



i.cemacyc.org

I CEMACYC

I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

6 al 8 noviembre. 2013

Santo Domingo, República Dominicana



Algunas reflexiones sobre actividades en el aula de clase que han mejorado tanto la enseñanza como el aprendizaje de la matemática

Vivian Libeth **Uzuriaga** López
Universidad Tecnológica de Pereira
Colombia
vuzuriaga@utp.edu.co

Alejandro **Martínez** Acosta
Universidad Tecnológica de Pereira
Colombia
amartinez@utp.edu.co

Resumen

Se mostrarán experiencias realizadas en la semana de inducción universitaria y otras en el aula, implementadas en algunos cursos de matemáticas de la Universidad Tecnológica de Pereira, las cuales llevaron a mejorar la motivación de los alumnos por el estudio de la matemática y a revisar la práctica docente.

Dentro de las experiencias se encuentran: conexión entre el conocimiento nuevo y lo aprendido. Es decir, la información que tiene almacenada un estudiante en su memoria sobre una realidad, o un concepto. La importancia de la matemática, su relación con otras ciencias y el entorno. Es tarea del profesor proponer situaciones que motiven por el estudio de la matemática, para ser entendida como una ciencia transversal en la formación. La matemática como soporte teórico en desarrollos científicos y tecnológicos. Destacar su papel en la modelación, planteamiento y solución de problemas que surgen en las disciplinas del saber y su desarrollo histórico como una estrategia de enseñanza.

Palabras clave: alumno, aprendizaje, aula, didáctica, cotidianidad, educación, experiencias, matemática.

Introducción

Es frecuente encontrarse con estudiantes que a pesar de estar cursando una carrera universitaria como ingeniería, tecnología o química, le tienen fobia a la matemática, o la consideran ajena a su carrera, sin importancia o sin relación con su programa académico. Entre sus argumentos están: la matemática es abstracta, no tiene relación con la realidad, la cotidianidad o la vida diaria y menos está presente en lo que ellos están cursando o van a ejercer en su vida profesional.

Preocupados por la apatía que la mayoría de los estudiantes que ingresan a la Universidad Tecnológica de Pereira, UTP, tienen hacia la matemática y los altos índices de repitencia, deserción, bajo aprovechamiento académico y falta de motivación por el estudio de la misma, se han desarrollado diferentes proyectos de investigación, por ejemplo: “Diagnóstico de las causas que obstaculizan el aprendizaje del álgebra lineal en los estudiantes de ingeniería de la Universidad Tecnológica de Pereira”, “Análisis de la mortalidad académica del curso Matemática I”, los cuales buscaron además de hacer un diagnóstico, construir propuestas que mejoraron los altos índices de fracaso académico.

Se mencionan en particular, investigaciones realizadas por el grupo “Estudios metodológicos para la enseñanza de la matemática y el uso de las nuevas tecnologías, EMEMATIC” de la UTP, el cual ha venido trabajando en esta problemática. Estos estudios han establecido las causas más relevantes que interfieren en el aprendizaje: causas inherentes a los profesores que orientan la asignatura ya que una gran mayoría no tienen claridad en el objetivo del curso ni de su importancia en la formación del ingeniero; su metodología, que generalmente es repetitiva y centrada en el docente y no le permite al alumno hacerse partícipe de su aprendizaje, contextualizar conceptos, ni relacionarlos con otras asignaturas de matemáticas o de ingeniería. La exclusión de la Matemática Moderna en la educación media ha hecho que la mayoría de estudiantes lleguen a la universidad sin un manejo adecuado de teoría de conjuntos, lógica y geometría, lo que se refleja en la falta de abstracción y manejo de estructuras. La legislación, reformada recientemente, ha permitido que lleguen a La Universidad estudiantes sin condiciones académicas aceptables debido al proceso de promoción automática.

