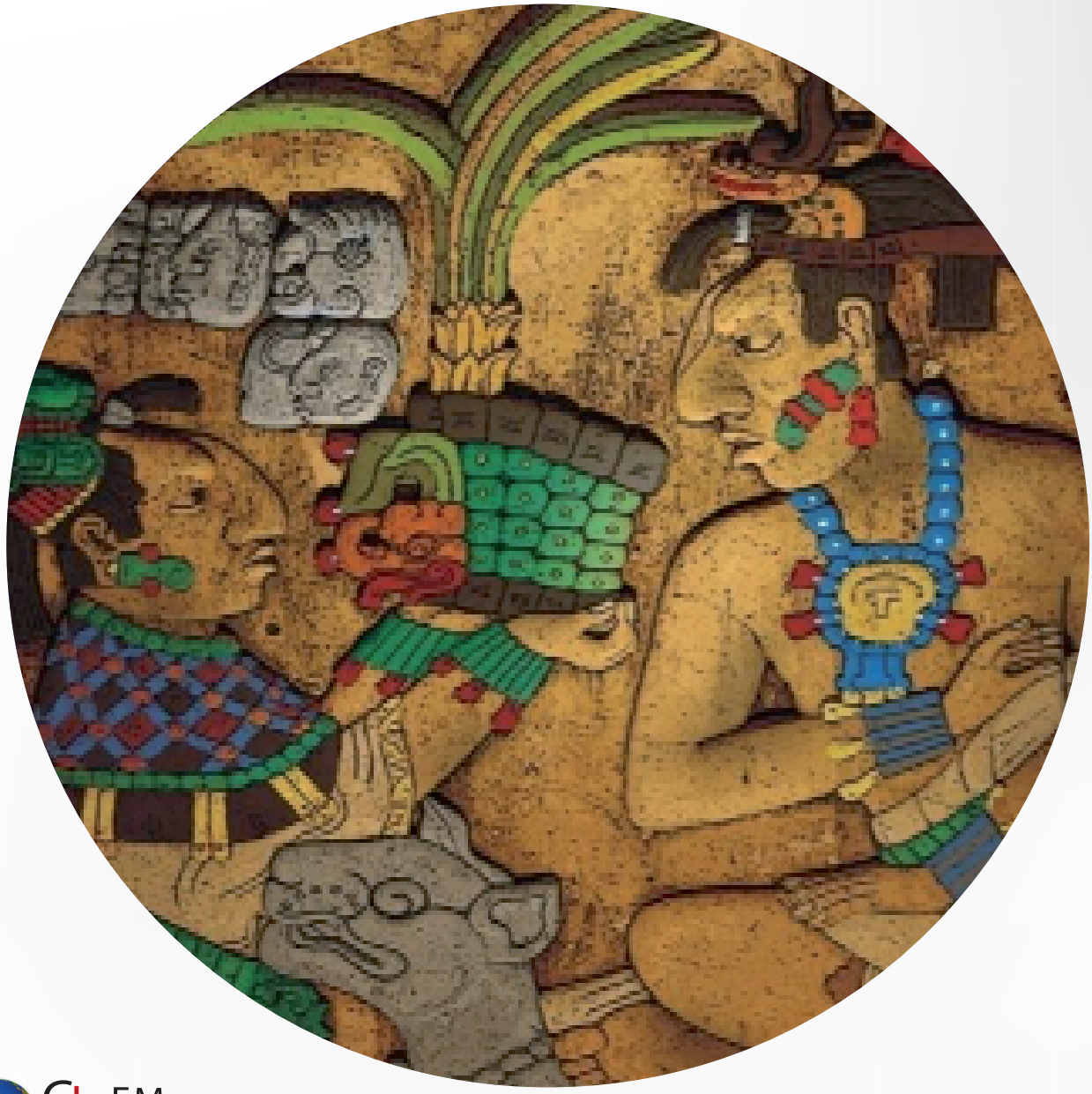
Educación Matemática en las Américas 2015

Volumen 3: Formación Continua



CIAEM
ACME
Fundado Founded: 1961

© 2015
Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM)
Paseo de la Reforma 383., 7° Piso,
Colonia Cuauhtémoc, Delegación Cuauhtémoc,
México D.F. CP 06500, MÉXICO

www.ciaem-iacme.org
ciaem.iacme@gmail.com

Educación Matemática en las Américas 2015
Volumen 3: Formación Continua
Editado por Patrick (Rick) Scott y Ángel Ruiz
Colaboradora: Sarah González.

ISBN Volumen: 978-9945-603-00-2
ISBN Obra Completa: 978-9945-415-97-1

El Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM) es una organización fundada en 1961 asociada a la International Commission on Mathematical Instruction. Busca potenciar la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en las Américas.

Se permite la reproducción de cualquier parte de este libro para fines no lucrativos siempre que se consignen los créditos a los autores y al Comité Interamericano de Educación Matemática.

Para citar este libro y este volumen:

Comité Interamericano de Educación Matemática (2015). *Educación Matemática en las Américas: 2015. Volumen 3: Formación Continua*. Editores: Patrick (Rick) Scott y Ángel Ruíz. República Dominicana.

Tabla de Contenidos

Presentación i-iii

Além da zona de conforto: desafiando e reconstruindo o conhecimento Matemático para o ensino por meio de tarefas problematizadoras 1-10
Carolina Brasil-BR, Victor Giraldo-BR

Alguns apontamentos sobre o que professores dos anos iniciais relatam sobre sua experiência como alunos 11-20
Vanessa Zuge-BR, Diana Dal Soto-BR, Luís Bemme-BR, Paula Lucion-BR

Análise da relação ao saber matemático de professores brasileiros e franceses que atuam nos primeiros anos da escolaridade 21-33
Luciana Santos-BR, Marcelo Câmara dos Santos-BR

Análisis de la interacción alumnos-profesor al resolver dos problemas no rutinarios en aulas de primaria 34-47
Beatriz Sánchez-ES, José Carrillo-ES, Santiago Vicente-ES, Jazmín Juárez-MX

Análisis de las situaciones de contingencia a través de las estrategias comunicativas 48-60
Horacio Solar-CL, Alicia Zamorano-ES, Jordi Deulofeu-ES

Aprendizagem situada: participação e pertencimento no GEP (TRANS) FORMAÇÃO 61-69
Elisângela Aparecida Melo-BR, Gerson Bacury-BR, Maria Lídia Ledoux-BR, Tadeu Gonçalves-BR, Terezinha Valim Oliver Gonçalves-BR

Atividades de pesquisa na formação de professores de Matemática 70-81
Maria de Sousa-BR

Caracterização de modelos de divisão por professores de Matemática ao interpretar problemas de alunos 82-90
Gabriela Félix Brião-BR, João Muzinatti-BR, Carlos Ribeiro-PT

Caracterización del significado sobre el CDC de los estudiantes para profesor de Matemáticas: el caso de la proporcionalidad 91-98
Angie Cruz Cáceres-CO, Angel Vargas Peña-CO

Compreensões dos professores quanto à ação sociopolítica da Matemática 99-110
Marcio Bennemann-BR, Norma Allevato-BR

Conceções de professores de Matemática sobre a prova Matemática 111-121
Floriano Viseu-PT, Alexandra Gomes-PT, Luís Menezes-PT, Paula Martins-PT

Concepções sobre didática de professores universitarios que ensinam Matemática 122-129
Antonio Sales-BR, José Santos-BR, Luciana Nakayama-BR, Ludiane Berto-BR

Conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos finais do ensino fundamental 130-139
Ruy Pietropaolo-BR, Angélica Garcia Silva-BR, Tânia Mendonça Campos-BR

Contribuições do PIBID para a formação de docentes 140-146
Débora Sernajotto-BR, Gustavo Oliveira Rosa-BR

Desarrollo profesional y currículo: una relación necesaria para mejorar la Educación Matemática 147-154
Yolanda Serrer Voisin-VE

Desarrollo profesional y la reproducibilidad de situaciones de aprendizajes 155-166
Ma Soledad Montoya González-CL, Javier Lezama-MX

Desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática em comunidades de investigação 167-175
Adair Nacarato-BR, Regina Grando-BR

Dimensões presentes em processos formativos de professores de Matemática sob a perspectiva de comunidade de prática 176-185
Vanessa Cerignoni Benites Bonetti-BR, Rosana Giaretta Sguerra Miskulin-BR

Educação continuada do professor de Matemática: constituição de um núcleo de investigações sobre a prática 186-197
Nielce Lobo da Costa-BR, Aparecida Duarte-BR

Educação Matemática no ciclo de alfabetização: a experiência do PNAIC no Estado do Rio de Janeiro 198-207
Edite Vieira-BR, Elizabeth Ogliari Marques-BR, Lilian Nasser-BR

El acercamiento de un profesor de ingeniería a una comunidad de práctica: Un estudio de caso 208-218
Rosa del Carmen Flores-MX, Adriana Hernández-MX, Patricia Camarena-MX

Ensino de Frações nos anos iniciais do ensino fundamental: dificuldades, entraves e possibilidades 219-225
Michel Costa-BR, Maria Elisabette Prado-BR

Entornos de aprendizaje de la Matemática en la educación superior. Programa de formación docente. 226-237
Yolanda Campos-MX, Joaquín Delgado Fernández-MX

Experiências e possibilidades na formação docente: operações com números inteiros não positivos 238-247
Nielce Lobo da Costa-BR, Aparecida Duarte-BR

Formação continuada investigativa: como os professores sabem e praticam em sala de aula 248-255
Maria das Graças Barreto-BR, Maria Elisabette Prado-BR

Formación de maestras y maestros de Matemáticas en el Estado Plurinacional de Bolivia 256-264
Abdón Pari Condori-ES

Herramientas de metacognición en la formación de un docente competente para enseñar a los estudiantes del Siglo XXI 265-277
Noemí Carione-AR, Miguel Martínez-AR

Identidad profesional en Matemáticas: historia de un profesor de telesecundaria en México 278-289
Erika García Torres-MX

Identidade do professor que ensina Matemática: elementos estruturantes do processo identitário 290-297
Lídia Paulo Ledoux-BR, Elisângela Aparecida Melo-BR, Gerson Bacury-BR, Renato Guerra-BR

Interpretação e compreensão de demonstrações em Matemática: uma dificuldade para professores de matemática dos ensinos fundamental II e médio 298-307
Cristiana Abud da Silva Fusco-BR, Saddo Ag Almouloud-BR

Investigando a formação para a docência – as relações proporcionais em sólidos geométricos 308-314
Adriana Silva-BR, Simone Beltrame-BR

La comprensión en Matemáticas del profesor de educación básica en México. El concepto de razón de cambio. 315-326
Miguel Díaz Chávez-MX

La importancia de las estrategias de solución de profesores de secundaria para resolver problemas 327-340
Fernando Mejía Rodríguez-MX

Matemática a enseñar o para enseñar: el caso de las Fracciones 341-350
Gabriel Soto-AR

Matemática científica e escolar: saberes, crenças e concepções de professores na construção coletiva de um livro didático 351-362
Lucas Medeiros e Melo-BR, Rodrigo Rosistolato-BR, Victor Giraldo-BR

Matematica elementar e conhecimento de Matemática para o ensino: um estudo colaborativo sobre números racionais 363-372
Letícia Rangel-BR, Victor Giraldo-BR, Nelson Maculan-BR

Matemática para Todos, en el nivel primario 373-386
Adriana Díaz-AR, María Graciela Chemello-AR, Mónica Agrasar-AR

O ensino de Matemática na educação de jovens e adultos numa perspectiva freireana 387-400
Neomar da Silva-BR, Maria Elizabete Couto-BR

O tempo e suas Medições: o que pensam os professores? 401-408
Conceição Longo-BR

Observatório da Educação: possibilidades para a formação continuada de professores 409-419
Ieda Giongo-BR, Marli Quartieri-BR, Márcia Rehfeldt-BR, Fernanda Scmitt-BR

Patrones de interacción discursivos en la clase de Geometría. 420-428
Hermes Nolasco Hesiquio-MX, José Sigarreta Almira-MX

Práticas investigativas em estágio supervisionado em curso de Licenciatura em Matemática: bases epistemológicas 429-437
Gerson Bacury-BR, Carlos Farias-BR, Tadeu Gonçalves-BR, Terezinha Gonçalves-BR

Princípios e práticas da organização do ensino de Matemática 438-447
Manoel de Moura-BR, Elaine Araujo-BR, Wellington Cedro-BR

Processo de formação de docentes com dimensões colaborativas: avanços e limites 448-459
Vera Merlini-BR, Aparecido dos Santos-BR, Sandra Magina-BR

Profesionalización de la formación docente en Matemáticas 460-472
Adriana Díaz-AR

Professores dos anos iniciais: organização do ensino e formação 473-482
Anemari Lopes-BR, Halana Vaz-BR, Laura Fraga-BR, Manoel de Moura-BR

Projeto SEEDUC/CECIERJ/UFF: formação continuada para professores de Matemática 483-493
Sandra Mattos-BR, Celso Costa-BR

Reflexión durante las prácticas de enseñanza de Matemáticas: un proceso de iniciación al desarrollo profesional 494-503
María Castellanos-CO, Pablo Flores Martínez-ES, Antonio Moreno Verdejo-ES

Resolução de problemas Matemáticos: vivências de pós-graduandos entre epistemologías e práticas 504-513
Monica de Matos-BR, Edileusa Belo-BR, José Mafra-BR, Tadeu Gonçalves-BR

Resolução de Problemas na formação continuada de professores dos anos iniciais 514-525
Laynara Zontini-BR, Luciane Mocrosky-BR

Ressignificando a prática: o diário reflexivo na formação de professores em Matemática 526-537
Elizabeth Pires-BR, Marina Reis-BR, Paula Ikedo-BR

Trabalho colaborativo na formação continuada de professoras que ensinam Matemática: diálogos e contextos 538-548
Alex Alves-BR, Eurivalda Santana-BR, Celia Nunes-BR

Presentación

La **XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática** realizada en Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México, del 3 al 7 de mayo del 2015, contó con la participación de cerca de 1000 personas de 23 países y la presentación de más de 500 trabajos (conferencias plenarias y paralelas, mesa redonda, minicurso, diálogos, comunicaciones, talleres y posters) Esta fue una reunión regional de la *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI). El CIAEM es la organización afiliada al ICMI con mayor antigüedad. Su creación se remonta al año 1961 cuando se realizó la primera conferencia en Bogotá, Colombia.

Un gran nivel científico dominó los trabajos, en un ambiente cultural muy especial, con una gran hospitalidad por parte de los colegas de Chiapas.

Los conferencistas plenarios fueron Michèle Artigue (Francia), Carlos Vasco (Colombia), Diane Briars (USA), Abraham Arcavi (Israel-Argentina), Celia Hoyles (Reino Unido), María Teresa Tatto (USA) y Alicia Ávila (México). Ellos también desarrollaron *Diálogos* especiales, espacios adicionales de conversación e intercambio.

Una mesa plenaria organizada por la *Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe* contó con la participación de Carlos Sánchez (Cuba), Nelly León (Venezuela), Edison de Faría (Costa Rica), Luis Carlos Arboleda y Jhony Villa (Colombia).

El evento tuvo conferencias paralelas y minicursos impartidos por académicos invitados, entre ellos: Gabriele Kaiser (Alemania), Richard Noss (Reino Unido), Manuel Santos (México), Gert Schubring (Alemania), José Chamoso (España), José Luis Lupiáñez (España), Arthur Powell (USA), Alessandro Ribeiro (Brasil), Roberto Araya (Chile), Gilberto Obando (Colombia), Uldarico Malaspina (Perú).

Los dos temas principales fueron la *Preparación de docentes que enseñan matemáticas* y el *Uso de tecnologías en la Educación Matemática*.

El congreso tuvo el valioso patrocinio de varias instituciones internacionales y nacionales: International Commission on Mathematical Instruction; Universidade Luterana do Brasil; Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas, y Centro de Investigación y Formación en Educación Matemática de la Universidad de Costa Rica; Secretaría de Educación del Estado de Chiapas; Universidad del Valle de México; Sindicato de Trabajadores de la Educación de México; Centro Regional de Formación Docente e Investigación Educativa (CRESUR); Oficina de Convenciones y Visitantes de Chiapas; Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas de México; Escuela Normal Superior de Chiapas; Universidad de Costa Rica; HP; CASIO; y EduSystems.

Desde el 2007 el CIAEM ha logrado, entre otras cosas:

- Potenciar la calidad académica en los trabajos, la organización eficiente y la proyección de las conferencias interamericanas
- Consolidar la publicación de trabajos seleccionados de la Conferencias en la revista *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática* (editada en Costa Rica)

- Fortalecer la relación del CIAEM con la comunidad internacional de Educación Matemática, especialmente con el ICMI y la *International Mathematical Union*.
- Crear y consolidar la Medalla *Luis Santaló*
- Apoyar el desarrollo del *Capacity and Networking Project* del ICMI en América Latina (Costa Rica 2012, Perú 2016)
- Auspiciar la creación y las actividades de la *Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe*
- Apoyar la organización del *I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe*, celebrado en Santo Domingo, República Dominicana, en noviembre del 2013
- Consolidar el uso intenso de tecnologías de la comunicación en todas las actividades del CIAEM
- Crear una comunidad virtual del CIAEM de gran proyección tanto a través de su sitio web principal como de su página en Facebook
- Fundar en México el *Comité Interamericano de Educación Matemática* con personalidad jurídica para atender los múltiples compromisos formales que posee
- Traducir al español y publicar algunos textos del NCTM relacionados con la temática *Principles to actions* y continuar una línea importante de colaboración con el *National Council of Teachers of Mathematics* de los USA

En la XIV CIAEM fue confirmada la decisión de tener la XV CIAEM en Medellín, Colombia, en el 2019. Será desde hará 58 años la segunda ocasión en que se realizará una CIAEM en tierra colombiana.

CIAEM es el evento internacional más importante en Educación Matemática en América Latina. Constituye un punto de referencia para investigadores, docentes y estudiantes en todo el continente.

La mayoría de los textos de base para las presentaciones plenarias o paralelas ha sido incluidas en el número 15 de los *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática* que se edita en Costa Rica: http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem.

Las comunicaciones, talleres, minicursos y posters han sido incluidas en esta colección digital de volúmenes que titulamos *La Educación Matemática en las Américas: 2015.* Los trabajos se han organizado de la siguiente manera:

- Volumen 1 *Educación Matemática en las Américas 2015: Formación Inicial para Primaria*
- Volumen 2 *Educación Matemática en las Américas 2015: Formación Inicial para Secundaria*
- Volumen 3 *Educación Matemática en las Américas 2015: Formación Continua*
- Volumen 4 *Educación Matemática en las Américas 2015: Uso de Tecnología*
- Volumen 5 *Educación Matemática en las Américas 2015: Etnomatemática y Sociología*
- Volumen 6 *Educación Matemática en las Américas 2015: Currículum, Evaluación y Competencias*
- Volumen 7 *Educación Matemática en las Américas 2015: Investigación*
- Volumen 8 *Educación Matemática en las Américas 2015: Estadística y Probabilidad*
- Volumen 9 *Educación Matemática en las Américas 2015: Geometría*
- Volumen 10 *Educación Matemática en las Américas 2015: Álgebra y Cálculo*

- Volumen 11 *Educación Matemática en las Américas 2015: Educación Primaria*
- Volumen 12 *Educación Matemática en las Américas 2015: Historia y Epistemología*
- Volumen 13 *Educación Matemática en las Américas 2015: Nuevos Enfoques y Relación con Otras Áreas*
- Volumen 14 *Educación Matemática en las Américas 2015: Necesidades Especiales*
- Volumen 15 *Educación Matemática en las Américas 2015: Resolución de Problemas*
- Volumen 16 *Educación Matemática en las Américas 2015: Modelación*
- Volumen 17 *Educación Matemática en las Américas 2015: Talleres y Minicursos*
- Volumen 18 *Educación Matemática en las Américas 2015: Posters*

El CIAEM desea agradecer a todos los autores que presentaron sus trabajos en la XIV CIAEM y que incluimos en esta colección de volúmenes. Y a todos los revisores, directores de tema, y colaboradores que participaron en la revisión científica de las ponencias de este magno evento.

La organización detallada y la edición en sus diversas dimensiones fue realizada por nuestro segundo vicepresidente Patrick Scott (Estados Unidos) quien dedicó un esfuerzo extraordinario para tener estas *Memorias* disponibles. Quiero expresar en nombre de nuestra organización nuestro agradecimiento a Rick. Nuestra compañera Sarah González (Vocal para El Caribe) se encargó de tramitar su registro en República Dominicana que contó con el apoyo de la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra de ese país, a las que también expresamos nuestra gratitud.

Los enlaces de estos volúmenes se han colocado en las páginas web oficiales del CIAEM.

Esperamos que la publicación de todos estos trabajos contribuya al progreso de la investigación y la acción de aula en la Educación Matemática de las Américas.

Angel Ruiz
Presidente
Comité Interamericano de Educación Matemática

Além da zona de conforto: desafiando e reconstruindo os saberes de Matemática para o ensino por meio de tarefas problematizadoras

Carolina **Brasil**
Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro
Brasil
carol.brasil@gmail.com
Victor **Giraldo**
Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro
Brasil
victor.giraldo@ufrj.br

Resumo

O presente trabalho tem por objetivo apresentar e analisar uma modalidade de Tarefa desenhada com o intuito de identificar e desenvolver o conhecimento matemático para o ensino de professores em formação continuada, por meio da reflexão sobre conteúdos chave do ensino básico, porém abordados sem as garantias de validade usualmente empregadas na escola. Os participantes da pesquisa eram um grupo de professores cursando um mestrado na área de ensino de matemática. Os instrumentos metodológicos incluíram gravação em áudio das seções e anotações de campo. Os resultados sugerem que os participantes buscam, em sua própria prática, estratégias para solucionar questões que os desafiem matematicamente.

Palavras chave: formação de professores, tarefas problematizadoras, conhecimento matemático para o ensino, representação posicional.

Introdução

Nas últimas décadas, a literatura de pesquisa em educação matemática tem debatido intensamente os conhecimentos próprios do professor de matemática. Por exemplo, Ball e seus colaboradores (e.g. Ball et al., 2009), inspirados nas ideias de Shulman (1986), propõem a noção de *conhecimento matemático para o ensino*. Fiorentini e Oliveira (2013) defendem que os saberes próprios do professor de matemática se diferenciam epistemológica e metodologicamente daqueles do matemático profissional. Um aspecto importante desse debate é a complexa relação entre conteúdo matemático e prática docente, e como estes podem se complementar na construção do conhecimento de matemática para o ensino.

Biza, Nardi e Zacharíades (2007) sugerem que o envolvimento de professores com tarefas específicas possibilita a reflexão sobre o conteúdo a ser ensinado em sala de aula e pode proporcionar um ambiente que favorável ao desenvolvimento de conhecimentos necessários para sua prática profissional. Neste trabalho, propomos uma tarefa especialmente desenhada para explorar concepções (possivelmente implícitas) de professores frente a uma questão de conteúdo matemático, promovendo a reflexão sobre seus próprios conhecimentos e sobre a matemática escolar.

Saberes Docentes e Formação de Professores

Uma referência central para a pesquisa em formação de professores é o trabalho de Shulman (1986), que propõe a noção de *conhecimento pedagógico do conteúdo* (PCK) como o conhecimento sobre aspectos do conteúdo que o fazem compreensível a outros. Tendo como base o trabalho de Shulman, Ball e seus colaboradores (e.g. Ball et al., 2009) apresentam o modelo de *conhecimento matemático para o ensino* (MKT), baseado em duas dimensões principais: *conhecimento de conteúdo* e *conhecimento pedagógico de conteúdo*. A primeira se refere a conhecimentos que são puramente matemáticos. Dentre estes, destacamos o *conhecimento especializado do conteúdo* (SCK), que corresponde a uma forma de conhecer matemática que não é necessária àqueles que não são professores. A segunda dimensão é composta por uma mistura de conhecimentos sobre os alunos e sobre maneiras de ensinar tópicos específicos de matemática. Cada uma dessas dimensões é composta por três categorias de conhecimento. Para os autores, o conhecimento matemático para o ensino seria um "conhecimento necessário para dar conta de cumprir com a tarefa de ensinar matemática" (Ball et al., 2009, p. 96, tradução nossa).

Ao analisar as estruturas dos cursos de formação inicial de professores nos Estados Unidos, Ball (1988) identifica e questiona (dentre outras) a suposição de que *os conteúdos que serão ensinados pelos professores em formação são simples e não necessitam ser reaprendidos no curso universitário*. Porém, segundo a autora, mesmo sabendo efetuar corretamente as operações, os professores traziam questões conceituais e apresentavam concepções errôneas sobre o conceito de divisão.

Fiorentini e Oliveira (2013) afirmam que o conhecimento matemático do professor não se encontra em posição de inferioridade ou maior simplicidade em relação ao conhecimento do matemático. Para os autores, diferentemente do matemático, o professor de matemática precisa ter um conhecimento profundo e diversificado da matemática como prática social, que diz respeito à matemática escolar e às múltiplas matemáticas do cotidiano, sendo capaz de:

> (...) dominar procedimentos matemáticos e saber utilizá-los em demonstrações ou na resolução de exercícios e problemas. Para a docência em matemática é importante que o professor saiba justificar esses procedimentos, conheça outros procedimentos histórico-culturalmente produzidos, conheça os conceitos e ideias atuais, bem como a evolução histórica dos mesmos. (Fiorentini e Oliveira, 2013, p. 924 e 925).

Os autores destacam ainda que:

> A compreensão da matemática, enquanto objeto de ensino e aprendizagem, implica, também, conhecer sua epistemologia e história, sua arqueologia e genealogia, sua linguagem e semiose e sua dimensão político-pedagógica no desenvolvimento das pessoas e da cultura humana. (Fiorentini e Oliveira, 2013, p. 925).

Esta literatura sugere que se devem considerar conhecimentos de conteúdo matemático que sejam específicos do professor, orientado *pela* e *para* sua atuação profissional, e não apenas uma versão diluída do conhecimento do matemático. Portanto, a formação inicial do professor de matemática deve ser pensada a partir desta perspectiva.

Segundo Moreira e David (2005), "(...) a abordagem lógico-dedutiva – nos termos em que se organiza a matemática científica – não somente é insuficiente para a sistematização da matemática escolar como é também muitas vezes inadequada" (p. 59). O curso de formação inicial do professor não pode ser estruturado simplesmente a partir de três blocos de disciplinas

(de conteúdo matemático, didático-pedagógicas e integradoras), uma vez que estes podem não ser integráveis. É necessário pensar na formação de professor a partir da prática e com fins nela mesma.

O Uso de Tarefas na Exploração de Conhecimentos e na Formação de Professores

Biza, Nardi e Zacharíades (2007) apresentam um modelo de tarefa desenhado para explorar conhecimentos matemáticos, didáticos e pedagógicos de professores. Essas tarefas são estruturadas da seguinte forma: os professores são levados a refletir sobre os objetivos da questão apresentada, isto é, o que está sendo avaliado na questão. Em seguida lhes são apresentadas resoluções de alunos, e é pedido que eles avaliem e comentem essas resoluções, que expliquem que tipo de *feedback* dariam aos alunos, e que justifiquem suas opções. As resoluções de alunos são hipotéticas, porém possíveis de acontecer em sala de aula, tomando como referência questões apontadas pela literatura como delicadas no ensino da matemática.

The Task

In a mathematics test students were given the problem:

"Solve the equation: $|x| + |x-1| = 0$"

a. What do you think the examiner intended by setting this problem?

b. A student responded as follows:

"It is true that

$|x| + |x-1| = 0 \Leftrightarrow (|x| + |x-1|)^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (x-1)^2 + 2|x(x-1)| = 0 \Leftrightarrow$

$x^2 + x^2 - 2x + 1 + 2|x(x-1)| = 0$

Case 1: $x(x-1) \leq 0$

Then

$2x^2 - 2x + 1 - 2x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow 1 = 0$ Impossible.

Case 2: $x(x-1) \geq 0$

Then $2x^2 - 2x + 1 + 2x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow (2x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Therefore the solution of the equation is $x = \frac{1}{2}$."

What comments would you make to this student with regard to this response?

Figura 1. Exemplo de Tarefa (Biza, Nardi & Zacharíades, 2007).

Segundo os autores, apesar de não fornecer acesso às suas práticas efetivas, o envolvimento de professores com esse modelo de tarefas oferece informações representativas sobre suas concepções e, portanto, sobre suas *práticas intencionadas* (p.303). Biza, Nardi e Zachariades afirmam que essas tarefas se constituem em:

> (...) ferramenta para identificação e exploração matemática, didática e pedagógica de questões específicas relativas ao conhecimento dos professores (que questões puramente teóricas sobre pedagogia ou matemática não seriam possíveis de identificar); e, desencadeiam a reflexão do professor sobre essas questões. (Biza, Nardi e Zacharíades, 2007, p. 308, tradução nossa)

Desta forma, a partir das discussões, sobre as soluções apresentadas, que a princípio dizem respeito à prática (intencionada) dos professores, emergem concepções e conhecimentos sobre o conteúdo matemático escolar. Embora as tarefas tenham sido empregadas pelos autores nesse trabalho apenas como ferramenta para fazer emergir e explorar conhecimentos dos participantes, eles observam que este modelo tem grande potencial para ser usado como atividade de formação de professores.

A investigação

Como observa Moreira (2012), a tentativa de inserir no currículo de formação inicial de professores um bloco isolado de disciplinas com o papel de integrar pedagogia e conteúdo se mostrou ineficaz. Sendo assim, cabe buscar formas de promover a reflexão sobre o conteúdo da matemática escolar, ao mesmo que se reflete sobra a prática de sala e aula.

Levando essa perspectiva em consideração, desenhamos um modelo de tarefa, que passaremos a chamar de *tarefas problematizadoras*, em que são propostas a professores (em formação inicial ou em exercício) questões matemáticas com duas características fundamentais: (1) **versam sobre conteúdos familiares dos professores, que tenham papel chave nos currículos da educação básica brasileira e cuja aprendizagem envolva dificuldades amplamente reconhecidas por eles**; (2) **tratam esses conteúdos sem as garantias de validade que usualmente sustentam a realização de ações envolvendo os mesmos, isto é, por meio de representações, fatos ou procedimentos diferentes daqueles usualmente empregados na educação básica**. Desta forma, busca-se problematizar essas garantias de validade.

A tarefa é proposta para discussão coletiva em pequenos grupos de professores. A partir dessa discussão, buscamos acessar as concepções dos participantes sobre matemática escolar e encorajar sua reflexão sobre o conhecimento matemático para o ensino. Desta forma, procuramos promover a discussão sobre aspectos conceituais dos conteúdos matemáticos, porém não de forma desconecta da prática, e sim de forma que a reflexão sobre a sala de aula se faça presente. Entretanto, os conteúdos matemáticos não são trazidos para a discussão da forma como estes usualmente aparecem no cotidiano escolar. O objetivo desta característica do modelo de tarefa proposto é provocar um deslocamento para fora da *zona de conforto* do professor. Desta forma, espera-se trazer à superfície aspectos dos conteúdos e dos procedimentos usuais relacionados que podem ser assumidos como garantidos, promovendo uma re-problematização do conhecimento matemático necessário para o ensino.

Neste trabalho, analisaremos os resultados da aplicação de uma tarefa problematizadora com um grupo de professores do ensino básico. A tarefa analisada é parte de uma sequência, aplicada com o grupo em uma série de seções, cujo tema comum era *representação de números naturais, racionais e reais em sistemas de numeração posicional de base qualquer* (diferente da base 10). Essa sequência foi estruturada em etapas (tópicos e tipos de tarefas), como mostra a tabela 1, a seguir.

Desta forma, as tarefas que compõem a sequência abordam de conteúdos muito familiares aos professores da educação básica: reconhecimento de divisibilidade; algoritmos para as operações elementares com números naturais; representação fracionária e decimal de números racionais; representação decimal de números reais. Entretanto, esses conteúdos são tratados sem a principal garantia que sustenta sua manipulação na educação básica – neste caso, a base 10. Assim, passam a ser problematizados diversos fatos e procedimentos, que são muito conhecidos pelos professores e, consequentemente. assumidos como verdadeiros e empregados com pouca reflexão. Este modelo de tarefa permite, portanto, tornar explícitas propriedades que são comumente empregadas sem mesmo que os professores sejam conscientes de seu uso.

Tabela 1:
Tópicos e tipos de tarefas.

Campo numérico	**Tópicos**	**tipos de tarefas**
Naturais	Critérios de divisibilidade.	Determinar se números naturais dados são ou não pares, a partir de sua representação em um sistema posicional de base qualquer
		Determinar se números naturais dados são ou não múltiplos de um número natural *p* fixo, a partir de sua representação em um sistema posicional de base qualquer
		Generalizar critérios de divisibilidade para um sistema posicional de base qualquer
	Algoritmos para as operações elementares.	Realizar operações de adição, subtração, multiplicação e divisão em um sistema posicional de base qualquer
		Justificar os algoritmos para as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão em um sistema posicional de base qualquer
Racionais	Conversão de representações de números racionais.	Converter representações fracionárias para posicionais em bases quaisquer
		Converter representações posicionais para fracionárias em bases quaisquer
		Estabelecer critérios para determinar sob que condições a representação posicional em base qualquer de um número racional será finita ou não
Reais	Representação posicionais de números reais.	Expressar números reais em representação posicional de base qualquer

Assim como no caso do trabalho de Biza, Nardi e Zachariades (2007), o modelo de tarefas aqui proposto visa explorar conhecimentos de matemática para o ensino em um contexto em que a reflexão sobre a prática de sala de aula esteja presente. Entretanto, no modelo proposto pelos autores, as tarefas partem de um objetivo pedagógico: *analisar produções de alunos da educação básica*. Por outro lado, no nosso modelo, as tarefas têm um objetivo matemático.

Biza e seus colaboradores trabalham com tarefas em uma questão sobre a prática docente conduzindo a uma discussão sobre conteúdo, isto é, apresentam uma estrutura que *parte da prática docente* para atingir a reflexão sobre o conteúdo. Por outro lado, nossa tarefa *parte do conteúdo matemático*, sugerindo, à priori, um sentido oposto. Em ambos os casos, busca-se explorar o conhecimento matemático para o ensino de professores que emerge da discussão, porém, sugere-se uma relação de complementariedade entre os dois modelos.

Contexto e Metodologia

Os participantes da experiência foram 8 alunos do Mestrado em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), todos professores da educação básica, que cursavam a disciplina de Análise Real oferecida no primeiro semestre letivo de 2014. Esses participantes serão designados pelos pseudônimos: André, Bruno, Camila, Daniel, Eduardo, Felipe, Gabriela e Igor.

Embora se tratasse de uma disciplina eminentemente de conteúdo matemático, por se tratar de um curso de pós-graduação na área de ensino de matemática, seu objetivo declarado pelo professor responsável (segundo autor desse trabalho) era "estabelecer conexões entre os conteúdos matemáticos e abordagem da escola básica".

A experiência teve uma duração total de 9 seções, com 2 horas de duração cada, em que foi aplicada uma sequência de tarefas problematizadoras, estruturadas de acordo com a tabela 1. As seções ocorreram como parte das aulas regulares da referida disciplina. Durante as seções, as tarefas eram propostas como atividades individuais. Entretanto, com o objetivo de estabelecer um ambiente de discussão coletiva, os participantes eram encorajados a compartilhar impressões e dúvidas com o grupo. As intervenções dos pesquisadores eram duas formas: (1) durante a realização das tarefas, propondo coletivamente ao grupo questões visando ao aprofundamento de aspectos (de natureza matemática ou pedagógica) levantados pelos próprios participantes; ou indagando os participantes quanto a justificativas para as afirmações feitas por eles; (2) ao final de realização das tarefas, apresentando um fechamento para as mesmas (que procurava levar em conta as sugestões trazidas pelos participantes).

Os instrumentos de coleta dos dados incluíram: (1) gravação em áudio das seções (transcritas na integra); (2) anotações escritas tomadas pelos pesquisadores durante as seções; (3) anotações escritas dos participantes.

Neste artigo, analisaremos os dados da 6ª seção dessa sequência, em que foi proposta aos participantes a seguinte tarefa:

> Considere o número racional 163 + 7/8 (representado na base 10). Encontre a representação do número no sistema posicional de base 4.

Desta forma, a tarefa enfocava um procedimento familiar para os professores participantes: *conversão entre representações de números racionais*. Porém, foi retirada uma garantia de validade central na escola básica: a base 10.

Aplicação da Tarefa

Inicialmente, apresentou-se um esclarecimento inicial e intuitivo sobre a representação de um número real em um sistema posicional de base qualquer, em que se destacou esta ideia como generalização da representação de números naturais (que já havia sido discutida em seções anteriores). Em seguida, foi apresentada a definição mostrada na figura 2.

