificultades de distintos niveles, como "*dificultades de un orden superior en el sentido, por ejemplo, dotar de significaciones de contenido como decía inicialmente el teorema de Pitágoras, tradicionalmente a mí me lo enseñaron, como una fórmula en el sentido de fórmula que es algo que usted le pone valores y sale algo de ahí pero no hay como una conexión de eso con un contexto concreto*". Esto muestra cómo el Grupo 2 utilizó la planificación como una herramienta para anticipar situaciones en el aula y tener distintos elementos que apoyen el proceso de enseñanza. Por último, el grupo explicó cómo se aborda el objeto matemático a través de las situaciones de aprendizaje y la interacción con el recurso, y cómo esto contribuye a alcanzar los objetivos y cumplir con el propósito de la planificación en un contexto específico.

Con relación a la justificación de sus selecciones, el Grupo 2 presentó argumentos para justificar cómo el objeto matemático es movilizado en situaciones de aprendizaje que implican la interacción con el recurso. Por ejemplo, este grupo mencionó en la entrevista "*digamos que en esa parte era como buscar algo que fuera novedoso que permitiera al estudiante manipular porque de pronto habíamos pensado en una potencialidad en las que se maneja hoy en día que puede ser GeoGebra o puede ser Cabri o cualquiera de estas, pensamos en una situación que permitiera al estudiante poder manipular que se saliera de lo tradicional, que le permitiera de una manera fácil y asequible poder desarrollar las tareas*". En este sentido, la mirada profesional amplia se manifestó cuando el Grupo 2 explicó atributos del recurso que permiten la expresión de ideas matemáticas de los estudiantes.

La mirada profesional amplia muestra la utilidad del marco teórico para analizar qué y cómo se perciben los profesores en formación durante la planificación de la lección y las reflexiones sobre la clase de matemáticas. En coherencia con los resultados de Choy (2017), este estudio muestra un retrato de la mirada profesional de dos grupos de profesores en formación y puede utilizarse para determinar distintas maneras para promover una observación más productiva. Además, proporciona a los investigadores una manera de analizar las complejas interacciones entre los procesos de observación antes, durante y después de una clase.

En conclusión, la aproximación teórica de la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático del estudiante, favorece la interpretación de las categorías emergentes del análisis de las entrevistas semiestructuradas. Sin embargo, se encontraron algunas limitaciones para su interpretación. Para esto fue necesario volver a los datos y centrar la atención en la manera cómo se justificaba la selección y si estos argumentos daban cuenta de una justificación.

Referencias y bibliografía

Amador, J. M., Males, L. M., Earnest, D., y Dietiker, L. (2017). Curricular noticing: Theory on and practice of teachers' curricular use. In E. Schack, M. Fisher, & J. Wilhelm (Eds.), *Building perspectives of teacher noticing* (pp. 427–444). Springer.

Choy, B. H., Thomas, M. O. J., & Yoon, C. (2017). The FOCUS framework: characterising productive noticing during lesson planning, delivery, and review. En O. Schack, M. H. Fisher, & J. A. Wilhelm (Eds.), *Teacher noticing bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks* (pp. 445-466). Springer.

Gibson, S. A., & Ross, P. (2016). Teachers' professional noticing. *Theory into Practice, 55(3)*, 180-188.

Jacobs, V. R., Lamb, L. C., & Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education, 41(2*), 169-202.

Mason, J. (2009). From assenting to asserting. In O. Skvovemose, P. Valero, & O. Christensen (Eds.), *University science and mathematics education in transition* (pp. 17–40). Springer.

Miller, K. F. (2011). Situation awareness in teaching: What educators can learn from video-based research in other fields. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 51–65). Routledge.

Scheiner, T. (2016). Teacher noticing: Enlightening or blinding? *ZDM Mathematics Education, 48(1–2)*, 227–238.

Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C., & Llinares, S. (2019). Relationships among prospective secondary mathematics teachers' skills of attending, interpreting and responding to students' understanding. *Educational Studies in Mathematics, 100(1)*, 83–99.

Star, J. R., & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education, 11*(2), 107–125.

van Es, E. A., y Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education, 10(4)*, 571-576.

van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2021). Expanding on prior conceptualizations of teacher noticing. *ZDM Mathematics Education, 53*, 17-27. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01211-49

Lesson Study e a formação inicial de professores de Matemática: Experiência em estágio colaborativo entre duas Instituições de Ensino Superior do Brasil

Letícia Ribeiro Gomes **Herculano**
Universidade de Brasília
Brasil
leticiargh@gmail.com
Regina da Silva Pina **Neves**
Universidade de Brasília
Brasil
reginapina@mat.unb.br
Aluska Dias Ramos de Macedo **Silva**
Universidade Federal de Campina Grande
Brasil
aluskadrmacedo@gmail.com

Resumo

Este texto aborda a experiência de Estágio Curricular Supervisionado em Matemática (ECSM) desenvolvido em processo de Lesson Study, tendo como objetivo compreender como os estagiários aprendem, colaborativamente, ao planejarem e ministrarem aulas de matemática na perspectiva do ensino exploratório. A pesquisa é qualitativa e interpretativa, tendo como participantes estagiários de uma turma de ECSM, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade de Brasília (UnB) e duas professoras (duas orientadoras das disciplinas). Os resultados revelam algumas dificuldades por parte dos estagiários em organizar uma aula na perspectiva do ensino exploratório; que os questionamentos das professoras facilitadoras suscitaram reflexões, análises e reconstruções de ações, promovendo o desenvolvimento profissional dos estagiários ao longo das etapas do LS. Logo, foi possível evidenciar que os estagiários avançaram na compreensão das orientações curriculares, dos conteúdos matemáticos, das escolhas didáticas e, de modo especial, na compreensão da centralidade do planejamento para a qualidade da prática docente.

Palavras-chave: Colaboração; Estágio Curricular Supervisionado em Matemática; Lesson Study; Ensino exploratório; Ensino médio.

Introdução

Apresentamos, neste texto, parte de uma pesquisa conduzida por duas formadoras de professores, do Curso de Licenciatura em Matemática, de duas instituições públicas brasileiras de ensino superior, a Universidade Federal de Campina Grande e a Universidade de Brasília, no âmbito do Estágio Curricular Supervisionado em Matemática (ECSM). Nessas instituições, o ECSM é desenvolvido em processo de LS (presencial e/ou on-line), quando estas assumem este componente, atuando como facilitadoras do LS e como professoras orientadoras. Nesse contexto, as formadoras promovem encontros síncronos com os estagiários, e momentos de trabalho presenciais e assíncronos entre os estagiários, para a realização das etapas de estudo, planejamento e validação de planos de aula na perspectiva do ensino exploratório.

De modo particular, relatamos a experiência vivenciada por um dos grupos de estagiários da UnB, ao desenvolverem as ações de observação, colaboração e regência em uma escola pública do Distrito Federal, Brasil. Nosso intuito é compreender como os estagiários aprendem, colaborativamente, em processo de Lesson Study, sobre o planejamento e a regência em matemática. Além disso, temos como meta observar como a oferta compartilhada do ECSM em processo de LS informa-nos sobre as possibilidades/dificuldades de criação de comunidades de investigação e/ou de prática (Fiorentini, 2013).

Inicialmente, reunimos elementos sobre LS e formação inicial de professores, baseando-nos na literatura em Educação Matemática; em seguida, relatamos a experiência integrando os conhecimentos teóricos e práticos desenvolvidos para e na docência em matemática no ensino médio. Por fim, analisamos o valor do LS enquanto processo de desenvolvimento profissional que permite ao futuro professor problematizar, compreender e construir a própria prática em interação com formadores de professores, professores, colegas estagiários e estudantes da educação básica.

Lesson Study e a Formação Inicial de professores

A *Lesson Study* é uma metodologia de ensino desenvolvida no Japão a partir de um estudo motivado pela frase "*como ensinar para que um aluno aprenda o máximo*" (Baldin, 2018). O professor ou futuro professor que a utiliza, busca melhorar suas aulas com foco na aprendizagem dos estudantes, com isso, ampliam-se as oportunidades de desenvolvimento profissional para os professores.

Muitos professores começaram a adotar a metodologia da LS, em outros países, ao perceberem o sucesso das aulas ministradas por professores que tiveram formação no Japão. A LS está dividida em três etapas: planejamento, execução e reflexão. Na primeira etapa, é feito um estudo e a escrita do plano de aula de forma detalhada, contendo a distribuição do tempo; as ações do professor, as ações esperadas dos alunos, suas possíveis dúvidas, atitudes e possíveis intervenções do professor. A segunda parte é a prática, colocar em ação tudo que foi planejado para que na última etapa o professor consiga refletir juntamente com seus colegas de escola sobre o que pode ser melhorado caso a aula seja replicada.

Por ser uma metodologia de ensino a *LS* possui o potencial de melhorar os processos de ensino e de aprendizagem. Permite ao professor inovar ao planejar as aulas, além de se beneficiar com críticas e sugestões advindas dos observadores (Isoda et al., 2007). Com a LS, os professores possuem a oportunidade de após cada ciclo se desenvolverem profissionalmente, pensando de maneira colaborativa, tornando-se melhores e alcançando os objetivos estipulados para seus alunos. A ideia da LS é que seja um ciclo interminável onde após cada reflexão o professor retorna para a primeira etapa de planejamento e também possa receber críticas construtivas de outros profissionais da mesma área, ou seja, uma espiral que só tende a crescer. "*É um processo trabalhoso, mas altamente frutuoso"* (Quaresma et al., 2022, p. 34).

No Japão, a consolidação do LS enquanto política pública educacional possibilitou o desenvolvimento curricular, incidindo em alterações e melhorias embasadas em resultados/aprendizagens advindas dos ciclos de LS (Murata & Takahashi, 2002). Engendrado pelo desenvolvimento curricular, as escolas japonesas construíram novas abordagens didáticas para o tratamento da matemática, alterando de um ensino centrado no professor para um ensino centrado no estudante por meio da resolução de problemas (Yoshida, 1999). No Brasil, as primeiras experiências com LS aconteceram por volta do ano de 2009, e desde então, outros pesquisadores brasileiros têm desenvolvido estudos a fim de melhor compreender o *LS* e suas particularidades. Todo esse crescimento tem apresentado resultados promissores ao registrarem o *LS* como importante elemento de desenvolvimento profissional e de promoção da cultura colaborativa entre professores, em ambientes de formação inicial e continuada, tendo o ensino exploratório papel preponderante (Bezerra, 2017; Curi, 2021; Silva, 2020; Pina Neves & Fiorentini, 2021).

Nesse sentido, entendemos que a LS pode diminuir as fragilidades da formação de professores no Brasil, a saber: a) muitos cursos de licenciatura ainda formam novos matemáticos, físicos e similares; b) os cursos não fazem a ligação da teoria com a prática e não dão muita importância à didática; c) observa-se a distância do saber a teoria para o saber ensiná-la, o que impõe às licenciaturas a necessidade de construir pontes entre a teoria e a prática docente (Fiorentini et al., 2018).

Metodologia

A pesquisa realizada é de natureza interpretativa (Creswell, 2014), de tipo qualitativo, realizada no âmbito da disciplina de ECSM, tendo como participantes um grupo de três estagiários do curso de Licenciatura em Matemática da UnB, duas mulheres e um homem com idade entre 20 e 24 anos. A disciplina de ECSM foi desenvolvida em processo de LS, por meio das seguintes etapas: (1) Identificação do tema; (2) Estudo e planejamento; (3) Socialização do planejamento e simulação das aulas investigativas (plenária 1); (4) Desenvolvimento e observação das aulas investigativas; (5) Análise crítica das aulas desenvolvidas (Plenária 2); (6) Análise crítica das aulas desenvolvidas e replanejamento (Plenária 3); e (7) Sistematização da experiência. Ao longo do desenvolvimento do LS, questionou-se o paradigma do exercício e propôs-se o ensino exploratório como abordagem didática para o amparo das aulas que seriam planejadas e ministradas no ensino médio.

Ao longo do desenvolvimento da disciplina, as professoras orientadoras se reuniram quinzenalmente para discussões e análises, de modo a subsidiar a realização de ações conjuntas que integrassem os estagiários das duas instituições e estimulassem o trabalho colaborativo frente às etapas do LS adotado. De modo específico, para fins de descrição e análise, neste texto, tomamos os momentos nos quais um grupo de estagiários da UnB planejou, socializou e aperfeiçoou, colaborativamente, uma proposta de aula para o ensino médio sob a perspectiva do ensino exploratório, com o apoio de estagiários da UFCG nas etapas 2 e 3 do LS. Para fins de análise, utilizamos, como instrumentos de recolha de dados, gravações em vídeos, análise críticas dos estagiários das versões do planejamento registradas em arquivos compartilhados via *drive*, relatos pessoais dos estagiários sobre a experiência vivenciada e anotações realizadas pelas orientadoras.

Vivenciando o ECSM em processo de LS

As ações da disciplina de ECSM aconteceram na universidade e na escola, sendo que as da universidade aconteciam às sextas-feiras, das 8 às 12h, realizadas de modo a permitir aos estagiários a compreensão do LS e da abordagem do ensino exploratório, sua pertinência, as adaptações necessárias ao contexto da escola. Por sua vez, as ações vivenciadas na escola foram realizadas, semanalmente, por meio do cumprimento de 4h organizadas entre as práticas de observação, colaboração e regência em aulas de matemática do terceiro ano do ensino médio em uma escola da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF) próxima à universidade. A escola possui infraestrutura adequada e encontrava-se em excelente estado de conservação, oferecendo aos estagiários tanto conforto quanto segurança. O professor supervisor que recebeu o grupo de estagiários atua há seis anos como professor de matemática da SEEDF, tendo somente um ano de experiência como docente no ensino médio. De modo geral, ele mostrou-se receptivo e disposto a colaborar com a aprendizagem dos estagiários. Esteve sempre disponível para reuniões e conversas com uma das professoras orientadoras. Foi atento às necessidades dos estagiários e mostrou-se ora favorável, ora em dúvida sobre novas abordagens didáticas para as aulas de matemática. Para os estagiários, suas aulas eram organizadas em alinhamento ao paradigma do exercício "*... ele escreve no quadro o conteúdo e depois da turma copiar, explica o que expôs...*" (Estagiário 1).

Durante o período de aproximação, os estagiários atuaram como observadores e acompanharam a rotina de trabalho do professor supervisor no ambiente da sala de aula e da sala de professores. De imediato, os estagiários ficaram surpresos com o fato de a sala-ambiente não parecer, na análise deles, uma sala-ambiente de matemática, visto que *"não apresentava objetos, fórmulas ou uma decoração que incentiva o pensamento lógico-matemático"* (Estagiário 3). Tal fato gerou discussão no grupo, devido ao entendimento dos estagiários da necessidade do espaço ser mais atrativo para os estudantes, ofertando diferentes recursos educacionais para ampliar o acesso aos conceitos matemáticos. Já o período de colaboração foi marcado por ações que inseriam os estagiários em práticas comuns da ação docente, especialmente: explicações e resolução de tarefas matemáticas no quadro, atendimento a estudantes em situação de dificuldade, entre outras.

De modo geral, os estagiários ficaram surpresos com as dificuldades conceituais apresentadas pelos estudantes, associando-as, também, como resultado do extenso período pandêmico no qual a escola pública foi muito prejudicada em termos de acesso aos materiais

didáticos disponibilizados em plataformas on-line. *"Muitos demonstraram dificuldade com matemática básica e conhecimentos prévios que foram vistos durante os primeiros anos do ensino médio, como por exemplo, multiplicação propiedades de potência, interpretação das questões e afins"*(Estagiário 3).Além disso, debateram a viabilidade de algumas ações solicitadas pelo professor aos estudantes como: "*...eles deveriam confeccionar, em uma folha branca, um resumo de todos os conteúdos que eles viram, números complexos e geometria analítica...*".

O período de regência foi marcado pelo desenvolvimento de planos de aula a partir dos pressupostos do ensino exploratório, "*onde, com uma tarefa matemática inicial, os estudantes são convidados a explorar mais sobre o assunto, para fazer emergir o conhecimento sobre o conteúdo explorado por meio do trabalho do professor regente*" (Estagiário 2). O grupo de estagiários elaborou dois planos, um sobre "Retas: equação e estudos dos coeficientes" e o outro sobre "Retas e suas posições no plano". Ao longo das etapas 2 e 3 do LS desenvolvido, os planos "*recebiam críticas construtivas e sugestões de outros estagiários da turma, das professoras orientadoras e dos colegas da UFCG. Com essas considerações em mãos, os planos foram revistos e atualizados para somente assim serem colocados em prática*" (Estagiário 1).

Quadro 1
Elementos presentes no plano de aula do grupo (Tarefa Matemática e Tela de jogo utilizado)

CEFET-RN - Adaptada) Dois amigos, Alisson e Taylor, encontram-se na origem de um sistema cartesiano ortogonal. Eles só podem dar um passo de cada vez para Norte, Sul, Leste ou Oeste. Cada passo é representado, nesse sistema, pelo deslocamento de uma unidade para uma das direções mencionadas anteriormente. Taylor deu 2 passos para o Sul, depois deu 5 passos para o Leste e parou. Alisson deu 7 passos para o Norte, depois deu 3 passos para o Oeste e depois 3 passos para o Sul e parou. Qual é a fórmula da reta que passa pela posição de Alisson e Taylor ao mesmo tempo?

Fonte: Relatório de Estágio.

De modo geral, as etapas 1, 2, 3 e 4 do LS desenvolvido proporcionaram aos estagiários discussões quanto a: conceitos matemáticos necessários para a compreensão da aula planejada, pertinência do uso de softwares em sala de aula do ensino médio, distribuição do tempo, mediação em sala de aula, entre muitos outros – "*um desafio inicial foi a utilização recursos tecnológicos na aula...o grupo foi buscar jogos e atividades que abordassem o tema. Ali foi visto a dificuldade de encontrar atividades e a importância do planejamento. Após várias reuniões entre os membros, eles chegaram em um consenso de qual jogo e fases utilizar. A distribuição do tempo foi outra dificuldade*" (Estagiários do Grupo, reflexão presente no relatório). O desenvolvimento dos planos de aula em sala possibilitou aos estagiários a compreensão da importância do planejamento e da necessidade de debatê-lo, mesmo que ele já tenha sido aplicado. Ficou evidenciado o valor do observador na sala, em especial, quando ele é parte do grupo e de todo processos de estudo e planejamento. "*logo depois, o grupo sentou e discutiu o que poderia ser modificado para a próxima aula com a outra turma e assim foi feito*" (Estagiário 2). Além disso, foi consensual o quanto planejar é um ato demorado, que demanda esforço, consulta, pesquisa e debate, contudo a demora será recompensada pela qualidade da aula, visto que "*os frutos são colhidos ao ver que não será necessário o gasto de aulas revisando conteúdos vistos anteriormente várias vezes, pois os alunos em vez de decorarem irão aprender*" (Estagiário 1).

As etapas 5, 6 e 7 promoveram a fala e a escrita entre os estagiários por meio da escuta ao outro, da leitura da produção do outro e da aceitação da compreensão do outro, mesmo que divergente da sua. Estes momentos foram marcados por reflexões sobre continuar ou não na docência ao término do curso, a pertinência ou não da abordagem do ensino exploratório ante as indefinições pelas quais passam o ensino médio no Brasil, o valor do LS para a formação de professores, entre outras. Logo, para eles, "*o ensino exploratório foi observado que tem uma intenção muito interessante para o ensino e a aprendizagem dos alunos, mas foi observado que, na prática, se isso não é oferecido aos estudantes desde o início, mas apenas em um momento no final do ensino médio, eles não se interessam e o momento da exploração abre margem para conversa, ao invés da busca pelo conhecimento*" (Estagiário 3). De modo geral, "*os estagiários se sentiram capacitados a assumir novas turmas como professor principal e com o conhecimento teórico e prático foram fundidos*" (Estagiário 2).

Considerações finais

Buscávamos, neste texto, descrever e compreender o planejamento da aula, as tensões relacionadas à apropriação profissional da referida abordagem didática, os contributos da colaboração entre estagiários, bem como aspectos do desenvolvimento profissional dos mesmos quando estes vivenciam o ECSM em processo de LS. Logo, foi possível evidenciar que os estagiários avançaram na compreensão das orientações curriculares, dos conteúdos matemáticos, das escolhas didáticas e, de modo especial, na compreensão da centralidade do planejamento para a qualidade da prática docente. Vivenciar o ECSM em processo de LS permitiu aos futuros professores o estudo, a pesquisa, a construção coletiva de planos de aula, a reescrita de planos e a escrita da própria experiência, visto os momentos de reflexão e de fala sobre a prática que as etapas do LS proporcionam. Tudo isso gerou maior compreensão entre os estagiários dos conteúdos curriculares ministrados, da abordagem didática em foco, das dificuldades e das habilidades dos estudantes.

Referências e bibliografia

Baldin, Y.Y., & Guimarães, L. (2012). El proceso de introducción de Estudio de Clases en Brasil (versão ampliada em espanhol do original *The process of introducing Lesson Study in Brazil*). *In* M. Isoda, A. Arcavi, & A. M. Lorca (Eds.), *El Estudio de Clases Japonés en Matemáticas: Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global* (3ª ed., 306–315). Ediciones Universitarias de Valparaíso.

Baldin,Y. et al. (2021, maio 12). *Mesa-redonda 2 – Iniciativas para a implementação de Lesson Study como Atividade de Formação…* [Vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=OTpMDvG-obs&t=14s

Bezerra, R. C. (2017). *Aprendizagens e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental no contexto da Lesson Study* [Tese de Doutorado, Universidade Estadual Paulista – Presidente Prudente].

Creswell, J. W. (2014). *Investigação qualitativa e projeto de pesquisa: Escolhendo entre cinco abordagens*. Penso.

Curi, E. (2021). Lesson Study: Contribuições para formação de professores que ensinam matemática. *Perspectivas da Educação Matemática, 14*(34), 1–19.

Fiorentini, D. A. (2013). Aprendizagem profissional e participação em comunidades investigativas. *Anais do Seminário Práticas Profissionais dos professores de Matemática* (pp. 1–26). Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.

Fiorentini, D. A. (2005, junho). A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática. *Revista de Educação PUC-Campinas* (18), 107–115.

Fiorentini, D. A., Ribeiro, C. M., Losano, A. L., Crecci, V. M., Ferrasco, T. de O., & Vidal, C. P. (2018). Estudo de uma experiência de Lesson Study Híbrido na formação docente em matemática: Contribuições de/para uma didática em ação. *Anais do XIX Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino* (v. 1, pp. 1–-38). Endipe.

Fortunato, I. O cotidiano escolar e a formação continuada docente em contexto: Relato de experiência. *Revista on-line de Política e Gestão Educacional 24*(3), 1666–1678. https://periodicos.fclar.unesp.br/rpge/article/view/14094

Isoda, M., Stephen, Y., Ohara & T. Miyakawa, T. (Eds.). (2007). *Japanese Lesson Study in Mathematics*. World Scientific, 2007.

Lampert, M., & Ball, D. L. (1998). *Teaching, multimedia, and mathematics*. Teachers College Press. Lopes, M. (2015, outubro 15). *Desafios e caminhos para a formação de professores no Brasil*. https://porvir.org/desafios-caminhos-para-formacao-de-professores-brasil/

Mendes, L., Monteiro, E., Rios, A., Huffel, R., Teixeira, F., Leite, D., & Silva, F. (2022, janeiro 22). Estratégias de ensino-aprendizagem nas salas ambientes. *Revista Educação Pública 22*(3). https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/22/3/estrategias-de-ensino-aprendizagem-nas-salas-ambientes

Murata, A., & Takahashi, A. (2002). Vehicle to connect theory, research, and practice: How teacher thinking changes in district-level lesson study in Japan. *Proceedings of the Annual Meeting [of the] North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. U.S. Department of Education.

Pina Neves, R. da S., & Fiorentini, D. (2021). Aprendizagens de futuros professores de matemática em um estágio curricular supervisionado em processo de Lesson Study. *Perspectivas da Educação Matemática, 14*(34), 1–30. http://dx.doi.org/10.46312/pem.v14i34.12676

Ponte, J. P. da, Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. (2015). É mesmo necessário fazer planos de aula? *Educação e Matemática, 133*(26), 26–35.

Quaresma, M., Winsløw, C., Clivaz, S., Ponte, J. P. da, Ní Shúilleabháin, A., & Takahashi, A. (Eds.). (2017). *Mathematics Lesson Study around the world: Theoretical and methodological issues*. Springer.

Silva, A. D. R. M. (2020). *Contribuições da Jugyou Kenkyuu e da engenharia didática para a formação e o desenvolvimento profissional de professores de matemática no âmbito do Estágio Curricular Supervisionado* [Tese de doutorado, Universidade Federal de Pernambuco]. https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/40028

Souza, M. A. V. F., Wroble, J. S., & Baldin, Y. Y. (2018). *Lesson Study como meio para a formação inicial e continuada de professores de matemática*. Entrevista com Yuriko Yamamoto Baldin. *Boletim GEPEM* (73), 115–130. https://periodicos.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/163

Yoshida, M. (1999). *Lesson Study: A case study of a Japanese approach to improving instruction through school-based teacher development* [Ph.D. Dissertation, The University of Chicago].

Manifestaciones del conocimiento de los profesores ante situaciones de enseñanza de la geometría

Yetza Ximena **Díaz** Pinzón
Secretaría de Educación Municipal de Tunja – Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia
yetza.diaz@uptc.edu.co
Fredy Enrique **González**
PPGEd - UFRN
Brasil
fredygonzalez1950@gmail.com

Resumen

Esta comunicación muestra avances de una investigación cuyo objetivo es poner en manifiesto formas mediante las cuales los profesores de la Escuela Primaria transforman los contenidos de la geometría del triángulo en significados comprensibles para los estudiantes, usando como modelo el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Mathematical Knowledge for Teaching, MKT). Dado que el interés del conocimiento es práctico y emancipatorio se adapta a la investigación de tipo cualitativo, bajo el paradigma Hermenéutico, con un diseño de investigación propio de la teoría fundamentada. Así que la recolección de la información se ha venido realizando mediante técnicas de observación participante y análisis documental, aplicando instrumentos de Representaciones del Contenido (ReCo) y Repertorios de experiencia Profesional y Didáctica (Re-PyD). Se presentan características específicas de los conocimientos que tienen los participantes en el estudio, para facilitar la enseñanza de los tópicos mencionados, partiendo de inquietudes que han quedado planteadas en trabajos previos.

Palabras clave: Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Mathematical Knowledge for Teaching, MKT); Geometría; Triángulos; Profesores; Educación Básica Primaria.

Presentación y delimitación del problema.

De acuerdo con (Franco & Alsina, 2022) uno de los focos de investigación en educación matemática infantil en las próximas décadas debe ser definir el conocimiento y destrezas que los profesores deben poseer para enseñar matemáticas. El asunto que será investigado en este estudio se relaciona con el Conocimiento Matemático para la Enseñanza, concepto que han venido trabajando (D. L. Ball, 1988, 1990; Ball et al., 2008; Cury & Bisognin, 2017); en el caso de la presentes propuesta, se hará énfasis, de manera particular, en el conocimiento matemático que los docentes de Educación Básica Primaria colombiana, involucrados en el estudio, requieren para enseñar la geometría de los triángulos.

Aspectos contextuales del Estudio

Dado que la investigación se lleva a cabo en Colombia, a continuación, se señalan algunos aspectos relacionados con el sistema educativo de este país, los cuales serán ampliados durante el desarrollo del trabajo.

Organización de la enseñanza de las matemáticas en Colombia.

La enseñanza de las matemáticas en Colombia está organizada en función de cinco procesos: a) formular y resolver problemas; b) modelar procesos y fenómenos de la realidad; c) comunicar; d) razonar, y e) formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos, explicados en los Estándares básicos de competencias (EBC) propuestos por el (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2006).

Conocimientos del Profesor que Enseña Matemática

De acuerdo con Pizarro (2015, p. 55) “no hay dudas en que el profesor debe conocer la disciplina que enseña” y no solo eso, también debe conocer cómo enseñarla (Ball, 1988). Se infiere entonces que en cuanto a la Geometría de los Triángulos, los docentes de educación básica primaria colombiana, deben tanto conocer los aspectos esenciales de tal contenido como las formas más idóneas de enseñarlo. (Pizarro, 2015)

Por otra parte, estudios como el de (Andrés et al., 2016) revelan que entre los conocimientos de los docentes que enseñan matemática se distinguen dos tipos de conocimiento matemático: el conceptual y el procedimental, el primero de orden reflexivo, carácter declarativo y teórico y producido por la actividad cognitiva, se asocia con el saber qué y el saber por qué. Mientras que el segundo se considera próximo a la acción, a las técnicas y las estrategias para representar conceptos y transformar las representaciones; con las habilidades y destrezas para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos y producir argumentos correctos contribuyendo a la construcción y refinamiento del primero identificándose con el saber cómo.

Formación disciplinar de los docentes de Escuela Básica Primaria (EBP)

Los conocimientos relacionados con la disciplina a enseñar son un componente esencial de la formación de los docentes (Aldama & Sánches. 2016); sin embargo, son aspectos de la

organización de la enseñanza difíciles de comprender para los profesores que no tienen formación disciplinar en matemáticas, aunque tengan formación pedagógica.

En el caso particular de la enseñanza de la geometría (Gonzáles, 2021), surgen una serie de incertidumbres y dificultades, pues la enseñanza de los elementos correspondientes al pensamiento espacial y los sistemas geométricos (González Pinilla & Arévalo Vanegas, 2011), requiere activar procesos cognitivos que permitan al sujeto construir y manipular las representaciones mentales de los objetos del espacio, sus relaciones, transformaciones, e interactuar con tales elementos haciendo aproximaciones conceptuales que permitan nuevas representaciones mentales (Plasencia, 2000) mediante el estudio de conceptos y propiedades de los objetos tanto en el espacio físico como en el espacio geométrico, en relación con los movimientos del propio cuerpo, las coordinaciones entre ellos y con los distintos órganos de los sentidos (MEN, 2006, p. 61).

En la realidad colombiana, se observa que la enseñanza de la geometría se ve reducida a conceptos someros, con percepciones erróneas, justificaciones inadecuadas aun siendo correctas las respuestas y hasta predisposición negativa a los temas, estos factores impiden que los estudiantes alcancen los niveles académicos requeridos, dado el desconocimiento por parte de los profesores tanto de la importancia como de su enseñanza de los aspectos disciplinares relacionados con geometría, como indican las investigaciones de (Ball et al., 2008; Sgreccia et al., 2012)

Aunque es preciso incrementar el conocimiento de los profesores de EBP para mejorar sus habilidades en la enseñanza de la geometría, en Colombia son escasos los estudios relacionados con este asunto, esto genera la necesidad de examinar la formación de los profesores de EBP en aspectos tales como: las prácticas de enseñanza; las características de los conocimientos y habilidades que deben tener para facilitar la enseñanza de la geometría desde puntos de vista contemporáneos, los principales factores que les impiden o dificultan la enseñanza, las características de las situaciones de aula en las que se desenvuelven y las formas de formular indicadores para medir, categorizar y describir tanto el Conocimiento Matemático para Enseñar geometría como el Conocimiento Didáctico de la Geometría en la EBP (Alsina, Angel; Delgado, 2022).

Intereses de la Investigación

Con el fin de poner en manifiesto algunas formas mediante las cuales los profesores de la Escuela Primaria transforman los contenidos de la geometría del triángulo en significados comprensibles para los estudiantes, usando como modelo el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Mathematical Knowledge for Teaching, MKT), se ha indagado sobre propuestas basadas en el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Mathematical Knowledge for Teaching, MKT), de la geometría de los triángulos y temas similares, también se exploró sobre los significados y componentes que demanda el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Mathematical Knowledge for Teaching, MKT), de la geometría de los triángulos en la (Escuela Básica Primaria (EBP)). También se han identificado indicadores de evaluación que deben contemplar los instrumentos de análisis del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Mathematical Knowledge for Teaching, MKT), de la geometría de los triángulos en EBP

Específicamente se han documentado propuestas de enseñanza basadas en el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT), de la geometría de los triángulos o tópicos similares, se han establecer las Dimensiones del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT) de la geometría de los triángulos en EBP, se han definido indicadores de evaluación del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT), asumiendo como instrumentos las Representaciones del Contenido (ReCo) y los Repertorios de Experiencia Profesional y Didáctica (Re-PyD), desarrollados por Vázquez & Rodríguez Cruz (2014) y se han categorizado las formas de manifestación del conocimiento de los profesores ante situaciones de enseñanza de la geometría de los triángulos, mediante el análisis de los resultados obtenidos al aplicar los instrumentos ReCo y Re-PyD.

Marco Teórico

Dada la necesidad de comprender el conjunto de conocimientos y habilidades que requieren los profesores para facilitar las tareas y problemas de acuerdo a la enseñanza (D. L. Ball, 1988) el estudio se fundamenta en el modelo Mathematical Knowledge for Teaching (MKT). Paralelamente, para alcanzar los propósitos de esta investigación se ha revisado la literatura relacionada con los fundamentos del programa de investigación intitulado "Desarrollo del conocimiento en la enseñanza" propuesto por (Lee S Shulman, 1986) en su conferencia "El paradigma perdido en la investigación sobre la enseñanza" refiriéndose a "el pensamiento del profesor sobre el contenido del tema objeto de estudio y su interacción con la didáctica" teniendo en cuenta las creencias y teorías implícitas que soportan la actividad educativa de su pensamiento y que orientan sus ideas sobre el conocimiento y la construcción de su enseñanza, esto es el conocimiento didáctico del contenido (CDC) cuya influencia en la investigación y la mejora de la práctica docente del profesorado ha aumentado en los últimos años (Abell, 2013) llegando a ser considerado como un programa apropiado para la formación de profesores como lo indican. (Vergara Díaz & Cofré Mardones, 2014)

También se ha realizado una revisión de la literatura sobre las siete categorías establecidas por (Shulman, 1987) para describir el CDC: conocimiento del contenido (SMK), conocimiento del currículo (CUK), conocimiento pedagógico del contenido (PCK), conocimiento pedagógico general (GPK), conocimiento de los estudiantes y sus características (LK), conocimiento del contexto educacional (CK), y el conocimiento de los valores, propósitos y fines de la educación (VAK) teniendo en cuenta los aportes de (Verdugo-Perona et al., 2017).

Además, se ha indagado sobre los principios de modelos provenientes de las propuestas de (Shulman, 1986; Shulman, 1987; Shulman, 1989; Lukomski & Mancipe, 2008; Shulman, 2019) como el Knowledge Quarter (KQ) (Rowland et al., 2005) y el Modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM) de (Godino et al., 2007) ya que el primero posibilita la observación, análisis y discusión sobre las situaciones de aula en las que el conocimiento de los profesores se manifiesta y el segundo permite analizar, interpretar, caracterizar y categorizar los conocimientos que ejecutan los profesores cuando enseñan cierto contenido matemático.

Por otra parte se ha revisado el Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), ante la hipótesis de que el conocimiento que el profesor considera útil en su contexto de enseñanza y aprendizaje es especializado (Carrillo-Yañez et al., 2018; Escudero-Ávila & Yáñez, 2020) y se han retomado las recomendaciones de investigación planteadas en el trabajo de (Escudero, 2015).

Para responder a las cuestiones de esta investigación se han estudiado propuestas tanto de evaluación del Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), como algunos enfoques propuestos para documentar y describir los conocimientos y acciones de los profesores, así como las justificaciones de tales acciones y sus decisiones pedagógicas. Esto ha implicado tomar datos de varias fuentes, establecer los instrumentos más apropiados, determinar la viabilidad de algunas, observaciones, entrevistas entre otras tareas. En principio se han considerado los Content Representation (CoRes) y (Pedagogical and Professional experience repertories (PaP-eRs) propuestos por (Loughran et al., 2004) retomados en (Bertram, 2014). Pues según (Vergara Díaz & Cofré Mardones, 2014) estos instrumentos han permitido caracterizar de la mejor manera el CDC mediante la observación del desempeño de los profesores.

Metodología, diseño y etapas de la investigación. En este trabajo el interés del conocimiento es práctico y emancipatorio por lo tanto se acudirá a la investigación de tipo cualitativo (Hernández et al. 2014), bajo el paradigma Hermenéutico (Martínez, 1997) con un diseño de investigación propio de la teoría fundamentada. Así la recolección de la información para apreciar el MKT, se realizará mediante técnicas de observación participante y análisis documental (estrategia) y videos, audios y fotografías (medios audiovisuales) aplicando los instrumentos de Representaciones del Contenido (ReCo) y Repertorios de experiencia Profesional y Didáctica (Re-PyD) (Bertram, 2014) (Morrison & Luttenegger, 2015) (Verdugo-Perona et al., 2017). Se pretende con este diseño efectuar codificación abierta la cual producirá categorías interrelacionadas (también por comparación constante) para producir teoría (de la Espriella & Gómez Restrepo, 2020). Mediante la triangulación de datos obtenidos por observación de la instrucción, eventos, entrevistas con maestros y evaluaciones del conocimiento del contenido. (Morrison & Luttenegger, 2015)

La investigación se llevará a cabo en Tunja, municipio colombiano, capital del departamento de Boyacá, se involucrará un grupo inicial de 20 docentes que orientan cursos en Educación Básica Primaria de los establecimientos oficiales vinculados a la secretaría de Educación Municipal.

Impacto en el Área y resultados esperados. Se espera lograr una caracterización específica de los conocimientos y habilidades que tienen los profesores de Educación Básica Primaria participantes en el estudio, para facilitar la enseñanza de la geometría de los triángulos, partiendo de inquietudes que han quedado abiertas en trabajos previos (Alsina, Angel; Delgado 2022, Escudero, I. 2015) y paralelamente ampliar la metodología para medir y analizar el impacto de los modelos teóricos mencionados como una propuesta alternativa a la formación de profesores de EBP en Colombia.

Referencias y bibliografía

Abell, S. K. (2013). Handbook of Research on Science Education. In *Handbook of Research on Science Education*. https://doi.org/10.4324/9780203824696

Aldama García, Efraín; Sánches Ortega, R. (2016). *La Formación Disciplinar en Matemáticas de los Futuros Maestros de Educación Básica*. 1–12. https://www.rediech.org/ojs/2017/index.php/recie/article/download/249/330/1156

Alsina, Angel; Delgado, R. (2022). *¿QUÉ CONOCIMIENTOS NECESITA EL PROFESORADO DE EDUCACIÓN INFANTIL PARA ENSEÑAR MATEMÁTICAS? 5*, 18–37. https://dugi-doc.udg.edu/bitstream/handle/10256/20829/035201.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Andrés, M. L., Canet-Juric, L., Introzzi, I., Stelzer, F., & Urquijo, S. (2016). Relaciones entre el conocimiento conceptual y el procedimental en el aprendizaje de las fracciones. *Cuadernos de Investigación Educativa*, *7*(1), 13. https://doi.org/10.18861/cied.2016.7.1.2573

Ball, D. L. (1988). *Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining what prospective teachers bring to teacher education*. *1*. https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0022487108324554

Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, *90*(4), 449–466.

Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, *59*. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Bertram, A. (2014). 'CoRes and PaP-eRs as a strategy for helping beginning primary teachers develop their pedagogical content knowledge. *Educación Química*, *25*(3), 292–303. https://doi.org/10.1016/s0187-893x(14)70545-2

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model*. *Research in Mathematics Education*, *20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Cury, H., & Bisognin, E. (2017). Conhecimento matemático para o ensino: um estudo com professores em formação inicial e continuada. *Revista Thema*, *14*(3), 241–249. https://doi.org/10.15536/thema.14.2017.241-249.482

de la Espriella, R., & Gómez Restrepo, C. (2020). Teoría fundamentada. *Revista Colombiana de Psiquiatría*, *49*(2), 127–133. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.rcp.2018.08.002

Escudero Ávila, D. I. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria* [Universidad de Huelva]. http://hdl.handle.net/10272/11456

Franco, J., & Alsina, Á. (2022). El conocimiento del profesorado de Educación Primaria para enseñar estadística y probabilidad: una revisión sistemática. *Aula Abierta*, *51*(1), 7–16. https://doi.org/10.17811/rifie.51.1.2022.7-16

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *Zdm*, *39*(1), 127–135.

Gonzáles, E. O. (2021). Déficit en el pensamiento espacial y su repercusión en el aprendizaje de la geometría en estudiantes de basica primaria colegio integrado la llana, tibu – norte de santander. *Aibi Revista de Investigación, Administración e Ingeniería*, *SE-Artículos de Investigación*, 29–42. https://doi.org/10.15649/2346030X.2537

González Pinilla, O. J., & Arévalo Vanegas, C. (2011). Desarrollo del pensamiento geométricoespacial en niños de segundo de primaria desde la situación "viaje alrededor del mundo geométrico en ocho días." *12° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, 431–438.

http://funes.uniandes.edu.co/2283/1/GonzalezDesarrolloAsocolme2011.pdf

Loughran, J., Mulhall, P., & Berry, A. (2004). In Search of Pedagogical Content Knowledge in Science: Developing Ways of Articulating and Documenting Professional Practice. *Journal of Research in Science Teaching*, *41*(4), 370–391. https://doi.org/10.1002/tea.20007

Lukomski Jurczynski, A., & Mancipe Flechas, E. (2008). EL PARADIGMA EMERGENTE Y SU IMPACTO EN LA INVESTIGACIÓN EPISTEMOLÓGICA DE LAS CIENCIAS SOCIALES. *Hallazgos*, *10*, 133–145. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=413835171010

Martínez, M. (1997). *El paradigma Emergente: Hacia una Nueva Teoría de la Racionalidad Científica*.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en lenguaje, matematicas, ciencias y ciudadanas. In *Revolución educativa* (Issue 3). file:///C:/Users/marym_000/Pictures/estandares basicos.pdf

Morrison, A. D., & Luttenegger, K. C. (2015). Measuring pedagogical content knowledge using multiple points of data. *Qualitative Report*, *20*(6), 804–816. https://doi.org/10.46743/2160-3715/2015.2155

Pizarro, R. N. (2015). *Estimación de medida: el conocimiento didáctico del contenido de los maestros de primaria.* https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/309285/rnpc1de1.pdf?sequence=1

Plasencia, C. (2000). *Imágenes. mentales en la actividad Matemática. Reflexiones de una investigación 1*. 3–34.

Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary Teachers' Mathematics Subject Knowledge: the Knowledge Quartet and the Case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *8*(3), 255–281. https://doi.org/10.1007/s10857-005-0853-5

Sgreccia, N., Amaya, T., & Massa, M. (2012). ¿Qué dicen los docentes , futuros docentes y formadores de docentes sobre su formación en didáctica de la geometría 3D? *Quaderni Di Ricerca in Didattica /Mathematics (QRDM)*, *22*, 1–20. http://math.unipa.it/~grim/quaderno22.htm

Shulman, L. (1987). *KNOWLEDGE AND TEACHING: FOUNDATIONS OF THE NEW REFORM*.

Shulman, L S. (1986). *Paradigms and research programs for the study of teaching in Wittrock, M (ed) Handbook of research on teaching*. Macmillan, New York.

Shulman, Lee S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4–14.

Vázquez-Alonso, Á., & Rodríguez Cruz, A. M. (2014). Formación del profesorado en naturaleza de la ciencia mediante investigación-acción. *Praxis & Saber*, *5*(9), 165. https://doi.org/10.19053/22160159.3000

Verdugo-Perona, J. J., Solaz-Portolés, J. J., & Sanjosé-López, V. (2017). El conocimiento didáctico del contenido en ciencias: estado de la cuestión. *Cadernos de Pesquisa*, *47*(164), 586–611. https://doi.org/10.1590/198053143915

Vergara Díaz, C., & Cofré Mardones, H. (2014). Conocimiento Pedagógico del Contenido: ¿el paradigma perdido en la formación inicial y continua de profesores en Chile? *Estudios Pedagógicos (Valdivia)*, *40*(Especial), 323–338. https://doi.org/10.4067/s0718-07052014000200019

Minicurso virtual de números complejos: una experiencia en la formación inicial de profesores de Matemáticas en Chile

Valeria **Randolph**
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile
valeria.randolph@pucv.cl
Sebastián **Herrero**
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile
sebastian.herrero@pucv.cl

Presentación

Este póster reporta una experiencia de aula innovadora en la formación inicial docente de Chile: el minicurso virtual de números complejos. El minicurso buscó profundizar la comprensión del sistema de los números complejos de profesores de secundaria que enseñarán matemática, provenientes de distintas universidades del país, a partir del desarrollo de un pensar práctico y teórico de estos números. La experiencia se llevó a cabo en modalidad virtual, en codocencia y usando una estrategia de clase invertida con base en cuatro momentos históricos-epistemológicos, que abordaron los modos de pensar geométrico-gráfico (plano complejo), analítico-aritmético (a + bi) y analítico-estructural ($\mathbb{C}, +, \cdot$). En los siguientes apartados se abordan las principales características del diseño, implementación, y conclusiones de esta experiencia.

Diseño del minicurso

El minicurso surgió como una propuesta para complementar la formación de futuros profesores de matemática en el tópico de los números complejos, dado que la comprensión profunda de este sistema de números está presente en los estándares de la formación inicial docente en matemática en Chile. El equipo docente estuvo compuesto por un matemático y una didacta de la matemática, y los participantes fueron 23 profesores en formación docente inicial de carreras de pedagogía en matemática y áreas afines, de seis universidades chilenas. En línea con Ministerio de Educación (2021), el minicurso constó de cuatro unidades temáticas (Figura 1) que fueron planificadas con base en el desarrollo histórico-epistemológico (Jankvist, 2009) de

los números complejos y que profundizaron en los modos de pensar práctico y teórico de este sistema de números (Randolph *et al.*, 2019).

Implementación de la experiencia

Las actividades del minicurso se distribuyeron en momentos sincrónicos —seis talleres a través de la plataforma Zoom— y momentos asincrónicos —visualización de cápsulas y trabajo autónomo en cuestionarios— utilizando un enfoque de clase invertida (Güler et al., 2022). En estas instancias se integraron diversas herramientas tecnológicas, por ejemplo, GeoGebra, Jamboard, Padlet, entre otros, fomentando el aprendizaje activo y el uso significativo de tecnologías de la información. Además, se dispuso de una plataforma Moodle en la que se registraron y organizaron todas las actividades del minicurso.

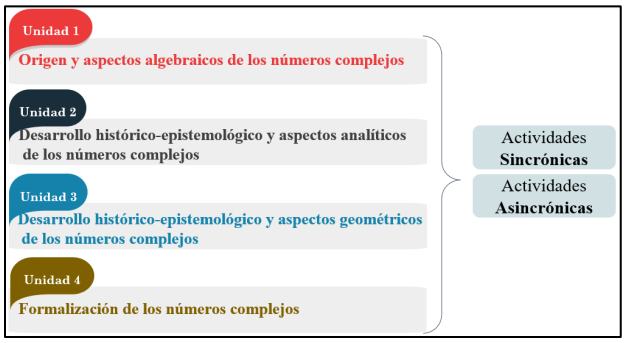


Figura 1. Unidades del minicurso.

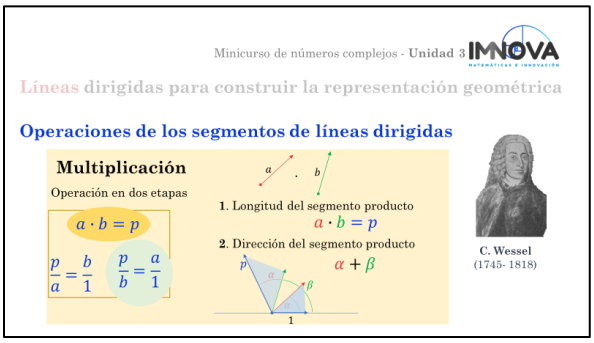


Figura 2. Ejemplo de la cápsula de la unidad 3.

Principales aprendizajes y conclusiones

El análisis de las actividades desarrolladas -cuestionarios y talleres- evidenció que el minicurso permitió a los futuros profesores fortalecer modos de pensar los números complejos y proponer actividades para el aula escolar que incorporaron el uso de la historia y el tránsito entre los distintos modos de pensamiento. Además, la experiencia contribuyó a la comprensión esperada a través del trabajo colaborativo y a la dinámica de codocencia que mejoró en gran medida la calidad de las discusiones en cada taller remoto vía la plataforma Zoom. Finalmente, para el equipo de formadores esta experiencia fue sumamente enriquecedora tanto a nivel formativo como académico, propiciando el desarrollo de conocimientos especializados sobre los números complejos en profesores de secundaria que enseñarán matemática.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID), a través de la Beca de Doctorado Nacional ANID-PFCHA/Doctorado Nacional/2019-21191199.

Referencias y bibliografía

Güler, M., Kokoç, M., y Önder Bütüner, S. (2022). Does a flipped classroom model work in mathematics education? A meta-analysis. *Education and Information Technologies*,1-23. https://doi.org/10.1007/s10639-022-11143-z

Jankvist, U. T. (2009). A categorization of the "whys" and "hows" of using history in mathematics education. *Educ Stud Math 71*, 235–261. https://doi.org/10.1007/s10649-008-9174-9

Ministerio de Educación. (2021). *Estándares Pedagógicos y Disciplinarios para carreras de Pedagogía en Matemática*. Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas CPEIP. https://estandaresdocentes.mineduc.cl/wp-content/uploads/2021/08/Matematica-Media.pdf

Randolph, V. y Parraguez, M. (2019). Comprensión profunda del Sistema de los Números Complejos: Un estudio de caso a nivel escolar y universitario. *Formación Universitaria, 12*(6), 57-82. doi: 10.4067/S0718-50062019000600057.

Narrativas en Identidad Profesional de estudiantes de licenciatura en Matemáticas. Un enfoque de género.

Omaira Elizabeth **González** Giraldo
Universidad de los Llanos,
Colombia
omaira.gonzalez@unillanos.edu.co
María Teresa **Castellanos** Sánchez
Universidad de los Llanos,
Colombia
mcastellanos@unillanos.edu.co
Arturo Alexander **Castro** Galvis
Universidad de los Llanos
Colombia
acastrog@unillanos.edu.co

Resumen

Objetivo: Presentar el análisis de la configuración de la identidad profesional de estudiantes mujeres de licenciatura en Matemáticas desde sus biografías narrativas de formación. Método: investigación cualitativa, desde el enfoque fenomenológico hermenéutico con grupos focales y entrevistas biográficas narrativas**.** Resultados: se develaron dos categorías lingüísticas: el interés desde la infancia por las matemáticas hasta su formación profesional y la importancia de los profesores y padres/madres en la decisión de estudiar la licenciatura en matemáticas. Conclusiones: Se encuentra en las biografías narrativas de las estudiantes, que, reconocen la importancia de los entornos familiares y de los docentes, principalmente mujeres, en la motivación para formarse en la licenciatura en Matemáticas.

Palabras clave: Matemática, educación superior, formación docente, investigación cualitativa, Colombia

Introducción

La identidad profesional docente se configura en los procesos dialécticos entre la propia biografía del futuro profesor y los entornos sociales y culturales de las comunidades profesionales. El interés por la temática de la Identidad Profesional Docente (I.P.D.) en la investigación educativa en la educación matemática ha aumentado desde la década del 80. Chronaki (2013) ha señalado la existencia de un giro "*identitario*" en la investigación en educación matemática; para Darrag (2016), la identidad profesional se consolida como tema de mucha actualidad como interés investigativo. "*La identidad puede definirse ampliamente como participativa, narrativa, discursiva, psicoanalítica o performativa […], y cada una está representada dentro de la literatura de educación matemática*" (p.6) [traducción propia].

