

Luis Santaló, formador de discípulos

Dra. Úrsula Molter

Universidad de Buenos Aires

Es muy emocionante, como también difícil el referirme en esta ocasión al Prof. Santaló. Difícil, porque el trabajo de matemático está generalmente alejado de la práctica retórica y los discursos, y emocionante porque siempre lo es el referirme a una persona tan respetada y querida.

No creo estar en condiciones de rendir un homenaje adecuado sobre la obra del Dr. Santaló. Intentaré hacer la mayor justicia para mí posible.

Dice Santaló:

"Yo me incliné por la geometría que es más intuitiva que el puro razonamiento abstracto de la aritmética. Aquí cuenta lo que uno ve y entonces todo se hace más sencillo. Cuando hablamos de un cuerpo geométrico, estamos viéndolo".

Creo que es una de las virtudes del Dr. Santaló: su capacidad de entender "viendo". Él a diferencia de todos nosotros que vivimos y entendemos un mundo tridimensional, tiene la capacidad de realmente "ver" la cuarta dimensión.

Su enfoque de la matemática siempre estuvo basado en la intuición, dejando para otros luego formalizar "lo que es claro", que pedían más detalles en sus exposiciones — me decía: "No entiendo qué quieren". Estábamos trabajando en un problema de estereología (a la que haré referencia más adelante) y algunos matemáticos pretendían que "formalizara más" un trabajo que había presentado en un congreso. Santaló me dijo: "ya consulte con Fava (especialista en el tema que faltaba, según estos matemáticos, formalizar) y él tampoco sabe qué pretenden. Así que prefiero que hagamos otra cosa"

Él entendía tan bien lo que estaba escrito allí que no quería perder el tiempo en formalismos que él consideraba innecesarios. Claro que no todos tenemos esa capacidad de entendimiento, y requerimos muchas más palabras y fórmulas para llegar al mismo resultado que él ya tenía clarísimo.

Creo que no es casual que su obra haya trascendido la matemática; él siempre buscaba la integración con otras y fomentaba la a veces difícil aceptación de "extraños" en la matemática, pero era muy severo a la hora de trazar los límites.

Siempre contaba una anécdota sobre un informe que le había llegado para evaluar en el CONICET, el informe venía de otra comisión con la leyenda: "esto de esta especialidad no tiene nada serio, se lo enviamos para saber si tiene contribuciones en matemática" y la comisión de matemática se expidió de manera idéntica. "Claro", dice Santaló, "esto no es ni una cosa ni la otra, por lo tanto no es ciencia"

La especialidad matemática del Dr. Santaló es la denominada Geometría integral.

La Geometría Integral o Geometría Estocástica es una rama de la matemática que nace con el *problema de la aguja de Buffon* en el año 1777 que es el siguiente:

Consideramos un plano (podemos pensar en el piso, o una mesa grande) dividido por rectas paralelas (a una distancia D fija). Sobre el plano se tira al azar una aguja de longitud menor que la distancia entre las rectas, Puede ser que la aguja corte a alguna de las rectas paralelas, o que no corte a ninguna. ¿Cuál es la probabilidad de que alguna recta sea cortada por la aguja?

$$\text{Es: } p = \frac{2a}{\pi D}$$

Esta fórmula fue demostrada por Buffon de manera directa.

Para demostrarla es necesario "medir" las posiciones en que la aguja corta (casos favorables) y dividirlo por todas las posiciones posibles (casos posibles).

Surge entonces la necesidad de medir conjuntos de otros elementos geométricos "puntos". Estos habían sido considerados desde el nacimiento de la matemática: longitud, área, o volumen. Se debe entonces entender qué significa medir conjuntos de rectas, de planos, conjuntos de curvas o de figuras congruentes cualesquiera.

De estas medidas que fueron estudiadas por Crofton en 1869 y retomadas y generalizadas por Blaschke en 1936, nació la Geometría Integral (nombre que le diera Blaschke en su seminario de la Universidad de Hamburgo en 1936, seminario del que participó entre otros, el Dr. Santaló).

Y fue el mismo que introdujo la medida sobre conjuntos convexos, estableciendo la famosa "fórmula fundamental cinemática en el plano", que dice:

La medida de todos los convexos K (móviles) que intersecan a uno fijo, es igual a

$$2\pi (F_0 + F_1) + L_0 \cdot L_1$$

Esta fórmula fue luego generalizada por él mismo al espacio, y por Blaschke y Chen (otro "seminarista") al caso de figuras generales en R .

Se puede decir sin miedo a exagerar, que el Dr. Santaló es uno de los "socios fundadores" de esta especialidad matemática.