Definição 5.1 *Seja $\alpha \geqslant 2$ um número natural fixado. Dizemos que o número $a \in \mathbb{R}^+$ está expresso no* sistema de numeração posicional de base α *se a está escrito na forma:*

$$a = \sum_{k=-\infty}^{N} a_k \alpha^k$$

em que $(a_k)_{k \leqslant N}$ são números naturais tais que $0 \leqslant a_k < \alpha$ e $a_N \neq 0$, chamados algarismos. *Neste caso, denotamos:*

$$a = (a_N \ldots a_0, a_{-1} \ldots)_\alpha$$

Cada índice k é chamado uma ordem *na representação posicional de base α.*

Figura 2. Definição apresentada no material didático

Foi então proposta a tarefa que é objeto deste artigo: *encontrar a representação do número racional* 163 + 7/8 *no sistema posicional de base 4*. Os pesquisadores sugeriram que os participantes iniciassem a tarefa encontrando a representação da parte inteira do número e, em seguida, a da parte não inteira.

Os participantes chegaram ao consenso de que a maior potência de 4 que "cabe" em 163 é $64=4^3$, o que determinaria a ordem, e que deveriam então dividir 163 por 64 para determinar o algarismo. Nesse momento, André declara de maneira espontânea: "eu não sei dividir". O próprio André explica sua declaração, dizendo que sempre realizou os passos do algoritmo usual da divisão, sem entender o que garantia sua validade, e que, em sua prática pedagógica, limita-se a descrever esses passos para os alunos. O professor-pesquisador sugere então que seja pensado no processo inverso, isto é, procurar o maior número natural que multiplicado por 64 não ultrapasse 163. Depois disso, tomando o resto da divisão, o procedimento se segue até a determinação do próximo algarismo. Assim, os participantes apresentam a representação do número 163 na base 4 sem apresentar maiores dificuldades.

Seguindo adiante, eles passam a buscar a representação da parte não inteira 7/8 na base 4. O procedimento adotado dá continuidade àquele aplicado anteriormente à parte inteira: identificar quantas vezes 1/4 cabe em 7/8: em seguida quantas vezes 1/16 cabe no resto da etapa anterior; e assim sucessivamente até que o resto encontrado seja zero (o que, neste caso, ocorre logo na segunda etapa do procedimento). Desta forma, os participantes chegam à representação procurada:

$$163 + \frac{7}{8} = (2203{,}32)_4$$

O professor-pesquisador destaca que este é um caso em que o número possui representação finita na base 4. Porém, poderia acontecer do procedimento não terminar em um número finito de passos e, neste caso o número teria representação infinita e periódica (no caso da base 10, a representação seria uma dízima periódica).

Inicia-se então um segundo momento da Tarefa, em que os pesquisadores passam a indagar os participantes quanto às justificativas para os procedimentos adotados por eles, apontando eventuais questões que não tenham ficado bem compreendidas. Os participantes hesitam em se manifestar verbalmente, até que André acena, sinalizando que gostaria de outra explicação. Quando questionado sobre o motivo de suas dúvidas, ele faz referência à operação de divisão envolvida no procedimento. André aponta para uma dúvida que apareceu quando, em outra

situação, tomara contato com o algoritmo de divisão por estimativas, até então, desconhecida por ele. Ele relata que até então realizava o algoritmo usual "sem compreender realmente suas etapas", e que o algoritmo da divisão por estimativas "faz todo sentido". Neste momento, Bruno, exclama: "Exato!" e André continua:

> Resolvo mecanicamente, mas… essas coisas do zero… Eu não sei. E o pessoal fala assim: 'Pô! Mas o cara tem que saber isso!' aí dá até um certo… Como que eu vou falar que eu não sei um troço desse...

A partir daí, André continua comentando sobre o algoritmo da divisão:

> Aquele negócio de você pegar… Baixa um número, agora você divide, quando 'não dá' joga o zero… O que tá significando cada coisa com relação a unidade, dezena, centena pra mim não faz sentido nenhum.

Em seguida, os pesquisadores indagam se essas questões haviam sido abordados na formação inicial dos participantes. Nesse momento, André declara que:

> Hoje em dia eu só ensino aos meus alunos o por estimativa. Não exclusivamente ele, mas eu só uso ele porque é o algoritmo que eu sei o que tá acontecendo, porque se eu passar o outro, vou simplesmente reproduzir uma forma mecânica.

Os pesquisadores indagam, então, os demais participantes quanto à compreensão do algoritmo da divisão, e se eles teriam perfeito domínio do procedimento ensinado nas escolas. Camila se manifesta dizendo: "Perfeitamente, não…". Bruno também se manifesta afirmando: "Eu entendo, mas também assumo certa falha porque eu dando aula nunca expliquei assim…" ao se referir ao algoritmo da divisão por estimativas. Daniel comenta: "Acho que ninguém entende porque nunca ninguém parou pra pensar nisso…" e continua: "Assim você reproduz os mesmos erros que o seu professor cometia…". Bruno, então complementa a afirmação de Daniel: "É preciso saber como ensinar."

Após esse momento de discussão, os participantes se mostram esclarecidos do procedimento de mudança de base e de sua justificativa matemática.

A Tarefa foi desenhada especificamente para desenvolver nos professores um olhar crítico para a abordagem dada à representação posicional de números racionais. Essa discussão tinha o objetivo de proporcionar posteriormente uma problematização do ensino de números reais na escola básica. O procedimento utilizado para determinar a representação posicional em outra base provocou um deslocamento em direção a um terreno desconhecido, em que os participantes não têm segurança quanto às etapas dos procedimentos. Em particular, a experiência ofereceu uma oportunidade para que os professores manifestassem dúvidas e anseios que, em outras circunstâncias, poderiam se sentir constrangidos a externar (pela suposta "trivialidade" dos conceitos matemáticos envolvidos).

Análise dos Dados

Em uma etapa inicial, os participantes são levados a refletir sobre o procedimento utilizado para encontrar a representação posicional de uma fração em um sistema de representação posicional de base qualquer (não decimal). Entretanto, nesse caminho, um deles apresentou inseguranças quanto ao algoritmo da divisão, empregado nas etapas do procedimento. Essa insegurança levou o grupo a um momento de questionamentos e exposição de anseios relativos ao algoritmo amplamente utilizado no ensino da operação de divisão na escola básica. A exposição desse anseio foi o estopim para uma discussão coletiva sobre essa insegurança.

Seguiu-se então um momento o qual os participantes passaram a expor reflexões sobre o procedimento, buscando responder às dificuldades encaradas por eles. Essas reflexões desencadearam uma discussão sobre o ensino da divisão no Ensino Fundamental e eles expuseram a necessidade da problematização dos procedimentos utilizados mecanicamente.

Nesta etapa da discussão coletiva os mestrandos trouxeram comentários relativos à sua própria prática docente, como no caso do André. Segundo ele, ao ensinar seus alunos na escola básica, prefere utilizar o algoritmo por estimativas, uma vez que sabe justificar e esclarecer cada etapa e, desta maneira, torna-se mais evidente o que está acontecendo. Podemos identificar aqui que André procura propor uma alternativa para evitar e sanar possíveis dificuldades dos alunos.

Os demais participantes não assumiram espontaneamente dúvidas relativas ao algoritmo da divisão, porém, quando questionados sobre a clareza do procedimento outros dois se manifestaram. Camila confessa que não compreende perfeitamente o algoritmo e fica reticente. Bruno aponta para uma falha na sua própria prática docente, uma vez que, apesar de compreender o algoritmo, ele não justifica para seus alunos o que acontece em cada etapa, o que acredita que deve ser feito e, por isso, recomenda o uso do algoritmo por estimativas para o ensino da operação de divisão.

Podemos identificar, com a aplicação da Tarefa, crenças dos participantes sobre o ensino de matemática. Posicionamentos sobre o que deve ser mais bem compreendido pelos alunos e como deve ser abordado o conteúdo emergiram durante o processo. A discussão coletiva propiciou outro olhar para o algoritmo da divisão. Afastar o professor de sua zona de conforto, isto é, remover as garantias que sustentam a validade de fatos, foi uma maneira de provocar a reflexão sobre a estrutura que permeia os procedimentos comumente usados na escola básica.

Conclusões

A partir da realização da Tarefa, os participantes trouxeram explicitamente referências da própria prática, especialmente no caso de André e Bruno. Ambos comentaram espontaneamente sobre suas experiências. Em meio a uma discussão, emergiram questões relativas à maneira como deve ser ensinado o conteúdo.

O envolvimento dos mestrandos com a Tarefa possibilitou trazer a sala de aula da escola básica para a discussão sobre o conteúdo, gerando uma ressignificação de aspectos teóricos matemáticos, com fins ao ensino. Acreditamos que abordagem de Tarefas Problematizadoras seja uma maneira viável de trazer a sala de aula para a formação do professor de modo que o conteúdo matemático seja discutido a partir da prática e para a prática. No caso de professores em formação inicial, esta abordagem pode ser adaptada de modo a conduzir os futuros professores a refletirem sobre as suas experiências como alunos de escola básica. Partindo do pressuposto de que a formação não se resume a três blocos de disciplinas que não se relacionam (como indicam Moreira & David, 2007), procuramos propor um modelo de Tarefa elaborada para, a partir de um conteúdo matemático (apresentado de forma que as garantias de validade usuais da escola básica são problematizadas), promover uma discussão a partir da prática e para a prática.

Podemos notar também que a orientação da Tarefa proposta aqui seguiu, de fato, uma direção oposta à do modelo apresentado por Biza et al (2007). Enquanto a Tarefa de Biza et al parte de uma questão diretamente relacionada com a prática, em direção a reflexões sobre o conteúdo; nossa proposta parte de uma reflexão sobre conteúdo, em direção à reflexões sobre a prática.

Nesse sentido, a Tarefa apresentada abriu espaço na formação do professor para uma exploração do conteúdo matemático a partir da busca por justificativas para garantias de validade comumente adotadas na escola básica (neste caso, os passos de diferentes algoritmos para a divisão), como defendem Fiorentini e Oliveira (2013). Assim, acreditamos que o modelo de Tarefa problematizadoras proposto possa contribuir com o desenvolvimento do conhecimento matemático para o ensino (Ball et al. 2009).

Referências e bibliografia

Ball, D. L., Thames, M. H., Bass, H., Sleep, L., Lewis, J., & Phelps, G. (2009). A practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1, 95-98.

Ball, D. L. (1988). The Subject Matter Preparation of Prospective Mathematics Teachers: Challenging the Myths.

Biza, I., Nardi, E., & Zachariades, T. (2007). Using tasks to explore teacher knowledge in situation-specific contexts. Journal of Mathematics Teacher Education, 10(4-6), 301-309.

Fiorentini, D. & Oliveira , A. (2013). O lugar da matemática na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? Bolema, Rio Claro, 27(47), 917-938.

Moreira, P. C., & David, M. M. M. S. (2005). O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. Revista Brasileira de Educação, 28, 50-61.

Moreira, P. C. (2012). 3+ 1 e suas (In) Variantes (Reflexões sobre as possibilidades de uma nova estrutura curricular na Licenciatura em Matemática). Bolema, Rio Claro, 26(44), 1137-1150.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational researcher, 4-14.

Alguns apontamentos sobre o que professores dos anos iniciais relatam sobre sua experiência como alunos

Vanessa **Zuge**
Universidade Federal de Santa Maria
Brasil
nessazuge@hotmail.com
Diana Vandréia **Dal Soto**
Universidade Federal de Santa Maria
Brasil
dianaufsm2012@gmail.com
Luís Sebastião Barbosa **Bemme**
Universidade Federal de Santa Maria
Brasil
luisbarbosab@yahoo.com.br
Paula **Lucion**
Universidade Federal de Santa Maria
Brasil
paula-lucion@hotmail.com

Resumo

O presente trabalho objetiva discutir o que os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental pensam sobre Matemática, a partir do que relatam sobre suas experiências como alunos de Matemática na Educação Básica. Os dados foram coletados através de um questionário aplicado a professores participantes da formação continuada que integra o Programa Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) no estado do Rio Grande do Sul (RS) – Brasil. Os resultados apontam indícios de que as experiências vivenciadas pelos docentes enquanto alunos de Matemática tendem a influenciar não só suas percepções acerca dessa área do conhecimento, como também suas ações em sala de aula, e assinalam a importância de espaços de formação onde o professor possa refletir sobre suas experiências enquanto aluno de Matemática e, a partir destas, discutir sobre sua constituição docente.

Palavras chave: Educação Matemática, Anos Iniciais, Formação de Professores, Experiências, Programa Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC).

Considerações iniciais

O presente artigo origina-se de uma investigação desenvolvida no âmbito do projeto "Educação Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: princípios e práticas da organização do ensino", o qual é vinculado ao Observatório da Educação (OBEDUC/PPOE) e financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). O referido projeto é uma parceria de quatro instituições de ensino superior: Universidade Federal

de Santa Maria, (UFSM) Universidade de São Paulo (USP) – Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo (USP) – São Paulo e Universidade Federal de Goiás (UFG), e possui como intuito investigar aspectos relativos ao ensino e aprendizagem de Matemática nos anos iniciais, os quais contemplam também a formação de professores.

Na UFSM, o projeto está a cargo do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEMat), criado em 2009 e constituído por professores universitários, professores da Educação Básica, estudantes dos cursos de graduação em Pedagogia e Matemática - Licenciatura e estudantes da Pós-Graduação em Educação e em Educação Matemática e Ensino de Física. As diversas ações de ensino, pesquisa e extensão ligadas ao GEPEMat possuem como objeto comum a Educação Matemática e, mais especificamente, a Educação Matemática dos anos iniciais. A principal preocupação do grupo centra-se na formação do professor da educação básica sem deixar de se preocupar com os processos de aprendizagem dos alunos.

As ações e pesquisas relacionadas ao projeto OBEDUC/PPOE e ao GEPEMat, entre elas a investigação apresentada neste momento, são pensadas e discutidas com base nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, que tem em Lev Semenovich Vygotsky seu maior expoente e da Teoria da Atividade (LEONTIEV, 1983, 1978). Nossos estudos tem nos levado a compreender os conhecimentos matemáticos, e os demais conhecimentos atualmente sistematizados, como frutos de necessidades humanas em determinada época, o que os coloca como herança cultural que deve ser compartilhada com as futuras gerações. Neste contexto, a escola surge com o objetivo principal de proporcionar meios para que o educando se aproprie desses conhecimentos, chamados por Vygotsky (1991) de conhecimentos científicos.

Além de um nível mais elevado de abstração, os conhecimentos científicos requerem situações formais de aprendizagem, pois segundo Damazio (2010, p. 16) são "um sistema de relações que o homem já estabeleceu e que chegou ao nível elevado de abstração com base em leis, princípios e teorias, apresentando propriedades próprias". Necessitam ainda de intencionalidade, cabendo ao professor a tarefa de organizar o ensino nessa perspectiva, visando a aprendizagem do aluno.

Embora saibamos da complexidade de temática referente à docência, dada a importância do professor no processo de ensino e aprendizagem, entendemos como necessário refletir sobre as muitas dimensões do processo de formação desse profissional. Assim, optamos por discutir nesse artigo o que os professores dos anos iniciais pensam sobre Matemática, a partir do que relatam sobre de suas experiências como alunos de Matemática na Educação Básica. Para tal, inicialmente faremos uma breve introdução sobre os fundamentos teóricos que embasam nosso estudo, em seguida traremos o contexto da pesquisa e posteriormente apresentaremos os dados resultantes de um questionário respondido por professores que participam da formação continuada que integra o Programa Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) no estado do Rio Grande do Sul (RS) – Brasil, seguido das discussões dos mesmos.

Breve referencial teórico

Não é de hoje que a Matemática vem sendo atrelada ao motivo do fracasso escolar de muitos estudantes. Embora pesquisas e discussões nessa direção tenham se ampliado, ainda encontramos professores e alunos que a consideram uma disciplina difícil, tanto de aprender como de ensinar, acarretando em grandes índices de reprovação. Uma das justificativas seria o ensino descontextualizado e distante da realidade do aluno. Este fato não é diferente quando nos remetemos especificamente a Matemática ensinada nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Diante de tal impasse muitas vezes surgem indagações sobre qual seria, de fato, a Matemática a ser ensinada nas escolas. Deveríamos ensinar aos alunos somente os conteúdos consideramos "práticos", de aplicação direta em seu cotidiano fora da escola ou deveríamos nos preocupar também com conhecimentos ditos científicos ou "teóricos", já devidamente sistematizados?

Buscando responder essa questão, Rigon, Asbahr e Moretti (2010) nos pontuam que

> O objeto da atividade pedagógica é a transformação dos indivíduos no processo de apropriação dos conhecimentos e saberes; por meio dessa atividade – teórica e prática -, é que se materializa a necessidade humana de se apropriar dos bens culturais como forma de constituição humana (Rigon; Asbahr; Moretti, 2010, p. 24).

Essa transformação dos indivíduos citada pela autora vai ao encontro do que diz Vygotsky (2005) quando explicita que o aprendizado deve ser meio de promover o desenvolvimento. Isto é, a educação deixa de ser vista como mero acúmulo de conteúdos ou habilidades e ganha uma nova dimensão.

> Assumir a educação como atividade, no sentido atribuído por Leontiev, significa considerar o conhecimento em suas múltiplas dimensões, como produto da atividade humana. Nesse sentido, em cada conceito está encarnado o processo lógico-histórico de sua produção (Rigon; Asbahr; Moretti, 2010, p. 24).

Propor situações didáticas que favoreçam o desenvolvimento dos estudantes a partir da perspectiva teórica assumida nesse trabalho implica ainda em considerar os seguintes aspectos: "a matemática como produto cultural e ferramenta simbólica, e a infância como condição histórico-cultural de ser do sujeito que aprende" (Moura, 2007, p. 41). Ou seja, é necessário que a criança se aproprie das diferentes formas de conhecimento do grupo social onde está inserida, para que assim se desenvolva e se constitua como integrante do mesmo. Em outras palavras, é necessário que ela se apodere dos meios culturais de onde vive.

Entretanto, não é qualquer ensino que propiciará o desenvolvimento dos estudantes. Ele precisa ocorrer de maneira organizada e intencional, de modo que efetivamente busque contribuir com a apropriação da cultura pelos indivíduos. Trazendo esse fato aos dias atuais, podemos verificar que é a escola que cumpre tal papel. Conforme nos coloca Lima (2007),

> [...] a existência da escola cumpre um objetivo antropológico muito importante: garantir a continuidade da espécie, socializando para as novas gerações as aquisições e invenções resultantes do desenvolvimento cultural da humanidade (Lima, 2007, p.17).

Uma vez que a Matemática é considerada um dos instrumentos criados pelo homem para satisfazer suas necessidades de sobrevivência e integração nos grupos culturais, deve ser compartilhada com os demais membros da espécie humana, para que ao apropriarem-se do processo lógico-histórico que levou ao surgimento de tais conhecimentos, e consequentemente ao desenvolvimento da humanidade, desenvolvam-se como indivíduos.

> A matemática, como produto das necessidades humanas, insere-se no conjunto dos elementos culturais que precisam ser socializadas, de modo a permitir a integração dos sujeitos e possibilitar-lhes o desenvolvimento pleno como indivíduos, que, na posse de instrumentos simbólicos, estarão potencializados e capacitados para permitir o desenvolvimento do colectivo (Moura, 2007, p.44).

Ao tomarmos a Matemática como parte da cultura humana, compreendemos a importância do professor no processo de apropriação do conhecimento por parte dos alunos, caracterizando-se como ator principal na organização do ensino. A forma como organizará sua prática pedagógica será resultado de distintos momentos de sua formação. Iniciará com os conhecimentos adquiridos na formação inicial, ou até antes dela através de experiências como aluno da Educação Básica, e irá constituir-se e reconstituir-se no decorrer de sua ação e reflexão sobre a ação.

Nesse sentido, podemos dizer que a almejada melhoria na Educação Básica perpassa por inúmeros fatores que vão desde a infraestrutura das escolas até a formação inicial e continuada docente e o que pode contribuir para melhor compreendermos essa situação é o desenvolvimento de pesquisas sobre o tema.

Ultimamente tem ocorrido um aumento no número pesquisas que possuem como temática a formação de professores e, mais especificamente, a formação de professores que ensinam Matemática. Contudo, ainda há muito que pesquisar e construir nesse campo para que efetivamente as práticas avancem qualitativamente.

Além disso, pesquisas já existentes, como as de Moretti (2007) e Ferreira (2008), apontam para a necessidade de uma nova compreensão sobre a formação docente. Conforme já citado anteriormente, a formação docente precisa ser entendida como um processo contínuo que se dá durante toda a experiência profissional com o processo de ensino e aprendizagem. Nenhum indivíduo nasce professor, ele vai formando-se durante toda sua vida. Isto se torna claro ao observarmos uma fala de Mizukami (2008)

> Os processos de aprender e ensinar, de aprender a ser professor e de desenvolvimento profissional de professores são lentos, iniciam-se antes do espaço formativo dos cursos de licenciatura e se prolonga por toda a vida. A escola e outros espaços de conhecimentos são contextos importantes nessa formação (Mizukami, 2008, p. 214).

De igual modo, Lopes (2009) também salienta que a formação docente precisa ser concebida como um movimento que embora composto de momentos distintos, constitui-se um mesmo processo de formação, provavelmente iniciado muito antes do ingresso no ensino superior e prolongado por toda a vida profissional.

> O professor não nasce professor. Ele se constitui historicamente; aprende sem se desvincular do mundo que o rodeia; aprende com o outro e aprende também refletindo. O saber e o fazer constituem-se em elos inseparáveis. Formar-se professor é mais do que frequentar um curso superior (Lopes, 2009, p. 55).

A partir da fala dessas autoras podemos afirmar que a formação docente deve ocorrer numa dinâmica que valorize o professor como indivíduo histórico-cultural, que carrega consigo experiências a compartilhar e aprendizados a construir, os quais possivelmente refletirão no modo de organização do ensino e até mesmo na compreensão sobre as diversas áreas de conhecimento. Nesse sentido, nossa pesquisa, que insere-se em um contexto formativo, opta por voltar o olhar para um dos momentos constituintes da docência, buscando nos relatos dos professores sobre suas vivências e experiências como alunos, indícios sobre o que pensam sobre a Matemática.

O contexto da pesquisa

Conforme já citado anteriormente, o objetivo desse trabalho é discutir sobre o que os professores dos anos iniciais pensam sobre Matemática, a partir do que relatam sobre suas experiências como alunos de Matemática na Educação Básica. Os dados da pesquisa foram coletados através de um questionário com perguntas abertas e de múltipla escolha e aplicado aos professores orientadores de estudos do Programa Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), desenvolvido na região de abrangência da Universidade Federal de Santa Maria - Brasil.

O PNAIC configura-se como um acordo firmado entre governo federal brasileiro e governos estaduais e municipais, objetivando principalmente que todas as crianças estejam alfabetizadas em língua portuguesa e matemática até os oito anos de idade, o que ocorre ao final do 3º ano do Ensino Fundamental (Brasil, 2012). Uma das propostas é promover a formação continuada para professores alfabetizadores que atuam na rede estadual e municipal de ensino, o qual é conduzido por professores orientadores de estudo que, por sua vez, também recebem formação específica. A formação destes orientadores de estudos fica a cargo das Instituições de Ensino Superior (IES), através dos professores formadores. Em outras palavras pode-se dizer que os orientadores de estudos são os multiplicadores da formação continuada nos municípios, conforme vemos no esquema abaixo.

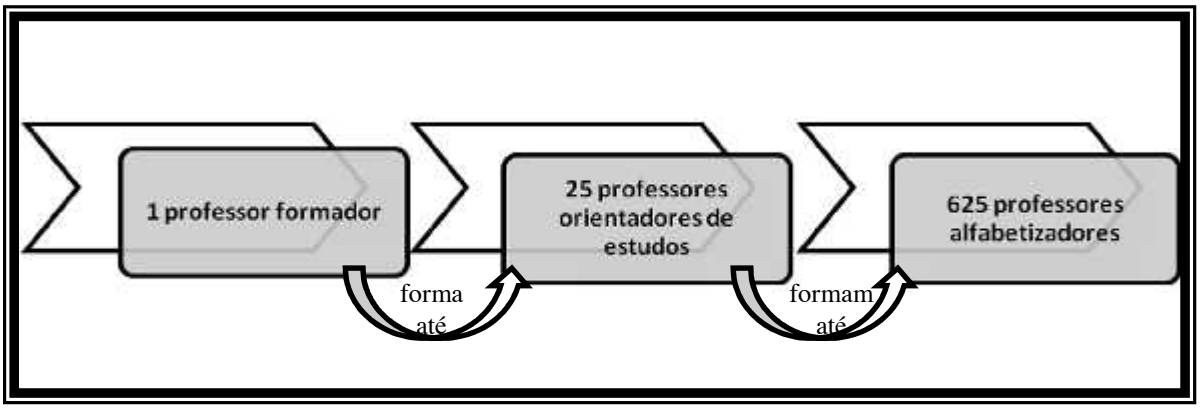


Figura 1: Dinâmica de formação do PNAIC.
Fonte: Sistematização dos autores.

O programa, embora instituído em 2012, foi efetivamente implementado no ano de 2013, com continuidade em 2014, sendo que no seu primeiro ano foi desenvolvido um trabalho voltado apenas para a Língua Portuguesa e no ano seguinte Língua Portuguesa e Matemática concomitantemente.

No estado Rio Grande do Sul (RS), as instituições responsáveis pelas formações dos orientadores de estudos são a Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) e a Universidade Federal de Pelotas (UFPEL). As formações que competem à UFSM estão ocorrendo em três cidades-polo: Caxias do Sul, Santa Maria e Santa Rosa. A pesquisa em questão está sendo desenvolvida na cidade de Santa Maria, onde cerca de 200 professores orientadores de estudos recebem a sua formação, distribuída em um encontro de formação inicial com 40 horas, quatro encontros de acompanhamento com duração 32 horas cada e um seminário final com 24 horas. As temáticas dos cadernos de formação tomados como base no decorrer dos encontros foram:

- Organização do trabalho pedagógico;
- Quantificação, registros e agrupamentos;
- Construção do sistema de numeração decimal;
- Operações na resolução de problemas;
- Geometria;
- Grandezas e medidas;
- Educação estatística;
- Saberes matemáticos e outros campos do saber;
- Educação matemática no campo;
- Educação matemática inclusiva;
- Jogos na educação matemática.

Com a devida autorização da coordenação do programa, no primeiro dos seminários de acompanhamento, estes orientadores de estudos foram convidados a responder de maneira anônima um questionário que objetivava, entre outros aspectos, levantar dados sobre o perfil dos orientadores de estudos participantes, apanhar relatos de suas experiências enquanto alunos de Matemática na Educação Básica, buscar indicadores sobre como esses profissionais compreendem essa área do conhecimento e buscar entender em que medida a participação em um movimento de formação pode refletir na organização do ensino.

Na entrega dos questionários foram esclarecidos os objetivos da pesquisa e destacada a importância da participação de todos os sujeitos, no entanto, por se tratar de uma participação voluntária, do total de questionários entregues foram devolvidos 56, o que corresponde a cerca de 25% do número de orientadores de estudos. Deste total tomamos uma amostra composta de 10 para apresentar nesse artigo por considerarmos estes como os que nos forneceram dados mais explícitos em relação a que pretendíamos discutir.

O que nos contam os professores sobre a Matemática

Com vistas a atingir o propósito deste artigo, nos deteremos em duas perguntas do questionário, que eram: "*Para você, o que é Matemática?"* e "*Como foi sua experiência como aluno de Matemática?*". A partir dessas indagações buscamos discutir as possíveis relações entre as experiências dos professores enquanto alunos de Matemática e a maneira como visualizam essa área do conhecimento atualmente.

Para fins de organização e anonimato dos colaboradores, foram nomeados aleatoriamente com letras do alfabeto, sendo que suas respostas encontram-se descritas no quadro 1 e discutidas na sequência.

Quadro 1: Respostas dos questionários.

	Para você, o que é Matemática?	**Como foi sua experiência como aluno de Matemática?**
Professor A	É um dos componentes do currículo escolar que objetiva o desenvolvimento do pensamento lógico.	A memória que tenho é de muitos cálculos e problemas matemáticos. Também me lembro de decorar a tabuada.
Professor B	Primeiramente, acreditava ser um "bicho de sete cabeças"; hoje, depois de já ter estudado sobre a alfabetização	Muito ruim. Meu nível de maturidade era bastante inferior ao exigido. Tirei meu único "vermelho" na 7ª série,

	matemática vejo-a de forma mais encantadora.	pois, na época, não compreendia porcentagem e juros.
Professor C	É uma ciência que estuda os números e suas funções no dia a dia.	Apesar de ter sido um ensino mecânico e sistematizado foi uma experiência muito boa.
Professor D	É parte de um todo, e parte muito importante para a compreensão do mundo e interação com o mesmo.	Frustrante. Peguei exame da 4ª até a 7ª série. Na 8ª série decidi que precisava aprender, pois precisaria para a vida. A partir desse momento superei minha dificuldade.
Professor E	Para mim, matemática é tudo o que tem relação com o número ou quantidade (Meu celular, meu peso, horas, localização espacial....)	Sempre tive facilidade com matemática, sempre foi bom, eu entendia o processo, sabia o porque e como chegar nos resultados. Nunca soube decorar, mas sim chegar no resultado, sabia fazer.
Professor F	Matemática faz parte do cotidiano e está em toda parte; é muito mais do que números e operações, embora menos explorada na escola, matemática é geometria, gráficos, espaço e forma, etc.	Muito tradicional, arraigado na resolução de cálculos e atividades muitas vezes abstratas, sem relação com a realidade.
Professor G	É a área do conhecimento que trata sobre resoluções de problemas e questões ligadas às Ciências Exatas como cálculos, previsões, estimativas, mas que deve existir como função social.	Foi baseada no "aprender porque tem que aprender", no "decorar símbolos".
Professor H	Números, raciocínio lógico, pensamento algébrico, medidas.	Boa. Não utilizava material concreto, mas gostava de matemática porque encontrava lógica.
Professor I	Cálculos, operações, problemas.	Bastante tradicional.
Professor J	Não respondeu.	O que aprendi na época, está presente até agora. Muitas coisas que consigo resolver é herança do que aprendi como aluna de Matemática nas séries inicias.

Fonte: Dados da pesquisa.

O professor A, evidencia experiências relacionadas a muitos cálculos e memorizações da tabuada remetendo à estrutura lógica de padrões, encontrada na Matemática, sendo isto explícito na definição apresentada para a área do conhecimento. De igual modo, o professor H cita o raciocínio lógico como definição para a Matemática, entretanto difere do anterior ao mencionar que suas lembranças são boas, embora não fossem utilizados materiais concretos no ensino.

Já o professor B, destaca uma mudança de qualidade através de um novo olhar para a Matemática a partir de seu estudo mais aprofundado na perspectiva da alfabetização. As experiências negativas que levavam a pensá-la como incompreensível foram superadas. Assim como no relato do professor D, isto nos dá indícios da importância dos espaços de formação para a constituição e (re) constituição docente e vai ao encontro do que pontua Lopes (2009) quando afirma que

> (..) qualquer proposta de formação deve partir do pressuposto de que o aprender a ser professor é contínuo e necessita que o sujeito se aproprie de instrumentos que lhe permitam ir construindo e reconstruindo a sua aprendizagem ao longo do exercício de sua profissão (Lopes, 2009, p. 44).

O aspecto que se evidencia nos questionários respondidos pelos professores C e E é a definição da Matemática como sendo tudo aquilo que está relacionado aos números ou quantidades, inclusive através de exemplos. Intrínseca a essa definição podemos dizer que está a necessidade do controle de variação de quantidades, que levou o homem a criação do número (Ifrah, 1998). Outro fator que chama atenção é a lembrança positiva de quando alunos, diferente da grande maioria, o que possivelmente está associado com os indícios da compreensão do conceito em questão.

Por sua vez, as repostas das indagações contidas no questionário do professor F mostram que enquanto aluno vivenciou uma Matemática sem contextualização com a realidade, embora caracterize que a mesma faz parte do cotidiano e está em toda a parte. Podemos inferir que o docente toma as carências do ensino vivenciadas na Educação Básica como elementos da definição do que seria essa área do conhecimento, elucidando a relação entre elas.

As afirmações contidas no questionário respondido pelo professor I manifestam que a partir das vivências com um ensino "bastante tradicional", a Matemática pode ser entendida como "cálculos, operações e problemas". Embora seja colocada como Ciência Exata e necessária, possuidora de importante papel social, não explicitar tal atribuição pode ser uma consequência do "decorar símbolos", conforme posto pelo professor G.

Nesse ponto, lembramos de Moura (2007) que nos aponta quanto a importância de trabalharmos os conceitos matemáticos relacionados a questões concretas e que estejam vinculados ao universo cultural dos alunos, pois é, dessa forma, envolvidos no motivo de satisfazer suas necessidades, por meio de ações colaborativas, que irão construir um aprendizado duradouro para suas vidas.

> O conteúdo matemático é constituído de signos articulados por regras que, operadas de forma lógica, produzem um resultado que tem um suporte na realidade objectiva. Isto é, ao serem aplicados na solução de problemas concretos, os conceitos deverão permitir uma intervenção objetiva na realidade. Com isso queremos dizer que os conhecimentos que vingam são aqueles que têm uma prova concreta quando testados na solução de problemas objetivos (MOURA, 2007, p.50).

Por fim, mas não menos importante, observa-se que a resposta descrita no questionário do professor J para o segundo questionamento permite evidenciar de modo contundente a existência de uma relação entre as experiências dos docentes enquanto alunos de Matemática e a sua prática atual, quando coloca: "O que aprendi na época, está presente até agora. Muitas coisas que consigo resolver é herança do que aprendi como aluna de Matemática nas séries inicias".

De modo geral, pode-se perceber que implícita ou explicitamente em quase todas as respostas há uma consonância sobre o que os professores dos anos iniciais pensam sobre Matemática e as suas experiências enquanto alunos de Matemática, sejam elas positivas ou negativas.

Considerações finais

Ao finalizar essa escrita que objetivava discutir sobre o que os professores dos anos iniciais pensam sobre Matemática a partir do relato de suas experiências como alunos de Matemática na Educação básica buscamos tecer algumas considerações.

Acreditamos que os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural nos oferecem subsídios para compreender a Matemática como um conhecimento desenvolvido historicamente para suprir necessidades humanas de determinada época, devendo assim ser compartilhada com os demais membros da espécie para que, ao apropriarem-se desse elemento cultural, desenvolvam-se como indivíduos.

Pensar a Matemática nessa perspectiva implica assumir que o seu ensino deve ser organizado de maneira que proporcione ao estudante os elementos necessários para a apropriação desses conhecimentos.

Tratar sobre o ensino da Matemática a partir de uma visão que descontrói a forma tradicional de ensino, prevê partir das situações e problemas cotidianos, ou seja, da realidade de vida dos alunos. Mas, obviamente, a função da escola não pode reduzir-se apenas a esses conhecimentos. Implica, sim, partir dos conhecimentos cotidianos dos alunos para ampliá-los, de modo a desenvolver o que Vygotsky denomina de conhecimentos científicos. Para que isto ocorra são necessárias situações de ensino intencionais, cuja organização atualmente cabe prioritariamente ao professor no espaço da escola.

Considerando esse importante papel do professor no processo de ensino e aprendizagem, torna-se necessário refletir sobre a formação docente. Através dos dados discutidos neste trabalho, encontramos indícios de que as experiências que o aluno tem no decorrer da Educação Básica tendem a influenciar nas suas percepções futuras acerca da área do conhecimento. Nesse caso as experiências do professor enquanto aluno de Matemática possivelmente influenciam também em suas ações docentes.

A partir disso, os resultados nos levam a inferir sobre a importância da formação permanente dos professores, a qual deve ser constituída em meio a espaços de estudo e discussões que os considerem como indivíduos histórico-culturais, permitindo a reflexão constante sobre suas práticas e experiências, inclusive aquelas advindas de antes do ingresso na atividade docente.

Por fim, ao constatarmos a complexidade acerca das reflexões sobre a formação de professores, evidenciamos não só a necessidade da ampliação da pesquisa através de uma análise minuciosa de todos os questionários, como também um aprofundamento de conhecimentos teóricos relacionados à temática.

Referências

Brasil. Portaria n. 867 de 04 de julho de 2012. Institui o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa a as ações do Pacto e define suas diretrizes gerais. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF, 5 jul. de 2012. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/provinha_brasil/legislacao/2013/portaria_n867_4julho2012_provinha_brasil.pdf>. Acesso em: 25 abr. 2014.

Damazio, A. Desenvolvimento de conceito matemático: uma leitura histórico-cultural. In: Mendes, S.; Carvalho, J. A. De C.; Damazio, A. (Org.). *Educação Matemática:* contextos e práticas. Teresina: EDUFPI, 2010.

Ferreira, A. C. O trabalho colaborativo como ferramenta e contexto para o desenvolvimento profissional: compartilhando experiências. In: Nacarato, A. M.; Paiva, M. A. V. (Org.). *A formação do professor que ensina Matemática:* perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autentica, 2008.