Autores como Sfard y Prusak (2005), afirman que la "*identidad es el conjunto de historias que las personas cuentan sobre sí mismas y que otros cuentan sobre ellas, específicamente narrativas que son breves, endosables y significativas* (p.16, cursivas en el original) [traducción propia]. Así mismo, Panes y Lazzaro-Salazar (2018), señalan que "*con respecto a los avances sobre la comprensión del fenómeno identitario en trayectorias formativas, […] ha permitido aportar al conocimiento de las características del estudiantado (Sfard y Prusak, 2005; Nasir, 2007; Sayago et al., 2008; Cobb et al., 2009)"* (p.4). En esta estela de la investigación en identidad profesional en educación matemática, desde las narrativas, se encuentran categorías que reflexionan sobre las historias de vida en los niveles educativos en relación con el aprendizaje de las matemáticas con enfoques socioculturales y de género: *mathematical biography,* (Kaasila et al., 2008; Kaasila, Hannula y Laine, 2012); *Identity work*, Mendick, (2006a, 2006b); Mendick y Francis, (2012). En el presente documento se asume la identidad profesional como narrativa, en la configuración de la identidad profesional de las mujeres del programa de licenciatura.

El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas se encuentra en las denominadas áreas de la Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas (STEM por sus siglas en inglés), una de las líneas de investigación de estas áreas, es el enfoque de género, la participación de las mujeres en los procesos de formación en los diferentes niveles educativos y su inserción laboral. A nivel internacional y nacional, los datos disponibles evidencian una escasa participación de las mujeres en el ámbito educativo y laboral de las áreas STEM (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO], 2016, 2017, 2019). Las causales de esta distancia en el interés de formarse en áreas STEM entre los niños y niñas que se acentúa en la adolescencia con incremento en la educación superior, son diversas y variadas, en las que confluyen aspectos sociales e individuales. La UNESCO (2019); Spearman y Watt, (2013) y McDaniel, (2016), señalan la importancia de un análisis de los diversos factores en un marco ecológico a nivel individual, familiar institucional y social.

Uno de los factores que se encuentran, desde el enfoque de género, son los estereotipos de género en STEM, las creencias sociales, culturales, familiares, escolares de las competencias, habilidades y conocimientos que pueden ser adquiridas y que son atribuibles al género, estereotipos de género ocultos o visibles que manifiestan que ser "inteligente" en STEM corresponde al dominio masculino. (Hill, Corbett y St. Rose, 2010). UNESCO (2019) identifica dos estereotipos predominantes en relación con el género y STEM: "*los niños son mejores en*

matemáticas y ciencias que las niñas" y "las ciencias e ingeniería son carreras masculinas" (p. 40). Los estereotipos de género, que circulan en las representaciones sociales de las familias, como primer espacio de socialización y posteriormente en la escuela y la sociedad, ocasiona "las brechas de género" (UNESCO, 2019; Friedman, 1989; Becker, 1989), en la cual de manera progresiva las niñas en comparación con los niños, desde la educación primaria van alejándose progresivamente de los estudios de estas áreas y este proceso tiende a acentuarse en los niveles superiores del recorrido educativo, "*en la educación superior emerge un patrón claro de género. Los estudiantes varones son la mayoría en las matrículas de carreras relacionadas con ingeniería […]. Las jóvenes, en cambio son mayoría en carreras como educación […], ciencias sociales y leyes*". (UNESCO, 2019). Brechas de género que determinan la "*segregación horizontal*", entendida como la distribución dispar de varones y mujeres por áreas de conocimiento.

El alejamiento temprano, desde la primaria, de las niñas a STEM, se ha relacionado directamente con el estereotipo de género; momento escolar en que las niñas están conformando los roles de género y su percepción de eficacia personal y académica, los cuales son biográficamente establecidos principalmente, por su contexto familiar y de pares. La sociedad y la cultura, indican simbólica y explícitamente a los padres, las representaciones de niños y niñas, lo instituido social, lo esperado para cada género, las manifestaciones emocionales, de conocimiento, comportamientos que serán valuados positiva y negativamente; así, también a través de modelos, las niñas y los niños y los pares, asumen y valoran dichas expresiones culturales. Investigaciones señalan que los padres y las madres, principalmente las madres, con expectativas tradicionales en roles de género, menores expectativas de las aptitudes de las niñas en matemáticas y menor valor a la participación en ciencias y matemáticas, contribuyen a los estereotipos y las brechas de género (Rabenberg, 2013; Dasgupta y Stout, 2014; UNESCO, 2019; Wang y Degol, 2013).

Metodología

Es una investigación cualitativa (Vasilachis, 2006), en el enfoque fenomenológico hermenéutico (Van Manen, 2003), con grupos focales y entrevistas biográficas narrativas. El propósito es establecer desde las narrativas biográficas de las/los estudiantes en formación universitaria, y en un continuum de presente-pasado-futuro las vivencias en la trayectoria académica biográfica y contextual que permite la comprensión de la identidad de los futuros profesionales en Universidad de los Llanos de la ciudad de Villavicencio en el departamento del Meta en la Orinoquia Colombiana. Para la obtención de estas narrativas se utilizarán las entrevistas biográficas - narrativas individuales y los grupos focales. Para Bolívar (2006), la entrevista biográfico-narrativa es un medio privilegiado para delinear la identidad profesional, en su dimensión más individual ya que: "*[…] las personas construyen su identidad individual haciendo un auto relato […]. Supone un ejercicio reflexivo de autodescubrimiento del significado los acontecimientos y experiencias que han jalonado la vida y la vivencia actual del ejercicio de la profesión"* (p.116).

La investigación se realizó con 14 estudiantes, 8 mujeres, algunas de las preguntas realizadas fueron: ¿Cuáles desde la educación primaria y básica han sido tus experiencias significativas (importantes, valiosas, positivas, traumáticas) en relación con los aprendizajes y la enseñanza de las matemáticas? ¿Qué lo (la) motivo a estudiar esta carrera de licenciatura en

Matemáticas? ¿Cuáles han sido las vivencias, situaciones y anécdotas que consideras muy significativas en esta experiencia como estudiante de la licenciatura? Las narrativas de las entrevistas biográficas narrativas y del grupo focal, los corpus, se transcribieron, organizaron y codificaron para la interpretación. Para la codificación se otorgó a cada estudiante la nomenclatura E1, E2, E3, y así sucesivamente, la interpretación se realizó con el apoyo del programa ATLAS.ti (2019).

Resultados

Se develaron dos categorías lingüísticas: el interés desde la infancia por las matemáticas hasta su formación profesional y la importancia de los profesores y padres/madres en la decisión de estudiar la licenciatura en matemáticas.

En relación con la primera categoría, las biografías narrativas expresan recuerdos de tener competencias en matemáticas, reconocidas por los padres, profesores y pares, se exhiben las emociones de dominio de conocimiento de esta área, las experiencias con las matemáticas son positivas; niñas y jovencitas empoderadas en el tránsito de formación. Las siguientes narraciones permiten evidenciar estas vivencias:

> Yo en primero fui una de las que me aprendí las tablas de multiplicar en primero ¿sí? yo cuando entre a segundo yo ya me sabía las tablas de multiplicar y pues no tuve ningún inconveniente y pues digamos, académicamente durante todo mi estudio hasta once fui una estudiante muy destacada, y en matemáticas pues me iba muy bien, mis compañeras cuando perdían me pagaban para que les explicara (E2).

> Estábamos cinco mujeres, de primer semestre y eran como seis hombres, de nuestro código, entonces no se vio tanto desafectación entre sí eres mujer, sí eres hombre, siempre desde el principio, nosotras como tal, se vio que éramos fuertes, o sea, que éramos inteligentes, muchas veces nuestros mismos compañeros hombres, varones nos pedían ayuda para entender tal cosa […] (E1).

En relación con la segunda categoría, importancia de los profesores y padres/madres en la decisión de estudiar la licenciatura en matemáticas, las narraciones describen los estímulos, el reconocimiento de las competencias que le permitirán desarrollarse en la enseñanza de las matemáticas por dos actores fundamentales para la adquisición de una valía personal y futuro profesional, los profesores y los padres/madres y el orgullo de este reconocimiento. Expresan, particularmente, la importancia en el interés por la docencia de las matemáticas, profesoras en su formación. Así mismo, narran acontecimientos que denotan subvaloración por parte de los profesores hombres, a las competencias y saberes de las mujeres en el dominio de conocimiento de las matemáticas, causando sentimientos de frustración para posteriormente en un proceso de resiliencia demostrar el interés, saber y compromiso con la profesión docente. Las siguientes narraciones permiten evidenciar estas vivencias:

> Bueno, pues en mi preescolar, cuando tenía 5 añitos entonces ahí comencé el colegio como tal, tuve muy buenos profesores en matemáticas, y me acuerdo de las profesoras de matemáticas me enseñaron muchísimo y me dieron como ese amor a las matemáticas y siempre me gustó, era muy buena en matemáticas entonces pues de ahí viene (E4).

> En la matemática tuve dos profesores qué fueron importantes para mí en adquirir ese amor a la matemática, qué intentaban enseñarnos de diferentes formas, […] hicimos un dominó algebraico. E1. Tuvimos en la universidad, unas excelentes profesoras, cómo las profesoras B y N (E3).

> Cuando llegué acá en primer semestre tuve un profesor que era muy machista, entramos como 5 niñas nomás, y nos dijo que las matemáticas no eran para las niñas, para las mujeres, las mujeres no eran capaces. Y ¡uy! ¡no!, ese día me bajó hartísimo la moral y pues yo ya tenía como siempre esa línea de que voy a ser profesora y de matemáticas. Fue como rabia, fue como ira, ¿será que no voy a ser capaz? Como que me puso a dudar de mis capacidades... (E4).

Conclusiones

Las biografías narrativas de formación configuran las identidades profesionales, desde los primeros momentos de escolaridad hasta la educación superior. En las experiencias narradas, los puntos de inflexión corresponden a los momentos emocionales de reconocimiento o devaluación por los entornos sociales del dominio del saber en las matemáticas. En las narrativas se expresan como factores afectivos y sociales determinantes en la configuración identitaria de las futuras licenciadas en matemáticas, el actuar de los profesores, particularmente de las profesoras, quienes se constituyen en modelos de competencia y dominio femenino en las áreas STEM. Los resultados se corresponden con lo planteado por Rabenberg, T. (2013); Dasgupta, N. y Stout, J. (2014), en la importancia de los factores sociales, culturales y familiares para derribar los estereotipos de género en relación con las áreas STEM.

Las instituciones educativas que forman estudiantes en diferentes niveles educativos, deben asumir el compromiso de fortalecer el interés y las competencias en áreas STEM con enfoque de género y eliminar situaciones en el aula, que desvaloricen y devalúen con acciones y expresiones lingüísticas, a las niñas, jóvenes y mujeres en el saber de las matemáticas.

Referencias y bibliografía

ATLAS.ti Scientific Software Development GmbH [ATLAS.ti 22 Windows]. (2019). Obtenido de https://atlasti.com

Becker, B. (1989). Gender and science achievement: a reanalysis of studies from two meta-analyses. *Journal of Research in Science Teaching*, 26(2),141-169. https://doi.org/10.1002/tea.3660260206

Bolívar, A. (2006). La identidad profesional del docente de secundaria: crisis y reconstrucción. Madrid: Ediciones Algibe

Chronaki, A. (2013). Identity work as a political space for change: The case of mathematics teaching through technology use. In M. Berger, K. Brodie, V. Frith, & K. le Roux (Eds.), *MES 7 proceedings* (Vol. 1, pp. 1–19). Cape Town: Hansa Print Ltd.

Darragh, L. (2016). Identity research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics,* 93(1), 19–33. https://doi.org/10.1007/s10649-016-9696-5

Dasgupta, N., & Stout, J. (2014). Girls and women in science, technology, engineering, and mathematics: STEMing the Tide and Broadening Participation in STEM Careers. *Policy Insights from the Behavioral and Brain Sciences,* 1, 21-29. DOI: 10.1177/2372732214549471.

Friedman, L. (1989). Mathematics and the gender-gap: A meta-analysis of recent studies on sex-differences in mathematical tasks. *Review of Educational Research*, 59(2), 185-213. https://doi.org/10.2307/1170414

Hill, C., Corbett, C. & St. Rose, A. (2010). Why So Few? Women in Science Technology Engineering and Mathematics. American Association of University Women. Washington DC.

Kaasila, R., Hannula, M. & Laine, A. (2012). "My personal relationship towards mathematics has necessarily not changed but…" Analyzing pre-service teachers' mathematical identity talk. *International Journal of Science and Mathematics Education,* 10, 975-995. https://doi.org/10.1007/s10763-011-9308-x

Kaasila, R., Hannula, M., Laine, A. & Pehkonen, E. (2008). Socio-emotional orientations and teacher change. *Educational Studies in Mathematics*, 67(2), 111-123. http://www.jstor.org/stable/40284645

McDaniel, A. (2016). The role of cultural contexts in explaining cross-national gender gaps in STEM Expectations. *European Sociological Review*, 32 (1), 122-133. DOI: 10.1093/esr/jcv078.

Mendick, H. (2006a). ¿A beautiful myth? The gendering of being /doing 'good at maths'. *Gender and Education*, 17(2), 203-219. https://doi.org/10.1080/0954025042000301465

Mendick, H. (2006b). Masculinities in mathematics. Maidenhead: Open University Press McGraw-Hill Education

Mendick, H., & Francis, B. (2012). Boffin and geek identities: ¿Abject or privileged? *Gender and Education,* 24(1), 15–24.

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (2016). PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education. Paris.

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (2016). Resumen sobre Género: Creación de Futuros Sostenibles para todos; Informe de Seguimiento de la Educación en el Mundo, París, UNESCO

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (2017). STEM and Gender Advancement (SAGA). https://en.unesco.org/saga (Consultado el 13 de noviembre de 2022)

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (2017). Cracking the code: Girls' and women's education in science, technology, engineering and mathematics (STEM)

Panes, R., Lazzaro-Salazar, M. (2018). Trayectorias formativas y la identidad profesional de futuros profesores de matemática. *UCMaule*,54, 9-34. http://doi.org/10.29035/ucmaule.54.9

Rabenberg, T. (2013). *Middle school girls' STEM education: Using teacher influences, parent encouragement, peer influences, and self efficacy to predict confidence and interest in math and science.* [Tesis de doctorado no publicada]. Drake University, USA.

Sfard, A. & Prusak, A. (2005). Telling identities: In search of an analytic tool for investigating learning as a culturally shaped activity. *Educational Researcher*, 34(4), 14- 22.

Spearman, J., & Watt, H. (2013). Perception shapes experience: The influence of actual and perceived classroom environment dimensions on girls' motivations for science. *Learning Environment Research*, 16 (2), 217-238. https://doi.org/10.1007/s10984-013-9129-7

Van Manen M. (2003). Investigación educativa y experiencia vivida. Barcelona: IDEA Books

Vasilachis, I. (2006). Estrategias de investigación cualitativa. Barcelona: Editorial Gedisa, S.A.

Wang, M. y Degol, J. (2013). Motivational pathways to STEM career choices: Using expectancy-value perspective to understand individual and gender differences in STEM fields. *Developmental Review*, 33(4), 304-340. https://doi.org/10.1016/j.dr.2013.08.001.

O Programa de Residência Pedagógica e a formação matemática dos Pedagogos: possibilidades de um novo espaço formativo

Deise **Rôos**
Universidade Federal de Mato Grosso
Brasil
deiseroos@gmail.com
Rute Cristina Domingos **da Palma**
Universidade Federal de Mato Grosso
Brasil
ruteppgeufmt@gmail.com

Resumo

Neste texto, busca-se compreender os movimentos formativos vivenciados por residentes egressas do curso de Pedagogia quanto às aprendizagens para a docência em matemática nos anos iniciais, desenvolvidas durante a participação no Programa de Residência Pedagógica. Para isso, realizou-se uma pesquisa qualitativa, tendo como instrumentos de produção de dados entrevistas em profundidade, realizadas com duas residentes egressas do curso de pedagogia que vivenciaram a Residência Pedagógica no Edital Capes nº 06/2018. A partir dos relatos das professoras, pode-se observar que as experiências proporcionadas pelo programa de residência pedagógica ampliaram as possibilidades de, durante a formação inicial, compreender os movimentos de aprender e ensinar matemática nos anos iniciais da escolarização. No entanto, considera-se que a Residência Pedagógica só alcance o resultado esperado se a sua vivência possibilitar a compreensão da natureza da matemática e dos conteúdos matemáticos, pois a ênfase ainda recai sobre os aspetos metodológicos do seu ensino.

Palavras-chave: Residência pedagógica; Pedagogia; Formação inicial; Matemática; Anos iniciais.

Introdução

Desde que passou a ser *lócus* da formação inicial de professores que atuam na educação infantil e anos iniciais do ensino fundamental, o curso de Pedagogia tem ocupado um papel

central nas discussões que tratam da formação de professores no Brasil. Isso se deve ao caráter generalista desse curso, o qual prepara os profissionais nele formados para atuarem em diferentes funções dentro dos espaços escolares, merecendo destaque o papel para a docência nas diferentes disciplinas que envolvem o currículo escolar da Educação Básica.

Referindo-se à formação para a docência nos anos iniciais da escolarização, pesquisas têm demonstrado algumas fragilidades quanto ao tratamento dos conhecimentos específicos nas grades curriculares desses cursos, ressaltando-se a pequena carga horária dedicada a esses conhecimentos, bem como a forma superficial com que esses conteúdos são desenvolvidos e trabalhados durante a formação inicial de professores nos cursos de Pedagogia (Libâneo, 2017; Pimenta et al., 2017; Gatti & Nunes, 2013). Especificamente no caso da matemática, tem-se evidenciado, além dos fatores destacados acima, a falta de articulação entre os conhecimentos específicos e metodológicos na formação dos pedagogos (Palma, 2010; Cunha, 2010; Caetano, 2019), fazendo com que muitos professores iniciem sua carreira docente com dúvidas e inseguranças no que se refere ao movimento de aprender e ensinar matemática.

Nesse sentido, considerando o atual contexto de formação dos pedagogos e as políticas públicas que envolvem a formação de professores para a Educação Básica, dedicamo-nos a compreender os movimentos formativos vivenciados por residentes egressas do curso de Pedagogia quanto às aprendizagens para a docência em matemática nos anos iniciais, desenvolvidas durante a participação no Programa de Residência Pedagógica (PRP).

O Programa Residência Pedagógica na formação de professores

Um fator primordial ao se pensar na defesa da escola pública de qualidade perpassa pela formação de professores. Nesse sentido, há um constante esforço de diferentes instituições educativas a fim de discutir o fortalecimento das ações que envolvem a formação inicial e continuada desses profissionais.

Dentre os debates que envolvem a formação de professores, aparece a necessidade de articulação entre as universidades e as escolas. Nóvoa (2022, p. 78-79) sinaliza que "a universitarização da formação de professores trouxe ganhos significativos no plano acadêmico, simbólico e científico, mas perdeu-se um 'entrelaçamento' com a profissão que caracterizava o melhor das escolas normais". A fim de estreitar a relação entre os estudantes de cursos de licenciatura com o contexto escolar, no Brasil, experiências que envolvem a imersão foram vivenciadas por algumas instituições formadoras de professores. Essas experiências foram desenvolvidas de modo independente sob diferentes moldes, inspiradas na residência médica (Faria & Pereira, 2019).

No âmbito das políticas públicas educacionais, o Ministério da Educação, por intermédio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), instituiu, no ano de 2018, o Programa de Residência Pedagógica a fim de impulsionar a qualificação de professores que atuam na educação básica brasileira. Esse programa parte de uma proposta de imersão dos estudantes de cursos de licenciaturas nas escolas de educação básica, da rede pública de ensino, para que eles tenham a oportunidade de participar de todas as atividades que compreendem as rotinas escolares dos professores, além de promover o fortalecimento da relação entre escolas e

universidades. Para Nóvoa (2017, p. 1122), "(...) não é possível formar professores sem a presença de outros professores e sem a vivência das instituições escolares". A proposta do PRP é promover uma:

> imersão planejada e sistemática dos alunos de licenciatura em ambiente escolar visando à vivência e experimentação de situações concretas do cotidiano escolar e da sala de aula que depois servirão de objeto de reflexão sobre a articulação entre teoria e prática. (Brasil, 2018, p. 18)

As ações do programa são destinadas a estudantes que se encontram a partir da segunda metade do curso e preveem um total de 440 horas dedicadas às atividades, que envolvem desde a ambientação na escola-campo, participação no planejamento de aulas, intervenção pedagógica, elaboração de relatório final, avaliação e socialização das atividades desenvolvidas junto ao programa (Brasil, 2018).

Nessa perspectiva, vivenciar a realidade escolar, durante a formação inicial, num processo de imersão no espaço escolar, pode trazer importantes contribuições para a formação docente, já que todas as atividades são realizadas com o acompanhamento de um professor experiente, pelo preceptor e por um docente orientador, oportunizando, ao licenciando, dialogar e refletir sobre suas experiências. Para Pereira (2020, p. 24), vivenciar a prática docente de modo mais intenso, durante a formação inicial, pode favorecer a formação de professores reflexivos, já que esse espaço passa ser, ao mesmo tempo, "o lugar da aprendizagem e o espaço de construção do pensamento prático do futuro docente", podendo levar à superação da dicotomia entre teoria e prática.

Desse modo, compreendemos que a experiência proporcionada pelo PRP, ao viabilizar a participação dos licenciandos em todas as ações educativas promovidas pela escola, apresenta-se como um importante movimento formativo, já que, durante todo esse processo, há um diálogo permanente entre residentes, preceptor e docente orientador, o que pode se constituir como um elemento potencializador na formação desses professores. Considerando que a Matemática compõe o rol de disciplinas da educação básica, acreditamos que, diante dessa imersão dos licenciandos no espaço escolar, possam ser mobilizadas novas aprendizagens que venham a contribuir com a construção dos conhecimentos matemáticos, possibilitando, assim, um novo espaço formativo de aprendizagens para a docência em matemática nos anos iniciais durante a formação inicial dos Pedagogos.

Metodologia

A fim de compreender os movimentos formativos, vivenciados por residentes egressas do curso de Pedagogia quanto as aprendizagens para a docência em matemática nos anos iniciais, desenvolvidos durante a participação no Programa de Residência Pedagógica, reportamo-nos aos princípios da pesquisa qualitativa (Minayo, 2009) para conduzir essa investigação.

Para a produção dos dados, utilizamos a entrevista em profundidade (Minayo, 2009), tendo como participantes duas residentes egressas do curso de Pedagogia de uma universidade pública do estado de Mato Grosso, que participaram do Programa de Residência Pedagógica no Edital Capes nº 06/2018. As entrevistas foram realizadas individualmente de modo remoto por meio da plataforma *Google Meet* e gravadas em áudio via aplicativo de celular, sendo posteriormente

transcritas para a realização da análise dos dados. Para preservar a identidade das entrevistadas, iremos chamá-las pelos nomes fictícios: Nina e Grace.

Nina é residente egressa do curso de Pedagogia, concluiu sua formação em março de 2022. Atua como docente no 2º ano do ensino fundamental em uma escola da rede pública de ensino. Enquanto acadêmica do curso de Pedagogia, foi residente do Programa de Residência Pedagógica, atuando em turmas de Educação Infantil e do 1º ano do Ensino Fundamental. Grace concluiu o curso de Pedagogia no ano de 2019 e, atualmente, atua como docente no 4° ano do ensino fundamental, de uma escola da rede estadual de ensino. Ela realizou a Residência Pedagógica em uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental.

A análise de conteúdo de Bardin (2016) nos possibilitou realizar, de forma organizada e sistemática, os relatos de Grace e Nina sobre as experiências vivenciadas durante as atividades realizadas na Residência Pedagógica, o que será apresentado no tópico a seguir.

Aprendizagens para o ensino da matemática vivenciadas na Residência Pedagógica

Como já mencionado anteriormente, o PRP propõe o desenvolvimento de ações que buscam proporcionar um contato direto do residente com o ambiente escolar, permitindo-lhe refletir e intervir na prática pedagógica, já que ele participa ativamente da "gestão do cotidiano da sala de aula, planejamento e execução de atividades, planos de aula, sequências didáticas, projetos de ensino e atividades de avaliação da aprendizagem dos alunos" (Brasil, 2018, p. 19). Nesse sentido, Nina e Grace destacam que, dentre as muitas aprendizagens oportunizadas durante a Residência Pedagógica, puderam observar, planejar e conduzir aulas nas diferentes componentes que integram o currículo da Educação Básica.

Tratando-se da matemática, que é nosso foco nessa investigação, as residentes egressas destacam que puderam vivenciar diferentes situações que envolvem o ensino e a aprendizagem nessa área do conhecimento, como podemos observar no relato de Nina,

> Vendo as práticas dos professores que já estavam ali, com certeza agregou muito! Me levou a utilizar aquelas ideias e pensar em metodologias da matemática que eu achava que fossem mais significativas para as crianças, mas usando a ideia delas, vendo como elas estavam trabalhando e o que eu poderia mudar para trabalhar o mesmo conteúdo. (Nina)

A observação das aulas dos professores experientes é apontada por Nina como um importante momento de aprendizagem da docência, visto que o licenciando pode rever conceitos matemáticos que estão sendo trabalhados, além de refletir sobre diferentes abordagens para o ensino da matemática, que poderiam ser utilizadas para garantir a aprendizagem dos estudantes. De acordo com Pimenta (2012, p. 35) "Uma das formas de conhecer é fazendo igual, imitando, copiando, experimentando (no sentido de adquirir experiência), praticando". Nesse sentido, o ato de observar o fazer de um professor mais experiente pode permitir a aquisição de conhecimentos voltados à prática docente que poderão ser incorporados em outras situações de ensino.

A partir dos relatos de Nina e Grace, podemos observar que as atividades desenvolvidas na Residência Pedagógica também proporcionaram outros olhares sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, destacando-se o aspecto lúdico apontado por elas:

> Então assim, participar da residência pedagógica me fez desenvolver novas técnicas de ensino e uma forma mais divertida de ensinar matemática. Então torna-se algo prazeroso, onde fica mais leve ensinar, onde fica mais leve de aprender e assim o conteúdo flui melhor e essa criança acaba gostando. (...) então, a gente trabalhava o conteúdo no quadro, explicava o conteúdo, falava sobre o conteúdo e depois a gente tentava levar uma coisa mais lúdica, mais animada para eles assimilarem melhor o conhecimento. (Grace)

> Eu passei a trabalhar muito com o lúdico, com brinquedos reciclados, tudo direcionado à aprendizagem em si, de uma forma que eles [as crianças] pudessem compreender os conceitos matemáticos sem o peso da palavra Matemática. (Nina)

Tratando-se do ensino de matemática na educação infantil e nos anos iniciais, propor atividades lúdicas durante as aulas deve ser uma tarefa indispensável do professor, já que "na brincadeira, a criança manifesta emoções, desejos, atitudes; ela cria cenários, situações e assume diferentes papéis sociais" (Palma, 2016, p. 64).

Também foram destacados, pelas participantes da pesquisa, outras aprendizagens para a docência vivenciadas durante a residência.

> A minha experiência com a residência pedagógica foi muito boa. E assim, me abriu novos horizontes. Eu pude ver como o professor trabalha dentro de sala de aula porque, até então, nesse período eu não tinha nenhum contato com a sala de aula. Só mesmo com estágio, porque eu trabalhava em empresa privada. Então eu não conhecia bem como era a rotina escolar do professor. (Grace)

Observamos, pela experiência narrada por Grace, que as atividades desenvolvidas na Residência Pedagógica a partir da imersão permitiram que ela conhecesse não apenas o espaço da sala de aula, mas que pudesse conhecer e vivenciar todos os diferentes espaços e relações que se manifestam dentro do ambiente escolar, os quais ultrapassam as barreiras da sala de aula. Já Nina destaca a autonomia que lhe foi proporcionada durante a residência sob a orientação e supervisão de um professor experiente:

> (...) quando a gente entra em sala de aula como residente, o professor, fica ali supervisionando, te auxiliando, com certeza. Mas a sala é sua! Ele fica ali, mas apenas te observando. (Nina)

É possível observarmos que a Residência Pedagógica proporcionou às residentes egressas, Nina e Grace, novos momentos de aprendizagens da docência. Tratando-se da área da matemática, é possível verificar que, ao desenvolverem as atividades do programa, as residentes tiveram a possibilidade de observar práticas de professores experientes, bem como vivenciarem na prática a docência da matemática nos anos iniciais, contribuindo para a ampliação das discussões sobre os processos de ensino e aprendizagem da matemática ainda na formação inicial; no entanto, salientamos que não foram relatadas pelas residentes aprendizagens acerca da natureza da matemática e dos conteúdos matemáticos, o que, de acordo com Serrazina e Oliveira (2002) e Nacarato et al. (2019), apresentam-se como fundamentais para que o professor possa conduzir o processo de ensino e aprendizagem nessa área do conhecimento.

Considerações finais

A partir do estudo realizado, podemos observar que as atividades formativas, que compõem o PRP e que foram experienciadas pelas residentes egressas durante o curso de Pedagogia, proporcionaram importantes contribuições para a formação inicial dessas professoras,

possibilitando que elas participassem, de forma ativa, de todas as atividades que envolvem o contexto escolar.

No que se refere aos conhecimentos voltados aos processos de ensino e aprendizagem da matemática para os anos iniciais da escolarização, também foram evidenciadas contribuições a partir das vivências no PRP. As residentes egressas puderam observar as práticas educativas dos professores experientes, bem como desenvolver atividades de ensino da matemática com a supervisão e suporte da preceptora, da docente orientadora e das professoras das turmas nas quais estavam realizando a residência, ampliando, dessa forma, as compreensões sobre o ensino de matemática nessa etapa do ensino.

Nessa direção, acreditamos que vivenciar o Programa de Residência Pedagógica durante a formação inicial traga importantes contribuições para os professores em processo de formação. No entanto, consideramos que a Residência Pedagógica só alcance o resultado esperado quanto às aprendizagens para a docência da matemática se a sua vivência possibilitar a compreensão da natureza da matemática e dos conteúdos matemáticos, pois, conforme foi possível observar nos relatos das participantes desta pesquisa, a ênfase ainda recai nos aspetos metodológicos do ensino da matemática.

Referências e bibliografia

Bardin, L. (2016). *Análise de conteúdo*. Edições 70.

Brasil. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes). (2018). *Portaria Gab nº38.* Institui o Programa de Residência Pedagógica. Capes: Brasília. https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/28022018-portaria-n-38-institui-rp-pdf

Caetano, R. S. (2019). *Grupo de estudo: uma proposta à (re) significação de alguns saberes da experiência pré-profissional em relação à Matemática, na formação inicial do pedagogo* [Tese de doutorado em Educação para a Ciência, Universidade Estadual Paulista]. https://repositorio.unesp.br/handle/11449/182008

Cunha, D. R. (2010). *A Matemática na formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental: relações entre a formação inicial e a prática pedagógica.* [Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul]. https://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3394

Faria, J. B., & Pereira, J. E. D. (2019). Residência pedagógica: afinal, o que é isso? *Revista Educação Pública. 28* (68), 333-356. https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/educacaopublica/article/view/8393

Gatti, B. A., & Nunes, M. M. R. (2013) Formação de professores para o ensino fundamental: estudo de currículos das licenciaturas em pedagogia, língua portuguesa, Matemática e ciências biológicas. *Textos FCC*, *29*, 2013. http://www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/textos_fcc/arquivos/1463/arquivoAnexado.pdf

Libâneo, J. C. (2017). A formação de professores no curso de Pedagogia e o lugar destinado aos conteúdos do Ensino Fundamental: que falta faz o conhecimento do conteúdo a ser ensinado às crianças? In: M. A. Silvestre & U. de A. Pinto (Org.). *Curso de Pedagogia***:** *avanços e limites após as Diretrizes Curriculares Nacionais*. Cortez.

Minayo, M. C. de S. (Org.). (2009). O desafio da pesquisa social. In: S. F. Deslandes, R. Gomes, & M. C. de S. Minayo (Org.). *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. (pp. 9-29). Vozes.

Nacarato, A. M., Mengalli, B. L. S., & Passos, C. L. B. (2019). *A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender*. Autêntica Editora.

Nóvoa, A. (2017). Firmar a profissão como professor, afirmar a profissão docente. *Cadernos de Pesquisa. 47(166)*, 1106-1133, 2017. https://www.scielo.br/j/cp/a/WYkPDBFzMzrvnbsbYjmvCbd/

Nóvoa, A. (2022). Escolas e professores: proteger, transformar, valorizar. SEC/IAT. Colaboração Yara Alvin.

Palma, R. C. D. (2010). *A produção de sentidos sobre o aprender e ensinar Matemática na formação inicial de professores para a educação infantil e anos iniciais do ensino fundamental.* [Tese de Doutorado em Educação, Universidade Estadual de Campinas]. http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/outubro2011/matematica_artigos/teserutecristinadomingospalma.pdf

Palma, R. C. D. (2016). Matemática na pré-escola: princípios teóricos metodológicos que orientam as práticas educativas. In: R. A. M. M. Freitas, & J. C. Libâneo (org.). *Didática e diversidade*. Editora PUC Goiás.

Pereira, M. R. A. (2020). Formação inicial e profissionalização docente: contribuições do Programa de Residência Pedagógica. In: M. R. A. Pereira, M. Bispo, & U. C. Anecleto. *Residência Pedagógica: pesquisa, formação e competências docentes.* Pontes Editores.

Pimenta, S. G. (org.) (2012). *Saberes pedagógicos e atividade docente*. 8. ed. Editora Cortez.

Pimenta, S. G., Fusari, J. C., Pedroso, C. C. A., & Pinto, U. A. (2017). Os cursos de Licenciatura em Pedagogia: fragilidades na formação inicial do professor polivalente. In: M. A. Silvestre, & U. de A. Pinto (Org.). *Curso de Pedagogia: avanços e limites após as Diretrizes Curriculares Nacionais*. Editora Cortez.

Serrazina, L., & Oliveira, I. (2002). Novos professores: primeiros anos de profissão. *Quadrante, 11*(2), 55-73. https://www.researchgate.net/publication/259656189_Novos_Professores_primeiros_anos_de_profissao

Particularidades de la reflexión de Futuros Profesores Matemáticas durante la Práctica Profesional

Angie Paola Olaya González
Universidad de los Llanos
Colombia
angie.olaya@unillanos.edu.co
Ana María Pirachican Morales
Universidad de los Llanos
Colombia
ana.pirachican@unillanos.edu.co
María Teresa Castellanos Sánchez
Universidad de los Llanos
Colombia
mcastellanos@unillanos.edu.co

Resumen

El objetivo principal de la investigación es caracterizar las reflexiones de Futuros Profesores de Matemáticas (FPM) sobre situaciones de la Práctica Profesional Docente (PPD). El estudio se enmarca en los postulados del enfoque sociocultural que fundamentan el aprendizaje reflexivo de los FPM y direccionan los propósitos de la formación realista de profesores. La metodología es de corte cualitativo de tipo explicativa, los datos proceden de entrevistas a profundidad, y se examinan siguiendo el análisis de contenido. Los resultados describen las situaciones abordadas por los participantes cuando atraviesan durante un ciclo reflexivo bajo el modelo ALaCT y enfrentan situaciones que retan su actuación durante la práctica. Se concluye que la reflexión está caracterizada por el tipo de situaciones que abordan, las creencias que expresan y las decisiones que toman para transformar su práctica.

Palabras clave: Educación Matemática. Educación superior. Formación docente inicial. Investigación cualitativa. Matemáticas. Villavicencio, Colombia.

Introducción

Durante la formación inicial a Futuros Profesores de Matemáticas (FPM) se les brindan teorías lo suficientemente fuertes para creer que ya se encuentran preparados para ejercer su labor profesional, dejando de lado su saber práctico. Por esto, los FPM llegan a la Pràctica Profesional Docente (PPD) con miedos, temores y creencias que orientan su actuar, este momento es indicado para promover la reflexión de su experiencia docente (durante y después); de igual manera, practicantes identifican este periodo como un proceso importante pues manifiestan sus inquietudes respecto al saber qué y cómo enseñar (Blanco-Álvarez, Castellanos, 2017).

La formación inicial y continua de los profesores es uno de los aspectos más importantes para las naciones que buscan mejorar su sistema educativo; Llinares (2017) y Francesc Pedró(2019) manifiestan que la calidad educativa y la calidad de los docentes se encuentran muy ligadas. En búsqueda de dicha calidad, se considera relevante el enfoque de la formación realista de profesores sustentado en la teoría sociocultural del aprendizaje humano, la idea del profesional reflexivo. Según Melief, Tigchelaar, Korthagen & Van-Rijswijk, (2010) éste posibilita la integración del profesor con sus experiencias personales, saberes y sus propias ideas sobre lo que es enseñar y aprender, y ello a través de la reflexión, la cual se concreta a través de un ciclo de reflexión AlaCT. La notación se identifica con las siglas de las iniciales de su definición (Action, Looking back on the action, awareness of essential aspects, Creating alternative methods of action y Trial).

La formación realista de profesores involucra cinco principios centrados en la reconstrucción de los saberes del profesor que logran significado en contextos fuera y dentro del aula. Entre ellos: a) el punto de partida son las cuestiones que experimenta el FPM en la práctica, b) promueve la reflexión sistemática a través de un ciclo reflexivo ALaCT, c) se procura el aprendizaje reflexivo como un proceso social e interactivo, d) destaca tres niveles en el aprendizaje: Representación, Esquema y Teoría y e) fomenta autonomía, competencias profesionales y la identidad del profesor. En consecuencia, el aprendizaje reflexivo se ha convertido en un propósito del enfoque realista, otorgando prioridad a las situaciones que surgen del contexto real y que un profesor en formación experimenta y cuestiona. En consecuencia, el aprendizaje reflexivo en la formación de profesores, busca la alternancia entre “acción” y “reflexión”

La formación de profesores realista le apuesta al “aprender de la práctica”, por lo que, se considera moviliza el conocimiento profesional en torno a los Problemas Profesionales otorgando sentido a este. Los problemas profesionales son las cuestiones a las que se enfrenta un profesor durante las prácticas de enseñanza. Castellanos, Flores & Moreno (2017) los definen como el punto de partida para entablar un diálogo de saberes, entre diversos sujetos; pues, estos problemas hacen al docente considerar su conocimiento e involucrarse en situaciones propias de su qué hacer. Los Problemas Profesionales son propios de la complejidad de la práctica docente del profesional, no responden a estructuras organizadas, son situaciones que requieren estructuración; para ello, el FPM selecciona puntos de atención y los organiza orientado por el sentido que otorga a la situación y en coherencia con su conocimiento profesional (Castellanos,

2017). En consecuencia, los problemas pueden caracterizarse por su origen (e.g., inciertos, variados, conflictos, dilemas, únicos, amplios) y su naturaleza (e.g., compleja, diversa, dinámica)

Metodología

La metodología de estudio se enmarca en un enfoque cualitativo de tipo descriptivo orientado a la interpretación de acciones reveladas por los FPM durante su PPD. Se prioriza la riqueza, profundidad y calidad de la información en lugar de la cantidad y estandarización de la misma (Hernández, Fernández y Baptista, 2010). Se utiliza la descripción crítica de la experiencia, haciendo la reconstrucción analítica del proceso formativo, el análisis de contenido secuencial describir e interpretar el modo en que cada practicante atraviesa cada una de las fases reflexivas ALaCT.

Los participantes de esta investigación son practicantes (estudiantes de último semestre) de Licenciatura en Matemáticas de una Universidad colombiana. Para la recolección de datos, se realizan entrevistas (grabadas en audio), se tienen en cuenta los diarios reflexivos de los practicantes. Las entrevistas se realizan de manera individual, y luego, en grupos focales. Para el tratamiento de la información empleamos análisis de contenido para entrevistas a profundidad.

Resultados

La investigación acude al escenario del curso de Práctica Docente bajo el paradigma de la Investigación de Diseño (Cobb et al., 2003) desarrolló un experimento de enseñanza con cinco actividades formativas por cada una de las fases del ciclo ALaCT, destacando la estrategia de indagación (preguntas) en las tareas formativas con acciones reflexivas (Castellanos, Flores & Moreno, 2018). Aquí se eligen y exhiben los resultados siguiendo el estudio de caso (del FPM1) mediante la observación sistemática del proceso, buscamos realizar exploración sobre la reflexión del FPM. La Figura 1, exhibe la articulación del proceso formativo y de reflexión. La Tabla 1 describe una síntesis de los principales resultados en relación con las actividades formativas en el ciclo reflexivo implementado.

Tabla 1.
Resultados del ciclo reflexivo 1.

Fase	**Descripción de la Fase**	**Actividad formativa**	**Resultado**
"A" Acción o experiencia.	Inicia con la descripción y planteamiento de una situación problemática	Se indagan las situaciones que vive el practicante. Se solicita escribir en el diario reflexivo y expresar su diario vivir Cuando es posible, se graban las clases. Redactar preguntas y cuestiones de interés	El FPM relata situaciones como: "tuve un inconveniente durante una prueba ya que unos estudiantes estaban hablando acerca de un trabajo y no me pareció motivo para llamarles la atención; sin embargo, el docente titular sí me llamó la atención a mí pues para él la charla entre los estudiantes era una situación que demostraba mi falta de dominio de grupo y una situación impermisible que se convirtió en una pésima experiencia"

"L" Mirar hacia atrás en la acción.	En esta fase se esboza una "imagen" de los acontecimientos que han dado lugar a la problemática, se examinan y exteriorizan las creencias lo que da una mirada distante.	Toma de distancia, se realizan los diálogos (entrevistas) entre los practicantes y las investigadoras. Se comparten creencias y puntos de vista sobre los hechos. Revisión grabaciones	El practicante esboza la situación enfatizando en la necesidad de la "disciplina" (entendida como completo orden y silencio) en la clase y la presión que se siente por el docente titular atribuyendo la idea de "cuadriculado en todo". Se parte del reconocimiento de creencia en relación con "la disciplina es sinónimo aprendizaje"; el "dominio de grupo define el buen profesor" y "las mejores clases son cuando hay buena disciplina"
"**a**" Conocimiento de los puntos importantes	Resaltar elementos importantes de la situación que conducen a la concienciación del conocimiento y profundización de la problemática.	Se orienta a los practicantes por medio de preguntas orientadoras, que buscan establecer qué conocimiento tiene el FPM sobre la problemática.	Para el practicante la situación es nueva, ya que cuando ha manejado grupos le han dado mucha más libertad que la que le está brindando este docente en particular, por lo que su conocimiento para actuar en la problemática es limitado. El FPM asume el reto de indagar sobre estrategias para dirigir la atención de los estudiantes, revisar algunos artículos y textos
"**C**" Creación de alternativas para la acción	Proponer una solución a la problemática. Buscar estrategias para formular la acción futura.	Durante las charlas iniciales se ayuda a los FPM a buscar alternativas mediante preguntas, documentación y experiencias previas de las investigadoras; sin embargo, se motiva al FPM en su propia alternativa.	La solución planteada por el practicante es indagar acerca de la vida de los estudiantes para implementar estrategias de contexto que le permitan acercarse a los estudiantes y acercarlos a ellos a las matemáticas. En tal sentido el FPM reconoce que "en la vida cotidiana de los escolares existen matemáticas" y ellas, se consideran "reactivos y motivaciones para llamar la atención y disposición de los estudiantes por aprender"
"**T**" Comprobar.	En esta fase se aplica la solución establecida en la fase anterior y con esta acción o una nueva se da inicio a un nuevo ciclo de reflexión.	Se pone en marcha la alternativa y de este nuevo evento se inicia el ciclo reflexivo nuevamente.	Se pone en marcha la creación de una empresa de zapatos para abordar el tema de los porcentajes y fracciones Estrategia que surge de la actividad económica vivida por escolares. Se aborda la de fracción desde la idea parte todo; se reconoce que la institución se ubica en un sector comercial, lo cual brinda un acercamiento a la idea de compra y venta de productos y da sentido a las fracciones

Fuente: Elaboración propia, 2022.

En los resultados se han diferenciado tres niveles expositivos de reflexión; descriptivo, evaluativo e interpretativo. Los Futuros Profesores de Matemáticas (FPM) expresan situaciones abordadas durante la Práctica Profesional Docente (PPD). La Tabla 2 describe algunas

características que subyacen a la definición de Problemas Profesional problemática explorada en los estudios previos y que se consideran en el análisis. Siguiendo las categorías descritas en (Castellanos, 2017) se atribuye que por su naturaleza pueden otorgar diferentes sentidos a la complejidad de la PPD.

Tabla 2.
Resultados del ciclo reflexivo 1.

Situaciones problemáticas	El caso Situaciones expresadas por FPM	Descripción: Según percepción de la resolución y el conocimiento del objeto
Poco definidas, inciertas y desordenadas	La idea de dominio del curso da cuenta de rigidez y dominio del profesor	Procede de hechos poco definidos y el alcance de la resolución es limitado o poco evidente
De formas variadas, envuelven un mismo tópico	Tener siempre atentos y en silencio a los estudiantes garantiza buenos aprendizajes Tener como punto de partida los intereses de los estudiantes. Pensar en lo que son los estudiantes para crear tareas acordes a su contexto.	Involucra variados objetos en los hechos y diversas interpretaciones para la solución
Incluyen conflictos éticos y de valores	Como practicante se debe obedecer al asesor y seguir sus postulados y metodología Cumplir con todo y en el tiempo establecido	Exhibe un dilema personal/cultural al denominar el objeto y al otorgar solución
Amplias que incluyen variados tópicos	Abordar las matemáticas desde intereses escolares y Escenarios reales-cotidianos motivan el aprendizaje	Origen en hechos se percibe desde múltiples perspectivas. Involucra más de un significado para la solución, con amplio campo conceptual
Limitadas y **única**	Es pertinente abordar las fracciones desde la idea parte todo y dar sentido al concepto de porcentaje Necesidad de tener una tarea que aborde los conceptos que se necesita abordar.	La resolución busca la alternativa que responde a un hecho particular.

Fuente: Elaboración propia, 2022.

Síntesis Final

Se considera la importancia de la reflexión como un elemento fundamental en la formación inicial de profesores. En tal sentido, se trata que los FPM logren reflexionar sobre su propia práctica como un hábito que estimulan el crecimiento profesional continuo de los profesionales a medida que avanzan en su profesión.

Al examinar las tensiones que son foco de reflexión, lo que se ha denominado Problemas Profesionales durante la PPD se configura un escenario que involucra al sujeto en torno a situaciones que para ellos son objeto de interés, preocupación y análisis. Los resultados permiten identificar elementos de los problemas detectados por los FPM que se acoplan con lo expuesto por varios investigadores en el campo de la Educación Matemática (Flores, 2017; Castellanos, 2017, 2018)

Las características que configuran la reflexión de FPM destacan tres elementos entre ellos: a) la problematización de los hechos de la propia realidad (formulando situaciones de interés o tensión); b) el distanciamiento de la realidad (explicitando creencias y supuestos); c) la toma de conciencia de los propios y nuevos conceptos (reconociendo nuevos aprendizajes) y d) las decisiones para la nueva actuación (nuevas alternativas o estrategias). De igual manera se han distinguido tres categorías que se complementan en el análisis: actores involucrados en el análisis de las situaciones, el tema y el tipo de análisis realizado.

Referentes y bibliografía

Blanco-Álvarez, Hilbert; Castellanos, María Teresa (2017). La formación de maestros reflexivos sobre su propia práctica y el estudio de clase. En Vier Munhoz, Angélica; Giongo, Ieda Maria (Eds.), Observatório da educação III: práticas pedagógicas na educação básica (pp. 7-18). Porto Alegre, Brasil: Editora Criação Humana.

Castellanos, M. T., Flores, P., & Moreno, A. (2017). Reflexión de futuros profesores de matemáticas sobre problemas profesionales relacionados con la enseñanza del álgebra escolar.

Llinares, Salvador (2017). La formación del docente de matemáticas: realidades y desafíos. En REDUMATE, Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe (Ed.), II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe (pp. 1-6). México: Comité Interamericano de Educación Matemática.

Pedró i García, F. (2019). Presentación "*de las políticas a las aulas"*. 33° Diálogo de Educación organizado por la COFAPA en Madrid, España. Recuperado de https://www.iesalc.unesco.org/2019/06/10/la-calidad-del-docente-es-primordial-para-el-sistema-educativo/

Korthagen, F. A., Kessels, J., Koster, B., Lagerwerf, B. & Wubbels, T. (2001). Linking Practice and Theory. The Pedagogy of Realistic Teacher Education. Routledge.

Potencialidades da análise de livros didáticos para a formação inicial de professores de matemática: o ensino de Geometria Espacial[1]

Anna Flávia Magnoni **Vieira**
Universidade Estadual de Londrina
Brasil
anna_flavia_magnoni@hotmail.com
Fernanda Caroline **Cybulski**
Universidade Estadual de Londrina
Brasil
fercybulski@gmail.com
Márcia Cristina de Costa Trindade **Cyrino**
Universidade Estadual de Londrina
Brasil
marciacyrino@uel.br

Resumo

Este artigo tem como objetivo discutir potencialidades da análise de livros didáticos para a formação inicial de professores de matemática, tendo em conta o ensino de Geometria Espacial. Foi realizada uma investigação qualitativa de cunho interpretativo de discussões promovidas em uma disciplina de Ensino de Geometria de uma universidade pública brasileira, sobre o uso do livro didático. Os resultados apontam que análise de livros didáticos permitiu que os futuros professores discutissem: diferentes estratégias de ensino; articulação de livros didáticos com outros materiais instrucionais, como material manipulável e tecnológico; aspectos conceituais e procedimentais para o ensino de geometria. Portanto, discutir com futuros professores de matemática potencialidades para o uso do livro didático pode ser promissor para que reflitam a respeito do ensino de geometria em suas futuras práticas profissionais.

[1]As autoras agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES pela bolsa atribuída à segunda autora e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq pela bolsa de produtividade em pesquisa da terceira autora.

Palavras-chave: Educação Matemática; Licenciatura em Matemática; Ensino síncrono; Formação inicial de professores de Matemática; Ensino de geometria; Livro Didático.

Introdução

No Brasil, o livro didático é um dos principais suportes utilizados pelos professores para o ensino da matemática na Educação Básica (Queiroz & Borges, 2022; Santos & Câmara dos Santos, 2015; Turíbio & da Silva, 2017). No entanto, pesquisas relatam adversidades de organização e de propostas de encaminhamento dos conteúdos de geometria em livros didáticos (Amaral-Schio, 2018; Queiroz & Borges, 2022; Santos & Câmara dos Santos, 2015; Turíbio & da Silva, 2017). Assim, é preciso que o professor, por vezes, faça adaptações na forma de apresentação dos conteúdos do livro didático em sala de aula (Amaral-Schio, 2018; van de Walle, 2009). Desse modo, consideramos que o futuro professor de matemática (FPM) receba apoio e formação para que possa fazer uma análise crítica desse material e tomar decisões de como encaminhar o trabalho em sala de aula. No presente estudo, discutimos potencialidades da análise de livros didáticos para a formação inicial de professores de matemática, mais especificamente para o ensino de Geometria Espacial.

Livros didáticos no ensino de geometria e a formação inicial de professores de matemática

A literatura evidencia que a geometria ainda é deixada em segundo plano nos livros didáticos (Turíbio & da Silva, 2017) e, quando aparece, as tarefas concentram-se, basicamente, em cálculo e uso de fórmulas (Amaral-Schio, 2018; Queiroz & Borges, 2022; Santos & Câmara dos Santos, 2015). Como o livro didático é um dos recursos mais utilizados pelo professor em sala de aula, muitas vezes o único, o ensino se torna, por vezes, refém dos conteúdos e encaminhamentos propostos pelo livro (Queiroz & Borges, 2022; Turíbio & da Silva, 2017; van de Walle, 2009).

Para Fan et al. (2021), os livros didáticos são uma das ferramentas que podem nortear os professores na compreensão de conceitos matemáticos enquanto preparam suas aulas, enfatizando a necessidade de mais atenção ao livro didático na formação inicial de professores de matemática. Já Queiroz e Borges (2022) destacam a importância de o professor saber o conteúdo que será ensinado e como ensiná-lo, de modo que não dependa apenas do livro didático para tal.

É preciso que, ao utilizar o livro didático, o professor tenha a ciência de que: o livro é apenas mais um dos diferentes suportes para o planejamento de uma aula (Rafael & Groenwald, 2019); o modo de lidar com o livro depende do professor (Turíbio & da Silva, 2017); o livro não é o objeto de ensino, mas sim uma "fonte de ideias para elaborar lições em vez de prescrições para o que cada lição deve ser" (van de Walle, 2009, p. 92).