Debido a lo anterior, el grupo EMEMATIC realizó propuestas entre las que cabe mencionar:

- “Una propuesta de enseñanza para el curso Álgebra Lineal”. La propuesta se fundamentó pedagógicamente en el Aprendizaje Desarrollador, se enfatizó en las categorías de la didáctica: objetivo, contenido, medios y evaluación. Además, se hizo una caracterización de los estudiantes, el compromiso con su proceso de aprendizaje, la motivación por la matemática y las bases para cursar la asignatura.
- El desarrollo del proyecto “Estudios metodológicos para contribuir a mejorar el proceso de Enseñanza_Aprendizaje del Álgebra Lineal, incorporando las nuevas Tecnologías de la Información y las Comunicaciones”, el cual tuvo como objetivo: Diseñar una propuesta metodológica incorporando las tecnologías de la información y las comunicaciones, que contribuya a mejorar el Proceso de Enseñanza-Aprendizaje de la asignatura Álgebra Lineal y motive al estudiante de ingeniería de La Universidad Tecnológica de Pereira a utilizar los conocimientos adquiridos en dicha asignatura como

una herramienta en el planteamiento o solución de problemas afines a sus intereses. Uno de los resultados de dicho proyecto, en cuanto a la incorporación de las TIC, fue el diseño y construcción del software denominado ALTIC (Álgebra Lineal y las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones), desarrollado en su primera versión y cuyo objetivo es: servir de mediador entre el contenido de aprendizaje y el estudiante bajo la guía didáctica del profesor, para que el alumno compruebe, contextualice, refuerce y afiance conceptos. Además, se escribieron dos libros: Lecciones de Álgebra Lineal, libro de trabajo para estudiantes y guía didáctica del docente, y Álgebra Lineal con problemas de modelado (en prensa).

- “Diseño, construcción e implementación del curso Matemáticas Fundamentales basado en el Aprendizaje Desarrollador”, se propuso desarrollar estrategias de aprendizaje que permitieran a los alumnos afrontar con éxito otras asignaturas universitarias. Complementar y nivelar la formación con la que el estudiante llega de la educación básica y media. Algunos de los logros más significativos al terminar el curso fueron: aumento de la retención de los alumnos, el 75% de los que ingresaron permanecieron hasta el final, se promovió el desarrollo de estrategias de aprendizaje, fomentando el trabajo en equipo, logrando que los estudiantes aprendieran la importancia del error, dándose cuenta que equivocarse es una herramienta de aprendizaje; la mayoría de los alumnos avanzaron hacia la autoregulación e independencia.
- Diseño de materiales didácticos fundamentados en el Aprendizaje Desarrollador para la enseñanza del curso Fundamentos en Matemáticas de la Universidad Tecnológica de Pereira. El proyecto culminó con el diseño y construcción de materiales didácticos que han servido de guía para el docente en su labor de enseñanza y guía de trabajo para el alumno.
- Ciclo de conferencias y talleres ofrecidos a los estudiantes que ingresan a la Universidad Tecnológica de Pereira, en la semana de adaptación a la vida universitaria, a primer semestre en los programas de ingeniería, tecnología, química industrial y administración ambiental, en el periodo 2008 – 2011. Uno de los objetivos de estas conferencias fue: Mostrar la importancia de la matemática, su presencia en lo que vemos o hacemos y algunos de sus aportes en desarrollos científicos o tecnológicos.

En este artículo se mostrarán algunas de las actividades propuestas y desarrolladas con los alumnos para lograr el objetivo anterior. Experiencias fundamentadas en el aprendizaje desarrollador y que han sido posteriormente implementadas en algunos cursos que ofrece el Departamento de Matemáticas de la UTP, las cuales han permitido revisar la práctica docente y contribuir a mejorar la motivación de los estudiantes por el estudio de la misma.

Resultados

Teniendo en cuenta que la mayoría de los alumnos que ingresan a la UTP conciben la matemática sólo como números, ecuaciones, sin aplicaciones y que no sirve para nada, se ofreció en el marco de la semana de inducción o adaptación a la vida universitaria, durante el periodo 2008 a 2011, conferencias con las cuales se pretendía fomentar un cambio de percepción hacia la matemática, o por lo menos mostrarla desde otro contexto. Para ello se desarrollaron diferentes actividades clasificadas de la siguiente manera:

La conexión entre el conocimiento nuevo y el aprendido. Es decir, la información que tiene almacenada un alumno en su memoria sobre una realidad, o un concepto. No se puede pensar que los alumnos son “tablas rasas”, que tienen la mente “vacía”, sino que, son personas con experiencias acumuladas, que son valiosas en el momento de desarrollar el nuevo conocimiento. Como lo afirma Ausubel (1968) “el aprendizaje tiene lugar cuando el aprendiente liga la información nueva con la que ya posee, reajustando y reconstruyendo en este proceso ambas”.