Ifrah, G. *Os números:* história de uma grande invenção**.** São Paulo: Editora Globo, 1998.

Leontiev, A. *Actividad, conciencia e personalidad*. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.
_____. *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

Lima, E. S. *Indagações sobre currículo:* currículo e desenvolvimento humano. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2007.

Lopes, A. R. L. V. *Aprendizagem da docência em matemática:* o Clube de Matemática como espaço de formação inicial de professores. Passo Fundo: Editora UPF, 2009.

Mizukami, M. das G. N., Aprendizagem da docência: conhecimento específico, contextos e práticas pedagógicas. In: Nacarato, A. M.; Paiva, M. A. V. (Org.). *A formação do professor que ensina Matemática:* perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autentica, 2008.

Moretti, V. *Professores de matemática em Atividade de ensino:* Uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente. 2007. 208f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação – USP, São Paulo.

Moura, M. O. de. Matemática na infância. In: Edições Gailivro (Org.). *Educação matemática na infância:* Abordagens e desafios. Vila Nova de Gaia: Gailivro, 2007. p. 39-64.

Rigon, A. J.; Asbahr, F. S. F.; Moretti, V. D. Sobre o processo de humanização. In: MOURA, M. O. de (Org.). *A atividade pedagógica na teoria histórico cultural*. Brasília: Liber Livro: 2010, p. 13 – 44.

Vygotsky, L. S. *Pensamento e linguagem***.** 3.ed. São Paulo: M. Fontes, 1991.

Vygotsky, L. S. Aprendizagem e Desenvolvimento Intelectual na Idade Escolar. In: LEONTIEV, A. N. et al. *Psicologia e pedagogia:* bases psicológicas da aprendizagem e do desenvolvimento. São Paulo: Centauro, 2005. p. 25-42.

Análise da relação ao saber matemático de professores brasileiros e franceses que atuam nos primeiros anos da escolaridade

Luciana Silva dos **Santos**
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Brasil
lucianasantos08@gmail.com
Marcelo **Câmara dos Santos**
Universidade Federal de Pernambuco
Brasil
marcelocamaraufpe@yahoo.com.br

Resumo

Esta pesquisa está sendo desenvolvida no doutorado PPGEC-UFRPE, caracteriza-se como qualitativa e objetiva analisar as características constitutivas da relação ao saber matemático de professores brasileiros e franceses que atuam nos primeiros anos da escolaridade. Suas bases teóricas encontram-se associadas às proposições de Beillerot (1986), Charlot (2000) e Chevallard (2002) e Tardif (2011). O software Webqda auxiliará a análise dos dados construídos com base na observação das aulas, questionário, videografia e entrevistas orientando-nos pela análise do conteúdo (Bardin, 2011) e do discurso (Charaudeau, 2012). Participarão da investigação 2 brasileiros e 2 franceses que ensinam matemática no 5º ano - ensino fundamental e CM2 - école primaire. Os resultados possibilitarão uma melhor compreensão sobre a relação que os professores estabelecem com a matemática que ensinam nestas modalidades de ensino. Bem como, fomentará reflexões acerca do processo formativo necessário à construção identitária da profissão e das práxis em sala de aula dos futuros professores.

*Palavras-chave***:** relação ao saber matemático, interfaces da relação ao saber, formação de professores que atuam no início da escolaridade.

Introdução

Na última década, é possível perceber o crescente interesse dos pesquisadores acerca do processo formativo dos professores que serão ou já estão habilitados para atuar na Educação Básica. Dentre as temáticas relativas à formação dos professores, a formação matemática dos professores em formação ou em exercício no ensino fundamental brasileiro tem sido objeto de inúmeras publicações, tais como as oriundas das pesquisas desenvolvidas por Curi (2005), Nacarato (2010), Almeida & Lima (2012), por exemplo. Tal interesse, em alguns casos vem sendo justificado com base nos indicadores de qualidade da educação brasileira. Ou seja, os resultados da proficiência em língua portuguesa e matemática dos estudantes da educação básica nas avaliações de sistema (SAEPE e Prova Brasil, por exemplo) vem suscitando inúmeras discussões acerca do que é ensinado nestes componentes curriculares, da forma como os conteúdos vem sendo abordados no contexto da sala de aula, da efetividade das aprendizagens mediadas por estes professores, da correlação destes aspectos com a formação recebida por estes professores ao longo da sua profissionalização. Por outro lado, além das constatações

supracitadas oriundas nas leituras que temos realizado outras vertem da própria atuação da pesquisadora na formação continuada de professores que ensinam matemática no ensino fundamental nas escolas públicas da Região Metropolitana do Recife nos últimos 10 anos.

No que tange à formação continuada destes professores, percebemos que há certas reticências (em relação ao ensino da matemática) e resistências (em relação às mudanças nas suas práxis e na forma como se relacionam com a matemática). Tais percepções são delimitadas quando estes professores expõem suas limitações (conceituais e/ou didáticas) e inseguranças nos relatos acerca das práticas vivenciadas em sala de aula. Ou ainda, quando se deparam com proposições trazidas aos encontros de formação continuada, que o desestabilizam. Ao se colocar, por meio da linguagem (corporal, escrita ou falada), o professor revela as marcas da própria trajetória escolar, as lacunas relativas à formação inicial e denunciam a relação que instituíram com o saber matemático.

Nos encontros de formação, é comum ouvir afirmações do tipo: "*Eu gosto muito de matemática, mas sinto dificuldade ao ensinar este ou aquele conceito"*. Ou, na pior das hipóteses: "*Eu detesto matemática. Se pudesse não ensinaria esta matéria"*. Apesar da dicotomia entre os argumentos supracitados, a relação de amor e ódio entre o sujeito (professor) e o objeto de ensino (neste caso, a matemática) é relativa. Principalmente, por ser particularizada e envolver aspectos da subjetividade do sujeito e sofrer influências de ordem sociais e/ou institucional. Assim sendo, independentemente de atuarem nos anos iniciais ou finais do ensino fundamental, alguns professores podem se sentir confortáveis ao tratar dos conteúdos da geometria, enquanto outros não. Por outro lado, um mesmo professor pode estar disposto, sentir satisfação ao tratar das operações fundamentais com números naturais e, em contrapartida não se sentir capaz de trabalhar as mesmas operações com os números racionais, por exemplo.

Diante do exposto, apesar de haver menções do professor ao prazer genuíno ou a satisfação ao efetivar as aprendizagens esperadas em sala de aula propiciada pela mediação que realizou, isto não necessariamente, significa que ele fez com segurança, convicção e correção ocasionando o que denominamos anteriormente por reticências e resistências. É devido a estas e outras razões que tangenciam as referidas posturas dos profissionais que atuam nos ensino fundamental, que os propósitos da formação continuada são desvirtuados. Em certas ocasiões, os encontros formativos tornam-se espaços para o esclarecimento de dúvidas e (re)aproximação dos professores em relação aos objetos matemáticos que serão ensinados por eles nesta modalidade de ensino.

A frequência de episódios dessa natureza na formação continuada despertou nosso interesse e suscitaram reflexões acerca da relação que os professores estabelecem com o saber matemático, independentemente da modalidade de ensino ou do país onde eles exercem a sua profissão. E, diante dos argumentos introdutórios, emergem algumas indagações a respeito dessa ligação íntima, peculiar e impregnada por influências (sociais, psicanalíticas e didáticas), já instituída entre o professor e a matemática ensinada por ele nos primeiros anos da escolaridade. Portanto, elencamos como questão de partida: *Quais são os aspectos de natureza psíquica, social e didática que configuram a relação ao saber matemático dos professores habilitados para atuar nos primeiros anos da escolaridade no Brasil e na França?*

Os argumentos introdutórios nos instigam a investigar as questões iniciais e as subjacentes já mencionadas. Com o intuito de esclarecer tais indagações apresentamos os objetivos da pesquisa de doutoramento que será desenvolvida até meados de 2017. Assim sendo, nosso

objetivo geral consiste em*: Analisar as características constitutivas da relação ao saber matemático de professores brasileiros e franceses, que atuam nos primeiros anos da escolaridade, considerando as múltiplas interfaces deste fenômeno*. Objetivando a consecução deste objetivo delineamos metas específicas, dentre as quais:

- *Identificar os aspectos psíquicos, sociais e didáticos presentes no discurso dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental (Brasil) e do CM2 da École Primaire (França) que revelam, influenciam e/ou condicionam a sua relação ao saber matemático.*
- *Analisar os diferentes modos de relação com o saber tomando como referência a observação sistemática das práxis, os elementos presentes no discurso e na autoanálise das ações didáticas dos sujeitos participantes.*
- *Indicar as nuances inerentes à formação dos professores pesquisados que repercutiram na relação que estes estabelecem com o saber matemático.*

Este artigo, portanto tem como objetivo trazer considerações iniciais inerentes os fundamentos teóricos e metodológicos que adotaremos na elaboração da tese, bem como acerca da revisão bibliográfica realizada em eventos e em periódicos. Desta forma, nossas discussões pretendem antecipar as possíveis implicações e/ou contribuições da nossa investigação para as outras pesquisas sobre a relação ao saber matemático dos professores dos anos iniciais, uma vez que ainda não apresentamos a análises dos dados tentaremos discutir. Nesse sentido, cabe ressaltar que esta tese está sendo desenvolvida em regime de cotutela entre a Université Lumière – Lyon 2 e a Universidade Federal Rural de Pernambuco estando associada às linhas de pesquisa: *Santé, Individu et Société* e *Formação de professores e construção de práticas docentes no ensino de ciências e matemática* respectivamente nestas instituições, por esta razão a investigação será realizada com professores brasileiros e franceses que ensinam matemática no 5º do ensino fundamental e no CM2 (cours moyen) da école primaire.

Revisão bibliográfica:

Relação ao saber: diferentes interfaces de um mesmo fenômeno

Desde os primeiros anos da escolaridade todos nós precisamos equacionar nossas limitações e inseguranças quanto aos saberes que pretendíamos adquirir, ampliar ou consolidar. Para tanto cada indivíduo, ao longo deste processo, edificou uma forma de se relacionar com os saberes ensinados na escola, entre os quais encontram-se aqueles que integram o universo da matemática escolar. De certa forma, independentemente da direção profissional que cada pessoa trilha, os saberes matemáticos, às vezes elementares, e outras vezes mais complexos, serão requeridos e mobilizados em função das situações que emergirão cotidianamente no exercício das práticas sociais, profissionais e pessoais.

Ao que tudo indica a relação ao saber matemático, constituída e balizada ao longo da escolarização, determina a nossa predisposição e o quão confortável nos sentimos ao nos deparamos com situações que solicitem a resolução de problemas "matemáticos", em contextos intra e extramuros da escola, de forma mais ou menos eficiente. O fato de ser escolarizado, de passar por todas as modalidades de ensino não garante que a relação ao saber matemático tenha sido construída em terreno sólido, nem que esteja imune às incertezas ou inseguranças na distância que liga o sujeito ao objeto do conhecimento. No caso dos professores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental as pesquisas realizadas por Ortega (2011), Penna (2012), Costa & Poloni (2012) e Luce (2014), por exemplo, fornecem indícios de que as aprendizagens (fomentadas, propiciadas e efetivadas durante o processo formativo), acerca dos objetos

matemáticos, se estabelecem no campo da superficialidade e do utilitarismo. Nesse sentido, Charlot (2007, p.94) ao refletir sobre a formação dos professores, afirma que formar professores é trabalhar os saberes e as práticas em diversos níveis[1] e situar, a partir dos saberes e das práticas, os pontos que podem se articular lógicas que permanecerão heterogêneas.

Emerge, portanto, no cerne das reflexões anteriormente apresentadas a questão da relação ao saber. O fenômeno *relação ao saber,* parece-nos algo fluído, impalpável, praticamente invisível e, que a priori, poderá passar despercebido ao pesquisador mais experiente. No entanto, não se constitui como um novo objeto de estudo no âmbito da formação de professores. Pelo contrário, é uma noção relativamente "antiga", pois vem sendo desenvolvida desde 1960. Mas, que suscita "novas" questões de investigação e possibilita lançar outros olhares para as relações (epistemológicas, pedagógicas e didáticas), instituídas entre os protagonistas (professor, aluno e saber) do sistema didático.

A *relação ao saber* pode ser definida como sendo a ligação peculiar entre o sujeito (professor) e o objeto do conhecimento (Matemática). Esta relação é própria de cada sujeito e indica a disposição e a condição deste em relação aos saberes a serem ensinados em sala de aula. Câmara dos Santos (1997, p.109) afirma que essa disposição comporta certa estabilidade, em que fenômenos traduzidos apresentam-se como suficientemente repetidos para serem observados. Nesse sentido, optamos por observar e analisar este fenômeno, suas características constitutivas e as possíveis repercussões nas práxis e na proposição de situações didática pelo professores que ensinam matemática nos primeiros anos da escolaridade sob a ótica da psicanálise (Jacky Beillerot), da sociologia (Bernard Charlot) e da didática (Yves Chevallard), aonde estão fincadas suas raízes.

Tal escolha se justifica frente às pesquisas desenvolvidas por estes estudiosos, entre tantos outros pesquisadores, que nas últimas décadas têm esclarecido questões inerentes ao fenômeno, âmbito da educação e da didática da Matemática. Mais precisamente, no que tange às sujeições oriundas do meio social, institucional e da própria subjetividade do professor que paulatinamente modelam e repercutem na qualidade da relação ao saber matemático. Todavia, antes mesmo de discutir as características da relação ao saber do professor faz-se necessário explicitar a problemática em cada uma das interfaces a ela associadas as quais estão ilustradas na Figura 1. No diagrama, o ponto D é a interseção entre as interfaces: didática, psicanalítica e sociológica da relação ao saber. "D" corresponde ao desejo resultante da pulsão de saber (apropriação do patrimônio cultural e social). Esta necessidade do sujeito (professor) que deseja saber tem uma finalidade definida, que neste caso consiste em ensinar esse saber (matemática).

[1] Para o autor os quatro níveis de análise da formação do professor são: o saber como discurso constituído em sua coerência interna, a prática como atividade direcionada e contextualizada, a prática do saber e o saber da prática.

Figura 1. Interfaces da relação ao saber

Diante destas perspectivas teóricas o sintagma *relação ao saber* em uma abordagem psicanalítica corresponde ao processo pelo qual o sujeito, a partir dos saberes adquiridos, produz novos saberes singulares que lhe permitem pensar, transformar e sentir o mundo natural e social (Beillerot, 2012, p.114). Mas, se enveredamos por uma abordagem sociológica percebemos que a relação ao saber "é a relação de um sujeito com o mundo, com o outro e consigo mesmo confrontado com a necessidade de aprender". (Charlot, 2000, p.79). Todavia, há que se considerar na perspectiva didática que a relação pessoal com o saber é construída mediante a articulação das relações com o saber específicas das instituições a qual pertence o indivíduo. (Chevallard, 2002)

Assim sendo, ao analisar o fenômeno (relação ao saber) na perspectiva psicanalítica, proposta por Beillerot a ênfase está na subjetividade e na singularidade do sujeito; enquanto que na perspectiva sociológica de Charlot põe-se acento na relação simbólica, ativa e temporal que o sujeito singular inscreve no espaço social; e, por último a perspectiva da didática da matemática, dos construtos de Chevallard acerca da teoria antropológica do didático; segundo a qual, ao fazer uso da representação característica da teoria dos conjuntos, o autor refere-se à relação pessoal que o sujeito mantém com os saberes já adquiridos sob a influência das instituições que é balizadora do processo de transposição didática interna por ele realizada, bem como das suas praxeologias (didática e matemática).

O arcabouço teórico da tese, que possibilitará a elaboração das análises, está, portanto ancorado nos princípios das ciências sociais e humanas: da sociologia da educação, da psicanálise (ramo da psicologia) e da didática (ramo da pedagogia). Pois, apesar de apontarem diferentes dimensões de análise, direcionam o foco de suas lentes, para o mesmo ponto de interesse. Ou seja, as três perspectivas convergem quando observam, descrevem e analisam (mesmo que indiretamente), o homem (professor), sua atividade (docência), seu comportamento e o produto de sua intervenção (ensino da matemática) na sociedade (escola). Em síntese, o nosso objeto de estudo (a relação ao saber) é um fenômeno caracterizado por particular (subjetividade do sujeito), pontual (depende do contexto social e cultural) e evanescente (considerando o fator tempo e os objetos do desejo essa relação evolui ou se modifica), que está

intimamente relacionado a um elemento humano (representado pelo professor), no estabelecimento dos laços (conscientes, inconscientes, sociais e praxeológicos) que se engendram, configuram ou atribuem sentido à matemática que ele ensina.

A formação matemática dos professores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental

As considerações supracitadas nos levam a refletir sobre a relação ao saber matemático dos professores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental. No desenvolvimento das ações formativas comumente o formador se vê diante da falibilidade das estratégias ou dos mecanismos utilizados para promover abordagens acerca dos objetos matemáticos. Ou seja, é confrontado com a própria impotência frente às demandas epistemológicas e didáticas relatadas ou evidenciadas no discurso dos professores em formação. Estes elementos discursivos acabam revelando a relação ao saber matemático dos professores; que, por sua vez, revelam as marcas das experiências vividas (pessoais, profissionais, por exemplo) e as repercussões nas situações didáticas em que entra em cena o saber matemático. Blanchard-Laville (2005, p. 139) afirma que:

> [...] no interior da situação de ensino, o professor é levado a trazer à cena sua própria relação com o saber matemático por meio do discurso que se desenvolve quando coordena um curso tradicional ou através de atividades que propõe ou de palavras que não pode deixar de pronunciar para dar início a essas atividades, para efetuar sua "devolução" aos alunos, para catalisar o trabalho destes ou ainda animar um grupo e, eventualmente, para institucionalizar os elementos de saber que vão emergir da sequência.

Para a autora a relação que o professor estabelece com o saber matemático tem suas raízes fincadas na história pessoal dele. A história pessoal evidentemente estará impregnada de aspectos da personalidade que define sua identidade e o torna singular. Nesse sentido, Câmara dos Santos (1997), em sua tese sobre a relação ao saber de professores de matemática constatou que: se por um lado o professor está constantemente sujeito a limitações de ordem didática, institucional e social, etc., por outro lado ele sofre, permanentemente, limitações de ordem pessoal, as quais estão em estreita ligação com os mecanismos de sua própria subjetividade.

No mundo instável e globalizado em que vivemos, a formação do professor é condição sine qua non para favorecer o exercício da docência. Por esta razão, inúmeras pesquisas tem se ocupado das diversas dimensões da formação (inicial, continuada e em contexto de trabalho). Em outras palavras, não se justifica mais que o trabalho pedagógico, realizado em sala de aula pelos docentes, esteja alicerçado apenas na sua formação inicial e no hall das experiências acumuladas ao longo do exercício profissional. Uma vez que, nem uma nem outra, conseguiria suprir a totalidade de lacunas/limitações acumuladas ao longo da escolaridade; nem tão pouco, garantiria a construção identitária da profissão; ou ainda, possibilitaria a (re)significação da prática pedagógica e o estreitamento na relação do professor com o(s) saber(es). O decreto N.º 3.276/99[2], que é posterior a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN)[3], instituí as competências a serem desenvolvidas pelos professores da Educação Básica. Uma delas diz respeito ao domínio dos conteúdos a serem socializados, de seus significados em diferentes contextos e de sua articulação interdisciplinar. O exercício da docência, portanto requer uma

[2] Decreto N.º 3.276/99 no Artigo 5º, parágrafo dispõe sobre a formação em nível superior de professores para atuar na Educação Básica do Brasil e define as competências necessárias ao exercício da profissão docente.

[3] A Lei N.º 9304/96 estabelece as diretrizes e as bases da educação nacional brasileira.

série de competências e a mobilização de múltiplos saberes, sejam eles: experienciais, disciplinares, curriculares ou profissionais. Nesse sentido, Tardif (2011, p.76) afirma que:

> [...] No âmbito da organização do trabalho escolar, o que o professor sabe depende também daquilo que ele não sabe, daquilo que se supõe que ele não saiba, daquilo que os outros sabem em seu lugar e em seu nome, dos saberes que os outros lhe opõem ou lhe atribuem... Isso significa que nos ofícios e profissões não existe conhecimento sem conhecimento social.

De acordo com esse ponto de vista o saber do professor é plural, pois não está alicerçado apenas nos fundamentos da Pedagogia, da Didática, da Psicologia ou da Sociologia que teve acesso durante o processo formativo. Mas, sobretudo porque estarão em constante construção em função dos fatores externos à sua formação que impactam consideravelmente o ser professor e o ato de ensinar. Segundo Charlot (2007) os saberes docentes são constituídos nas relações com os objetos do conhecimento, na relação com o mundo, na relação com a linguagem e na avaliação de si mesmo. Ainda segundo ele, é o conjunto dessas diferentes relações que vai favorecer o entendimento das razões pelas quais as crianças fracassam na escola. Os pressupostos indicam que a relação ao saber matemático é um fenômeno que passa a existir e torna-se identificável apenas na dinâmica das interações com os pares, com o formador, com os alunos.

A formação dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental poderá fazê-los experimentar (nas situações em que manipulam um objeto matemático) uma excessiva confiança na própria competência didática ou a frustrante sensação de incompetência para realizar uma transferência didática. Todavia, "o que está em questão para o professor não é saber ou não saber, mas poder manifestar publicamente sua relação com o saber matemático no âmbito de um contexto transferencial". (Blanchard-Laville, 2005, p. 143). Segundo Tardif (2000, p.14) a relação ao saber do professor não é de busca de coerência, mas de utilização integrada no trabalho, em função de vários objetivos que pretende atingir simultaneamente. No entanto, este fato não exime as responsabilidades das instituições formadoras de professores quanto à formação matemática a eles oferecida. Curi (2005, p.2), por exemplo afirma que:

> [...] os conhecimentos do professor sobre os objetos de ensino devem incluir os conceitos das áreas de ensino definidos para a escolaridade na qual ele irá atuar, mas devem ir além, tanto no que se refere à profundidade desses conceitos como à sua historicidade, sua articulação com outros conhecimentos e o tratamento didático, ampliando assim seu conhecimento da área.

Segundo Shulman (1986) a base de conhecimento que um professor deve compor para exercer sua profissão é diversa e compreende o conhecimento de conteúdo específico, o conhecimento pedagógico, o conhecimento do currículo, o conhecimento pedagógico do conteúdo, o conhecimento dos alunos e suas especificidades, o conhecimento dos contextos educacionais, conhecimento das finalidades e valores educacionais. Estas categorias podem ser agrupadas em três vertentes do conhecimento profissional do professor: o conhecimento do conteúdo específico, o conhecimento pedagógico geral e o conhecimento pedagógico do conteúdo. Portanto, ao refletir sobre a formação matemática dos professores temos o intuito de descortinar outras possibilidade de investigação para além dos saberes específicos do componente curricular (matemática) e dos saberes da prática (experienciais, curriculares, pedagógicos e disciplinares), é importante desvelar as matizes da relação que ele instituí/ mantém/(re)constrói com o saber que ensina nos primeiros anos da escolaridade.

O panorama das pesquisas sobre a relação ao saber

Segundo Charlot (2007) as pesquisas sobre a relação ao saber buscam compreender como o sujeito apreende o mundo e, com isso, como se constrói e transforma a si próprio: um sujeito indissociavelmente humano, social e singular. Este pesquisador afirma que "o sujeito se constrói pela apropriação de um patrimônio humano, pela mediação do outro, e a história do sujeito é também a das formas de atividade e de tipos de objetos suscetíveis de satisfazerem o desejo, de produzirem prazer, de fazerem sentido" Charlot (2007, p.38).

Com base nos pressupostos, entendemos que a pesquisa em desenvolvimento visa aprofundar a discussão sobre a relação ao saber focalizar igualmente diferentes perspectivas deste fenômeno por acreditar que este releva não somente a construção do sujeito, mas também as condicionantes e as implicações, de fatores externos ao sujeito, que repercutem nesta construção.

Charlot (2008, p.58) complementa a questão anterior ao dizer que as relações com o saber (ou os "aprenderes") devem ser privilegiadas nas pesquisas considerando-se suas especificidades epistemológicas, cognitivas e didáticas. Mais adiante afirma que estas "pesquisas poderiam ser preciosas para aprofundar a questão da relação ao saber. De fato, se os princípios da especificidade dos objetos de saber e da normatividade das atividades que permitem a um sujeito apropriar-se deles foram postos, as pesquisas até agora não avançaram muito".

A revisão bibliográfica preliminar, por nós realizada em periódicos nacionais e internacionais, indexados ao Qualis da Capes (Qualis A e B) observado o intervalo compreendido entre 2005 e 2013 constatou a escassez de pesquisas acerca do nosso objeto de pesquisa. Ao redirecionar as buscas nos portais de periódicos tanto da área de ensino, educação e educação matemática, usando como palavra-chave: professores que ensinam matemática nos anos iniciais, encontramos apenas cinco publicações.

Em 2010, Nacarato publicou o artigo sobre a formação matemática das professoras das séries iniciais: a escrita de si como prática de formação. Marquesin & Nacarato (2011) apresentaram uma discussão sobre prática do saber e o saber da prática em geometria e os resultados da análise acerca do movimento vivido por um grupo de professoras dos anos iniciais do ensino fundamental em contexto de formação continuada. Costa & Poloni (2012) teceram considerações a respeito das percepções de concluintes de Pedagogia sobre a formação inicial do professor para a docência de matemática.

Penna (2012), por sua vez realizou uma investigação acerca dos professores das primeiras séries do ensino fundamental e as relações estabelecidas com o conhecimento; Enquanto, Almeida & Lima (2012) abordaram aspectos relativos à formação inicial de professores e o curso de pedagogia contribuindo com reflexões sobre a formação matemática. No que se refere às teses e dissertações, publicadas no Brasil e na França sobre a relação ao saber, ressaltamos a inexistência de trabalhos cujo interesse esteja voltado para a análise do fenômeno a partir do discurso dos professores dos anos iniciais. A tese de Câmara dos Santos (1995) foi pioneira ao seguir a mesma diretriz, fortemente atrelada à perspectiva psicanalítica, porém os sujeitos participantes foram professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental. As contribuições desta pesquisa ainda são atuais e nos auxiliarão a fundamentas análises que envolvam a construção do espaço psíquico em sala de aula, do contrato didático; da gestão do tempo didático pelo professor; Bem como, acerca da existência da distanciamento (ainda não mensurável) na relação estabelecida entre o professor e o saber matemático.

Entretanto, parece haver uma tendência dos pesquisadores brasileiros e franceses para investigar a relação ao saber matemático dos alunos da educação básica. Neste caso, enquadram-se, por exemplo, Rodrigues (2001), Oliveira (2009) e Allian (2011). No que se refere à relação ao saber dos professores, Souza (2009) e Silva (2014) pesquisaram a relação com o saber de professores de matemática e suas práticas educativas, no entanto um analisou os dados em uma perspectiva sociológica e o outro na perspectiva didática.

Em se tratando dos professores dos anos iniciais as pesquisas têm se concentrado muito mais na construção de saberes e da identidade profissional daqueles que estão em formação inicial ou dos professores que já atuam, como os trabalhos de Ortega (2011), Decroix (2011) e Zimmermann (2013). No nosso caso, a tese de doutorado que será desenvolvida descortina a possibilidade de compreender melhor os mecanismos que caracterizam a relação entre o mediador das situações de ensino e os objetos do conhecimento matemático. Por outro lado, as análises poderão fornecer evidências das repercussões ou das influências na relação ao saber matemático dos professores participantes. Desta forma, esperamos subsidiar uma pretensa reflexão, (re)estruturação e/ou (re)significação das práticas formativas.

Percurso Metodológico: um caminho a ser trilhado

Nossa pesquisa é de natureza qualitativa com uma abordagem fenomenológica a partir do estudo de caso, acerca da relação ao saber matemático de 4 professores que ensinam matemática no final do segundo ciclo de aprendizagem, portanto no 5º ano do ensino fundamental (Brasil) e no CM2 da École Primaire (França). Para Bicudo (2010, p.112) uma análise fenomenológica "coloca em evidência a linguagem, entendida como expressão do sentir, e o discurso, entendido como articulação daquilo que faz sentido", portanto tomaremos como objeto tanto a coisa que se torna objeto para o sujeito quanto à consciência que opera relações desse conhecimento.

A categoria geral é a relação ao saber, as dimensões de análise compreendem as múltiplas interfaces do fenômeno (psicanalítica, sociológica e didática); assim como, as características constituintes dessa relação serão nossas unidades de análise (o desejo de aprender/ensinar o saber matemático; o sujeito que deseja que o ensino promova a aprendizagem do saber matemático, o sujeito que ensina, suas relações pessoais e institucionais com o saber matemático) Este estudo adotará como contexto de investigação o discurso (falado, escrito, etc.) dos professores ao planejar e promover as situações didáticas que envolvam o ensino da matemática escolar.

O contexto que escolhemos pode ser justificado nas pesquisas desenvolvidas por Blanchard-Laville (2001, p.200) ela afirma que o sujeito-professor vive um conflito inconsciente "de ser sofredor, desejoso, numa palavra vívida, um sujeito que, tendo atribuído para si o lugar da palavra, intimidado de alguma maneira a falar durante um tempo mínimo, alguém que vai expor-se através de sua fala tanto quanto exporá o ensinamento". Nesse sentido, Câmara dos Santos (1995,1997) revela que a atuação do professor em situações cotidianas se configura como mediador obrigatório da relação pedagógica entre os alunos e os conhecimentos matemáticos. Blanchard-Laville (apud Câmara dos Santos, 1997) também afirma que a qualidade da relação resulta desta mediação – no sentido seguinte: "o aluno tem mais ou menos dificuldade em praticar a atividade matemática que lhe é solicitada – é função da relação de ida-e-volta que se estabelece com o professor a qual não é independente da relação que esse professor mantém com o conhecimento matemático". A importância de analisar a relação que o professor (sujeito da enunciação) estabelece com o saber matemático (objeto da comunicação) por meio das situações de comunicação (situações didáticas) fundadas em gêneros discursivos cujas finalidades são

diversas (instruir, informar, prescrever, persuadir, seduzir, etc.) de certo modo, repercute na relação ao saber que o aluno institui com a matemática. Blanchard-Laville (2005, p.142) nos diz que:

> O professor não está sozinho na sala de aula: ele se acha imerso numa situação grupal; os alunos também estão submetidos ao inconsciente e também têm todo um mundo interior fantasmático. Além disso, a situação grupal desperta temores atávicos que cada um tenta apaziguar a sua maneira. Essa situação grupal é também uma situação didática: o professor é convocado pela instituição de ensino a acompanhar os alunos na atividade de entrar numa relação com o saber matemático, como decorrência, ele vai se ligar aos alunos do grupo – sendo a impossibilidade de se ligar a uma modalidade do vínculo – e ao mesmo desvelar sua própria relação com o saber matemático".

Na primeira etapa da construção dos dados utilizaremos ao questionário misto contendo questões abertas e fechadas (likert) que será aplicado com 20 professores (10 brasileiros e 10 franceses). A segunda etapa selecionaremos 4 professores participantes (2 brasileiros e 2 franceses) de acordo com os seguintes critérios: ser licenciado em pedagogia, estar atuando nos últimos 2 anos no 5º ano do ensino fundamental ou no CM2, está vinculado a uma escola da rede pública a pelo menos 5 anos.

Na etapa seguinte complementaremos os dados com base na análise dos planos de ensino dos professores selecionados e na observação de uma sequência de cinco aulas ordinárias (sem fins de pesquisa) cujo foco seja o ensino da matemática. Nestes eventos, realizaremos a gravação em áudio e vídeo dos discursos destes professores ao mediar as situações didáticas por eles propostas. A posteriori realizaremos uma entrevista de autoconfrontação simples com os participantes. Nesta fase, exibiremos para os professores trechos (seleção de episódios) dos registros videográficos das aulas, para que construam argumentos que justifiquem as próprias ações, escolhas, intervenções na perspectiva proposta por (Clot, Faïta, and Fernandez 2014).

Os aspectos passíveis de análise que serão construídos mediante os instrumentos de pesquisa mencionados, serão analisados com base nas proposições de Bardin (2009) para a análise do conteúdo e do discurso Charaudeau (2012). Neste caso, constituiremos um banco de dados, o qual será categorizado, em função das nossas unidades de análise para que seja possível correlacionar as informações obtidas dos instrumentos de pesquisa utilizando os recursos disponíveis na interface do software Webqda[4].

A análise do discurso dos professores participante encontrará subsídios nas contribuições de Charaudeau (2012). Estas partem do princípio da estruturação do gênero discursivo em um contexto específico denominado como situação de comunicação, na qual ocorrem as interações entre o comunicante e o interlocutor atreladas a um contrato comunicativo. Nesta perspectiva teórico-metodológica "uma situação global de comunicação é o primeiro lugar de constituição do âmbito da prática social no âmbito de intercambio comunicacional" (Charaudeau, 2012, p.30). Nesta abordagem, o discurso é concebido na dialogicidade entre o que é explícito na sentença (falada ou escrita) e o que permanece implícito neste discurso, mas que, normalmente, representa o sentido de dada situação de comunicação. Para nós, é na situação de comunicação (aula de matemática) que os atores sociais (inclusive o professor e o aluno) se constituem ao redor de um

[4] O webQDA é um *software* desenvolvido por pesquisadores do Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores (CIDTFF) do Departamento de Educação da Universidade de Aveiro-Portugal.

dispositivo que determina suas identidades, os papeis que se instauram entre eles e o âmbito temático (saber matemático).

Considerações finais

Toda relação implica uma correspondência entre dois elementos. No caso da relação ao saber, a ligação particular entre um sujeito (humano) e o imaterial (objeto do conhecimento). Essa ligação pressupõe um distanciamento que sofre múltiplas influências de caráter social, institucional e psíquico (subjetividade e do inconsciente humano). Para Charlot (2000, p.81) A relação é que se particulariza, não é o objeto da relação que se torna particular: o desejo do mundo, do outro e de si mesmo é que se torna desejo de aprender e saber; e, não, o "desejo" que encontra um objeto novo, "o saber". A relação que o sujeito do conhecimento (o professor) estabelece com o objeto do saber (matemática) se constitui, portanto um fascinante objeto de investigação científica para nós e para outros pesquisadores. Identificamos que investigar este fenômeno, com os professores dos anos iniciais, constitui um nicho de pesquisa tanto no âmbito da formação de professores como na educação matemática. Pois, algumas pesquisas já trazem contribuições sobre esta temática, porém sob a perspectiva do professor licenciado em matemática e, não daqueles que atuam nos início da escolaridade brasileira ou francesa.

É preciso voltar nossa atenção para os responsáveis por introduzir as primeiras ideias matemáticas às crianças da educação básica, referimo-nos aos professores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental e da école primaire. Tanto no Brasil como na França esta modalidade concentra um percentual significativo de profissionais. Além disso, nos dois países esse profissional da educação apresenta uma característica singular: ele é polivalente. No sentido literal da palavra, vai ensinar de tudo (língua materna, ciências, história, geografia, artes e matemática) um pouco (ideias, conceitos, relações).

Assim sendo, no âmbito da educação matemática, esta pesquisa poderá fornecer indícios da relação ao saber matemático dos professores, que atuam nos ano iniciais do ensino fundamental nas escolas públicas do Brasil e da França, ao lançar um olhar analítico para as características que constituem este fenômeno considerando as suas interfaces: psicanalítica, sociológica e didática. No âmbito da formação de professores que ensinam matemática, ao ampliar a compreensão acerca do modo e das condições em que se institui a relação ao saber (fundamentalmente por meio do discurso do professor), a pesquisa poderá subsidiar a reflexão acerca da sua (auto) formação e do processo formativo necessário à construção identitária da profissão e das práxis em sala de aula.

Referência e bibliografia

Allain, J. (2011). A *quoi sert l'école ? Le rapport au savoir des élèves*. Rapport de recherche (Master en Education).Orléans: Université d'Orléans, 2011.

Almeida, M. B. de; Lima, M. das G. de (2012). Formação inicial de professores e o curso de pedagogia : reflexões sobre a formação matemática. Ciência & Educação, v. 18, n. 2, p. 451-468, jan. 2012.

Bardin, L. (2011). *Análise de conteúdo*. 5ª Edição. Lisboa: Edições 70.

Beillerot, Jacky; Bouillet, Alain; Blanchard-Laville, Claudine; Mosconi, Nicole. (1986). *Savoir et Rapport Au Savoir: Elaborations Théoriques et Cliniques*. São Paulo.

_____. (2012). *La formation de formadores*. Buenos Aires: Ediciones Educativas.

Bicudo, M.A.V. (2010). *Pesquisa qualitativa e pesquisa quantitativa segundo a abordagem fenomenológica*. In:

Blanchard-laville, C.. (2005). *Os professores entre o prazer e o sofrimento*. São Paulo: Edições Loyola.