Em sendo a formação inicial o momento formal no qual os futuros professores constroem a base de sua profissão, é preciso que sejam oportunizadas orientações para uma formação autônoma e comprometida com a prática (Roldão, 2017), que assumam uma perspectiva integradora entre conhecimentos acadêmicos e didático-pedagógicos (Gatti et al., 2019). E a análise de livros didáticos articulados a outros materiais pode colaborar nessa formação (Turíbio & da Silva, 2017).

Procedimentos metodológicos

Esta investigação, de natureza qualitativa, tem como contexto a disciplina Ensino de Geometria, ofertada para o segundo ano de licenciatura em Matemática de uma universidade pública do estado do Paraná, Brasil. Participaram dessa disciplina 24 FPM[2] e a professora formadora (PF). A disciplina foi organizada em um ambiente virtual de aprendizagem (devido ao contexto da pandemia do Covid-19), o *Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment* (MOODLE), com aulas síncronas, ao longo de 2021.

Os dados dessa investigação referem-se às gravações das sessões de formação registradas em vídeo (Google Meet) e aos registros em diário de campo da pesquisadora, primeira autora deste artigo. Na análise das gravações, identificamos ações propostas pela PF acerca da análise de livros didáticos para ensinar geometria espacial, fizemos um exame detalhado destas propostas e identificamos indícios que nos possibilitaram discutir as potencialidades dessa análise para a formação inicial dos FPM.

A seguir, analisamos essas ações, especificamente duas tarefas, cujo principal objetivo foi apresentar e discutir com os FPM possíveis encaminhamentos para a sala de aula do que é proposto em livros didáticos para o ensino de Geometria Espacial.

Análise de livros didáticos para o ensino de geometria espacial

A primeira tarefa apresentada para análise dos FP diz respeito à classificação de sólidos geométricos entre poliedros e não-poliedros. Essa tarefa foi planejada para ser trabalhada com alunos do 6º ano do ensino fundamental e com o seguinte enunciado: "Observe as imagens dos objetos (Figura 1), distribua-os em dois grupos e justifique o motivo dos agrupamentos".

Figura 1: Algumas das imagens apresentadas pela PF na tarefa 1

Durante as discussões foi possível observar que os FPM mobilizaram conhecimentos de geometria relacionados a poliedros e corpos redondos:

PF:	*Qual [embalagem] vai no grupo 1?*
FPM1	*As duas bolas, a de basquete e a de vôlei.*
FPM3	*Dá para colocar as latas também nesse grupo 1*
PF:	*[...] e quem vai no grupo 2? Ninguém me falou!*
FPM (falam juntos):	*O cubo, o dado, o tijolo.*
FPM4:	*Eu acho que esses cubinhos também. Esse monte de cubinhos.*

[2] Com a intenção de preservar o anonimato dos participantes, na apresentação dos resultados utilizamos as siglas: FPM1, FPM2 [...] FPM18, para representar cada um deles.

PF:	*E essa estrela?*
FPM5:	*A estrela não, professora.*
PF:	*Não? Se ela não vai no grupo 2, ela vai no grupo 1?*
FPM5:	*Não!*
FPM4:	*Eu acho que ela vai no grupo 2, né? Porque o grupo 1 eu acho que tem mais a ver com objetos mais arredondados [...]*

Após a separação dos objetos, a PF pediu para que os FPM descrevessem as características dos objetos classificados em cada grupo.

PF:	*Nesse grupo 1, quais são as características?*
FPM4:	*Acho que os corpos arredondados.*
FPM5:	*[...] o grupo 2 são as formas mais quadradas.*
FPM4:	*O grupo 1 não tem vértice, né?*
PF:	*Mas e o cone, aqui, esse pontinho, por exemplo? O que é um vértice, na verdade?*
FPM5:	*É o encontro das arestas.*
FPM6:	*[sobre o grupo 2] [...] eu acho que são figuras formadas por polígonos.*
PF:	*Lembrando que é uma tarefa para o 6º ano, então, talvez, no início pode ser que eles não saibam falar vértice, aresta. Pode ser que eles falem que tem uma reta, que tem um ponto, tem um bico. Então, fazendo um parêntese aqui, o aluno pode falar isso, mas no momento adequado o professor tem que dizer o nome [do objeto geométrico]. Tem que fazer essa transposição.*

Após essas discussões, tanto do conteúdo de geometria envolvido, quanto de aspectos didáticos, a PF prossegue com o que chama de sistematização. Nesse momento, a PF fez observações com relação ao livro didático.

> Depois disso, a gente vai fazer uma sistematização. Essa sistematização é o que está no livro [A professora começa a leitura da definição que consta no livro didático[3]]. Aqui nós temos a definição de poliedro, mas vejam, a definição de poliedro vem depois de todo esse trabalho, enquanto que o autor começa o livro com ela. Então, aqui é que está a diferença que eu quero colocar para vocês no ensino de geometria. Depois que a gente fez todo esse trabalho, e é claro que esse trabalho teria sido completamente diferente se a gente estivesse na sala de aula [do 6º ano], tem essa sistematização. [...] Essa definição é discutida depois de o aluno construir o conceito, a ideia, dele pensar sobre, observar, manipular. [...] Não estou dizendo que ele [o livro] é de todo ruim, mas que é papel do professor, e de nós aqui na disciplina de Ensino de Geometria, nos formando para ensinarmos geometria, observarmos [o livro didático] (PF, dados da investigação).

Desse modo, é possível observar que a PF incentiva que os FPM utilizem o livro didático como apoio, mas com criticidade para realizar as adaptações necessárias. Além disso, destaca que é papel da formação inicial, nesse caso uma disciplina específica de ensino de geometria, auxiliar o FPM nesse processo.

A segunda tarefa, direcionada para o Ensino Médio, envolvia o conceito de pirâmides. "Considere as pirâmides quadrangulares regulares semelhantes, cujas medidas estão indicadas na figura (Figura 2)".

[3]Os sólidos geométricos são figuras espaciais não planas que, de acordo com suas características, podem ser classificados em poliedros e corpos redondos. Os corpos redondos têm como principal características a superfície arredondada. Já os poliedros (poli = muitos; edros = faces) têm como principal característica ter faces planas (Livro didático, dados da investigação).

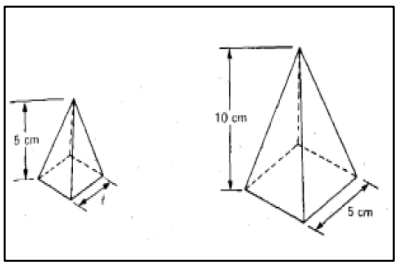


Figura 2: Imagens apresentadas pela PF na tarefa 2

Na sequência, os FPM deveriam investigar a razão de semelhança entre as alturas das pirâmides, entre as áreas das bases e entre os volumes das pirâmides.

A tarefa foi proposta antes da aula, pela PF na plataforma MOODLE, de modo que ela pôde selecionar resoluções dos FPM para discutir durante a aula. Nessa seleção ela considerou articulação dos conceitos e procedimentos utilizados por eles na apresentação e resolução da tarefa. No decorrer da discussão das resoluções, selecionadas e sequenciadas pela PF, foi possível observar que o conteúdo de geometria é abordado com os FPM de um ponto de vista conceitual, articulado com questões da prática em sala de aula.

PF: *Qual a característica das faces laterais de qualquer pirâmide? Qual é o polígono que forma as faces laterais?*
FPM4: *Triângulo.*
PF: *Isso, então olhando a resolução da FPM2, você usou a fórmula da área do triângulo?*
FPM2: *Eu acho que sim.*
PF: *[...] porque quando você faz 5x10, você fez como se o 10 fosse a altura do triângulo, mas o 10 é a altura da pirâmide. Então, o que eu queria chamar a atenção de todos vocês é que na pirâmide existe a altura da pirâmide e existe a altura da face lateral, que é triangular, e vocês se lembram como que ela é chamada?*
FPM7: *Apótema.*
PF: *[...] Mas vejam bem, eu não estou querendo discutir o que vocês sabem ou não sabem, o que eu quero é mostrar o tipo de discussão que podemos fazer em uma aula.*

As resoluções foram sequenciadas pela PF de modo que a última resolução apresentada foi a resposta mais sistematizada e a mais próxima possível do que a PF queria abordar (o conteúdo de razão de semelhança entre as áreas das bases e os volumes de pirâmides).

> *Eu comecei propondo esse problema [da razão de semelhança entre as pirâmides], selecionei: uma* solução que tinha alguns equívocos; outras em uma linguagem materna, da Língua Portuguesa; outras mais algébricas, mas ainda utilizando apenas números; e outra que trouxe o mais sistematizado possível, relacionada àquilo que eu queria discutir. Agora, eu vou mostrar para vocês o que o livro [didático] faz, porque vocês vão começar a fazer essa análise. (PF, dados da investigação).

Após mostrar trechos do livro didático com enfoque formal da matemática, a PF comenta:

> Percebem a "aula de definição"? O livro apresenta a definição. Cabe ao professor problematizar. [...] Então vejam bem, ele [o autor do livro] traz um conjunto de definições, para introduzir o conteúdo. Ele fez esse caminho [de utilizar apenas definições]. Nós poderíamos escolher outro caminho. Poderíamos ter começado com um problema. [....] Então nós não vamos fazer isso? [se referindo às sistematizações e definições que o livro didático traz]. Vamos! Depois da discussão eu aproveito as resoluções apresentadas e faço a sistematização [...]. Eu quero chamar a atenção de vocês para outras

> possibilidades de encaminhamento para o trabalho em sala de aula a partir do livro. O que nós fizemos aqui é olhar o que o livro faz e como que nós poderíamos fazer: que recursos eu posso usar? Que material eu posso levar para complementar o trabalho com o livro didático? [...] e se não tivermos outro material, nós podemos começar a aula com um bom problema, que dê discussões. (PF, dados da investigação).

Assim, a PF enfatiza aos FPM o papel do professor de matemática na condução e adaptação de tarefas propostas pelo livro didático, este que, segundo a PF, deve ser visto como um apoio à prática do professor, e não um limitante ou balizador do ensino.

Potencialidades da análise de livros didáticos para a formação inicial de professores

A partir das análises das tarefas e dos encaminhamentos propostos para o uso de livros didáticos foi possível discutir com os futuros professores: diferentes estratégias de ensino; articulação de livros didáticos com outros materiais instrucionais, como material manipulável e tecnológico; aspectos conceituais e procedimentais para o ensino de geometria. Embora os FPM já tivessem concluído disciplinas específicas de Geometria, as tarefas propostas evidenciaram dúvidas e dificuldades relacionadas à aspectos conceituais de geometria como já verificado em algumas investigações (Brunheira & Ponte, 2019; Creager, 2022; Ferner et al., 2020).

A análise de livros didáticos articulada à discussão de tarefas, planejadas inicialmente para a Educação Básica, contribuiu para a mobilização de conceitos geométricos pelos FPM, assim como para a discussão de aspectos didático-metodológicos, necessários para sua futura atuação profissional (Ferner et al., 2020). Por exemplo: utilização de nomenclaturas corretas para se referir aos conceitos matemáticos; seleção e sequenciamento das resoluções dos estudantes para as discussões coletivas; adaptação do livro didático para as ações em sala de aula, tendo em conta os objetivos do professor; integração do livro didático com outras estratégias de ensino e materiais educacionais, com ou sem uso de tecnologias.

O uso de tecnologias digitais, investigações e exploração visual para ensinar geometria, podem ampliar as possibilidades de trabalho em sala de aula (Amaral-Schio, 2018) e de apoio ao trabalho com livros didáticos que precisam ser vistos apenas como um dos recursos ao planejamento docente (Rafael & Groenwald, 2019).

Portanto, discutir com FPM potencialidades para o uso do livro didático pode ser promissor para que reflitam a respeito do ensino de geometria em suas futuras práticas profissionais.

Referências e bibliografia

Amaral-Schio, R. B. (2018). Livro Didático de Ensino Médio, Geometria e a Presença das Tecnologias. *RENOTE*, *16*(2). https://doi.org/10.22456/1679-1916.89217

Brunheira, L., & Ponte, J. P. da. (2019). From the classification of quadrilaterals to the classification of prisms: An experiment with prospective teachers. *Journal of Mathematical Behavior*, *53*, 65–80. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.06.004

Creager, M. A. (2022). Geometric Refutations of Prospective Secondary Mathematics Teachers. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, *10*(1), 74–99. https://doi.org/10.46328/ijemst.1594

Fan, L., Cheng, J., Xie, S., Luo, J., Wang, Y., & Sun, Y. (2021). Are textbooks facilitators or barriers for teachers' teaching and instructional change? An investigation of secondary mathematics teachers in Shanghai, China. *ZDM - Mathematics Education*, *53*(6), 1313–1330. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01306-6

Ferner, D. da L., Soares, M. A. da S., & Mariani, R. D. C. P. (2020). Conceitos de geometria espacial de posição: tratamentos figurais mobilizados por futuros professores de matemática. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 237–261.

Gatti, B. A., Barreto, E. S. de S., André, M. E. D. A. de & Almeida, P. C. A. de. (2019*)*. *Professores do Brasil: novos cenários de formação*. Brasília, DF: Unesco.

Queiroz, J. C. S. de, & Borges, G. D. (2022). A geometria plana nos livros didáticos de matemática do Ensino Médio. *Conjecturas*, *22*(12), 886–902. https://doi.org/10.53660/conj-1632-2e53

Rafael, C. F. B. & Groenwald, C. L. O. (2019). Análise de atividades matemáticas na perspectiva da BNCC e níveis de demandas cognitivas. In *Anais XV Conferência Interamericana de Educação Matemática.* Colômbia.

Roldão, M. D. C. N. (2017). Formação de professores e desenvolvimento profissional. *Revista de Educação PUC-Campinas*, *22*(2), 191. https://doi.org/10.24220/2318-0870v22n2a3638

Santos, M. R., & Câmara dos Santos, M. (2015). O conceito de área de figuras geométricas planas no livro didático de matemática do 6º ano do ensino fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-Americana*, *6*(2), 1–22.

Turíbio, S. R. T., & Silva, A. C. (2017). A influência do livro didático na prática pedagógica do professor que ensina matemática. *Revista Prática Docente*, *2*(2), 158–178. https://doi.org/10.23926/rpd.2526-2149.2017.v2.n2.p158-178.id73

van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no ensino fundamental: formação de professores em sala de aula*. Porto Alegre, Brasil: Artmed.

Razonamiento proporcional: desafíos de su enseñanza en la formación inicial del profesorado

Pilar **Peña-Rincón**
Campus Villarrica, Pontificia Universidad Católica de Chile
Chile.
ppenar@uc.cl
Nielka **Rojas** González
Escuela de Educación, Universidad Católica del Norte
Chile
nrojas03@ucn.cl
Constanza **Ledermann** López
Laboratorio de Educación, Centro de Modelamiento Matemático, Universidad de Chile
Chile
constanza.ledermann@uchile.cl
Helena **Montenegro** Maggio
Laboratorio de Educación, Centro de Modelamiento Matemático, Universidad de Chile
Chile
helena.montenegro@uchile.cl

Resumen

Esta propuesta comparte los resultados preliminares de un dispositivo instruccional orientado a caracterizar las relaciones de proporcionalidad directa a partir de la comparación de la relación entre las variables implicadas en diversas situaciones problemáticas con dos variables. El estudio empleó un enfoque de investigación basado en diseño, cuyo propósito es fortalecer prácticas de enseñanza mediante el análisis de ciclos iterativos de diseño, desarrollo e implementación de un dispositivo educativo. El dispositivo instruccional es una secuencia didáctica sobre la unidad de proporcionalidad compuesta de tres clases, en las cuales se trabaja en base a un set de cartas diseñado especialmente, el cual fue testeado en una muestra conformada por 19 estudiantes en formación de primer año. Los resultados obtenidos permiten sostener que los estudiantes lograron un aprendizaje comprensivo del razonamiento proporcional, formulando problemas contextualizados a las problemáticas locales. Finalmente, se discuten las implicancias prácticas de los hallazgos obtenidos.

Palabras clave: Educación Matemática; Razonamiento proporcional; Formación docente; Perspectiva Sociocultural de las Matemáticas; Dispositivo Instruccional.

Abstract

This proposal shares the preliminary results of an instructional device that characterizes direct proportionality relationships by comparing the relationship between the variables involved in various problem situations with two variables. The study employed a design-based research approach, whose purpose is to strengthen teaching practices through the analysis of iterative cycles of design, development, and implementation of an instructional device. The instructional device is a didactic sequence on the unit of proportionality composed of three classes. In every class, student teachers work with a specially designed set of cards tested on 19 first-year undergraduate students. The results show that the student teachers comprehensively learned proportional reasoning and formulated problems contextualized to local problems. Finally, the practical implications of these findings are discussed.

Keywords: Mathematics education; Proportional reasoning; Teacher education; Socio-Cultural Perspective of Mathematics; Instructional device.

Introducción

El razonamiento proporcional forma parte de los contenidos fundamentales que se enseñan de manera transversal en las matemáticas en sus distintos niveles, y tiene que ver con comprender cómo una cantidad varía en función de otra. Entendemos que hay una relación proporcional cuando existe una relación entre dos cantidades que, si bien podría variar, siempre permanece en la misma relación o razón (Mineduc, 2014). Además, la comprensión de esta relación y su representación mediante gráficas y expresiones algebraicas contribuye al desarrollo de la habilidad de modelar, aportando al aprendizaje de la física y otras ciencias (Mochón, 2012), sustentando el estudio de las funciones.

En Chile, el currículum nacional comienza a abordar el desarrollo de este tema en sexto año básico cuando se espera que niñas y niños aprendan a demostrar que comprenden la relación entre los valores de una tabla; lo aplican en la resolución de problemas sencillos; identifican patrones entre los valores de la tabla; y formulan una regla con lenguaje matemático (Mineduc 2022a). En séptimo básico se estudian las proporciones directas e inversas a partir de información presentada en tablas y modelando la relación mediante gráficos. En octavo básico se avanza en comprender cómo se relacionan las variables en la función afín, que las modelen con gráficos y expresiones algebraicas, y que apliquen las propiedades de proporcionalidad para modelar distinto tipo de situaciones (Mineduc, 2022b).

Sin embargo, diversos estudios reportan que las ideas de proporcionalidad son mal comprendidas, principalmente debido a que en el aula escolar se enseña de manera mecánica, sin lograr comprender de manera significativa el razonamiento proporcional a la base. Esto genera diversos errores en el estudiantado, como por ejemplo utilizar un razonamiento aditivo erróneo y

no reconocer la relación entre las variables, entre otros (Mochón, 2012). Una posible explicación a estas dificultades, según lo reportado por diversos estudios, radica en la formación inicial docente pues tanto el profesorado en ejercicio como quienes se están formando poseen dificultades para enseñar conceptos relacionados con la proporcionalidad (Burgos et al., 2018). Por lo tanto, estaríamos en presencia de un obstáculo didáctico pues depende de los modos de enseñanza (Brousseau, 1983).

En efecto, una de las principales dificultades que se han identificado en estos estudios es que las y los docentes tienden a utilizar el algoritmo de la multiplicación cruzada (regla de tres) para resolver un problema, sin razonar si ese algoritmo es pertinente para la resolución de ese problema (Burgos et al., 2018). Otro error frecuente es no considerar algunos supuestos para poder determinar la relación proporcional de las variables, influyendo en el resultado obtenido. En otras palabras, las y los docentes tienden a focalizar la enseñanza desde un enfoque operacional relacionado con la aplicación de reglas y algoritmos, sin colocar una mayor atención al desarrollo de una comprensión más conceptual con foco en las relaciones entre las variables y el razonamiento proporcional (Lamon, 2007).

Para poder fortalecer el razonamiento proporcional en la formación inicial del profesorado, se considera crucial potenciar experiencias de aprendizaje significativo que busquen tensionar estos aspectos desde una perspectiva sociocultural de las matemáticas, permitiendo avanzar hacia una comprensión más conceptual de este razonamiento. Una forma de poder avanzar en el desarrollo de experiencias de aprendizaje significativo es el diseño de dispositivos instruccionales orientados a levantar evidencias sobre su funcionamiento (Reimann, 2011). De esta forma es posible identificar aquellos aspectos necesarios de reforzar que puedan desarrollar un mayor conocimiento didáctico del contenido.

En virtud de ello, en este estudio se comparten los resultados preliminares en el diseño de un dispositivo instruccional orientado a que las y los docentes en formación sean capaces de caracterizar las relaciones de proporcionalidad directa a partir de la comparación de la relación entre las variables implicadas en diversas situaciones problemáticas con dos variables. Para ello, se empleó un enfoque de investigación basado en diseño (Design Based Research, DBR), el cual tiene como propósito fortalecer prácticas de enseñanza por medio del análisis de ciclos iterativos de diseño, desarrollo e implementación de un dispositivo educativo (Reimann, 2011). Se espera que los resultados de este estudio contribuyan con aportar con un modelo de enseñanza innovador de este contenido, el cual puede ser replicado en otros contextos educativos.

Metodología

Este estudio emplea un enfoque de investigación basado en diseño (*Design Based Research*, DBR) para testear el diseño de dispositivos instruccionales orientado a la enseñanza de un contenido en particular (Reimann, 2011). Esta metodología se caracteriza por ser un enfoque de investigación que se desarrolla en contextos naturales y que tiene como finalidad el desarrollo de teorías asociadas a experiencias de aprendizaje. Reimann (2011) plantea que este tipo de investigación se caracteriza por ser pragmático, de naturaleza interactiva e iterativa, y por tener un fuerte componente contextual. La aplicación de este enfoque contempla tres fases: la primera consiste en preparar la planificación del diseño del dispositivo; en una segunda fase se testea el

modelo y/o diseño a experimentar, recolectando evidencias de la implementación; y, finalmente, en la tercera fase se realiza un análisis en retrospectiva aplicando marcos interpretativos de los principales resultados obtenidos (Reimann, 2011).

El dispositivo instruccional que se implementó correspondió a una secuencia didáctica sobre la unidad de proporcionalidad compuesta de tres clases orientadas principalmente a caracterizar el tipo de relaciones que se da entre dos variables implicadas en una situación, estableciendo si algunas situaciones requieren de supuestos para que se cumpla la relación entre las variables y modelizando las situaciones de proporcionalidad directa mediante su representación gráfica y algebraica. Además, se realizó una clase orientada a evaluar los aprendizajes alcanzados mediante la elaboración de cuatro ejemplos de situaciones problemáticas que contemplaran al menos un ejemplo de proporcionalidad directa.

Este dispositivo contempla un set de 116 tarjetas plastificadas de 9 x 12 centímetros diferenciadas por cuatro colores: amarillo, gris, verde y rojo. El set fue elaborado en base a 29 grupos de 4 tarjetas asociadas a una misma situación problemática, en la cual las tarjetas amarillas aparecen descrita una situación, en las grises aparecen las variables implicadas, en las verdes están las tablas de valores, y en las rojas están las gráficas. Algunas tarjetas grises, verdes y rojas están en blanco para que las y los estudiantes las pudiesen completar. En la figura 1 se comparte el material diseñado para esta actividad instruccional.

La implementación de esta actividad se realiza en grupos conformado por cuatro personas a lo largo de tres clases. En la *primera clase* se les pide a los grupos que emparejen las situaciones descritas en las tarjetas amarillas con las variables definidas en las tarjetas grises, y que en caso de que la situación no tenga una tarjeta con las variables definidas, identificaran las variables escribiéndolas en una tarjeta gris. Luego se pide que analicen las duplas de tarjetas amarillas-grises, agrupándolas según el tipo de variación que logran identificar.

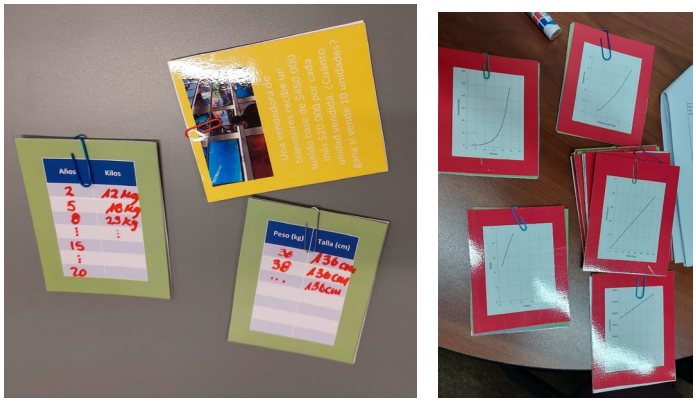


Figura 1. Set de naipes para trabajar proporcionalidad

En la *segunda clase* se trabaja sólo con las tarjetas identificadas como variaciones aumenta/aumenta, aumenta/constante y sin relación, y se les pide a los grupos que junten los pares de tarjetas amarilla/gris con las correspondientes tablas descritas en las tarjetas verdes, escribiendo los valores en caso de que la tabla no los tuviera. Posteriormente, se les pide a las y los docentes en formación que agruparan los tríos de tarjeta con las gráficas correspondientes

impresa en las tarjetas rojas (dibujando también las gráficas en caso de que faltaran), y que luego analizaran los cuartetos de tarjetas (amarillas-grises-verdes-rojas) para agrupar aquellas que tuvieran gráficos similares. En esta clase se discute que en algunos casos no es posible completar las tablas porque no hay regularidad, y que en otros casos la tabla sólo se puede completar bajo ciertos supuestos. También se caracterizan los tipos de gráficos que emergen y se establece qué se entiende por proporcionalidad directa, registrándose las principales conclusiones en una diapositiva de la clase tal como puede observarse en la figura 2.

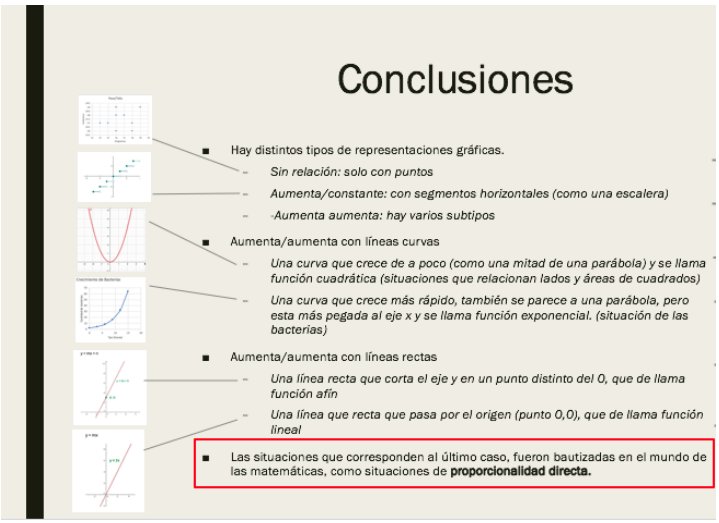


Figura 2. Imagen de una conclusión sobre tipos de gráficas establecida en la segunda clase

En la t*ercera clase* se pide a los grupos de docentes en formación que identifiquen cuáles de estas situaciones son de proporcionalidad directa considerando que se representan con la gráfica de la función lineal representada por y=mx o f(x)=mx. Además, se pide que analicen las situaciones con sus tablas y sus representaciones gráficas para descubrir cómo se puede obtener el valor de "m" en cada caso. La finalidad de esta actividad es poder concluir que el valor de m en y=mx equivale a la constante de proporcionalidad que usualmente se calcula con y/x. Por último, en una *cuarta clase* se realiza una evaluación de los aprendizajes por medio de la recolección de producciones de los y las docentes en formación. Para ello se pidió que nuevamente en grupos conformados por 4 personas elaboren un set de tarjetas con 4 situaciones (16 tarjetas) considerando el tipo de situaciones que les parecieron esenciales para su proceso de aprendizaje. Cada integrante tenía que elaborar 4 tarjetas que incluía una situación con sus respectivas variables, tabla y gráfica.

La muestra en la cual se testeó el dispositivo fue por conveniencia (McMillan & Schumacher, 2005), y está conformada por las y los estudiantes en formación que cursan primer año en un programa de formación en Pedagogía en Educación Básica. Participaron de esta implementación 19 docentes en formación de primer año que se encontraban cursando la asignatura de Números. Los datos recolectados para este estudio fueron las respuestas de las y los docentes en formación desarrollada en la actividad de evaluación, y se analizaron cualitativamente (Miles et al., 2014), considerando las siguientes categorías de análisis predefinidas: tipo de tema que se propone en la situación problema; tipo de relación proporcional

y función propuesta; y forma de contextualizar y señalar los supuestos a la base del problema desarrollado.

Resultados

El análisis de los distintos sets de tarjetas elaborados por las y los docentes en formación entregan resultados interesantes de consignar. En primer lugar, si bien la totalidad de los participantes (n=19) entregó una situación problemática en base a las 4 tarjetas solicitadas, 17 (89.14%) lograron responder óptimamente a la tarea encomendada y 2 (10.86%) crearon situaciones con errores de sentido. Por errores de sentido nos referimos a que, si bien la relación entre las variables implicadas corresponde al tipo de relación matemática que se quería representar, hay aspectos que carecen de sentido entre la situación problemática y la realidad. Por ejemplo, una persona propuso la siguiente situación: "En una tienda de pastelería, 10 porciones de pastel tienen un costo de $20 pesos. ¿Cuánto costará 20 porciones de pasteles? Y si quiero 40 porciones, ¿cuánto gastaré?". Tal como se aprecia en este ejemplo, la relación es de proporcionalidad directa, pero no se considera que en nuestro país un pastel no se alcanza a producir con $20 pesos (el kilo de harina cuesta $1200 pesos); por lo tanto los valores que se proponen no tienen sentido.

Por otra parte, un alto porcentaje de los participantes (63.16%; n=12) formuló situaciones problemáticas de proporcionalidad directa asociados a una función lineal (por ejemplo "Sofía camina 2 kilómetros en 20 minutos, con una velocidad constante. ¿Cuánto se demorará con la misma velocidad recorrer 7 kilómetros? ¿Cuántos kilómetros podrá recorrer en 50 minutos?"). El resto de los participantes propuso situaciones problemáticas no proporcionales asociadas a funciones afín (3 casos); funciones exponenciales (2 casos); y funciones cuadráticas escalares (un caso).

Otro aspecto interesante de reportar es el análisis cualitativo realizado a cada una de las situaciones problemáticas propuestas por la y los estudiantes en formación. 29 % de los participantes (n=6) contextualizó una situación problemática local, otorgando mayor sentido y cercanía a la situación que planteaban ("Marcelo es guía de alta montaña y trabaja en una agencia de turismo. Tiene un sueldo base de $400.000 más $20.000 por cada subida al volcán Rukapillán. ¿Cuánto gana si sube al volcán 20 veces en el mes?). De manera similar, 2 participantes (12%) refiere a una situación problemática contextualizada de manera global, dando también pertinencia al problema relatado ("Una profesora tiene un sueldo de $700.000 y obtiene $10.000 por cada reforzamiento que realice. Si este mes hace 5 reforzamientos, ¿Cuánto dinero va a obtener? ¿Y si hace 8?").

Sin embargo, 5 participantes (35%) proponen situaciones problemáticas de baja complejidad y 4 propuestas no informan o señalan los supuestos a la base. Por ejemplo, un estudiante propone el siguiente problema "50 hormigas recolectan 200 hojas en un día. 100 hormigas recolectan 400 hojas en un día. ¿Cuántas hojas recolectan 150 hormigas en un día?" En la formulación de este problema se parte del supuesto de que todas las hormigas tienen el mismo rendimiento, pero no se dice ni se explicita.

Discusión

Este estudio reporta resultados preliminares sobre las respuestas de docentes en formación frente a una secuencia didáctica orientada a caracterizar las relaciones de proporcionalidad directa a partir de la comparación de la relación entre las variables implicadas en diversas situaciones problemáticas con dos variables. En términos generales, los resultados obtenidos de los análisis de la definición de las variables, el análisis de las relaciones, la caracterización de tipos y subtipos de relación en base a análisis comparativo, y la consideración de los supuestos permiten sostener que la y los docentes en formación lograron un aprendizaje comprensivo del razonamiento proporcional con foco en las relaciones entre las variables.

Otro aspecto interesante de consignar es que, a pesar de que no hubo aplicación de reglas ni de algoritmos, la y los docentes en formación pudieron comprender conceptualmente la proporcionalidad directa, al entregar ejemplos acertados sobre esta (Lamon, 2007). Además, varios participantes contextualizaron algunas situaciones problemáticas considerando el entorno local, lo cual es muy significativo porque da cuenta de un aprendizaje con sentido.

Los resultados de este estudio preliminar nos invitan a reflexionar sobre aspectos claves de contemplar en la enseñanza de este contenido. Por ejemplo, se considera fundamental continuar con el desarrollo de dispositivos instruccionales que permitan una enseñanza conceptual y comprensiva de la proporcionalidad, explicitando los supuestos a la base en la formulación del problema en sintonía con las formas de razonamiento proporcional. Además, el uso de dispositivos de esta naturaleza en los y las estudiantes en formación puede contribuir con una mejor apropiación de ideas matemáticas en ellos, posibilitando que puedan ser enseñadas con mayor pertinencia en el futuro cuando se inserten en el sistema escolar.

Agradecimientos

Este estudio es posible gracias al proyecto Fondecyt Regular 1212067, y apoyada por el Centro de Modelamiento Matemático FB210005, financiados por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile (ANID). También forma parte de la Cátedra Unesco *Formar docentes de matemáticas para el siglo XXI.*

Referencias y bibliografía

Barab, S. (2006). Design-based research: A methodological toolkit for engineering change. In K. Sawyer (Ed.), *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences* (pp. 151–170). Cambridge University Press.

Burgos, M., Beltrán-Pellicer, P., Giacomone, B., & Godino, J. (2018). Conocimientos y competencia de futuros profesores de matemáticas en tareas de proporcionalidad. *Educação e Pesquisa*, *44*(e182013). https://doi.org/10.1590/s1678-4634201844182013

Brosseau, G. (1983). Lês obstacles épistémologiques et lês problèmes em mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 4*(2), 165-198.

Lamon, S. (2016). Rational number and proportional reasoning. Toward a theoretical framework for research. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning. Volume 1* (pp. 629–667). Information AGE.

McMillan, J., & Schumacher, S. (2005). *Investigación educativa* (5th Ed.). Pearson Educación S.A.

Miles, M., Huberman, M., & Saldaña, J. (2014). *Qualitative Data Analysis. A Methods Sourcebook.* SAGE.

Mineduc. (2014). *Guía didáctica del profesor de matemática. Conociendo los números PARTE 2, 1º a 6º Básico.* MINEDUC. https://rural.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/22/2018/01/2014ConociendolosnumerosparteIIGuiadocente.pdf

Mineduc. (2022a) *Progresión de objetivos de aprendizaje para Matemática de 1º a 6º básico.* MINEDUC. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-71256_archivo_01.pdf

Mineduc. (2022b) *Progresión de objetivos de aprendizaje para Matemática de 7º básico a 2º medio.* MINEDUC. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-71257_archivo_01.pdf

Mochón, S. (2012). Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el manejo de la regla de tres. *Educación Matemática*, *24*(1), 133–157.

Reimann, P. (2011). Design-Based Research. In L. Markauskaite, L. Freebody, & P. Irwin (Eds.), *Methodological Choice and Design. Scholarship, Policy and Practice in Social and Educational Research* (pp. 37–50). Springer. https://doi.org/10.1007/978-90-481-8933-5

Recursos abiertos de Probabilidad para la formación de profesores

Federico De Olivera
Consejo de Formación en Educación
Uruguay
fededeo@gmail.com
Luciana **Olesker**
Consejo de Formación en Educación
Uruguay
lucianao05@gmail.com
Daniela **Pagés**
Universidad de la República
Uruguay
danielapages@gmail.com

Resumen

En esta comunicación se presenta un avance de una investigación en el ámbito de la formación inicial de profesores de matemática de Uruguay, en el área de la enseñanza de la asignatura Probabilidad y Estadística. El estudio tiene como objetivo implementar recursos educativos abiertos diseñados en un proyecto anterior, a través de un experimento de diseño. Se espera que esta implementación informe el diseño de los recursos, y su eventual rediseño. La comunicación se centrará en una ejemplificación de los recursos a implementar y de las principales características de las primeras dos fases del experimento de diseño.

Palabras clave: Probabilidad y Estadística; Formación de profesores de matemática; Aleatoriedad; Recursos educativos abiertos; Experimentos de diseño.

Introducción

Presentamos un avance de una investigación en curso sobre la enseñanza de la Probabilidad y la Estadística en la formación inicial de profesores de matemática de Uruguay. Este estudio da continuidad a uno anterior desarrollado por el mismo grupo de investigadores.

La formación de profesores de matemática en Uruguay es una carrera terciaria no universitaria, de carácter concurrente, con una duración de cuatro años (en el plan actual, 2008). Los profesores de matemática formados en esta carrera se desempeñan en enseñanza media básica, superior y terciaria. La formación se funda en tres pilares: la formación específica en matemática, la formación en Ciencias de la Educación, y la formación en Didáctica-Práctica Docente. La asignatura Probabilidad y Estadística forma parte del tercer año de cursada de la carrera, y es un curso anual, cuyo programa prevé 6 horas semanales de clase. Durante los dos primeros años de la carrera los estudiantes han abordado el estudio de distintas estructuras algebraicas (grupos, anillos, álgebras, cuerpos, espacios vectoriales). En el tercer año, junto con el curso de Probabilidad y Estadística, se encuentra un curso de Topología, en el que se abordan los espacios topológicos generales. La primera unidad del programa de Probabilidad y Estadística se propone trabajar con la teoría axiomática de la probabilidad, y la segunda unidad está destinada al estudio de las variables aleatorias. Luego el curso continúa con esperanzas, vectores aleatorios, convergencias y por último inferencia estadística.

Los futuros profesores traen consigo, inevitablemente, ciertas concepciones y creencias sobre la probabilidad y el azar que muchas veces son erróneas. Sin duda esto repercute en su desarrollo como estudiantes y en su labor futura en el aula. Consideramos fundamental analizar estas concepciones, para informar el diseño de actividades de enseñanza en la formación de profesores de matemática.

Nuestro grupo realizó un estudio curricular y didáctico, que consistió en el análisis de currículos de la formación docente de varios países, y una revisión posterior de la literatura sobre la formación de profesores en Probabilidad y Estadística (De Olivera et al., 2020). De esta investigación surgió el diseño de recursos educativos abiertos (REAs) sobre la primera unidad del curso de Probabilidad y Estadística de la formación de profesores de matemática: espacios de probabilidad.

La investigación que estamos llevando adelante se propone implementar y analizar los REAs elaborados en el estudio anterior, utilizando la metodología de Investigación en Diseño. Para ello revisamos los REAs ya elaborados, haciendo los ajustes necesarios para su implementación. Al mismo tiempo, como parte de la metodología elegida, diseñamos la implementación en clase de estos REAs, como se indica en el apartado de metodología. El estudio se encuentra en la etapa de implementación de los ciclos de investigación y diseño (Cobb y Gravemeijer, 2008), y continuará con el análisis retrospectivo de los datos obtenidos.

En esta comunicación presentamos algunos de los REAs a modo de ejemplo, y las principales componentes de las dos primeras fases de acuerdo con la metodología.

Antecedentes

La investigación sobre el pensamiento probabilístico, en el área de la Educación Matemática, es bastante reciente. Los trabajos de autores como Jones (2005); Burrill y Elliot (2006); Borovcnik y Kapadia (2009); Biehler y Pratt (2012) entre otros dan muestra de esto.

Batanero (2001) presenta un desarrollo histórico del concepto de aleatoriedad, a través del que describe los distintos enfoques que se presentan. La primera es la concepción clásica, que plantea la equiprobabilidad de los distintos resultados de un fenómeno. Luego surge la concepción frecuencial, por la que un objeto se considera miembro aleatorio de una clase si puede elegirse por un método que asigne a cada miembro una frecuencia relativa a priori, luego de un gran número de casos. Estas concepciones son criticadas por Kyburg (1974), quien define la aleatoriedad en base a cuatro elementos: el objeto que se supone es miembro aleatorio de una clase; el conjunto del cual el objeto es un miembro aleatorio (población o colectivo); la propiedad con respecto a la cual el objeto es un miembro aleatorio de la clase dada; el conocimiento de la persona que decide si el objeto es aleatorio, o que asigna una probabilidad. Aparece así una concepción subjetiva de la probabilidad.

Olesker (2013) realizó un estudio sobre los significados otorgados a la aleatoriedad y a la probabilidad en la educación media de Uruguay. La autora señala que:

Al determinar el significado institucional dado a la aleatoriedad y la probabilidad en la enseñanza media uruguaya ha quedado establecida una preponderancia marcada del enfoque clásico. Los tipos de problemas en donde se utiliza la regla de Laplace son los que tienen mayor frecuencia de aparición en los libros analizados. Nuestra investigación mostró una tendencia excesivamente clásica de la probabilidad en la enseñanza uruguaya, con un gran énfasis en lo operatorio sobre lo experimental. En ambos ciclos de enseñanza: Básico y Bachillerato existe una preponderancia de problemas con un enfoque clásico, en los que se aplica la regla de Laplace y las propiedades de la probabilidad (p. 384).

Como ya hemos establecido, los futuros profesores no escapan a concepciones y creencias erróneas acerca de la probabilidad y el azar. De Olivera et al. (2018) encontraron que estudiantes avanzados de formación de profesores de matemática, aún preservaban ideas erróneas del azar y sus características. Si bien reconocieron como aleatoria la experiencia de tirar una moneda al aire, al preguntarles qué sucedía si doblamos la moneda en un borde, la mitad de los estudiantes consideraron que ya no era aleatorio. Parecería que asociaban la aleatoriedad con la equiprobabilidad. En dicha investigación también surge que en muchas ocasiones se asocia lo aleatorio con lo futuro. No reconocen un fenómeno aleatorio en términos de la información que se posea, es decir, un experimento pasado en general no es considerado aleatorio y esto va en directa relación con la falta del concepto subjetivo de aleatoriedad. A partir de esta investigación, realizada con estudiantes avanzados de la formación docente en Uruguay, se ven indicios de lo que se ha llamado "creencia en la ley de los pequeños números", cuando se aplica a repeticiones de experimentos, esperando que los próximos experimentos sean forzados a modificar su resultado para que se mantenga la frecuencia deseada (De Olivera et al., 2018). La creencia en la ley de los números pequeños fue descrita inicialmente por Kahneman et al. (1982). Esta creencia describe la fuerte tendencia de la gente a creer que la información obtenida en una pequeña muestra será representativa de la población total.

Por otro lado, no es suficiente que los profesores de matemáticas de secundaria tengan una comprensión de las matemáticas avanzadas; también deben ser capaces de conectar sus cursos avanzados con el contenido que ellos enseñarán (Ticknor, 2012, p. 307). Wasserman (2018)

sostiene que la enseñanza de la matemática avanzada debe estar vinculada con las necesidades profesionales de los futuros profesores.

A partir de estos antecedentes el equipo de investigación diseñó REAs para ser utilizados, a modo de una secuencia de enseñanza, en el desarrollo de la primera unidad del programa de la asignatura Probabilidad y Estadística de la formación de profesores. En el proyecto que presentamos se reporta la implementación de estos recursos en la clase. A continuación, presentamos los principales elementos metodológicos de la investigación.

Metodología

Para cumplir con los objetivos propuestos para esta investigación, hemos seleccionado como metodología la Investigación basada en Diseño, y dentro de ella, los experimentos de enseñanza (Cobb y Gravemeijer, 2008).

La Investigación basada en Diseño constituye un paradigma de investigación fundamentalmente cualitativa. De acuerdo con Molina et al. (2011):

> Su objetivo es analizar el aprendizaje en contexto mediante el diseño y estudio sistemático de formas particulares de aprendizaje, estrategias y herramientas de enseñanza, de una forma sensible a la naturaleza sistémica del aprendizaje, la enseñanza y la evaluación (p. 76).

Las características principales de la Investigación basada en diseño son: su propósito de generar teorías situadas sobre el aprendizaje, su naturaleza intervencionista, la conjunción de confrontar conjeturas con lo que ocurre realmente en el aula sumada a la reflexión continua sobre la implementación, la naturaleza cíclica, dada por la continua evaluación y eventual rediseño entre una clase y la siguiente (Bakker y van Eerde, 2015). A su vez, Molina et al. (2011) señalan que "... un experimento de enseñanza consiste en una secuencia de episodios de enseñanza en los que los investigadores son normalmente un investigador-docente, uno o más alumnos y uno o más investigadores-observadores" (p. 79). Este tipo de estudios rompe la diferenciación entre docente e investigador, ya que estos necesitan experimentar de primera mano el aprendizaje de los estudiantes y las dificultades presentadas.

Nuestra investigación consiste en la implementación de recursos abiertos ya elaborados y fundamentados, que constituyen tareas a ser aplicadas en la clase. Estos recursos se diseñaron específicamente para ser implementados por formadores de profesores en los cursos de Probabilidad y Estadística, durante la primera unidad del curso.

Los experimentos de diseño incluyen tres fases: la preparación del experimento, la experimentación en la clase y la realización de análisis retrospectivos.

La primera fase incluye el análisis de las problemáticas vinculadas con el tema a enseñar, la determinación y clarificación de los objetivos de las clases a implementar, la selección o diseño de las actividades para la clase, el discurso del docente, y todo lo vinculado con la posterior implementación del experimento. Esto implica una revisión de la literatura, análisis de estudios sicológicos y curriculares, evaluaciones propias del equipo. En particular, se deben establecer puntos finales de aprendizaje que se quieren alcanzar, así como conjeturar un posible

proceso de aprendizaje y las formas de sostenerlo (Cobb y Gravemeijer, 2008). El experimento debería incluir también la explicitación de una intención teórica del experimento. En el caso de nuestro estudio, algunos de estos elementos fueron considerados y analizados profundamente durante la investigación anterior, que culminó con el diseño de los REAs. A continuación presentamos una descripción de la fase 1 en relación con los recursos a implementar, que fueron elaborados en el estudio anterior.

Fase 1: preparación del experimento

Durante esta fase, y a partir del estudio realizado anteriormente, establecimos los objetivos de aprendizaje de la secuencia conformada con los REAs. Presentamos una breve descripción de cada recurso, y los objetivos con que fueron elaborados. Los recursos pueden visualizarse en https://sites.google.com/view/grupopye/reas?authuser=0.

Recurso sobre espacio muestral

El objetivo de este recurso es "retomar las ideas que traen los estudiantes, trabajar y reflexionar sobre ellas, para así construir conceptos más certeros y profundos sobre estos conocimientos iniciales" (De Olivera et al., 2020, p. 41). De forma particular se espera que a través de este recurso se identifiquen los resultados posibles de diferentes tipos de experimentos, así como las formas de registrarlos. También se espera discutir sobre objetos distinguibles e indistinguibles.

La segunda actividad se propone en el contexto del clima, donde el espacio muestral es un intervalo. Además, tiene el objetivo de discutir la unicidad del espacio muestral. Esta idea se aborda también en las actividades 3 y 4.

Recurso sobre simulación de experimentos

Este REA tiene como objetivo introducir los primeros elementos de la simulación Monte Carlo. En particular, que los futuros profesores desarrollen habilidades para simular problemas. Se procura discutir qué aspectos de la realidad es preciso fijar para la simulación, y especificar hipótesis matemáticas sobre el fenómeno estudiado.

La primera actividad de este recurso aborda la simulación de una moneda honesta. Se pide a los estudiantes que elaboren mecanismos de simulación y se propone su comparación. Se aprovechan estas actividades para introducir el uso de software. Luego se propone la simulación de una moneda cargada, y de un dado no cargado. En la siguiente actividad se presenta un mecanismo y se pide valorar si corresponde a una simulación.

La segunda actividad plantea la simulación de experimentos compuestos. Las siguientes actividades de este recurso introducen las probabilidades binomiales y una primera aproximación al teorema central del límite, a través de la máquina de Galton. Finalmente se presentan dos problemas relativos a la toma de decisiones involucrada en la simulación.

Recurso sobre definiciones de probabilidad

Este REA aborda las distintas interpretaciones de la probabilidad: clásica, frecuencial, subjetiva, y finalmente la definición axiomática. Varios autores (Batanero et al., 2012; Batanero, 2001; Olesker, 2013) sugieren trabajar las distintas definiciones en forma de espiral, por ejemplo, resolver un mismo problema usando las diferentes interpretaciones. El recurso consta de dos problemas iniciales: el de los cumpleaños y el de los nacimientos. Se propone resolverlos, en primer lugar, usando simulaciones. Se pretende comparar el resultado de la simulación con las respuestas intuitivas iniciales de los estudiantes. A continuación se aborda la resolución matemática de estos problemas.

Se propone luego una actividad relacionada con la práctica docente de los futuros profesores. Se pide el diseño de una secuencia didáctica para trabajar el problema de los cumpleaños en educación media y en bachillerato.

Finalmente se aborda el carácter subjetivo del azar, poniendo en tela de juicio la equiprobabilidad. A partir de esto se abordan explícitamente las distintas definiciones de probabilidad.

Recurso sobre dominio de la probabilidad

Este recurso se presenta en el contexto de la gestión de la información. Se enfoca en el dominio de la probabilidad y la sigma álgebra. Numerosas investigaciones concluyen en la necesidad de atender el desarrollo de estos conceptos matemáticos (Batanero et al., 2012; Parraguez et al., 2017; Fernandes et al., 2016). El REA se inicia con una encuesta (cuestionario SCORM), que pretende que los estudiantes evoquen los conceptos que tienen sobre los subconjuntos a los que se les puede calcular la probabilidad. Luego se presenta la actividad del recurso, que consta de tres partes. La primera se vincula con los resultados posibles de un experimento. Se espera que se genere un conflicto sobre cuál sería el espacio muestral, y aborda la posibilidad de calcular la probabilidad de algunos sucesos elementales. Se pretende concluir que existen algunos a los que no se les puede calcular la probabilidad en el contexto de la actividad, pero sí a otros conjuntos que resultan de uniones. Esto llevará a reflexionar acerca de las propiedades de la probabilidad. Las siguientes dos partes del recurso dan más información para el problema inicial, de forma de poder hallar la probabilidad de todos los sucesos elementales.

Recurso sobre pruebas compuestas

La investigación reporta dificultades al trabajar con experimentos compuestos y calcular probabilidades en ese contexto (Contreras et al., 2010; Fernandes et al., 2016). Por ejemplo, asociar equiprobabilidad e independencia cuando no las hay. Este recurso aborda estas dificultades, y también introduce el espacio de probabilidad condicional. Luego de la primera actividad se abordan los conceptos de experimento simple y compuesto. La segunda actividad refiere al uso de notaciones y el establecimiento de algunas convenciones. Finalmente se presentan algunos aspectos teóricos, como el teorema de la probabilidad compuesta, que se

utiliza en la siguiente actividad del recurso. Se define el espacio de probabilidad condicional y el recurso culmina con una actividad relativa a dicho espacio.

Recurso sobre probabilidad condicional e independencia

Este REA comienza con una serie de ejemplos para luego discutir los conceptos teóricos. También se busca realizar consideraciones didácticas vinculadas con su futuro desarrollo profesional, vinculadas a ideas erróneas usuales. Se define independencia a partir de actividades sobre probabilidad condicional. Luego se aborda la probabilidad total de un suceso y el teorema de Bayes (a través de la visualización de un video).

Los seis recursos elaborados sobre espacios de probabilidad suponen una trayectoria hipotética de aprendizaje, elaborada colectivamente por el equipo, dos de cuyos integrantes tienen amplia experiencia en el curso de Probabilidad y Estadística para la formación de profesores. Esta trayectoria hipotética será puesta a prueba durante el experimento, y sujeta a posibles ajustes durante su realización, y posiblemente también con posterioridad a su implementación. Para esto, el equipo ha resuelto combinar las clases en las que se pongan en práctica estos recursos, con reuniones de evaluación y corrección posteriores a cada clase.