Con el fin de buscar esta conexión se motiva al estudiante a realizar lecturas matemáticas de diferentes fotografías de sitios de la región que son conocidos por ellos. Por ejemplo, cuando el cielo está completamente despejado, se puede observar desde la ciudad de Pereira el nevado del Ruíz, también recuerdan la tragedia del 23 de diciembre de 2011, la explosión de poliducto en Dosquebradas, como se ilustra en la figura

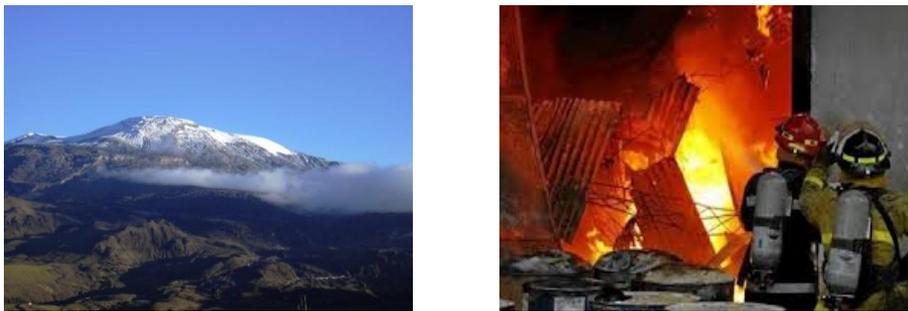


Figura 1. Nevado del Ruíz y explosión del poliducto en Dosquebradas.

Pasados algunos minutos algunos estudiantes intervienen identificando en la figura término tales como temperatura, altura, distancia y ángulos, sin embargo no recuerdan con claridad una definición para estos términos y tampoco se les explica en el momento. El solo hecho de recordarlos es algo positivo para ellos, pues se espera que les quede la inquietud para aclararlos, consultarlos o investigarlos. Además, se les da a conocer en cuáles asignaturas los van a usar, con el fin de mostrar que estos no se quedan solo en el aula de clase.

Para introducir los números enteros, positivos y negativos, y su importancia, se propone una discusión acerca de la posible temperatura en el nevado y en un incendio. Otra actividad que permite relacionarlos se presenta en la siguiente figura (Figura 1))

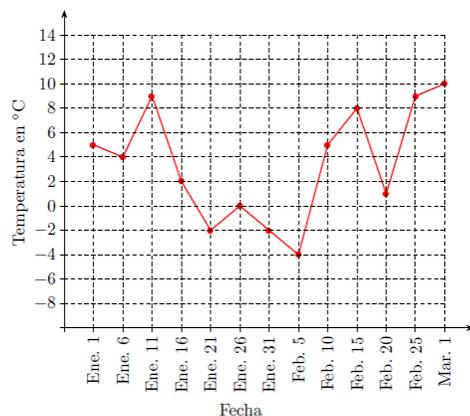


Figura 2. Análisis de la temperatura.

para que ellos respondan las siguientes preguntas: ¿Cuál es la temperatura mínima y máxima? El 18 de enero la temperatura mínima fue $2,5^{\circ}\text{C}$ menos que la temperatura mínima del 16 de enero, ¿cuál fue la temperatura el 18?. El 2 de febrero la temperatura mínima fue $0,8^{\circ}\text{C}$ más que la temperatura mínima del 5 de febrero, ¿cuál fue la temperatura en febrero 2?

Con el análisis de las respuestas a las que llegan la mayoría de los estudiantes, se le hace notar la importancia del signo menos (-) y lo que representa en la solución de un problema, con el propósito de que se concienticen en el manejo de los signos y su relevancia. De este modo, se evita a la hora del examen, por ejemplo, el comentario: “profe solo me faltó el signo, eso no importa, un signo no es nada”.

La segunda experiencia, hace referencia a la *importancia de la matemática, su relación con otras ciencias y el entorno*. No es deber del alumno estar motivado por el estudio de la matemática, ni conocer su importancia y presencia en otras ciencias, en la vida cotidiana, o saber cómo esta influye en el desarrollo del pensamiento; pero si es tarea del docente presentar situaciones que motiven su estudio, permita entenderla como una ciencia transversal en la formación de los futuros profesionales, que la interioricen en sus vidas, decisiones y realmente aprendan a reconocerla en cada actividad y situación.