Câmara dos Santos, M. (1995). *Le rapport au savoir de l'enseignant de mathématiques em situation didactique. Une approche par l'analyse de son discours*. Thèse de doctorat. Nanterre: Université Paris-X.

_____.(1997). *A relação do conhecimento do professor de matemática em situação didática: uma abordagem pela análise do seu discurso*. In: Anais do XIII Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste. Natal: UFRN. p.101 – 109.

Charaudeau, P. (2012). *El discurso de la propaganda*. In: Los Géneros discursivos desde múltiples perspectivas: teorías y análisis. Madri: Iberoamericana Vervuert.

Charlot, B. (2000). *Da relação com o saber: elementos para uma teoria*. São Paulo: Artmed Editora

_____. (2007). *Relação com o saber, formação de professores e globalização. Questões para a educação hoje*. E-book. Porto Alegre, RS: Artmed.

Chevallard, Y. (2002). *Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathematiques*. Communication aux Anais de la 3es Journées d'étude franco-québécoises Paris: Université René-Descartes Paris 5, juin 2002). Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=62. Último acesso em: 22 de agosto de 2014.

Clot, Yves, Daniel Faïta, and Gabriel Fernandez. (2000). Entretiens en autoconfrontation croisée : une méthode en clinique de l'activité . Revie Perspectives Interdisciplinaires Sur Le Travail et La Santé." p. 1–8.

Curi, E. (2005). *A formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas brasileiras*. Revista Iberoamericana de Educación, v. 37, jan./abr.

Luce, C. (2014). *Les enseignants de fin de cycle élémentaire face à la grande difficulté scolaire. Enjeux psychiques et influences culturelles*.Thèse de doctorat. Paris: Université Paris V - René Descartes.

Nacarato, A. M. (2010). *A Formação Matemática das Professoras das Séries Iniciais: a escrita de si como prática de formação*. Bolema, Rio Claro (SP), v. 23, nº 37, p. 905 a 930, dez.

Oliveira, S. A. C. K. (2009). *Relação com o saber matemático de alunos em risco de fracasso escolar*. Dissertação de mestrado. Belo Horizonte: Faculdade de Educação - UFMG,

Ortega, E. M. V. (2011). *A construção dos saberes dos estudantes de Pedagogia em relação à Matemática e seu ensino no decorrer da formação inicial*. Tese de doutorado. São Paulo: Universidade de São Paulo.

Penna, M. G. de O. (2012). *Professores das primeiras séries do ensino fundamental e relações estabelecidas com o conhecimento*. Educar em Revista, Curitiba: Editora UFPR. n. 44, p. 201-216, abr./jun.

Costa, N. M. L. & Poloni, M. Y. (2012). Percepções de Concluintes de Pedagogia sobre a Formação Inicial do Professor para a Docência de Matemática. Bolema, Rio Claro (SP), v. 26, n. 44, p. 1289-1314, dez. 2012.

Rodrigues, R. N. (2001). *Relações com o saber : um estudo sobre o sentido da matemática em uma escola pública*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Silva, I. (2014). *A relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática*. Tese de doutorado. Belém: Universidade Federal do Pará,

Souza, D. S. (2009). *A relação com o saber: professores de matemática e práticas educativas no ensino médio*. Dissertação de mestrado. Sergipe: Universidade Federal de Sergipe.

Shulman, L. (1986). *Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching*. American Educational Researcher, Vol. 15, No. 2. Feb., p. 4-14

Tardif, M. (2011). *Saberes docentes e formação profissional*. Petrópolis: Editora Vozes.

Zimmermann, P. (2013). *Analyse du façonnage de l'identité professionnelle des enseignants d'école primaire en formation initiale*. Thèse de doctorat. Nice: Université de Nice – Sophia Antipolis.

Análisis de la interacción alumnos-profesor al resolver problemas no rutinarios en aulas de primaria

Beatriz **Sánchez** Barbero
Universidad de Salamanca
España
beatrizsanchezb@usal.es
José **Carrillo** Yáñez
Universidad de Huelva
España
carrillo@ddcc.uhu.es
Santiago **Vicente** Martín
Universidad de Salamanca
España
sanvicente@usal.es
Jazmín Adriana **Juárez** Ramírez
Escuela Superior de Cómputo
España
jjuarezr@jpn.mx

Resumen

La interacción que se produce entre el maestro y sus alumnos cuando realizan tareas en el aula es un aspecto de interés en Educación Matemática. En este artículo se pretende estudiar qué sucede cuando las tareas son problemas no rutinarios. Para ello, se analizaron las interacciones de dos maestros cuando resolvían un problema rutinario y otro no rutinario conjuntamente con los estudiantes a partir de un sistema de categorías que consideraba los procesos que se promovían en la interacción y el nivel de participación de los alumnos. Los resultados reflejaron cómo se promueve el razonamiento en mayor medida y el nivel de participación de los alumnos es mayor cuando resuelven problemas no rutinarios frente a cuando el problema es rutinario, donde sobresalen las alusiones a aspectos numéricos de la tarea en ambos casos.

Palabras clave: resolución de problemas, problema no rutinario, interacción en el aula, procesos, estructuras de la participación.

Introducción

Uno de los focos de interés en Educación Matemática, tanto en la investigación como en la innovación, es la resolución de problemas. Pero hay muchos tipos de problemas que se pueden proponer y el profesor puede trabajarlos de formas diversas con los estudiantes.

Se tiene cierto conocimiento de qué sucede cuando un maestro resuelve problemas rutinarios conjuntamente con los estudiantes en el aula (por ejemplo Chapman, 2006; Depaepe, De Corte y Verschaffel, 2010 y Rosales, Vicente, Chamoso, Múñez y Orrantia, 2012) pero poco se sabe de qué ocurre cuando los problemas son no rutinarios. Por ello, se pretende analizar la interacción que se produce cuando dos maestros resuelven problemas no rutinarios de forma conjunta con sus alumnos en el aula habitual centrándose en dos aspectos concretos: qué ocurre con los procesos que se promueven y cuál es el nivel de participación de los alumnos.

Para ello, en primer lugar, se establecerá un marco teórico basado en dos pilares: las tareas que se realizan en el aula de Primaria y la interacción que se produce cuando un maestro resuelve problemas conjuntamente con los estudiantes en el aula. Posteriormente se detallará la metodología utilizada orientada en torno a Qué se hace – relativo a los procesos que se promueven- y a Quién lo hace –relativo al nivel de participación-. Una vez explicada la metodología utilizada, se expondrán los resultados y, finalmente, se analizarán las aportaciones que se puedan extraer del presente trabajo, así como las limitaciones, perspectivas de futuro e implicaciones educativas del mismo. Este trabajo se enmarca dentro de una línea de investigación de un grupo de profesores de la Universidad de Salamanca que, entre otras cosas, analizan la práctica docente en las aulas de matemáticas de Primaria.

Marco teórico

El marco teórico de la investigación va dirigido tanto al tipo de tareas matemáticas que se pueden proponer a los estudiantes como a la interacción que se produce cuando los maestros resuelven problemas con los estudiantes en las aulas.

Tareas matemáticas

La resolución de problemas ha sido, y continúa siéndolo, un tema de gran interés en la Educación Matemática. Se considera que Polya, con su libro "How to solve it" de 1945, marcó un comienzo de la consideración de la importancia de la resolución de problemas. Se considera un aspecto fundamental desde el punto de vista de la enseñanza y el aprendizaje puesto que la capacidad resolutiva es relevante para el desarrollo formativo de los estudiantes (Castro, 2008).

Las tareas que se pueden desarrollar en el aula pueden ser de diferente naturaleza. En un primer acercamiento podemos organizarlas en ejercicios (entendidos como la tarea cuyo resultado es calculado mediante una mera reproducción de contenidos aprendidos previamente, Díaz y Poblete, 2001) y problemas (entendidos como aquellas tareas que, para un alumno, "requiere de una solución bajo ciertas condiciones específicas, si éste comprende la tarea, pero no encuentra una estrategia inmediata para su solución y, finalmente, si es motivado para buscar una solución" Díaz et al., 2001, p.34), es decir, "un problema es una situación que difiere de un ejercicio en que el resolutor de problemas no tiene un proceso algorítmico que le conducirá, con certeza, a la solución" Kantowski (1981, p. 113).

Muchos investigadores han intentado caracterizar el concepto de problema, entendiéndolo como una relación entre la tarea a realizar y el individuo (Schoenfeld, 1985), que obliga a buscar un camino de resolución no conocido de forma inmediata (Polya, 1986). Por lo que el término problema debe "asociarse a la aplicación significativa (no mecánica) del conocimiento matemático a situaciones no familiares, la consciencia de tal situación, la existencia de dificultad a la hora de enfrentarse a ella y la posibilidad de ser resuelta aplicando dicho conocimiento", Carrillo (1998, p.87).

Uno de los tipos de problemas que más se consideran en las aulas son los denominados problemas verbales, es decir, aquellos problemas en los que es necesario la respuesta de una o varias preguntas mediante operaciones matemáticas con datos expuestos en el propio problema (Verschaffel, Greer y De Corte, 2000. Cit. Dewolf, Van Dooren y Verschaffel, 2011), Estos problemas se pueden categorizar de muy diversas formas, una de las cuales es la siguiente (Díaz et al., 2001):

1. Problemas rutinarios: aquellos que "pueden ser resueltos de forma automática, detectando palabras clave en el texto y aplicando estrategias de cálculo rutinizadas" (Jiménez, 2012, p. 352).
2. Problemas no rutinarios: aquellos que "los alumnos no conocen inmediatamente el procedimiento de resolución, ya que la aplicación de la operación aritmética más obvia no conduce sin más a la solución apropiada" (Mayer, 2003. Cit. Jiménez, 2012, p.352), es decir, "no basta con aplicar una regla o un método de manera rutinaria, sino que a fuerza de búsqueda y de intuición hay que llegar a elaborar una solución recurriendo al conjunto de conocimientos y experiencias anteriores" (Díaz et al., 2001, p. 36).

La resolución de problemas es una tarea complicada ya que exige crear diferentes modelos de representación. Según Verschaffel et al. (2000), el resolutor, en un primer momento, ha de generar un modelo situacional donde debe seleccionar qué información del texto del problema es importante (selección). Posteriormente, debe crear un modelo matemático generando el algoritmo de resolución apropiado y una estructura matemática apropiada –en términos cuantitativos y de relación de datos- (razonamiento). Una vez generados ambos modelos, se interpreta la relación entre el modelo matemático y el de situación para validar e interpretar los datos.

Figura 1. Modelo de resolución de problemas (Verschaffel, Greer y De Corte, 2000)

En ocasiones, los estudiantes crean el modelo de la situación de forma superficial de manera que llegan al modelo matemático sin un razonamiento propiamente dicho. Es decir, mecanizan la selección de datos y deciden el algoritmo que van a utilizar a partir de algún elemento significativo del enunciado a través del cual ofrecen la solución que, en esos casos, no responde de forma razonada a la cuestión original (Chapman, 2006). Esto ocurre, principalmente, al resolver problemas rutinarios habituales en las aulas de nuestro país. La elección del tipo de tareas matemáticas que se proponen en las aulas de forma diaria, ha de ser minuciosa en función del objetivo que se pretenda, ya que tienen un gran impacto en el rendimiento de los alumnos en esta materia (Mullins, Martin, Ruddock, O´Sullivan y Preuschoff, 2012).

En otros países, la práctica de tareas desarrolladas en el aula poseen un enfoque constructivista del aprendizaje, siguiendo una secuenciación en la que se diferencian los pasos de

teoría, ejemplo, práctica rutinaria y problema (Ruíz, 2013). En el primer paso, teoría, se facilitan las definiciones de conceptos y conocimientos; el paso segundo consiste en la ejemplificación de la teoría; el tercer aspecto implica la realización de ejemplos similares, o con ligeras modificaciones, a los tratados en el paso previo; y, el último de los pasos, resolución de problemas, no llega a producirse en todas las aulas. Puede ser usual que se finalice con la realización de algún ejercicio contextualizado que no suele diferir demasiado de los ejemplos realizados pero en escasas ocasiones se trabajan verdaderos problemas que demanden un cierto nivel cognitivo. Se trata de un aprendizaje unidireccional, con escasas interrelaciones profesor-estudiante y estudiante-estudiante, y donde el flujo de información va del docente al alumno, que sólo suele intervenir cuando tiene dudas.

Interacción en las clases de matemáticas

No sólo el tipo de tareas es importante. La figura del profesor es un elemento básico ya que su comportamiento juega un papel decisivo en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Socas, 2011). Edo (2005, p. 126) consideró que,

> los alumnos son los agentes y responsables últimos de la construcción de significados sobre los contenidos escolares. Pero este proceso de construcción, de naturaleza individual, es inseparable de la actividad que desarrollan conjuntamente profesores y alumnos en el aula alrededor de unos contenidos y tareas escolares. En consecuencia, esta construcción es también de naturaleza social. Desde esta perspectiva, en una situación didáctica, la interacción entre profesor, alumnos y la tarea o contenido escolar constituye el contexto en el que se proporcionan ayudas a los procesos de construcción de conocimientos matemáticos.

Y el docente debe realizar esa labor en muy diferentes situaciones/sentidos. Uno de ellos es al tener que decidir las tareas que plantea a los alumnos (Polya, 1986). Otro es cuando resuelve problemas conjuntamente con los estudiantes en el aula, que es el que vamos a considerar a continuación.

Nathan y Knuth (2003) estudiaron cómo promover la reflexión y el papel que deben asumir los docentes cuando interaccionan con los estudiantes. Chamoso, Vicente, Rosales y Orrantia (2007) propusieron un sistema de análisis cuando los maestros resolvían problemas conjuntamente con los estudiantes a partir de dos dimensiones: qué se hace durante la interacción, es decir, qué procesos cognitivos tenían lugar, y quién lo hace, es decir, qué participación tenían. Por otro lado Font, Planas y Godino (2010) presentaron un sistema de análisis para mejorar los programas de formación del profesorado centrado en dos dimensiones: qué ocurre en el desarrollo de la sesión y porqué. Rosales et al. (2012) analizaron cómo maestros resolvían problemas rutinarios de cierta dificultad de manera conjunta con los estudiantes atendiendo a los aspectos matemáticos y situacionales que surgían en la interacción. Los resultados afirmaron que los maestros, independientemente del tipo de información que presentaba el problema, los resolvían de forma mecánica sin favorecer el razonamiento matemático o situacional de los alumnos (en la línea de los resultados de Rosales, Orrantia, Vicente y Chamoso, 2008 a y b).

Depaepe et al. (2010) estudiaron qué ocurría en el aula cuando maestro y alumnos resolvían conjuntamente problemas rutinarios, los habituales de los libros de texto. Los resultados fueron que existía un claro dominio del modelo paradigmático, donde el docente se centraba principalmente en aspectos matemáticos y la información numérica del problema, frente al modelo narrativo, donde el docente se centraba en aspectos contextuales, situacionales o

información no numérica (Chapman 2006). En sus conclusiones incluían que estos resultados, que concuerdan con los de Chapman (2006), podían ser debidos a que los problemas rutinarios se suelen resolver en el aula de forma mecánica utilizando escaso razonamiento.

En definitiva, tras la revisión de la literatura de investigación, puede decirse que se tiene cierta información sobre lo que ocurre cuando un maestro resuelve conjuntamente problemas rutinarios con los estudiantes en las aulas habituales, pero apenas se ha estudiado qué sucede cuando se utilizan problemas no rutinarios. En concreto, en este trabajo se plantea analizar la interacción que se produce entre maestros y sus alumnos cuando resuelven conjuntamente problemas no rutinarios en el aula habitual, tanto en función de los procesos (selección de datos y razonamiento), como del grado de participación de los alumnos. Como hipótesis se considera que:

- Cuando los maestros resuelven conjuntamente problemas no rutinarios con sus alumnos en el aula, se promueve el razonamiento en mayor medida que cuando resuelven problemas rutinarios.
- Cuando los maestros resuelven conjuntamente problemas no rutinarios con sus alumnos en el aula, el nivel de participación de los alumnos es mayor que cuando resuelven problemas rutinarios.

Metodología

Se trata de un estudio descriptivo de la interacción que se produce cuando dos maestros expertos resolvían dos problemas con sus estudiantes, en el aula habitual y en el tiempo destinado a realizar actividades de ese tipo.

Participantes

Se seleccionaron, por disponibilidad, dos maestros de 6º de Primaria entre una muestra de maestros ordinarios que ejercían su labor en centros públicos o privados en España, de los cursos 4º, 5º y 6º de Primaria, entre los que aceptaron ser grabados con audio en el aula. Los docentes, con una experiencia profesional de 32 y 33 años, ejercían su labor en aulas de 20-22 alumnos en un centro con un entorno socio-económico de clase media.

Problemas

Los problemas utilizados fueron dos: uno rutinario de cierto grado de dificultad (Orrantia, Tarín y Vicente, 2011; Rosales et al., 2012; Figura 2) y otro no rutinario (Tahan, 1986; Figura 3):

Un pastor tenía un rebaño con 57 ovejas. El pastor quería aumentar el tamaño del rebaño porque este año había buenos pastos. Para ello, se fue a una feria de ganado, decidió comprar algunas ovejas y las juntó con las que tenía. Una tarde el pastor vio una manada de lobos por la zona; los lobos estaban hambrientos y entonces, del total de ovejas del rebaño, se comieron 11 y ahora el rebaño tiene 96.

Figura 2. Problema rutinario de cierto grado de dificultad

Un día en que iba con mi padre al mercado nos encontramos a un vecino, Juan, que, al saberlo, nos pidió que le vendiéramos los 30 melones que tenía al precio de 3 melones 1 €. Después nos encontramos a una conocida, María, que, aprovechando, nos preguntó que si podíamos venderle sus 30 melones a 2 melones por 1 €. Aceptamos en ambos casos y, ante la diferencia de precio de los melones, a mi padre se le ocurrió vender los melones por lotes de 5 melones, a 2 € el lote. Vendimos todo y mi padre me encargó que guardase el dinero.

Ya de vuelta, mi padre me dijo que organizásemos el dinero conseguido para pagar a Juan y María. Miré el dinero que tenía y, como habíamos vendido 12 lotes de 5 melones, comprobé que tenía 24 €. Entonces mi padre dijo que a Juan había que darle 10 euros y a María 15, en total 25 euros. ¿Había perdido 1 euro por el camino?

Figura 3. Problema no rutinario

Recogida de la información

Se grabó, en audio, a cada uno de los maestros resolviendo ambos problemas conjuntamente con sus alumnos en su aula y horario habitual.

Procedimiento de análisis

Las interacciones fueron transcritas. Para analizarlas se tomó el ciclo como unidad de medida, entendido como la segmentación de las acciones desarrolladas al realizar una tarea concreta en el aula y que suele comenzar con una pregunta, ya sea de modo explícito o implícito, y finalizar cuando la pregunta ha sido respondida o abandonada (Wells, 1999). Para poder segmentar en ciclos, se tuvieron en cuenta los contenidos públicos entendidos como la información que maestro y alumnos comparten públicamente (Chamoso et al., 2007), de modo que cada ciclo contiene un único contenido público (en las ocasiones en que, en un mismo ciclo, existen diferentes contenidos públicos se considera como contenido público el principal del que dependan el otro u otros contenidos públicos).

Una vez delimitados los ciclos, cada uno de ellos se organizó en dos sentidos teniendo en cuenta el contenido público: qué se hace, referido al contenido y procesos que surgen y quién lo hace, referido al nivel de participación de los alumnos.

a) Qué se hace: A partir de una adaptación del sistema de análisis de Rosales et al. (2008a) y Nathan et al. (2003) para problemas rutinarios se organizaron las siguientes categorías (Tabla 1).

Tabla 1
Sistema de categorías para Qué se hace

CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍ	DEFINICIÓN
Selección: referido a datos y otros aspectos que aparezcan explícitamente en el planteamiento del problema o proceso de resolución que se está desarrollando	*Información numérica*	Relaciona, explícitamente, información numérica que aparece en el enunciado del problema o datos que surgen en el proceso de resolución
	Información no numérica	Relaciona, explícitamente, información no numérica que aparece en el enunciado del problema o datos que surgen en el proceso de resolución

Razonamiento: referido a aspectos que son algo más que la mera selección de información proporcionada por el planteamiento del problema, como son la relación de datos y/o conceptos, atención explícita a información situacional relevante o reformulación de la pregunta clave del problema	*Información numérica*	Relacionado con las intenciones y los objetivos numéricos del problema, con su comprensión profunda, así como con la pregunta clave reformulada. Relaciona datos
	Información no numérica	Relacionado con las intenciones y los objetivos no numéricos del problema, con su comprensión profunda, así como con la pregunta clave reformulada. Relaciona datos
Reflexión: referido a aspectos relacionados con el proceso de resolución no directamente dirigido a lo numérico ni lo matemático, y que es más general que para el propio problema que se está considerando		Relacionado con aspectos del propio problema ampliable a otros contextos
Planificación		Relacionado con acciones de organización directamente relacionadas con el desarrollo y resolución del problema
Control		Relacionado con aspectos de atención y orden, aspectos organizativos sin relación en ningún sentido con una resolución del problemas y aspectos de regulación
Ciclo de lectura		Relacionado con la lectura del problema, así como definiciones previas a la interpretación matemática

Los ciclos de planificación, control y lectura no se consideraron para el análisis por no estar directamente relacionados con los objetivos que se pretendían (3,2% de ciclos de media en cada interacción de cada maestro y cada problema).

b) Quién lo hace: A partir de una adaptación del sistema de análisis de Sánchez, Ricardo, Castellano, De Sixte, Bustos y García Rodicio, (2008) para problemas rutinarios, se organizaron las siguientes categorías en función de si el contenido público era elaborado por:

- Nivel 1 (P): el maestro exclusivamente.
- Nivel 2 (Pa): el maestro y el alumno, con una mayor contribución del maestro (en esos casos el docente, usualmente, inicia el ciclo con una pregunta cerrada o invasiva que incluye parte de la respuesta).
- Nivel 3 (Ap): el maestro y el alumno, con una mayor contribución del alumno (en esos casos el docente, usualmente, inicia el ciclo con una pregunta abierta o no invasiva).
- Nivel 4 (A): el alumno exclusivamente.

Un ejemplo de análisis se encuentra en la tabla 2:

Tabla 2
Ejemplo de análisis de la interacción

	INTERACCION	QUÉ		QUIÉN
		Contenidos públicos	*Proceso*	*Nivel de participación*
CICLO 44	**P:** ¿Que esas son? ¿Sería qué? 39…? ¿Que serían, ovejas…? **A:** Que.. no **P:** Está bien eh!	"Sería 39 ovejas"	SELECCIÓN: Información no numérica	P
CICLO 45	**P:** El resultado está bien, pero tienes que saber por qué lo haces. Tú has cogido las 96 que le quedan y le has quitado las 57 que tenía. **A:** 39, tenían que haber, habiéndose comido 11. **P:** Entonces ahora… **A:** 39, que me daba antes, más 11 que se comió el lobo. Me da 50. **A:** Yo lo he hecho de otra forma! **P:** 50! Muy Bien.	"El resultado está bien, pero a esas 39 hay que sumarle 11 que se comió el lobo, y da 50 ovejas"	RAZONAMIENTO: información numérica	Pa
CICLO 46	**P:** A ver de qué otra forma, Nicolás. **A:** 57 menos 11, que me da 46 y 96 menos 46 que da 50. **P:** Bien.	"Otra forma es 57 menos 11 da 46; y 96 menos 46 da 50"	RAZONAMIENTO: información numérica	Ap
CICLO 47	**P:** Como siempre os digo, los procesos para obtener los resultados no son únicos. O no siempre son únicos. Lo importante es que sean razonados. Que ese recorrido desde los datos hasta la respuesta, sea el que sea, pero que nos lleve a la buena respuesta.	"Se puede llegar a una solución de diferentes formas"	REFLEXIÓN	P

Los datos se organizaron, de forma global, en valores absolutos y porcentajes atendiendo a las categorías consideradas de Qué se hace y Quién lo hace, explicadas anteriormente, teniendo en cuenta si el problema era rutinario o no rutinario.

Medidas

Referido a Qué se hace, se compararon los porcentajes de ciclos en cada problema atendiendo, por un lado, a cada una de las categorías consideradas (selección, razonamiento y reflexión) y, por otro, teniendo en cuenta las subcategorías en cada caso (información numérica y no numérica; tabla 1).

Referido a Quién lo hace, se compararon los porcentajes de ciclos en cada problema atendiendo, por un lado, a cada una de los niveles de participación y, por otro, teniendo en cuenta cada una de las categorías (selección, razonamiento y reflexión).

Fiabilidad

Para evaluar la fiabilidad del sistema de análisis, se seleccionó aleatoriamente un fragmento de cada una de las transcripciones de las interacciones (un 20% del total) para que dos jueces externos aplicaran independientemente el procedimiento de análisis. El acuerdo varió

entre 0.84 y 0.99 dependiendo de la categoría considerada, resolviendo los desacuerdos mediante consenso que permitió depurar y clarificar el sistema de análisis. A partir de ello, con el nuevo sistema de análisis, se realizó una nueva categorización de las interacciones realizadas.

Resultados

Los resultados de la interacción de dos maestros de Primaria cuando resolvían dos problemas con los estudiantes en el aula, teniendo en cuenta Qué se hace y Quién lo hace en cada una de sus categorías y subcategorías, fueron:

Qué se hace

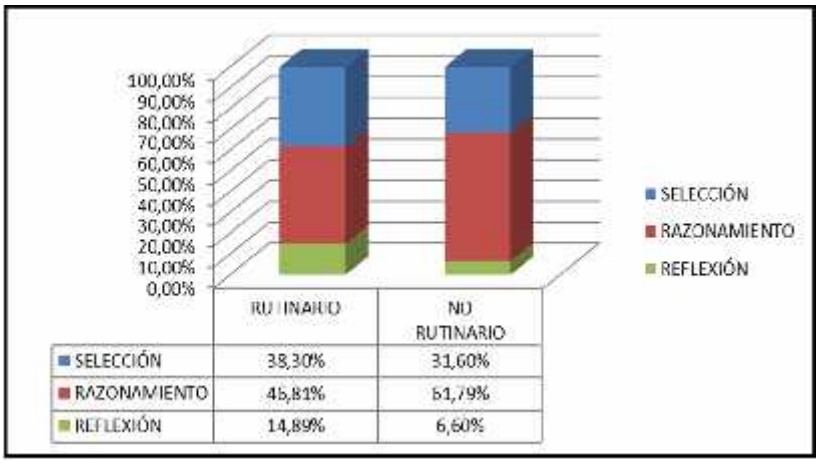


Figura 4. Porcentajes totales de ciclos por categorías y tipo de problema

El porcentaje de ciclos dirigidos a la categoría de razonamiento en el problema no rutinario fue de un 61,79 %, más elevado que en la misma categría referido al rutinario. Así mismo, el número de ciclos dedicados a la reflexión en el problema no rutinario fue menor que en el rutinario, mientras que en los dedicados a selección de datos fue similar en ambos casos. La existencia de ese porcentaje de ciclos dedicados a la selección en ambos problemas puede ser debido a que, en la resolución de problemas matemáticos, es esencial generar un modelo situacional donde los alumnos sean capaces de seleccionar información (Rosales et al., 2012; Verschaffel et al., 2000).

En cuanto a la reflexión se refiere, los resultados pueden ser debidos a que en las reflexiones grupales no sólo se aprende a razonar sino también a hablar del razonamiento y mostrar una conciencia metacognitiva (Elbers, 2003). Es decir, para tomar conciencia del desarrollo de la tarea no debe ser suficiente dar una respuesta adecuada sino que hay que argumentarla y esto es más fácil de realizar cuando se realizan problemas habituales de aula, con los que se está acostumbrado a trabajar, lo cual podría justificar que se haya dedicado menos ciclos en la categoría reflexión en el problema no rutinario.

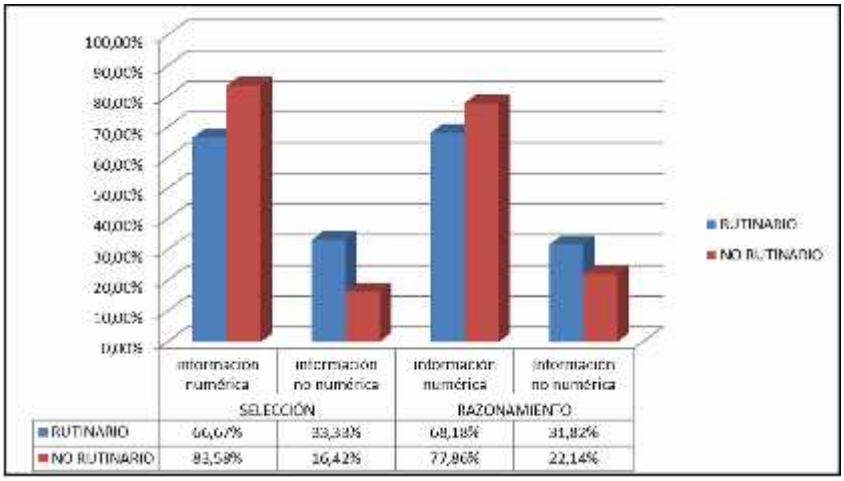


Figura 5. Porcentajes totales de ciclos según las categorías de selección y razonamiento dependiendo de la subcategoría a la que pertenecen, numérica-no numérica

Teniendo en cuenta únicamente los resultados obtenidos en selección y razonamiento, y atendiendo a las subcategorías consideradas de información numérica y no numérica (no se consideró la categoría reflexión ya que casi la totalidad de sus ciclos esuvieron dirigidos a información numérica), se observa que más de las tres cuartas partes de los ciclos estaban dirigidos al primer caso, tanto en el problema rutinario como en el no rutinario (Figura 5). Estos resultados concuerdan con los obtenidos por Depaepe et al. (2010) y Rosales et al. (2012) cuando consideraron que los docentes prestaban mayor atención a los aspectos matemáticos de la tarea, independientemente del tipo de información existente en el problema, desarrollando una orientación más paradigmática, centrada en la estructura matemática del problema, que narrativa, centrada en sus aspectos situacionales.

Quién lo hace

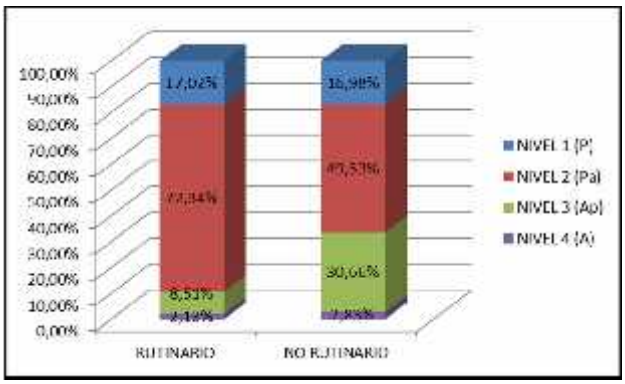


Figura 6. Porcentajes totales de ciclos según el nivel de participación por tipo de problema

Se observa que el mayor porcentaje de ciclos del nivel de participación para el problema no rutinario son los niveles 2 y 3 mientras que para el problema rutinario son 1 y 2. Comparando el nivel de participación en la resolución de ambos tipos de problemas, se observa que los niveles 1 y 4 son similares mientras que en el nivel 2 el porcentaje de ciclos es muy superior en la resolución del problema rutinario con respecto al no rutinario mientras que es muy inferior en el nivel 3 en la misma comparativa. Estos resultados pueden deberse a que los maestros cedieron más participación a los alumnos en el desarrollo de la interacción cuando resolvían el problema

no rutinario haciendo que se cuestionaran sus ideas, resultados que concuerdan con los de Carrillo, Climent, Gorgorió, Prat y Rojas (2008). Sin embargo, en cualquier caso, esa cesión fue solo parcial porque, aunque el nivel 3 fue muy superior cuando los estudiantes resolvían problemas no rutinarios con respecto a los rutinarios, los porcentajes de nivel 4 fueron escasos en ambos casos.

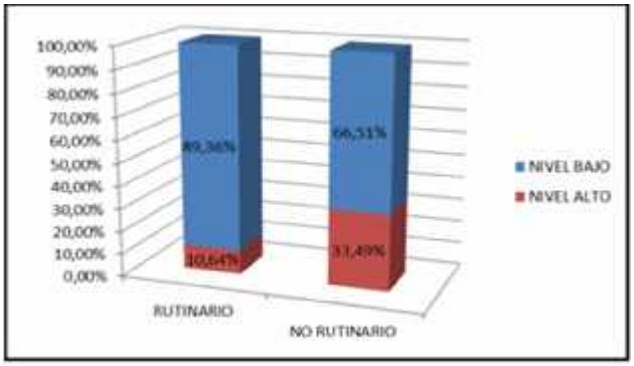
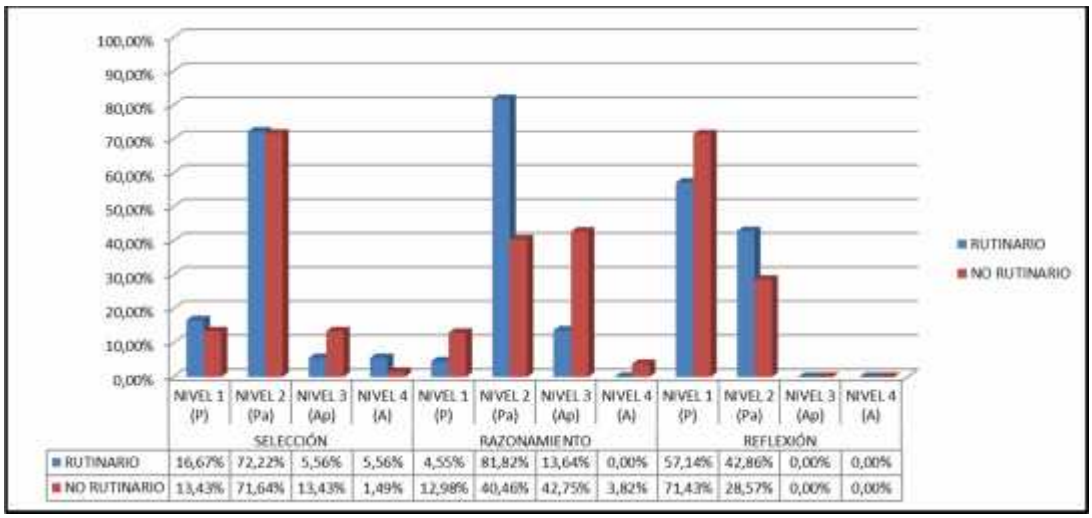


Figura 7. Porcentajes totales de ciclos según el nivel de participación por tipo de problema

Estos resultados se corroboran si agrupamos, por un lado, los niveles de participación 1 y 2 (nivel bajo de participación) y, por otro, los niveles 3 y 4 (nivel alto de participación). En concreto, se observa que la interacción de los maestros con los alumnos cuando resolvían problemas no rutinarios posibilitó un mayor nivel de participación del alumno con respecto a cuándo resolvían problemas rutinarios (Figura 7).



	SELECCIÓN				RAZONAMIENTO				REFLEXIÓN			
	NIVEL 1 (P)	NIVEL 2 (Pa)	NIVEL 3 (Ap)	NIVEL 4 (A)	NIVEL 1 (P)	NIVEL 2 (Pa)	NIVEL 3 (Ap)	NIVEL 4 (A)	NIVEL 1 (P)	NIVEL 2 (Pa)	NIVEL 3 (Ap)	NIVEL 4 (A)
RUTINARIO	16,67%	72,22%	5,56%	5,56%	4,55%	81,82%	13,64%	0,00%	57,14%	42,86%	0,00%	0,00%
NO RUTINARIO	13,43%	71,64%	13,43%	1,49%	12,98%	40,46%	42,75%	3,82%	71,43%	28,57%	0,00%	0,00%

Figura 8. Nivel de participación por tipo de problemas y categorías

Relacionando las categorías de Quién lo hace con las de Qué se hace, el mayor porcentaje de ciclos de nivel de participación en la interacción cuando resolvían problemas no rutinarios y problemas rutinarios se produce en la categoría selección de datos, en el nivel 2, en razonamiento en los niveles 2 y 3 y en reflexión en los niveles 1 y 2 (Figura 8).