Fase 2: implementación de los recursos en la clase

La fase de experimentación será realizada durante el primer mes del año lectivo 2023. Esta etapa consiste en un proceso cíclico de diseño, rediseño y testeo de las actividades a utilizar en la clase, así como otros aspectos de la implementación, a la vez que se desarrolla la puesta en práctica de esas actividades. Un aspecto fundamental es la discusión sobre la gestión docente en las clases, lo que incluye las formas de presentar e implementar las tareas, las preguntas e intervenciones docentes, así como las normas sociales y sociomatemáticas a establecer durante la enseñanza (Yackel y Cobb, 1996).

Durante la experimentación en clase, el equipo de investigadores debe analizar el proceso real de participación y aprendizaje de los estudiantes, en comparación con la trayectoria hipotética de aprendizaje elaborada en la primera fase. Esto implica también la toma de decisiones entre clase y clase, acerca de las conjeturas elaboradas previamente.

A modo de cierre

Consideramos que este trabajo puede aportar a la formación de profesores en Probabilidad y Estadística, ya que la implementación en clase de los recursos elaborados nos permitirá evaluarlos y mejorarlos, a partir de la participación real de los estudiantes. Los hallazgos y conclusiones que surjan de la experimentación serán presentados en la comunicación.

Referencias y bibliografía

Bakker, A. y van Eerde, D. (2015). An Introduction to Design-Based Research with an Example from Statistics Education. En A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping, N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education. Examples of Methodology and Methods* (pp. 429-466). Springer.

Batanero, C. (2001). *Aleatoriedad, Modelización, Simulación*. X Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas, Zaragoza. Recuperado de: https://ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Jaem2001.pdf

Batanero, C., Gómez, E., Serrano, L. y Contreras, J. (2012). Comprensión de la Aleatoriedad por Futuros Profesores de Educación Primaria. *Journal of Research in Mathematics Education*, *1*(3), 222—245. http://dx.doi.org/10.4471/redimat.2012.13

Biehler, R., & Pratt, D. (Eds.) (2012). Probability in reasoning about data and risk [special issue]. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*, 44(7), 819–952.

Borovcnik, M. y Kapadia, R. (Eds.) (2009). Research and developments in probability education [special issue]. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 4*(3). https://doi.org/10.29333/iejme/233

Burrill, G. F. y Elliott, P. C. (Eds.) (2006). *Thinking and reasoning with data and chance: sixtyeighth yearbook*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Cobb, P. y Gravemeijer, K. (2008). Experimenting to support and understand learning processes. En A. E. Kelly, R.A. Lesh y J. Y. Baek (eds.). *Handbook of design research methods in education. Innovations in Science, Technology, Engineering and Mathematics Learning and* Teaching. (pp. 68-95). Lawrence Erlbaum Associates.

Contreras, J.M., Díaz, C., Batanero, C. y Ortiz, J. J. (2010). Razonamiento probabilístico de profesores y su evolución en un taller formativo. *Educação Matemática e Pesquisa, 12*(2), 181—198.

De Olivera, F., Olesker, L. y Pagés, D. (2018). Concepciones de los futuros docentes sobre la aleatoriedad. Un estudio en el profesorado de matemática. *Reloj de agua, 16*, 5-14.

De Olivera, F., Olesker, L. y Pagés, D. (2020). *Diseño de recursos educativos abiertos para la enseñanza de la Probabilidad y la Estadística en la formación de profesores de matemática*. Consejo de Formación en Educación. Montevideo: Mastergraf SRL.

Fernandes, J. A., Gea, M. M. y Batanero, C. (2016). Conocimiento de futuros profesores de Educación Primaria sobre probabilidad en experiencias compuestas. En C. Fernández, J. L. González, F.J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 178—187). SEIEM.

Jones, G. A. (Ed.) (2005). *Exploring probability in school: challenges for teaching and learning*. Springer.

Kahneman, D.; Slovic, P. y Tversky, A. (1982). *Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biases*. Cambridge University Press.

Kyburg, H. (1974). *The logical foundation of Statistical Inference.* Springer.

Molina, M., Castro, E., Molina, J.L. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias*, *29* (1), 75-88. Recuperado de https://ensciencias.uab.es/issue/view/v29-n1

Olesker, L. (2013). *Significados dados a la aleatoriedad y a la probabilidad en el contexto de la enseñanza media* (tesis de maestría no publicada). Universidad Nacional del Comahue.

Parraguez, R., Gea, M.M., Batanero, C. y Díaz-Levicoy, D. (2017). ¿Conectan los futuros profesores las aproximaciones frecuencial y clásica de la probabilidad? *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet, 1*(2), 1—16. https://doi.org/10.18845/rdmei.v17i2.3077

Ticknor, C. (2012). Situated learning in an abstract algebra classroom. *Educational Studies in Mathematics*, *81*. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9405-y

Wasserman, N. (2018). Knowledge of nonlocal mathematics for teaching. *Journal of Mathematical Behavior*, *49,* 116-128. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.11.003

Yackel, E. y Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*, 458-477.

Recursos para la enseñanza de la Matemática y las Ciencias utilizados por los profesores en la escuela secundaria en la modalidad on-line.

Viviana Carolina **Llanos**
NIECYT, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
CONICET, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas
Argentina
vcllanos@niecyt.exa.unicen.edu.ar
María Rita **Otero**
NIECYT, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
CONICET, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas
Argentina
rotero@niecyt.exa.unicen.edu.ar
Maria Paz **Gazzola**
NIECYT, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
CONICET, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas
Argentina
mpgazzola@niecyt.exa.unicen.edu.ar
Paola **Otero**
NIECYT, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
Argentina
paolaoterou@gmail.com
Estefania **Laplace**
Facultad de Ingeniería Olavarría, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires
Argentina
elaplace@fio.unicen.edu.ar

Resumen

Este trabajo busca conocer qué recursos para la enseñanza on-line utilizaron los profesores de Matemática, Física, Química y Biología durante la pandemia. Se intenta identificar los principales problemas vinculados con las adaptaciones que los profesores realizaron de los recursos que tenían disponibles y cómo fueron o no

adaptados o creados. Se indaga sobre cómo ocurrió el feed-back con los estudiantes, si existieron o no clases on-line, como fueron enviadas las tareas y cómo fueron o no corregidas y evaluadas. Se adopta la noción de recurso propuesta por Adler (2012) y se genera un instrumento tipo encuesta para recabar la información. La encuesta contiene en total 21 ítems, 20 de respuesta cerrada, 2 con escala tipo Likert y una pregunta de respuesta abierta. La encuesta se constituye como un insumo para analizar la apropiación y uso de los recursos de los profesores de la escuela secundaria en la modalidad on-line.

Palabras clave: Educación Matemática; Enseñanza on-line; Recursos; COVID 19 pandemia.

Introducción

El término recurso que se utiliza aquí se toma de los trabajos de Adler (1998, 2012). En el ámbito educativo y desde el sentido común, este término suele reservarse para los recursos físicos como libros escolares u otros materiales para aprender. Adler (1998, 2000) piensa en los recursos como sustantivo y como verbo, pretendiendo llamar la atención sobre sus usos y transformaciones en la actividad de enseñanza, cuestionando los significados habituales. Así recurso es un sustantivo, un verbo, un objeto y una acción al servicio de la práctica profesional del profesor. Todo aquello (material o simbólico) que da sentido, apoya y proyecta el trabajo del profesor es un recurso. Existen recursos humanos (el profesor, los estudiantes, personas de la institución), culturales (tales como el lenguaje y el tiempo) y materiales (tiza, pizarrón, libros, calculadoras, software educativo, páginas web, etc.). Esto comprende también a los intercambios con colegas y las producciones de los estudiantes. Cuando tienen que enseñar los profesores buscan recursos, los seleccionan, los modifican, los llevan al aula y los comparten con sus colegas (Guedet y Trouche, 2008; Gueudet, Lebaud, Otero y Parra, 2021; Gazzola y Otero, 2021; Rabardel, 1995; Otero, 2021; Otero, Gazzola, Otero y Llanos, 2022).

Los sistemas educativos nacionales y la escuela como institución surgen con la creación de los estados modernos en el siglo XIX, de la mano de lo que se ha dado en llamar la modernidad. En su historia de casi doscientos años, la enseñanza escolar on-line, no era parte de su funcionamiento, aun con el vertiginoso y revolucionario desarrollo de las tecnologías de la información y la comunicación. Es importante no perder de vista el impacto institucional y profesional que produce la disrupción del cierre de las escuelas debido a la pandemia. Así, de un día para el otro y por un período muy prolongado en Argentina, los docentes pasan de enseñar con la tiza, y el pizarrón en aulas fijas y sincrónicas a hacerlo de manera “virtual”, dependiendo exclusivamente de sus recursos materiales y simbólicos, es decir de sus propias fuerzas para afrontar una situación de enseñanza afectada por innumerables variables. Si bien nuestra definición de recurso es amplia, aquí y para comenzar a comprender ¿cómo hicieron los profesores para enseñar con los recursos disponibles? nos restringimos principalmente a las modificaciones que realizaron a las acciones habituales solo a ciertas disciplinas.

Se formulan entre otras las siguientes cuestiones ¿cuál fue la fuente de los recursos? ¿adaptaron lo que ya tenían o generaron recursos nuevos? ¿qué cambios realizaron? ¿Cómo los seleccionaron? ¿cómo evaluaron su eficacia y utilidad? ¿de qué tipo son los recursos? ¿en qué

formato fueron entregados a los estudiantes? ¿los profesores tomaron en cuenta las repercusiones de los recursos propuestos en el ámbito familiar? ¿cómo gestionaron los recursos del tipo tareas, ejercicios, experimentos, etc.? Estas preguntas orientan el diseño del instrumentó tipo encuesta que diseñamos para recabar esta información.

Metodología y características de la encuesta

La encuesta contiene variables atributivas relativas a los profesores, preguntas vinculadas a los recursos, a las adaptaciones realizadas a los mismos y a sus usos. Se proponen los siguientes tipos de preguntas: cerradas, tipo Likert y una abierta (López-Roldán y Fachelli, 2015). Las preguntas cerradas tienen posibilidades de respuesta predeterminadas y son de diferentes tipos: dicotómicas para los casos donde interesa identificar la afirmación o la negación de una afirmación, categorizadas para las respuestas donde se ofrecen diversas posibilidades alternativas cuyos matices son fijados y corresponde seleccionar una opción o más; y las preguntas tipo Likert, o de escala donde se establece una gradación en la respuesta de aceptación o rechazo entre muy alto, alto, medio, bajo o nada (Ibid.). En el caso de la pregunta abierta, el profesor encuestado debe escribir de manera libre y concisa su opinión respecto de la enseñanza on-line versus la presencial.

La construcción del instrumento consistió en el diseño de una versión preliminar de la encuesta, la realización de una prueba piloto cuyos resultados se descartaron, la evaluación de los ítems por evaluadores expertos en el área de investigación, el rediseño del instrumento y finalmente la implementación de la versión final. La representatividad de la encuesta se basa el uso de los estratos utilizados en los relevamientos oficiales que incluyan a profesores de todas las provincias de la Argentina en las disciplinas involucradas. La encuesta (Llanos, Otero, Gazzola, Otero, Laplace, 2022) se administra en formato digital (https://forms.gle/V3XE1T4fApvYqqTk8) permitiendo el acceso a todos los lugares y garantizando el anonimato. Se han obtenido en total 1024 respuestas y nos encontramos en proceso de análisis.

Diseño de la encuesta

La encuesta contiene 21 ítems, es anónima y tiene por objetivo principal conocer la opinión explícita de los profesores sobre el desarrollo de la enseñanza on-line y de los recursos empleados. Los ítems están distribuidos en cuatro partes correspondientes a: las variables atributivas (Preguntas 1 a 7), los recursos (Preguntas 8 a 17), la acreditación y corrección de tareas (Preguntas 18 a 21) y la Pregunta 21 abierta. La encuesta fue respondida por 1024 profesores de la escuela secundaria en Argentina.

En la Tabla 1 se presentan los ítems de las preguntas que se corresponden con las variables atributivas de la encuesta: edad del docente, provincia en la que se desempeña como profesor, antigüedad, cantidad de horas y de instituciones en las que trabaja, tipo de institución y disciplina. El tipo de pregunta, las respuestas posibles, el tipo de variable y el tipo de respuesta que conformará el análisis se sintetizan como sigue.

Tabla 1
Variables atributivas de la encuesta

Pregunta	Respuestas posibles	Tipo de pregunta, variable a conformar y tipo de respuesta
1- Edad	20 a 30 años 31 a 40 años 41 a 50 años Más de 50 años	Pregunta cerrada, variable cualitativa ordinal a partir de una segmentación por intervalos (*rango etario*). Respuesta de única opción.
2- Provincia en la que se desempeña como profesor	Buenos Aires Ciudad Autónoma de Buenos Aires Catamarca Chaco Chubut Córdoba Corrientes Entre Ríos Formosa Jujuy La Pampa La Rioja Mendoza Misiones Neuquén Río Negro Salta San Juan San Luis Santa Cruz Santa Fe Santiago del Estero Tierra del Fuego, Antártida e Islas del Atlántico Sur Tucumán	Pregunta cerrada, que conforma la variable cualitativa *jurisdicción*. Las respuestas posibles son las 23 provincias y la Ciudad Autónoma de Buenos Aires (CABA). Respuesta de única opción.
3- Antigüedad en la docencia	Entre 0 y 10 años Entre 11 y 20 años Entre 21 y 30 años Más de 30 años	Pregunta cerrada, que conforma una variable cualitativa ordinal a partir una segmentación por intervalos (*rango de antigüedad*). Respuesta de única opción.
4-Cantidad de horas dedicadas a la docencia	Entre 0 y 20 horas Entre 20 y 40 horas. Más de 40 horas.	Pregunta cerrada, que conforma una variable cualitativa ordinal a partir una segmentación por intervalos (*dedicación*). Respuesta de única opción.
5- Cantidad de instituciones donde se desempeña como profesor	1 2 3 4 Más de 4	Pregunta cerrada, que conforma una variable cualitativa ordinal a partir una segmentación por intervalos *(cantidad de instituciones)*. Respuesta de única opción.
6- Tipo de Institución	Público Privado Pública de gestión privada	Pregunta cerrada. Conforma la variable cualitativa nominal: *tipo de institución*. Respuesta de opción múltiple.

7- Disciplina	Matemática Física Química Biología	Pregunta cerrada. Conforma la variable cualitativa nominal: *Disciplina* (Sólo seleccionar en la que se desempeña con mayor carga horaria)

Fuente: Elaboración propia, datos de la encuesta.

Las preguntas 1 a 7 definen el conjunto de cualidades y características de la población encuestada. Este grupo de preguntas es importante ya que la edad del profesor vinculado a su experiencia como docente, la cantidad de horas dedicadas a la docencia, la cantidad de instituciones en la que trabaja y el tipo de institución, afectan el uso y la selección de los recursos, así como las posibilidades y disponibilidad de acceso a los mismos. Del mismo modo, conocer la provincia en la que el docente se desempeña permite una mejor interpretación de los recursos.

En la Tabla 2, se presentan las preguntas vinculadas a los recursos, incluyendo desde equipamientos disponibles para profesores y estudiantes, asesoramiento, fuentes de obtención, y adaptaciones para la enseñanza on-line. El tipo de pregunta, las respuestas posibles, el tipo de variable y también el tipo de respuestas que conformará el análisis se sintetizan como sigue.

Tabla 2
Preguntas vinculadas a los recursos, y sus usos

Pregunta	Respuestas posibles	Tipo de pregunta, variable a conformar y tipo de respuesta
1- Equipamiento disponible para las clases	Conexión a Internet. Computadora. Teléfono celular. Chats de WhatsApp. Plataformas con licencia paga (Zoom, Google Workspace, otras). Pizarra digital. Pizarrón.	Pregunta cerrada. Conforma la variable cualitativa nominal: *equipamiento*. Respuesta de opción múltiple.
2- ¿Contó con soporte técnico y/o asesoramiento técnico para la modalidad on-line?	SI NO	Pregunta cerrada dicotómica. Conforma la variable cualitativa nominal: *soporte técnico*. Respuesta de única opción.
3- ¿Cuáles eran las posibilidades de los estudiantes para comunicarse con el profesor?	Conexión a internet Computadora Celular Material en fotocopiadora	Pregunta cerrada. Conforma la variable cualitativa nominal: *equipamiento estudiante*. Respuesta de opción múltiple
4- ¿De dónde obtuvo Usted los recursos para enseñar?	Páginas web Blog para profesores Videos de YouTube Libros de texto Libros digitales Plataformas educativas Producciones del profesor	Pregunta cerrada. Conforma la variable cualitativa nominal: *fuente*. Respuesta de opción múltiple

5- ¿Cuáles son los recursos que principalmente utilizó para enseñar en la modalidad on-line?	Plataformas educativas (Google Classroom o similar). Video llamadas (WhatsApp, Zoom, Google Meet u otro). Videos de YouTube. Videos propios. Softwares de simulación. Planillas de cálculo. Libros de texto digitalizados. Apuntes del profesor. Trabajos prácticos.	Pregunta cerrada. Conforma la variable cualitativa nominal: *recursos utilizados*. Respuesta de opción múltiple
6- ¿Qué criterios Usted utilizó para elegir los recursos?	Seleccionó recursos disponibles en Internet, ya digitalizados. Digitalizó los que Usted utilizaba en la modalidad presencial para la modalidad on-line. Generó recursos nuevos que se adapten mejor a las clases on-line.	Pregunta cerrada. Conforma la variable cualitativa nominal: *criterio para elegir recursos*. Respuesta de única opción.
7- ¿Qué cambios se realizan a los recursos para enseñar en la modalidad on-line respecto de los que se utilizan en la modalidad presencial?	Los recursos son los mismos, sólo fueron digitalizados. Los recursos son los mismos, y se agrega un material explicativo. Los recursos fueron completamente reemplazados por otros más apropiados.	Pregunta cerrada. Conforma la variable cualitativa nominal: *transformaciones recursos*. Respuesta de única opción.
8- ¿Cómo Usted organizó sus clases en la modalidad on-line?	El profesor sólo envía las tareas. El profesor envía las tareas y corrige las respuestas de los estudiantes. El profesor realiza clases on-line, envía tareas y los estudiantes responden. El profesor realiza clases on-line, envía tareas y corrige las respuestas de los estudiantes.	Pregunta cerrada. Conforma la variable cualitativa nominal: *organización de las clases.* Respuesta de única opción.
10- ¿Cómo realizó los experimentos en la enseñanza on-line?	Fueron reemplazadas por videos de YouTube. El profesor mostró el experimento y lo grabó. Utilizó software de simulación para las experiencias. Se realizaron experiencias que podían llevarse a cabo con elementos disponibles en el hogar. No se realizaron experiencias.	Pregunta cerrada. Conforma la variable cualitativa nominal: *clases experimentales.* Respuesta de única opción.
11- ¿En qué medida los recursos utilizados en la modalidad on-line continúan formando parte de sus clases presenciales?	Mucho Poco Nada.	Pregunta cerrada. Conforma la variable cualitativa nominal: *permanencia de los recursos*. Respuesta de única opción.

Fuente: Elaboración propia, datos de la encuesta.

Las preguntas 8 a 17 tienen recaban información principalmente sobre los recursos materiales sean éstos tecnológicos o los tradicional e ingenuamente calificados como escolares (pizarrón, libros, etc.) que los profesores utilizaron, crearon, adaptaron o simplemente pusieron

en funcionamiento en la enseñanza on-line. Las preguntas 8 a 10 permiten relevar con qué recursos tecnológicos contaron los profesores y los estudiantes para la enseñanza on-line y también si recibieron asesoramiento técnico-pedagógico. Las preguntas 11 a 13 permiten recabar información sobre la fuente de los recursos y entre los disponibles, cuáles fueron utilizados y en qué medida. Las preguntas 14 y 15 se refieren a las transformaciones realizadas en los recursos para la enseñanza on-line y el feed-back de los estudiantes. La pregunta 16 se refiere a si se realizaron experimentos, con qué recursos y como. La pregunta 17 indaga sobre la continuidad o ruptura entre la enseñanza on-line y presencial.

En la Tabla 3, se presentan los ítems vinculados a la acreditación en la enseñanza on-line y la forma del feed-back entre profesor y estudiantes. El tipo de pregunta, las respuestas posibles, el tipo de variable y también el tipo de respuestas que conformará el análisis se sintetizan como sigue.

Tabla 3
Preguntas vinculadas con las correcciones y las formas de la acreditación

Pregunta	Respuestas posibles	Tipo de pregunta, variable a conformar y tipo de respuesta
1- ¿Cuáles de las tareas propuestas por Usted fueron corregidas?	Todas Sólo las más importantes Ninguna	Pregunta cerrada. Conforma la variable cualitativa nominal: *corrección*. Respuesta de única opción.
2- ¿Cómo Usted entregó las correcciones a los estudiantes?	Envió las correcciones a cada estudiante. Envió las respuestas al grupo para que cada estudiante las chequee. Propuso una clase para resolver la tarea con los estudiantes. No hubo evaluación	Pregunta cerrada. Conforma la variable cualitativa nominal: *feed-back correcciones*. Respuesta de única opción.
3- Con relación a la calificación ¿qué actividades Usted considera son las más apropiadas para la modalidad on-line?	La evaluación con nota es la misma que en la modalidad presencial, y se envíe en forma digital. La evaluación con nota cambia sustancialmente pero igualmente se evalúa. No se puede tomar evaluación con nota.	Pregunta cerrada. Conforma la variable cualitativa nominal: *calificación*. Respuesta de única opción.

Fuente: Elaboración propia, datos de la encuesta.

Estas preguntas tienen por finalidad conocer acerca de los recursos empleados para evaluar y acreditar, las actividades que fueron corregidas y la forma de establecer la comunicación para las correcciones en caso de existir. Interesa conocer si los profesores "corrigieron", si fue posible tomar la evaluación de algún modo, o si directamente no fue posible o se decidió no evaluar.

La pregunta última, corresponde a una pregunta abierta de opinión: 21- ¿Cuál es su opinión sobre la enseñanza on-line respecto de la presencial? y se espera que los profesores puedan expresar su sensación, sus principales problemas, los beneficios, o lo que consideren importante respecto de la enseñanza on-line. La única condición es expresar su opinión en un máximo de 200 palabras.

Reflexiones finales

En este trabajo se propuso una encuesta diseñada para relevar el uso de los recursos por parte de los profesores de enseñanza media argentinos, sobre los recursos utilizados en la enseñanza on-line, que debieron realizar a causa de la pandemia. La noción de recurso adoptada resultó muy apropiada para considerar todos los recursos que intervienen en los procesos de enseñanza y cuestionar su uso. Si bien el desarrollo de la enseñanza on-line durante la pandemia fue afectada por numerosas variables, es importante visibilizar y poner el foco en los recursos que en general suelen ser transparentes tanto para la pedagogía como para la instancia política, de hecho, diversas decisiones tomadas ponen en evidencia que los recursos para llevarlas a cabo no fueron considerados. Según el MT de este trabajo los recursos que emplean los profesores reflejan las características y la calidad de la enseñanza que se desarrolla en la práctica. Esta encuesta podría ser útil para evidenciar los recursos empleados por los profesores y las dificultades que debieron enfrentar, sin la preparación ni la asistencia técnico-pedagógica requerida. Además, resulta evidente que el análisis y el desarrollo de los recursos para enseñar, así como la toma de conciencia de la enseñanza como actividad instrumentada en permanente evolución, deben ser parte de la formación inicial y continua de los profesores.

Referencias y bibliografía

Adler, J. (1998). Resources as a verb: recontextualising resources in and for school mathematics practice. Olivier, A. and Newstead, K. (eds.). *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group of the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, 1-18. Stellenbosch, South Africa, University of Stellenbosch.

Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 205-224. https://link.springer.com/article/10.1023/A:1009903206236

Adler, J. (2012). Knowlege resources in and for school mathematics teaching. From Gueudet, G., Pepin, B. & Trouche, L. (eds.). n/a ed. *Text to 'Lived' Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development. Mathematics Teacher Education*. Vol. 7 n/a. 3-22. Netherlands: Springer.

Gazzola, M. P. & Otero, M. R. (2022). Instrumentalización de problemas escolares de los profesores de matemática en servicio. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática; 16*, 281 - 307. https://doi.org/10.30827/pna.v16i4.22040

Gueudet G. y Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. *Le cas des mathématiques. Education et Didactique, 2*(3) 7-33. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.342

Gueudet, G.; Lebaud, M-P.; Otero, M.R.; Parra, V. (2018). Mise en œuvre d'un PER et ressources pour les professeurs: une étude de cas en Première S. *Recherches en didactiques des mathématiques, 38*(3), 275-314.

Llanos, V. C.; Otero, M. R.; Gazzola, M. P.; Otero, P.; Laplace, E. (2022). Resources used by teachers to teach math, physics, chemistry and biology at secondary school online. *European Journal of Education Studies, 9* (9), 323-332. http://dx.doi.org/10.46827/ejes.v9i9.4471

López-Roldán, P.; Fachelli, S. (2015). La Encuesta. En P. López-Roldán y S. Fachelli, *Metodología de la Investigación Social Cuantitativa*. Capítulo II.3. 1ª edición. 1-33. Dipòsit Digital de Documents, Universitat Autònoma de Barcelona.

Otero, M. R. (2021). *La formación de profesores: recursos para la enseñanza por indagación y el cuestionamiento*. UNICEN. Tandil, Buenos Aires.

Otero, P; Gazzola, M. P.; Otero, M. R.; Llanos, V. C. (2022). Recursos Educativos Digitales para la enseñanza de las Ciencias. *Revista de Enseñanza de la Física, 34*, 257-266. https://revistas.unc.edu.ar/index.php/revistaEF/issue/view/2628

Rabardel, P. (1995). Les hommes et les technologies: approche cognitive des instruments contemporains. Paris, Francia: Armand Colin.

Relaciones entre el conocimiento matemático especializado de los estudiantes a profesores y su autoconcepto

Rosa **Delgado-Rebolledo**
Universidad de Concepción
Chile
rosadelgado@udec.cl
Macarena **Valenzuela-Molina**
Universidad Alberto Hurtado
Chile
mvalenzu@uahurtado.cl
Laura **Muñiz-Rodríguez**
Universidad de Oviedo
España
munizlaura@uniovi.es
Jenny **Acevedo-Rincón**
Universidad Industrial de Santander
Colombia
jepaceri@uis.edu.co

Resumen

El conocimiento de los profesores y su autoconcepto son elementos que impactan en su práctica docente. En este trabajo exploramos relaciones entre el conocimiento que movilizan estudiantes a profesores (EP) de educación básica y su autoconcepto matemático. El conocimiento fue identificado a partir de las respuestas de los EP a una tarea formativa sobre fracciones que fue estructurada considerando los subdominios del modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. El autoconcepto matemático fue analizado a través de un cuestionario que profundizaba en las elecciones y justificaciones de los EP en el desarrollo de la tarea. Los resultados muestran que los EP se sienten más seguros respecto a su conocimiento de la práctica matemática y su conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (en comparación con otros subdominios de conocimiento) y consideran que estos componentes son importantes para el desarrollo de sus prácticas de enseñanza.

Palabras clave: Educación matemática; Educación superior; Enseñanza presencial; Formación docente inicial; Investigación cualitativa; Aritmética; Conocimiento del profesor; Autoconcepto.

Introducción

Las tareas formativas son un tema de interés en la investigación actual en la línea de formación de profesores, pues se reconoce que estas tienen un rol fundamental en el desarrollo del conocimiento y las habilidades de los estudiantes a profesores (EP). De acuerdo con Ribeiro et al. (2021) para cumplir con el objetivo de que las tareas formativas permitan desarrollar el conocimiento de los EP y acceder a él para investigarlo, estas tareas deben ser similares a las que se presentarían a los estudiantes en las salas de clases, pero con un enfoque más reflexivo y discursivo ligado a elementos de la práctica docente. Estos autores señalan que un esquema típico de tarea formativa toma como punto de partida una situación-problema adecuada para estudiantes de un determinado nivel (que los EP deben saber resolver), a partir de la cual se plantean preguntas para los EP formuladas sobre la base de un modelo de conocimiento del profesor, por ejemplo, el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (Carrillo et al., 2018). En esta línea, autores como Barrera-Castarnado et al. (2020) proponen tareas que permiten a los EP profundizar en su conocimiento especializado. Por su parte, Montes et al. (2021) desarrollan un experimento de enseñanza con profesores en formación continua cuyos resultados evidencian que a través de las tareas formativas los maestros mejoran en el uso de su conocimiento de los temas y de la enseñanza de las matemáticas. En el caso de la investigación de Muñiz-Rodríguez et al. (2022), los autores diseñan una tarea formativa sobre suma y resta de fracciones que pretende analizar el conocimiento especializado de EP de una universidad española a partir de su autoconcepto. La investigación que aquí se presenta se plantea como una continuación del estudio anterior, cuyo propósito es analizar los subdominios del conocimiento especializado que eligen los EP de una universidad chilena y cómo este conocimiento se relaciona con su autoconcepto.

Fundamentos teóricos

El modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK, por sus siglas del inglés *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*) se centra en el conocimiento que es útil para los profesores de matemáticas en los diferentes escenarios en los que este actúa incluyendo la planificación de clases, el diseño de tareas, las sesiones de clase y las reflexiones sobre ellas, el análisis del desempeño de los estudiantes, las interacciones con colegas, entre otros (Carrillo et al., 2018). El modelo está estructurado en dos dominios de conocimiento y un dominio de creencias del profesor. Estos componentes se unifican para formar un único conocimiento que el profesor pone en acción en el contexto de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

El conocimiento matemático (*Mathematical Knowledge*, MK) caracteriza lo que el profesor conoce y con qué profundidad conoce el contenido. El dominio comprende tres subdominios relacionados con: el contenido matemático en sí mismo (*Knowledge of Topics*, KoT), el conocimiento de distintos objetos matemáticos y las conexiones entre ellos (*Knowledge of the Structure of Mathematics*, KSM), y el conocimiento de las características del trabajo matemático relacionadas con la construcción, la validación y la comunicación de conocimiento matemático (*Knowledge of Practices in Mathematics*, KPM).

En cuanto al conocimiento didáctico del contenido *(Pedagogical Content Knowledge*, PCK), este es un tipo específico de conocimiento que deriva de la matemática cuando hay una intención de enseñanza y aprendizaje de la misma. Este dominio se divide en tres subdominios, referidos al: conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (*Knowledge of Mathematics Teaching*, KMT), al conocimiento de cómo los estudiantes aprenden el contenido matemático (*Knowledge of Features of Learning Mathematics*, KFLM), y al conocimiento de los objetivos de aprendizaje en un curso o nivel escolar específico dado el currículo propuesto por cada país y los estándares internacionales (*Knowledge of Mathematics Learning Standards*, KMLS).

En el modelo también se tiene en cuenta que las creencias de los profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje permean todo su conocimiento. En este estudio consideraremos que las creencias están inmersas en un dominio afectivo en el cual podemos incluir el autoconcepto, entendido como una organización de las cualidades que un individuo se atribuye a sí mismo (Kinch, 1963).

Contexto y metodología

En esta investigación realizamos la implementación de una tarea formativa desarrollada por Muñiz-Rodríguez et al. (2022). La tarea se propuso a un grupo de 34 EP de educación básica, matriculados en una asignatura sobre enseñanza y aprendizaje de los números y sus operaciones que se imparte en una universidad chilena. En esta asignatura se aborda el concepto de número, se trabajan las operaciones aritméticas y se finaliza con el estudio de las fracciones. La tarea se presentó al finalizar una sesión de clase en la que se habían trabajado la suma y resta de fracciones tanto desde el punto de vista matemático (procedimientos, propiedades) como desde el punto de vista didáctico (estrategias de enseñanza, errores y dificultades de los estudiantes). La realización de la tarea era opcional (sin ponderación dentro de la calificación de la asignatura) y debía desarrollarse de manera individual.

Las instrucciones de la tarea señalaban que cada EP debía buscar en revistas, publicaciones en redes sociales o cualquier medio de comunicación escrito una situación en la que apareciera el concepto de fracción. A partir de dicha situación los EP debían: (1) diseñar una tarea sobre suma o resta de fracciones que pudiera ser implementada en el aula de educación básica (estudiantes de 10–11 años) y (2) resolver la tarea explicando el razonamiento seguido para llegar a la solución. Luego se presentaba una lista de seis bloques de preguntas y se solicitaba elegir dos de ellos, con el objetivo de que los EP profundizasen en la tarea diseñada. Los bloques de preguntas fueron diseñados tomando como referencia la definición propuesta para cada subdominio del modelo MTSK. Por motivos de extensión, en la Tabla 1 presentamos solo los dos bloques de preguntas correspondientes a los subdominios KPM y KMLS, por haber sido los subdominios con una mayor representación a la hora de implementar la tarea. En Muñiz-Rodríguez et al. (2022) se presentan en detalle los seis bloques de preguntas que componen la tarea.

Tabla 1
Bloques de preguntas correspondientes a los subdominios KPM y KMLS

KPM	a. ¿Qué heurísticos aplicables a la resolución de situaciones de suma/resta de fracciones heterogéneas se podrían aplicar en la resolución del problema diseñado? Justifica tu respuesta.

KMLS	a. ¿En qué nivel de aprendizaje es adecuado trabajar este tipo de situaciones? Indica la edad y el curso y justifica tu respuesta. b. Propón un objetivo de aprendizaje para la clase en la cual se trabajaría el problema diseñado con sus respectivos indicadores de evaluación. c. ¿Qué contenidos matemáticos se deben trabajar con anterioridad a la resolución del problema diseñado? ¿Qué contenidos matemáticos se pueden trabajar con posterioridad a la resolución del problema diseñado?

Posteriormente, los EP debían responder un cuestionario que comprendía dos partes. La primera formada por una pregunta abierta, mediante la cual los EP debían explicar en detalle los motivos de la selección de subdominios. La segunda parte incluía razones explícitas para esta selección (basadas en suposiciones de los investigadores) que los EP debían puntuar empleando una escala Likert de 1 a 5, siendo 1 el mínimo y 5 el máximo. En la Tabla 2 se expone el cuestionario utilizado en la investigación.

Tabla 2
Estructura del cuestionario

Primera parte. ¿Cuáles fueron los motivos que le llevaron a elegir cada uno de los dos bloques de preguntas? Especifica los motivos para cada uno de los dos bloques elegidos.
Segunda parte. Indique de 1 a 5 (siendo 1 el mínimo y 5 el máximo) la medida en que cada uno de los siguientes motivos justifican su elección: A. El conocimiento sobre la enseñanza de las fracciones que he adquirido durante mi formación universitaria B. La forma en que creo se deben enseñar las fracciones C. Mi experiencia como estudiante de educación básica en relación con el aprendizaje de las fracciones D. Mi nivel de seguridad a la hora de responder a las preguntas de cada bloque E. El número de preguntas de cada bloque F. La extensión de las respuestas a cada pregunta G. La terminología utilizada en la(s) pregunta(s) de cada bloque

Los ítems del cuestionario fueron diseñados con el objetivo de conocer aquellos aspectos que influyeron en la elección de los EP sobre los bloques de preguntas a responder. A su vez, esto permitía analizar el autoconcepto matemático de los EP, principalmente mediante las respuestas a la pregunta abierta y a las valoraciones de los ítems A y D.

Resultados

De los 34 estudiantes matriculados en la asignatura, 28 respondieron a la tarea formativa. Cuatro de estas respuestas no fueron consideradas en el análisis pues en una de ellas solo se presentó el diseño de la tarea y en las otras tres se incluía el desarrollo de un solo bloque de preguntas (dos estudiantes seleccionaron el KoT y una estudiante el KFLM). De esta forma se analizaron 24 respuestas, en las cuales los subdominios de conocimiento que aparecieron con mayor frecuencia fueron el KPM y el KMLS, seleccionados cada uno por 16 EP, apareciendo la combinación KPM-KMLS en 9 respuestas. 10 EP eligieron el KoT y les siguen otros subdominios con una representación muy inferior (4 el KMT y 2 el KFML), no habiendo elegido ningún EP el KSM.

En cuanto al cuestionario, este fue respondido por todos los EP que realizaron la tarea formativa. Como se muestra en la Figura 1, los aspectos que más influyeron en la selección de

los bloques de preguntas realizada por los EP son el conocimiento sobre la enseñanza de las fracciones adquirido en su formación universitaria (ítem A) y sus creencias sobre cómo se deben enseñar las fracciones (ítem B), seguidos de su experiencia como estudiante de educación básica en relación con el aprendizaje de las fracciones (ítem C), su nivel de seguridad a la hora de responder (ítem D), y la terminología utilizada en la(s) pregunta(s) de cada bloque (ítem G). En este sentido, desde su autoconcepto matemático los EP consideran que tienen la habilidad para responder de manera correcta los bloques de preguntas asociadas a los subdominios KPM y KMLS.

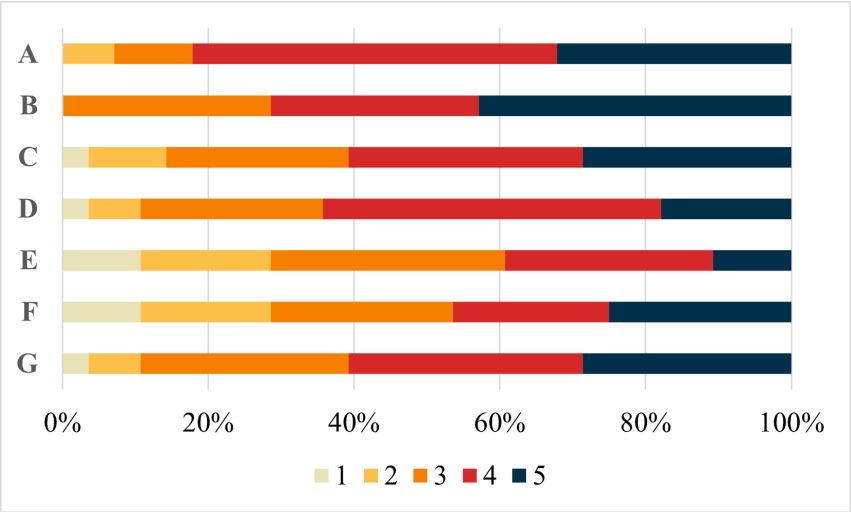


Figura 1. Respuesta de los EP al cuestionario.

En línea con lo anterior, entre las justificaciones expresadas en las respuestas a la pregunta abierta del cuestionario, los EP señalan que los bloques escogidos les resultaban *familiares* debido a que fueron abordados en clase. En este sentido, también los catalogaban como *fáciles* y *cómodos de responder*. Algunos EP exponen que su elección estuvo basada en sus *conocimientos matemáticos* o *conocimientos previos* y en la posibilidad de *argumentar* y *explicar* mejor sus respuestas debido a la comprensión que poseen de las fracciones. En este sentido la idea de *sentirse seguros* para responder era común en las justificaciones de los EP, siendo los conocimientos aquellos que dan esta seguridad. Adicionalmente, los EP relacionan los subdominios KoT, KPM y KMLS con aquello que es necesario considerar en sus prácticas de enseñanza, principalmente en el diseño de tareas y la planificación de las clases. Por ejemplo, una de las razones por las cuales los estudiantes elegían responder el bloque de preguntas correspondiente al KMLS es lo *importante* que les resultaba este subdominio al momento de planificar.

Discusión y conclusiones

Uno de los primeros aspectos de interés que se extrae del análisis anterior son las diferencias y semejanzas entre los resultados obtenidos en la implementación de la tarea formativa en el contexto español (Muñiz-Rodríguez et al., 2022) y en el chileno. Si bien en ambos contextos, el subdominio de conocimiento KMLS aparece entre los más representados en las respuestas de los EP, en el caso español le acompaña el KoT (Muñiz-Rodríguez et al., 2022), mientras que en el caso chileno lo hace el KPM. Este hallazgo abre una línea de investigación

interesante basada en analizar las causas que hayan podido conducir a tal diferencia. En particular, sería relevante realizar un estudio comparativo entre los programas de formación inicial docente en el ámbito de las matemáticas entre ambos países y poder concluir en qué medida el diseño de los planes de formación esté influenciando el conocimiento especializado y el autoconcepto de los EP en este ámbito.

Por otra parte, un análisis más detallado de los resultados también permitió identificar que algunas de las respuestas de los EP en el bloque de preguntas asociado al KPM no cumplían los criterios para considerarse dentro de este subdominio. El KPM se describe como un metaconocimiento de las matemáticas y en él se incluye el conocimiento de los profesores de prácticas como demostrar, definir y resolver problemas (Delgado-Rebolledo et al., 2022). En esta última práctica estaba centrado el bloque de preguntas dedicado al KPM, esperando que los EP movilizaran conocimientos sobre estrategias heurísticas de resolución de problemas (por ejemplo, usar un dibujo, descomponer el problema, verificar los resultados), que pudieran ser aplicadas a la tarea que habían diseñado. Sin embargo, algunas de las respuestas dadas por los EP describían procedimientos para responder a la tarea diseñada, los cuáles no diferían significativamente de aquellos expuestos como respuesta al ítem (2) del requerimiento de la tarea formativa. Lo anterior, señala que a pesar de que la práctica de resolver problemas es conocida por los EP analizados en este estudio, es importante que en su formación se siga profundizando en dicha práctica.

Referencias y bibliografía

Barrera-Castarnado, V., Liñán-García, M. M., Muñoz-Catalán, M. C., y Contreras, L. (2020). El uso de MTSK en el diseño de tareas formativas para estudiantes para profesor de Educación Primaria. En J. Carrillo, M. Codes y L. Contreras (Eds.). *IV Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas*, 110-118.

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á, Ribeiro, M., y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education, 20*(3), 236–253. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981

Delgado-Rebolledo, R., Zakaryan, D., y Alfaro-Carvajal, C. (2022). El conocimiento de la práctica matemática. En J. Carrillo, M. A. Montes, y N. Climent (Eds.), *Investigación sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (MTSK): 10 años de camino (pp. 57–69). Dykinson.

Kinch, J. W. (1963). A formalized theory of the self-concept. *American Journal of Sociology, 68*(4), 481-486. https://doi.org/10.1086/223404

Montes, M., Pascual, M., y Climent, N. (2021). Un experimento de enseñanza en formación continua estructurado por el modelo MTSK. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *24*(1), 83-104.

Muñiz-Rodríguez, L., Valenzuela, M., Aguilar-González, Á. y Rodríguez-Muñiz, L.J. (2022). ¿Qué aprendemos sobre el conocimiento de los estudiantes para maestros a partir de su autoconcepto*? Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 323-330). SEIEM.

Ribeiro, M., Almeida, A., y Mellone, M. (2021). Conceitualizando tarefas formativas para desenvolver asespecificidades do conhecimento interpretativo e especializado do professor. *Revista Do Programa De Pós-Graduação Em Educação Matemática Da Universidade Federal De Mato Grosso Do Sul*, *14*(35), 1-32. https://doi.org/10.46312/pem.v14i35.13263

Sentidos atribuidos por futuras profesoras al involucrarse con un escenario de modelización matemática

María Florencia **Cruz**
Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral
Argentina
mfcruz@fhuc.unl.edu.ar
Cristina **Esteley**
Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación. Universidad Nacional de Córdoba
Argentina
esteley@famaf.unc.edu.ar

Resumen

En este trabajo presentamos sentidos atribuidos a modelización matemática (MM) como abordaje pedagógico por futuras profesoras en matemática de una universidad pública argentina luego de vivenciar un escenario de MM. Lo presentado forma parte de un estudio más amplio focalizado en una investigación de diseño. Posterior a esta vivencia se llevan adelante entrevistas grupales a fin de producir información para estudiar el sentido otorgado al proceso de MM. Para este trabajo focalizamos el análisis de dicha información en el caso de dos grupos a fin de responder la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué sentidos atribuyen dos grupos de futuras profesoras a la MM luego de atravesar vivencias educativas de MM?

De modo general, encontramos que en los casos que reportamos, el vivir un escenario de MM posibilita a las futuras profesoras apropiarse del mismo proceso reconociendo sus particularidades, potencialidades y limitaciones para pensar su futuro desarrollo y práctica profesional.

Palabras clave: Formación inicial de profesoras; Modelización matemática; Sentidos; Entrevistas; Estudio de casos.

Introducción

En este trabajo presentamos y analizamos sentidos atribuidos a modelización matemática (MM) como abordaje pedagógico por futuras profesoras en matemática de una universidad pública argentina luego de involucrarse con actividades de MM. Las temáticas que se enlazan en

este estudio resultan de especial interés en la actualidad en el campo de la educación matemática, a saber: formación inicial de profesoras/es, MM y atribución de sentidos.

Incluso, es de destacar que cada vez cobra mayor relevancia en el ámbito de investigación la formación inicial de profesoras/es y las actividades de MM y las aplicaciones de modelos matemáticos para resolver problemas en clases de matemática de distintos niveles educativos (Villarreal, et al., 2018; Stillman y Brown, 2019; Stillman, et al., 2020; Villa-Ochoa, et al., 2021). Avances en esta línea en estudio potencian la producción de documentos curriculares que proponen el trabajo con MM (Borromeo Ferri, 2018; Mina, et al., 2019). Esta cuestión muestra la importancia de reflexionar con relación a la formación de futuras/os profesoras/es que luego se incorporan a desempeñar la labor docente en sistemas educativos que promueven el trabajo con MM, como lo es en el caso de Argentina (NAP, 2011; Mina, et al., 2019).

En relación con lo mencionado, llevamos adelante una investigación con futuras profesoras[1] en un curso de geometría tridimensional de una universidad pública argentina. Destacamos que en Argentina la carrera de formación de profesoras/es es una carrera de grado conformada por asignaturas de matemática, pedagogía y didáctica de la matemática. En este contexto realizamos un trabajo en colaboración entre investigadoras y docentes del curso para el que diseñamos un escenario de MM (Esteley, 2014) que promueve un trabajo articulado entre geometría tridimensional y didáctica de la matemática. Diseñamos el escenario de MM complementando consignas de trabajo realizadas desde una visión de modelización como contenido y como vehículo (Julie y Mudaly, 2007). De este modo, se crea un puente entre estos tipos de modelización (Lewis, 2021) a fin de adecuar el trabajo docente tanto a las exigencias de las instituciones como a los diseños curriculares vigentes.

En el marco de las ideas antes presentadas, en este trabajo buscamos responder: ¿Qué sentidos atribuyen dos grupos de futuras profesoras a la MM luego de atravesar vivencias un escenario de MM? Con este trabajo buscamos no solo ofrecer respuestas a esa pregunta, sino también analizar/discutir aportes del estudio para reflexionar en torno a la formación de futuras/os profesoras/es con relación a la temática de MM y la posibilidad de articular la didáctica de la matemática con la geometría atendiendo a la atribución de sentidos.

Marco de referencia

En la educación matemática se distinguen ciertos estudios y perspectivas de investigación empleadas para comprender y plantear la formación de profesoras/es y futuras/os profesoras/es (Lerman, 2001; Da Ponte y Chapman, 2016). Coincidimos con Lerman (2001) en que las teorías que remiten a la complejidad de las prácticas sociales son apropiadas para el estudio de la formación docente. Específicamente, consideramos que las vivencias educativas, atravesadas por contextos sociales específicos que comienzan en la formación inicial, son fundamentales en el marco de las trayectorias educativas de cada docente.

En el marco de las ideas anteriores, teniendo presente recomendaciones presentes en lineamientos curriculares e investigaciones (Stillman y Brown, 2019) referidas a formación

[1] Empleamos el femenino cuando referimos a información obtenida del trabajo empírico puesto que solo participan mujeres en este estudio.

inicial de docentes, consideramos que en un escenario de MM (Esteley, 2014) se promueven oportunidades de trabajar con MM y de reflexionar acerca del propio proceso de MM. Tal escenario se caracteriza:

> […] por la presencia [en o fuera del aula] de un conjunto de espacios, situaciones, circunstancias, materiales, acciones e interacciones que dan sentido al proceso [de MM] y con ello, transforma ese conjunto en una experiencia cuyo fin es llevar al aula la modelización como abordaje pedagógico (p. 99).

Sin dejar de reconocer que actualmente existen diversas perspectivas (Kaiser, 2020) en lo que refiere a MM, pero, en consonancia con lo previamente mencionado, apelamos a la parspectiva de MM como abordaje pedagógico (Bassanezi, 2002; Borba y Villarreal, 2005; Esteley, 2014). Las/os autoras/es señalan que desde esta perspectiva se potencia la producción de conocimientos matemáticos que se configuran a medida que se avanza en el propio proceso. Posicionada en esta línea, Esteley (2014) señala que la MM como abordaje pedagógico requiere llevar adelante en el aula diversidad de acciones que involucran el empleo y/o la producción de modelos matemáticos por parte del estudiantado y la puesta en juego de actividades características de la comunidad matemática.

Siguiendo el lineamiento de Bassanezi (2002) y Esteley (2014), en el trabajo con MM como abordaje pedagógico comienza el proceso de MM con la selección del tema y delimitación de problema/s a estudiar, cuestiones que pueden llevarse a cabo por parte de docentes y/o investigadoras/es y/o estudiantes. También se desarrollan diversas acciones organizadas en torno a los subprocesos del proceso de MM en pos de encontrar o producir el modelo que ilumina la respuesta al problema, a saber: experimentación, abstracción, resolución, validación, modificación y aplicación. Estos subprocesos no se desarrollan linealmente y, en el proceso completo pueden emerger diversidad de conocimientos, entre ellos, matemáticos y tecnológicos.

Las referencias anteriormente recuperadas en lo que respecta a formación de profesoras/es y a MM se vinculan con la atribución de sentidos en el marco de vivencias educativas particulares. En esta línea, coincidimos con Larrosa (2003) en que la educación puede promover vivencias o experiencias de modo tal que el par experiencia/sentido pueda constituir una unidad indivisible. En relación a sentido y desde una perspectiva amplia, Bajtín (2000) focaliza en el rol de los social, puesto que la atribución de sentido surge y se forma en procesos de interacciones. Para Bajtín (2000) la atribución de sentido guarda relación dialéctica e interpretativa con respecto a las actividades en las que se involucran las personas y este proceso no satura, ya que los sentidos atribuidos se modifican en función de las situaciones e interacciones que se celebran.

Metodología

La investigación que realizamos es de naturaleza cualitativa, específicamente un estudio de casos (Flick, 2012) en el marco de una investigación de diseño más amplia. Esta metodología, resulta pertinente para aproximar la práctica educativa y la teoría, puesto que permite desarrollar teorías sobre el aprendizaje y comprender los medios diseñados para acompañar ese aprendizaje (Bakker y van Eerde, 2015). En el marco de la metodología mencionada y de la investigación más amplia de la que forma parte este trabajo, como investigadoras, diseñamos un escenario de MM que se pone en juego con futuras profesoras que cursan su carrera de formación en una

universidad nacional argentina en el entorno de un curso de geometría tridimensional de tercer año del plan de estudios (anteriormente no han cursado asignaturas de didáctica de la matemática). Cabe mencionar que este escenario educativo es consensuado con las profesoras del curso que desempeñan el rol docente durante la implementación a fin de lograr un entorno educativo auténtico. En el marco del diseño, proponemos discusiones didácticas en torno a procesos de MM intercaladas con la puesta en juego de estos mismos procesos y reflexiones matemáticas. Es decir, el escenario educativo[2] focaliza en un trabajo de MM que, por pedido de las profesoras del curso, busca privilegiar saberes geométricos y considera el proceso de MM como objeto de reflexión. Durante el desarrollo del escenario educativo se privilegian producciones grupales, atendiendo a la perspectiva Bajtiniana con respecto a la atribución de sentidos y a la perspectiva social sobre formación de profesoras/es (Lerman, 2001).

Durante el avance del escenario educativo proponemos que las futuras profesoras desarrollen las siguientes acciones en el orden que se presentan: reflexionen y expresen ideas espontáneas sobre MM, lean aportes de Bassanezi (2002) sobre el proceso de MM y sus correspondientes subprocesos, vivencien el primer proceso de MM en el que la problemática en escena es determinar qué figuras de un grupo de imágenes de objetos reales son poliedros, produzcan narrativas reflexionando acerca del proceso de MM vivido, atraviesen y se involucren en dos procesos de MM. Con respecto a esos últimos procesos de MM destacamos que se busca que primero analicen posibles relaciones entre números de caras, aristas y vértices de poliedros y luego formulen problemáticas libremente.