Por ejemplo, no es posible que veamos un rectángulo caminando como si se tratara de una persona, sin embargo cada uno es capaz de reconocerlos en cualquier lugar. Tampoco hemos visto una función hiperbólica, pero podemos contarle al estudiante cómo esta clase de funciones ayudan a modelar la deflexión de las cuerdas de energía. De igual manera, no vemos un vector, ni una derivada, porque, cuando se estudian vectores, pareciera que su importancia subyace sólo dentro la geometría y no se hace el ejercicio de relacionarlos con el entorno, con las situaciones que se pueden vivir a diario o que se escuchan¹. Uno de estos casos son los siguientes, los cuales han ocurrido en la ciudad y que han sido noticia, como se ilustra en la figura y se muestra a los estudiantes.



Figura 3. Accidente en el Viaducto.

En el accidente ilustrado en la figura de la derecha, se informó que el taxista frenó repentinamente en el carril central del Viaducto César Gaviria Trujillo y el motociclista no alcanzó a hacerlo. Surgen varias preguntas: ¿El motociclista guardaba la distancia prudente?, ¿cuál era la velocidad a la que conducía? ¿el conductor del taxi guardaba la distancia adecuada y la velocidad permitida? El taxista manifiesta que venía conduciendo

¹ Uzuriaga López Vivian Libeth. Martínez Acosta Alejandro. (2010). Algunas experiencias que han contribuido a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Revista Entre Ciencia e Ingeniería*, Universidad Católica de Pereira.

Actividades de aula que han mejorado el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática

adecuadamente respetando las normas de tránsito, lo sucedido fue repentino. ¿El taxista dice la verdad?. Con respecto a la foto de la izquierda quedan varias dudas y una de ellas es: ¿qué pasó?, ¿cuál era la velocidad para que esta camioneta se volcara?. Lo que se pretende con esta actividad es debatir acerca de los conceptos que se necesitan para dar respuestas a las preguntas y a otras que puedan surgir. También, se hace una reflexión sobre el peligro que representa no seguir las normas de tránsito y se hace un llamado de atención sobre la cantidad de estudiantes de la Universidad que lamentablemente han perdido la vida en accidentes como los registrados en la figura. Además, se evidencia cómo la matemática está presente en todo y ayuda a resolver algunos problemas que se presentan diariamente, en este caso para los policías de tránsito.

Aprovechando que los estudiantes han realizado caminatas guiadas dentro del campus universitario, se les muestra fotos de algunos sitios de la Universidad, como se ilustra en la figura 4 y se les pide que los identifiquen



Bloque Administrativo



Planetario



Facultad Ciencias Ambientales



Guaducto y Facultad Ciencias Ambientales

Figura 4. Lugares del campus universitario UTP.

La mayoría de ellos pueden identificar sin problema el Planetario, la Facultad de Ciencias Ambientales y el Guaducto, pero no esta facultad que se ve al fondo del mismo. Con mayor dificultad identifican el bloque administrativo y la razón que argumentan es: “no está de frente”. Se pregunta ¿desde cuál edificio o sitio pudieron haber tomado la fotografía?. Nuevamente, se hace una breve discusión sobre la importancia de la matemática y algunos conceptos geométricos básicos que retomarán en el primer curso de matemáticas.

Se presenta otra foto del Guaducto, como aparece a continuación, con el fin de hacer una aproximación mediante una parábola, para mostrar que la matemática no se queda en el aula de clase y las ecuaciones que allí se estudian, son usadas en diferentes situaciones o contextos.



Figura 5. Guaducto de la UTP.

La tercera experiencia resalta la importancia de *la matemática como soporte teórico en desarrollos científicos y tecnológicos*. No se puede desconocer el papel fundamental que juegan las matemáticas en la modelación, planteamiento y solución de problemas que surgen en varias áreas y disciplinas del saber, aspecto importante en el aprendizaje del estudiante, porque aprenden a reconocer en ellas un fundamento teórico en los adelantos científicos y el avance de éstos implican abstracción, imaginación, desarrollo de la creatividad y del pensamiento.