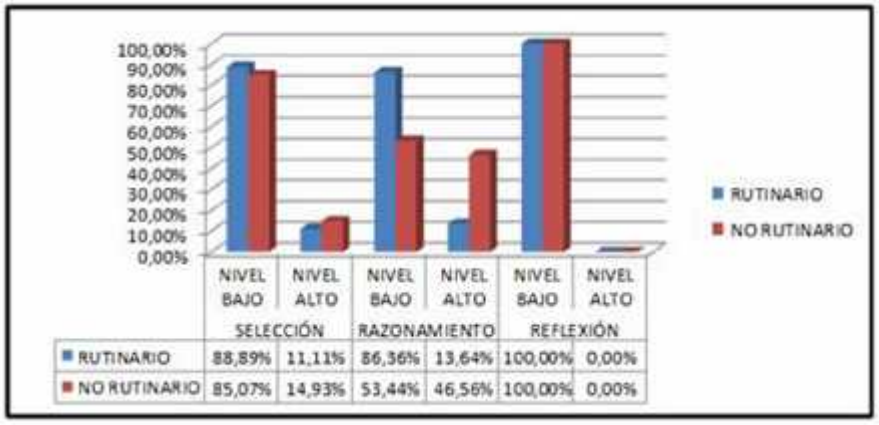


Figura 9. Nivel de participación por tipo de problemas y categorías

Comparando los resultados cuando resolvían problemas rutinarios y problemas no rutinarios, en la categoría razonamiento los niveles 2 y 3 están igualados en el problema no rutinario a diferencia que en el rutinario, donde más del 75% de los ciclos pertenecían al nivel 2. Es precisamente en esta categoría razonamiento donde se observan mayores diferencias cuando resuelven problemas rutinarios con respecto a los no rutinarios, con mayor porcentaje en el nivel 2 en el primer caso y al contrario en el nivel 3. Estos resultados parecen indicar que es en razonamiento donde los maestros ceden más el protagonismo de la interacción al alumno cuando resuelven problemas no rutinarios con respecto a los rutinarios (ver Figura 9). Esto puede ser debido a que, como se explicó anteriormente, el maestro hace que los alumnos cuestionen sus ideas incrementándose así el razonamiento con una mayor participación de éste (Carrillo et al., 2008).

Conclusiones

Los resultados del análisis de la interacción de dos maestros con sus estudiantes cuando resuelven conjuntamente dos problemas, uno rutinario y otro no rutinario, en el aula habitual permiten concluir, atendiendo a Qué se hace y Quién lo hace:

- Qué se hace: el porcentaje de ciclos dedicados a la selección y a la reflexión fue similar cuando resolvían ambos tipos de problemas, a diferencia de los dedicados al razonamiento, donde el porcentaje fue superior cuando resolvían el problema no rutinario. Esto puede ser debido a que, cuando el problema exige cierta dedicación y concentración para la resolución, el maestro hace que el razonamiento esté latente a lo largo de la resolución del mismo (Elbers, 2003). Si se relacionan esos resultados con las subcategorías de información numérica y no numérica, se aprecia que existe un cierto dominio de la información numérica, apoyando los resultado obtenidos por Depaepe et al. (2010) y Rosales et al. (2012), donde comprobaron que los docentes ponían más atención en los aspectos matemáticos que en la información que proporcione el problema.
- Quién lo hace: Cuando los maestros resolvieron problemas no rutinarios con los estudiantes hubo una mayor participación de éstos en la construcción del contenido público en comparación con cuando resolvían problemas rutinarios, lo que puede ser debido a que los maestros consiguieron que los alumnos se cuestionaran sus ideas, como ocurrió en resultados obtenidos por Carrillo et al. (2008). Y es precisamente en la categoría razonamiento donde esas diferencias están más marcadas.

Los resultados de este estudio pueden tener implicaciones educativas pues podrían sugerir que, si se corroboran en otros estudios posteriores, si se pretende que en el aula aumente el razonamiento, sería aconsejable aumentar la propuesta de problemas no rutinarios que se deberían realizar.

Como limitaciones del estudio, los instrumentos para analizar la interacción de problemas no rutinarios necesitarían más experimentación. Así mismo sería necesario analizar más interacciones de maestros cuando resuelven problemas con los estudiantes en el aula para comprobar si los resultados se mantienen en la línea del trabajo que se presenta.

Como perspectivas de futuro, sería interesante realizar un estudio similar donde la muestra de maestros fuera mayor. A la vez, quizás, sería aconsejable añadir la interacción de la resolución de otro problema en el aula que incluya una parte rutinaria y una parte no rutinaria para comparar los resultados. Además, sería interesante centrarse en algunos aspectos concretos de los resultados obtenidos como, por ejemplo, profundizar en la categoría reflexión de manera que se permita clarificar su influencia en la resolución de problemas rutinarios y no rutinarios, o profundizar en las peculiaridades de algunos ciclos como aquellos que son iniciados por los estudiantes para valorar mejor la influencia de la participación.

Referencias y bibliografía

Carrillo, J. (1998). Resolución de problemas en la enseñanza secundaria: ejemplificación del para qué. *Epsilon, 40*, 15-26.

Carrillo, J., Climent, N., Gorgorió, N., Prat, M. y Rojas, F. (2008). Análisis de secuencias de aprendizaje matemático desde la perspectiva de la gestión de la participación. *Enseñanza de las Ciencias, 26 (1)*, 67-76.

Castro, E. (2008). Resolución de problemas ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luego, B. Gómez, M. Camacho y L. J. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. XII Simposio de la SEIEM* (pp. 113-140). Badajoz, España.

Chamoso, J. M.; Vicente, S.; Rosales, J. y Orrantia, J. (2007). Análisis de la interacción profesor-alumno en el aula de matemáticas: actividades, autonomía e incidentes. *XII Conferencia interamericana de educación matemática (XII CIAEM)*. Querétaro, México, 15-18 julio 07. Ponencia invitada.

Chapman, O. (2006). Classroom practices for context of mathematics Word problems. *Educational Studies in Mathematics, 62*, 211-230.

Depaepe, F., De Corte, E., y Verschaffel, L. (2010). Teachers' approaches towards Word problem solving: elaborating or restricting the problem context. *Teaching and Teacher Education, 26*, 152- 160.

Dewolf, T., Van Dooren, W., y Verschaffel, L. (2011). Upper elementary school children's understanding and solution of a quantitative problem inside and outside the mathematics class. *Learning and Instrution*, 770-780.

Díaz, M. V. y Poblete, Á. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 45*, 33-41.

Edo, M. (2005). Educación matemática versus Instrucción matemática en Infantil. En A. Pequito, & A. Pinheiro (Ed.), *Proceeding of the First International Congress on Learning in Chilhood Education* (págs. 125-137). Porto, Portugal: Gailivro.

Elbers, E. (2003). Classroom interaction as reflection: learning and teaching mathematics in a community of inquiry. *Educational Studies in Mathematics, 54,* 77-99.

Font, V., Planas, N., y Godino, J. (2010). Modelo para el análisis didáctico en Educación Matemática. *Infancia y Aprendizaje, 33 (1)*, 89-105.

Jiménez, L. (2012). La aplicación del conocimiento contextualizado en la resolución de problemas matemáticos: un estudio sobre las dificultades de los niños en la resolución de problemas no rutinarios. *Cultura y Educación, 24 (3*), 352-362.

Kantowski, M.G. (1981). Problem solving. En Fennema, E. (Ed.) *Mathematics Education research: Implications for the 80's*. NCTM: Reston.

Mayer, R. (2003). Mathematical Problem Solving. En J. Royer (Ed.), *Mathematical Cognition* (pp. 69- 92). Greenwich, CN: Information Age Publishing.

Mullins, I., Martin, M., Ruddock, G., O´Sullivan, C. y Preuschoff, C. (2012). *TIMSS 2011. Marcos de la Evaluación*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

Nathan, M.J., y Knuth, E.J. (2003). A study of who classroom mathematical discourse and teacher change. *Cognition and Instruction, 21 (2)*, 175-207.

Orrantía, J., Tarín, J., y Vicente, S. (2011). El uso de la información situacional en la resolución de problemas aritméticos. *Infancia y Aprendizaje, 34 (1)*, 81-94.

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.

Polya, G. (1986). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas. Traducción de Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.

Rosales, J., Orrantia, J., Vicente, S. y Chamoso, J. M. (2008 a). La resolución de problemas aritméticos en el aula. ¿Qué hacen los profesores cuando trabajan conjuntamente con sus alumnos? *Cultura y Educación, 20 (4)*, 423-439.

Rosales, J., Orrantia, J., Vicente, S. y Chamoso, J. M. (2008 b). Studying Mathematics problem-solving classrooms. A comparisons between the discourse of in-service teachers and student teachers. *European Journal of Psychology of Education, 23, (3)*, 275-294.

Rosales, J., Vicente, S., Chamoso, J. Mª., Múñez, D. y Orrantia, J. (2012). Teacher-student interaction in joint Word problem solving. The role of situational and mathematical knowledge in mainstream classrooms. *Teaching and Teacher Education, 28,* 1185-1195.

Ruíz, A. (2013). *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática,* 2013, Año 8. Número Especial, 7-111, Costa Rica.

Sánchez, E., Ricardo, J., Castellano, N., De Sixte, R., Bustos, A., y García Rodicio, H. (2008). Qué cómo y quién: tres dimensiones para analizar la práctica educativa. *Cultura y Educación, 20 (1)*, 95-118.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Florida USA: Academic Press, Inc.

Socas, M. (2011). Aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas en Educación Primaria. Buenas prácticas.

Educatio Siglo XXI, 29 (2), 199-224.

Tahan, M. (1986). *El hombre que calculaba*. Mexico: Limusa, S.A.

Verschaffel, L., Greer, B., y De Corte, E. (2000). Making sense of Word problems. The Netherlands: Swets & Zeitlinger Publishers.

Wells, G. (1999). *Dialogic inquiry: Toward a sociocultural practice and theory of education*. Cambridge: CUP.

Análisis de las situaciones de contingencia a través de las estrategias comunicativas

Horacio **Solar** Bezmalinovic
Pontificia Universidad Católica de Chile
Chile
hsolar@uc.cl
Alicia **Zamorano**
Universidad Autónoma de Barcelona
España
ali.zamorano@gmail.com
Jordi Deulofeu **Piquet**
Universidad Autónoma de Barcelona
España
jordi.deulofeu@uab.cat

Resumen

A partir de las dimensiones del Knowledge Quartet descritos por Rowland, en esta comunicación nuestro foco está puesto en la contingencia, es decir en aquellas situaciones que no son planificadas por el profesorado, y que presentan como desencadenantes[1] diferentes situaciones propias de la interacción de una clase de matemáticas. Nuestro propósito es estudiar las contingencias que provienen de respuestas erróneas del estudiante y analizar de qué manera el profesor gestiona dichas contingencias por medio de estrategias comunicativas. Para ello analizamos dos situaciones con gestiones diferentes de la contingencia presentada. Para realizar el estudio de estos casos, hemos analizar la gestión a partir de tres estrategias comunicativas: oportunidades de participación, gestión del error, y tipo preguntas. De los casos analizados, podemos concluir que las estrategias comunicativas contribuyen a gestionar las situaciones de contingencia; cuando no hay buenas preguntas, no hay verdaderas oportunidades de participación y por tanto no se hace una adecuada gestión del error.

Palabras clave: Knowledge Quartet, contingencia, estrategias comunicativas, gestión del aula de matemáticas.

Introducción

Los modelos teóricos que hoy se están desarrollando para la formación de profesores ponen de relieve la necesidad de relacionar modelos teóricos de formación –inicial y continua- del profesorado con la práctica y su gestión en situaciones particulares. Por ejemplo el equipo liderado por Deborah Ball de la Universidad de Michigan profundiza en las características del modelo Conocimiento Matemático para la Enseñanza, en el que persigue una enseñanza eficaz (Ball, Thames & Phelps, 2008). Este modelo está basado en el Conocimiento pedagógico del

[1] Es la traducción de lo que Rowland, Thwites y Jared (2011) llaman Triggers, y que hemos denominado Desencadenantes.

conocimiento" (PCK) de Shulman (1986), y ellos concluyen que si bien es cierto que existe una significativa y positiva asociación entre el conocimiento del profesorado y la calidad matemática de la enseñanza, también se presentan una cantidad importante de factores que pueden facilitar o dificultar el uso del conocimiento del profesor en su práctica.

Complementado esta forma de mirar la práctica, es que otros investigadores han desarrollado una conceptualización mirándola en profundidad y no sólo en la descripción del conocimiento del profesorado. Ejemplo de esto es el trabajo realizado por Rowland y sus colegas a través de la elaboración de un marco emergente denominado Knowledge Quartet (KQ), (Rowland, Huckstep & Thwaites, 2005) con las categorías de Fundamentos, Transformación, Conexión y Contingencia, y es en estas categorías donde se activa el conocimiento del profesor desde la práctica. En el caso de esta comunicación nuestro foco está puesto en la Contingencia, es decir en aquellas situaciones que no son planificadas por el profesorado y que movilizan conocimientos necesarios para resolver las tareas matemáticas durante la clase, que se manifiesta luego que un estudiante evidencia un error en la resolución de una actividad o en la respuesta de una pregunta de un docente frente a una actividad matemática.

Hasta ahora la mayoría de la investigación en didáctica de la matemática sobre la formación del profesorado ha girado en torno a la planificación de clases, y el gran aporte del KQ es que permite abordar elementos de la gestión de aula, que no habían sido tomadas en cuenta en propuestas anteriores.

En particular en nuestra comunicación, además de utilizar el KQ, para observar y analizar la gestión del profesorado en las situaciones de contingencia, hemos comenzado por determinar los desencadenantes (triggers) de estas contingencias, que siguen las ideas expuestas por Rowland, Thwaites & Jared (2011).

Gestión de la contingencia

Para la descripción y el análisis de la gestión hemos seguido el desarrollo de las ideas de Rowland, Turner, Thwaites y Huckstep (2009). Según estos autores existe una variedad de posibilidades y de herramientas que están a disposición del profesor con la finalidad de responder a una situación de contingencia.

Del desarrollo de la contingencia expresado por Rowland, et al. (2009), hemos sistematizado las siguientes acciones como parte de la gestión de la contingencia:

- Intercambio de ideas entre profesor y estudiante, o entre el profesor y un grupo de estudiantes
- Pausa del profesor para pensar en las implicaciones de responder, sugerir o repreguntar, antes de responder efectivamente la idea de un estudiante
- Responder a todas las dudas, preguntas y/o intervenciones de los estudiantes.

Estos autores también señalan la importancia de tener en cuenta que al realizar este tipo de análisis desde fuera de la clase y a través de la videograbación es una ventaja, porque no tenemos la presión ni la necesidad de responder a la inmediatez de la sala de clases. Por esto consideran que hay que tener en mente ciertas características de la enseñanza durante la contingencia:

- El reconocimiento de la idea de un estudiante es una acción meritoria.

- A veces es posible que un profesor simplemente no responda a todas las preguntas en profundidad por una cuestión de tiempo.
- Una intervención hábil del profesor permite al estudiante crear nuevas conexiones con su propio conocimiento.

Una manera de estudiar la gestión del aula en situaciones de contingencia, es por medio de las estrategias comunicativas. Varios autores han puesto el foco en la importancia de espacio de comunicación y discusión en el aula de matemáticas (Chapin, O'Connor, & Anderson, 2009; Smith & Stein, 2011), dichos autores han estudiado movimientos discursivos del profesor, y el tipo de preguntas para una discusión efectiva en el aula de matemáticas. En particular tenemos especial interés en las acciones docentes para promover una comunicación en el aula, a lo que hemos llamado estrategias comunicativas. Para ello nos hemos basado en Lee (2010) quien señala diversas estrategias que puede utilizar el profesor para incluir a todos los estudiantes en el discurso matemático, entre ellas: hacer preguntas y desarrollar actividades que todos los estudiantes consideren que merecen reflexión; fijar objetivos que dejen claro que el profesor espera que todo el mundo contribuya; que el profesor se asegure de que todos tengan la oportunidad de aportar algo en un conjunto de temas; asegurar a sus estudiantes que las respuestas equivocadas revelan errores que el profesor necesita aclarar. Estas estrategias las hemos recogido en dos grandes dimensiones en relación con: las oportunidades de participación y la gestión del error.

Además hemos agregado una tercera dimensión, la cual tiene relación con las buenas preguntas que hace el profesor para guiar el discurso matemático. Ponte et al. (1997) señalan que una de las formas más importantes que tiene el profesor para orientar el discurso en clases es haciendo preguntas a los estudiantes, cuestionándolos, y es allí donde el profesor puede detectar dificultades en el nivel de comprensión de los conceptos y de los procesos matemáticos.

Las tres estrategias comunicativas señaladas, oportunidades de participación, gestión del error y buenas preguntas, nos han parecido claves para analizar la gestión de aula en situaciones de contingencia. Nuestro propósito es estudiar las contingencias que provienen de respuestas erróneas del estudiante y analizar de qué manera el profesor gestiona dichas contingencias por medio de las estrategias comunicativas.

Metodología

Para poder responder al objetivo de esta comunicación, es que hemos optado por desarrollar una investigación basada en el estudio de casos. Consideramos que este método nos permitirá conocer y comprender cómo funciona la gestión de las situaciones de contingencia, por ser casos específicos de enseñanza y de funcionamiento complejo. Estas últimas son características propias de la enseñanza de las matemáticas, de la práctica que un profesor o profesora realiza mientras enseña, es decir, es un acto que se da en los detalles, estudiantes particulares interactúan con maestros particulares sobre ideas particulares en circunstancias particulares (Ball & Cohen, 1999).

Seguimos la metodología del estudio de casos, porque cada uno de nuestros episodios analizados, son de interés en sí mismos, por la particularidad de la gestión que cada docente realiza frente a las situaciones de contingencia (Latorre, 2003;Stake, 2007; Yin, 2006).

Lo que presentaremos en esta comunicación corresponde a dos casos, cada caso es una situación de contingencia desencadenada por las ideas de los estudiantes y que ocurren por un

error en la respuesta de uno o varios estudiantes y que el docente decide escuchar e incorporar en el desarrollo de la clase por tanto cambia la planificación original y sigue las ideas del o los estudiantes.

Los casos que hemos analizado fueron recopilados a través de videograbaciones, donde a partir de una observación posterior y pormenorizada, se seleccionaron los casos de estudio (Kersting, 2008; Schoenfeld, 2013). Seguimos la metodología que utilizaron Rowland y sus colegas (2013), ya que sus datos también fueron recopilados a través de videograbaciones, y a partir de ellas seleccionaron los episodios que correspondían a cada dimensión. Además cada caso fue transcrito y se realizó una descripción detallada de la situación de la clase en donde se produjo la contingencia.

Para la selección de los casos estudiados la primera acción que realizamos fue identificar el desencadenante de la contingencia, siguiendo las ideas de Rowland et al. (2011), para luego centrarnos en el tipo de respuesta que el docente entregó a los estudiantes. En particular estos casos tienen la característica de ser una intervención matemáticamente incorrecta para la resolución de la tarea propuesta.

Lo que diferencia a los dos casos que presentamos a continuación es la manera en que cada docente gestionó el error y las consecuencias que esa gestión tuvo en el desarrollo de la clase y los posibles aprendizajes derivados de ella.

Para realizar el análisis de estos casos, hemos decidido estudiar y analizar la gestión a partir de las tres estrategias comunicativas: oportunidades de participación, gestión del error, y tipo preguntas. Para cada una de estas estrategias comunicativas se cuenta con indicadores que han sido desarrolladas por los investigadores y validados por medio de un juicio de expertos.

Análisis de datos

Para cada uno de los casos, se describe la situación de clase en donde se desarrolla la situación de contingencia. Para ellos se presentan extractos de episodios de clase que permitan evidenciar la discusión de la clase asociado a la situación de contingencia. Posteriormente para analizar la gestión de la profesora se utilizaran las tres estrategias docentes descritas anteriormente.

Caso Matilde

Matilde

El primer episodio que analizaremos corresponde a un curso de octavo de primaria (13-14 años) en que se están estudiando poliedros. Los estudiantes han trabajado las características de los poliedros en clases anteriores. La profesora Matilde tiene como propósito que los estudiantes pueda unir dos poliedros a partir de su base y calcular la nueva superficie. Para ello tiene planificado realizar la siguiente tarea matemática: a partir de un conjunto de prismas dispuestos en la sala, unir dos poliedros desde su base y calcular la superficie de la nueva figura. Antes de comenzar la tarea, Matilde quiere comprobar si los estudiantes reconocen los poliedros con los que van a trabajar. Matilde primero presenta el cubo, y los estudiantes lo reconocen inmediatamente, sin embargo para el segundo poliedro- un prisma triangular- los estudiantes dan una multiplicidad de respuestas que corresponden a figuras de 2 y 3 dimensiones y que Matilde apunta en la pizarra, tales como: cuadrado, triángulo, rectángulo, pirámide; el último de los nombres que apunta Matilde es prisma.

En este episodio de clase existe una contingencia porque la profesora no esperaba que los estudiantes tuvieran tantas dificultades para reconocer el prisma triangular, además de asociarlo con el nombre de otras figuras geométricas. La contingencia es desencadenada por el primer estudiante que contesta erróneamente- asocia el prisma con un rectángulo- y el tratamiento a la contingencia que la profesora decide es otorgar la oportunidad al resto de los estudiantes para que entreguen sus respuestas. La aparición de multiplicidad de nombres de figuras geométricas hace que la profesora se dé cuenta de que existen dificultades generalizadas para reconocer el prisma triangular.

En los episodios de la clase que se presentan, se observa que, a través de la gestión que hace Matilde de la situación contingente, los estudiantes finalmente reconocen el prisma rectangular.

Una vez que Matilde termina de apuntar en la pizarra las respuestas de los estudiantes, Matilde comienza a gestionar la correspondencia entre los nombres y las figuras. Para ello, dibuja una de las caras del cubo y la contrasta con el cubo que tiene en la mano. Con ello, promueve una discusión sobre la diferencia entre una figura en el plano y en el espacio. Veamos una parte de esta gestión en el Episodio 1

Episodio 1

Profesora: Bien. Yo quiero que veamos, en éste caso (dibuja en la pizarra una de las caras del cubo), ¿qué es eso?
Estudiantes: ¡Cuadrado!
Profesora: ¿Seguros?
Estudiantes: Sí
Profesora: Ya, y ¿por qué se llama cuadrado esto? (Señala el cubo)
Camilo: Porque tiene lados por todos lados
Estudiante: Porque tiene caras
Profesora: Tiene lados por todos lados, ya… (estudiantes ríen) Pero si está bien
Estudiante: Tiene cuatro lados
Profesora: Tiene lados por todos lados. Ya entonces yo les pregunto por qué no se llama cuadrado.
Claudio: Tiene lados por todos lados
Profesora: Camilo me dice que hay una diferencia y ¿Cuál es esa diferencia?
Claudio: Tiene lados por todos lados
Profesora: Que tiene lados por todos lados. Y cuando algo tiene lados por todos lados…
Estudiante: Tiene superficie
Profesora: Lados por todos lados
Ricardo: Tiene seis caras
Profesora: Y éste no tiene lados por todos lados. Estas son las dimensiones que tiene una figura.
Dante: 3D
Profesora: ¿Cuál es 3D? ¿Cuál es 3D?
Claudio: ¡El cubo!
Estudiante: ¡El cubo!
Profesora: Por lo tanto tenemos figuras en tercera dimensión

Posteriormente, por medio de una discusión de las características de una pirámide, los estudiantes reconocen que la figura tampoco corresponde a este poliedro. A partir de aquí, Matilde comienza a discutir con los estudiantes cuales nombres de la lista se pueden eliminar, en este caso todo tipo de pirámides y las figuras que corresponden al plano, quedando solo dos

nombres en la lista triángulo de base cuadrada, y prisma, en el siguiente episodio se aprecia de qué manera Matilde gestiona los nombres restantes.

Episodio 2

Profesora: Dijimos que podría ser un triángulo…
Martín: De base cuadrada
Profesora: De base cuadrada
Ricardo: De caras cuadradas
Profesora: Un triángulo de base cuadrada
Dante: Es un prisma
Bruno: Señorita, se supone que el triángulo…
Profesora: Eh, escuchemos a Brandon que no lo alcanzo a … guardemos silencio. A ver, Daniel dice ¿qué cosa?
Dante: Si hubiera sido un triángulo habría sido 2D no más
Profesora: Si hubiera sido un triángulo, hubiera sido 2D. Eso es lo que dice Daniel. Bruno, ¿Qué dices tú?
Bruno: Igual eso
Profesora: ¿Lo mismo?
Brandon: Sí. Igual iba a decir lo mismo.
Daniel: Y el Ángelo, ¿Qué opina?
Profesora: ¿Cómo? Ya, tenemos que descartar o afirmar.
Daniel: No estamos viéndolo en tercera dimensión
Profesora: Viéndolo en tercera dimensión. ¿Cuántas dimensiones tiene un triángulo?
Brandon: Una
Estudiantes: Dos
Profesora: Dos dimensiones. ¿Y esta figura? (Tiene el prisma en la mano)
Estudiantes: Tres
Profesora: Entonces ¿Será un triángulo, o no?
Estudiantes: No

Se puede apreciar en el episodio que a través de las intervenciones de Matilde, los estudiantes reconocen que no se puede llamar triángulo porque no es una figura en el plano. Es importante destacar que Matilde no considera cuando Dante menciona el Prisma como respuesta, dado que el foco de la discusión es otro nombre. Una vez que se ha descartado el nombre de triángulo de base cuadrada, es la propia Matilde quien dice que solo queda Prisma en la lista y es en este momento que valida las respuestas de los estudiantes que mencionaron prisma a lo largo de la clase, entre ellos Dante.

A partir de aquí los estudiantes vuelven a decir varios nombres para asociar a la figura, para dar un nombre más específico que prisma, asociado con sus características – caras cuadradas y triangulares- hasta que aparece el nombre de prisma triangular.

De esta manera vemos que la contingencia que se produjo por la aparición de multiplicidad de nombres de figuras geométricas, ha permitido que se emerja una discusión en profundidad de las características que tienen los prismas y las dificultades que pueden tener los estudiantes para reconocer este tipo de poliedros. A partir de aquí podríamos decir que el tratamiento de la contingencia por parte de Matilde ha sido adecuado, para analizar su gestión utilizaremos las tres estrategias comunicativas planteadas inicialmente: oportunidades de participación, gestión del error y tipo preguntas.

Estrategias comunicativas

Una vez descrito la gestión de la clase de Matilde, nuestro objetivo es analizar de qué manera el profesor gestiona dichas contingencias por medio de las estrategias comunicativas con sus respectivos indicadores. A continuación se analiza la gestión de la contingencia a partir de cada una de las tres estrategias comunicativas.

Oportunidades de participación: Esta estrategia asegura que todos los estudiantes tengan la oportunidad de aportar. En la Tabla 1 se presentan los nueve indicadores que caracterizan esta estrategia representados con una sigla O*i* (O de participación).

Tabla 1
Estrategia Oportunidades de participación

O1. Realizar preguntas que favorezcan la descripción y explicación de procedimientos e ideas.
O2. No validar las respuestas de los estudiantes antes de la socialización de algunas respuestas y de las explicaciones de las técnicas, ni en la pizarra, ni puesto por puesto.
O3. Observar los desarrollos de los estudiantes en su cuaderno en la sala de clases, para así reconocer procedimientos distintos, respuestas erradas o errores frecuentes.
O4. Promover el debate de diferentes procedimientos o ideas que permiten resolver una misma situación.
O5. Promover que distintos estudiantes pasen al mismo tiempo a la pizarra a registrar sus procedimientos para su validación posterior.
O6. No invalidar ninguna pregunta de los estudiantes; en vez de ello, promover una socialización sobre la relación de la pregunta con el tema en estudio.
O7. No invalidar los errores; en la discusión de los errores, retomar al estudiante que originó la discusión, y solicitar su opinión sobre lo planteado por sus compañeros
O8. Gestionar con flexibilidad el hecho que los estudiantes puedan interrumpir al profesor.
O9. Gestionar para que los estudiantes comuniquen sus dudas y soluciones propuestas en el aula.

En la Tabla 1 se han ennegrecido cuatro indicadores que son especialmente relevantes en la gestión de la profesora: O1 y O4 que tienen relación con la explicación) y debate de ideas respectivamente, O7 asociado con no invalidar errores) y O8 a la flexibilidad que tienen los estudiantes para intervenir en la discusión. Estos cuatro indicadores se evidencian en la gestión de Matilde en los dos episodios descritos: preguntas descripción de la figura (O1), debate de las características de una pirámide y del triángulo de base cuadrada (O4), no invalida en ningún momento las respuestas de los estudiantes (O7) y se aprecia a lo largo de toda la clase, y en particular en el primer episodio en que diferentes estudiantes intervienen y Matilde tiene la particularidad de ir relevando intervenciones clave, tales como la de Claudio y Bruno.

Gestión del error: Esta estrategia asegura a los estudiantes que sus ideas o respuestas equivocadas son importantes para construir el conocimiento matemático. En la Tabla 2 se presentan los ocho indicadores que caracterizan esta estrategia representados con una sigla E*i* (E de error).

Tabla 2
Estrategia Gestión del error

E1. Establecer como norma que las respuestas equivocadas revelan errores que el profesor necesita aclarar E2. Promover que estudiantes con respuestas correctas e incorrectas salgan a exponer, sin validar antes la calidad de éstas.
E3. Gestionar el error socializando de manera colectiva los conocimientos matemáticos que van mejorando la respuesta inicial.
E4. Gestionar el error, con foco en las explicaciones incorrectas, y no en las respuestas incorrectas.
E5. Anticipar las posibles respuestas incorrectas de los estudiantes que se relacionan con el contenido matemático.
E6. No analizar en forma anticipada los errores, sino hasta después que los estudiantes se han dado cuenta del error, haciendo explícito el conocimiento matemático correcto.
E7. Promueva entre los estudiantes una discusión asertiva y constructiva sobre las respuestas incorrectas.
E8. Utilice el error como fuente para la solución de dudas.

De forma semejante que la estrategia anterior, en la Tabla 2 se han ennegrecido cuatro indicadores que son especialmente relevantes en la gestión de la profesora: El indicador E3 enfocado a poner en común los conocimientos matemáticos para enfrentar el error, el indicador E6 que hace mención a no analizar de forma anticipada los errores, el indicador E7 asociado con promover una discusión constructiva y E8 asociado al error como fuente de dudas. Estos cuatro indicadores se ponen de manifiesto muy claramente en ambos episodios ya que la profesora no manifiesta que los nombres dados son incorrectos (E6) sino que aprovecha el error (E8) para poner en común cada una de los nombres dados y en conjunto con los estudiantes (E3), mediante una discusión se va construyendo las características de un prisma triangular (E7)

Tipo de preguntas: Esta estrategia pone el foco en la formulación de preguntas adecuadas por parte del docente. En la Tabla 3 se presentan los seis indicadores propuestas que caracterizan esta estrategia representados con una sigla P*i* (P de pregunta). Se han ennegrecido 4 indicadores que encontramos que aparecen en los episodios y se describen evidencias para mostrar ejemplos de estos indicadores presentes.

Tabla 3
Estrategia Tipos de preguntas

P1. Realice preguntas que favorezcan la explicación por sobre un sí o no.
P2 No hace preguntas retoricas, es decir hacer la pregunta y responder inmediatamente. P3. Realice contra-preguntas a los estudiantes a partir de las respuestas dadas por ellos. P4. Plantee preguntas con distintos fines, según el rol de la actividad dentro de la clase.
P5. Devuelva buenas preguntas planteadas por estudiantes al resto del curso.
P6. Plantee preguntas que no cambien de un foco a otro muy rápidamente; tratar que las preguntas promuevan que las ideas evolucionen

Los cuatro indicadores destacados en la Tabla 3 con foco en preguntas que: favorezcan la explicación, evitar que sean retóricas, contra-preguntas, y no cambiar el foco, corresponden al tipo de preguntas que se evidencian en los episodios. Preguntas tales como ¿por qué no se llama cuadrado esto? Claudio me dice que hay una diferencia y ¿cuál es esa diferencia?, responden a P1, P2 P3, en ambos episodios se aprecia que la profesora va dirigiendo el discurso por medio de preguntas para que los estudiantes reconozcan que la figura corresponde al espacio y que no se puede llamar triángulo de base cuadrada.

Las tres estrategias comunicativas descritas son especialmente relevantes para gestionar la contingencia, y el hecho de que estén presentes gran parte de sus indicadores, es un respaldo para señalar que existe una gestión adecuada de la contingencia.

Caso Gabriela

Este segundo caso corresponde a un episodio que se lleva a cabo en una clase de sexto de primaria (10 a 12 años) donde se está trabajando con operatoria de números enteros. La clase comienza con la revisión de problemas que la profesora extrae del libro de texto y comienzan resolviendo el ejercicio:

"Elimina los paréntesis y calcula: (-8) – (-4) + (-6) – (+2) – (-9) ="

Para resolverlo les recuerda que están trabajando con la regla de los signos y les indica que utilicen estas reglas para resolver y, que para calcular el resultado final, deben hacer como si "fuera una batalla", donde los números con signos positivos y negativos corresponden a soldados de un tipo y soldados de otro tipo.

Este tipo de ejercicios tienen como característica el desarrollo de un procedimiento mecánico de la aplicación de la regla de los signos para la eliminación de los paréntesis.

La profesora insta a quitar los paréntesis, pero Jorge no logra entender por qué deben quitarlos, si él puede llegar al resultado correcto sin necesidad de hacerlo. La profesora no esperaba esta respuesta y en vez de seguir con la resolución de la tarea decide atender a Jorge en su comentario y desvía la clase para indagar en la estrategia utilizada por el estudiante.

Episodio 1

Jorge:	Pero yo lo veo mejor así
Profesora:	¿Lo ves mejor así?
Jorge:	Porque veo que la operación está sin paréntesis
Profesora:	Vale, y ¿qué propones entonces? Cuando haces el (-8) - (- 4)? ¿Cuál sería tu solución? Imagínate Jorge, que el problema solo fuera este. Imagínate. Bruno espera, estamos con Jorge. Cuéntamelo, ¿cuál sería el resultado de hacer a menos ocho quitarle?, porque le estoy quitando eh
Jorge:	Pues sería menos cuatro
Profesora:	A menos ocho le quito menos cuatro y el resultado es
Jorge:	Menos cuatro
Profesora:	Y ¿por qué?
Jorge:	Porque le quitas a ocho cuatro
Profesora:	A ocho no, porque yo no tengo ocho
Jorge:	A menos ocho le quitas…
Lorena:	No, porque estás en…estás en el sótano ocho y tienes que subir cuatro y te quedas en el menos cuatro
Profesora:	¿Y por qué subes cuatro?, porque así fue como lo explicamos el otro día
Lorena:	Porque son dos signos menos y te dice que es más, o sea que tienes que subir no bajar, no es porque sea resta
Leticia:	¿Pero si lo hacemos en la vida real?
Estudiantes:	No se resta
Profesora:	Ah, ¿No?
Leticia:	No, porque estás en el menos ocho y dice que bajes menos cuatro…

Episodio 2

Jorge:	Pero no han quitado los signos! Yo quito los signos del menos ocho, menos cuatro, menos seis!
Estudiante:	Pero entonces lo haces mal
Profesora:	Jorge, vamos a ver Jorge, tranquilos no pasa nada. Jorge ¿qué signos quitas?
Jorge:	Los del número, los del menos ocho...los que están dentro de los paréntesis.
Profesora:	Jorge el del menos ocho, es un signo que acompaña al menos ocho, te indica que….
Jorge:	Pero luego lo añado sabiendo que es un menos ocho
Profesora:	Lo añades, ¿adonde?
Jorge:	A..al resultado…es decir menos ocho menos, menos cuatro
Estudiante:	Que lo haga!
Jorge:	Yo lo que hago es…
Profesora:	No, no, explícaselo a todos, yo me pongo de alumna
Jorge:	Yo lo que hago es quitar estos signos y acordándome de que era un menos ocho, luego hago ocho menos cuatro y me da cuatro y el menos.
Profesora:	¿Por qué puedes quitar los dos signos asociados al ocho y al cuatro? ¿Por qué los puedes quitar? Explícanoslo.
Jorge:	Porque son iguales
Profesora:	Porque son iguales…¿quién te ha explicado eso?
Jorge:	Yo…además no sé si es verdad
Profesora:	A ver Jorge, es cierto, los dos números son… debido a que los dos signos son iguales, utilizo tu argumento se puede hacer si los dos signos no son iguales no se puede hacer
Lorena:	Sí, sí se puede hacer
Profesora:	Se puede hacer con otro truco, pero ya no voy a entrar a explicarlo de más maneras. Quisiera por favor que todo el mundo retenga la regla de los signos porque a partir de ahora se empezarán a complicar y con esta técnica de los signos estamos salvados.