Al finalizar el trabajo en aula, apelamos a entrevistas grupales que posibilitan repensar y reconstruir emergentes en el marco del escenario de MM. Cabe mencionar que las entrevistas grupales permiten obtener información que proporciona clarificación acerca de acontecimientos que las entrevistadas llevaron adelante de modo grupal en el aula, a su vez, el trabajo en interacción estimula y potencia la evocación de la vivencia educativa (Flick, 2012). De este modo, obtenemos información a partir de la cual analizamos los sentidos atribuidos a la vivencia educativa de MM por parte de las futuras profesoras.

Destacamos que, en el marco de este estudio, focalizamos en el caso (Flick, 2012) de dos grupos de futuras docentes que participan de las entrevistas grupales. Estudiamos las voces de ocho futuras profesoras en grupos de cuatro, del mismo modo en que se organizan durante el desarrollo del escenario de MM, por lo que la muestra es no probabilística e intencional (Kazez, 2009). Grabamos en audio las entrevistas bajo el consentimiento de todas las participantes y luego transcribimos la totalidad de audio, información que estudiamos en este trabajo. Cabe mencionar que concebimos el lenguaje (Bajtín, 2000) o la palabra (Larrosa, 2003) como modelador/a fundamental de sentidos.

Resultados

Los resultados que reportamos a continuación representan una síntesis compacta de un análisis más extenso y profundo de las entrevistas. De todos modos, para el análisis de los resultados que reportamos en este trabajo, por un lado, se apela a la principal información

[2] Detalles del escenario educativo pueden encontrarse en Cruz, Esteley y Scaglia (2020): http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol32/1/09REM32-1.pdf

producida en las entrevistas y por otro lado a las voces de las futuras profesoras en las que reconocemos diversas particularidades del proceso de MM que las mismas evocan. A fin de sintetizar información de la entrevista, para cada grupo se recurre a una tabla en la que presentamos cuestiones destacadas del análisis y consideraciones enfatizadas por el grupo. El orden de presentación en la tabla respeta el orden cronológico en el que cada grupo menciona dicha cuestión en la entrevista. Este orden permite estudiar el devenir de los sentidos atribuidos a la vivencia de MM. Luego de cada tabla realizamos una breve reflexión y explicación de su contenido.

Tabla 1
Evocaciones y sentidos otorgados a MM por el grupo A

1.	Producción de conocimiento
2.	Investigación y visualización empleando imágenes (experimentación)
3.	Acciones ligadas a validación como modo de legitimar en instancias colectivas
4.	Búsqueda y producción de definición de poliedro (resolución)
5.	Clases que presentan diferencias con respecto a otras en las que se utilizan metodologías tradicionales
6.	Formulación de problemas como recurso potencial en instancias de formación
7.	Interacción y trabajo colaborativo dentro del aula
8.	Potencial en el trabajo con MM que demanda mucho tiempo

Fuente: Propia.

En el análisis realizado para el grupo A evidenciamos que las futuras profesoras en diversos momentos de la entrevista afirman que en el escenario de MM construyen/producen diversos conocimientos (ver fila 1, tabla 1), destacando con especial relevancia la producción de la definición de poliedro que les permite dar respuesta al primer problema planteado en el marco del escenario de MM. En estos procesos de producción de conocimientos señalan acciones que pueden relacionarse con los subprocesos de experimentación, resolución, validación y modificación (Bassanezi, 2002), como mostramos en las filas 2, 3, y 4 de la Tabla 1.

Destacamos también que refieren con especial énfasis a los momentos de producción de definición de poliedro y formulación y resolución de problema propio, enfatizan en lo realizado al experimentar recurriendo a imágenes y material concreto (Borba y Villareal, 2005) y en el modelo obtenido (no emplean este término), definición y conjeturas/propiedades, como ilustramos en las filas 2, 4 y 6 de la Tabla 1. Este grupo referencia específicamente a los medios empleados como determinantes en la producción de modelos y en la formulación del problema, puesto que, formulan un problema que se basa en analizar si un determinado material con formas geométricas específicas es adecuado o no para producir ciertos objetos tridimensionales.

Respecto a la formulación del problema, como grupo reconocen de gran valor la vivencia, en el sentido que brinda la oportunidad de terminar de comprender el tema en estudio y preguntar/problematizar todas las inquietudes (ver fila 6, Tabla 1). A su vez, valoran el rol de la interacción social para determinar si los modelos son adecuados o deben modificarse, es decir, para validar, como exponemos en las filas 3 y 7 de la Tabla 1.

Como futuras docentes encuentran importantes diferencias en el trabajo realizado en la vivencia empleando MM como abordaje pedagógico con respecto a vivencias previas, destacan

los momentos de debates colectivos como fundamentales para pensar, repensar y legitimar la producción propia. A su vez, señalan que en el aula de matemática la/el profesor/a debe tomar el rol de guía en pos de que todas/os las/os estudiantes se involucren y aporten a este tipo de trabajo que consideran de gran valor. A pesar de esto, afirman que demanda mucho tiempo que puede influir negativamente en la presión de la/el docente de desarrollar y cumplir el currículo (ver fila 8, tabla 1).

Tabla 2
Evocaciones y sentidos otorgados a MM por el grupo B

1.	Proceso con entrada (estudiantes y docentes) y salida (definición de poliedro - resolución)
2.	Producción de definiciones intermedias (modificación)
3.	Interacción y trabajo colaborativo dentro del aula
4.	Experimentación manipulando cuerpos, explorando en el software y buscando bibliografía
5.	Tema/objetivo: definir poliedro
6.	Desarrollo cíclico del proceso
7.	Potencial en el trabajo con MM que demanda mucho tiempo

Fuente: Propia.

Las estudiantes del grupo B focalizan en el proceso como tal, destacando que se configura a partir de diversas etapas (ver fila 1, Tabla 2). Influye en esto la voz de una de las participantes que se encuentra realizando un curso de MM para la industria y que lo vincula con la vivencia, consideración que muestra cómo la voz propia y los sentidos personales de esta estudiante transmutan a colectivos y cómo el sentido se configura con otras (Bajtín, 2000).

Reconocen explícitamente el subproceso de experimentación y dan cuenta que a partir del proceso logran una definición de poliedro, especificando que el tema/objetivo es definir poliedro para dar respuesta a la problemática en cuestión, como mostramos en las filas 4 y 5 de la Tabla 2. A su vez, señalan que en el marco del proceso formulan definiciones intermedias, lo que da cuenta de la posibilidad de modificación de la producción y mejora en pos de lograr una definición que consideran más adecuada, como ilustramos en las fila 2 de la Tabla 2. También hacen explícito que el experimentar e investigar se realiza varias veces en el marco del proceso (ver fila 6, Tabla 2), lo que muestra un reconocimiento del desarrollo cíclico del mismo (Bassanezi, 2002; Esteley, 2014).

Finalmente, al posicionarse como futuras docentes destacan como potencial esta metodología de enseñanza encontrándola diferente con respecto a metodologías tradicionales en las que se llevan adelante clases magistrales, particularmente enfatizan en el hecho que hay que "*pensar*" y que en este caso "*no te den* [dan] *todo servido en bandeja*" [refieren a producir y no obtener contenidos de un libro la matemática a estudiar], a pesar de destacar que lleva mucho tiempo para un/a docente que debe cumplir con el currículum prescripto (ver fila 7, Tabla 2).

Conclusiones

En la información construida en las entrevistas, analizada y presentada de modo compacto, se referencia el reconocimiento de diversos aspectos vinculados con la MM como abordaje pedagógico lo que muestra la atribución de sentidos por parte de las futuras profesoras.

Encontramos en común que referencian acciones que se vinculan con los diversos subprocesos del proceso de MM y la producción de modelos como una actividad fundamental que permite dar respuesta a la problemática escogida (Bassanezi, 2002; Esteley, 2014). Con respecto a los subprocesos de experimentación y validación hallamos que parece que las atraviesa el haber buscado información y el empleo de imágenes, material concreto y software, enfatizando el valor de los medios en el desarrollo y avance de su trabajo matemática (Borba y Villarreal, 2005). Así también, todas hacen referencia a la posibilidad de validar a través de debates colectivos en los que, en el marco de la vivencia del escenario de MM, se han aceptado o refutado los modelos propuestos (Bassanezi, 2002).

En los resultados reportados evidenciamos un trabajo con futuras profesoras en matemática en el que la puesta en juego de un escenario de MM permite que atribuyan sentido, se apropien del propio proceso de MM y vivencien estos procesos produciendo modelos que permiten dar respuestas a problemáticas. Tal decisión y desafío, permite la introducción de la MM en un curso de matemática en un ámbito de una universidad que coloca ciertas restricciones impuestas, a su vez, por demandas externas a la propia institución. Destacamos del análisis que esta vivencia educativa ha permitido la puesta en juego y producción de conocimientos matemáticos y tecnológicos (Bassanezi, 2002; Esteley, 2014), pero también didácticos, promoviendo discusiones que posiciona estrictamente a las futuras docentes en lo que será su desarrollo y práctica como profesionales a pesar de encontrarse en un curso de matemática.

En las voces de las futuras profesoras en el marco de las entrevistas ambos grupos dejan evidencia explícita, al atribuir sentido a MM, la demanda importante de tiempo que requiere el trabajo con MM en el aula y ponen de manifiesto la necesidad de docentes formadas/os que puedan acompañar y actuar como guías en el desarrollo de estos procesos. Estas consideraciones se encuentran en relación con las barreras que Borromeo Ferri (2018) reconoce para implementar la MM en el aula, a saber: preparación de docentes y tiempo.

Las ideas mencionadas, ponen en jaque dos cuestiones: por un lado, la aparente necesidad de un cambio curricular si se incorpora este modo de trabajo en el aula, por otro lado, la necesidad de que en asignaturas de matemática específica en carreras de formación docente se discutan cuestiones educativas con relación a las vivencias que se proponen en el aula. En sinergia con los aportes de Larrosa (2003) destacamos que, al ser personas de experiencia, en ocasiones, se tiende a reproducir lo vivido, por lo que la inclusión de discusiones y actividades en torno a MM en la formación docente puede redundar en una inserción mayor a la actual en la escuela secundaria.

Consideramos importante reconocer las potencialidades de la MM en la formación de profesores/as y la necesidad actual de buscar modos de adecuarse a los diferentes contextos educativos promoviendo atribución de sentido por parte de ellos/as. Esta cuestión está en línea con ciertos debates de la investigación internacional en MM que buscan definir un balance, entre la enseñanza de la MM para el desarrollo de habilidades para la comprensión del mundo y la MM para aprender contenidos matemáticos prescriptos (Stillman y Brown, 2019).

Señalamos también que el rol del aspecto social parece atravesar por completo a las futuras profesoras, enfatizando en que la construcción y trabajo se celebran en interacción, incluso la

validación, cuestión que se vincula con la atribución de sentidos como actividad social (Bajtín, 2000). Con respecto a los modos de validación en el marco de la MM y los sentidos atribuidos a este subproceso en particular consideramos que es necesario en el ámbito investigativo focalizar estudios en torno a esta cuestión, como ya se menciona brevemente en Villarreal, et al. (2018).

Finalmente, destacamos que el sentido (en este caso sobre MM) no es natural, no es evidente, hay que buscar modos de construirlo e instituirlo, y claro, situarlo. Las trayectorias y vivencias personales de formación constituyen la matriz desde la que interpretan, y dan sentido, a los temas, debates y tareas que se discuten en sus entornos de aprendizaje donde lo social atraviesa por completo lo vivido (Lerman, 2001).

Referencias y bibliografía

Bajtín, M. (2000). *Yo También Soy (fragmentos sobre el otro)* [Traducido al español de Tatiana Bubnova]. Taurus.

Bakker, A y van Eerde, D. (2015). An Introduction to Design-Based Research with an Example from Statistics Education. En A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping y N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics* Education (pp. 429-466). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6

Bassanezi, R. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. Contexto.

Borba M. y Villarreal M. (*2005). Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking.* Springer.

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education*. Springer.

Cruz, M. F.; Esteley, C. y Scaglia, S. (2020). Una experiencia de formación para futuros profesores: producir matemática en un contexto de modelización matemática. *Educación Matemática, 32* (1), 189-216. https://doi.org/10.24844/em3201.09

Da Ponte, J.P., y Chapman, O. (2016). Prospective Mathematics Teachers' Learning and Knowledge for Teaching. En English L. D. y Kirshner, D. (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education.* 3a ed. (pp. 275-296). Routledge. https://www.routledge.com/Handbook-of-International-Research-in-Mathematics-Education/English-Kirshner/p/book/9780415832045

Esteley, C. (2014). *Desarrollo profesional en escenarios de modelización matemática: Voces y Sentidos*. Filosofía y Humanidades/UNC.

Flick, U (2012). *Introducción a la investigación cualitativa.* 3ª ed. Morata.

Julie, C. y Mudaly, V. (2007). Mathematical modelling of social issues in school mathematics in South Africa. En W. Blum; P. L. Galbraith; H. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 503-510). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1

Kaiser, G. (2020). Mathematical Modelling and Applications in Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education.* Second Edition. (pp. 553-561). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0

Kazez, R. (2009). Los estudios de casos y el problema de la selección de la muestra: aportes del sistema de matrices de datos. *Subjetividad y procesos cognitivos, 13* (1), 71-89. http://dspace.uces.edu.ar:8180/xmlui/handle/123456789/727

Larrosa, J. (2003). *Entre las lenguas. Lenguaje y educación después de Babel*. Laertes.

Lerman, S. (2001). A Review of Research Perspectives in Mathematics Teachers Education (p.33-52). En F. Lin y T. Cooney (Eds.). *Making Sense of Mathematics Teacher Education*. Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-010-0828-0

Lewis, S. T. (2021) Theorizing 'Modelling as Bridge' Between Content and Vehicle. En F. K. Leung; G. A. Stillman; G. Kaiser y K. L. Wong (Eds.), *Mathematical Modelling Education in East and West, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. (pp. 45-54). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66996-6

Mina, M., Esteley, C. y Alterman, N. (2019). Sobre la modelización matemática en diseños curriculares. El caso del Ciclo Básico de la Educación Secundaria de la Provincia de Córdoba. *Resúmenes de las XI Jornadas de Investigación en Educación*. Área de Educación de la Facultad de Filosofía y Humanidades, Universidad Nacional de Córdoba. 9 al 11 de octubre de 2019. (Tomo II, pp. 119-130).

Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología. (2011). NAP. Tercer ciclo. Recuperado de: https://www.educ.ar/recursos/110570/nap-secundaria-matematica

Stillman, G. y Brown, J. (Eds.). (2019) *Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education.* Springer.

Stillman, G., Kaiser, G. y Lampen, C. (Eds.). (2020). *Mathematical Modelling Education and Sense-making*. Springer.

Villa-Ochoa, J.A., Sánchez-Cardona, J. y Rendón-Mesa, P.A. (2021). Formative Assessment of Pre-Service Teachers' Knowledge on Mathematical Modeling. *Mathematics, 9* (851), 1-15. https://doi.org/10.3390/math9080851

Villarreal, M., Esteley, C., y Smith, S. (2018). Pre-service teachers working in mathematical modelling scenarios with digital technologies. *ZDM Mathematics Education 50*, 327-341. https://doi.org/10.1007/s11858-018-0925-5

Sólidos de Platão e o pensamento geométrico: vivências fedathianas no curso de Pedagogia

Roberto da Rocha **Miranda**
Universidade Federal do Ceará
Brasil
robertouece@gmail.com
Josiane Silva **dos Reis**
Universidade Federal do Ceará
Brasil
professorajsr@gmail.com
Felismina de Sousa **Neta**
Universidade Federal do Ceará
Brasil
filonetaa@gmail.com
José Rogério **Santana**
Universidade Federal do Ceará
Brasil
rogesantana@ufc.com
Jorge Carvalho **Brandão**
Universidade Federal do Ceará
Brasil
profbrandao@ufc.br
Maria José Costa **dos Santos**
Universidade Federal do Ceará
Brasil
mazeautomatic@gmail.com

Resumo

Objetiva-se descrever, à luz da metodologia Sequência Fedathi, duas oficinas pedagógicas de geometria desenvolvidas com graduandos do curso de Pedagogia da Universidade Federal do Ceará. A abordagem metodológica é qualitativa, quanto aos objetivos é descritiva, quanto aos procedimentos é participante. Envolve o uso de materiais manipuláveis e digitais para a compreensão das relações existentes entre os

sólidos platônicos. De acordo com os resultados obtidos, afirma-se que os graduandos desenvolveram habilidades relacionadas a construção e manipulação dos sólidos bem como assimilaram suas relações, o que fortalece nossa hipótese sobre a importância da utilização de recursos digitais para inovação pedagógica.

Palavras-chave: Sólidos de Platão; Sequência Fedathi; Pensamento Geométrico; Oficina; Materiais Concretos; Sólidos RA

Introdução

A comunicação unilateral realizada num ensino tradicional, em que o professor como detentor do conhecimento não participa da construção realizada pelos alunos que recebem os saberes sem discutir e debater com o professor, diminui a motivação e a participação dos alunos durante as aulas. De acordo com Souza (2013) no ensino convencional, observa-se uma lacuna em relação à participação dos alunos na elaboração do conhecimento, diminuindo a chance destes de compreensão.

Com o intuito de minimizar essa lacuna, o estudo tem como questionamento: Como pode-se favorecer o pensamento geométrico dos alunos, a partir da metodologia Sequência Fedathi e a utilização de recursos digitais visando a inovação pedagógica? Nesse sentido, propôs-se realizar duas oficinas utilizando os recursos analógico e digital com o uso do aplicativo Sólidos RA. Objetiva-se com as oficinas conhecer, nomear, caracterizar, conceitos de figuras côncavas, convexas, identificando arestas, vértices, faces e suas propriedades a partir da construção e visualização de Sólidos de Platão.

Desta forma, a oficina justifica-se pela necessidade, dos alunos do Curso superior de Pedagogia da Faculdade de Educação (FACED/UFC), como futuros professores, de diferenciar os tipos de sólidos geométricos, e, por fim, reconhecer os conceitos dos sólidos platônicos.

Para favorecer a compreensão sobre os sólidos de Platão reconhecendo seus conceitos e suas características desenvolveu-se duas oficinas pedagógicas apontando formas de inovar o ensino de geometria por meio da construção dos sólidos de Platão.

As oficinas pedagógicas se fundamentaram na Sessão Didática proposta pela SF que é o trilhar do professor para a sua atuação na sala de aula, com fins na aprendizagem ativa dos alunos. O estudo é composto de cinco seções, a introdução, em seguida o referencial teórico, a metodologia, os resultados, e, por fim, as considerações finais.

Referencial Teórico

Segundo a Base Nacional Curricular Comum- BNCC (Brasil, 2017), é de fundamental importância o estudo da Geometria no Ensino Básico, que abrange um amplo conjunto de conceitos para compreensão e resolução de problemas do mundo físico. Aprender a posição, deslocamentos no espaço, formas e relações de figuras planas e espaciais favorecem o desenvolvimento do pensamento geométrico, que por sua vez são essenciais para investigação de propriedades, construção de conjecturas e argumentos geométricos convincentes.

O Pensamento Geométrico de Van Hiele avalia o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico e da aprendizagem de um aluno em determinado conteúdo. Destaca-se nesse estudo, os cinco níveis pela ordem de complexidade: reconhecimento (nível 1), análise (nível 2), ordenação (nível 3), dedução (nível 4), rigor (nível 5).

Segundo Leivas (2009), para Van Hiele, o desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno inicia no nível da visualização de um conceito geométrico, em seguida ao nível da análise, depois ao da ordenação lógica, mais adiante ao nível da dedução e, por fim, a atingir o nível do rigor da conceituação. Neste ponto, o aluno torna-se capaz de entender e relacionar conceitos abstratos.

Estudos como de (Leivas, 2014; Flores, 2007), apresentam que muitos estudantes possuem dificuldades em assimilar conceitos, realizar construções e relacionar conhecimentos em aplicações reais; para isso, é necessário que os professores dominem o conteúdo, como deve ser abordado, além de usar novos recursos didáticos para sala de aula, instigando os estudantes a serem pesquisadores, protagonistas do seu conhecimento a partir da solução de problemas.

Essa postura do professor em buscar a investigação matemática é proposta pela metodologia da Sequência Fedathi que tem revelado importante para o desenvolvimento do planejamento e execução de situações didáticas por meio de quatro fases : *tomada de posição* (apresentação do desafio/situação problema); *maturação* (mediação do professor para ajudar o aluno a raciocinar sobre a situação proposta); *solução* (apresentação das respostas encontradas e escuta dos caminhos traçados pelos alunos) e *prova* (sistematização do conteúdo).

Nas oficinas pedagógicas, essas fases, contribuíram na organização de todos os procedimentos metodológicos e sua utilização é justificada por mostrar no ensino de matemática e outras disciplinas a promoção de uma aprendizagem colaborativa. A seguir apresenta-se a Sessão Didática e suas contribuições na trajetória metodológica.

Sessão didática e o percurso metodológico

O estudo se caracteriza por ser descritivo com abordagem qualitativa. “As pesquisas descritivas são, juntamente com as pesquisas exploratórias, as que habitualmente realizam os pesquisadores sociais preocupados com a atuação prática.” (Prodanov, 2013, p. 53). O lócus do estudo se deu durante a disciplina de Ensino de Matemática e o público-alvo foram os 27 alunos regularmente matriculados no sétimo semestre do curso de Pedagogia da Faculdade de Educação (FACED/UFC).

Foram realizadas duas oficinas sequenciais com a mesma turma, porém durante a atividade participaram apenas 17 alunos na oficina com materiais analógicos (oficina 1) e 12 alunos com o uso das tecnologias digitais (oficina 2).

O objetivo principal das duas oficinas foi favorecer o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, a partir da utilização de recursos analógicos (sólidos feitos de jujuba e palitos), digital com o uso do aplicativo Sólidos RA, fundamentados na Sequência Fedathi.

Para a trilha metodológica foram realizadas duas sessões didáticas, estruturadas a partir de uma análise ambiental e uma análise teórica, seguindo as fases da SF. De acordo com Pinheiro *et al,* (2016, p. 53) "Na análise ambiental, destacam-se o público-alvo, materiais, duração das sessões de estudo, variáveis locais e acordo didático". Desta forma, observou-se a instalação de tomadas, *datashow*, cabos, acesso à internet e posicionamento das mesas para o bom andamento das oficinas. Já na análise teórica realiza-se uma pesquisa sobre os conteúdos que serão abordados na Sessão Didática, e discorre-se sobre eles, aponta Souza (2013).

Nas oficinas pedagógicas, realiza-se uma articulação de materiais analógicos (palitos e jujubas para construção de sólidos) e materiais digitais (o aplicativo Sólidos Realidade Aumentada (RA). Sobre o aplicativo RA está disponível na *Play Store.*[1] A tecnologia mobile para estudantes e professores baixarem o aplicativo em seus celulares *smarthfones Android,* de acesso gratuito e que pode usar sem conexão com internet em qualquer ambiente seja ele dentro ou fora de sala de aula, basta imprimir o material de apoio e assistir o vídeo tutorial disponível em sua interface.

O uso do aplicativo justifica-se pelas suas potencialidades pedagógicas especiais: visualização, rotação, escala e construção figuras planas e espaciais dando suporte a novas modalidades educativas que facilitam o aprendizado, proporcionam mais interações entre o professor e aluno, fortalecem a criticidade, fazem conexões importantes entre disciplinas, estimulando criatividade, em outras palavras, traz um aprendizado contextualizado, tecnológico, reflexivo e dialético.

Cada sessão didática foi organizada através do planejamento segundo a Sequência Fedathi, desde sua preparação que contempla o objeto de conhecimento, o detalhamento do conteúdo, descritores contemplados, objetivos, além da análise teórica, o *plateu,* acordo didático, a vivência (em três partes: as fases da SF; (tomada de posição, maturação, solução e prova); recursos de coleta de dados; (uma atividade com as situações problema propostas na tomada de posição); e, a avaliação,(por meio de um formulário Forms).

As duas sessões tiveram uma duração de duas horas e foi suficiente para realização das atividades. Para escolha dos materiais analógicos, utilizou-se: diferentes tipos de sólidos, folha de papel sulfite, palitos de dente, jujuba, impressão A4 das figuras dos sólidos platônicos e suas planificações; e, os materiais digitais, usou-se: notebook, *Datashow,* aplicativo e aparelho celular. O professor e o alunos elaboraram o acordo didático, princípio fundamental da SF, para que todos os alunos participassem se engajando e colaborando nos grupos com a devida atenção de forma ética. Foi ressaltado também a importância do respeito ao tempo proposto para a oficina, iniciativa para expor dúvidas e debruçar-se sobre a atividade.

Durante a análise teórica realizou-se o diagnóstico do *plateau*[2] que "leva-se em conta o conteúdo teórico da disciplina e dos conhecimentos sobre atuação docente" (Pinheiro *et al,* 2016, p.32).

---

[1] Aplicativo Realidade Aumentada, disponível em: Sólidos RA Realidade Aumentada – Apps no Google Play . Acesso em 16 de janeiro de 2023.

[2] Plateau, segundo a Sequência Fedathi, é o nível de conhecimento prévio ou pré-conceitos do sujeito em relação ao domínio do conteúdo. (Pinheiro *et al*, 2016, p. 32).

No momento da oficina 1, convida-se os alunos para observar diferentes tipos de materiais, que foram expostos sobre uma mesa na sala de aula, como: caixas de remédio, sapato, porta-joias, esferas, os sólidos de Platão etc., e, assim, por meio de alguns questionamentos, identifica-se os conhecimentos prévios dos alunos, conforme figura1 a seguir.

Figura 1. Identificação dos sólidos e análises dos conhecimentos prévios.

As oficinas pedagógicas, em suas sessões didáticas foram conduzidas com o uso da pergunta principal: "Como construir os sólidos de Platão com palitos de dente e jujuba a partir da visualização de sua imagem planificada?" (oficina 1). Já na oficina 2 foram entregues situações-problemas dentro de cinco envelopes separados com as seguintes situações: visualize através do aplicativo as figuras dos QR Codes 01,31,32,33,34 (envelope 1 - módulo de visualização); após a visualização indique o nome do poliedro, o número de vértices, o número de arestas, o número de faces e desenhe suas planificações (envelope 2 - planificações).

Após essas duas vivências foram lançadas as seguintes perguntas e as orientações: Existe uma relação entre o número de vértices, arestas e de faces desses poliedros? Se sim, qual? Construa poliedros com escala, rotação e posição que queira. Descreva o que criou, relatando quais poliedros usou a partir desse módulo (envelope 3 - módulo de criação); construa um poliedro regular e outro irregular, estabeleça a diferença entre os dois a partir de sua construção, registre em fotos tiradas no App Sólidos RA (envelope 4 - módulo de modelagem); crie figuras planas no Módulo Geoplano, construa um polígono regular e outro irregular, estabeleça a diferença entre os dois, apresente fotos tiradas a partir do uso do aplicativo Sólidos RA (envelope 5).

Essas situações-problemas foram utilizadas na tomada de posição. Nessa fase, "o professor inicia sua aula com a apresentação do problema e segue mediando a resolução dos alunos na etapa da Maturação, na qual se espera questionamentos dos discentes" (Soares *et al*, 2018, p. 28). Já na atividade, várias hipóteses foram sendo levantadas pelos alunos como: Qual a importância de se conhecer os sólidos geométricos? Conhecer os sólidos platônicos pode influenciar para a aprendizagem de outros sólidos? Por que estes sólidos são chamados de platônicos?

Ressalta-se que ao longo das oficinas estas questões foram respondidas pelos alunos, a partir da mediação do professor. O professor realiza a mediação da resolução do problema e aguarda questionamentos dos discentes que, por via da pergunta, com amparo nessas indagações, enseja reflexões (Soares *et al*, 2018). No momento da maturação, os alunos se debruçaram sobre

as situações- problemas construindo os sólidos e reformulando suas hipóteses, por meio da RA. Aqui o *erro* foi considerado, e o professor utilizou-se de novas perguntas e contraexemplos com o intuito de instigar os alunos a encontrar a solução.

Durante a solução, na oficina 1, os alunos foram convidados a apresentar os sólidos, montados por eles, identificando a quantidade de arestas, vértices e faces e na oficina 2, os alunos foram convidados a apresentarem as respostas das situações-problemas, de forma livre e espontânea. No momento da prova, foi apresentado, por meio de slides, todos os sólidos de Platão, suas especificações e características próprias como: todas as suas faces possuem o mesmo número de lados; todos os seus ângulos poliédricos são regulares e congruentes entre si, isto é, euleriano (V+F=A+2); de cada um de seus vértices partem o mesmo número de arestas. Nesta etapa, o docente confirmou as conclusões realizadas pelos alunos, relatando alguns pontos esquecidos pelos alunos e formaliza os resultados por meio da apresentação (Menezes, 2017).

Análise e discussões

A partir das questões propostas, os estudantes listaram no quadro os possíveis sólidos de Platão e percebemos uma certa dificuldade na nomenclatura de alguns sólidos, por exemplo o icosaedro, no qual denominaram de “vintiedro”, “isoedro”, “zoedro”, além de conhecer o hexaedro elo seu nome popular cubo. Outros não sabiam explicar por que eram apenas cinco, mas relataram que na Oficina 1, foi discutido sobre cada sólido está associado a um elemento da natureza: "tetraedro – fogo”, “hexaedro – terra”,“octaedro – ar”,“icosaedro – água”, “dodecaedro – Cosmo ou Universo", conforme figura 2 a seguir:

Figura 2. Sólidos de platão construídos com palito de dente e jujuba.

Um dos resultados pertinentes da Oficina 1, é [re]conhecer os sólidos geométricos de Platão e construí-los a partir de jujubas e palitos, aprendendo conceitos iniciais como: arestas (quantidade de palitos), vértices (quantidade de jujubas), pois trata-se de informações importantes para a Oficina 2, em que se trabalhou o conceito de face, propriedades dos sólidos de Platão e a exploração de diferentes maneiras de visualização.

Outras perguntas foram deixadas para serem respondidas ao longo da experiência em sala de aula; porém, novos questionamentos surgiram para instigar os estudantes sobre o conteúdo de Geometria, a saber: “Vocês já ouviram falar de Realidade Aumentada?”, “O que é Realidade Aumentada?” Após eles responderem, propusemos a separação da sala em três grupos com quatro pessoas, no qual eles teriam acesso a cinco envelopes referentes aos *QRs Codes* dos módulos: visualização, planificação, criação, modelagem e geoplano que foram impressos e que estão disponíveis no próprio aplicativo Sólidos RA disponível apenas no *android* . O primeiro envelope Módulo Visualização disponibiliza as figuras dos *QR Codes* 01,31,32, 33, 34, os

Sólidos de Platão, como o primeiro contato deles com a RA, conforme figura 3 a seguir.

Figura 3. Visualização do Dodecaedro pelo *QR Code* 34 a partir do app Sólidos RA.

Um dos questionamentos trabalhados com as equipes foi: Qual a diferença de polígono convexo e um côncavo? Para responder essa pergunta, propomos que os alunos abrissem o envelope 4 Modelagem, onde eles se depararam com vários *QRs Codes* pequenos com as letras A,B,C,D,E,F,G,H,I e um no formato circular com a letra O. Eles conseguiram perceber a diferença, pois o aplicativo faz a classificação de forma automática. Porém eles tiveram que refletir como eles definiriam a partir de suas observações pelo aplicativo, observadas na figura 4 abaixo.

Figura 4. Polígono Convexo e Côncavo pelo *QR Code* A,B,C,D eE a partir do app Sólidos RA.

Assim, ao observar a diferença das figuras, os alunos perceberam que ao colocar uma reta, uma parte dela ficaria de fora da região no polígono Côncavo. Dessa forma, o quadro 1 a seguir, foi elaborado para apresentar os níveis desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele em que se encontravam os estudantes da pedagogia em consonância com as etapas fundantes da SF.

Quadro 1
Principais características dos níveis de pensamento geométrico de Van-Hiele com as etapas da SF

NÍVEIS	CARACTERÍSTICAS	EXEMPLOS	SF
Primeiro Nível (Reconheci-mento)	Os alunos percebem os objetos geométricos de acordo com a sua aparência física. Eles justificam suas produções por meio de considerações visuais, (protótipos visuais), sem usar explicitamente as propriedades desses objetos	O estudante classifica os polígonos convexos e côncavos a partir da sua observação pelo aplicativo, sem analisar características.	Tomada de Posição: Problemas propostos durante a oficina para mobilização de conhecimentos geométricos

Segundo Nível (Análise)	Os alunos são capazes de reconhecer os objetos geométricos por meio de suas propriedades. No entanto, eles usam um conjunto de propriedades necessárias para a identificação e a descrição desses objetos	Construção do conceito de polígonos convexos e côncavos através de um segmento. Momento em que conceituam os Sólidos de Platão; trazendo propriedades: convexos, todas as faces possuírem a mesma quantidade de arestas e todos vértices serem extremidades de uma mesma quantidade de arestas a partir da visualização dos sólidos pela RA.	Maturação: Tentativa pelo erro, na construção da solução para os problemas
Terceiro Nível (Ordenação)	Os alunos são capazes de ordenar as propriedades de objetos geométricos, construir definições abstratas, distinguir as propriedades necessárias e as propriedades suficientes para determinar um conceito, além de entender deduções simples. No entanto, demonstrações não estão incluídas	Embora não demonstrada, muitos alunos sabem a Relação de Euler: V+F=A+2, porém instigue com provocações, como o uso do contraexemplo, o caso de um Diedro, em que ao se verificar que a Relação de Euler não é válida, estimulando a dedução da fórmula sem demonstrações, conveniente, chegando à relação válida F+V=A+1	Maturação: Explorar exemplos e tentar construir conceitos pela observação dos sólidos pelo aplicativo e quando possível sempre fazer perguntas ao professor.
Quarto Nível (Dedução)	Os alunos são capazes de entender o papel dos diferentes elementos de uma estrutura dedutiva e desenvolver demonstrações originais ou, pelo menos, compreendê-las.	Os estudantes construíram ao longo da aula argumentos fortes para demonstrar que os Sólidos de Platão são apenas cinco, partindo de 2A=n.F=p.V , isolando uma das variáveis e substituindo na Relação de Euler encontrada.	Soluções: Sugestões de respostas as perguntas guiadas pelos problemas, podendo alterar devido a socialização de respostas pelos estudantes.
Quinto Nível (Rigor)	Os alunos são capazes de trabalhar em diferentes sistemas axiomáticos e estudar várias geometrias na ausência de modelos concretos	Não chegaram a este nível	Prova: Quando os estudantes se deparam com a formalização do conceito geométrico inerente para uma aprendizagem significativa

Fonte. Elaborado pelos autores (2022).

Ao final, solicitou-se aos alunos que avaliassem as oficinas pedagógicas, por meio de um formulário eletrônico. A pergunta principal foi, quais suas percepções a respeito das oficinas pedagógicas?

> Achamos interessante trabalhar com situações planas e espaciais através de materiais concretos e pela Realidade Aumentada, assim a contrução de conceitos de faces, vértices e arestas por meio dos Sólidos de Platão.(Aluno 1)

> Gostamos muito das oficinas, achamos muito dinâmicas e se complementam, facilitando através da interação, visualização e compreensão acerca de conceitos como figuras côncavas, convexas, a diferença de polígonos e poliedros, as propriedades dos Sólidos de Platão e o estabelecimento da relação de Euler e conhecer contraexemplos através dos diedros. (Aluno 2)

O depoimento dos alunos aponta que é de fundamental importância as contribuições provenientes das oficinas pedagógicas para otimização de seus aprendizados, e enfatizam que a forma dinâmica como foram trabalhadas, auxiliam na consolidação do desenvolvimento do pensamento geométrico pertinente à sua formação docente, com fins nos processos de ensino e aprendizagem nos anos iniciais do ensino fundamental.

Considerações Finais

Considera-se que o objetivo do estudo foi contemplado, pois os estudantes desenvolveram habilidades com o uso do aplicativo por meio da visualização, como a concentração, o pensamento geométrico, o qual pode-se dizer que chegou ao terceiro nível.

Diante disso, a pergunta inicial foi respondida, já que a metodologia Sequência Fedathi valorizou a construção do conhecimento, como também se utilizou do diálogo para avaliar e fortalecer o pensamento dos estudantes. Evidenciou-se que a mudança de postura docente, por meio da mediação, auxilia os alunos a serem mais autônomos e produtores de conhecimentos; pois após as construções, os alunos conseguiram visualizar as arestas, vértices e faces realizando as devidas distinções, durante as atividades. Durante a socialização, em busca de solução por meio de uma atividade xerografada de forma a contemplar as hipóteses, contra exemplos e estratégias trabalhadas com o aluno pelo professor, os alunos confirmaram suas hipóteses em cada sólido por meio da relação de Euler.

Dentre as dificuldades explicitadas, destaca-se o reconhecimento dos *QRs Codes* pelo aplicativo e a curta duração das oficinas para aprender de forma mais aprofundada as aplicações de cada Módulo presente no aplicativo. O uso dos recursos de inovação pedagógica, como material analógico e digital na promoção do pensamento geométrico de Van Hiele, foram elogiados pelos alunos. É importante ressaltar que não existe um manual a ser seguido para como abordar cada conteúdo e sim uma metodologia que possibilita o amadurecimento e uma mudança de saber que não há uma "receita de bolo" para as abordagens com os alunos e sim uma metodologia eficiente que possibilita amadurecimento e uma mudança de postura em sala de aula. Por fim, espera-se que a SF na formação de futuros professores e suas possíveis estratégias/recursos didáticos na promoção do pensamento geométrico de Van Hiele, sejam mais explorados nos cursos de Pedagogia.

Referências e bibliografia

Brasil (2017). *Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular.* Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC/SEB.

Flores, C. R. (2007). *Olhar, saber, representar: sobre a representação em perspectiva*. São Paulo: Musa.

Leivas, J. C. P. (2009). *Imaginação, intuição e visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática*. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

Menezes, D. (2017). *Uma sessão de taxa de variação no ensino de cálculo: como não fazer.Sequência Fedathi no ensino de matemática*. Curitiba: CRV.

Pinheiro, A. C. M.; Pedrosa, V. N.; Mendonça, A. F. (2016). *Uma proposta metodológica do uso do ambiente computacional como recurso didático para o ensino de conceitos matemáticos baseados na Sequência Fedathi*. Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). Anais [...] São Paulo.

Prodanov, C. C.; Freitas, E. C. (2013). *Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho científico*. 2. ed. Novo Hamburgo: Associação Pró-Ensino Superior em Novo Hamburgo.

Soares, T. A.; Nobre, F. A. S. (2018). *A pergunta. Sequência Fedathi: fundamentos*. Curitiba: CRV.

Souza, M. J. A. (2013). *Sequência FEDATHI: apresentação e caracterização. In: SOUZA, Francisco Edison Eugênio et al. Sequência FEDATHI: uma proposta pedagógica para o ensino de ciências e matemática.* Fortaleza.

STREM: Una experiencia de abordaje multifacético de la Matemática por estudiantes de profesorado

José Andrés **Ynoñán** Jiménez
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad Nacional Pedro Ruíz Gallo
Perú
aynonanj@unprg.edu.pe
Lucila Yosimar **López** Díaz
Facultad de Ciencias Histórico Sociales y Educación, Universidad Nacional Pedro Ruíz Gallo
Perú
llopezdi@unprg.edu.pe
Roxana Mercedes **Constantino** Quintana
Facultad de Ciencias Histórico Sociales y Educación, Universidad Nacional Pedro Ruíz Gallo
Perú
rconstantino@unprg.edu.pe

Resumen

El objetivo de este artículo es mostrar las diferentes facetas de la Matemática y su carácter dinámico, normalmente ausente en los planes curriculares, a través de la experiencia de STREM, un evento académico virtual de carácter regional, donde estudiantes de profesorado en Matemática de una universidad peruana, se muestran "haciendo matemática", conduciendo talleres, evidenciando el carácter histórico-cultural, creativo, generalizante, antiintuitivo, abstracto y lúdico de la Matemática. Concluimos con algunas reflexiones sobre el quehacer de la actividad matemática que nos deja la realización del evento.

Palabras clave: Educación Matemática; Enseñanza virtual; Formación docente inicial; Constructivismo; belleza matemática; papiroflexia; juegos; matemagia; Topología; Perú.

Introducción

La Matemática escolar carece de problemas, junto con la pregunta, se ofrece la respuesta, como es el caso del área de un triángulo, de entrada nos dan la fórmula, sin posibilidad de descubrirla; vista así, la Matemática, parece algo acabado y que no hay más que hacer, tal como manifiesta Lockhart: "las matemáticas no son algo que hacer, sino algo que te hacen" (Lockhart & Devlin, 2009). Es a partir de preguntas genuinas, así como, a través de un proceso inductivo, como se aprende. Ese proceso de "hacer matemáticas" se planteó y llevó a cabo a través de un evento virtual denominado STREM: Seminario Taller Regional de Educación Matemática, propuesto por un Profesor y estudiantes de la carrera de Educación Matemática de la Universidad Nacional Pedro Ruíz Gallo (UNPRG) de Lambayeque, Perú.

En principio, el docente planteó escoger un tema de interés a los estudiantes para que lo expongan, dado que se pensó en un evento virtual, la condición es que fuera visual, que generase emociones positivas, y se mostrara en lo posible manipulable. Los estudiantes hicieron la exploración bibliográfica. En todos los casos se procedería en forma inductiva, a partir de preguntas que se intentaron responder y tal vez generar nuevas interrogantes. Siguiendo un proceso análogo de trabajo al de un matemático profesional, salvando obvias distancias, utilizando la creatividad, se apreciará la belleza y las conexiones de la Matemática con el arte.

El evento STREM, organizado por estudiantes de Educación Matemática de la UNPRG, se pensó en un alcance regional (Macro Región norte del Perú, donde se encuentra la Universidad mencionada, en Lambayeque) porque, si deseamos cambiar la manera negativa con que se percibe la Matemática, sería promoviendo un cambio en nuestro entorno cercano, y lo hicimos dando el ejemplo como primer paso. Algunas frases que guiaron los trabajos de los estudiantes fueron: "La Matemática rigurosa se hace con la mente, la Matemática hermosa se enseña con el corazón" de Claudi Alsina (2017), y "La Matemática no es un deporte para espectadores" de George Phillips (2005).

Metodología

STREM se llevó a cabo en forma virtual, en tres jornadas, los días 21, 22 y 23 de abril del año 2022, en horario de 16 a 19 horas cada día. El evento fue un Seminario-Taller. Las exposiciones del seminario estuvieron a cargo de seis docentes de la Región Lambayeque. Se describe a continuación, sólo la participación de los estudiantes de profesorado (talleres). Fueron nueve los temas abordados, cuatro en forma individual, cuatro en parejas, y solo uno fue conducido por tres estudiantes. La duración de cada taller fue de 20 a 30 minutos aproximadamente (incluyendo la participación del público con preguntas y comentarios). Los materiales empleados fueron sencillos, económicos y fáciles de conseguir como cuerdas, barajas, papel, cartulina, cartón, carrizo, tecnopor, etc. Se pensó dejar tiempo para pensar en las preguntas y desafíos que iban surgiendo y proponiendo al público asistente, por ello algunos temas se desarrollaron en dos sesiones en jornadas distintas. Los temas fueron los siguientes:

1. Relación entre el Álgebra y la Geometría a través de ecuaciones.
2. Matemagia.
3. Juegos.
4. Desafíos antiintuitivos.
5. Papiroflexia.
6. Algunas visiones de los sólidos platónicos.
7. Películas de jabón.
8. Diseño Phibonáureo.
9. Cometas.

El tema *Matemagia* se presentó el primer día, con tres actuaciones (números de magia) de 10 minutos cada una, intercaladas durante toda la jornada, en la tercera jornada se presentaron las soluciones detalladas a los retos. La misma metodología se aplicó al tema *Desafíos antiintuitivos* en la segunda y tercera jornadas.

Se creó una página de Facebook para el evento, donde están alojadas las grabaciones de las tres jornadas, la lista de materiales empleados, imágenes y algunos cortos con ideas que complementan las exposiciones de los estudiantes organizadores, aquí el enlace: https://www.facebook.com/profile.php?id=100082967480649

Resultados y discusión

Pasamos a describir y comentar las presentaciones de cada uno de los nueve temas expuestos por los estudiantes de profesorado, resaltando la forma de abordar (método) el tema, más que el contenido (De Guzmán, 2007), con énfasis en el aspecto visual, donde interviene la parte psicomotora del empleo de las manos y el uso de materiales sencillos: Este proceso no deductivo sino en sentido contrario, sigue la secuencia de tres etapas de aprendizaje que proponen Villani y Torossian (2018): manipulación y experimentación, verbalización, y abstracción. En cada uno de los casos se empezó con algunas preguntas que guiaron el proceso de “hacer matemática”.

Relación entre el Álgebra y la Geometría a través de ecuaciones

En un contexto histórico, donde estuvieron implicados varios matemáticos italianos del siglo XVI, entre ellos Tartaglia, Cardano, Ferrari, preocupados por resolver la ecuación de tercer grado; explicamos la solución de la cuadrática por analogía con una idea geométrica usada desde los babilonios, para después, tratar de resolver la ecuación cúbica. Con una hoja de papel cuadrada al que le falta un cuadrado en una esquina, se explica la denominación “completar el cuadrado” y la técnica geométrica de resolución de la ecuación de segundo grado. ¿Puede hacerse algo análogo para la ecuación cúbica?. El ponente lo ilustró con un cubo y varios paralelepípedos de tecnopor. Resaltamos que, con este método, no se puede resolver el caso general, sino un caso especial de ecuación de tercer grado, durante el proceso, hubo casos que no tienen parangón con la intuición geométrica, y se podía abstraer para dar entrada a los números negativos y posteriormente a los números imaginarios, tal como ocurrió históricamente.

Matemagia

Es un tema con bastante historia, tiene varios cultores en la actualidad y existe bastante material disponible como recurso pedagógico; se presentaron tres números de matemagia: en el primero denominado, "los cuartos encantados" se utiliza el principio de paridad, el segundo trató de "los gatitos matemáticos" y el tercero sobre "las cartas de igual número". En todo acto matemágico subyacen principios matemáticos, los más comunes son el principio de Kruskal, el principio de Hummer, el principio de Gilbreath. En cada número de matemagia, se puede pensar en variantes o generalizaciones, por ejemplo, en el truco de "los cuartos encantados", se puede pensar si aún se cumple, si disponemos de otra manera las habitaciones o cambiamos el número de cuartos. En general, después de conocer el fundamento, nos queda la curiosidad de modificarlo o ponerle un toque personal y eso es motivante para aprender más.

Juegos

El aspecto lúdico está omnipresente en el corazón mismo de la Matemática, Miguel de Guzmán nos decía que muchos matemáticos consideran su actividad profesional como un juego. En STREM se presentaron tres juegos de estrategia. El *juego de las ranas*, donde participa un solo jugador, el *NIM* y el *juego del 15*, se juegan en parejas. Para el *juego de las ranas*, usamos una aplicación de la página web del *Festival Matemático Julia Robinson*. El jugador, después de haber entendido la mecánica del juego para ganar, logra descubrir patrones ocultos, desearía variar algunas de sus reglas, este juego se puede aplicar a niveles desde primaria hasta superior. Con respecto al juego del *NIM*, de la gran cantidad de variantes que existe, solo se presentó un caso sencillo. El *juego del 15* fue tomado de una conferencia de Humberto Bortolossi, de la Universidad Federal Fluminense de Brasil, después de analizar este juego, descubrimos que la estrategia para ganar es la misma que la del conocido juego del *michi* o *tres en raya*, en otras palabras, existe una equivalencia entre ambos juegos, uno más sencillo y conocido que el otro. Al estudio de ese tipo de equivalencias o "puentes", se dedica el álgebra abstracta. Nos cuestionamos también si podemos hacer variaciones y generalizaciones de este juego.

Desafíos antiintuitivos

Hay aspectos de la matemática que desafían el sentido común, y si se les presenta de manera visual, genera curiosidad y motivación; en geometría existen muchos de ellos, sobretodo en una rama joven de la Matemática, llamada Topología. En STREM se presentaron varios casos, uno de ellos, el desafío "*de un solo corte*", consistía en hacer un solo corte con unas tijeras sobre un papel doblado estratégicamente, para obtener sobre el papel cortado, un agujero con una figura predeterminada, que podía ser un triángulo, un rombo o una estrella. La pregunta natural es, ¿qué figuras se pueden obtener "de un solo corte"? y ¿qué estrategias de doblado se pueden emplear? Con "la banda de Möebius", un objeto topológico, se trabajaron muchos desafíos; Otros desafíos abordados que usaron Topología fueron "nudos", trabajados ora con papel, ora con el cuerpo, donde se mostraron casos visuales sorprendentes. Algunos desafíos más, incluían materiales como palitos de helado, cartulina, cuerdas, etc.

Papiroflexia

Incluye al origami y al kirigami, se presentaron conceptos de geometría, desde muy sencillos como ángulos, segmentos, etc. que se pueden trabajar en primaria. Para el caso de enseñanza media, doblar el papel de tal manera que se pueda probar el Teorema de Pitágoras. Con el Kirigami se pueden ilustrar conceptos avanzados de Matemática, como los fractales, nosotros construimos la escalera de Cantor y el Triángulo de Sierpinski, obviamente con un número limitado de iteraciones. Se presentó la historia del origami narrada por un dinosaurio de kirigami. Hicimos patente que las ideas de doblado y plegado, están presentes en aplicaciones tecnológicas modernas, claro está, ya no con papel, sino con materiales especiales, algunos productos son usados por la NASA en el diseño aeroespacial, otros como los stent, de dimensiones microscópicas tienen aplicaciones cardiovasculares.

Algunas visiones de los sólidos platónicos

Este tema se abordó con material manipulativo, se partió de los polígonos regulares en el plano (existe una cantidad infinita de ellos), para ver la analogía en dimensión tres, se exploraron algunas propiedades, como que los ángulos que se forman en los polígonos adyacentes (caras) son congruentes, así como todas las aristas, y el número de éstas que convergen en un vértice; se plantearon cuestiones al público, se hizo un proceso de abstracción de las principales características, y después, tal y como lo hicieron los griegos de la antigüedad, mediante argumentos de álgebra y geometría muy sencillos, se justificó el porqué existen sólo cinco poliedros regulares. Una pregunta surge de manera natural ¿Qué sucede en dimensiones mayores? Lo más importante que se trató con este tema fue diferenciar una demostración de una comprobación; en el primer caso, al demostrar la existencia de sólo cinco de tales poliedros, surgió inesperadamente una característica de complementariedad entre ellos, denominada *dualidad*; en el segundo caso, para la comprobación, se utilizó como ejemplo una fórmula más general, que cumple no sólo para poliedros regulares, esta involucra una relación entre el número de caras, vértices y aristas de un poliedro; esta fórmula, denominada *característica de Euler* tiene asociado el concepto matemático de *invariante*.

Películas de jabón

Un tema muy visual, y que nos remonta a la infancia, aparece el aspecto antiintuitivo al intentar hacer la burbuja de jabón sobre cualquier curva cerrada, ésta siempre resultará esférica por principios físicos, lo que nos anima a indagar por qué sucede esto. En la realización de la parte experimental, indicamos la preparación de la solución jabonosa con glicerina, la construcción casera de estructuras geométricas de poliedros para sumergirlos en la solución anterior: Aparte de resultar figuras bellas visualmente, éstas cumplen un principio físico-matemático de minimización, que es muy útil y aplicable en ingeniería y en la Matemática Superior.