Su libro *Integral Geometry and Geometric Probability* (1976), es considerado el "clásico necesario" para cualquiera que quiera realizar investigación relacionada con el tema.

En esta rama de la matemática en la que Santaló más ha trabajado y son sobre temas fundamentales de Geometría Integral la mayoría de sus más de 150 trabajos de investigación.

Una gran motivación para Santaló eran las aplicaciones, motivación que influyó fuertemente en su dirección de trabajo.

Cabe mencionar que de la geometría integral se derivan descubrimientos como la *tomografía computada*, basada en estudios de la transformada de Radón (1917) y que llevo al Premio Nobel en medicina en 1979. Por otro lado, también en la geometría integral y mediante una fructífera interrelación con la geología y biología surge en 1961 la *estereología*. En ella se tratan de estimar los tamaños de ciertos objetos contenidos en uno

dato (por ejemplo, la cantidad de oro que hay dentro de una roca) a partir de secciones planas o proyecciones.

No se puede dejar de lado cuando uno piensa en la obra de Santaló, en su inmensa labor de *formación* y a todo nivel:

- Como fundador de docentes con sus extraordinarios libros dedicados a enseñar matemática. Dice: *“La matemática no es tanto la operatoria sino el saber cuando y donde hay que aplicarla. Se trata de un edificio en continua construcción”*. Hoy es necesario enseñar a pensar.

- Como profesor en las materias de grado, en las que mejor uno no se distraía, ya que en cualquier momento venía la pregunta: *“Alumno 4-3, si usted, ¿Qué es lo que vimos en la clase pasada?”*

Su capacidad de convencernos en el aula era asombrosa: ¡todos creíamos que habíamos entendido todo con sus manos! Claro que cuando llegábamos a nuestras casas, eso mismo que sonaba tan “evidente” no lo era más. Pero él pacientemente nos atendía en su oficina para volver a explicarnos “lo evidente”.

- Finalmente como formador de investigadores, tuve el privilegio de tenerlo como tal. Tuvo doce alumnos que se doctoran con él, en particular cabe destacar que en un momento donde (como hoy), muchos jóvenes buscaban hacer doctorados en universidades del extranjero, vino a Buenos Aires ¡desde Suiza!, un alumno a hacer su doctorado con Santaló porque –según decía– eso luego le habría muchas puertas para trabajar.

Una de las cosas que destacó más el periodo de “estudiantes de grado” fue el afán de Santaló de lograr que tuviésemos una formación completa. El que no quería que uno *“supiese cada vez menos todo y más de casi nada”*, sino que pensaba posible lograrla, antes de la lamentablemente inevitable especialización.

Contaba con añoranza, que cuando era joven, podía leer casi cualquier artículo de matemática y entender la idea principal, cosa que actualmente es imposible.

Quiero concluir contándoles un problema matemático que, a mi entender, describe deliciosamente la manera de pensar del Dr. Santaló.

A principios de la década del '80, cuando el buen humor era cotidiano en los pasillos de nuestro departamento de matemática, empezó a circular el siguiente problema:

Supongamos que tenemos en el piano una figura "sin agujeros". ¿Es posible trazar una recta que corte a la figura en dos partes cuya área y longitud de sus bordes sean iguales?

Estuvo dando vueltas por los pasillos por algunos días, sin que a nadie se le ocurriese una solución. ¿Parecía que sí? ¿o qué no?

En esa época, para cobrar el sueldo, había que presentarse personalmente en tesorería el día 1 de cada mes (o el que al gobierno se le ocurriese pagar). ¡Imagínese las largas filas y esperas que esta modalidad implicaba!

Justo a uno de los que estaban pensando el problema, le toco en suerte estar ubicado en la fila detrás de Santaló, y para pasar el rato le contó el problema. Con la

curiosidad que lo caracterizaba, Santaló escuchó atentamente, se quedó pensando un rato (no muy largo porque estaban por llegar a la ventanilla) y dijo, ante el asombro de su interlocutor:

Pues es obvio: ¡se puede! Fíjese: tome dos puntos del borde, uno arriba y otro abajo, de manera que dividan el perímetro en dos partes iguales. Eso es fácil, aclaró por si hacía falta. La recta que une esos puntos divide a la figura en dos partes de igual perímetro y posiblemente distinta área. Si no, ya está –acotó-. Supongamos que el área de la izquierda sea más pequeña que la de la derecha. Ahora desplazamos los puntos a lo largo del perímetro hasta que el primer punto llegó abajo y por lo tanto el Segundo punto quedó arriba. Ahora el área que quedó a la izquierda de la recta es más grande que la de la derecha, entonces, por el Teorema del valor intermedio, en algún punto tuvieron que ser iguales.