Analizaremos la gestión de la clase en función de las oportunidades de participación, la gestión del error y el tipo de preguntas que realiza la profesora:

Tabla 4
Estrategia Oportunidades de participación

O1. Realizar preguntas que favorezcan la descripción y explicación de procedimientos e ideas.
O2. No validar las respuestas de los estudiantes antes de la socialización de algunas respuestas y de las explicaciones técnicas, ni en la pizarra, ni puesto por puesto.
O3. Observar los desarrollos de los estudiantes en su cuaderno en la sala de clases, para así reconocer procedimientos distintos, respuestas erradas o errores frecuentes.
O4. Promover el debate de diferentes procedimientos que permiten resolver una misma situación.
O5. Promover que distintos estudiantes pasen al mismo tiempo a la pizarra a registrar sus procedimientos para su validación posterior.
O6. Permitir que los estudiantes realicen todas las preguntas que estimen conveniente no invalidando ninguna, y promoviendo una socialización sobre la relación de la pregunta con el tema en estudio.
O7. No invalidar los errores; en la socialización de los errores, retomar al estudiante que originó la discusión, y pedir su opinión sobre lo planteado por sus compañeros
O8. Gestionar con flexibilidad el hecho que los estudiantes puedan interrumpir al profesor.
O9. Gestionar para que los estudiantes socialicen sus dudas y soluciones propuestas en el aula.

Con respecto a la estrategia de oportunidades de participación, hemos encontrado que la profesora utiliza dos indicadores. En primer lugar O6 que hace referencia a que los estudiantes tengan la oportunidad de realizar preguntas sin invalidarlas, lo que se evidencia en que Jorge

explica su dificultad tanto a la profesora como al resto de la clase, sin que la profesora valore su intervención. Otro indicador presente en este episodio es el O8 asociado a la flexibilidad que tienen los estudiantes para intervenir en la discusión, evidenciado en que la profesora permite que los estudiantes le interrumpan y así les da la posibilidad de participar de la clase.

Por otra parte, hay indicadores que pueden ser relevantes para la gestión de la contingencia que no están presentes, tales como O4 – no promueve el debate- y O5- no aparecen diferentes procedimientos de resolución-. En vez de ello su gestión se basa en preguntar solo a Jorge, sin dar mayor oportunidad a que otros estudiantes indiquen sus estrategias de resolución.

Tabla 5
Estrategia Gestión del error

E1. Establecer como norma que las respuestas equivocadas revelan errores que el profesor necesita aclarar E2. Promover que estudiantes con respuestas correctas e incorrectas salgan a exponer, sin validar antes la calidad de éstas.
E3. Gestionar el error socializando de manera colectiva los conocimientos matemáticos que van mejorando la respuesta inicial.
E4. Gestionar el error, con foco en las explicaciones incorrectas, y no en las respuestas incorrectas. E5. Anticipar las posibles respuestas incorrectas de los estudiantes que se relacionan con el contenido matemático.
E6. No analizar en forma anticipada los errores, sino hasta después que los estudiantes se han dado cuenta del error, haciendo explícito el conocimiento matemático correcto.
E7. Promueva entre los estudiantes una discusión asertiva y constructiva sobre las respuestas incorrectas.
E8. Utilice el error como fuente para la solución de dudas.

Con respecto a la gestión del error, aparecen dos indicadores en la gestión de profesora: E4 asociado a centrarse en explicaciones incorrectas, lo que se evidencia en gestionar el error de Jorge no solo quedándose en la respuesta que este entrega, sino que quiere indagar en dónde está la equivocación del estudiante, aunque sin mucho éxito, porque Jorge en ningún momento de este episodio muestra al resto de la clase el procedimiento que utiliza para resolver el ejercicio. Un segundo indicador es el E7 asociado a promover una discusión asertiva puesto que Jorge tiene la libertad de dar sus explicaciones y hacer sus preguntas, y otros estudiantes también pueden hacerlo (Leticia y Lorena). Por otra parte en la gestión de la profesora no se aprecian

indicadores que pueden ser clave para esta situación de contingencia, tales como el E5 asociado a anticipar las respuestas incorrectas a la tarea, y el E8 en que no aprovecha el error de Jorge para resolver las dificultades presentes.

Tabla 6
Estrategia Tipos de preguntas

P1. **Realice preguntas que favorezcan la explicación por sobre un sí o no.**
P2 No hace preguntas retoricas, es decir hacer la pregunta y responder inmediatamente.
P3. **Realice contra-preguntas a los estudiantes a partir de las respuestas dadas por ellos.**
P4. Plantee preguntas con distintos fines, según el rol de la actividad dentro de la clase. P5. Devuelva buenas preguntas planteadas por estudiantes al resto del curso.
P6. Plantee preguntas que no cambien de un foco a otro muy rápidamente; tratar que las preguntas promuevan que las ideas evolucionen.

Finalmente, respecto al tipo de preguntas, vemos dos indicadores presentes: P1 asociado a preguntas que favorezcan la explicación, lo que se evidencia en preguntas de la profesora tales como y ¿qué propones entonces? ¿Y por qué subes cuatro? También está presente el indicador P3 asociado a contra-preguntas a los estudiantes, evidencia en que la profesora les devuelve la responsabilidad de responder a los estudiantes, por ejemplo: *Lo añades, ¿adonde?;* aunque estas preguntas no permitieron que las ideas de los estudiantes evolucionaran hacia la corrección del error.

Las decisiones de la profesora durante las situaciones contingentes, desaprovechó aportes e ideas de los estudiantes, lo que ocasionó a que quedaran sin conducción directa hacia la dificultad que expresó Jorge sobre el uso de los signos en ejercicios con paréntesis. Además su participación no siempre dio oportunidad a que los estudiantes respondieran nuevas preguntas que les permitieran relacionar ideas y conceptos, o contraejemplos del funcionamiento de la forma de resolver de Jorge y a su vez no hubo discusión entre los estudiantes de nuevas formas de resolver el ejercicio.

Conclusiones

De los casos analizados, podemos concluir que las estrategias comunicativas contribuyen a gestionar las situaciones de contingencia, en especial hemos visto que tres de éstas: oportunidades de participación, gestión del error, y tipo de preguntas, son relevantes para un desarrollo favorable de la contingencia. Por el contrario cuando el docente no utiliza durante su gestión estas estrategias se pierden oportunidades de generar aprendizajes por los estudiantes. Podemos establecer ciertas relaciones entre estas tres estrategias comunicativas: cuando no hay buenas preguntas, no hay verdaderas oportunidades de participación y por tanto no se hace una adecuado gestión del error. Siguiendo las ideas de Rowland, et al. (2009), podemos indicar que promover la interacción entre estudiantes es un foco importante en la gestión de la comunicación y para el desarrollo de la contingencia.

Si bien hemos puesto el foco en la gestión de la contingencia por medio de las estrategias comunicativas, somos conscientes que no siempre se puede responder en profundidad a todas las preguntas o intervenciones de los estudiantes, sino que el profesor debe optar cuales de éstas son importantes para que el estudiante crea nuevas conexiones y construya su propio conocimiento. En este sentido las contingencias asociadas a error pueden ser una buena oportunidad para conectar ideas y construir conocimiento.

Referencias y bibliografía

Ball, D. L. & Lampert, M. (1999) Multiples of evidence, time, and perspective: Revising the study of teaching and learning. In E. Lagemann & L. S. Shulman, Issues in education research: Problems and possibilities (pp. 371 - 398). San Francisco: Jossey Bass.

Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for teaching, What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.

Chapin, S. H., O'Connor, C. & Anderson, N.C. (2009). *Classroom Discussions: Using Math Talk to Help Students* Learn. Math Solutions.

Latorre, A., del Rincón Igea, D., & Agustín, J. A. (2003). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Barcelona: Experiencia.

Lee, C. (2010). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Ediciones Morata. Rowland T., Huckstep, P., Thwaites, A. (2005) Elementary teachers' mathematical subject knowledge: The Knowledge quartet and the case of Naomi, *Journal of Mathematical Teacher Education*.

Rowland, T., Thwaites, A. and Jared, L. (2011) Triggers of contingency in mathematics teaching. In B. Ubuz (Ed.). *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, pp. 73-80. Ankara, Turkey: PME.

Ponte, J., Boavida, A., Graça, M. y Abrantes, P. (1997). Funcionamiento de la clase de matemáticas. *Didáctica da matemática*, (pp. 71-95). Lisboa, Portugal: Ministerio de Educaçao. Recuperado de: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_sp.htm.

Schoenfeld, A. (2013). Classroom observations in theory and practice. *ZDM*, *45*(4), 607–621. Smith, M. S. & Stein, M. K. (2011). *5 Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions*. EEUU: NCTM.

Stake, R. E. (2007). *Investigación con estudio de casos*. Morata. Cuarta impresión.

Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.

Turner, F. (2012). Using the Knowledge Quartet to develop mathematics content knowledge: the role of reflection on professional development. *Research in mathematics Education*, 14(3)

Yin, R. (2006) Case Study Methods. In J. Green, G. Camilli & P. Elmore (Eds.), *Handbook of Complementary Methods in Education Research. Mahwah, NJ: LEA*.

Aprendizagem situada: participação e pertencimento no GEP (TRANS) FORMAÇÃO

Elisângela Aparecida Pereira de **Melo**
Universidade Federal do Tocantins
Campus Universitário de Araguaína
Brasil
elisangelamelo@uft.edu.br
Gerson Ribeiro **Bacury**
Universidade Federal do Amazonas
Brasil
gersonbacury@gmail.com
Maria Lídia Paula **Ledoux**
Universidade Federal do Pará
Brasil
paulaledoux@hotmail.com
Tadeu Oliver **Gonçalves**
Universidade Federal do Pará
Brasil
tadeuoliver@yahoo.com.br
Terezinha Valim Oliver **Gonçalves**
Universidade Federal do Pará
Brasil
tevalim@yahoo.com.br

Resumo

Este artigo tem como objetivo caracterizar o Grupo de Estudos e Pesquisas sobre formação de professores que ensinam Ciências e Matemáticas – GEP (TRANS) FORMAÇÃO, a partir da pesquisa qualitativa de natureza participativa, para compreender a relação de pertencimento dos participantes no referido Grupo. O texto está organizado em seções que versa sobre a constituição histórica do Grupo, a aprendizagem situada periférica legitimada, desenvolvimento de atividades investigativas que possam validar o Grupo como comunidades de prática de professores que ensinam Ciências e Matemática no contexto brasileiro. As evidências resultantes deste estudo sinalizam que o Grupo GEP (TRANS) FORMAÇÃO se insere no contexto das comunidades de prática.

Palavras chave: Pesquisa, Aprendizagem, Comunidade, Prática.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo caracterizar el Grupo de Estudios e Investigaciones sobre formación de profesores que enseñan Ciencias y Matemáticas – GEP (TRANS) FORMACIÓN, a partir de la investigación cualitativa de naturaleza participativa, para compreender la relación de pertenencia de los participantes en el referido grupo. El texto está organizado en secciones que tratan sobre la constitución histórica del

Grupo, el aprendizaje situado periférico legitimado, desarrollo de atividades investigativas que puedan validar el Grupo como comunidades de práctica de profesores que enseñan Ciencias y Matemática en el contexto brasileño. Las evidencias resultantes de este estúdio señalan que el Grupo (TRANS) FORMACIÓN se inserta en el contexto de las comunidades de práctica.

Palabras clave: Investigación, Aprendizaje, Comunidad, Práctica.

Introdução

Neste artigo, faremos a caracterização do GEP (TRANS) FORMAÇÃO, a partir da pesquisa qualitativa de natureza participativa no referido Grupo, com sustentação nas teorias e práticas da aprendizagem situada, da participação periférica legitimada e de comunidade de prática. Abordando os aspectos inerentes de pertencimento e engajamento dos participantes veteranos e novatos no Grupo com base em suas temáticas de investigação que versem sobre formação de professores que ensinam Ciências e Matemáticas.

Neste sentido destacaremos a importância da aprendizagem individual e coletiva que refletem nos processos discursivos do Grupo, por meio da participação dos indivíduos em ambiências de formação e docência em Ciências e Matemáticas, em Educação Ambiental e em Ciências Tecnologia e Sociedade – CTs.

Uma vez que cada um dos participantes pesquisadores do Grupo aprendem e desenvolvem linguagens, formas de comunicação, práticas e identidades profissionais, intercaladas por aprendizagens ocorridas a partir da negociação de significados e permeadas por sentimentos de respeito, confiança, desafio e solidariedade dentro da Comunidade de Prática do Grupo GEP (TRANS) FORMAÇÃO.

Ademais, intencionamos conhecer de que forma ocorre a participação periférica legitimada dos participantes no desenvolvimento de atividades que possam validar a aprendizagem situada em comunidades de prática, emerge a nossa indagação a saber: O que faz do Grupo de estudos e pesquisas GEP (TRANS) FORMAÇÃO ser um diferencial?

Nessa perspectiva, apresentamos o *corpus* do texto que está organizado em quatro seções: i) O Grupo de estudos e pesquisas GEP (TRANS) FORMAÇÃO, a partir de idealização, elaboração e constituição, dentro de um marco histórico; ii) O Grupo de estudos e pesquisas GEP (TRANS) FORMAÇÃO como uma comunidade de prática, por considerar a diversidade sociocultural dos participantes veteranos e novatos que compartilham ideias, conceitos, e valores que estão situados em suas histórias pessoais e profissionais que se refletem no sentimento de pertencimento e engajamento no Grupo; iii) Aspectos Teóricos Sobre Aprendizagem Situada a partir dos referenciais de Lave e Wenger (1991) e Wenger (2001), como principais fontes para referendar o estudo em questão e, iv) Transitando em meio ao Grupo de Pesquisa GEP (TRANS) FORMAÇÃO... destacando as relações afiliação ao Grupo como uma comunidade de práticas por meio da negociação de significados, de modo a constituir identidades pessoais e profissionais, tornando-se um membro participativo ativo e pleno na comunidade e no Grupo.

O Grupo de estudos e pesquisas GEP (TRANS) FORMAÇÃO: origens

O Grupo de Estudos e Pesquisas GEP (TRANS) FORMAÇÃO – GEP (TRANS) FORMAÇÃO – foi criado no ano de 2000, por iniciativa de professores pesquisadores doutores com larga experiência na formação inicial e continuada de professores, nas décadas de 1980 e

1990, especialmente em programas[1] de iniciação antecipada à docência[2] no Clube de Ciências da UFPA. A linha de pesquisa do GEP GEP (TRANS) FORMAÇÃO orientava-se, desde sua criação e registro no Conselho Nacional de Pesquisas (CNPq), pela perspectiva da formação e desenvolvimento profissional de professores, numa visão da transformação da prática docente, tendo a problematização do conhecimento como o principal eixo de formação e docência.

Os primeiros integrantes do Grupo foram discentes e docentes participantes do Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico – NPADC (atual IEMCI – Instituto de Educação Matemática Científica) que trabalharam em colaboração com o Clube de Ciências, para que o Grupo de Pesquisa fosse criado na perspectiva de suscitar discussões, reflexões e pesquisas qualitativas na área de Formação e desenvolvimento profissional de professores de Ciências e Matemáticas.

O GEP (TRANS) FORMAÇÃO tem como organizadores os professores Terezinha Valim Oliver Gonçalves e Tadeu Oliver Gonçalves, co-autores destes artigos. O Grupo foi cadastrado no CNPq no ano de 2001 e, ao longo dos anos vem se consolidando em número de produções elaboradas pelos mestrandos, doutorandos e professores doutores pesquisadores que fazem parte do Grupo. Neste artigo, temos o propósito de descrever este Grupo, ao longo de seu percurso de estudos e pesquisas, focando as discussões especialmente na análise do Grupo na perspectiva da teoria de Lave; Wenger (1991).

O Grupo de estudos e pesquisas GEP (TRANS) FORMAÇÃO como uma comunidade de prática

O GEP (TRANS) FORMAÇÃO situa-se na Universidade Federal do Pará, instituição de ensino superior localizada na Amazônia Brasileira, Estado do Pará, região norte do Brasil. Caracteriza-se por sua dinamicidade, pluralidade de seus membros, advindos de vários estados brasileiros, de outros países e pelas contribuições dadas à comunidade científica, acadêmica e à Universidade Federal do Pará, por meio da produção de pesquisas qualitativas à área de formação e desenvolvimento profissional de professores de Ciências e Matemática.

Dente as pesquisas produzidas, dá especial atenção à pesquisa narrativa e memorialística, na perspectiva de formação e docência, considerando espaços singulares de formação de professores, tais como cursos diferenciados, espaços alternativos de ensino e formação, classes multisseriadas, dentre outros, que caracterizam comunidades brasileiras e, especialmente, as amazônidas.

O Instituto de Educação Matemática e Científica – IEMCI, desde sua criação, como Clube de Ciências e, posteriormente NPADC, vêm acumulando experiências de formação e pesquisa, ao se impor desafios que, ao serem enfrentados, concorriam para o desenvolvimento profissional de seus integrantes. Ao longo de sua trajetória o NPADC propôs e teve aprovado

[1] O principal programa a que nos referimos foi o de formação continuada de professores, na capital e no interior do Estado do Pará, financiado pelo Subprograma de Educação em Ciências do Programa de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (SPEC/PADCT). Por meio de projetos aprovados em sucessivos editais do SPEC, o então NPADC desenvolveu importante programa de formação continuada e iniciação científica infanto juvenil nessas duas décadas.

[2] A prática antecipada à docência refere-se à iniciação de estudantes de cursos de licenciaturas da área de ensino de Ciências e Matemáticas desde o início do percurso formativo. Essa prática ocorria (e ainda ocorre) no Clube de Ciências da UFPA, criado em 1979 por uma das autoras deste artigo.

pela CAPES o Programa de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/UFPA), com início em 2002. Do ingresso dos primeiros mestrandos aos dias atuais, temos cerca de 220 (duzentas e vinte) dissertações defendidas no Programa.

O GEP (TRANS) FORMAÇÃO tem investido na investigação Saberes de Professores e Processos de Formação, e desenvolvimento profissional de professores, tanto em termos de formação inicial, quanto continuada, em contextos de formação presencial e a distância, considerando aspectos científicos, matemáticos, ambientais sociais e culturais.

Como resultado dos empreendimentos e experiências acumuladas ao longo de quase 30 anos pelos professores do Programa em Mestrado na área de Educação em Ciências e Matemática, o PPGECM obteve nota 4 na Avaliação Trienal da CAPES (2004-2006), o que representava condições mínimas para proposição de criação do Doutorado, cuja proposta foi elaborada pela equipe docente e apresentada à CAPES em 2008[3], que foi aprovada nesse mesmo ano, com nota 4.

A criação do referido Programa tem contribuído para a consolidação dos Grupos de Pesquisa. Atualmente, são oito os Grupos de Pesquisa que integram o Programa do PPGECM. O ingresso no Programa de Mestrado e Doutorado é anual, com um número total de vagas variando de 25 a 30. Do ingresso dos primeiros doutorandos até os dias atuais, titularam-se 20 (vinte) novos doutores no PPGECM.

Gonçalves (2011) destaca que a produção escrita das dissertações e das teses defendidas e, em andamento, tem como foco de discussão e reflexão, a formação de professores que ensinam Ciências e Matemática, que investigam história de professores, quer de formação, quer de prática docente, na busca de compreender as trajetórias, significados e ressignificações de práticas docentes vividos em diferentes espaços de formação e docência.

Dentre os Grupos de pesquisa existentes no PPGECM, o GEP (TRANS) FORMAÇÃO destaca-se como o mais antigo, sendo sua criação anterior à instalação do Programa de Pós-Graduação no NPADC, hoje IEMCI. Uma vez situado o Grupo no contexto institucional em que se origina e se desenvolve, expressamos nosso propósito investigativo neste artigo, qual seja o de buscarmos sistematizar respostas à seguinte questão investigativa: Como se configura o GEP (TRANS) FORMAÇÃO, em termos das interações coletivas para o desenvolvimento de estudos e pesquisas na área de formação de professores de Ciências e Matemáticas? Para tanto, examinamos a dinâmica do Grupo, à luz da teoria de Lave; Wenger (1991) e Wenger (2001), como dito anteriormente e que passamos a abordar, de modo sucinto, em razão do espaço aqui disponível.

Aspectos Teóricos Sobre Aprendizagem Situada

Nas últimas décadas temos presenciado o crescente número de pesquisas com foco em saberes e fazeres advindos de diversos contextos, que podem ou não ter implicações direta com a escola e com o ensino e a aprendizagem em Ciências e Matemáticas, Educação Ambiental e Ciências Tecnologia e Sociedade - CTs.

Levam-se em conta contextos de diversidades socioculturais, interculturais, intraculturais, educativos, acadêmicos, entre outros, que possam evidenciar as relações práticas e teóricas entre a cognição e o contexto de vivências diárias de distintos indivíduos que fomentam tanto na

[3] Projeto de Criação do Programa de Pós-Graduação em Ciências e Matemáticas (2008).

individualidade quanto na interação com outros indivíduos conhecimentos e aprendizagens provenientes de suas vidas pessoais e profissionais.

É nessa perspectiva que se inserem os trabalhos que vem sendo realizados por Lave desde a década 1990, com ênfase na aprendizagem situada, evidenciando uma aproximação com os estudos vygotiskianos, ao referir-se ao conhecimento, ao pensamento e significado como produções da atividade cotidiana e social. Assim:

> As teorias da atividade situada não estabelecem uma separação entre ação, sentimento e valor, e suas formas coletivas e histórica cultural da atividade localizada, interessada, conflituosa e significativa. [Porém] A teoria cognitiva tradicional está "distanciada da experiência", separa o mundo da mente que aprende[4]. (Lave, 2001, p. 19)

Neste sentido a aprendizagem situada, propícia aos sujeitos envolvidos no processo de interação mútua uma releitura de modo a propiciar a articulação entre contexto, participação, identidade e aprendizagens. E ainda, de acordo com a teoria Lave; Wenger (1991), a aprendizagem é entendida como uma atividade ligada ao contexto que possui com particularidade um processo, denominado participação periférica. De modo que, a aprendizagem ocorre por meio da participação em comunidades de prática, participação essa, que é primeiramente periférica, legitima e gradualmente aumenta em complexidade e engajamento.

A teoria da aprendizagem situada considera em seus estudos e pesquisas a atuação de indivíduos em diferentes comunidades, provenientes de empreendimentos empresariais, educativos, comunidades tradicionais, desde que os indivíduos pertencentes a estes contextos sejam participantes ativo e pleno nas atividades que são desenvolvidas por meio de diferentes práticas, que venham a constituir uma comunidade de prática, por meio do pertencimento, ou seja, fomentando entre os indivíduos a relação de pertinência em de fazer parte do Grupo, como também de pertencer àquela realidade.

Concernente aos componentes que também integram a aprendizagem situada na visão de Lave e Wenger (1991)[5], os quais são oriundos de estudos empíricos em diferentes socioculturais, estes autores no *lócus* de pesquisa, observaram os modo das pessoas que vivem nesses contextos, as relações interpessoais, a participação direta dos indivíduos na realização de atividades do dia a dia, evidenciando as práticas culturais e sociais que as caracterizou como aprendizagem situação periférica legitimada em uma comunidade de prática.

Nessa perspectiva Lave e Wenger (1991), discutem além, da teoria da aprendizagem situada, o que denominam de 'comunidades de prática' e os termos que a conceituam, a saber: comunidade, identidade, aprendizagem, conhecimento; a partir da realização de estudos e pesquisas empíricas de natureza etnográfica, narrativas relacionadas ao aprendizado em práticas tradicionais de culturas indígenas, periféricas, urbanas, suburbanas, entre outras, que pudessem favorecer elementos chaves de uma comunidade de prática.

Importa aqui compreender o conceito de comunidade de prática, segundo os autores, como sendo: "é um conjunto de relações entre pessoas, atividades e mundo, ao longo do tempo e em relação com outras comunidades de prática tangenciais e sobrepostas." (Lave; Wenger, 1991, p.

---

[4] Todas as citações de Lave (2001) descritas nesse artigo são traduções nossas do espanhol para o português, a partir da leitura compreensiva.

[5] Lave, Jean; Wenger, Etienne. **Situated Learning**: peripheral legitimate participation. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

98)[6]. Todavia, ainda são consideradas na teoria de comunidade de prática a relação de aprendizagem, pertencimento e engajamento do indivíduo que ocorre em diversas práticas que possibilitam a este indivíduo a participação em um primeiro momento periférica legítima.

Deste modo, tanto a teoria conceitual de aprendizagem situada, como a de comunidade de prática, as quais foram cunhadas por Lave e Wenger (1991) e Wenger (2001), tendo em vista a nomeação da prática social de um grupo de indivíduo que participam de "[...] um sistema de atividade no qual compartilham compreensões relativas ao que fazem e o que isso significa em suas vidas e para suas comunidades." (Lave; Wenger, 1991, p. 98)

Além das breves conceituações supracitadas, temos que considerar e destacar entre outras teorias que endossam a comunidade de prática e aprendizagem situada, como do próprio conceito de aprendizagem que possa integrar os componentes necessários para caracterizar a participação social do indivíduo como um processo de aprendizagem e de conhecimento. Para que ocorra tal aprendizagem por meio da participação social são consideradas quatro componentes extremante importantes, que são:

1) *Significado*: uma maneira de falar de nossa capacidade (de mudar) – no individual e no coletivo – de experimentar nossa vida e o mundo como algo significativo.
2) *Prática*: uma forma de falar de recursos históricos e sociais compartilhados, sistemas, e perspectivas que possam sustentar o engajamento mútuo na ação.
3) *Comunidade*: uma maneira de falar sobre as configurações sociais em que nossos empreendimentos se definem como buscas valiosas e nossa participação é reconhecida como competência.
4) *Identidade*: uma maneira de falar a respeito de como a aprendizagem muda quem somos e cria histórias pessoais de transformação no contexto de nossas comunidades. (Wenger, 2001, p. 22)

Isto significa entender as distintas formas de aprendizagens que se dão a partir de um contexto cultural, abarcando as condições sociais, econômicas, individuais e coletivas dos sujeitos em processos de aprendizagens, em especial, aquelas geradas por meio da "participação periférica legitimada", abordada por Wenger (2001), ou seja, que ocorrem na medida em que essa aprendizagem evolui, por meio da plena participação dos indivíduos nas práticas socioculturais da comunidade, a que ele pertence ou a que desenvolve seus empreendimentos educativos, sociais e organizacionais de sua vida cotidiana.

Todavia, é nessa ambiência de participação periférica legitimada, que ocorre o desenvolvimento de uma identidade profissional, tendo sua aprendizagem imbricada nas práticas sociais da comunidade de prática, que o indivíduo está a participar de modo ativo e produtivo nas ações empreendidas pelo Grupo. Na próxima seção exploramos o pertencimento dos membros no GEP GEP (TRANS) FORMAÇÃO, a partir dos conceitos anteriormente apresentados.

Transitando em meio ao GEP(TRANS) FORMAÇÃO...

O GEP(TRANS) FORMAÇÃO tem por objetivo fomentar o diálogo teórico e reflexivo por meio de ações conjuntas entre os professores coordenadores do Grupo, orientandos

[6] Todas as citações de Lave e Wenger (1991) descritas nesse artigo são traduções nossas do inglês para o português, a partir da leitura compreensiva.

pesquisadores de mestrado, doutorado, pós-doutorado, professores participantes das redes municipal e estadual de ensino.

De modo a abarcar os temas e pesquisas em desenvolvimento no Grupo GEP (TRANS) FORMAÇÃO, a partir de sua organização estrutural pedagógica elaborada de forma coletiva a cada semestre, é desenvolvida a programação em encontros semanais. Essa programação inclui abordagens temáticas no âmbito da formação de professores que ensinam Ciências e Matemáticas, tais como metodologias de pesquisa nessas áreas do conhecimento, com desdobramentos nas dissertações e teses em processos de construção, cujos projetos também são apresentados por seus autores e discutidos no coletivo do Grupo.

As temáticas a serem discutidas e refletidas pelos membros do Grupo são escolhidas em conformidades às investigações que se dão no individual ou no coletivo dos pesquisadores relacionando-as com os seguintes temas de pesquisas, Formação de professores que ensinam Ciências e Matemáticas na Educação Básica e Superior: Saberes docentes[7]; Comunidades de Práticas[8]; Estágio Supervisionado na Formação de Professores de Matemática[9]; Avaliação de processos formativos, de práticas docentes e da Aprendizagem; Concepções Epistemológicas; Pesquisas (auto) biográficas e memorialísticas sobre percursos formativos de professores, processos de ensinar e aprender; Pesquisas-ação, cujos autores empreendem em processos de formação diferenciados, buscando transformação de realidades existentes, dentre outras temáticas, cuja sistematização é feita por Gonçalves (2011), analisando as pesquisas realizadas nos 10 primeiros anos de existência do GEP(TRANS) FORMAÇÃO.

Na perspectiva de interação entre os membros participantes do Grupo e as discussões que ocorrem no contexto de práticas de estudos e pesquisas, podemos situar as atividades acadêmicas, os objetivos mútuos, as práticas compartilhadas que, dos pontos de vistas de Lave e Wenger (1991), são vivências que estão embrincadas à aprendizagem situada, periférica legitimada, como também à comunidade de prática, em que seus membros ao "[...] desenvolver uma prática exige a formação de uma comunidade, cujos membros podem se envolver mutuamente e, assim reconhecerem-se mutuamente como participantes." (Wenger, 2001, p. 87)

Todavia, reconhecer-se mutuamente produz negociação, silenciosa ou não, quanto às formas de ser dos indivíduos envolvidos na comunidade, ou seja, envolve a negociação de identidades de seus membros. No GEP (TRANS) FORMAÇÃO, a negociação entre os seus membros participantes ocorre, especialmente no planejamento semestral realizado no espaço coletivo, além do processo de afiliação por matrícula e por afinidades entre os membros novatos e veteranos, ou entre os veteranos e novatos, desencadeando uma rede de filiação e pertencimento ao Grupo e à comunidade de prática em que se constitui este Grupo. Ademais "o encontro dialógico com o outro diferente, no GdS, representa uma instância potencial de transformação e desenvolvimento para todos os seus participantes." (Fiorentini, 2009, p. 234)

Deste modo, a negociação entre os membros do GEP (TRAN) FORMAÇÂO é evidenciada na escolha do repertório da indicação de obras literárias para estudo, que vão desde o referencial

---

[7]Tese em andamento: "Saberes de Professores de Matemática: o caso dos professores da Microrregião do Salgado", da doutoranda Maria Lídia Paula Ledoux.

[8] Tese em andamento: "Vivências e Formação de Professores Indígenas em Comunidade de Prática", da doutoranda Elisângela Aparecida Pereira de Melo.

[9] Tese em andamento: "As Práticas Investigativas no Estágio Supervisionado na Formação Inicial dos Professores de Matemática", do doutorando Gerson Ribeiro Bacury.

teórico local, regional, nacional e internacional. Estas abrangem não só as discussões e reflexões sobre a formação de professores que ensinam Ciências e Matemáticas, mas, sim, também, o arcabouço metodológico, considerando-se, em especial pesquisas qualitativa, narrativas e memorialísticas de natureza colaborativa e participativa.

A esse contexto de negociação, cujos membros dão significados a aspectos da pesquisa na área de formação de professores que ensinam Ciências e Matemáticas, atribuímos grande importância formativa, pois são momentos prenhes de reflexão. Nesse processo, estão incluídos estudos sobre identidades pessoais, profissionais e, ainda a identidade que está a constituir os próprios membros do Grupo, por meio da aprendizagem situada periférica legitimada, que possam, de algum modo, tornar-se um membro pleno na comunidade, pois entendemos, com os autores que:

> [...] A identidade não consiste apenas no que os outros pensem ou dizem de nós, apesar de que isso também faz parte da maneira como vivemos. A identidade na prática é definida socialmente, não apenas porque é reificada em um discurso social do eu e de categorias sociais, mas também porque ela é produzida como uma experiência de participação vivida em comunidades específicas. (Wenger, 2001, p. 189)

Nessa perspectiva, não podemos pensar em prática e identidade de forma independente, ou seja, elas são e tem em si "[...] imagens espelhadas uma da outra." (Wenger, 2001, p. 188). Assim, consideramos que o GEP (TRANS) FORMAÇÃO, por meio de suas ações e atividades coletivas e periféricas de participação plena de seus membros, evidencia uma prática formativa e de identidade profissional ou da profissão professor, tendo em si as crenças e concepções face aos conhecimentos oriundos do fazer docente, uma vez que prática e identidade dos membros permanentes, veteranos e novatos se interconectam, configurando "paralelismo entre prática e identidade" (Wenger, 2001, p. 187). Vejamos o quadro 1:

Quadro 1

A prática como...	**A identidade como...**
Negociação de significados (em termos de participação e reificação)	Experiência negociada de si próprio (em termos de participação e reificação)
Comunidade	Tornar-se membro de...
Histórias compartilhadas de aprendizagem	Trajetórias de aprendizagens
Fronteiras e territórios	Nexos (conexões) de multiafiliação
Constelações	Pertencimento definido globalmente, mas experimentados localmente

Fonte: Wenger (2001, p. 188)

Desse paralelismo faz-se necessário levarmos em consideração as histórias de vida dos participantes do Grupo, as quais muitas vezes são compartilhadas, podendo estes participantes construir novas histórias. As suas participações em distintas comunidades de práticas, os seus contextos e pertencimentos sociais e culturais, como também as relações que vão estabelecendo no Grupo por meio da filiação, pertencimento, engajamento nos empreendimentos conjuntos colaboram para a construção da comunidade de prática.

São esses e outros aspectos que configuram o processo permanente de alimentação e retroalimentação do Grupo na constituição da identidade de pertencimento de quem participa do GEP (TRANS) FORMAÇÃO, configurando-se, pois, uma comunidade de prática de professores que ensinam Ciências e Matemáticas em espaços diversificados de aprendizagem.

Considerações Finais

Buscando aproximações entre as teorias da aprendizagem situada, comunidades de prática e o GEP (TRANS) FORMAÇÃO, de modo a evidenciar os elementos constituintes dos participantes no Grupo que os legitimem como participantes ativos, plenos e que dominam as práticas coletivas na comunidade e no Grupo, evidenciamos relações de aprendizagem, pertencimento e engajamento dos indivíduos. Essas manifestações ocorrem em diversas práticas que possibilitam a estes indivíduos a participação, em um primeiro momento, periférica legitimada, tendo em vista o desenvolvimento de identidades que vão se consolidando pela experiência de pertencimento à comunidade de prática.

Nesta perspectiva o Grupo GEP (TRANS) FORMAÇÃO se caracteriza como uma comunidade de prática, visto que o referido Grupo se pauta nas experiências advindas dos aspectos que permeiam a diversidade sociocultural de seus participantes ativos e plenos que são compartilhadas entre os coordenadores, os participantes veteranos e novatos.

A dinamicidade do Grupo que se dá pela multiplicidade de culturas que se entrecruzam na ambiência deste, interfere positivamente na constituição do desenvolvimento, docente de seus participantes, uma vez que, estes estão inseridos na comunidade GEP (TRANS) FORMAÇÃO, que articulam repertório de interesses e objetivos comuns, ações, diálogo, discurso reflexivo, experiências vividas que são compartilhadas, colaboração, interação, dentre outros, que possam ressignificar a prática na interlocução coletiva e social. São estes e outros elementos constituintes da aprendizagem situada e da comunidade de prática que faz do Grupo GEP (TRANS) FORMAÇÃO um diferencial na formação de seus participantes.

Referências bibliográficas

Fiorentini, D. (2009). Quando acadêmicos da universidade e professores da escola básica constituem uma comunidade de prática reflexiva e investigativa. In. Fiorentini. Granado, R. C., Miskulin, R. G. S. (Orgs.). *Práticas de formação e pesquisa de professores que ensinam matemática*. Campinas: Mercado de Letras, 2009.

Gonçalves, T. V. O. (2011). Estudos memorialísticos e narrativos: 10 anos de pesquisas sobre a formação de professores de ciências no Grupo de estudos e pesquisas GEP (TRANS) FORMAÇÃO. In. *Revista Exitus*. v. 01. n. 01/jul. dez. p. 71 – 80.

Lave, J. (2001). La práctica del aprendizaje. In: Chaiklin, S.; Lave, J. (Orgs.). *Estudiar las prácticas*: perspectivas sobre actividad y contexto. Buenos Aires: Amorrortu, (Educación Agenda Educativa).

Lave, J.; Wenger, E. (1991). *Situated Learning*: peripheral legitimate participation. Cambridge: Cambridge University Press.

Wegner, E. (2001). *Comunidades de práctica*: aprendizaje, significado e identidad. Barcelona: Editorial Paidos.

Atividades de pesquisa na formação de professores de Matemática

Maria do Carmo de **Sousa**
Departamento de Metodologia de Ensino, Universidade Federal de São Carlos
Brasil
mdcsousa@ufscar.br

Resumo

Esta comunicação tem como objetivo apresentar alguns conhecimentos *sobre* o ensino de matemática que estão sendo explicitados, nas pesquisas dos professores que ensinam Matemática na Educação Básica quando desenvolvem atividades de pesquisa em nível de pós-graduação, no Mestrado (Profissional e Acadêmico) e enquanto participantes do Programa Observatório da Educação (Brasil/CAPES). As pesquisas têm se fundamentado na perspectiva da Atividade Orientadora de Ensino (AOE). São consideradas *sistemáticas e intencionais*, conforme apontam os estudos de Cochran-Smith e Lytle (2002), uma vez que consideram a dinâmica fluente das aulas de matemática, bem como, as particularidades e singularidades das salas de aula. São *intencionais* porque os professores, estudam, planejam ações e elaboram, de forma coletiva, produtos educacionais que pretendem intervir positivamente, nos processos de ensino e de aprendizagem de suas turmas. São *sistemáticas* porque sistematizam, de forma acadêmica, as intervenções que ocorrem nas aulas de matemática.