Diseño Phibonáureo

El nombre es un neologismo formado por tres expresiones phi, Fibonacci y áureo, referidas al número irracional Phi, al matemático Fibonacci y a la proporción áurea; esta

proporción está relacionada con la construcción de diseños visualmente bellos. Se trabajó con las ideas de proporcionalidad que vienen desde la antigua Grecia, y que en la actualidad los diseñadores de logotipos comerciales las utilizan para hacerlos atractivos. Se presentó la explicación del logo del evento, fundado en la construcción de la espiral áurea a través de cuadrados adyacentes, cada una de las letras de las siglas de STREM van en cada cuadrado; y el conejo (diseñado como hecho de origami) corriendo deslizándose sobre la espiral da la idea de continuidad, hace alusión a la magia y a los conejos de Fibonacci. Puesto que en la naturaleza aparecen los números de Fibonacci, se mostró cómo están presentes en las espirales de una piña. Señalamos además que el número de oro pertenece a una familia de números metálicos, que se definen, tal como phi, a partir de una ecuación de segundo grado. Mostramos, además, como una generalización a tres dimensiones, *el número de plástico,* como única solución real de una ecuación cúbica.

Cometas

Conocidos en algunos países como barriletes o papalotes. Mediante elementos sencillos como carrizo, cuerda, papel se construyeron varios modelos de cometas, y se hicieron volar fuera de la ciudad, es un dispositivo que se basa en principios de aerodinámica para que pueda volar. En sus diseños hay simetría, pueden ser tanto bidimensionales, como tridimensionales, sirviendo para comprender y diferenciar conceptos geométricos en estas dimensiones. Se hizo la pregunta ¿De qué modo se puede conocer la altura del cometa en un determinado momento? El público asistente dió algunas respuestas, los ponentes por su parte mostraron un goniómetro casero construido por ellos mismos y su empleo, para obtener la altura aproximada de su cometa en pleno vuelo, este goniómetro les permitió además medir la altura de un edificio de una Institución Educativa local y de un tanque elevado de agua, haciendo uso de la Trigonometría. Aquí es aplicable la frase de Auguste Comte. “La Matemática es la ciencia de la medida indirecta.”

Después de una descripción de los nueve temas de los talleres, mencionamos que cada uno de los temas tratados se abordaron a través de preguntas, que nos llevaron a seguir un proceso de trabajo inductivo, lo llamativamente visual dio paso a las emociones positivas, al querer intentar ganar o descubrir el porqué, como el caso de los juegos, de los desafíos intuitivos o de la matemagia, que tienen mucho en común. Si bien como estudiantes nos habíamos preparado en nuestros temas, se trató en todos los casos, no tanto de explicar el contenido, sino de mostrar el proceso de “hacer matemática”, ante las dudas, hacernos preguntas, tratar de responderlas en base a indicios, se hicieron analogías, se formularon conjeturas, se hicieron exploraciones, se intentaron dar explicaciones, se dejaron preguntas abiertas al público para la siguiente sesión (en el caso de los temas presentados en dos jornadas), dejando tiempo para que los participantes puedan “luchar” con el problema, como propone en conferencia TED, Dan Finkel (2016), se mostraron las generalizaciones y en algunos casos las abstracciones. El aprendizaje escolar de la Matemática, según el *Constructivismo*, se produce durante el proceso de “hacer matemáticas” tal como trabaja un matemático profesional (salvando obvias distancias), Miguel de Guzmán (2007), Lockhart y Devlin (2009), Dreyfus (2014), Mabel Rodríguez y colaboradores (2022).

Hemos mostrado en STREM que se puede “hacer matemáticas” en todos los niveles, adaptando los temas de acuerdo a la profundidad, como el caso de la papiroflexia, los diseños,

los juegos, la magia, o los desafíos antiintuitivos; haciendo patente las caras más atractivas de la Matemática, propiciando las emociones positivas y haciendo intervenir en el proceso, diferentes elementos como intuición, creatividad, analogías, conjeturas, paradojas, contraejemplos; dado que se trabaja principalmente con ideas, y por eso son baratas.

En casos como el origami, los sólidos platónicos, o los diseños, las ideas que subyacen trascienden el tiempo y tienen vigencia en el arte y la tecnología actuales.Pero como las ideas son producidas por seres humanos, hemos hecho notar el carácter humano e histórico-cultural de la Matemática, reconociendo a personajes como: Platón, Fibonacci, Tartaglia, Euler, Julia Robinson, Akira Yoshizawa,, Martin Gardner, e incluso contemporáneos como John Conway, Claudi Alsina, Dan Finkel, Olga Paris-Romaskevich, Andrew Wiles, entre otros.

Consideraciones finales

Uno de los objetivos de nuestro evento fue mostrar unas matemáticas vivas, atractivas y realizables, incidiendo en el método más que en el contenido (de Guzmán, 2007), a nuestro parecer se logró con creces, tal como al final del evento lo demostraron los participantes con sus intervenciones y comentarios. En STREM hemos abordado verdaderos problemas, no problemas artificiales (Alsina 2017), con una temática variada, tanto intra como extra matemáticos, mostrando las diferentes facetas de la matemática (Artstein, 2014).

Los temas abordados no se agotan con la temática presentada, sino que pueden continuar según los intereses de quien los estudie, porque ya le habrá encontrado intrínsecamente un porqué seguir explorando ideas, habrá conseguido automotivarse.

Con lo mostrado se ha conseguido proporcionar material e ideas para que sean utilizadas por los docentes de los diferentes niveles educativos. Cumpliendo con uno de los objetivos más generales como es, proyectarse a la comunidad, divulgar la Matemática, pero aún más trascendentalmente compartir ideas, y mostrar la belleza de la matemática, de una manera innovadora.

Destacamos el aprendizaje de estudiantes de profesorado en formación porque a través de eventos similares se puede socializar experiencias con maestros en ejercicio, y éstos a su vez pueden aprender de los jóvenes emprendedores, novedades y recursos como matemagia, juegos de estrategia, desafíos anti intuitivos, etc. El aprendizaje en organizar, y conducir un evento también es loable. A lo largo del trabajo organizativo y de ejecución de STREM se logró aportar algunas creaciones propias como: El logotipo del evento, un neologismo: “Phibonáureo”, unas coplas para ser entonadas por la Tuna Femenina de la UNPRG, una canción adaptada de un tema popular, una mascota que fue un enorme conejo de origami con diseños fractales, y un simpático dinosaurio de Kirigami.

Creemos que este tipo de trabajo no solo es digno de emularse, replicarse y enriquecerse con ideas, sino que debe llevarse a cabo también de manera presencial, a través por ejemplo de Festivales, con estudiantes de Instituciones Educativas para que vivencien personalmente estas actividades, y mostrarles una disciplina viva en constante evolución.

La forma de abordar la Matemática en STREM, permite proponer un trabajo multidisciplinario, ya que surgen preguntas que pueden abordarse conjuntamente con la Física, como el caso de las cometas o las burbujas de jabón, con la Biología, como es el caso de los números de Fibonacci o los dispositivos stent usados para despejar los vasos sanguíneos, con la Ingeniería como los materiales y objetos diseñados con ideas de doblado y plegado del origami; con las Ciencias Sociales como los personajes matemáticos y los procesos históricos y culturales, con el Arte, e incluso con la Filosofía como es el caso de la ética y la belleza matemática.

Como estudiantes ahora podemos tener una actitud crítica ante el currículo que se nos impone, la Matemática es mucho más que saber solo contenidos y sería necesario exigir cambios curriculares a nivel nacional, no solo referidos a planes de estudios de las carreras formadoras de docentes, sino también en los niveles de primaria y secundaria, de acuerdo a las tendencias de los tiempos actuales.

Referencias y bibliografía

Alsina, C. (2017). Adiós a la cabra, a la col ya la barca manifiesto por una educación matemática realista y actual. *En FESPM, Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (Ed.), VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática.* 125-133

Artstein, Z. (2014). *Mathematics and the Real World*. NY: Prometheus Books.

De Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista iberoamericana de educación*, *43*, 19-58.

Dreyfus, T. (2014). Mutual Expectations Between Mathematicians and Mathematics Educators. En Fried y Dreyfus (Ed.) *Mathematics & Mathematics Education: Searching for Common Ground*.(pp. 57-71). Springer, Dordrecht.

TEDx Talks. (2016, 17 febrero). *Five Principles of Extraordinary Math Teaching | Dan Finkel | TEDxRainier*. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=ytVneQUA5-c

Lockhart, P. & Devlin, K. (2009). *A Mathematician's Lament: How School Cheats Us Out of Our Most Fascinating and Imaginative Art Form*. Bellevue Literary Press.

Phillips, G. M. (2005). *Mathematics is not a spectator sport*. Springer Science & Business Media.

Rodríguez, M., Barreiro, P., Leonian, P., Marino, T., & Pochulu, M. D. (2022). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en educación matemática*. Universidad Nacional de General Sarmiento.

Villani, C., & Torossian, C. (21). mesures pour l'enseignement des mathématiques (La documentation française, p. 96)[Rapport public]. Ministère de l'éducation nationale.

XVI CIAEM
Conferencia Interamericana de Educación Matemática
Conferência Interamericana de Educação Matemática
Inter-American Conference of Mathematics Education
UNIVERSIDAD DE LIMA
Lima - Perú
30 julio - 4 agosto 2023
xvi.ciaem-iacme.org

Tiflotecnología para el aprendizaje de las Matemáticas de estudiantes ciegos

Kleiver Jesús **Villadiego** Franco
Facultad de Educación, Universidad del Atlántico
Colombia
villadiegokleiver@gmail.com
Eduard Andrés **González** Bautista
Facultad de Educación, Universidad del Atlántico
Colombia
edwrd.eunice@gmail.com
Eddie Edinson **Rodríguez** Bossio
Facultad de Educación, Universidad del Atlántico
Colombia
ebossio01@gmail.com

Resumen

La formación en matemáticas de estudiantes ciegos en todos los niveles educativos debe ser una educación accesible, justa y sin discriminación, por lo tanto, el objetivo de esta investigación es infundir la importancia que tiene el uso de la Tiflotecnología en la formación de futuros Educadores Matemáticos para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de los posibles estudiantes con discapacidad visual que deba educar en su práctica docente. La investigación se desarrolló bajo el diseño de estudio de caso cualitativo con futuros profesores de matemáticas de la Universidad del Atlántico en Colombia, a quienes se impartió un cursillo de formación tiflotecnológica orientado a la atención educativa de estudiantes ciegos y posteriormente a ello se realizó una prueba final con relación al cursillo. Los participantes aprendieron sobre el funcionamiento de sistemas no autónomos y autónomos en software y hardware para el acceso a los dispositivos móviles y de cómputo.

Palabras clave: Educación matemática; Educación superior; Enseñanza híbrida; Formación docente inicial; Herramientas tecnológicas; Investigación cualitativa; Enseñanza de la informática; Colombia.

Bases teóricas

Las instituciones de educación superior en Colombia carecen de planes educativos inclusivos (Semana, 2021), entre estas, aquellas que forman docentes de matemáticas. Por tanto, la capacidad de futuros docentes para atender a las necesidades educativas de estudiantes con discapacidad visual es limitada y la dificultad para estimular el aprendizaje autónomo de estos estudiantes es mayor. Actualmente, se han reportado alrededor de 11.000 estudiantes con discapacidad visual (Suarez, 2022), por lo cual es necesario e importante que los docentes de matemáticas en su formación inicial adquieran un conocimiento básico sobre la siguiente terminología y herramientas tiflotecnológicas:

Ceguera

Hace referencia a la pérdida total de la visión, o bien que el remanente que posea el estudiante sea tan reducido que no le permita desarrollar actividades utilizando esta vía de percepción, por lo que los estudiantes con esta condición deben acudir al sistema Braille para acceder a la información escrita y apoyarse de algunos recursos que faciliten su autonomía y orientación espacial (Pérez, 2015, p.3). Existen varios tipos de ceguera, según el grado y tipo de perdida de la visión como la visión reducida, el escotoma (zona ocular ciega), la ceguera parcial (de un ojo), entre otros (Cabello, 2011).

Tiflotecnología

La raíz "Tiflo" proviene del griego y significa ciego, por tanto, la Tiflotecnología es una rama de la ciencia que se centra en el estudio de las tecnologías diseñadas para ayudar a las personas con ceguera. Este término también integra instrumentos no electrónicos, pero generalmente se usa para referirse al estudio y manejo de equipos electrónicos de lectura, acceso y proceso de la información (Meroño, 2000). Por otra parte, en el equipo de tecnología del INCI, se prefiere asumir expresiones como “tecnología especializada para la discapacidad visual”, sin embargo, para zanjar las diferencias en la utilización de términos se puede emplear el término “productos de apoyo”, formalizado en la norma española ISO 9999 de 2007.

Herramientas Tiflotécnicas

Son las herramientas que el alumno con discapacidad visual necesita tener a su alcance para acceder a los contenidos educativos en soporte informático, alguna de estas según Carrio (2006) son las siguientes:

Revisor de pantalla. Es un software que permite al usuario ciego manejar un ordenador. Esto implica dos funciones fundamentales: por una parte, que el usuario pueda detectar los elementos que se muestran en la pantalla en todo momento, y por otra, que el usuario interactúe con las aplicaciones, rellenando cuadros de edición, seleccionando elementos de listas, leyendo cuadros de texto, o cualesquiera otras acciones que sea preciso realizar para manejar una aplicación. Esta interacción obviamente debe realizarse mediante el uso del teclado, ya que una persona ciega no puede utilizar el ratón.

En la actualidad existen varios revisores de pantalla en el mercado, pero uno de los más comunes y usados es el JAWS de Freedom Scientific, debido principalmente a que la O.N.C.E. se ha decantado por él para proporcionárselo a sus afiliados que lo necesiten, tanto para trabajar como para estudiar. Muy esquemáticamente, lo que hace JAWS es dar información sobre los elementos que aparecen en la pantalla del ordenador, bien mediante una síntesis de voz, o en braille a través de una línea braille.

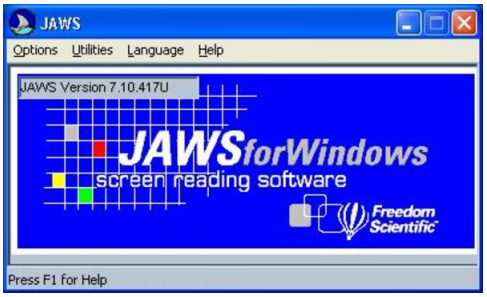


Figura 1. Software JAWS de Freedom Scientific.

Línea Braille. Consiste en un equipo de sobremesa en el que se muestra una línea de celdillas integradas por vástagos móviles que simulan 8 puntos Braille cada una; según modelos, el número de celdillas es de 40 u 80 caracteres. Un software de comunicación hace posible su coordinación con la aplicación en curso en el ordenador, precisando de ordinario una herramienta de acceso o revisor de pantalla cuando ésta se desarrolla en modo gráfico.

Figura 2. Línea Braille.

Impresoras Braille. Las impresoras braille son máquinas que imprimen en puntos la información que les llega del ordenador. Tienen barras de punzones que deforman el papel, haciendo las letras brailles correspondientes. Los modelos de impresoras actuales pueden trabajar a dos caras, interpunto o a una cara.

Figura 3. Impresora Braille.

Metodología

El método de la investigación fue el diseño de estudio de caso desde un enfoque cualitativo. Se indagó minuciosamente en el conocimiento sobre Tiflotecnologías que tienen los futuros docentes de matemáticas de la Universidad del Atlántico y su perspectiva sobre la importancia de éstas. La investigación se llevó a cabo en cuatro fases, que fueron:

1. Recolección y organización de datos: se aplicaron las técnicas de: encuesta, dialogo y prueba diagnóstica.
2. Análisis e interpretación de los datos: finalizada la recolección de datos de la etapa anterior se realiza el análisis de resultados obtenidos en cada técnica implementada.
3. Cursillo de formación Tiflotecnológica: con base a la experticia de los investigadores en este tema se elabora e imparte un cursillo orientado a la formación docente para la atención educativa en matemáticas de estudiantes con discapacidad visual.
4. Prueba final y análisis: Se realiza una prueba igual a la diagnostica con el ánimo de analizar y comparar los resultados del antes y después de recibir el cursillo.

Población

Debido a que "las poblaciones deben situarse claramente por sus características de contenido, lugar y tiempo" (Hernández et al., 2014, p. 174), la investigación consideró Licenciados de Matemática en formación de la Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia.

Participantes

Los criterios de selecciones fueron ser docentes de matemáticas en formación de octavo semestre de la Universidad del Atlántico, que estén cursando prácticas profesionales II y estén dando clases a estudiantes con discapacidad visual. Se seleccionaron seis participantes de edades que oscilan entre 19 y 20 años.

Técnicas e instrumentos

Las técnicas e instrumentos aplicados para la recopilación de datos en esta investigación son: diálogos, encuestas, documentos, material audiovisual, y prueba diagnóstica, los cuales se hacen necesarios para detectar la calidad de formación inclusiva impartida por la Universidad.

Análisis y resultados

Encuesta

Para recolectar información contextual sobre los conocimientos adquiridos durante el proceso de formación de los futuros docentes de matemáticas, se realizó una encuesta de 21 preguntas, la cual se envió a cada estudiante a través de un software de administración de encuestas llamado Google Forms, realizada en formato condicional debido a las características de las preguntas que aquí se contemplan.

Tabla 1
Análisis y resultados de la encuesta

Preguntas	Análisis
¿Sabía usted que el decreto 1421- 2017 del Ministerio de Educación Nacional, habla de la inclusión de estudiantes con discapacidad en los establecimientos educativos, para que toda vez, que compartan aula, con estudiantes regulares, tengan las mismas garantías de acceso a una educación digna y con calidad?	Sólo la mitad de la muestra es consciente de la normatividad vigente que rige la inclusión educativa de personas con discapacidad en Colombia, la cual garantiza el derecho a la educación de esta población en el sistema educativo Nacional. Lo anterior, coloca en desventaja NO a los futuros docentes de matemáticas en cuestión, sino a cada estudiante en condición de discapacidad integrado en las Instituciones educativas del país, inclusive en el exterior, donde éstos se encuentren en el ejercicio de su profesión.
Actualmente los docentes presentan dificultades para adecuar su práctica pedagógica al encontrarse con un estudiante con discapacidad visual en el aula. En su caso, con la formación recibida hasta el momento en el programa de Lic. en Matemáticas, si se presentara el caso de tener un estudiante ciego, o con baja visión en su clase ¿sabría cómo adecuar su práctica pedagógica?	Ningún docente en formación se siente preparado para atender a un estudiante con discapacidad visual en el contexto educativo, lo que refleja su nula capacitación en lo corrido del programa, sobre medios Tiflotecnológicos, bien sean de acceso al cálculo, Lecto-escritura Braille o sistemas informáticos, por lo cual, se hace urgente incorporar en el pensum académico un espacio para enseñanza de este contenido que evite tal situación a nuevos aspirantes. Por otro lado, se requiere de una actuación rápida por parte del investigador, que contrarreste dicha problemática, para fines de esta investigación.
A lo largo de su carrera como docente en formación, ¿Ha escuchado hablar sobre Áreas Tiflológicas y herramientas Tiflotecnológicas?	Casi la totalidad de la muestra en este estudio de casos carece de conocimientos sobre la existencia de dispositivos tecnológicos adecuados al proceso de enseñanza y aprendizaje de esta población estudiantil. El desconocimiento sobre estas herramientas capaces de convertir en vibración táctil y en sonido los textos escritos en tinta e impresos, incluyendo los gráficos, dibujos, esquemas, signos, símbolos, entre otros, constituye al docente en una barrera para el aprendizaje del estudiante con esta condición.
Diferentes entes tales como el Instituto Nacional para Ciegos (INCI), Centro de Rehabilitación Para Adultos Ciegos (CRAC), Fundación María Helena Restrepo (FUNDAVE) entre otros, proponen diferentes programas dirigidos a maestros y estudiantes que ayudan a la inclusión de personas con discapacidad visual al ámbito educativo. ¿Ha recibido usted un programa que le oriente a la atención de estudiantes ciegos?	En vista de que ninguno de los estudiantes en formación ha recibido algún tipo de capacitación orientada a la atención de estudiantes ciegos según resultados arrojados en este ítem, es claro que la Universidad no contempla la educación inclusiva en el contenido programático de la Licenciatura en Matemáticas, induciendo al egresado a hacer caso omiso al Decreto 1421, siendo cómplices de la vulneración de los derechos del estudiante con discapacidad.
¿Qué sabe acerca del diseño de archivos digitales accesibles, regleta y punzón, maquina Perkins, calculadora parlante, soroban, tabla positiva y negativa, línea Braille, impresora Braille, teclado Braille, radiolupa, bolipula y sistemas JAW, TALKBACK, y VoiCE OVER?	Los dispositivos Tiflotecnológicos mencionados son desconocidos por la mayoría de los encuestados, lo que implica que, si no se toman acciones al respecto, en cuanto éstos ejerzan su profesión, serán los antagonistas de la educación inclusiva, limitando su quehacer pedagógico al ignorar la utilidad de las herramientas que coadyuvan al proceso de enseñanza y aprendizaje en contextos de diversidad funcional.

En lo que va corrido de su formación inicial como docente, ¿Qué tan pertinente considera que ha sido su formación en inclusión educativa para que en su práctica pedagógica sepa impartir una clase al contar con la presencia de un estudiante con necesidades educativas especiales en el aula?	Con base a las respuestas de las preguntas anteriores, es natural que el docente en formación considere poco pertinente su formación en cuanto a la atención educativa inclusiva, reafirmando una vez más la pertinencia de incluir en el pensum del programa, contenidos de aprendizaje de índole inclusivo, así como la importancia de impartir un cursillo de formación Tiflotecnológica a los integrantes de la muestra de esta investigación en el desarrollo de la misma.

Notas. Elaboración propia.

Prueba diagnóstica

La prueba consiste en conocer cómo el docente en formación le enseñaría a resolver ciertos ejercicios matemáticos a un estudiante con discapacidad visual, independientemente del grado que esté cursando y así mismo evaluar sus conocimientos en digitalización de materiales de estudio y evaluación desde las distintas herramientas o dispositivos Tiflotecnológicos existentes. Por ejemplo, de acuerdo con su formación en el programa, el docente debe intentar enseñar la forma más conveniente y apropiada en que el estudiante pueda hallar el valor de x de la siguiente fracción equivalente:

$$\frac{3}{15} = \frac{x}{20}$$

Figura 4. Fracción equivalente.

Para comprender el análisis de esta prueba es necesario revisar las respuestas dadas por los participantes en el siguiente enlace:
https://drive.google.com/drive/u/1/folders/1TqZ3kAS7zTITkhZcrb2l69UY2O4rvRrA

Tabla 2
Análisis y resultados de la prueba diagnóstica

Ítem	Análisis y resultados
Función lineal	Basándose en las respuestas, se tiene que los futuros docentes tienen algunas ideas muy vagas de cómo hacer comprender al estudiante con discapacidad visual el objeto matemático, mientras que otras no tienen un mínimo de idea, sin embargo, con el ánimo de dar respuesta a este ítem el docente en formación asume la existencia de algunas herramientas de utilidad para el ejercicio, pero no las conoce y muchos menos sabe emplearlas en su labor como docente, puesto que de lo contrario describiría sus funcionalidades, nombres y formas de adaptar el objeto de estudio a su condición para una mayor compresión del mismo, cuya situación obstaculiza y limita los procesos de enseñanza y aprendizaje de estos estudiantes.

Gráfica de función lineal	De manera similar al ítem anterior, los docentes en formación sugieren la ayuda de un material palpable de forma que se pueda reconocer la representación de un plano cartesiano o también realizar figuras con sus dedos para bosquejar éste, si bien es cierto, no están distantes de la realidad, sin embargo estas son ideas que llevan a sus respuestas para contestar la pregunta, puesto que por su redacción, es evidente el desconocimiento en el uso de las herramientas Tiflotecnológicas aplicables para aprender y resolver este tipo de ejercicios.
Fracción equivalente	Con este ítem está claro que el futuro Licenciado no maneja el Sistema de Lecto-escritura Braille, con el cual se puede enseñar al estudiante con discapacidad visual a resolver estos ejercicios sin el uso de objetos u otros recursos adicionales, sino en forma similar como aprende el estudiante regular utilizando un lápiz, bolígrafo, marcador, entre otros, para escribir y realizar procedimientos. Conociendo la combinación de puntos que representan los números y letras en Braille, para escribir fracciones, el estudiante puede resolver el ejercicio, explicándoles el paso a paso de solución.
Herramientas de acceso a documentos digitales	Gracias a los avances tecnológicos de hoy en día el docente en formación es consciente de que deben existir algunas aplicaciones o programas para la lectura de pantalla con sintetizadores de voz, pero desconocen cuáles son o cómo funcionan, ya que no hacen mención de ello, sus respuestas son muy abiertas, no obstante, uno de ellos resaltó que el celular cuenta con una opción para controlar este dispositivo por medio de voz, lo cual es muy válido, pero ¿y qué tal si no se tiene un celular?, eh allí la importancia de estudiar y manipular estas herramientas para trabajar con el estudiante ciego.
Creación de documentos digitales para evaluar ecuaciones lineales	No se tiene conocimiento alguno para adaptar los documentos evaluativos de un estudiante regular a un estudiante con discapacidad visual, específicamente sobre ecuaciones lineales, lo cual impide conocer si el estudiante tiene un verdadero aprendizaje del objeto matemático en cuestión y tomar las medidas correctivas para optimizar los procesos de enseñanza aplicados.
Adaptación de documentos impresos a formato digital	Absoluto desconocimiento por los recursos disponibles para transformar material impreso a formato digital accesible para el estudiante con discapacidad visual, lo cual es un indicio de niveles de atención educativa de baja calidad en igualdad de oportunidades de parte del futuro licenciado en formación, ya que las escuelas, en su mayoría, durante todo el año escolar utilizan libros impresos para la educación matemática, que no están disponibles en línea.

Notas. Elaboración propia.

Cursillo

Este cursillo se titula: *Formación Tiflotecnológica*, fue realizado a través del servicio de videoconferencia Google Meet, en 4 sesiones ordenadas secuencialmente con relación a los objetivos de aprendizaje, para capacitar al futuro docente en la atención educativa a estudiantes con discapacidad visual, por lo tanto, con este instrumento se comprende el sistema de Lecto-escritura Braille, enseñándose como se escriben y leen las letras del abecedario, símbolos matemáticos y otros símbolos importantes para la comunicación en Braille.

Ver cursillo en:
https://docs.google.com/presentation/d/1_N2YamQtw_vEQcuGlpGR324Qfci-ti9P/edit?usp=sharing&ouid=100125026938558075806&rtpof=true&sd=true

Conclusiones

Los futuros Licenciados en Matemática de la Universidad del Atlántico reconocieron la importancia de recibir una formación en recursos Tiflotecnológicos para apoyar los procesos de aprendizaje de estudiantes ciegos durante su práctica docente. Los participantes evidenciaron haberse concientizado sobre la necesidad de aprender a producir escritura Braille a través de los sistemas autónomos con el uso de máquinas Perkins. Al finalizar el Cursillo, se evidenció en los participantes un conocimiento básico y capacidades para diseñar archivos digitales accesibles, en formato de Word, PDF y PowerPoint. Además, los docentes de matemáticas en formación participantes de esta investigación adquirieron los conocimientos esenciales sobre el funcionamiento de sistemas no autónomos en su clasificación de software y hardware, para el acceso a los dispositivos móviles y de cómputo, como el JAW y VOICE OVER, tales como la Línea Braille y la Impresora Braille.

Referencias y bibliografía

Cabello, A. (2011). *Sistema para graficar ejercicios y contenidos de matemáticas a alumnos ciegos de enseñanza media integrados en escuelas regulares* [Tesis de pregrado, Universidad de Chile] Repositorio Académico de la Universidad de Chile. http://repositorio.uchile.cl/tesis/uchile/2011/aq-cabello_a/pdfAmont/aq-cabello_a.pdf

Carrio, M. (enero 17, 2006). Herramientas Tiflotécnicas y su función en la escuela. *Observatorio Tecnológico*. http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/fr/cajon-de-sastre/38-cajon-de-sastre/317-herramientas-tiflotecnicas-y-su-funcion-en-la-escuela

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación.* McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A. de C.V. https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf

Meroño, C. (2000). Ayudas técnicas para personas ciegas y deficientes visuales. https://diversidad.murciaeduca.es/tecnoneet/docs/2000/10-2000.pdf

Pérez, C. (2015). *La respuesta educativa a los estudiantes con discapacidad visual.* https://www.guao.org/sites/default/files/buenas%20practicas/La%20respuesta%20educativa%20a%20los%20estudiantes%20con%20discapacidad%20visual_0.pdf

Suarez, M. (2022, 14 de septiembre). *INCI, grandes avances para la inclusión de la población con discapacidad visual.* Colombia Aprende. https://www.colombiaaprende.edu.co/agenda/tips-y-orientaciones/inci-grandes-avances-para-la-inclusion-de-la-poblacion-con-discapacidad

Semana (2021, 4 de junio). *A través de herramientas digitales jóvenes colombianos con discapacidad visual avanzan en sus estudios universitarios.* MinTIC. https://www.mintic.gov.co/portal/inicio/Sala-de-prensa/MinTIC-en-los-medios/176633:A-traves-de-herramientas-digitales-jovenes-coestudios-universitarios

Tornando-se professor de matemática: o processo de escolhas evidenciados à organização do ensino no curso de licenciatura

Bruno Silva **Silvestre**
Secretaria Municipal de Educação de Goiânia
Brasil
brunosilvestre.prof@gmail.com
Wellington Lima **Cedro**
Universidade Federal de Goiás
Brasil
wcedro@ufg.br

Resumo

O artigo contempla a temática da formação de professores de matemática, relacionando-se ao processo de escolhas e tomada de decisões quanto a organização do ensino em contexto brasileiro. Apresenta o problema de pesquisa: quais os motivos que sustentam o processo de escolhas e tomada de decisões por sujeitos concluintes do curso de licenciatura em matemática quanto a organização do ensino? Com objetivo de analisar os motivos e sentidos atribuídos pelos futuros professores de matemática ao termino da graduação sobre os aspectos relacionados à atividade de ensino, desenvolveu-se uma intervenção pedagógica formativa com dois sujeitos, tendo como referente empírico entrevistas realizadas ao final da graduação. A análise demonstra resultados que relacionam as escolhas com o desempenho criativo do professor ao organizar o ensino na estreita relação do conhecimento específico-pedagógico, no ensino contextual que se utiliza de recursos manipulativos para a criação de necessidades e motivos para o estudo.

Palavras-chave: Formação de professores de matemática; Processo de escolhas; Organização do ensino; Teoria histórico-cultural.

Introdução

O texto é fruto de uma pesquisa de doutorado realizada em uma universidade pública localizada em Goiás-Brasil sobre a formação inicial do professor de matemática.

Especificamente o artigo aborda sobre o processo de escolhas e tomada de decisões sobre a organização do ensino. Objetiva-se, desse modo, analisar os motivos e sentidos atribuídos pelos futuros professores de matemática ao término da graduação sobre a organização do ensino.

Apresenta-se referências com base na teoria histórico-cultural a atividade pedagógica na constituição da docência, momentos em que podem ser observados quando os sujeitos se tornam professores de matemática. O texto é estruturado em quatro momentos: 1) apresentação do referencial teórico adotado, ressaltando a teoria da atividade para organização do ensino; 2) descrição da metodologia de pesquisa pautada na intervenção pedagógica formativa bem como o modo de exposição dos dados; 3) Análise dos motivos que sustentam o processo de escolhas quanto a organização do ensino de matemática e seus resultados; e 4) as conclusões do estudo.

O processo de escolhas na organização do ensino de matemática com base na Teoria Histórico-Cultural

Em levantamento bibliográfico, realizado no período de 2020, encontrou-se, entre teses, dissertações e artigos científicos cinquenta e oito trabalhos[1] que dialogavam com o processo de escolhas no campo educacional. Destes, apenas um, (Silvestre y Cedro, 2019)., estava fundamentado na Teoria Histórico-Cultural e dialogava sobre o processo de escolhas na organização do ensino de matemática.

Neste cenário de ausência de produção correlata, defende-se a atividade pedagógica como a unidade da atividade de ensino – professor – e da atividade de estudo – aluno – como meio de compreender os processos que permeiam a educação escolar (Moura, 2016). Nestas condições, faz-se a defesa de uma educação capaz de promover processos de humanização – que são meios capazes de tornar possível a apropriação das mais diversas formas do faz humano, diante de suas necessidades de produção de conhecimento, oportunizando o homem se constituir enquanto humano – tendo como espaço privilegiado para tal a educação escolar (Moura, 2016).

Na atividade de estudo dos sujeitos em formação inicial pra serem professores, o processo de humanização constitui-se na apropriação dos aspectos inerentes à docência, ou seja, na apropriação das mais diversas significações dos conhecimentos específicos, de matemática, e dos conhecimentos didáticos, ou seja, orientados pelos métodos, meios e formas de garantir pedagogicamente o ensino dos conhecimentos específicos (Silvestre, 2022).

Na relação de apropriação das significações sobre a atividade de ensino é que as escolhas e tomada de decisões podem ser oportunizadas para a organização do trabalho pedagógico e consequentemente viabilizando aos sujeitos, tornarem-se professores e matemática.

Segundo Silvestre (2022), o processo de escolhas e tomada de decisões sobre a organização do ensino perpassam três condições essenciais: i) as orientações teórico-metodológicas e ideológicas sobre a atividade pedagógica; ii) as necessidades, motivos e interesses em desenvolver o ensino e ii) as vivências e experiências desenvolvidas ao longo da vida.

[1] Tal levantamento bibliográfico pode ser constatado em Silvestre (2022).

As orientações teórico-metodológicas e ideológicas estão relacionadas à unidade do conhecimento específico de matemática e o conhecimento pedagógico na atividade de ensino diante da organização do ensino (Silvestre, 2022). Assim, o processo de escolhas e tomada de decisões na organização e desenvolvimento do ensino pode relacionar as condições objetivadas na realidade dos sujeitos que o fazem, perpassando toda formação e vivências efetivas com a atividade pedagógica, relacionando-se, sobretudo, com o processo de apropriação das significações da atividade docente.

No próximo tópico, descreve-se a perspectiva metodológica adotada para identificar como o processo de escolhas e tomada de decisões perpassou a atividade de ensino dos futuros professores de matemática para pensarem sobre a organização do ensino.

A intervenção pedagógica formativa como proposta metodológica

Considera-se a intervenção pedagógica formativa como perspectiva metodológica que subsidiou o desenvolvimento da pesquisa, por se tratar de "investigações que envolvem o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações) – destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam – e a posterior avaliação" (Damiani *et al*., 2013, p. 58). A intervenção foi realizada de modo intencional em um centro universitário localizado no estado de Goiás-Brasil ao longo do ano de dois mil e dezenove, permeando as disciplinas de estágio supervisionado e fundamentos teóricos e metodológicos do ensino de matemática no curso de licenciatura em matemática, além de orientações para a produção de um trabalho de conclusão de curso e entrevistas estruturadas.

Constitui-se, da efetiva participação de vinte estudantes colaboradores, para composição dos dados deste trabalho, em específico, com dois discentes[2] – Carlos e Maitê (nomes fictícios para preservar a identidade dos participantes) –, devido o maior acompanhamento efetivo deles com o primeiro autor. O referente empírico compõe-se, na especificidade deste trabalho, das gravações audiovisuais das aulas desenvolvidas e entrevista realizada em momentos finais da graduação.

Para exposição dos dados, considerou-se a unidade de análise que evidencia os processos de escolhas e tomadas de decisões quando os licenciandos indicavam os seus modos de ação diante da atividade de ensino em sua organização, ressaltando, possivelmente, o momento que iam se constituindo, profissionalmente, como professores de matemática. Considerou-se, desse modo, as orientações previstas nas diretrizes curriculares nacionais para a formação de professores, nas três dimensões fundamentais: conhecimento profissional, prática profissional e engajamento profissional (Brasil, 2019).

Nesta unidade de análise, faz-se uso de duas cenas, que consiste em momentos específicos compostos por períodos textuais que "[...] possibilitam compreender o fenômeno para além da aparência [...]" (Araújo y Moraes, 2017, p. 68). Tais cenas são constituídas por momentos significativos que sinalizam "uma tentativa de encontrar na sua trama, não somente a existência,

[2] Por envolver aspectos subjetivos dos sujeitos em formação, a pesquisa foi consubstanciada e aprovada no comitê de ética da Universidade Federal de Goiás sob número CAAE 08809519.2.0000.5083, com início no ano de 2019 e término em 2020.

mas também a natureza do processo de significação dos sujeitos envolvidos" (Silva y Cedro, 2019, p. 479). Assim, compondo a unidade, as duas cenas e os flashes, tem-se a exposição dos dados concomitante à sua análise em confluência com os teóricos que dialogam na perspectiva da teoria histórico-cultural, como poderá ser observada no próximo tópico.

Tornando-se professor: uma análise das escolhas sobre a atividade de ensino

Para exposição e consequentemente análise dos dados, apresenta-se duas cenas: 1) Os motivos que sustentam as escolhas sobre a atividade de ensino de Carlos e 2) Os motivos que sustentam as escolhas sobre a atividade de ensino de Maitê.

Nas cenas, propõe-se evidenciar os indícios dos motivos que sustentam as escolhas dos licenciandos ao ressaltar a atividade pedagógica, sobretudo mencionando aspectos relacionados à atividade de ensino por meio do que os sujeitos consideraram relevantes à organização do ensino de matemática. Os quadros em que se apresentam as cenas, demonstram momentos formativos de relevância, em que são possíveis perceber o processo formativo dos sujeitos em diálogo teórico com a teoria histórico-cultural.

Quadro 1
Cena 1: Os motivos que sustentam as escolhas sobre a atividade de ensino de Carlos

Cenário: Recorte de entrevista realizada ao final do curso de licenciatura em matemática com o estudante Carlos.
[...] Pesquisador: Carlos, o que é um bom professor de matemática? O que se tem que fazer? O que um bom professor de matemática faz? Carlos: Cara eu acho que (Flash1) *o principal é ser criativo. Por que é o seguinte, matemática [...] para a maioria das pessoas, é um pesadelo. E eu acho que hoje nós temos essa missão de transformar esse pesadelo em uma coisa boa [,..] que eles gostem e tal [...] eu acho que a criatividade é extremamente importante, por exemplo, a gente tem que criar algo mais do que jogar a tarefa no quadro [...].* Pesquisador: E pedir para os meninos fazerem? Carlos: (Flash2) *Colocar regra, propriedade, e tal, mais do que isso, tem que construir as coisas, sabe? De construir materiais, eu acho que isso é um bom professor de matemática. Que consegue ter essa criatividade, de organização de elaborar essas tarefas manipuláveis, e tal*. Isso é um bom professor de matemática. Pesquisador: O que, que você teve aqui na faculdade, aí pode ser: aula, evento... O que você viveu aqui na faculdade que você falou assim: "nossa isso é uma boa proposta para eu levar para minha prática no futuro, quando eu for professor eu quero fazer isso"? Carlos: Por exemplo, (Flash2) *eu tenho uma especial, Pitágoras, daquele [...] com os quadradinhos, e demonstra ali visualmente para os alunos e construindo com eles, que dá... alí provando pra eles que dá tudo certo. [...] O trabalho [...] das balanças, também, nossa foi uma coisa que foi muito bom! É... outras coisas, o ábaco também, que foi legal, também*. Eu, por exemplo, na minha época de escola, ensino fundamental e médio, eu nunca tinha ouvido falar de ábaco, sabia o que, que, era, por que era uma coisa que aparecia na internet e coisa e tal. Mas eu nunca tinha usado, não sabia da história, não sabia de nada. Isso foram coisas que marcaram bastante. *Pesquisador: Ótimo!*

Fonte: produção dos autores

Defende-se que a organização do ensino consiste em planejar ações que se estabeleçam de tal forma que considere colocar os estudantes no movimento de estudo. Nessa perspectiva é impossível pensar a atividade de ensino – do professor – desconectada da atividade de estudo – do(s) aluno(s) – pois, quem organiza o ensino direciona-o a determinados sujeitos. A ampla

defesa dos processos de ensino e de aprendizagem são pensados na totalidade da atividade pedagógica – na unidade da atividade de ensino e atividade de estudo.

No primeiro *flash* percebe-se que as circunstâncias para o licenciando Carlos que determinam um bom professor de matemática consiste no desenvolvimento profissional do sujeito que é criativo, justificando a criatividade do professor para tornar o conhecimento matemático atrativo aos interesses dos estudantes de modo a superar a evidência do modelo de professor (em aula) que mantém-se ao esquema de explicações e resolução de tarefas *(Flash1, cena1, Carlos)*[3].

Ao caracterizar a criatividade como elemento importante, Carlos demonstra que as ações de planejamento, ou seja, "o processo de elaboração de um plano de aula, ou como estamos chamando de organização de ensino, consiste num processo de criativo de quem o produz" (Silvestre, 2022, p. 75), que seja capaz de superar as condições pragmáticas do ensino para considerar o estudante igualmente importante no processo, pois o professor torna-se criativo para atender as reais demandas dos estudantes.

Em complemento à justificativa anterior, Carlos descreve a superação de um professor de matemática que apenas realiza explicações e demonstrações no sentido de produzir com os estudantes o aprender por meio da manipulação de objetos que se relacionam e estão incorporados os conhecimentos matemáticos, ressaltando a relevância da utilização de recursos manipulativos para o ensino e aprendizagem matemática *(Flash2, cena1, Carlos)*, pois acredita ser necessário "[...] prover os indivíduos, metodologicamente, de formas de apropriação e criação de ferramentas simbólicas para o desenvolvimento pleno de suas potencialidades" (Moura et al. 2016, p. 82).

Em resposta ao momento da formação inicial de professores que mais lhe foi significativo, o acadêmico, descreve momentos em que aconteceram organizações do ensino de matemática por meio de recursos manipulativos, *(Flash3, cena1, Carlos)*, ressaltando um material que comprova o Teorema de Pitágoras, a balança de dois pratos – para o ensino-aprendizagem de equações lineares – e o ábaco para desenvolver operações aritméticas básicas. Tais recursos de ensino, fomentam o papel criativo do professor ao estabelecer ferramentas que auxiliam os estudantes no estímulo para o estudo da matemática, pois o mais importante na atividade de estudo é a criação de motivos relevantes para a aprendizagem, "[...] uma das tarefas educativas mais importantes é criar motivos sérios para o estudo" (Leontiev, 2017, p. 48). Além disso, para fomentar o "espírito criador [o sujeito] tem de saber muitas coisas, tem que estudar constantemente, aumentando e renovando o cauldal de conhecimentos que lhe permitirão resolver qualquer problema no devido momento" (Leontiev, 1984, p. 55).

Em síntese, pode-se considerar que o processo de escolhas e tomada de decisão por Carlos quanto à organização do ensino de matemática pauta-se na concepção de um professor criativo que desenvolve um ensino de matemática capaz de confluir os interesses, necessidades e motivos para que os estudantes se apropriem dos conceitos matemáticos, pois considera "o sujeito que aprende tanto pode ser o educando quanto o educador, parte-se da ideia de que quem aprende é

[3] Os flashes estarão sinalizados em itálico dentro das cenas, por meio de codificação especifica para localização do leitor.

potencialmente curioso, intuitivo e criativo" (Stangherlim, 2014, p. 16), além de demonstrar as competências de desenvolvimento específico do conhecimento profissional ao "dominar os objetos de conhecimento e saber como ensiná-los; demonstrar conhecimento sobre os estudantes e como eles aprendem [e] reconhecer os contextos de vida dos estudantes" (Brasil, 2019, p. 2). Diante disso, o seu processo de escolhas para organização do ensino parte da perspectiva da utilização metodológica de recursos manipuláveis incorporados de conhecimento matemático, na estreita relação criativa que o professor deve ter visando superar as condições da docência que estimula a reprodução dos conteúdos na mera explicação e resolução de problemas.

Quadro 2
Cena 2: Os motivos que sustentam as escolhas sobre a atividade de ensino de Maitê

Cenário: Recorte de entrevista realizada ao final do curso de licenciatura em matemática com a estudante Maitê.
[...] Pesquisador: O que, que é um bom professor de matemática? Maitê: Um bom professor de matemática, na minha opinião (Flash1) *[...] orienta com gosto e o aluno ele, entende com gosto também, com vontade de aprender. [...] tem alguns professores que não gostam da profissão dentro da própria faculdade, que fazem até por comodidade ali, aquelas mesmas listas, mesmas coisas de uma aula, de uma turma pra outra, só fazem por comodidade. E isso é muito triste! Na faculdade a gente vê o que a gente quer se tornar e o que a gente não quer!* Pesquisador: Muito bom! O que, que você teve aqui, de: aula, de momento, de palestra, qualquer coisa que você teve durante a formação que você quer levar para sua prática futura? Como professora? Maitê: (Flash2) *Primeiro a didática, segundo a história da matemática [...]. Igual, como que era o cálculo antigo, como que usava, por que que usavam.* [...] (Flash3) *depois que eu comecei a estudar razão e proporção, que era uma coisa que eu tinha dificuldade, eu comecei a ver razão e proporção em tudo, até na matemática financeira, até na matemática que você dava antes e comecei a fazer contato [relações] com tudo [...] Foi isso que eu tentei levar para sala de aula.* *Pesquisador: Ótimo! Muito bom.*

Fonte: produção dos autores

Ao organizar o ensino no ambiente escolar é tarefa do professor contemplar seus estudantes valorizando as diversas "[...] potencialidades humanas para a apropriação e o desenvolvimento de bens culturais (linguagem, objetos, ferramentas e modo de ação)" (Moura et al., 2016, 113-114). Necessariamente, cabe ao professor criar condições para que os estudantes sejam estimulados ao interesse pelo conhecimento matemático e, sobretudo, que fomentem as ações de estudo, pois defende-se que "[...] uma das tarefas educativas mais importantes é criar motivos sérios para o estudo" (Leontiev, 2017, p. 48).

Nessas condições, a expressão 'gosto' utilizada por Maitê, refere-se a satisfação da realização do desenvolvimento do trabalho docente, fazendo-o de forma otimizada, em contrapartida àqueles profissionais que não o fazem de forma ótima não conseguindo atingir o interesse e consequentemente a potencialidade dos estudantes *(Flash1, cena2, Maitê)*. Neste flash, ainda se percebe a categoria da negação (Marx, 2013) ao ressaltar que durante a formação inicial a licencianda se vê no processo de escolhas para organizar o ensino de matemática de modo a negar o tipo de profissional que não deseja ser em sua futura prática docente. Percebe-se o desenvolvimento de uma competência específica ao engajamento profissional ao demonstrar comprometimento com seu processo formativo e sua profissionalidade (Brasil, 2019).

Ressalta-se, por meio do segundo *flash* que Maitê considera relevante ao seu processo formativo as disciplinas de didática e história da matemática como meio de justificar um ensino ao estudante que explique o movimento histórico de desenvolvimento dos conceitos matemáticos *(Flash2, cena2, Maitê)*. Movida pelo interesse em desvelar os processos pelos quais seja possível ensinar pedagogicamente os conhecimentos matemáticos e compreender o movimento histórico dos conceitos, pois não basta apenas ter domínio pleno do conhecimento matemático, mas é necessário ter uma "visão estratégica de sua ação no projeto de ensino da escola em que a Matemática tem um determinado valor cultural e formativo e, sendo assim, ao executá-lo, edifica-se com novas qualidades de professor ao mesmo tempo em que constrói com os alunos uma Matemática humanizadora de seus mundos" (Moura, 2000, p. 126).

Ainda como justificativa, Maitê, apresenta a relação contextual que os conceitos matemáticos podem apresentar às atividades diárias sociais, estabelecendo uma perspectiva contextual e utilitarista do conhecimento matemático que estabelece relações com a vida humana *(Flash3, cena2, Maitê)*. Nesse processo, acrescentamos que a contextualização condiz, que "ao compreender um conceito, o sujeito se apropria de um conjunto de regras e signos que capacita-o para lidar com outros conceitos, em uma rede de conhecimento que lhe permite e a outro nível de compreensão do conhecimento disponível em seu meio cultural (Moura, 2011, p. 53, tradução nossa).

Desse modo, a cena, apresenta que as escolhas para organização do ensino de matemática na perspectiva de Maitê, se estabelece de modo que contemple as necessidades dos estudantes colocando-os no movimento de estabelecer motivos para o desenvolvimento de ações de estudo, pois, compromete-se "com a aprendizagem dos estudantes e colocar em prática o princípio de que todos são capazes de aprender" (Brasil, 2019, p.2). Para isso, a licencianda estabelece a relação entre conhecimento pedagógico e conhecimento específico, ressaltando a utilização da história da matemática que viabilize o processo de humanização e a perspectiva contextual do ensino em relação ao conhecimento matemático necessário à vida social dos sujeitos.

Em síntese, caracteriza-se o processo de escolhas dos acadêmicos Carlos e Maitê quando descrevem o que consideram ser um bom professor e consequentemente o que os constituem enquanto indivíduos em momento final do processo formativo para o exercício profissional da docência ressaltando uma organização do ensino que se estabelece por meio dos processos criativos do professor em conseguir criar necessidades e motivos nos estudantes, para isso, descrevem em diversas estratégias, entre elas, destacam: uso de recursos de ensino manipulativos, contextualização e aplicabilidade do conhecimento matemático e a relação do desenvolvimento histórico dos conceitos matemáticos, destacando mais uma competência específica da prática profissional ao "conduzir as práticas pedagógicas dos objetos do conhecimento, as competências e as habilidades" (Brasil, 2019, p. 2), para o desenvolvimento do humano e integral dos estudantes.

Tais preferências pelas escolhas elencadas que motivam os licenciandos à organização do ensino, perpassa as significações do que é ser professor de matemática, constituindo as suas perspectivas teóricas, metodológicas e ideológicas de acordo com suas vivências e experiências ao longo do curso de licenciatura, pois acredita-se que, "Tal como os indivíduos manifestam sua vida, assim são eles. O que eles são coincidem, portanto, com sua produção, tanto com o que

produzem, como com o modo como produzem. O que os indivíduos são, [...] depende das condições materiais de sua produção" (Marx y Engels, 1986, p. 27-28).

Conclusões

Destaca-se que o momento final da formação profissional inicial dos licenciandos, futuros professores de matemática, que estão na iminência do exercício da docência, algumas considerações relevantes sobre como se tornaram professores de matemática. Acredita-se que a formação inicial pode subsidiar esse processo quando os sujeitos se apropriam das significações da docência, estabelecida na relação de unidade do conhecimento específico e conhecimento pedagógico para organizar o ensino (Silvestre, 2022). Nesse sentido, observou-se na análise dos dados uma preferência por determinadas escolhas, que por sua vez, condiciona-se à realidade objetiva de vida desses sujeitos que perpassa desde seu movimento formativo até as suas crenças, concepções e orientações teóricas e/ou ideológicas, constitutivas de seus motivos e sentidos pessoais sobre a atividade pedagógica, sobretudo, demonstrou-se confluente as competências especificas na inter-relação entre: conhecimento profissional, prática profissional e engajamento profissional (Brasil, 2019).

A predileção em organizar um ensino de matemática que contempla as necessidades reais dos estudantes de modo a criar neles as condições necessárias para a criação de motivos relevantes para o desenvolvimento das ações de estudo, pauta-se por meio de diversas estratégias, as quais, observa-se nos momentos formativos de experiências que consideraram significativas do processo formativo.

Assim, as escolhas pensadas pelos licenciandos sobre a organização do ensino de matemática os constituem no tipo de professor que exercerá a docência, relacionando-se, possivelmente, à sua personalidade, que, ao término da graduação foram estabelecidas pelos motivos e sentidos atribuídos à atividade docente diante das significações oportunizadas. Considera-se, então, que este é o inicio do modo em como pensam e organizam o ensino, que possivelmente em um futuro próximo, novos motivos poderão ser estabelecidos no surgimento de novos sentidos atribuídos pelos sujeitos quando estiverem exercendo a docência, pois as escolhas, estarão condicionadas às novas formas de organização de sua realidade objetiva, assim como ocorreu em seus processos formativos durante a graduação.

Referências e bibliografia

Araújo, E. S. y Moraes, S. P. G. (2017). Dos princípios da pesquisa em educação como Atividade. In. Moura, M. O. (Org.) *Educação escolar e a pesquisa na teoria histórico-cultural*. São Paulo: Edições Loyola. [p. 47-70]

Brasil. (2019). Conselho Nacional de Educação. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). *Resolução CNE/CP 2/2019*. Diário Oficial da União, Brasília, 15 de abril de 2020, Seção 1, pp. 46-49.