Para destacar esta fundamentación teórica que proporciona la matemática, se le muestra al estudiante la figura siguiente y se pide que identifique conceptos matemáticos



Figura 6. Puente Helicoidal Dosquebradas, Colombia.

Un gran número de alumnos consideran que la forma del puente es una circunferencia. Esta afirmación permite hacer la siguiente reflexión: si es un puente, ¿puede ser circular?, si es circular, ¿por donde ingresan los vehículos? y ¿por donde salen?. En seguida, se hace notar el nombre “Puente Helicoidal” consiguiendo que los estudiantes lleguen a una respuesta acertada: tiene forma de hélice, de espiral. A continuación, se introduce de manera muy rápida y sencilla una definición de hélice, se presentan las ecuaciones que desde el curso de Matemáticas III o Cálculo en Varias Variables deben estudiar y se menciona la importancia que las constantes a y b representan en el diseño del puente.

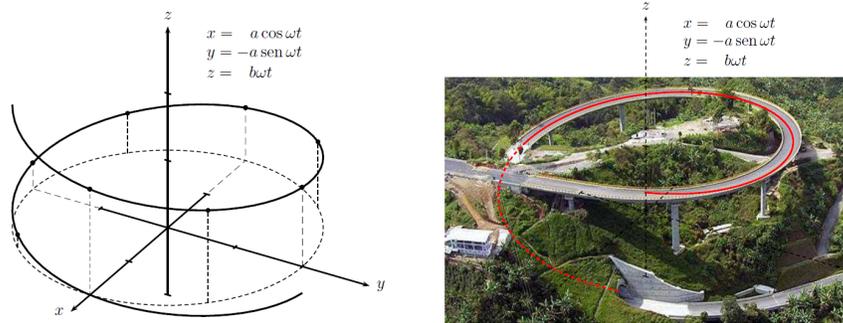


Figura 7. Hélice y puente helicoidal.

Un ejemplo más de la matemática como uno de los fundamentos teóricos en el desarrollo de otras ciencias o disciplinas es la relación con la medicina: la importancia de las habilidades matemáticas en el ámbito médico. Habilidades mostradas por el Dr. Víctor Hugo Olmedo Canchola, en su artículo “Matemáticas en medicina: una necesidad de capacitación”, al citar la definición de Golbeck y colaboradores cuando definen las habilidades matemáticas en salud como: “La capacidad para acceder, procesar, interpretar, comunicar y actuar con base en aspectos numéricos cuantitativos, gráficos, bioestadísticos y probabilísticos de la información sanitaria necesaria para tomar decisiones efectivas en salud” (Canchola, 2012).

De igual forma, la matemática está presente en especialidades como la cirugía plástica en donde se usan conceptos geométricos tales como ángulos, planos, simetrías, áreas y volúmenes, entre otros. Conceptos matemáticos más complejos como la teoría de fractales han contribuido a salvar vidas, como es el caso del estudio realizado por el físico, Dr. Antonio Brú, en el tratamiento del cáncer. Otra área que se ha venido aplicando en estudios selectos para la medicina, es el método de elementos finitos usados en la construcción de modelos continuos de tejidos, órganos, entre otros.

La última experiencia que se expone en este documento se ha denominado *el desarrollo histórico*. Se resalta la importancia de conocer problemas abiertos, conjeturas y posibles soluciones, que han permitido el desarrollo de diferentes áreas de la matemática y otras disciplinas.

No es un secreto que la mayoría de los cursos de matemáticas ofrecidos desde los primeros años hasta la universidad están aislados de la historia de sus conceptos. Se enseñan de forma tan cuidadosa y ordenada que dejan la idea que la matemática es dogmática, acabada, cerrada, estática y descontextualizada; lo cual puede ser una de las causas que hacen que los estudiantes no le vean relación con la carrera que estudian o profesión que ejercerán. Además, esta manera de concebir la enseñanza hace que los alumnos creen que todo es inmediato, que los problemas son fríos, surgen de la nada, son de solución inmediata y sin ningún esfuerzo.