Palavras chave: pesquisa de profesores, atividade de pesquisa, atividades orientadoras de ensino, formação continuada de professores, desenvolvimento profissional.

Introdução

Ao fazer "um breve histórico do movimento dos educadores-pesquisadores", Diniz-Pereira e Zeichner (2011, p.13) afirmam que esse movimento, já tem algum tempo, uma vez que "foi iniciado no final do século XIX e início do século XX". No entanto, no Brasil, apesar de Freire ter criado um modelo de pesquisa-ação, no final dos anos 60 e início dos anos 70 (Diniz-Pereira & Zeichner, 2011, p.15), é a partir dos anos 90 que se percebem certas intenções, manifestas em algumas políticas públicas no sentido de se valorizar as reflexões, o fazer e o sentir dos professores da Educação Básica, enquanto se desenvolvem profissionalmente.

Apesar disso, ao analisarmos as políticas de formação de professores, poderemos inferir que, a maioria delas ainda está centrada na ideia de que tanto os professores da Educação Básica, quanto os licenciandos são incapazes de pensar e, consequentemente, produzir conhecimentos *sobre* os processos de ensino e de aprendizagem que ocorrem nas salas de aulas, especialmente aqueles relacionados à matemática.

Constantemente, professores da Educação Básica que já lecionam são surpreendidos com ações, muitas vezes impositivas que ignoram seus conhecimentos, no que diz respeito a *como* crianças e jovens aprendem matemática; ao currículo; aos materiais didáticos que podem auxiliar no ensino de matemática; à elaboração de produtos educacionais feitos por eles etc. Há grandes preocupações, tanto das universidades, quanto dos órgãos públicos, única e exclusivamente, com o conteúdo matemático a ser ensinado. Logo, os professores quando estão inseridos em

programas de formação continuada são incentivados a conhecer cada vez mais, os conteúdos matemáticos para que possam ensinar mais e melhor. Prioriza-se neste tipo de formação, o conhecimento *para* o ensino de matemática que é pensado por especialistas que, muitas vezes não conhecem a realidade da Educação Básica. Aqui, tem-se como pressuposto que, quanto mais conteúdo matemático o professor souber, melhor será o ensino de matemática.

Entretanto, apesar das Secretarias de Educação investir grandes cifras neste tipo de formação continuada, no documento "Estatísticas dos Professores do Brasil", elaborado pelo INEP em 2003, encontra-se a seguinte afirmação: "os cursos de formação continuada [...], aparentemente apresentam pouco impacto no desempenho dos alunos, e isto significa que mudanças sensíveis devem ser feitas nesta área, pois, [...] boa parte dos professores participa desses cursos" (Brasil, 2003, p. 39-40).

Entendemos que, para haver *mudanças sensíveis* na formação continuada de professores e, consequentemente, no ensino de matemática, mais do que investir em cursos de curta duração, é importante a criação de políticas públicas que invistam na pessoa do professor, de forma que ele possa desenvolver atividades de pesquisa, que possibilitem com que suas preocupações se configurem em perguntas de pesquisa, de forma que possam conduzir suas práticas de sala de aula e auxiliá-lo a planejar suas ações, bem como a selecionar os materiais didáticos e as metodologias de ensino mais apropriadas para as suas salas de aula.

Assim, concordamos com Cochran-Smith e Lytle (2002, p. 79), ao considerarem que, as pesquisas de professores podem nos auxiliar a construir "uma teoria diferente do conhecimento para o ensino", uma vez que, as pesquisas dos professores podem ser entendidas "como uma forma diferencial e importante de conhecimento sobre o ensino". As autoras afirmam ainda que: "a investigação feita pelos professores é uma forma de construir conhecimento tanto local quanto público; para os professores individuais; para as comunidades de professores; para os pesquisadores universitários; os formadores de professores; os políticos e os administradores da Educação" (p.102).

É com este objetivo, o de apresentar alguns conhecimentos *sobre* o ensino de matemática, produzidos por professores da Educação Básica que ensinam matemática, enquanto estiveram envolvidos em atividades de pesquisa, em nível de pós-graduação, no Mestrado (Acadêmico e Profissional), no período de 2009 a 2012, no âmbito do Programa Observatório da Educação (OBEDUC/Brasil/Capes) que escrevemos esta comunicação. Tais atividades estão sintetizadas em dissertações de mestrado e ao analisá-las, a partir de categorias analítico-descritivas, fundamentadas nos estudos de Cochran-Smith e Lytle (2002), pudemos compreender melhor as preocupações destes professores, bem como suas escolhas teóricas e metodológicas que conduziram suas práticas naquele período.

A atividade de pesquisa na formação dos professores da Educação Básica

Para autores como Zeichner (1993) e Nóvoa (1992), para que o professor se desenvolva seja como professor reflexivo seja como profissional da prática docente (Perrenoud, 1993), seja como o investigador de sua prática (Ribeiro, 1993) é fundamental que ele se mantenha no movimento da mútua recriação da teoria na prática e da prática na teoria. Nessa perspectiva, faz-se necessário definir o que elegemos como unidade desse movimento: a atividade de pesquisa.

Aqui, consideramos o conceito de atividade como movimento de abstrair o resultado de ações, antes mesmo de realizá-las, provocadas por necessidades reais, advindas da interação do

homem com o meio pela condição de nele viver (Lanner de moura et al., 2003). Nesse sentido, a atividade será considerada atividade de pesquisa quando for capaz de definir os elementos constitutivos que permeiam o pensar sobre as elaborações decorrentes da análise das atividades orientadoras de ensino, feita pelos professores, ou, ainda, quando permitir a análise dos *inesperados* (Caraça, 1998), caso estes surjam durante o processo de formar-se pelo conhecimento científico.

A atividade de pesquisa é peça fundamental para a formação de professores e por este motivo vem sendo defendida por diversos autores, há vários anos. Segundo Diniz-Pereira (2011, p. 11): "diferentes termos são usados na literatura específica para se referir à pesquisa feita por educadores a partir de sua própria prática na escola e/ou em sala de aula. Os mais comuns são: *pesquisa-ação*, *investigação na ação*, *pesquisa colaborativa* e *pesquisa emancipatória*". Cada um destes termos, cunhados por autores como: Lewin; Carr e Kemmis, dentre outros, traz consigo uma definição do termo pesquisa.

No entanto, foram Cochran-Smith e Lytle que "tentaram sistematizar e descrever o que poderia ser uma tipologia de trabalho de investigação destes profissionais" (Fiorentini e Lorenzato, 2006, pág. 73). Para elas, a pesquisa dos professores pode ser definida como: "Um estudo sistemático e intencionado dos professores sobre seu próprio trabalho na sala de aula e na escola. [...] Com sistemático nos referimos fundamentalmente formas ordenadas de reunir e registrar informações, documentar as experiências que acontecem dentro ou fora da escola e criar uma espécie de registro escrito. [...] Com intencionado indicamos que a investigação dos professores é uma atividade planejada, isto é, não espontânea" (Fiorentini e Lorenzato, 2006 p. 73).

As mesmas autoras, afirmam ainda que, embora haja semelhanças entre as pesquisas feitas na universidade e as pesquisas dos professores, faz-se necessário considerar as principais diferenças entre elas. Uma delas é o *rigor metodológico*, o qual é composto pelos seguintes critérios: 1) as perguntas que as conduzem; 2) a generalização; 3) os fundamentos teóricos e, 4) a documentação utilizada e a análise.

Apresentaremos logo abaixo, as ideias centrais destes critérios, uma vez que estão presentes nas dissertações de mestrado dos professores que ensinam matemática. As dissertações representam parte das sistematizações feitas por eles durante o desenvolvimento de atividades de pesquisa. Ao mesmo tempo, os critérios se configuraram enquanto categorias analítico-descritivas enquanto procurávamos responder a seguinte questão: afinal, quais são os conhecimentos produzidos por professores que ensinam matemática ao realizarem atividades de pesquisa, em nível de pós-graduação, no Mestrado (Acadêmico e Profissional), num contexto específico, como o OBEDUC?

Ao respondermos a pergunta acima, estamos considerando os estudos de Cochran-Smith e Lytle (2002) quando se referem ao primeiro critério indicado acima: as questões que conduzem as pesquisas dos professores. Segundo as autoras, as questões de pesquisa feitas pelos professores, ao contrário do que ocorre na universidade, "partem da experiência cotidiana deles e isto não é um assunto trivial". Podem "emergir das discrepâncias entre as intenções e os fatos [...]. Este processo de interrogação sobre a própria prática é muito reflexivo, imediato e altamente referenciado em contextos particulares tanto de aula, quanto dos alunos" (p. 35).

No que diz respeito ao critério generalização, as autoras são enfáticas ao afirmar que, tal critério "tem sido utilizado muitas vezes contra as investigações individuais dos professores em

suas aulas, para reduzir o valor destas". Assim, "mais do que leis sobre a generalização na aula, o que necessitamos são indicadores concretos de como e porque algumas práticas são mais relevantes que outras nos contextos particulares de cada aula". Essa forma de pensar é compartilhada pelos "investigadores interpretativos quando demonstram que a compreensão de uma classe ajuda a entender melhor as outras" (p. 41).

Em relação aos fundamentos teóricos. As autoras afirmam que, "não só há discussão sobre o estatuto científico das questões levantadas pelos professores" (p. 42) como também se observam: "Os desacordos sobre as formas com que a investigação dos professores se fundamenta teoricamente. [...] Podemos afirmar então que a noção de teoria como combinação de perspectivas pode ser perfeitamente compatível e também muito produtiva para compreender os processos de investigação dos professores. [...] A investigação dos professores por si mesma traz evidências dos esquemas teóricos subjacentes nas decisões e nas perguntas que os professores se fazem em suas aulas" (Cochran-Smith e Lytle, 2002, p. 44).

Quando o critério está relacionado à documentação e à análise, afirmam que: "as formas de documentação utilizadas na investigação dos professores se assemelham muito àquelas que tipicamente" são utilizadas pelos pesquisadores acadêmicos, "sobretudo quando nos referimos aos processos interpretativos da investigação" (p. 44). Os professores utilizam notas de campo, entrevistas, documentos de aula, documentos de avaliação, bem como gravadores, filmagens etc. Realizam investigações qualitativas, assim como os professores universitários. Quando estes professores da escola "enfrentam a tarefa de analisar os fenômenos que observaram e sua dinâmica, utilizam esquemas práticos de interpretação do que ocorre, construindo uma perspectiva muito distinta da que construiria um observador externo, ainda que este último tivesse um acesso ao campo de forma continuada ou bem realizasse uma etnografia profunda em alguma aula" (Cochran-Smith e Lytle, 2002, p. 45).

Assim, para que possamos compreender os conhecimentos produzidos pelos professores que ensinam matemática, a partir dos critérios estabelecidos pelas autoras, apresentaremos o contexto que possibilitou que os professores estivessem em atividades de pesquisa e pudessem sistematiza-las, a partir de dissertações de mestrado.

Contextualizando as atividades de pesquisa desenvolvidas pelos professores da Educação Básica no âmbito do OBEDUC-UFSCar

Durante o período de janeiro de 2009 a dezembro de 2012, no âmbito do Programa OBEDUC, da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), quarenta pessoas, dentre elas, licenciandos, professores da Educação Básica que ensinam Matemática e/ou Física e pesquisadores das áreas de ensino de Física e de Matemática estiveram envolvidos em atividades de pesquisa. Isso significou, em outras palavras que, licenciandos e professores da Educação Básica receberam bolsas para participar do projeto: *"Produtos educacionais no Mestrado Profissional em Ensino de Física e Matemática: itinerários de desenvolvimento, implementação e avaliação, a partir da rede de pesquisa participante Escola-Universidade* e tinham financiamento para desenvolver suas pesquisas, bem como, organizar e participar de eventos acadêmicos. Há de se ressaltar ainda que, a equipe participava de grupos de estudo e de pesquisa; organizava e planejava, coletivamente, atividades e projetos de ensino e, especialmente, os professores da Educação Básica, estavam vinculados a programas de pós-graduação (Acadêmico ou Profissional).

Assim, os integrantes do OBEDUC-UFSCar sintetizaram suas aprendizagens e seus conhecimentos através de diferentes gêneros textuais, tais como: artigos, relatos de pesquisa, crônicas, iniciações científicas e dissertações de mestrado. As ações de todos os integrantes foram feitas de forma compartilhada e promoveram a construção de *redes de convivência* (Bohm, 2005) constituídas, por grupos de profissionais, com perfis acadêmicos distintos, que atuam nas licenciaturas e nas escolas públicas, promovendo o *diálogo* (Bohm, 2005) e a reflexão sobre o atual ensino de Física e de Matemática. As redes possuíam singularidades e particularidades e, procuraram desenvolver um trabalho integrado e compartilhado.

Vale a pena ressaltar que, as redes de convivência representaram espaços institucionalizados, na universidade que incentivaram, conforme apontam Rêgo & Rêgo (2006, p. 41) a "melhoria da formação inicial e continuada" de professores, as quais promoveram a "integração das ações de ensino, pesquisa e extensão". Possibilitaram: 1) o estreitamento das relações entre instituição e comunidade, atuando como parceira na solução de problemas educacionais que esta apresenta, buscando a melhoria do ensino e constituindo um espaço de divulgação e de implantação de uma cultura de base científica; 2) o estímulo à "prática da pesquisa em sala de aula" baseada em uma sólida formação teórica e prática e, 3) o desenvolvimento de "projetos de parceria com os sistemas locais de ensino [...]".

Ressalta-se ainda que, neste contexto, as redes de convivência, tiveram o intuito de proporcionar aos professores que ensinam Física e/ou Matemática a oportunidade de desenvolverem-se profissionalmente, teorizando sobre a prática e praticando a teoria que estudavam, compartilhando seus conhecimentos através de vivências de atividades de pesquisa científica.

Os pressupostos teóricos que conduziram as ideias centrais das investigações foram: 1) o professor deve ser considerado como profissional crítico-reflexivo que toma decisões sobre o currículo; 2) o trabalho em equipe na escola deve ser considerado para que possa haver a consolidação do trabalho e da inovação pedagógicos; 3) a formação de redes de investigação participantes é necessária, para que se possa almejar a melhoria do ensino, a partir do desenvolvimento de pesquisas *com* os professores *sobre* e *na* escola.

As atividades de pesquisa consideraram pelo menos dois aspectos que se fundamentam na pesquisa participante: *negociação e diálogo*, os quais permitiram com que a equipe, a cada encontro, reafirmasse o compromisso com a profissionalização do professor e com a produção de conhecimentos pedagógicos que dialogavam com as problemáticas presentes nas práticas educativas, tanto dos licenciandos, quanto dos professores das escolas e da universidade que estavam atuando nas salas de aula. Tais problemáticas, bem como os estudos que ocorreram sistematicamente nos grupos de estudos e de pesquisa acolheram "diferentes vozes" e procuraram considerar "o diálogo com saberes advindos da experiência de viver [...]" de cada um dos integrantes, conforme apontam os estudos de Schmid (2006: p. 28).

Pode-se afirmar que, um dos aspectos importantes da pesquisa participante e, consequentemente, das redes de convivência, o *diálogo* foi estabelecido entre pessoas com culturas escolares e acadêmicas diferenciadas, as quais procuraram colaborar, sistematicamente, a partir de reflexões que envolveram o ensino de Física e/ou de Matemática. Dessa forma, as redes se constituíram em "uma espécie de microcosmo da cultura global. Claro que, as diferentes culturas escolares e acadêmicas fazem parte da cultura global *sobre* o pensar e o fazer o ensino de Física e/ou Matemática. Logo, não contem um pensamento único. Contêm dúvidas,

discordâncias e dificuldades. É por este motivo que, concordamos com Bohm (2005) quando afirma que: "o objetivo do diálogo não é analisar as coisas, ganhar discussões ou trocar opiniões. Seu propósito é suspender as opiniões e observá-las – ouvir os pontos de vista de todos, suspendê-los e a seguir perceber o que tudo isso significa. Se pudermos perceber o que significam todas as nossas opiniões *compartilharemos um conteúdo comum*, mesmo se não concordarmos completamente" (Bohm, 2005, p. 65).

Outro aspecto da pesquisa participante que se apresentou durante o desenvolvimento das atividades de pesquisa está relacionado às "diferentes formas de divulgação dos trabalhos", os quais "apontam, também, na direção de uma democratização do conhecimento, abrindo a possibilidade de colaborações diferenciadas na produção de textos com diferentes linguagens e destinatários ou de outros objetos culturais [...]" (Schmidt, 2006, p. 29).

Não podemos nos esquecer de mencionar ainda que, o compartilhamento de conhecimentos, dentre eles, o conhecimento *sobre* o ensino de matemática, entre os professores, ficou muito difícil, quando constatamos que a jornada de trabalho deles, principalmente aqueles que lecionam nas séries finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio ultrapassava trinta horas semanais, comprometendo a qualidade do trabalho docente. Este fato acabou refletindo-se no baixo índice de aproveitamento dos estudantes, conforme apontam os dados do INEP (Brasil, 2003).

As pesquisas de professores que ensinam matemática

No âmbito do OBEDUC foram desenvolvidas sete dissertações de mestrado. Ao lermos a dissertação de Mendes (2002), por exemplo, chama-nos a atenção quando se refere às dificuldades que teve ao desenvolver sua pesquisa, enquanto lecionava, por mais de trinta horas semanais. Ao mesmo tempo em que o conhecimento *sobe* suas dificuldades tornou-se público, o professor explicitou uma proposta direcionada aos políticos e aos administradores da Educação, corroborando com os estudos de Cochran-Smith e Lytle (2002) quando indicam que as pesquisas dos professores contêm conhecimentos locais e conhecimentos públicos: "Não posso deixar de mencionar sobre a dificuldade que tive em pensar, elaborar e desenvolver atividades orientadoras de ensino e cursar as disciplinas do mestrado e paralelamente a isso, ministrando trinta e três aulas semanais na rede Estadual de Ensino. Para amenizar esta dificuldade, uma proposta de solução seria oferecer bolsas de estudos para professores em exercício nas escolas publicas ou privadas, durante o tempo que estão cursando o mestrado. Com isso, diminuiriam sua quantidade de aula e, consequentemente, a qualidade de seu aprendizado aumentaria" (Mendes, 2012, p. 145).

Ao falarem sobre as *preocupações* que têm e sobre o *porquê* elas se tornaram problemáticas de suas pesquisas, os professores indicam-nos que estão relacionadas ao conhecimento que possuem tanto *sobre* as dificuldades dos estudantes, quanto *sobre* as relações que podem fazer entre os conteúdos que ministram e as metodologias de ensino que utilizam em suas práticas. Indicam-nos, ainda que, pretendem desenvolver os conteúdos matemáticos, de forma que os estudantes possam *fazer investigações* e ficarem *curiosos* com a matemática. "O interesse em trabalhar com Geometria fractal vem do seu aspecto atraente que pode trazer muitas questões para investigação, além da mobilidade de se trabalhar com uma variedade de conteúdos matemáticos (Gomes, 2010, p. 17). Já no início do mestrado, a oportunidade do ingresso no Projeto Observatório da Educação [...] e a participação no GEM [...], motivaram-nos ainda mais a entender as diversas formas que os estudantes do cursinho usavam para resolver situações-

problema que necessitavam de recursos algébricos oferecidos pela grade curricular da escola formal (Borges, 2011, p.14). O início do trabalho com a combinatória mostra-se particularmente problemático para muitos alunos, que mecanicamente tentam descobrir a que tipo de agrupamento – arranjo, permutação ou combinação – o problema pertence, para depois resolvê-lo utilizando a fórmula adequada. Diante disso, surgiu o interesse em desenvolver e em aplicar atividades diferenciadas buscando despertar a curiosidade e a investigação matemática numa área que usualmente é pouco explorada, a Análise Combinatória (Vazquez, 2011, p. 09). A ideia dessa investigação nasceu a partir de dificuldades enfrentadas por nós, ao ministrarmos aulas, sobre os números inteiros no ensino fundamental. Percebemos que os alunos do 7° ano não entendiam o conteúdo programado para o primeiro bimestre do ano letivo (Silva, 2012, p.11). As dificuldades na compreensão e na realização de um trabalho com leitura nas aulas de Matemática levaram ao estudo e execução desta pesquisa [...]. Parecia-nos que o desenvolvimento de atividades deste tipo poderia ajudar os estudantes em sua leitura de mundo e na produção de sentidos e significação dos conteúdos matemáticos (Paez, 2012, p. 12). A minha experiência em sala de aula mostra que o conteúdo de áreas de polígonos, tema deste estudo, de acordo com a Proposta Curricular do Estado de São Paulo (SEE/SP, 2008), faz parte do currículo do 4º bimestre do 8º ano, mas os estudantes do último ano do Ensino Fundamental das salas onde leciono não estudaram esse conteúdo (Mendes, 2012, p. 23). [...] estes fatos que presenciei e, infelizmente, ainda presencio, me influenciaram na escolha do tema Áreas de Figuras Planas para desenvolver a dissertação de mestrado (p. 26). A partir do estudo das dificuldades dos alunos no aprendizado da Geometria Espacial, e o prisma sendo o primeiro poliedro estudado nesse tópico, surgiu a questão norteadora da pesquisa (Magalhães, 2014, p.27)".

Concordamos com Cochran-Smith e Lytle (2002) de que as problemáticas levam às perguntas interessantes que passam a conduzir as pesquisas dos professores. Por este motivo, as questões *não são triviais* e estão relacionadas às *suas experiências cotidianas*, conforme segue abaixo. As perguntas que Gomes (2010); Borges (2011); Silva (2012); Paez (2012), Mendes (2012) e Magalhães (2014) explicitaram em suas dissertações são: "Como se dá o processo de elaboração, aplicação, análise e recepção pelos estudantes de um material didático envolvendo Geometria fractal para o aprendizado do conceito de semelhança de figuras na 8ª série do Ensino Fundamental? (GOMES, 2010, p. 17). Quais são as ideias algébricas explicitadas por estudantes de EJA quando vivenciam, em um espaço não formal, situações-problema? (Borges, 2011, p. 06). Quais elaborações os estudantes manifestam e/ou explicitam enquanto vivenciam as atividades orientadoras de ensino com números inteiros? (SILVA, 2012, p. 06). Quais são os sentidos e significados matemáticos que podem ser produzidos por estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, de uma escola pública estadual da cidade de [Nome do Município], interior do Estado de São Paulo, a partir da leitura das estórias do livro "O Homem que Calculava"? (Paez, 2012, p. 07). O que estudantes do 9ºano do Ensino Fundamental falam e escrevem sobre o conceito de área enquanto vivenciam atividades orientadoras de ensino, tanto na sala de aula, quanto no contexto de uma marmoraria? (Mendes, 2012, p. 10) e Quais são os sentidos e os significados produzidos por alunos do Ensino Médio ao vivenciarem atividades de ensino sobre o conceito de Volume de Prisma? (Magalhães, 2014, p. 27)".

No que diz respeito àqueles que defendem que as pesquisas dos professores, para serem validadas enquanto conhecimento científico precisam ter respostas generalizáveis, vale a pena prestar atenção no que dizem os professores Mendes (2012) e Silva (2012) *sobre* as singularidades e as particularidades presentes em suas turmas quando analisam os dados que construíram: "A análise dos dados, que não são generalizáveis, relevou que: a grande maioria dos

estudantes generalizam verbalmente as fórmulas para calcular as áreas propostas, mas não conseguem formalizar essa fala matematicamente, fazendo uso da álgebra, da representação algébrica. A maioria dos estudantes, nesta faixa etária, prestes a concluir o ensino fundamental, ainda não consegue generalizar fórmulas, ainda que se faça uso de materiais didáticos elaborados por eles mesmos, ou seja, durante o desenvolvimento das atividades, apenas dois dos trinta estudantes conseguiram fazer a generalização solicitada (Mendes, 2012, p. 139-140). A aula deve ser preparada e adaptada levando em conta as particularidades da turma. Em um estado tão grande como o nosso, cada região tem suas necessidades e se tratando de escolas e salas de aulas essas particularidades se restringem ainda mais. O universo de sala de aula é único, pois cada indivíduo é único então é um erro generalizar a metodologia da aula como se fosse uma produção em série. Pois, a escola não é uma fábrica, ela não produz robôs, ela deve formar pensamentos e atitudes e isso não se faz com modelos únicos. Mesmo em uma escola com três salas da mesma faixa etária vamos encontrar enormes diferenças. [...] na nossa escola, com o mesmo professor, as atividades transcorreram de modo diferente, pois cada aluno, cada turma, leva em conta vivências para fazerem suas elaborações. Sendo assim isso não ocorrerá de maneira uniforme. Com esse trabalho não temos a pretensão de generalizar nenhuma conclusão, pois já mencionamos a individualidade de cada turma" (Silva, 2012, p. 104-106).

Entendemos que, na medida em que compreendermos melhor os resultados das pesquisas individuais dos professores que ensinam matemática, a partir das perguntas *não triviais* que fazem, poderemos compreender porque as práticas que desenvolvem no interior das salas de aula, podem ser consideradas relevantes. Ao mesmo tempo, podemos constatar que, os conhecimentos que produzem *sobre* o ensino de matemática não estão dissociados aos conhecimentos relacionados às dificuldades que enfrentam diariamente.

Em relação aos conhecimentos relacionados aos fundamentos teóricos e metodológicos que têm conduzido as ações e as análises que os professores têm feito *sobre* os processos de ensino e de aprendizagem de seus estudantes. Das sete pesquisas desenvolvidas, cinco delas se fundamentam nos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE), propostos por Moura (2010), os quais buscam sustentação na Teoria da Atividade, preconizada por Leontiev.

A AOE promove a mobilização daqueles que ensinam e daqueles que aprendem os conteúdos de matemática, a partir de "situações desencadeadoras de aprendizagem" que podem ser "materializadas por meio de diferentes recursos metodológicos", dentre eles, "o jogo, as situações emergentes do cotidiano e história virtual do conceito" (Moura, 2010, p. 100). Tais pressupostos foram eleitos pelos professores enquanto estudavam os teóricos que os auxiliariam a fundamentar as pesquisas e a elaborar os produtos educacionais, representados na forma de folhas de atividades, jogos etc que, contribuiriam com a organização do ensino e da aprendizagem, nas salas de aula. Para Silva (2012) e Vazquez (2012): "A introdução dos jogos nas atividades teve por objetivo proporcionar aulas mais descontraídas e prazerosas para todos os envolvidos no processo, conforme aponta-nos os estudos de Moura quando afirma que as Atividades Orientadoras de Ensino podem ser configuradas, através de jogos (Silva, 2012, p. 56). As atividades foram elaboradas de forma que o conteúdo de Análise Combinatória fosse trabalhado de uma maneira diferenciada do tradicional, buscando despertar o interesse e a curiosidade dos alunos. Consideramos tais atividades como sendo atividades orientadoras de ensino [...]. As atividades de Análise Combinatória tinham por intenção abordar o assunto sem o abusivo uso de fórmulas como tradicionalmente acontece, para que o conteúdo passasse a ser assumido como algo dinâmico que pudesse ser construído, transformado para atender os

objetivos, as concepções. Buscou-se, através dessas atividades, uma prática educativa na qual o professor tem um papel mediador entre o objeto de conhecimento e os sujeitos da aprendizagem, não mais como um simples expositor e os alunos como meros receptores (Vazquez, 2012, p. 48-49)".

Quando tratam dos conhecimentos *sobre* os conteúdos abordados e sua relação com as atividades propostas em sala de aula, os professores afirmam que: "A Geometria Fractal, mesmo sendo considerada um ramo recente da Matemática e alvo de discussões, além do estudo ainda incipiente sob alguns aspectos, pode ser amplamente utilizada em salas de aula da Educação Básica. Ela pode se manifestar na forma de muitas atividades a serem desenvolvidas pelos estudantes, além de despertar o interesse destes pelo assunto (Gomes, 2010, p. 132). As quatro situações-problema construídas por nós, durante o desenvolvimento das aulas, mostraram-nos que é possível ensinar conteúdos presentes na grade curricular "oficial", de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, porém de maneira dialógica, permitindo que o estudante consiga, com a ajuda do grupo, construir determinados conceitos, o que, por algum motivo, não fora feito na escola básica, ou ainda, refletir com os estudantes sobre algumas concepções consideradas equivocadas, as quais foram de certa forma, aprendidas durante sua vida estudantil (Borges, 2011, p. 81)".

A partir dos conhecimentos apontados acima, os produtos educacionais produzidos e organizados, coletivamente, pelos professores podem ser definidos como "unidades entre ensino e aprendizagem" (Moura, 2010, p. 94), pois consideram as necessidades, os motivos, as ações e as operações, presentes no cotidiano de todos os envolvidos no processo ensino-aprendizagem. Logo, tais produtos, elaborados e organizados para auxiliar a responder às perguntas de pesquisa e podem revelar o conhecimento que professores têm *sobre* o ensino de matemática e das salas de aula que conduzem.

Aqui, o professor concretiza os "objetivos sociais objetivados no currículo escolar, organiza o ensino: define ações, elege instrumentos e avalia o processo de ensino e aprendizagem" (Moura, 2010, p. 94), uma vez que: Os elementos característicos da AOE (necessidades, motivos, ações, operações) permitem que ela seja elemento de mediação entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem. Logo, a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem só podem ser separadas para fins de explicação didática; entretanto, o motivo de ambas deve coincidir para que sejam concretizadas. Tal motivo é a apropriação pelos estudantes, da experiência histórica acumulada, pela via do pensamento teórico e dos conceitos científicos, visando ao desenvolvimento do psiquismo, das funções psíquicas superiores. Não há sentido na atividade de ensino se ela não se concretiza na atividade de aprendizagem; por sua vez, não existe a atividade de aprendizagem intencional se ela não se dá de forma consciente e organizada por meio da atividade de ensino (Moura, 2010, p. 100).

Podemos perceber até aqui que, as pesquisas dos professores e os produtos educacionais que são parte integrante delas são considerados resultado de um processo reflexivo e contextualizado que contêm conhecimentos experienciais e teóricos. Contém fluência, movimento porque representam a dinâmica das aulas. Mostram as situações de aprendizagem, as quais definem os modos ou procedimentos que colocarão os conteúdos em jogo na sala de aula. Indicam como os professores elegem os recursos metodológicos adequados aos objetivos e ações elencados por eles, e, por último, indicam os processos de análises e sínteses feitas pelos professores. Nesta perspectiva, tal qual a AOE, as pesquisas dos professores representam a

unidade entre ensino e aprendizagem. São conhecimentos produzidos *sobre* o ensino de matemática.

Quanto à documentação utilizada pelos professores quando desenvolvem suas pesquisas. Conforme já afirmaram Cochran-Smith e Lytle (2002), os documentos são muito parecidos com aqueles utilizados pelos professores da universidade, uma vez que fizeram uso de: "Diários de bordo e questionários (Gomes, 2010, p.25); Documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Proposta Curricular para o ensino de Matemática, elaborado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo em 2008 (Gomes, 2010, p. 29; Vazquez, 2011, p. 75; Mendes, 2012, p. 17; Silva, p. 55); Relatos de aula (Borges, 2011, p. 42); livro Experiências Matemáticas da 6ª. Série, publicada pela CENP, Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, auto avaliação dos estudantes (Silva, 2012, p. 55-56); livro paradidático (Paez, 2012, p. 27). [...] considerei, durante a elaboração das atividades, a síntese histórica do conceito de área que envolve a composição e decomposição de figuras geométricas presentes nos estudos de Boyer (1974) (Mendes, 2012, p. 30)".

As análises feitas pelos professores, explicitadas e sintetizadas em suas pesquisas *sobre* o conhecimento que têm em relação ao ensino de matemática que ministram podem nos indicar caminhos para repensarmos os processos de ensino e de aprendizagem de matemática, de forma que todos os envolvidos: estudantes, professores e gestores possam estar em atividade, compreendendo tanto a sala de aula, quanto as facilidades e dificuldades de todos nós em relação a aprender e a ensinar e, consequentemente, traçar outros caminhos para que a Educação Básica brasileira consiga dar um salto qualitativo. Dessa forma, afirmam que quando: "O estudante diz que as aulas em que ele aprendeu, ele gostou; por outro lado, na que ele não aprendeu nada, a aula ficou chata. Isto nos leva a crer que a disposição do estudante em falar bem da aula, gostar ou manifestar mais interesse tem a ver com o aprendizado que ele sentiu com a referida aula (Gomes, 2010, p.93). As dificuldades que os estudantes da escola tradicional apresentam como a dificuldade em acreditar que uma fórmula pode ser aplicada (ou generalizada) em diversos contextos, não ocorre por acaso. Não se trata apenas de lacunas no cumprimento do currículo, ou de defasagens no conteúdo. As dificuldades apresentadas por eles surgem a partir do momento em que o contexto social, sua história de vida, suas perspectivas, valores e objetivos são ignorados ou neutralizados por uma cultura escolar que prioriza o conteúdo, que entende que a qualidade do Ensino é proporcional ao volume de conteúdo oferecido aos estudantes (Borges, 2011, p. 87)".

Á guisa de conclusão

Quando os professores que ensinam matemática estão em atividade de pesquisa indicam que, investigar as situações reais das salas de aulas *sobre* o ensino de matemática permite com que explicitem conhecimentos relacionados à dinâmica das salas de aula, através das relações que fazem, na medida em que analisam os processos de ensino e de aprendizagem, ou seja, praticam a teoria que estudam, uma vez que, analisam, selecionam e criticam, de forma compartilhada, os textos, as atividades, os materiais didáticos que recebem, incluindo-se aí, as propostas curriculares. Podem transpor a prática para a teoria e vice-versa. Podem questionar a teoria e buscar aquela que melhor se adeque às suas salas de aula, considerando-se as particularidades e singularidades delas.

Dessa forma, as ações, sistematizadas nas dissertações articulam-se em torno do compromisso da formação continuada de professores que prevê a intervenção na realidade

educacional, mediante pesquisas que tratam da prática e da sistematização dos conhecimentos educacionais que estão postos. Ao mesmo tempo, mostram a necessidade em se investir em atividades de pesquisas que possam ser consideradas, propostas de formação continuada de professores, a partir da incorporação dos estudos *sobre* a formação crítica e reflexiva e a ação investigativa dos professores, rompendo assim, com um tipo de formação continuada fundamentada na racionalidade técnica, a qual prioriza apenas os conteúdos matemáticos, especialmente aqueles produzidos nas universidades.

Permitem-nos conhecer o que ocorre *dentro* e *fora* das salas de aula, conectam os conhecimentos locais e públicos dos professores, promovendo que conheçam melhor suas práticas, a partir do delineando de algumas ações a serem desenvolvidas no âmbito da Educação Básica. Permitem-nos ainda que, possamos perceber as fragilidades existentes no contexto educacional, bem como os caminhos que traçam, a fim de suprir as necessidades da sala de aula, se posicionando politicamente frente a sua realidade, bem como analisar, juntamente com os professores, as demandas da sala de aula, uma vez que, podem variar muito. Mostram-nos que, nem sempre as demandas e as dificuldades que os estudantes têm, em relação aos conhecimentos matemáticos coincidem com aqueles que os pesquisadores indicam.

É por este motivo que, quando os professores estão em atividades de pesquisa temos que considerar a escola tanto quanto a universidade como espaço de produção de conhecimentos que promovem a análise das práticas escolares.

Podemos inferir que, os conhecimentos que os professores produzem *sobre* o ensino de matemática estão relacionados aos conhecimentos das dificuldades deles e dos estudantes quando a temática envolve os processos de ensino e de aprendizagem; à elaboração e organização de atividades que possam atender as expectativas dos estudantes; aos sentimentos dos estudantes em relação às aulas de matemática e, conhecimentos relacionados ao uso de sínteses históricas, documentos oficiais e materiais disponibilizados para o ensino.

Referências e bibliografia

Borges, A.A.A.G. Ideias algébricas explicitadas por estudantes da EJA em espaços não-formais: o caso do cursinho de Ribeirão Preto. 108f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas), Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2011.

Brasil. Ministério da Educação e do Desporto. INEP. Estatísticas dos professores no Brasil. Brasília, 2003. Retirado de http://rbep.Brasil.gov.br/index.php/RBEP/article/view/474/487, Acesso em 12/02/2013

Caraça, B. J. Conceitos fundamentais da Matemática. Portugal - Gradiva, Edições de 1984 e de 1998

Cochran-Smith, M.; Lytle, S.L. Dentro/fuera: enseñantes que investigan.1.ed. Madrid: Akal, 2002.