Damiani, M. F.; Rochefort, R. S.; Castro, R. F.; Dariz, M. R. y Pinheiro, S. S. (2013). Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. *Cadernos de Educação*. | FaE/PPGE/UFPel. Pelotas [45] 57 – 67

Leontiev, A. N. (1984). *Linguagem e razão humana*. Trad. Conceição Jardim e Eduardo Lúcio Nogueira. Editorial Presença, Lisboa.

Leontiev, A. N. (2017). As necessidades e os motivos da atividade. In: Longarezi, A.M. y Puentes, R.V. (Org.). *Ensino desenvolvimental*: antologia Livro I. Tradutores Ademir Damazio et al. Uberlândia, MG: EDUFU, 1961/ 2017) p.39-57. DOI: https://doi.org/10.14393/edufu-978-85-7078-433-9

Marx, K. (2013). *O Capital*. Crítica da economia política. Livro I. O processo de produção o capital. Tradução Rubens Enderle. São Paulo: Boitempo.

Marx, K. y Engels, *F.* (1986). *A ideologia alemã.* Feuerbach. 2ª ed. São Paulo. Hucitec.

Moura, M. O. (2000). *O educador matemático na coletividade de formação*: uma experiência com a escola pública. Tese de livre docência. São Paulo: Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo.

Moura, M. O. (2011) Educar con las matemáticas: saber específico y saber pedagógico, *Revista Educación y Pedagogía*, Medellín, Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, v. 23, núm. 59, enero-abril, pp. 47-57.

Moura, M. O. (2016). A*A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.* 2ª edição. São Paulo: Liber. 178 p.

Silva, M. M. y Cedro, W. L. (2019). Discutindo as Operações de Adição e Subtração com Futuros Professores dos Anos Iniciais. *Bolema*. v. 33, n. 64, pp. 470-490. https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a02

Silvestre, B. S. (2022). *Os motivos que sustentam escolhas dos futuros professores para organização do ensino de matemática na formação inicial*. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Universidade Federal de Goiás. UFG. Brasil. 263 f

Silvestre. B. S. y Cedro, W. L. (2019). A formação inicial do professor de matemática e o processo de escolhas para organização do ensino por meio do jogo. Anais do XIII ENEM, Cuiabá, MT. Brasil.

Stangherlim, R. (2014). Metodologia de ensino da concepção de educação de Paulo Freire. In. Baptista, A. M. H., Nobrega, M. L. S. y Todaro M. (Org.) *Metodologias de Ensino*: entre a reflexão e a pesquisa. 1 ed. – eBook – Jundiaí, SP: Paco Editorial.

Trayectoria Documental de un futuro profesor de Matemáticas

Domingo Felipe **Aráuz**
Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, León
dfac2@alu.ua.es
Mar **Moreno** Moreno
Universidad de Alicante
mmoreno@ua.es
Julia **Valls**
Universidad de Alicante
julia.valls@*ua.es*
Gloria Sánchez-Matamoros
Universidad de Sevilla
gsanchezmatamoros@us.es

Resumen

El objetivo de esta investigación es determinar la trayectoria documental de José, estudiante para profesor de secundaria que participó en un entorno formativo diseñado *ad hoc*. Hemos basado este estudio en el enfoque documental de la didáctica y en una adaptación de la trayectoria documental de Rocha (2021), entendida como el conjunto de eventos formativos y profesionales, individuales y colectivos, que fundamentan las experiencias documentales de José a lo largo del periodo formativo. Se ha usado la herramienta mapeo inferido por los autores de este trabajo para dar cuenta del trabajo documental de José a partir de los recursos proporcionados en el entorno formativo. Los resultados muestran cómo José se ha ido apropiando y transformando algunos recursos a partir su trabajo individual y colectivo. Estas apropiaciones son indicios del desarrollo de la competencia docente de José, avalado por su trabajo documental.

Palabras clave: Estudiante para Profesor de Secundaria; Génesis Documental; Enfoque Documental de la Didáctica; Trayectoria Documental.

Introducción

Diferentes investigaciones han puesto su foco de atención en la interacción del estudiante con los recursos para su aprendizaje como, por ejemplo, el uso de la calculadora en el cálculo diferencial (Guin y Trouche, 2002) o sobre el uso de la tecnología para la modelización estadística (van Dijke-Droogers et al., 2021). Otras, en la interacción de los estudiantes para profesor con los recursos disponibles para la enseñanza como por ejemplo, el uso de materiales curriculares al planificar una lección (Earnest y Amador, 2019; Males y Setniker, 2019), o bien la interacción de los profesores con materiales curriculares novedosos para ellos, antes, durante y después de la instrucción (Sherin y Drake, 2009) o bien, o sobre el desarrollo profesional de los profesores a través de la interacción con los recursos (Rocha, 2021).

En este estudio, adaptamos la investigación de Rocha (2021) sobre el desarrollo profesional de profesores a lo largo de su vida profesional, apoyándose en el enfoque documental de la didáctica, al caso de un estudiante para profesor de educación secundaria, José, durante su período formativo en el contexto de sus prácticas de enseñanza. En consecuencia, pondremos la atención en la interacción de José con los recursos disponibles durante su período formativo, adoptando como marco conceptual el enfoque documental de la didáctica desde la perspectiva de Rocha (2021), lo que nos permitirá determinar el trabajo documental de José e identificar indicios de su desarrollo profesional en el contexto de las prácticas de enseñanza.

Por tanto, el objetivo de este estudio es determinar la trayectoria documental de José, un estudiante para profesor de secundaria que participó en un entorno formativo diseñado *ad hoc.*

Marco conceptual

El enfoque documental de la didáctica permite analizar la actividad y el desarrollo profesional de los docentes a través del estudio de las interacciones de los profesores con los recursos que usan y diseñan en/para la enseñanza (Trouche et al., 2018). En este estudio usaremos los siguientes conceptos: recursos y sistema de recursos, trabajo y experiencia documental, eventos y trayectoria documental.

Recursos y Sistema de Recursos

Los recursos son todos los desarrollados y utilizados por los profesores para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, dentro y fuera del aula (Pepin & Gueudet, 2020, p. 172-173). Estos autores clasifican los recursos curriculares en: recursos textuales (e.g., libros de texto, guías docentes, etc.), otros recursos materiales (e.g., materiales manipulables, calculadora), recursos digitales (e.g., applets, libros electrónicos), recursos sociales (conversaciones directas o a través de foros/chats con colegas) y recursos cognitivos (e.g., marcos conceptuales usados en sesiones de desarrollo profesional para desarrollar una competencia específica). En nuestro estudio usaremos los recursos textuales a los que hemos denominado recursos curriculares oficiales (currículo, guía docente y libro de texto), los sociales (interacciones verbales en el aula y seminarios en la universidad) y los cognitivos (síntesis de investigaciones usadas para trabajar con los futuros profesores). Según Trouche (2018), al conjunto formado por todos los recursos

usados por el profesor en una situación de enseñanza o en un tiempo especifico de su vida profesional, se denomina Sistema de Recursos.

Trabajo documental y trayectoria documental

El docente interactúa con los recursos, los selecciona y trabaja sobre ellos (recopilándolos, interpretándolos, diseñándolos, adaptándolos, revisándolos, reorganizándolos, etc.), dentro de procesos donde el diseño y la puesta en marcha se entrelazan. La expresión trabajo documental engloba todas estas interacciones (Gueudet y Trouche, 2012). La acumulación y apropiación de su trabajo de documentación se denomina experiencia documental (Rocha, 2021). Para recoger la experiencia documental de los docentes, esta autora utiliza el término "trayectoria documental", entendida como el conjunto de eventos profesionales, tanto particulares como colectivos, que fundamentan las experiencias documentales del profesorado. De acuerdo con Rocha (2021), haremos uso del término evento para referirnos a aquello que sucedió en la vida profesional del docente, en nuestro estudio futuro profesor, identificado por él u observado por los investigadores, en relación con algún cambio en su sistema de recursos y conocimientos asociados, durante el periodo de formación.

Metodología

En este estudio presentamos el caso de José, nombre ficticio de uno de los estudiantes para profesor de matemáticas de secundaria (EPS), matriculados durante el curso 2020-2021 en la asignatura "Prácticas Profesionales IV" de tercer año de la carrera Matemática Educativa y Computación de la Universidad XXX. En esta asignatura se alternaba la formación en el aula universitaria con las prácticas de enseñanza a realizar en las aulas de secundaria. Inicialmente, con el objetivo de posibilitar las prácticas de enseñanza, se proporcionaron recursos cognitivos sobre pensamiento matemático; gestión del aula; diseño/modificación de tareas y planificación de una lección, así como tareas profesionales diseñadas con situaciones de aula en las que debían interpretar el pensamiento de los estudiantes, diseñar/modificar tareas, gestionar el aula y planificar una lección. En las prácticas de enseñanza, José planificó, implementó lecciones y reflexionó colectivamente en los seminarios de la universidad sobre las planificaciones e implementaciones realizadas en tres momentos (ciclos) diferentes. El entorno formativo ocurrió entre el 21 de septiembre y 11 de noviembre de 2020.

Para el análisis adoptamos y adaptamos algunos principios de la investigación reflexiva (Trouche et al., 2018), a partir de los cuales, en el intervalo de tiempo correspondiente al entorno formativo, recolectamos los datos necesarios para analizar e identificar los eventos que fueron notables para José por el posible impacto que estos tuvieron en su trabajo documental. Por último, completamos el análisis representando la trayectoria documental de José a través del Mapeo Inferido de la Trayectoria Documental, entendida como el conjunto de eventos individuales y colectivos, en los que José habia participado durante el entorno formativo creado *ad hoc* para la asignatura Prácticas Profesionales IV. Este mapeo fue inferido por los autores de este estudio.

Resultados

En esta sección presentamos los resultados de la Trayectoria Documental de José (Figura 1), fruto de las inferencias realizadas por los investigadores a partir de los datos disponibles, y cuyo objetivo es destacar los cambios en el trabajo documental de José y hacer más visibles los elementos de esta trayectoria. En ella se muestran dos tipos de eventos: (1) los relacionados con el descubrimiento de nuevos recursos proporcionados para su formación en la universidad (E1 a E4) y (2) los relacionados con el trabajo individual/colectivo dentro y fuera del centro educativo (E5 a E10). Los primeros eventos llevan asociados recursos cognitivos y curriculares oficiales, y los segundos, además, incorporan los obtenidos a partir de las reflexiones grupales.

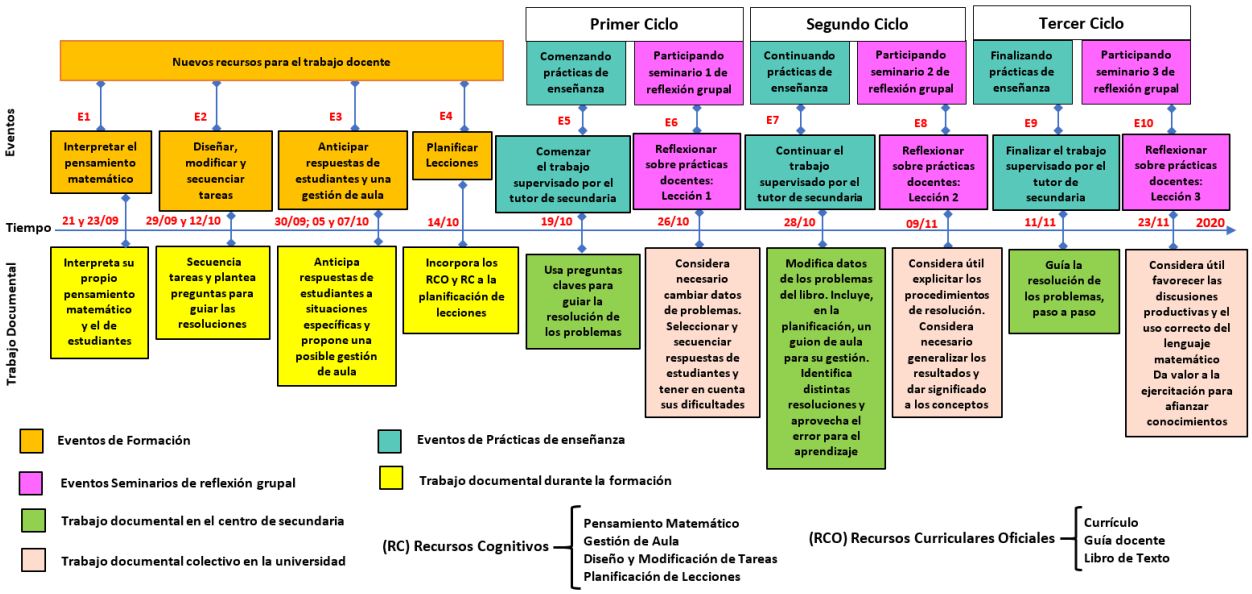


Figura 1. Mapeo Inferido de la Trayectoria Documental Formativa de José (21-09 al 23-11-20).

Entre los eventos relacionados con los nuevos recursos para la formación inicial del docente en la universidad, solo el evento E1 fue individual y el resto en parejas. El evento E1 tenía como objetivo que los EPS aprendiesen a interpretar su propio pensamiento matemático y el de estudiantes de secundaria. Los eventos E2 a E4 pretendían que los EPS aprendieran a modificar/secuenciar tareas, anticipar respuestas de estudiantes, etc.

En relación con los eventos del trabajo colectivo, E5 a E10, diferenciamos entre los relacionados con la planificación e implementación de las lecciones en el centro educativo (E5, E7 y E9) con la supervisión del tutor de secundaria, y los relacionados con el trabajo colectivo de reflexión en la universidad sobre las lecciones planificadas e implementadas durante las prácticas de enseñanza (E6, E8 y E10) con la supervisión del tutor universitario.

En el trabajo documental de José, correspondiente al primer ciclo, se observa cómo incorpora, a los problemas que va a trabajar en el aula, preguntas claves bien para facilitar la comprensión de una resolución propuesta en el libro de texto, bien para guiar la resolución de los estudiantes. Las preguntas claves propuestas por José en la planificación de la lección 1 son evidencia de cómo este pretendía facilitar la comprensión de la resolución propuesta en el libro:

> Problema propuesto y resuelto en el libro: "Un cable de acero que tira desde la altura de un poste forma con el suelo un ángulo de 64º, quedando una distancia entre el extremo inferior del cable que está en el piso y el pie del poste de 5 m, calcular la altura del poste".
> José en su planificación incorpora las siguientes preguntas:
> "a) Representa gráficamente el problema, b) ¿Qué tipo de triángulo es el generado por el cable, el poste y el suelo? Justifique, c) ¿Dónde posicionamos el ángulo de 64º? Justifique, d) ¿Qué razón trigonométrica utilizarías para calcular la altura del poste? ¿Cómo la aplicarías?, e) Puedes apoyarte de la tabla trigonométrica ubicada en la página 94 de tu libro de texto para calcular la tan (64°), f) Si la respuesta contiene decimales, redondea a la décima más próximo a este".

En la reflexión colectiva, José, a fin de identificar las dificultades de los estudiantes, manifiesta que debería haber modificado los datos de los problemas resueltos que proporciona en el libro de texto, tal y como se evidencia en el diálogo entre el tutor universitario y José:

> Tutor universitario: "José, se observa en el vídeo de la lección que no haces nada para que los estudiantes cierren el texto y presten atención…"
> José: "Sí, es que me di cuenta de que debí modificar o cambiar los datos del problema de la lección para evitar esa situación [que copien la respuesta del libro] y así llevarlos a graficar el problema y hacerlos pensar en la resolución…".

En el trabajo documental, correspondiente al segundo ciclo, se observa que José modifica los datos de los problemas, tal y como había reflexionado en la sesión colectiva del ciclo 1: "El problema del libro de texto es: "Calcula cos A y tan A, si $0°<A<90°$ y sen A=4/5". Y José propone: "Calcule el valor de cos A y tan A, sabiendo $0°<A<90°$ y sen A=2/7".

Además, incluye notas en su planificación para favorecer la gestión de aula, tal como se evidencia en la siguiente nota incorporada en su planificación de la lección 2: "Se les recordará a los estudiantes la clase pasada, sobre la demostración de la identidad pitagórica $sen^2A+cos^2A=1$, la que obtenemos a través del teorema de Pitágoras $c^2=a^2+b^2$…".

Durante la reflexión colectiva del ciclo 2, José percibe la necesidad de explicitar los procedimientos de resolución de los problemas, generalizar los resultados y dar significado a los conceptos. En el siguiente diálogo, entre el tutor universitario y José, se muestra una evidencia de la necesidad de dar significado a los conceptos matemáticos:

> Tutor universitario: "José, ¿por qué decides usar el triángulo rectángulo y Pitágoras para demostrar de dónde se obtuvo la identidad pitagórica $sen^2A+cos^2A=1$ y luego usarla para hallar el valor de cos A y tan A?".
> José: "…, como solo 4 estudiantes intentaron resolver deduje que no sabían qué significaba la identidad pitagórica, quise también incidir en la comprensión conceptual de la identidad pitagórica cosa que se notó que no sabían cómo deducirla a pesar de que ya la habían visto en la clase anterior".

En el trabajo documental, correspondiente al tercer ciclo, se observa que incorpora pasos para explicitar el procedimiento de resolución de los problemas que va a trabajar en el aula, fruto de la reflexión colectiva del ciclo 2. Por ejemplo, en la planificación de la lección 3, José incorpora al problema del libro los pasos que considera necesarios para facilitar la resolución:

> "Determine el signo que toman las razones trigonométricas sen A, cos A y tan A, para cada cuadrante del plano cartesiano, siguiendo los pasos: a) dibuje el plano cartesiano, b) trace una circunferencia de radio r cualquiera con centro en el origen, c) trace un ángulo θ cualquiera con un lado terminal $\overrightarrow{OP}$,

> que intercepte la circunferencia en el punto P, d) trace un segmento perpendicular desde el punto de intersección P, hasta el eje de las x más cercano".

En la reflexión colectiva, José considera útil el uso correcto del lenguaje matemático, la ejercitación para afianzar conocimientos y favorecer las discusiones productivas. El siguiente diálogo muestra una evidencia de la importancia que José da a las discusiones productivas:

> Jaqui: "esa es una dificultad que yo también he notado, es tratar de hacerlos pensar para que inicien a resolver [los problemas]".
> José: "La clave está en encauzarlos a que intenten por sí mismos resolver el problema, pero se debe monitorear y dar alguna pista con la que pueden iniciar, dejarlos que se ayuden unos a otros".

Conclusiones

El objetivo de este trabajo ha sido determinar la trayectoria documental de José, un estudiante para profesor de secundaria que participó en un entorno formativo diseñado *ad hoc*. Los resultados ponen de manifiesto la influencia de los eventos de la formación inicial y las reflexiones individuales y colectivas en su experiencia documental.

José utilizó los recursos curriculares oficiales, dada su obligatoriedad, como fuente para plantear problemas a los estudiantes. Sin embargo, para la gestión del aula y el desarrollo de las lecciones, José hizo suyo y convirtió en recurso de enseñanza, el diseño/modificación de tareas, al integrar en los problemas preguntas claves con objetivos que cambiando en los diferentes ciclos: inicialmente para favorecer la comprensión de los problemas resueltos en el libro; después para guiar las resoluciones de estos y, por último, en forma de pasos para facilitar las resoluciones. Esta apropiación fue fruto de reflexiones colectivas. Estos resultados son congruentes con los de Gueudet y Trouche (2012), sobre la adaptación y transformación de los recursos como una de las formas del trabajo documental de los profesores.

En definitiva, la acumulación y apropiación de algunos de los recursos cognitivos son consecuencia de las reflexiones que han permitido a José confrontar y validar sus decisiones en la planificación e implementación de las lecciones, así como incorporar nuevos recursos. Esta apropiación constituyen indicios de cómo José ha ido desarrollando su competencia docente avalada por su trabajo documental, tanto individual como colectivo, dando cuenta de cambios en su experiencia documental (Rocha, 2021).

Referencias y bibliografía

Earnest, D. y Amador, J.M. (2019). Lesson planimation: prospective elementary teachers' interactions with mathematics curricula. Journal Mathematics Teacher Education, 22, 37–68. https://doi.org/10.1007/s10857-017-9374-2

Gueudet, G. y Trouche, L. (2012). Teachers' Work with Resources: Documentational Geneses and Professional Geneses. In G. Gueudet, B. Pepin y L. Trouche (Eds.). *From Text to 'Lived' Resources. Mathematics Teacher Education* (Vol. 7, pp. 23-41). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1966-8_2

Guin, D., y Trouche, L. (2002). Mastering by the teacher of the instrumental genesis in CAS environments: necessity of instrumental orchestrations. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 34*(5), 204-211.

Males, L. M., y Setniker, A. (2019). Planning with curriculum materials: Interactions between prospective secondary mathematics teachers' attention, interpretations and responses. *International Journal of Educational Research*, 93, 153-167. https://doi.org/10.1016/j.ijer.2018.09.016

Pepin, B., y Gueudet, G. (2020). Curriculum resources and textbooks in mathematics education. *Encyclopedia of mathematics education*, 172-176.

Rocha, K. (2021). O uso do conceito de trajetória documental para analisar as relações entre recursos e desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Investigación en Educación Matemática, 23*(3), 455-451. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2021v23i3p455-481

Sherin, M. G., y Drake, C. (2009). Curriculum strategy framework: Investigating patterns in teachers' use of a reform-based elementary mathematics curriculum. *Journal of Curriculum Studies, 41*(4), 467-500. https://doi.org/10.1080/00220270802696115

Trouche, L. (2018). Comprender el trabajo de los docentes a través de su interacción con los recursos de su enseñanza - una historia de trayectorias. *Educación Matemática, 30*(3), 1-32.

Trouche, L., Gueudet, G., y Pepin, B. (2018). *The documentational approach to didactics*. In S. Lerman (Ed.), Encyclopedia of Mathematics Education. Springer.

van Dijke-Droogers, M., Drijvers, P., y Bakker, A. (2021). Statistical modeling processes through the lens of instrumental genesis. *Educational Studies in Mathematics, 107*(2), 235-260. https://doi.org/10.1007/s10649-020-10023-y

Tur-HistMat. Una aventura inigualable
Feria virtual 2021 – Geometría en todas partes

Adriana Mónica **Gandolfi**
Instituto Superior del Profesorado Pbro. Dr. A. M. Sáenz de Lomas de Zamora
Argentina
a.gandolfi@institutosaenz.edu.ar

Resumen

La virtualidad se impuso repentinamente y desafió al docente y al alumno en el proceso de la enseñanza y del aprendizaje en todos los niveles educativos. En el ámbito académico del profesorado, potenció la búsqueda de nuevos recursos que permitieran al alumno planificar estrategias donde no solo mostrara sus avances sino también el desarrollo de diferentes capacidades, aplicables a su futura tarea docente. "TUR-HISTMAT Una aventura inigualable" fue un proyecto desde el espacio Historia de la Matemática para participar de la muestra anual de la institución, ofreciendo al alumnado la posibilidad de indagar sobre siete lugares turísticos con interesante contenido matemático, que debían descubrir, relacionar y luego integrar en una presentación atractiva. A través de la acción se permitieron controlar las emociones que pudieron interferir o bloquear el proceso de aprendizaje. La metacognición y la retroalimentación fueron los grandes pilares que alentaron el trabajo propuesto y logrado.

Palabras claves: Ámbito académico del profesorado; Virtualidad; Capacidades; Estrategias; Emociones; Metacognición; Retroalimentación.

Introducción

Se sabe que elegir un profesorado, no solo implica la satisfactoria ejecución del proceso de la enseñanza y del aprendizaje de los contenidos específicos y didácticos, sino que incluye el desarrollo de diferentes capacidades, la apertura a nuevas herramientas que potencien el proceso y la construcción del propio perfil docente a través de su trayectoria formativa.

Con esa idea, esta institución, convoca anualmente, a uno de los ocho profesorados que posee, para organizar una jornada desde su especialidad, convocando a toda la comunidad educativa.

La inesperada adversidad que azotó a la humanidad en el año 2020, detuvo temporalmente toda actividad. En el ámbito educativo, el gran desafío fue descubrir y familiarizarnos, adecuada y velozmente, con nuevos recursos que habían sido pensados para un futuro, pero no para un presente sorpresivo.

Al año 2021, ante una población estudiantil que apostaba, con mucho esfuerzo y compromiso, a la formación docente, el profesorado de Matemática, propone una Feria Virtual 2022 con el lema *Geometría en todas partes*, con la participación voluntaria de los alumnos y profesores, de las diferentes materias y años de la carrera, para ser visitada por toda la comunidad educativa. A esta nueva propuesta se suman los alumnos de segundo año del profesorado de Matemática, desde la Unidad Curricular Historia de la Matemática.

Un disparador al proyecto TUR-HISTMAT

Una muestra virtual fue la propuesta y, desde allí, se pensó un proyecto que despertara en el alumno la motivación de aproximarse a nuevos aprendizajes de manera autónoma y con el empleo de nuevas herramientas y recursos donde la creatividad y la innovación estuvieran presentes.

Debía estar abierto a la investigación por parte del futuro docente, que le permitiera vincular los contenidos abordados, descubrir los nuevos, detectando curiosidades, conociendo sus orígenes, su historia; la relación con otras áreas sin coincidir con otras propuestas, llevarlos al mundo real y sintetizarlos en un trabajo final que se adaptara a la virtualidad, enmarcado desde la Geometría y que pudiera ser comprendido por todos. Muchas variables estaban en juego y había que combinarlas desde una perspectiva a-didáctica que generara un aprendizaje constructivo, significativo y perdurable.

Entre los destacados innovadores educativos, investigadores y divulgadores matemáticos, Claudi Alsina con su obra *Geometría para Turistas*, fue una buena elección para organizar el proyecto. Este catedrático de la Universidad Politécnica de Catalunya, desarrolla su obra desde una vivencia personal, conectando al mundo real con la Matemática a través de la arquitectura, vinculando lo abstracto con el mundo al que pertenecemos.

Organización del proyecto

El mundo que nos rodea está representado por números y formas, por lo que seleccionar lugares que pudieran convertirse en temas de investigación y vinculación con la Matemática, para un segundo año del profesorado, debía ser cuidado para lograr el objetivo.

Dado que la cantidad de alumnos era reducida, se permitió elegir entre la elaboración en grupos de a dos o en forma individual, con la idea de poder disponer de varios lugares que

ameritaran la inversión de tiempo, la calidad de elaboración y una presentación que los acreditara.

Se seleccionaron siete lugares turísticos, distribuidos entre América, Oriente, Oriente Medio y Europa relacionados de la siguiente manera con contenidos matemáticos:

1. Las Vegas y la Teoría de juegos.
2. El Santuario de los Girasoles y la Sucesión de Fibonacci.
3. La Cúpula de Fuller y las Geodésicas.
4. El mapa del metro de Tokio y la Teoría de Grafos.
5. El Hotel Abraj Kuday y el Infinito.
6. La Catedral de Notre Dame y Los Misterios Matemáticos.
7. Museo Arqueológico de Madrid y La Calculadora.

Los trabajos elaborados, se integraron a través de un entorno virtual que simulaba una agencia de turismo, donde el atractivo no era precisamente el lugar, sino los misterios, curiosidades y maravillas matemáticas contenidos en él.

El trabajo fue organizado en cinco etapas: búsqueda de información y datos; armado de un texto integrador de las ideas y conocimientos indagados; elaboración de un video; compaginación de las siete propuestas e incorporación a la plataforma final.

Tanto la primera como la segunda etapa fue muy activa. El alumno mantuvo una comunicación fluida con la docente, quien acompañó orientando o señalando lo que el propio alumno debía repensar, dando lugar a reconocer errores y/o aciertos, debilidades y fortalezas, construyendo su propio aprendizaje.

En la tercera instancia, sobre el material elaborado y aprobado, se dio plena libertad de acción, organización y creatividad al estudiante para el diseño de su producto final, eligiendo un recurso virtual, entre la variedad existente y conocida, para su propia presentación.

En la siguiente etapa, reunidas todas las producciones, se organizaron las mismas sobre un planisferio teselado utilizando la herramienta virtual genially donde a través de botones interactivos se podía apreciar las diferentes ofertas turístico-educativas.

Finalmente, todo este trabajo articulado, se sumó a la presentación general de la Feria Virtual 2021 *Geometría en todas partes*, organizada por una alumna de nivel superior utilizando el mismo entorno virtual y compartiéndose con la comunidad educativa del profesorado.

Marco Formativo y Conceptual

El desarrollo de este proyecto implicó en el alumno asumir el desafío de buscar una solución al problema propuesto. Para ello debió adaptarse y entrar en acción para encontrar la respuesta que resumiera la construcción de su aprendizaje.

Buscar, indagar, reflexionar, consultar, reconocer obstáculos, errores y aciertos, que lo conducían a la toma de decisiones, desarrollando capacidades que le permitieran a su vez identificar las emociones emergentes, hicieron que el alumno interactuara consigo mismo, construyendo el conocimiento. Este proceso de retroalimentación y metacognición permitió al estudiante reconocer sus fortalezas y debilidades, no como fracasos, sino como procesos de aproximación a los objetivos esperados.

Desde la retroalimentación se dio el lugar a experimentar el aprendizaje autónomo, reflexionando sobre los propios pensamientos, encontrando el sentido de lo que aprende y tomando decisiones en el proceso, convirtiéndose en las acciones constitutivas de un aprendizaje significativo, constructivo y perdurable. Este tipo de aprendizaje esperado, vincula lo conocido con lo a descubrir, dando lugar a la adquisición de nuevos saberes, que motivados por la curiosidad, su articulación y la creatividad en el proceso, dieron lugar a una práctica, que no solo aporta una herramienta al futuro docente sino un conocimiento vivencial que perdura en el tiempo, encontrando el sentido de la existencia y necesidad de la matemática en la formación de todo individuo y la respuesta ante el incesante cuestionamiento del alumno del nivel secundario.

Desde la metacognición, se dio el lugar a progresar en la adquisición y/o desarrollo de distintas capacidades como aprender a aprender, que conlleva al aprendizaje autónomo, afianzar estrategias para la resolución de problemas, desarrollar el pensamiento crítico y moderar el trabajo con otros, donde la comunicación, el compromiso y la responsabilidad son importantes, no solo en el proceso del aprendizaje sino también en el proceso de la enseñanza, atendiendo a las emociones, que juegan un rol muy importante en el proceso del aprendizaje

El objetivo principal de esta actividad desafiante, fue brindarle la oportunidad al alumno de vivenciar nuevas estrategias de enseñanza y aprendizaje, donde la innovación pudiera conectar lo impensado, experimentando con nuevas herramientas virtuales y con la libertad de acertar o equivocarse para volver a intentarlo, identificando las emociones emergentes y motivando la acción de aprender desde una perspectiva menos estructurada, más alentadora y potenciando la confianza en sí mismos.

Contenidos abordados

Los contenidos seleccionados por los alumnos para la confección de cada trabajo fueron los siguientes:

1. *Las Vegas y la Teoría de juego*: Identificación de formas - Ley de los grandes números - Concepto de probabilidad - Concepto de juego – Dilema del prisionero – Categorías de juego – Teoría del juego. (*Figura 1)*
2. *El Santuario de los Girasoles y la Sucesión de Fibonacci*: Los girasoles y su historia – Estructura matemática – Leonardo de Pisa – Sucesión de Fibonacci – Numero de Oro – Proporción Aurea – Rectángulo Áureo – La espiral de Durero – Angulo Áureo – La espiral de Fibonacci – Triángulo de Pascal . *(Figura 2)*
3. *La Cúpula de Füller y las Geodésicas*: Füller – Geodésicas: definición, características y propiedades – Poliedros de Platón – Sólidos de Arquímedes – Construcción de una

cúpula geodésica- Historia de Geodésica de Montreal – Geodésicas en otros lugares. *(Figura 3)*

4. *El mapa del Metro de Tokio y la Teoría de Grafos*: Leonhard Euler -El problema de los puentes de Königsberg – Definición de Grafos – Clasificación de Grafos: Según la dirección, tipos y conectividad – Análisis y relación con el Mapa del metro de Tokio. *(Figura 4)*
5. *El hotel Abraj Kudai y el infinito*: Características del hotel - Georg Cantor – Infinito – Clasificación. *(Figura 5)*
6. *La Catedral de Notre Dame y los misterios matemáticos:* Historia – El número φ – Proporción aurea – Euclides – Fibonacci y su sucesión – Espirales – Arquitectura – Rosetones y Vidrieras – Construcciones con regla y compas de ojivas y rosetones – Simetrías. *(Figura 6)*
7. *Museo Arqueológico Nacional de Madrid y las calculadoras:* Arte – Abaco Neperiano – Napier. *(Figura 7)*

La bibliografía utilizada, fue detallada por los alumnos al finalizar el trabajo escrito previo al armado de la presentación.

Se comparte a continuación el link para disfrutar del producto final de este proyecto integrado, teniendo en cuenta que la Geometría no solo encierra figuras y propiedades sino también es una articulación entre la aritmética y el álgebra y su proyección a otras áreas.

Se aclara que en las presentaciones los títulos pueden estar modificados porque fue una decisión del propio alumno hacerlo para adecuarlos a su trabajo, pero responden a la consiga asignada.

https://view.genial.ly/616ca55d42c7760dd06897a4/interactive-image-tur-histmatimagen-interactiva

Conclusiones

El alumno pudo apreciar que, en el proceso del aprendizaje, las emociones y la memoria tiene una estrecha e importante relación entre sí y con aquel. Identificar a las primeras, le permitió modelar los sentimientos que nacían de ellas, para alentar y no obstaculizar el proceso, quedando grabado en su memoria todo lo vivenciado emocionalmente. Toda emoción que se vincule con esta experiencia, reavivara lo aprendido en ella.

En conclusión, el alumno, experimentó el placer de los logros obtenidos ante el desafío presentado al descubrir y sorprenderse de los nuevos conocimientos adquiridos y la vinculación con los ya existentes. La relación entre el pasado y el presente, lo abstracto y lo concreto, los conceptos y su aplicación, despertaron la atención hacia el mundo que nos rodea y del cual somos parte. A través de una propuesta que podría considerarse un juego, el estudiante pudo atender sus emociones y regular los consecuentes sentimientos, para potenciar el progreso hacia el objetivo, dando lugar a un producto final interesante y positivo, muy favorable para su formación docente y su desempeño futuro.

Este tipo de actividad muestra que no solo debe brindarse elementos motivadores al estudiante del profesorado desde las Áreas de Didáctica y Práctica Docente, sino que cualquiera de los espacios que constituyen el plan de estudios, como en este caso fue desde Historia de la Matemática, pueden estar abiertas a ofrecer alternativas que les permita ir armando, durante sus estudios, un modelo docente integral que obviamente, irán ajustando con sus prácticas y la experiencia que cada uno vaya adquiriendo y/o vivenciando, sin dejar de atender los procesos involucrados y la buena combinación de emoción y memoria, para un satisfactorio aprendizaje.

Referencias y bibliografía

Alsina, Claudi, (2009). Geometría para turistas. *Cúpulas de Fuller* (pp.201-203). Ariel.

Alsina, Claudi (2009). Geometría para turistas. *Lost in subway: Tokio* (pp. 243-247). Ariel.

Alsina, Claudi (2009). Geometría para turistas. *Proporciones en Notre Dame* (pp.108-109). Ariel

Anijovich, Rebeca (2018/19). Dispositivo de fortalecimiento institucional 2018 – 2019. *Enseñar y evaluar en el marco de las capacidades profesionales.* INFoD (Instituto Nacional de Formación Docente) Ministerio de Educación Presidencia de la Nación Argentina. https://ief9016-infd.mendoza.edu.ar/sitio/wp-content/uploads/2018/08/Obj-1-Eje-2.pdf

Anijovich, Rebeca (2019). Orientación para la docentes y el trabajo en el aula. Retroalimentación Formativa. (pp. 21-30). SUMMA. "La Caixa" Foundation. https://panorama.oei.org.ar/_dev2/wp-content/uploads/2019/06/Retroalimentaci%C3%B3n-Formativa.pdf

Lopez Roseti, Daniel (2017). Emoción y sentimientos. (pp 50-86). Planeta.

Un marco para estudiar la capacidad de enseñanza de la Matemática en profesores de preescolar

Andrea **Vergara** Gómez
Departamento de Matemática, Física y Estadística, Universidad Católica del Maule
Chile
avergarag@ucm.cl
Raimundo **Olfos** Ayarza
Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile
raimundo.olfos@pucv.cl
Soledad **Estrella** Romero
Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile
soledad.estrella@pucv.cl
Tatiana **Goldrine** Godoy
Facultad de Educación, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile
tatiana.goldrine@pucv.cl

Resumen

Se presenta una propuesta para estudiar la capacidad de enseñanza de la matemática en futuros profesores de preescolar, que concibe una dimensión teórica (saber) y una dimensión práctica (saber hacer), abarcando tanto el conocimiento matemático del contenido (MCK) como el conocimiento pedagógico del contenido matemático (MPCK), desde una perspectiva dinámica e integrada. Además, se estructura el MPCK en dos componentes, a saber: MPCK para la Enseñanza (MPCK-T) y MPCK referido al pensamiento matemático infantil (MPCK-CMT). A partir de un diseño exploratorio y un enfoque metodológico mixto, se identifican aspectos longitudinales críticos en cada una de las componentes, con foco en la capacidad docente para el desarrollo del pensamiento numérico temprano. Los resultados evidencian que la dimensión práctica es menos permeable que la dimensión teórica en procesos de intervención para la generación de conocimiento especializado.

Palabras clave: Educación Matemática; Educación preescolar; Enseñanza presencial; Formación docente inicial; Conocimiento especializado de profesor; Investigación exploratoria; Pensamiento numérico; Chile.

Introducción

El desarrollo temprano de habilidades matemáticas es importante, puesto que puede ser predictivo respecto del rendimiento matemático escolar posterior (Anders & Roßbach, 2015; Hannula-Sormunen, et al., 2015). En este escenario, el rol del profesor es fundamental, dado que la cantidad y tipos de oportunidades de aprendizaje matemático proporcionadas a los niños en aulas de preescolar está asociada con el desarrollo profesional de los docentes (Piasta et al., 2014). De ahí que la capacidad del profesor de preescolar para generar oportunidades de aprendizaje en matemáticas, a través de experiencias adecuadas a este nivel, se configure como un elemento crítico. A pesar de aquello, la investigación sobre los procesos de formación inicial docente para la enseñanza de la matemática en educación infantil ha reportado debilidades e inconsistencias (Parks y Wager, 2015). Esto ha llevado a distintas investigaciones a estudiar la efectividad de la preparación inicial docente para el desarrollo de la capacidad de enseñanza de las matemáticas en profesores de preescolar (Cohrssen y Tayler, 2016; Torbeyns, et al., 2020).

En Chile, el Marco para la Buena Enseñanza de Educación Parvularia establece, entre otras orientaciones, que el profesor de preescolar debe dominar los conocimientos disciplinares y pedagógicos, vinculados al currículum vigente (Ministerio de Educación [MINEDUC], 2019). El currículum vigente para este nivel educativo propone tres ámbitos de experiencias para el aprendizaje: Desarrollo Personal y Social, Comunicación Integral e Interacción y Comprensión del Entorno (MINEDUC, 2018). Este último contempla el núcleo Pensamiento Matemático, que refiere a los diferentes procesos a través de los cuales los párvulos pueden explicar su entorno, tales como, la ubicación en el espacio-tiempo, relaciones de orden, comparación, clasificación, seriación, identificación de patrones, construcción de la noción de número y comprensión del ámbito numérico en general. De esta manera, se establece un núcleo especializado de conocimientos y habilidades a desarrollar en la formación inicial docente del profesor de preescolar en Chile. Esta investigación asume las demandas y características del contexto chileno, para estructurar un modelo que permite estudiar la Capacidad de Enseñanza de la Matemática (ATM, por sus siglas en inglés, Ability to Teach Mathematics) del profesor de preescolar en formación, considerando la caracterización de componentes especializadas que conectan transversalmente el conocimiento teórico con el conocimiento práctico (Olfos, 2022b). La investigación se lleva a cabo mediante un diseño exploratorio con 78 estudiantes de 4 programas chilenos de Pedagogía en Educación Parvularia, considerando un proceso de acompañamiento de 1 año, orientado específicamente al desarrollo de la capacidad de las futuras educadoras para promover el pensamiento numérico de los prescolares.

Marco conceptual

El constructo ATM asume el conocimiento docente desde una perspectiva amplia, que abarca tanto el saber, como el saber-hacer. ATM está conformado por dos componentes principales de conocimiento docente, que se expresan en dos dimensiones: una teórica y otra práctica. Una componente corresponde al conocimiento del contenido matemático (MCK) y la otra, al conocimiento pedagógico del contenido matemático (MPCK), la que a su vez se divide en dos subcomponentes: Conocimiento Pedagógico del Contenido para la Enseñanza (MPCK-T)

y Conocimiento Pedagógico del Contenido referido al pensamiento matemático infantil (MPCK-CMT) (Olfos, 2022b). Estos componentes y dimensiones del ATM (Figura 1) relacionan dialécticamente el conocimiento docente (saber) con la práctica docente para la generación de oportunidades de aprendizaje (saber hacer).

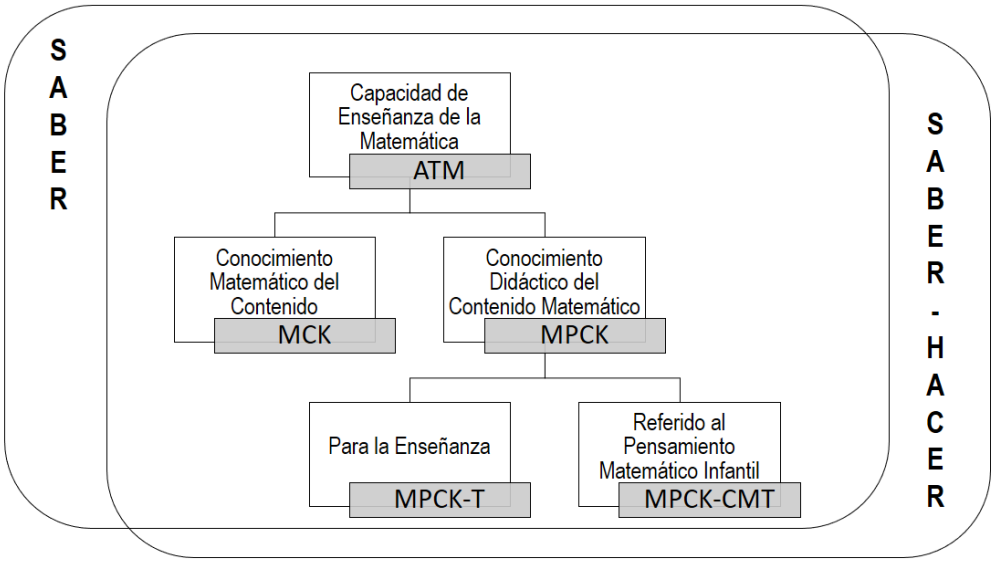


Figura 1. Modelo ATM y relación entre las dimensiones y componentes.

La componente MCK, en la dimensión teórica, considera al menos cuatro subdominios (número y operaciones; medida, cantidad y relación; geometría; datos y azar) y cinco procesos matemáticos (resolución de problemas, modelación, comunicación, representación, razonamiento y estructuración) (Dunekacke, et al., 2015). En este caso, la investigación se centra en el subdominio número y operaciones. En cuanto a la dimensión práctica del MCK, esta aborda el conocimiento que le permite al profesor de preescolar promover en el aula el desarrollo del razonamiento matemático para resolver problemas y comunicar soluciones. Esto incluye el conocimiento y uso de representaciones y modelos propios de la matemática temprana.

La componente MPCK se relaciona con el conocimiento que le permite al profesor de preescolar "notar situaciones matemáticas en las actividades o juegos cotidianos de los niños; interpretar tales situaciones matemáticas basadas en contenido matemático preescolar; y mejorar el pensamiento matemático profundo de los niños" (Lee, 2017, pp. 233-234). En la dimensión teórica, el subcomponente MPCK-T refiere al conocimiento sobre distintos enfoques de enseñanza para las matemáticas tempranas, incluyendo el conocimiento que se requiere para elaborar secuencias de tareas matemáticas y materiales de instrucción acordes a las edades y experiencias previas de los niños. En esta misma dimensión, el subcomponente MPCK-CMT refiere al conocimiento docente sobre posibles trayectorias de aprendizaje asociadas a las nociones matemáticas que se proponen en el currículum de educación preescolar, incluyendo el conocimiento de potenciales obstáculos o facilitadores que ofrecen estas nociones al aprendizaje de los párvulos. En la dimensión práctica, la MPCK-T se relaciona con el conocimiento que le permite al profesor de preescolar organizar sus procesos de enseñanza, preparar y gestionar experiencias de aprendizaje a través del juego, y seleccionar críticamente los materiales para la manipulación y representación matemática. En esta misma dimensión, la MPCK-CMT aborda el conocimiento docente para mediar frente a las acciones, estrategias, preguntas y posibles

dificultades de los párvulos. Este subcomponente también incluye el conocimiento que se manifiesta cuando el profesor de preescolar es capaz de implementar acciones específicas para ayudar a los párvulos a consolidar cierta habilidad o a fomentar el desarrollo del pensamiento matemático significativo en los niños.

Metodología

La investigación implementa un estudio exploratorio consistente en una intervención que se lleva a cabo en dos etapas: en la primera etapa 78 futuras docentes de educación preescolar (todas mujeres), provenientes de 4 programas universitarios de Educación Parvularia de la V Región de Valparaíso, participan de un módulo teórico de enseñanza que dura 1 semestre; en la segunda etapa, 20 de estas estudiantes participan de un taller práctico, que también dura 1 semestre. Tanto el módulo teórico como el taller práctico fueron estructurados e implementados de acuerdo al constructo teórico ATM. En el módulo teórico se abordó el MCK a partir de nociones asociadas a la conceptualización temprana del número y la cantidad, tales como los principios de conteo, el uso de representaciones ad-hoc y las estrategias de correspondencia, así como la distinción entre cardinal, ordinal y numeral; por otra parte, se abordó el MPCK a partir de la revisión de algunas teorías propias de la Didáctica de la Matemática, tales como la Teoría de Situaciones Didácticas, el Enfoque de Resolución de Problemas y las Trayectorias de Aprendizaje en el ámbito numérico. En esta primera etapa se recogen datos respecto de los avances/retrocesos en el desarrollo del conocimiento teórico de las estudiantes, según las componentes MCK y MPCK, a través de un pre y post test, usando la prueba validada "Conocimientos y capacidades para promover el desarrollo del pensamiento matemático en el niño" (Goldrine et al., 2015). En la segunda etapa se implementa un taller que se articula con prácticas de aula y se recogen evidencias sobre los avances/retrocesos del conocimiento práctico en 10 de las participantes del taller, según las componentes MCK y MPCK, a través de una pre y post observación de desempeño en aula, usando la "Pauta para evaluar la dimensión práctica de la capacidad de enseñanza de la Matemática de la educadora en formación" (Olfos, 2022a). La pauta fue aplicada por 5 expertos, lo que permitió calibrar la aplicación de los indicadores. Para definir el puntaje final por estudiante, se consideró el promedio de los puntajes asignados por los 5 evaluadores, dada la centralidad de los datos. Se utilizan técnicas de análisis exploratorio de datos para mostrar los resultados.

Resultados

Para obtener evidencia de los efectos del módulo teórico en el desarrollo del conocimiento teórico, según las componentes MCK y MPCK e incluyendo las subcomponentes MPCK-T y MPCK-CMT, se compararon los resultados del pre y post test, considerando si el desempeño en la prueba aumentó, se mantuvo igual o descendió después del proceso formativo (Tabla 1). En términos globales, el 64% de las participantes manifestaron una mejora en su conocimiento teórico. El subcomponente que manifestó una mayor resistencia a un cambio positivo fue MPCK-T, mientras que el subcomponente con un mayor nivel de progreso fue MPCK-CMT. En cuanto a la componente MCK, cerca de la mitad de las participantes manifestó un progreso en su desempeño, y solo una sexta parte presentó un retroceso.

Tabla 1
Porcentaje de participantes según el tipo de diferencia obtenida en la prueba de conocimientos teóricos, antes y después del módulo teórico

	MCK	MPCK-T	MPCK-CMT	GLOBAL
Diferencia positiva (avance)	49%	40%	58%	64%
Sin diferencia	36%	26%	24%	13%
Diferencia negativa (retroceso)	15%	35%	18%	23%

Nota. Elaboración propia a partir de los datos.

En la segunda etapa, cada una de las 10 participantes seleccionadas planificó e implementó dos experiencias de aprendizaje durante su proceso de práctica profesional: una al inicio y otra al final del proceso. Las estudiantes eran libres de elegir el tema de la experiencia de aprendizaje, siempre y cuando este se relacionara con la noción de número en conexión con el desarrollo de habilidades aritméticas. Tales experiencias fueron grabadas para su posterior evaluación, mediante el uso de la pauta para evaluar la dimensión práctica. Se compararon así los puntajes obtenidos antes y después del taller, considerando si el desempeño en el quehacer práctico aumentó, se mantuvo igual o descendió después del proceso formativo (Tabla 2). Si bien la cantidad de participantes en esta etapa del estudio influye en la variabilidad de los resultados, fue posible identificar una mayor dificultad para el logro de avances en la dimensión práctica respecto de la dimensión teórica. En términos globales, la mayoría de las estudiantes no logró mejorar su desempeño práctico, siendo la componente MCK la que resultó más resistente a cambios positivos. En la dimensión práctica, los subcomponentes MPCK-T y MPCK-CMT presentaron igual cantidad de participantes con avances y retrocesos.

Tabla 2
Proporción de participantes según el tipo de diferencia obtenida en la pauta de observación práctica antes y después del taller práctico

	MCK	MPCK-T	MPCK-CMT	GLOBAL
Diferencia positiva (avance)	4/10	5/10	5/10	4/10
Sin diferencia	3/10	0/10	0/10	0/10
Diferencia negativa (retroceso)	3/10	5/10	5/10	6/10

Nota. Elaboración propia a partir de los datos.

Considerando a las 10 participantes que realizaron tanto el módulo práctico como el taller teórico, se puede analizar la relación entre el conocimiento docente (saber) y la práctica docente para la generación de oportunidades de aprendizaje (saber hacer), a través de una tabla de contingencia (Tabla 3). De acuerdo con lo observado, el riesgo de no lograr avances en la dimensión práctica es 1,5 veces el de no lograr avances en la dimensión teórica, lo que evidencia la complejidad de esta dimensión y su evaluación en los procesos de formación del ATM del profesor de preescolar.

Tabla 3
Número de participantes según el tipo de desempeño por componentes

Desempeño	Teórico	Práctico
Avanza	6	4
No avanza	4	6

Nota. Elaboración propia a partir de los datos.

Discusiones y conclusión

Se estudió el MCK y el MPCK de profesoras de preescolar en proceso de formación, conectando una perspectiva de evaluación cognitiva con una situada, al utilizar tanto una prueba de conocimientos como una pauta de observación en aula. Esta conexión es especialmente sugerida para la evaluación del conocimiento profesional docente (Depaepe et al., 2020). A diferencia de otros estudios, se propone un modelo, en el que los constructos MCK y MPCK atraviesan tanto el desempeño teórico como el desempeño práctico y, además, el componente MPCK se divide en dos ámbitos de especialización. Los resultados evidencian que la dimensión teórica de la capacidad para enseñar matemáticas en las futuras profesoras de preescolar mejoró mayoritariamente al incorporar procesos formativos orientados al desarrollo de conocimiento matemático especializado, mientras que la dimensión práctica manifestó resistencias a cambios positivos, aún con procesos intencionados de intervención. Respecto de las componentes y subcomponentes, se evidenció una mayor propensión a cambios positivos en el MCK teórico, el MPCK-CMT teórico y el MPCK-T práctico. Por otra parte, el MCK, si bien no presenta el mayor porcentaje de avance en la dimensión práctica, es el que presenta el menor porcentaje de retroceso en esta dimensión, lo cual ofrece indicios de la factibilidad e importancia de incorporar el desarrollo explícito del conocimiento matemático especializado en los procesos de formación del profesor de prescolar. Dicho esto, aún se requiere mayor investigación para comprender cómo articular teoría y práctica en el logro de avances, significativos y sostenidos en el tiempo, del ATM del profesor de preescolar. Asimismo, es necesario seguir profundizando en los elementos que favorecen la estabilización de la dimensión práctica (Saber-hacer) en los procesos formativos de los profesores de preescolar.