Cuando se permite conocer los conflictos, frustraciones, intentos fallidos y largos caminos, incluso por siglos, que están detrás de un concepto, una teoría, un teorema, una estructura, etc. animan a cualquier estudiante, incluso a motivarse por la investigación y puede hacer parte de un recurso didáctico para el docente.

Conocer la historia de la matemática, permite resaltar la importancia de temas diversos que se articulan en un contexto histórico, particular o general. Además, exhibe una idea general del tema, lo relaciona con diferentes disciplinas, áreas y líneas centrales el pensamiento

matemático, así como las dificultades y obstáculos epistemológicos del concepto. Como se afirma en el artículo La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza: “la Historia de la Matemática pone de manifiesto la dimensión cultural de las Matemáticas y su notable impacto en la Historia del Pensamiento.” (González, 2004).

Un ejemplo de actividad que se trabaja con los estudiantes para ilustrar la experiencia inicia con la pregunta ¿Existe alguna relación entre la matemática y los mensajes escritos de forma secreta? Al notar que la mayoría, por no decir todos, no tienen ni idea de una posible respuesta, se hace otra pregunta ¿conocen aplicaciones en la vida diaria donde se usen los números primos? Silencio total, ¿dado un número es fácil conocer si es primo o compuesto? Hay respuestas absolutas, si. Esta respuesta es el reflejo de lo que enseñó el profesor y lo que siempre hizo en el aula, propuso ejemplos con números de pocos dígitos, así que el alumno quedó totalmente convencido que decidir si un número es primo o compuesto es tarea fácil. Cuando se les cuenta que en la práctica es un problema computacionalmente difícil de resolver, es más, es un problema NP-completo y se explica que quiere decir esto, se nota el interés que el hecho genera. Más aún, cuando se hace un breve recorrido histórico sobre la necesidad del hombre en escribir mensajes que no pudieran ser entendidos por cualquier persona, es decir, mensajes encriptados. El interés crece y se mantiene cuando se habla de las diferentes aplicaciones, no sólo de descifrar un mensaje como ocurría en siglos pasados, en guerras o en otros escenarios, sino como la criptografía se ha introducido en la vida diaria, como en la firma digital, el acceso a redes mediante el usuario y la clave, en las transacciones comerciales vía intranet o en la propia información registrada en una tarjeta débito o crédito.

Conclusiones

Un gran número de estudiantes quedan inquietos por profundizar en temas en los cuales la matemática ayuda en su modelación o solución de algún problema cotidiano o que surgirá en su profesión.

La mayoría de las personas no perciben la matemática, ni la reconocen en las actividades que realizan cotidianamente, ni en el entorno que los rodea. La imagen que se han formado acerca de ella es que son solo números, ecuaciones, cálculos y fórmulas. Una de las principales causas de esto es una enseñanza centrada únicamente en el aspecto disciplinar de la misma, en la cual no se ha tenido en cuenta el aporte que esta hace a otras áreas y ciencias, así como las herramientas que ofrece para modelar el mundo y la realidad en que vivimos, conllevando un rechazo hacia su aprendizaje y falta de motivación por su estudio.

Referencias y bibliografía

- Canchola, V. (2012). Matemáticas en medicina: una necesidad de capacitación. *Revista Medicina Interna de México*, 28(3):278-281.
- Cordón Oscar. (2007). Imitar las hormigas para resolver problemas empresariales. *Matenomía: blog de las aplicaciones de las matemáticas en la vida cotidiana*.
http://grupos.emagister.com/documento/imitar_a_las_hormigas_para_resolver_problemas_empresariales/1015-368953
- D'Amore, B. (2008). Matemática en todo. Editorial Magisterio. Bogotá.
- González, P. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Revista SUMA*, España, 45: 17-28.
<http://revistasuma.es/IMG/pdf/45/017-028.pdf>

Actividades de aula que han mejorado el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática

- Sanz Serna Jesús María. (2008). Matemáticas y medicina. *La Gaceta de la RSME*, 11(50), 665 – 677.
- Uzuriaga, V. & Martínez, A. (2010). Algunas experiencias que han contribuido a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Revista Entre Ciencia e Ingeniería*, Universidad Católica de Pereira. 3 (6):112-128.
- Uzuriaga, V. Martínez, A. & González, C. (2012). La matemática más allá de simples números y ecuaciones. *Revista Ciencia et. Thecnica*. 50, 112-117.