Referencias y bibliografía

Anders, Y., & Rossbach, H. G. (2015). Preschool teachers' sensitivity to mathematics in children's play: The influence of math-related school experiences, emotional attitudes, and pedagogical beliefs. *Journal of Research in Childhood Education, 29*(3), 305-322. https://doi.org/10.1080/02568543.2015.1040564

Cohrssen, C., & Tayler, C. (2016). Early childhood mathematics: A pilot study in preservice teacher education. *Journal of Early Childhood Teacher Education, 37*(1), 25–40. https://doi.org/10.1080/10901027.2015.1131208

Depaepe, F., Verschaffel, L., & Star, J. (2020). Expertise in developing students' expertise in mathematics: Bridging teachers' professional knowledge and instructional quality. *ZDM-Mathematics Education, 52*(2), 179–192. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01148-8

Dunekacke, S., Jenßen, L., & Blömeke, S. (2015). Effects of mathematics content knowledge on pre-school teachers' performance: A video-based assessment of perception and planning abilities in informal learning

situations. *International Journal of Science and Mathematics Education, 13*(2), 267-286. https://doi.org/10.1007/s10763-014-9596-z

Goldrine, T., Estrella, S., Olfos, R., & Serrano, P. A. C. (2015). Prueba de conocimientos para la enseñanza del número en futuras maestras de educación infantil. *Educação em Revista, 31*(2), 83–100. https://doi.org/10.1590/0102-4698132480

Hannula-Sormunen, M. M., Lehtinen, E., & Räsänen, P. (2015). Preschool children's spontaneous focusing on numerosity, subitizing, and counting skills as predictors of their mathematical performance seven years later at school. *Mathematical Thinking and Learning, 17*(2-3), 155-177. https://doi.org/10.1080/10986065.2015.1016814

Lee, J. (2017). Preschool teachers' pedagogical content knowledge in mathematics. *International Journal of Early Childhood, 49*(2), 229–243. https://doi.org/10.1007/s13158-017-0189-1

Ministerio de Educación (2018). *Bases Curriculares de Educación Parvularia*. Chile.

Ministerio de Educación (2019). *Marco para la Buena Enseñanza de Educación Parvularia*. Chile

Olfos, R., Goldrine, T., Morales, S., Estrella, S., Morales, G., Pinto, A., & Reyes, P. (2022a). Pauta para evaluar la dimensión práctica de la capacidad de enseñanza de la matemática en maestras de infantil en formación. *PNA, Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática, 16*(4), 343–364. https://doi.org/10.30827/pna.v16i4.22125

Olfos, R., Vergara-Gómez, A., Estrella, S., & Goldrine, T. (2022b). Impact of a theory-practice connecting scaffolding system on the ability of preschool teachers-in-training to teach mathematics. *Teaching and Teacher Education, 120*, 103887. https://doi.org/10.1016/j.tate.2022.103887

Parks, A. N., & Wager, A. A. (2015). What Knowledge is Shaping Teacher Preparation in Early Childhood Mathematics?. *Journal of Early Childhood Teacher Education, 36*(2), 124–141. https://doi.org/10.1080/10901027.2015.1030520

Piasta, S. B., Pelatti, C. Y., & Miller, H. L. (2014). Mathematics and science learning opportunities in preschool classrooms. *Early education and development, 25*(4), 445-468. https://doi.org/10.1080/10409289.2013.817753

Torbeyns, J., Verbruggen, S., & Depaepe, F. (2020). Pedagogical content knowledge in preservice preschool teachers and its association with opportunities to learn during teacher training. *ZDM Mathematics Education 52*(2), 269–280. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01088-y

Una metodología constructivista en la enseñanza de las Matemáticas de futuros maestros

María Dolores **Saá** Rojo
Facultad de Educación, Universidad de Murcia
España
saa@um.es
Dolores **Carrillo** Gallego
Facultad de Educación, Universidad de Murcia
España
carrillo@um.es
Josefa **Dólera** Almaida
Facultad de Educación, Universidad de Murcia
España
j.doleraalmaida@um.es
Encarna **Sánchez** Jiménez
Facultad de Educación, Universidad de Murcia
España
esanchez@um.es
Francisco Javier **Ibáñez-López**
Facultad de Educación, Universidad de Murcia
España
fjil@um.es
Antonio **Maurandi-López**
Facultad de Educación, Universidad de Murcia
España
amaurandi@um.es

Resumen

Este trabajo presenta la opinión y percepción de los futuros maestros de Educación Infantil sobre una actividad práctica implementada a partir de un enfoque constructivista. Con un diseño cuantitativo descriptivo no experimental, 168 estudiantes de una universidad pública estatal participaron en la realización de la actividad y en la cumplimentación de una encuesta tipo escala Likert. Los resultados mostraron que una gran mayoría de los participantes confirmó que este tipo de

actividades ayuda a pensar y construir ideas y conceptos. También aseguraron que, en un futuro y previa adaptación, emplearán estas metodologías docentes en el aula de Educación Infantil, ya que ayudan a adquirir los contenidos de las asignaturas de una forma más sencilla y a mejorar la actitud hacia las matemáticas.

Palabras clave: Didáctica de la matemática; Educación superior; Aprendizaje; Formación docente inicial; Constructivismo; Investigación cuantitativa; España.

Introducción

Hoy en día, la investigación en la formación de futuros docentes en matemáticas está en auge y se centra en la identificación de los conocimientos y competencias que debe tener este profesorado para el desempeño de su labor. Varios investigadores como Cirade (2006), Valente (2018) o Carrillo y Espín (2021), señalan la necesidad de conocer, no solo la *matemática a enseñar,* es decir, contenidos del currículo, sino también los conocimientos propios del docente (*matemática para enseñar* o *matemáticas para la enseñanza*). Estos últimos deben ser abordados en la formación inicial del profesorado.

Houdement y Kuzniak (1996) han estudiado y clasificado las estrategias que utilizan los formadores de maestros en Francia. Entre ellas se encuentran las que se basan en la *homología*, en las que el formador utiliza procesos de enseñanza similares a los que podrán implementar los futuros maestros en sus aulas. Otra estrategia se basa en la *transposición* y con ella, los formadores de maestros se proponen transmitir saberes sobre la práctica en el aula. Estas estrategias se han tenido en cuenta al planificar la actividad que se ha implementado y que ha sido valorada por los futuros docentes.

El modelo docente que se pretende transmitir es el de un aprendizaje constructivista por adaptación al medio, como lo plantea la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1998). Por ello, al planificar las actividades y su gestión se posibilitaron momentos de *acción* (al buscar respuestas a las cuestiones planteadas), momentos de *formulación* (para transmitir y comprender la acción realizada), momentos de *validación* (en los que se trata de justificar la validez de la respuesta) y momentos de *institucionalización* (en los que el saber que se ha construido en el aula se reconoce como saber matemático).

El proceso de aprendizaje se ha realizado en referencia a conceptos lógicos. En la etapa de la Educación Infantil (EI), el desarrollo del pensamiento lógico es fundamental y, por lo tanto, está recogido dentro de las asignaturas de Matemáticas del currículo de formación de los futuros maestros (Alsina y Delgado-Rebolledo, 2022; Castro y Castro, 2016; Muñoz-Catalán y Carrillo, 2018).

La actividad práctica aquí presentada incide precisamente en la adquisición de competencias para designar, clasificar, ordenar y organizar los objetos con los que día a día interactuamos (Lerma et al., 2021). De esta manera, se pone de relieve cómo se adquieren y usan los contenidos relativos a las competencias matemáticas. La participación activa del alumnado en el descubrimiento de conceptos e ideas matemáticas permite que, como futuros docentes,

evolucionen hacia el manejo de herramientas y metodologías docentes más eficientes (Aragón et al., 2021; Friz et al., 2018).

Metodología

Objetivos

El objetivo general de esta investigación fue comprobar la opinión de los docentes en formación con respecto al desarrollo de actividades constructivistas para el aprendizaje significativo de las competencias en Didáctica de las Matemáticas, desglosado en dos objetivos específicos: a) Analizar la percepción del alumnado sobre las actividades constructivistas y su utilidad en el aprendizaje de los contenidos matemáticos; y b) Valorar la comprensión de las actividades realizadas como situaciones de aprendizaje constructivista y su potencial aplicación en su futura labor como docentes.

Diseño

Desde un enfoque descriptivo de corte cuantitativo, se optó por un diseño de investigación no experimental (Creswell, 2012), en el que se implementaron técnicas e instrumentos de recogida de información de carácter cuantitativo.

Participantes y contexto

Los participantes fueron 168 estudiantes matriculados en tres grupos de la asignatura de *Didáctica de la Matemática en la Educación Infantil I* de segundo curso del Grado en EI de una universidad pública durante el curso académico 2022/2023 que habían asistido a las dos sesiones en las que se desarrolló la actividad que se describe más adelante. Concretamente, 159 mujeres (94.64%) y 9 hombres (5.36%), con una edad media de 19.7 años. De entre el alumnado participante, 19 estudiantes afirmaron haber tenido alguna experiencia similar en la realización de este tipo de actividades en alguna otra asignatura del grado universitario (11.31%), mientras que 149 (88.69%) indicaron no haberla tenido nunca.

Instrumento

Se empleó un cuestionario tipo escala Likert realizado *ad hoc* con 33 preguntas con cinco valores de respuesta (donde 1 significaba “Totalmente en desacuerdo”, 2 “En desacuerdo”, 3 “Indiferente”, 4 “De acuerdo” y 5 significaba “Totalmente de acuerdo”) pertenecientes a tres dimensiones: adquisición de competencias, desarrollo e implementación de la actividad y percepción del alumnado. Este trabajo muestra los resultados de las cuestiones pertenecientes a la dimensión de percepción del alumnado, compuestas por un total de 13 ítems, de los que los 6 primeros preguntaban sobre la realización de la actividad y su utilidad en cuanto al aprendizaje de conceptos matemáticos, y el resto sobre la compresión de la actividad realizada como situación de aprendizaje constructivista y su futura aplicación.

Al instrumento se le calculó la fiabilidad y consistencia interna, obteniendo un *Alfa de Cronbach* de .949, considerado excelente, un índice de *Fiabilidad Compuesta* de .951,

considerado excelente y un índice de *Varianza Media Extractada* (AVE) de .394, considerado bueno. Por último, se obtuvo una *Omega de McDonald* de .963, considerado excelente. También se realizó una validez de constructo sobre la variable latente "Percepción del alumnado de la actividad constructivista realizada" mediante un análisis factorial de componentes principales con rotación *varimax.* Se obtuvo un *p-valor* de .000 para la prueba de esfericidad de Bartlett y un coeficiente de *Kaiser-Meyer-Olkin* (KMO) de .900 (se considera una bueno a partir de .5).

Procedimiento y análisis de la información

En los primeros contenidos de la asignatura *Didáctica de la Matemática en la Educación Infantil I* se abordan los conocimientos lógicos y prenuméricos. Se explica al alumnado el material lógico de referencia en el aula (Figura 1), que varía con respecto a cuatro descriptores: el color (rojo, azul, amarillo y verde), la forma (triángulo, círculo y cuadrado), el tamaño (grande y pequeño) y la textura (liso y rugoso). Por tanto, todo el material consta de 48 piezas.

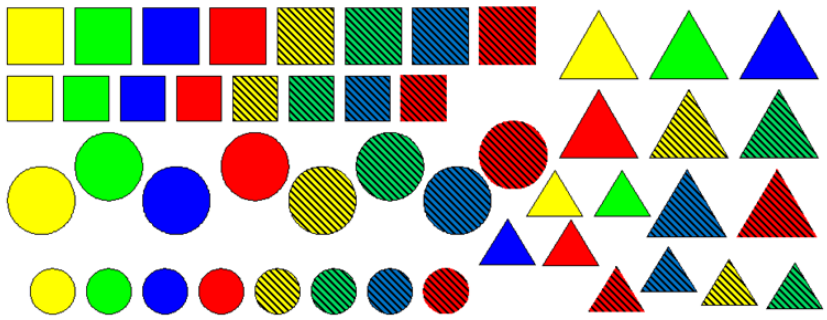


Figura 1. Material referencial del aula

La actividad diseñada tenía por objetivo que el alumnado codificara gráficamente las propiedades del material lógico, individualizándolas y comparando finalmente sus propuestas con la existente en el Mercado. Se llevó a cabo en dos sesiones de dos horas, en las que se organizó al alumnado en grupos de cuatro a seis personas. Inicialmente, cada grupo contaba con una caja de material lógico en la que faltaban piezas y otras estaban repetidas. También había en el aula una caja-almacén con piezas del material lógico.

En la primera sesión se utilizó una estrategia basada en la *homología.* La profesora planteó al alumnado un supuesto práctico, en el que se establecía que estaban trabajando para una empresa que se dedicaba al suministro de material didáctico a los centros escolares. Les indicó que tenían como objetivo completar las cajas con la máxima celeridad para poder enviarlas a los correspondientes centros, sabiendo que debían hacerlo a la vez, es decir, el mismo día para no marcar diferencias entre dichos centros.

Los grupos trataron inicialmente de completar las cajas cogiendo piezas de la caja-almacén, que pronto pasó a ser gestionada por un cajero. Pero los procedimientos admitidos para hacer su pedido fueron variando: desde gestos, descripciones orales hasta representaciones gráficas de las propias piezas. En un momento determinado, el cajero fue sustituido por una máquina (Figura 2), manipulada por la profesora de la asignatura, que solo admitía mensajes escritos en papeles de un determinado tamaño y solo respondía si esos mensajes individualizaban

las propiedades de la pieza. Tratando de saber cuál era el funcionamiento de la máquina, el alumnado ideó distintas formas de representación gráfica, hasta descubrir que se debían representar cada una de las propiedades de la pieza y que tenían que elaborar propuestas de codificación (Figura 3).

Figura 2. Máquina recibida

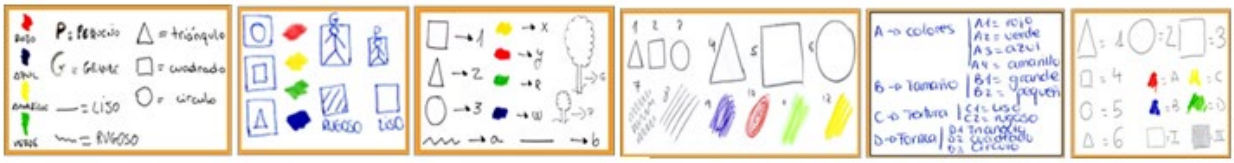


Figura 3. Codificaciones realizadas por los estudiantes.

En la segunda sesión de la actividad se analizó la situación de aprendizaje vivida, identificando tanto los aprendizajes adquiridos como la gestión de ese proceso de aprendizaje. Se utilizó, pues, una estrategia basada en la *transposición*, en el sentido de Houdement y Kuzniak (1996), identificando las características del proceso de enseñanza basado en la TSD.

Finalizada la actividad se administró el cuestionario al alumnado vía correo electrónico. Fue cumplimentado de forma individual y anónima a través de la aplicación web Encuestas de la Universidad de Murcia.

Los datos se procesaron y analizaron con el paquete estadístico de software libre *R*. Se realizó un estudio descriptivo mediante el paquete *Likert.*

Resultados

Una amplia mayoría de participantes (78%) estuvo de acuerdo o muy de acuerdo afirmando que les gustaría que se realizaran más actividades de este tipo a lo largo del curso (cuestión 6) y un 73.2% consideró que la realización de la actividad fue muy interesante (cuestión 1) y confirmó haber aprendido mucho (cuestión 2). Un 58.9% de los estudiantes indicó que este tipo de actividades ayudan a resolver problemas cotidianos (cuestión 4) y un 56.5% estuvo de acuerdo o muy de acuerdo en indicar que su realización ha mejorado su actitud hacia las matemáticas (cuestión 5). Por último, un 55.4% opinó que su realización es necesaria (cuestión 3), pues se aprenden mejor los conceptos que de forma teórica (Figura 4).

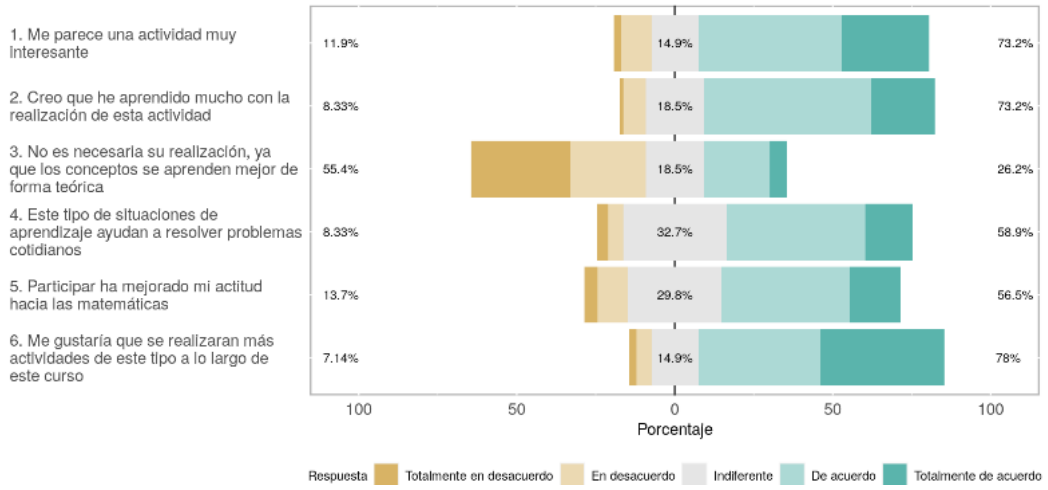


Figura 4. Resultados de las cuestiones sobre la implementación y su utilidad en el aprendizaje de los contenidos.

Por otro lado, la Figura 5 muestra que, prácticamente la totalidad de los estudiantes (90.5%) afirmó que la construcción del conocimiento no es algo inmediato y requiere de tiempo (cuestión 10). Además, un 92.3% consideró que para lograr ese nuevo conocimiento es necesario que el profesor plantee nuevos retos durante la ejecución de la actividad (cuestión 11). Así, un 78% confirmó que fue descubriendo procedimientos para resolver los sucesivos problemas planteados hasta llegar al nuevo conocimiento (cuestión 12) y un 73.8% reconoció que el profesorado le ayudó a descubrir el conocimiento y la forma en la que lo adquirió (cuestión 13).

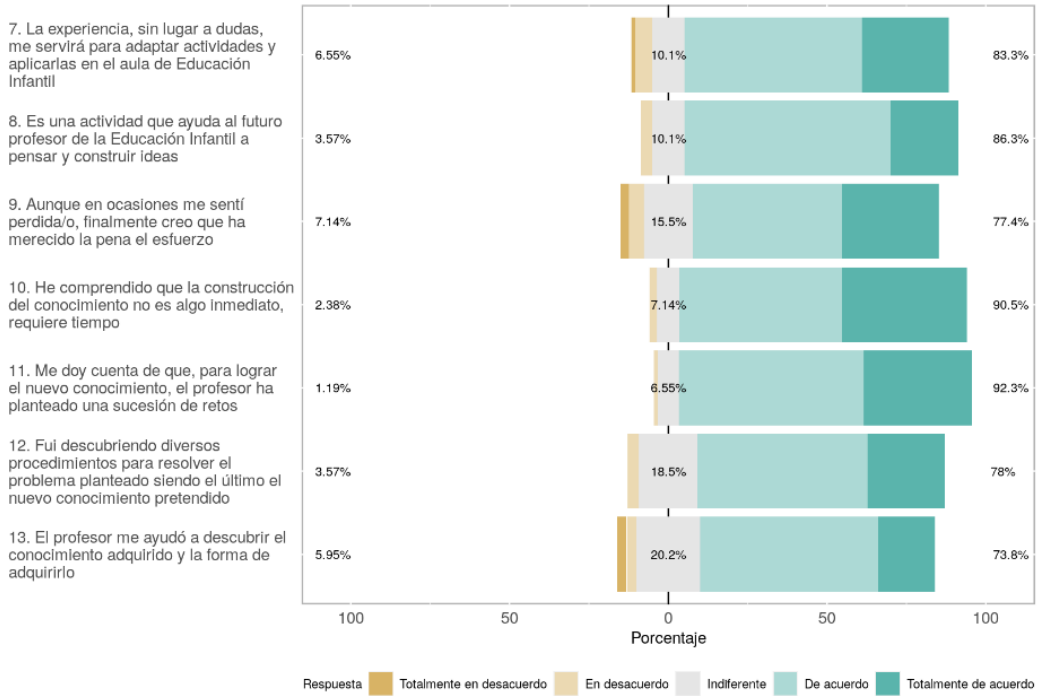


Figura 5. Resultados de las cuestiones sobre comprensión de la actividad y su futura aplicación como docentes.

Discusión y conclusiones

Los resultados muestran que el alumnado se mostró predispuesto a realizar más actividades de corte constructivista, indicando que los conceptos se aprenden y comprenden mejor que de forma teórica, tal y como también concluyen García-Moya (2020) y Aragón et al. (2021) en sus estudios. Los cambios en las concepciones del alumnado sobre los contenidos son lentos y requieren de metodologías que ayuden a reducir la complejidad de los mismos y que redunden en la mejora de la percepción de la asignatura (Martínez y Valiente, 2019). Además, el alumnado valoró de forma muy positiva la puesta en marcha de estas propuestas constructivistas, identificando que tanto docentes como estudiantes tienen un papel compartido para conseguir los objetivos propuestos (en coincidencia con Friz et al., 2018). Aseguraron que en un futuro pondrán en aplicación este tipo de propuestas adaptadas a la edad de sus estudiantes y al número de acciones matemáticas logradas (Alsina, 2022).

En conclusión, este trabajo puso de manifiesto que la realización de actividades constructivistas favorece la consecución de competencias didáctico-matemáticas y anima a continuar con su implementación en cualquier etapa educativa.

Referencias y bibliografía

Alsina, A. (2022): Transformando el currículo español de Educación Infantil: la presencia de la competencia matemática y los procesos matemáticos. *Números*, 111, 33-48. http://sinewton.es/publicacion-numeros/articulo-1-111/

Alsina, A. y Delgado-Rebolledo, R. (2022). ¿Qué conocimientos necesita el profesorado de educación infantil para enseñar matemáticas? *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 5(1), 18-37. http://www.uco.es/ucopress/ojs/index.php/mes/article/view/14153

Aragón. L., Jiménez-Tenorio, N., Vicente-Martorell, J. J. y Eugenio, M. (2021). ¿Progresan las concepciones sobre la ciencia de futuros maestros/as tras la implementación de propuestas constructivistas para la alfabetización científica? *Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencias, 16*(1), 78-95. https://doi.org/10.14483/23464712.15589

Brousseau, G. (1998). *La Théorie des Situations Didáctiques*. La Pensée Sauvage.

Carrillo Gallego. D. y Espín Buendía, J.G. (2021). Pablo Montesino y la formación matemática del magisterio en España (1838-1850). *REAMEC,* 9(1) https://doi.org/10.26571/reamec.v9i1.11580

Castro, E. y Castro, E. (2016). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil.* Pirámide.

Cirade, G. (2006). *Devenir professeur de mathèmatiques: entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel.* (Tesis doctoral). Université de Provence. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00120709

Creswell, J. (2012). *Educational research: planning conducting and evaluating quantitative and qualitative research* (4.ª Ed.). Pearson.

Friz Carrillo, M., Panes Chavarría, R., Salcedo Lagos, P. y Sanhueza Hernández, S. (2018). El proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Concepciones de los futuros profesores del sur de Chile. *Revista electrónica de investigación educativa*, *20*(1), 59-68.

http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1607-40412018000100059&lng=es&tlng=es

García-Moya, M., Gómez-Escobar, A., Solano-Pinto, N. y Fernández-Cézar, R. (2020). Las creencias de los futuros maestros sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Espacios, 41*(9), 14. https://www.revistaespacios.com/a20v41n09/20410914.html

Houdement, C. y Kuzniak, A. (1996). Autour des estratégies utilisées pour former les maîtres de premier degré en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 16*(3), 289-322.

Lerma, A. M., Barquero, B., García, F. J., Hidalgo-Herrero, M., Ruiz-Olarría, A. y Sierra, T. (2021). Los conocimientos lógicos en la formación matemático-didáctica de maestros. En P. Diago, D.F. Yáñez, M.T. González-Astudillo y D. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 385 – 392). SEIEM.

Martínez Vicente, M. y Valiente Barroso, C. (2019). Autorregulación afectivo-motivacional, resolución de problemas y rendimiento matemático en Educación Primaria. *Educatio Siglo XXI*, *37*(3 Nov- Feb), 33–54. https://doi.org/10.6018/educatio.399151

Muñoz-Catalán, M.C. y Carrillo, J. (2018). *Didáctica de las Matemáticas para maestros de Educación Infantil.* Paraninfo.

Valente, W.R. (2018). El saber profesional del profesor que enseña matemática: el futuro del pasado. *Paradigma*, *39* (extra 1), 190-201. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2018.p190-201.id674

Una propuesta de investigación con una trayectoria hipotética de aprendizaje sobre la función cuadrática

María Fernanda **Mejía-Palomino**
Universidad del Valle, Escuela Normal Superior Farallones de Cali
Colombia
maria.fernanda.mejia@correounivalle.edu.co
Andrea **Cárcamo** Bahamonde
Universidad Austral de Chile
Chile
andrea.carcamo@uach.cl
Diego **Garzón** Castro
Universidad del Valle
Colombia
diego.garzon@correounivalle.edu.co.

Resumen

Se presenta una propuesta de investigación con una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) preliminar sobre función cuadrática que considera como fundamento teórico la heurística de diseño instruccional de los modelos emergentes. Se espera que los futuros profesores de matemáticas (FPM) analicen y modifiquen una THA preliminar cuando participan como observadores, profesores y colaboradores en un experimento de enseñanza colectivo. Es decir, que los FPM puedan involucrar sus conocimientos profesionales en la selección y diseño de tareas matemáticas acordes al nivel de pensamiento de sus estudiantes respecto a una THA sobre función cuadrática, con el propósito de caracterizar su competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático del estudiante. En esta investigación la THA es parte del desarrollo metodológico por su conexión con el experimento de enseñanza, pero a su vez se relaciona con los aspectos teóricos porque pretende relacionar teorías sobre el aprendizaje de la función cuadrática en su constitución.

Palabras clave: modelos emergentes, trayectoria hipotética de aprendizaje, experimento de enseñanza colectivo, formación inicial de profesores, competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático del estudiante.

Introducción

Existe un creciente número de investigaciones relacionadas con la práctica pedagógica (como eje central en la formación de los profesores) que enfatiza en la MP (Amador, 2020; Amador et al., 2021; Amador, 2022; Dindyal et al., 2021; Llinares, 2020; Yang et al., 2019; Stahnke et al., 2016). Estas investigaciones han desarrollado herramientas, constructos teóricos y maneras de representar la práctica pedagógica que tienen como finalidad promover el razonamiento de los profesores en relación con el pensamiento del estudiante para dar respuestas adecuadas durante el proceso del aprendizaje (Amador, 2020). En esta investigación las THA son lentes teóricos que permiten el desarrollo de la MP (Fernández y Choy, 2020).

La MP es un proceso de razonamiento basado en el conocimiento para dotar de sentido a la enseñanza (Godino y Llinares, 2018; Llinares, 2014; Zapatera, 2015). La competencia docente MP el pensamiento matemático del estudiante se describe como un conjunto de habilidades interrelacionadas, las cuales son: (a) atender las estrategias de los estudiantes, (b) interpretar la comprensión de los estudiantes y (c) decidir cómo responder con base en la comprensión de los estudiantes (Jacobs et al., 2010). Investigaciones como la de Zapatera (2015) y las reportadas en Fernández et al. (2018) logran identificar el desarrollo de la MP en relación con las habilidades de atender, interpretar y decidir, teniendo presente una trayectoria de aprendizaje.

En esta propuesta de investigación se asume que una THA se componen de un objetivo de aprendizaje, las actividades de aprendizaje y el proceso de aprendizaje hipotético (Simon, 1995). Por tanto, en la construcción de una THA se relacionan teorías de aprendizaje que permiten determinar cómo evolucionará el pensamiento del estudiante. Simon (2013) manifiesta la necesidad construir teorías de aprendizaje para vincular los procesos de enseñanza y aprendizaje con el diseño e implementación de la enseñanza, en este sentido las THA aportan a este propósito.

En cuanto a los enfoques actuales sobre la enseñanza del álgebra, Kieran (2014) considera la necesidad de la coordinación de las diferentes representaciones matemáticas, problemas en escenarios realistas y el uso de herramientas tecnológicas. Estos tres aspectos están en coherencia con la heurística de diseño de los modelos emergentes que se considera para el diseño de la THA preliminar.

Esta comunicación se vincula con un proyecto de investigación doctoral interesado en abordar el desarrollo de la competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático del estudiante cuando FPM seleccionan y diseñan tareas matemáticas con una THA sobre función cuadrática. Lo que se presenta en esta comunicación es el diseño de una THA preliminar sobre función cuadrática fundamentada en la heurística de diseño de los modelos emergentes y su relación con el desarrollo de un experimento de enseñanza que pretende caracterizar la MP de los FPM.

Referentes teóricos

Los modelos emergentes es una de las tres heurísticas del diseño instruccional de la educación matemática realista (EMR) que surge para dar solución a la siguiente paradoja de aprendizaje: los estudiantes para acceder a las matemáticas deben comprender los símbolos, pero el significado de los símbolos depende de pieza matemática que los estudiantes intentan acceder (Bereiter, 1985).

Desde esta perspectiva los modelos surgen en contextos que permiten la experiencia real de los estudiantes, en donde las estrategias informales conectadas al contexto transitan hacia relaciones y estrategias matemáticas (Cárcamo, 2017). De modo que se propone un modelo-de actividad matemática informal que posteriormente se transforma en un modelo-para el razonamiento matemático formal (Gravemeijer, 1999).

El modelo emerge como un modelo-de y pasa gradualmente a un modelo-para mediante los siguientes niveles: actividad situacional (abarca las interpretaciones y las soluciones que dependen de la comprensión para actuar en el entorno), actividad referencial (en la que los modelos-de se refieren a la actividad en el entorno de instrucción), actividad general (en la que los modelos-para hacer posible un enfoque en interpretaciones y soluciones independientemente de las imágenes específicas de la situación), actividad formal (ya no depende del apoyo de modelos para la actividad matemática) (Gravemeijer, 1999).

Metodología

Se realiza un experimento de enseñanza colectivo, que es una adaptación del estudio de clases en tanto que los investigadores proponen problemas de investigación a profesores para que participen del proceso a través de su práctica diaria (Wittmann, 2021). Este experimento de enseñanza sigue las fases propuestas por Bakker (2018):

- Fase 1, preparación y diseño: se diseñó una THA preliminar sobre función cuadrática (THA 0), la cual será presentada a los FPM para que reconozcan los fundamentos teóricos y prácticos del diseño. Por consiguiente, se invitará a grupos de FPM (entre dos a tres integrantes) a analizarla y modificarla (si lo consideran necesario). En esta fase se tomarán registros escritos y de audio a los FPM sobre su análisis y posibles propuestas de cambio a la THA. Además, se le pedirá a cada grupo, una propuesta de una THA (que llamaremos THA 1) con base en el análisis de la THA 0. Para finalizar esta fase, se realizará una entrevista semiestructurada a los grupos de FPM respecto a su THA 1 y las habilidades que describen la MP.
- Fase 2, implementación: los FPM serán los docentes del experimento de enseñanza en donde aplicarán la THA 1 sobre función cuadrática con estudiantes del grado que ellos seleccionen, en el marco de su práctica pedagógica. Las interacciones durante la clase se registrarán por medio de una cámara fija y registro de audio o video portable por los FPM.
- Fase 3, análisis retrospectivo y rediseño: se determinará la trayectoria real de aprendizaje (TRA) a partir de las respuestas dadas por los estudiantes a las tareas de aprendizaje de la THA 1, las observaciones del investigador y los FPM, los registros de audio y video de la implementación. Con el análisis de esta información, se diseñará una entrevista

semiestructurada para identificar las habilidades que describen la mirada profesional (MP) de los FPM respecto a la tarea profesional de selección y diseño de tareas matemáticas. Además, se refinará la THA 1 para luego ser aplicada en un segundo ciclo de experimentación.

THA preliminar sobre función cuadrática

Para la construcción de la THA preliminar (THA 0) se retomó un problema matemático trabajado en Mejía-Palomino (2004) con el uso de Ambientes de Geometría Dinámica, que consiste en hallar el rectángulo de mayor área de una familia de rectángulos con perímetro fijo. La exploración en el ambiente de geometría dinámica permitió que los estudiantes relacionarán la expresión algebraica en su forma factorizada de una función cuadrática con la gráfica del área respecto a la base de los rectángulos.

Para el diseño de las actividades de aprendizaje también se tuvo en cuenta la teoría de los modelos emergentes. Por lo cual, se determinan cuatro actividades: situacional, referencial, general y formal. El contexto que se relaciona con el problema matemático es la construcción de un cerco rectangular de una huerta con una malla de longitud 20 metros. La actividad situacional surge en un contexto real, la exploración se da desde lo físico. El modelo de, es un cuerda de 20 cm amarrada, que al extenderla con los dedos de la mano permite determinar una región rectangular que puede variar. La representación de los posibles cercos rectángulares en el ambiente de geometría dinámica va permitiendo el uso de diferentes representaciones matemáticas de la función cuadrática hasta llegar a comprender el problema con el uso de expresiones algebraicas.

El proceso hipotético de aprendizaje se apoyo en los planteamientos de Kalchman y Koedinger (2005) sobre su modelo de aprendizaje de las funciones, porque el desarrollo de las actividades van integrando diferentes representaciones matemáticas de la función cuadrática. Este modelo de aprendizaje sobre las funciones, se describió en cuatro niveles: en el nivel 0 las exploraciones se dan desde lo númerico o espacial, en el nivel 1 el entendimiento sobre la función se da apartir de la conexión desde lo número y espacial, en el nivel 2 comprenden las relaciones numéricas y espaciales de la función desde el uso de las expresiones algebraicas, en el nivel 3 se logra construir modelos diferenciados de los distintos tipos de funciones.

En el desarrollo del experimento de enseñanza se espera que los FPM puedan analizar y adaptar la THA 0 (ver tabla 1) mediante el uso de sus conocimientos profesionales, de esta manera los FPM propondrán sus propias THA para el desarrollo de dos ciclos de un experimento de enseñanza colectivo y den cuenta de las habilidades que caracterizan la MP.

Tabla 1
THA preliminar sobre función cuadrática

Objetivo de aprendizaje: Usar e interpretar diferentes representaciones matemáticas de una función cuadrática en la búsqueda de solución a un problema.		
Actividad de aprendizaje	*Modelo emergente*	*Proceso de aprendizaje hipotético*
Elaborar un cerco rectangular para delimitar una huerta. Para la construcción del cerco se tiene una malla de 20 metros. ¿Cuáles son los posibles cercos que se pueden construir? ¿Cuál de estos cercos abarca más terreno? *Figura 1*. Cuerda sujeta en los extremos.	*Actividad situacional* Se usa una cuerda amarrada en sus extremos para simular el cerco rectangular (ver Figura 1).	Se espera que los estudiantes activen sus conocimientos previos de área y perímetro de un rectángulo, para encontrar el cerco rectangular con mayor área y perímetro fijo. Los estudiantes pueden centrar su atención a los aspectos numéricos de cómo hallar el perímetro y área, descartando la relación de lo numérico con la figura. Se espera que en sus cálculos de perímetro y área se realicen a mano, usando números naturales.
Exploración de la construcción de la familia de rectángulos isoperímetros. Determine 2 rectángulos con perímetro igual a 20 diferentes a los que encontró en la primera actividad. Observa los valores del área cuando se mueve el punto C ¿Cuál de estos rectángulos tiene mayor área? ¿Cuáles son sus medidas de la base y la altura de este rectángulo? ¿Coincide con el rectángulo de mayor área de la primera actividad? ¿Cuál es la expresión general para el área de estos rectángulos con perímetro fijo 20, respecto a su base? *Figura 2*. Archivo en GeoGebra con la construcción de rectángulos con perímetro fijo.	*Actividad referencial* Se usa un archivo en GeoGebra con la construcción de un rectángulo que cambia su tamaño al mover el punto C que se encuentra en el segmento AB, que mide 10 y representa la mitad del perímetro.	Se espera que los estudiantes relacionen el segmento AC y CB, respecto a las medidas de la base y la altura del rectángulo. Ellos podrán reconocer que al mover el punto C, el rectángulo cambia y se van obteniendo diferentes medidas de la base, altura y área. Estas medidas son números decimales y se pueden observar en una tabla o en los objetos de la construcción. Los estudiantes pueden relacionar los valores obtenidos con las características del rectángulo para determinar el rectángulo con mayor área y encontrar la expresión general que describe el área de la familia de rectángulos con igual perímetro respecto a su base.
Análisis de la traza del punto I. Observe el punto I, mueva el punto C ¿Cuáles son las coordenadas del punto I? ¿Cómo es la trayectoria del punto I cuando se mueve el punto C? ¿En dónde se ubica el punto I cuando se	*Actividad general* Se usa un archivo en GeoGebra que retoma la construcción	Se espera que los estudiantes analicen la traza del punto I que tiene como coordenadas (base, área), respecto a una característica dada de los rectángulos.

Objetivo de aprendizaje: Usar e interpretar diferentes representaciones matemáticas de una función cuadrática en la búsqueda de solución a un problema.		
Actividad de aprendizaje	*Modelo emergente*	*Proceso de aprendizaje hipotético*
obtiene el rectángulo de mayor área? ¿Cuáles son las características del rectángulo de mayor área? ¿En dónde se ubica el punto I cuando se obtiene el rectángulo de menor área? ¿Cuáles son las características del rectángulo con menor área? Determine un par de rectángulos con igual área, ¿Cuáles son las características de estos rectángulos?	anterior, pero agrega lo traza del punto I que relaciona la base (abscisa) y el área del rectángulo (ordenada).	
Gráfica de la expresión algebraica del área vs la base de los rectángulos isoperimétricos. Realicemos la gráfica de la expresión algebraica del área con respecto a la base y compárela con la trayectoria del punto I. ¿Por qué el punto I no genera un trazo en el cuadrante III y IV del plano cartesiano? Si se desea modificar la longitud del cerco de la malla a 40 metros, ¿cuál sería la expresión de las áreas de los rectángulos con perímetro fijo 40 metros? ¿Cómo es gráfica del área respecto base de su rectángulo? ¿Cuál sería el rectángulo de mayor área con perímetro fijo 40? Si la longitud del cerco de la malla es n metros ¿Cuál sería la expresión de las áreas de los rectángulos con perímetro fijo n metros? ¿Cómo es gráfica del área respecto base de su rectángulo? ¿Cuál sería el rectángulo de mayor área con perímetro fijo n?	*Actividad formal* Se usa un archivo en GeoGebra que retoma la construcción anterior, pero agrega la gráfica de la expresión algebraica del área con respecto a la base de los rectángulos isoperimétricos.	Los estudiantes podrán comparar la gráfica de la expresión del área con respecto a la base de los rectángulos isoperimétricos con trayectoria del Punto I, para analizar cuál sería las restricciones de la gráfica respecto al problema. Los estudiantes exploran otras posibles expresiones algebraicas teniendo en cuenta si el perímetro de la familia de los rectángulos isoperimétricos se modifica.

Conclusión

En esta investigación la THA es considerada una lente teórica (Fernández y Choy, 2020), ya que su constitución requiere delimitar aspectos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la función cuadrática. A su vez, la THA es considerada como un instrumento metodológico (Bakker, 2018; Bakker y Smit, 2018) por su vinculación con el desarrollo de las fases del experimento de enseñanza colectivo. Así, la THA resulta ser un puente entre los aspectos teóricos y prácticos de la formación de los FPM.

Con el desarrollo de esta propuesta de investigación se espera que los FPM, al seleccionar y diseñar tareas matemáticas con THA en un experimento de enseñanza colectivo, vinculen sus conocimientos profesionales durante el análisis y adaptación de las actividades de aprendizaje y demás componentes de una THA preliminar teniendo en cuenta el pensamiento matemático de sus estudiantes. La THA preliminar tiene algunos aspectos por mejorar que permitirían las adaptaciones de los FPM. Por tanto, se podrá caracterizar la MP de los FPM al seleccionar y diseñar de tareas matemáticas con THA sobre función cuadrática.

Referencias y Bibliografía

Amador, J. (2020). Noticing as a Tool to Analyze Mathematics Instruction and Learning. En O. Chapman y L. Salvador (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2* (pp. 311–336). Brill Sense. https://doi.org/10.1163/9789004418967_012

Amador, J. (2022). Mathematics teacher educator noticing: examining interpretations and evidence of students' thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education, 25*(2), 163–189. https://doi.org/10.1007/s10857-020-09483-z

Amador, J., Bragelman, J., y Superfine, A. C. (2021). Prospective teachers' noticing: A literature review of methodological approaches to support and analyze noticing. *Teaching and Teacher Education, 99*, 103-256. https://doi.org/10.1016/J.TATE.2020.103256

Bakker, A. (2018). Design principles, conjecture mapping, and hypothetical learning trajectories. En A. Bakker. (Ed.). *Design Research in Education. A Practical Guide for Early Career Researchers* (pp. 46–67). Routledge.

Bakker, A., y Smit, J. (2018). Using hypothetical learning trajectories in design research. En A. Bakker (Ed.), *Design Research in Education. A Practical Guide for Early Career Researchers* (pp. 255–271). Routledge.

Bereiter, C. (1985). Toward a Solution of the Learning Paradox. *Review of Educational Research, 55*(2), 201–226. https://doi.org/10.2307/1170190

Cárcamo, A. (2017). *Una innovación docente basada en los modelos emergentes y la modelización matemática para conjunto generador y espacio generado.* [Tesis de doctorado no publicada]. Universidad Autónoma de Barcelona.

Dindyal, J., Schack, E. O., Choy, B. H., y Sherin, M. G. (2021). Exploring the terrains of mathematics teacher noticing. *ZDM – Mathematics Education, 53*(1), 1–16. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01249-y

Fernández, C., y Choy, B. H. (2020). Theoretical Lenses to Develop Mathematics Teacher Noticing. En O. Chapman y L. Salvador (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2* (pp. 337–360). Brill Sense.

Godino, J. D., y Llinares, S. (2018). Competencia docente en el análisis de procesos instructivos y desarrollo de una "mirada profesional". Aportes desde el interaccionismo simbólico. En A. Avila (Ed.), *Rutas de la Educación Matemática* (pp. 19–37). Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática.

Gravemeijer, K. (1999). How Emergent Models May Foster the Constitution of Formal Mathematics. Mathematical *Thinking and Learning, 1*(2), 155–177. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0102_4

Jacobs, V., Lamb, L., y Philipp, R. (2010). Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education, 41*, 169–202. https://doi.org/10.2307/20720130

Kalchman, M., y Koedinger, K. (2005). Teaching and learning functions. En S. Donovan y J. Bransford (Eds.), *How students learn: History, mathematics and science in the classroom* (pp. 351–396). National Academy Press.

Kieran, C. (2014). Algebra Teaching and Learning. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 27–32). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_6

Fernández, C., Sánchez-Matamoros, G., Valls, J., y Callejo, M. L. (2018). Noticing students' mathematical thinking: Characterization, development and contexts. Avances de *Investigación en Educación Matemática, 13*, 39–61. https://doi.org/10.35763/aiem.v0i13.229

Llinares, S. (2014). Experimentos de enseñanza e investigación. Una dualidad en la práctica del formador de profesores de matemáticas. *Educación Matemática, 26,* 31–51. http://funes.uniandes.edu.co/13296/1/Llinares2015Experimentos.pdf

Llinares, S. (2020). Tools and Ways of Thinking in Mathematics Teacher Education. En O. Chapman y L. Salvador (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2* (pp. 1–19). Brill Sense. https://doi.org/10.1163/9789004418967_001

Mejía-Palomino, M.F. (2004). *Análisis didáctico de la Factorización de expresiones polinómicas cuadráticas* [Tesis de pregrado, Universidad del Valle]. Archivo digital. http://funes.uniandes.edu.co/1761/1/TesisCompletaMaríaFernandaMejíaPalomino.pdf

Stahnke, R., Schueler, S., y Roesken-Winter, B. (2016). Teachers' perception, interpretation, and decision-making: a systematic review of empirical mathematics education research. *ZDM, 48*(1), 1–27. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0775-y

Simon, M. (1995). Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective. *Journal for Research in Mathematics Education, 26*(2), 114–145. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.26.2.0114

Simon, M. (2013). The Need for Theories of Conceptual Learning and Teaching of Mathematics. En *Vital Directions for Mathematics Education Research* (pp. 95–118). Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6977-3_5

Yang, X., Kaiser, G., König, J., y Blömeke, S. (2019). Professional Noticing of Mathematics Teachers: a Comparative Study Between Germany and China. *International Journal of Science and Mathematics Education, 17*(5), 943–963. https://doi.org/10.1007/s10763-018-9907-x

Zapatera, A. (2015). *La competencia "mirar con sentido" de estudiantes para maestro (EPM) analizando el proceso de generalización en alumnos de Educación Primaria* [Tesis de doctorado, Universidad de Alicante]. RUA. http://rua.ua.es/dspace/handle/10045/5246

Índice alfabético de autores

Adriana Mónica Gandolfi, 364
Ailton Paulo de Oliveira Júnior, 122
Alberto Montalvão, 70
Alicia Zamorano-Vargas, 73
Aluska Dias Ramos de Macedo Silva, 237
Amanda Azevedo Nunes da Silva, 9
Ana María Mántica, 218
Ana María Pirachican Morales, 267
Ana Priscila Sampaio Rebouças, 115
Analía Bergé, 22
Andrea Cárcamo Bahamonde, 385
Andrea Stephanie Vergara Gómez, 370
Ángel Homero, 38
Àngela Buforn Lloret, 191
Angie Paola Olaya Gonzalez, 267
Anna Flávia Magnoni Vieira, 273
Antonio Jorge Lima Barbosa, 167
Antonio Maurandi-López, 377
Aritane Carvalho Hashimoto, 9
Arlindo Jose de Souza Junior, 154, 199
Arnaldo Nogaro, 176
Arturo Alexander Castro Galvvis, 254
Bruno do Nascimento Ferreira, 15
Bruno Silva Silvestre, 348
Candy Clara Ordoñez Montañez, 107
Carla Alves de Souza, 122
Charlani Ferreira Batista Rafael, 1
Claudia Lisete Oliveira Groenwald, 1
Constanza Ledermann López, 280
Cristiane Coppe de Oliveira, 199
Cristina Esteley, 312
Damian Alejandro Clemente Olague, 157
Daniela Jéssica Veroneze, 176
Daniela Pagés Rostán, 288
Deise Rôos, 260
Diana Zakaryan, 210
Diego Garzón Castro, 229, 385
Dolores Carrillo Gallego, 377
Domingo Felipe Aráuz Chévez, 357
Eddie Edinson Rodríguez Bossio, 339
Edgar Alberto Guacaneme Suárez, 98
Edith Arévalo Vázquez, 202
Eduard Andrés González Bautista, 339
Elisangela Aparecida Pereira de Melo, 145

Encarna Sánchez-Jiménez, 377
Estefania Laplace, 297
Federico De Olivera Lamas, 288
Felesmina Sousa Neta, 321
Fernanda Caroline Cybulski, 273
Fernando Murillo Muñoz, 220
Flores Samaniego, 38
Francisco Antonio Nascimento, 167
Francisco Javier Ibáñez-López, 377
Fredy Enrique González, 244
Gabriel Villalón-Gálvez, 73
Gerardo de Jesús Mendoza Jiménez, 202
Gerson Ribeiro Bacury, 145
Gina Patricia Paz Huamán, 107
Gisele Américo Soares, 115
Gloria Sánchez-Matamoros, 357
Guacaneme Suárez, 98
Guillermo Andrés Guevara Bermúdez, 54
Helena Montenegro Maggio, 220, 280
Helenice Maria Costa Araújo, 154
Ivana Del Valle Sánchez, 129
Ivo Braga Siqueira, 9
Ivonne Amparo Londoño Agudelo, 98
Jaime Jesús Espíritu Cadena, 38
Janaina Aparecida de Oliveira, 199
Jenny Patricia Acevedo-Rincón, 306
Jonathan Espinoza González, 191
Jorge Carvalho Brandão, 321
Josaphat Soares Neto, 167
José Andrés Ynoñán Jiménez, 331
José Rogério Santana, 321
Josefa Dólera Almaida, 377
Josefa Valentina Castillo Funes, 47
Josiane Silva Reis, 321
Juan Víctor Alejandro Meléndez Gómez, 202
Julia Oliveira, 70
Julia Valls, 357
Kleiver Jesús Villadiego Franco, 339
Laura Muñiz-Rodríguez, 306
Ledher M. López, 210
Leidy Cristina Cumbal, 229
Leticia Ribeiro Gomes Herculano, 237
Luciana Harumi Yokoyama,15
Luciana Olesker Pérez, 288
Lucila Yosimar López Díaz, 331
Luiza Carmo Marques, 9
Mábylla Mayla Amaral Aguiar,15

Macarena Reyes Bravo, 80
Macarena Valenzuela-Molina, 306
Mar Moreno Moreno, 184, 357
Marcela Evangelina Götte, 218
Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino, 273
María Alexandra Fregueiro, 22
Maria do Carmo Pereira Servidoni, 122
María Dolores Saá Rojo, 377
Maria Eduarda Domience Bomfim, 9
María Fernanda Mejía Palomino, 385
María Florencia Cruz, 312
Maria Jose Costa Dos Santos, 167, 321
María Nubia Soler-Alvarez, 61
Maria Paz Gazzola, 297
Maria Rita Otero, 297
María Teresa Castellanos Sánchez, 254, 367
Marina Fátima Onyszko, 176
Marisel Rocío Beteta Salas, 31
Marlene Pereira Nascimento Mendonça, 9
Milena de Souza Mangueira, 15
Milton Rosa, 115
Natalie Belalcazar Velez, 229
Nielka Rojas González, 280
Nilson Valencia-Vallejo, 61
Noelia Saleme, 129
Regina da Silva Pina Neves, 15, 337
Roberto da Rocha Miranda, 167, 321
Rodrigo dos Reis Silva, 70
Rodrigo Brasil Castro, 145
Paola Otero, 297
Paula Verdugo-Hernández, 89
Pilar Alejandra Peña-Rincón, 280
Noemí Pizarro, 73
Omaira Elizabeth González Giraldo, 254
Paloma Santonja Serrano, 184
Railton Moreira Txebuaré Karajá, 145
Raimundo Olfos Ayarza, 370
Rosa Delgado, 306
Rosane Gonçalves Cruz, 145
Roxana Mercedes Constantino Quintana, 331
Rute Cristina Domingos da Palma, 260
Salomé Martínez Salazar, 220
Salvador Llinares Ciscar, 184, 192
Sandra Marcela Vera, 129
Sarah Gusmão, 15
Sebastian Herrero, 251
Simone Fátima Zanoello, 176

Soledad Estrella Romero, 80, 370
Soraya Eugenia Pol, 129
Tatiana Goldrine Godoy, 370
Valeria Randolph Veas, 251
Viviana Carolina Llanos, 297
Vladiana Costa Dos Santos, 167
Wellington Lima Cedro, 348
Yazna Cisternas Rojas, 47
Yetza Ximena Díaz Pinzón, 244
Zenilda Botti Fernandes, 138