Diniz-Pereira, J.E.; Zeichner, K.M. (orgs). A pesquisa na formação e no trabalho docente. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

Fiorentini, D. e Lorenzato, S. *Investigação em Educação Matemática*. Campinas: Autores Associados, 2006.

Gomes, A.N. Uma proposta de ensino envolvendo Geometria Fractal para o estudo de Semelhança de Figuras Planas. 2010. 228f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas), Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2010.

Lanner De Moura et al. Movimento Conceitual em sala de aula in anais da XI Conferência Interamericana de Educação Matemática – CIAEM, Blumenau/SC, 13-17 de julho de 2003.

Magalhães, M.H. Produção de sentidos e de significados de estudantes do ensino médio sobre o conceito de volume de prismas. 2014. 137f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas), Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.

Mendes, A.F. Da resolução de quebra- cabeças em sala de aula à aplicabilidade no cotidiano de uma Marmoraria: o que os estudantes do 9º ano do ensino fundamental falam e escrevem sobre o conceito de área. 2012. 159f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas), Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012. Retirado de www.bco.ufscar.br/acesso-rapido/teses-e-dissertacoes-1, Acesso: 11/02/2013.

Moura, M. O. A atividade de ensino como ação formadora in Ensinar a ensinar. São Paulo, Pioneira Thmson Learning, 2001.

_____ (org). A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural. 1.ed. São Paulo: Liber Livro Editora Ltda, 2010.

Bohm, D. Diálogo: comunicação e redes de convivência. 1.ed. São Paulo: Palas Athena, 2005.

Nóvoa, A. Os Professores e a sua Formação. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1992.

Paez, G. R. Formação de sentidos e significados matemáticos por meio da leitura da obra: O homem que calculava. 2012. 120f. Dissertação (Mestrado em Educação), Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

Perrenoud, Philippe. A prática reflexiva no ofício de professor: profissionalização e razão pedagógica. Porto Alegre: Artmed, 2002.

Rêgo, R. M.; Rêgo, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de Matemática. In: Lorenzato, S. (Org.). O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. Campinas: Autores Associados, 2006. P. 39-56

Ribeiro, A. C. Formar Professores. Elementos para uma teoria e prática da formação. Lisboa, Texto Editora, 1993.

Schmidt, M.L.S. Pesquisa participante: alteridade e comunidades interpretativas, In revista Psicologia USP, 2006, 17(2), 11-41.

Secretaria De Estado Da Educação, Saresp 2007. Retirado de http://saresp.edunet.sp.gov.br/2007/DivulgacaoDados/consultapublica.asp, Acesso em 07/09/2008.

Silva, M. A. Elaborações de estudantes do 7° ano do ensino fundamental sobre números inteiros e suas operações. 2012. 120f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas), Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

Sousa, M.C. A percepção de professores atuantes no ensino de matemática nas escolas estaduais da Delegacia de Ensino de Itu, do Movimento Matemática Moderna e de sua influência no currículo atual. 1999. 184f. Dissertação (Mestrado em Educação), Faculdade de Educação. UNICAMP/SP, 1999. Retirado de http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000188621, Acesso em 12/02/2013.

Vazquez, C. M.R. O ensino de Análise Combinatória no ensino médio por meio de atividades orientadoras em uma Escola Estadual do interior paulista. 2011. 88f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas), Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2011. Retirado de http://www.nipem.epbsantos.com/node/6, Acesso em 12/02/2013.

Caracterização de modelos de divisão por professores de Matemática ao interpretar problemas de alunos

Gabriela Félix **Brião**
Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Universidade Estadual Paulista-Rio Claro
Brasil
gabriela.felix@gmail.com
João Luiz **Muzinatti**
Universidade Estadual Paulista-Rio Claro
Brasil
joaomuzinatti@uol.com.br
C. Miguel **Ribeiro**
Universidade de Algarve
Portugal
cmribeiro@ualg.pt

Resumo

O presente trabalho analisa aspectos do conhecimento especializado do professor de Matemática (MTSK) na Educação Básica na operação aritmética de Divisão. A partir de um estudo de caso em que alunos de 7º ano do ensino fundamental formularam problemas que pudessem ser resolvidos por divisões inicialmente propostas, e os mesmos analisados e comentados por professores de matemática, foi possível inferir sobre a falta de vivência dos mestres nas questões conceituais mais profundas que envolvem a Divisão. Os professores pelo fato de não abordarem cotidianamente os modelos de Repartição e Agrupamento, acabam por apresentar dificuldades em reconhecer tais modelos. Daí, constata-se, a necessidade da Formação Continuada dos professores, pois o sentido que o aprendizado de Matemática poderá ter para os alunos dependerá também da fluência como os mestres tratam as especificidades da disciplina em sala de aula.

Palavras chave: Formação de professores de Matemática. Conhecimento do professor. Estudo de caso. Educação Matemática.

Introdução

A ideia de número é, sem dúvida, um dos temas mais importantes da chamada Matemática Fundamental, com contribuição de diversas civilizações antigas. Segundo o que se encontra referido nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs - Brasil), o aluno, à medida que se depara com situações-problema – envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação – vai ampliando [dialeticamente] seu conceito de número. Atendendo ao fato que a divisão, a par da subtração (e.g., Fosnot e Dolk, 2001; Martins e Ribeiro, 2013), é uma das operações mais sofisticadas a ser aprendida nas séries iniciais do ensino básico e em que alunos e professores revelam maiores dificuldades (e.g., Lamon, 2007; Newstead e Murray 1998). Essas dificuldades dos alunos podem estar associadas ao fato de a divisão se encontrar diretamente relacionada com as demais operações, podendo ser encarada tanto como subtração, adição ou multiplicação – dependendo da abordagem que seja efetuada. Assim, dividir exige

uma compreensão clara e profunda do sentido das demais operações e, portanto, do sentido de número.

No sentido de que seja possível diminuir as dificuldades dos alunos, em particular no âmbito da divisão, e considerando que o conhecimento do professor é um dos fatores que influi diretamente na aprendizagem dos alunos (e.g., Grossman, 2010), é essencial um foco no conhecimento do professor sobre a operação. Esse conhecimento do professor é encarado de forma mais ampla e profunda que o conhecimento esperado dos alunos que ensina (virá a ensinar) e no contexto deste trabalho é encarado na perspectiva do *Mathematical Knowledge for Teaching* – MKT (Ball, Thames & Phelps, 2008). Um dos aspetos centrais da prática letiva relaciona-se com a elaboração e implementação de tarefas pelo que, de forma a potenciar as aprendizagens dos alunos, é essencial que o professor detenha um conhecimento que lhe permita atribuir sentido ao que os alunos dizem e fazem, tanto em termos de produções escritas como de comentários (e.g., Ribeiro, Mellone e Jakobsen, 2013).

Os problemas que, para serem resolvidos utilizam a divisão, em sua grande maioria podem ser classificados em problemas de repartição e em problemas de agrupamento. Nos modelos primitivos de multiplicação e divisão desenvolvidos por Fischbein, Deri, Nello e Marino (1985) há a descrição da divisão por repartição, onde um objeto ou coleção de objetos é dividida em um mesmo número de fragmentos ou sub-coleções. Neste modelo há a ideia de partilha. Já a divisão por agrupamento é entendida como a busca por determinar-se quantas vezes uma dada quantidade está contida em outra. Este modelo lida com o conceito de medida.

A operação de divisão não constitui simplesmente um domínio cuja dificuldade operatória - caracterizada por uma forma algorítmica complexa - seja o ponto mais relevante quando se pensa no ensino e na aprendizagem da mesma. A reflexão acerca dos significados do que é dividir, sem dúvida, é um instrumental muito importante para que o estudante possa lidar com situações relacionadas à proporcionalidade e às sub- multiplicidades, que caracterizam muitos dos aspectos de ciências como Física e Química, por exemplo. Mas, esses modelos são normalmente discutidos em sala de aula? Esse corresponde a um dos aspetos do conhecimento matemático para ensinar (MKT) e, apesar de a divisão fazer parte do ensino nas séries iniciais, sua relevância se apresenta indiscutivelmente em vários conteúdos apresentados em etapas posteriores na formação escolar. Tendo em consideração esse conhecimento específico do professor, neste trabalho procuramos responder à seguinte pergunta:

> *Como professoras de Matemática interpretam e que significado atribuem a problemas de divisão criados por alunos do sétimo ano?*

Para responder a tal pergunta, é importante não apenas procurar entender o que os professores sabem/conhecem, mas essencialmente como o sabem/conhecem, tanto em termos do tipo e natureza do conhecimento procedimental como da existência, ou não, de uma conceitualização mais ampla e aprofundada sobre o tema envolvendo, entre outros, um profundo conhecimento do sentido de número e de operação.

Algumas notas teóricas

Considerando o contexto deste trabalho iremos abordar quatro dimensões teóricas de forma imbricada. Como aspecto nuclear temos o conhecimento do professor, que aqui é encarado na perspetiva do *Mathematical Knowledge for Teaching* – MKT (Ball et al., 2008) e como elementos desse conhecimento abordaremos aspectos da divisão, da formulação de

problemas (Leung & Silver, 1997) e da atribuição de sentido às resoluções/comentários dos alunos (Jakobsen, Ribeiro & Mellone, 2014; Ribeiro, et al., 2013).

De entre as diversas concetualizações do conhecimento do professor, neste trabalho, assumimos o MKT, cujos subdomínios se ilustram na Figura 1, e focamo-nos nos três subdomínios do conhecimento do conteúdo.

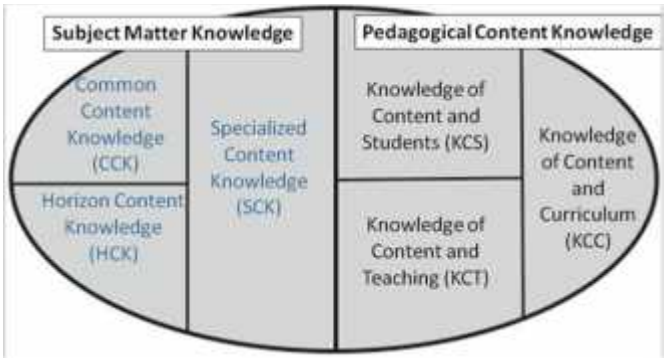


Figura 1. Domínios do Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) (Ball et al., 2008)

O Conhecimento Matemático, envolvido na atuação docente engloba um *Common Content Knowledge* (CCK), que corresponde a um conhecimento associado ao "saber fazer" e, portanto, comum a qualquer pessoa com algum tipo de formação matemática. Complementarmente, ao professor cumprirá um conhecimento matemático mais especializado, que os autores denominam por *Specialized Content Knowledege* (SCK) e que se associa às especificidades da atuação docente, referindo-se, entre outros, ao entender os porquês associados a determinado procedimento ou raciocínio, atribuir sentido às resoluções de outros (alunos), ou seja, deter uma compreensão integral dos conteúdo, para que possa, posteriormente, preparar e implementar tarefas e formular problemas que permitam que os seus alunos desenvolvam um conhecimento matemático de forma sustentada e relacional. Para além destes aspectos do conhecimento do conteúdo, e segundo a conceitualização do MKT, ao professor cumpre ainda um *Horizon Content Knowledge* (HCK) que se corresponde a um conhecimento que o permite ouvir os alunos e fazer conexões entre o que estes dizem e/ou fazem e alguns temas matemáticos mais avançados que poderão estar envolvidos nesses comentários e/ou raciocínios, ainda que implicitamente (e.g, Jakobsen, Thames, Ribeiro e Delaney, 2012).

Como parte desse conhecimento do professor, ao pensarmos no conteúdo concreto da divisão, e em particular na formulação de problemas envolvendo a divisão, ao professor cumprirá um conhecimento que lhe permita efetuar corretamente a operação, aplicando ou não um determinado algoritmo; reconhecer respostas incorretas; utilizar notações matemáticas corretamente ou resolver corretamente um determinado problema (Ribeiro, Amaral, Pinto & Flores, 2014). Para além disso cumprirá também um conhecimento associado aos modelos primitivos de divisão, sustentando também o seu conhecimento interpretativo, no sentido de ampliar o seu próprio espaço de exemplos (Jakobsen, et al., 2014), de modo a que possa atribuir efetivo significado aos comentários dos alunos, encontrando-se, assim, em condições de fornecer um *feedback* construtivo (e.g., Santos e Pinto, 2009).

Tirosh e Graeber (1990), apresentam um conjunto de mal-entendidos associados à divisão e que dizem respeito às concepções primárias do que denominam de dois modelos primitivos

de divisão (repartição e agrupamento). Um conhecimento associado a estes modelos (primitivos), influenciam o reconhecimento, por parte dos futuros professores, de inconsistências entre a convicção expressa por eles (o quociente deve ser menor que o dividendo) e os resultados de um cálculo com um divisor decimal menor do que a unidade (e.g., considerando a operação 3.75:0.75, ao fazer a pergunta sobre quantas vezes o número 0.75 cabe no número 3.75, a resposta é 5 vezes, daí que estimular a inserção do modelo de agrupamento torna mais natural, neste caso, perceber que o quociente se tornou maior que o dividendo).

Assim, no sentido de que os professores possam desenvolver um conhecimento especializado que lhe permita explorar os diferentes conteúdos com os seus alunos de modo a que estes efetivamente possam entender o que fazem e porque o fazem, a cada momento é essencial que detenham, também, o que Ma (1999) denomina de compreensão profunda da matemática fundamental e que tem conectividade, promove múltiplas abordagens para resolver um dado problema, revisita e reforça ideias básicas e tem coerência longitudinal. Esta relação do conhecimento do professor com a resolução de problemas segue o que referem muitos dos Currículos de diferentes países relativamente à importância de que os alunos resolvam problemas (e.g., MEC, 1998; NCTM, 2000). No entanto, para que os alunos possam resolver "bons" problemas, eles têm de ser formulados, daí que consideramos que um conhecimento que permita formular bons problemas, e antecipar um conjunto diversificado de respostas e raciocínios é um dos aspectos essenciais do conhecimento especializado do professor.

Ao pensarmos na formulação de (bons) problemas temos de ter em conta diversos factores, entre eles o contexto, o tipo de variáveis, a diversidade de respostas ou mesmo a correspondencia, ou não, entre o problema formulado e a expressão fornecida inicialmente, quando esse é o caso (e.g., Ribeiro, et al., 2014). Considerando a categorização de Leung e Silver (1997) relativamente à formulação de problemas, consideramos a existência de uma diferença sutil entre um problema matemático considerado *impossível* e um problema matemático *insuficiente*. O problema será impossível quando não possuir uma resposta. O problema será insuficiente quando possuir diversas respostas possíveis, por conta de *faltarem dados*, de maneira que não se tenha uma resposta única.

Contexto e método

Este texto forma parte de uma pesquisa maior onde um dos objetivos se relaciona com o entender o conhecimento matemático para ensinar revelado por professores de matemática (professores de alunos na faixa dos 11 aos 17 anos) no âmbito da divisão, mesmo não tendo de ensinar esse tema aos seus alunos. Uma das justificativas para este fato é sugerir que talvez as dificuldades apresentadas pelos alunos, em diversos tópicos mais a frente na sua trajetória escolar, são decorrência de uma falta de embasamento teórico por parte dos professores para superar o paradigma dos modelos primitivos e suas restrições. Com esta pesquisa pretendemos obter um mais amplo entendimento sobre a(s) forma(s) como um grupo de professores (seis) lida com o conhecimento e produções dos alunos sobre um assunto específico da matemática básica: a divisão e seus modelos de ação. Segundo Shulman (1985), para realizar um trabalho de investigação, os pesquisadores devem necessariamente reduzir seu escopo, concentrar sua visão e formular uma pergunta muito menos complexa do que a forma em que o mundo se apresenta na prática.

O trabalho combina uma metodologia essencialmente qualitativa com um estudo de caso instrumental (Stake, 2005). A coleta de dados envolveu três momentos distintos e envolveu tanto alunos como professores (destes alguns responderam as diferentes questões –veja-se abaixo- presencialmente e outros via email). Em um primeiro momento, um conjunto de atividades foi apresentado para duas turmas de alunos de sétimo ano do ensino fundamental (60 alunos de cerca de 12 anos). Os estudantes foram divididos em grupos de quatro e resolveram um conjunto de atividades. Abaixo apresentam-se duas dessas atividades inspiradas em Simon (1993).

Atividade 1*: Escreva um problema que tenha como solução a divisão 51:4. Agora, escreva um problema que envolva a divisão 51:4 cuja resultado seja:*

a) 12 ¾ *b) 13* *c)* 12

Atividade 2*: Observe os problemas abaixo:*

i) Tenho 10 lápis e quero distribuí-los igualmente entre 5 pessoas. Quantos lápis cada pessoa receberá?

10 lápis : 5 = 2 lápis (repartição)

ii) Quantas caixas de 5 lápis cada uma se consegue formar com 10 lápis?

10 lápis : 5 lápis = 2 (agrupamento)

Decida sobre cada uma das respostas do exercício anterior em qual tipo de problema se encaixa o que você escreveu. Faça novos problemas para o exercício anterior mudando a categoria escolhida anteriormente. É possível fazer isso em todos?

Na segunda etapa, os professores participaram da pesquisa via email e, também pessoalmente, com a orientação de que deveriam responder à atividade (a mesma que os alunos, apresentada acima) respeitando a ordem em que cada exercício foi apresentado e de que todos os exercícios deveriam ser feitos a caneta (para assegurar que as professoras não revisassem as suas repostas). Por email, esta orientação de não revisar o que foi feito foi mantida. Seis professoras de Matemática (de Ensino Fundamental II e Ensino Médio) aceitaram a proposta – duas presencialmente e quatro via e-mail. Destas seis professoras, três têm cerca de trinta anos de magistério cada uma, uma é recém- formada e as outras duas estão ainda em formação inicial.

O terceiro momento da coleta se caracterizou pela apresentação às professoras de onze problemas selecionados dentre os produzidos pelos alunos ao responderem a atividade 1, com o intuito de que estas efetuassem uma análise dos problemas formulados pelos alunos, tendo sido solicitado que caracterizassem a expressão que resolvia o problema; a resposta do problema; e o modelo de divisão utilizado. Neste texto focamo-nos nas respostas dos professores associadas à análise de um desses problemas formulado por um dos alunos.

Gabriela quis distribuir 51 bombons para seus 4 filhos sabendo que um ganharia mais. Qual a quantidade que este ganhou?

A análise foca-se, assim, nas respostas das professoras quanto ao tipo de problema que consideram ser o apresentado pelo aluno (e.g., possível, impossível, bem ou mal formulado), bem como os modelos primitivos de divisão – repartição ou agrupamento – que consideram estar presente no enunciado anterior. Pretende-se assim, também, expandir um pouco a noção

de conhecimento interpretativo apresentado por Jakobsen, et al., (2014) e Ribeiro, et al., (2013) ao contexto da interpretação da formulação de problemas.

Discussão de alguns resultados preliminares

Começamos por apresentar a análise das professoras ao problema formulado em termos do tipo de problema e do modelo de divisão presente. Posteriomente discutimos a dicotomia existente ao classificarem o mesmo problema tanto como de repartição como de agrupamento e o conhecimento matemático associado às classificações e comentários realizados associados ao problema anterior (complementando com alguns dos problemas formulados pelas professores que permitem uma discussão mais fina sobre o seu conhecimento relativo à divisão).

Na Tabela 1 apresentam-se as respostas das professoras quando solicitadas para analisarem o problema proposto pelo aluno.

Tabela 1
Análise do problema VII dos alunos realizado pelas seis professoras

	PROF. 1	PROF. 2	PROF.3	PROF. 4	PROF. 5	PROF. 6
Classificação do problema	Repartição e Agrupamento	Repartição	Mal formulado/ Repartição	Mal formulado/ Repartição	Repartição	Repartição

Ao analisar as respostas ressaltam dois casos distintos. Por um lado o fato de uma das professoras considerar o mesmo problema simultaneamente de repartição e de agrupamento e, por outro lado, ao considerarem que o problema não tinha dados suficientes, o destacavam como mal formulado.

Repartição e agrupamento. A professora que classificou o problema simultaneamente como de repartição e de agrupamento, apresenta a seguinte resposta para o mesmo:

> *51 = 3 x 12 + 15; 3 filhos ganharam 12 bombons e 1 filho ganhou 15 bombons. Problema de repartição e agrupamento. Este é um problema de repartição, porém não de divisão.*

Esta resposta, apesar de, ou talvez por ser contraditória, revela aspetos importantes do conhecimento matemático da professora relativamente ao sentido de operação. Por um lado, relativamente ao fato de assumir que um mesmo problema pode ser considerado simultaneamente com dois sentidos (impossibilidade que seria expectavel um aluno das etapas iniciais poder identificar) e, portanto, um conhecimento que se encontra num nível elementar do CCK. Por outro lado o assumir de forma disjunta repartição e divisão revela aspetos que urgem, também, ser colmatados na formação (tanto inicial como continua) pois apenas dessa forma poderá ser possívelcriar as basas sustantadoras para o desenvolvimento de um SCK que possibilite a interpretação significativa das resoluções/respostas dos alunos.

Note-se que, antes de responder a esta segunda etapa, a professora apresentou como resposta o seguinte problema:

> *Tenho que distribuir 51 litros de leite entre 4 famílias, porém todas elas devem receber embalagens fechadas de 1 litro. Como posso fazer esta divisão de modo que três famílias recebam quantidades iguais de leite e uma receba um litro a menos?*

Quando contrastamos o enunciado formulado pela professora com a classificação/ comentários que faz do problema enunciado pelo aluno observa-se que, pelo menos parcialmente, esta efetuou uma correspondência direta entre o seu próprio espaço de solução com a resposta do aluno. Este resultado está alinhado com os resultados apresentados por Jakobsen, et al., (2014) relativamente à existência de uma limitação na cardinalidade, e diversidade de elementos do próprio conjunto de soluções, sendo aparentemente este formado apenas por um elemento. Note-se que dividir pode possuir o sentido de repartir, necessariamente de forma equitativa, porém a ação de repartir pode não ser descrita pela operação de divisão (equitativa, subentendido), pois não necessita que seja uma repartição em partes iguais – veja-se, por exemplo o contexto de problemas de divisão justa (e.g., Ribeiro, 2010). No entanto, este é um conhecimento que cumprirá ao professor por forma a poder interpretar as respostas dos alunos e a formular, ele próprio problemas de divisão sabendo que, intuitivamente, os alunos entenderão o dividir tanto como repartição ou agrupamento, mas essencialmente equitativamente – fundamentalmente quando são já conhecedores de algum processo algoritmico para resolver a operação.

Problema mal formulado e/ou repartição. Duas das professoras, apesar de observaram que o problema, tal como estava formulado, não era de divisão em partes iguais, revelam um CCK associado à dificuldade de identificação da origem dessa não divisão e partes iguais, considerando, assim que era um problema que se encontrava mal formulado. Sendo a divisão uma das operações em que os alunos apresentam maiores dificuldades (e.g., Lamon, 2007; Newstead e Murray 1998), em particular nas situações envolvendo resto, ou quantidades não inteiras quando exata, esta configura-se também uma situação matematicamente crítica para estas professoras. Assim corresponde-se a uma situação em que urge um foco na formação, de modo a que seja possível quebrar o ciclo vicioso de ensinar como fomos ensinados (e.g., Mellado, Ruiz e Blanco, 1997), e de modo a que seja possível, portanto, concomitantemente, uma aproximação entre teoria e prática, sendo explorado e desenvolvido esse conhecimento em relação estreita com a prática e situações dessa prática (Thames & Van Zoest, 2013) – de modo que os professores lhe possam atribuir sentido e considera-las como suas.

As três restantes professoras identificam o problema como sendo um problema de repartição, não salientando, no entanto o fato de que, não sendo uma repartição equitativa, dependendo do conjunto em que consideremos o espaço de soluções, o problema poderá ter infinitas soluções. Este corresponde-se a outro aspeto do conhecimento do professor e que se relaciona com a natureza, tipo e diversidade de conexões que esse conhecimento permite efetuar. Essas conexões, incluindo, inclusivamente, possíveis tópicos distantes encontram-se também na base de um conhecimento interpretativo associado à formulação de problemas já que há que ter especial atenção ao dominio em que nos movemos e à natueza e tipo do raciocinio e conheciemnto que pretendemos potenciar nos alunos.

Algumas notas finais

As professoras, no geral, não parecem acostumadas a discutir as ações envolvidas nas operações aritméticas, inclusive para fomentar a introdução aos alunos de outros modelos não implícitos ou naturais. Esse conhecimento especializado do professor é fundamental para a construção de um saber mais sólido associado ao conceito de divisão – mesmo que esse não seja conteúdo programático (direto) do Ensino Fundamental II. Afinal, há que se ter, sempre, a possibilidade de problematizar, questionar e fazer com que os alunos testem seu repertório, a fim de que este ganhe cada vez mais consistência. A breve discussão efetuada ilustra a

necessidade de que a formação de professores de Matemática (inclsivamente a inicial) se foque num aprofundamento conceitual e não nos processos algébricos por si. Estes rsultados servem também como uma chamada de atenção e necessidade de reflexão sobre as nossas próprias práticas enquanto formadores de professores e a necessidade de que se passe (inicie e/ou continue) efetivamemte a utilizar os resultados da investigação em prol da formação.

Pôde-se observar diversas discrepâncias nas interpretações deste grupo de professoras em relação à interpretação da produção dos alunos sobre divisão e seus modelos primitivos. Discutimos alguns aspetos do seu conhecimento interpretativo sendo que será necessário complementar e aprofundar a análise de modo a que permita obter uma visão mais ampla sobre que conhecimento mobilizam e qual o seu conteúdo ao responderem e analisarem a totalidade dos problemas propostos aos alunos (que são de diferentes naturezas).

Tendo em consideração alguns dos aspetos referidos, surge então naturalmente a questão relativamente ao que se poderá fazer para contribuir para o desenvolvimento de um conhecimento especializado (mais amplo, portanto que um saber fazer) do professor. Uma possível aproximação a essa problemática será, consideramos, uma formação continuada que tenha a sala de aula como ponto de partida e de chegada, centrando-se na discussão e reflexão sobre situações da prática (reais ou hipotéticas) que tenham como objetivo primordial discutir e desenvolver o conhecimento matemático para ensinar do professor, iniciando pelo SCK e HCK, já que o desenvolvimento destes tipos de conhecimento do conteúdo sustentam também o posterior desenvolvimento dos subdomínios do conhecimento didático do conteúdo (e.g., Baumert, et al., 2010).

Referências

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M., & Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal, 47*(1), 133-180.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young Mathematicians at work: Constructing multiplication and division*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Grossman, P. L. (2010). Learning to Practice: the design of clinical experience in teacher preparation. *NEA policy brief, May*.

Jakobsen, A., Ribeiro, C. M., & Mellone, M. (2014). Norwegian prospective teachers' MKT when interpreting pupils' productions on a fraction task. *Nordic Studies in Mathematics Education, 19*(3-4), to appear.

Jakobsen, A., Thames, M. H., Ribeiro, C. M., & Delaney, S. (2012). Using Practice to Define and Distinguish Horizon Content Knowledge. In ICME (Ed.), *12th International Congress in Mathematics Education (12th ICME)* (pp. 4635-4644). Seoul (Coreia): ICME.

Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook ok mathematics teaching and learning* (pp. 629-667). Greenwich, CT: Information Age Publishing

Leung, S.-k. S., & Silver, E. A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers *Mathematics Education Research Journal 9*(1), 5-24.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the US*. Mahwash, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Martins, F., & Ribeiro, C. M. (2013). Atribuir sentido aos raciocínios associados às resoluções de alunos no caso da subtração: discutindo o conhecimento de futuros professores. In R. Cadima, H. Pinto, H. Menino & I. S. Simões (Eds.), *Atas da Conferência Internacional de Investigação, Práticas e Contextos em Educação* (pp. 192-200). Leiria: ESECS.

Mellado, V. J., Ruiz, C. M., & Blanco, J. L. (1997). Aprender a enseñar Ciencias Experimentales en la formación inicial de maestros. *Bórdon, 49*(3), 275-288.

Newstead, K., & Murray, H. (1998). Young students' constructions of fractions. In A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 295-303). Stellenbosch, South Africa.

Ribeiro, C. M. (2010). Una división en que todos ganan: un caso de división justa. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas,* 63, 43-48. ISSN: 1130-488X.

Ribeiro, C. M., Amaral, R. B., Pinto, H., & Flores, É. (2014). Conhecimento matemático especializado do professor - discutindo um caso na formulação de problemas de divisão *Atas II Congresso Nacional de Formação de Professores e problemas de alunos 10 XII Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores* (pp. 2058-2070). São Paulo: UNESP.

Ribeiro, C. M., Mellone, M., & Jakobsen, A. (2013). Prospective teachers' knowledge in/for giving sense to students' productions. In A. M. Lindmeier & A. Heinze (Eds.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education - mathematics learning across the life span* (Vol. 4, pp. 89-96). Kiel, Germany: PME.

Santos, L., & Pinto, J. (2009). Lights and shadows of feedback in mathematics learning. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 5, pp. 49-56). Thessaloniki, Greece: PME.

Stake, R. E. (2005). Qualitative Case Studies. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *The Sage handbook of qualitative research* (pp. 443-466). Thousand Oaks: Sage Publications.

Thames, M., & Van Zoest, L. R. (2013). Building coherence in research on mathematics teacher characteristics by developing practice based approaches. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education, 45*, 583-594.

Caracterización del significado sobre el CDC de los estudiantes para profesor de Matemáticas: el caso de la proporcionalidad

Angie Carolina **Cruz** Cáceres
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Colombia
anyulicmatematicas@gmail.com
Ángel Ricardo **Vargas** Peña
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Colombia
anrivarpe@gmail.com

Resumen

El siguiente trabajo se enmarca en el campo de la formación de docentes de matemáticas y su propósito principal es brindar algunos elementos para el análisis de los significados sobre el conocimiento didáctico del contenido (CDC[11]), para el objeto proporcionalidad, que poseen los estudiantes para profesor pertenecientes a los programas de formación de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas (LEBEM) de la Universidad Distrital (UD) y Licenciatura en Matemáticas (LM) de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN) de Bogotá, Colombia. Dichos elementos se estipulan a partir de una revisión sobre algunos antecedentes y referentes respecto al conocimiento profesional del profesor, y un acercamiento a los estudios y estados de arte realizados frente a la enseñanza y el aprendizaje de la proporcionalidad.

Palabras clave: formación, conocimiento, didáctico, proporcionalidad, significado, institucional, personal, EOS.

Problema de Investigación

En las últimas dos décadas, producto del análisis y reflexión sobre la importancia del rol del docente en los proceso de transformación de las concepciones, las prácticas, las actitudes que inciden en forma directa en la educación, se han generado reformas educativas en varios países de América Latina (PREAL, 2004). El problema se produce, cuando estudios internacionales, como el de Arnaiz & Ballester, (1999), Hirmas & Eroles, (2008) y el de Sowder (2007) demuestran que esto no ha sido suficiente y como se señala en el último estudio, es necesario cambiar la formación tradicional de los docentes, centrada en lo disciplinar, en especial cuando se requiere formar docentes de matemáticas que reconozcan la diversidad de los contextos, avances tecnológicos, los ritmos de aprendizaje de los estudiantes, las situaciones económicas, entre otras, para que de esta forma el docente actué a partir de dicho reconocimiento y facilite el acceso al conocimiento matemático.

Con relación al conocimiento que debe tener un profesor de matemáticas, se han realizado varias investigaciones, donde se identifica una tensión de presencia y relación entre el conocimiento disciplinar en matemáticas y el conocimiento didáctico, este aspecto que ha sido

[1] De aquí en adelante se utilizaran estos acrónimos para referirse al conocimiento didáctico del contenido, las universidades, los programas de formación y los estudiantes para profesor de matemáticas (EPMs).

estudiado por Shulman, citado por Ruiz (2010) y Bromme, citado por Valbuena (2007) plantean la necesidad de articular los contenidos matemáticos, con los contenidos propios de la didáctica, para comprender que el CDC es un cuerpo de conocimientos necesarios para que el docente pueda proponer, diseñar, resolver, gestionar y evaluar las diferentes actividades y situaciones que se presentan en el aula de clase en el momento de trabajar con las matemáticas.

Al respecto, Marcelo, citado por Valbuena (2007) plantean que el CDC "se configura como una de las contribuciones más poderosas y actuales de la investigación didáctica para la formación del profesorado" (p.34). En este sentido, como lo señalan Marks (1989) y Shulman (1999), es necesario desarrollar más investigación sobre los diferentes componentes, categorías, características, dimensiones e indicadores del CDC para seguir generando un cuerpo de conocimientos que fundamente y oriente la formación inicial y permanente de los docentes de matemáticas.

En este sentido, Shulman, citado por Bolívar (2005) plantea que dentro del desarrollo del conocimiento didáctico del contenido debe incluirse el estudio de un conocimiento sobre una materia específica, aspecto que permite recurrir a los posibles significados que se le dan a los objetos matemáticos a enseñar por parte de los EPMs.

En cuanto a la importancia sobre el análisis de los significados respecto al conocimiento sobre el objeto matemático a estudiar, uno de los objetos presentes a lo largo del desarrollo curricular a nivel básico y medio en la escuela, es la proporcionalidad. Al respecto, Valverde & Castro (2009) establecen diversas investigaciones donde se afirma que:

> El conocimiento matemático de los maestros en formación frecuentemente es descrito como insuficiente (Ball, 1990; Even 1990; Graeber, Tirosh, y Glover, 1989; Reys, 1974; Simon, 1993; Wheeler, 1983). Investigaciones en el contexto de los números racionales han mostrado que el conocimiento que los maestros en formación poseen acerca de este tópico es procedimental y escasamente conectado. (Graeber, Tirosh y Glover, 1989; Harel, Behr, Post y Lesh, 1994, citados en Lamon 2007) (p.2)

En este orden de ideas, se hace necesario analizar los significados del CDC desde un objeto matemático, como en este caso específico la proporcionalidad, por lo tanto la propuesta desarrolla la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuáles son los significados sobre el conocimiento didáctico del contenido que poseen los estudiantes para profesor de matemáticas del objeto proporcionalidad en los programas de formación de matemáticas LEBEM y LM?

Marco de referencia

El presente marco de referencia se estipula desde dos aspectos fundamentales que permiten determinar algunos elementos para el análisis del significado que poseen los EPMs sobre el objeto proporcionalidad: En primera instancia, se presentan tres referentes que han realizado avances significativos hacia la caracterización del CDC, aspectos fundamentales que sirven como antecedentes para la construcción de una posible red categorial que permita analizar y describir tipos de significados. En segunda instancia se hace alusión a investigaciones que permiten determinar algunas categorías frente a los significados que poseen los EPMs entorno a la proporcionalidad.

Con relación a esta investigación específica del CDC y de la formación de docentes, autores como Da Ponte (2012), Godino (2009), y Bolívar (1993) han realizado acercamientos al

tipo de caracterizaciones que se pueden hacer de este tipo de conocimientos en los cursos de didáctica para la formación de docentes de matemáticas. De acuerdo a estas posturas se realiza una exposición de las dimensiones propuestas por cada una de estas investigaciones:

En primera instancia Da Ponte (2012) concentra sus investigaciones en la caracterización del conocimiento profesional del profesor a partir del análisis de los procesos de desarrollo, específicamente coloca su interés en la práctica educativa, concibiéndola como el núcleo fundamental del conocimiento didáctico del profesor. Realiza un acercamiento a las cuatro dimensiones que componen el CDC (Conocimiento de la matemática para su enseñanza; del alumnado y su proceso de aprendizaje; del currículo y del modo de gestión de ese currículo y de la práctica educativa.). El objetivo fundamental de la investigación sobre el conocimiento didáctico del profesor propuesto por Da Ponte, hace una mirada hacia la formación del profesorado a partir de la colaboración, la práctica y la reflexión sobre la práctica.

En segundo lugar, Bolívar (1993) realiza un estudio a las investigaciones de la época acerca de lo que se concibe como conocimiento del contenido y conocimiento didáctico del contenido a partir de un acercamiento a las relaciones entre componente disciplinar, pedagógico y didáctico con el fin de establecer una base para la formación de docentes en didácticas específicas. De manera inicial expone los planteamientos de Shulman (1986) quien tenía como objetivo investigar el desarrollo del conocimiento profesional durante la formación del profesorado y cómo transforman el contenido en representaciones didácticas y lo utilizan en la enseñanza. A partir de esta definición, se empieza a determinar que dentro del conocimiento didáctico se incluyen unos componentes específicos para su caracterización, Bolívar (1993) expone cinco componentes: conocimiento de la comprensión de los alumnos, conocimiento de los materiales curriculares y medios de enseñanza en relación con los contenidos y los alumnos; estrategias didácticas y procesos instructivos; conocimiento de los propósitos o fines de la enseñanza de la materia y concepciones; valores y creencias de lo que significa enseñar una determinada materia en un determinado nivel y contexto.

Finalmente, otra caracterización del conocimiento del profesor, es la realizada por Godino (2009) a partir del enfoque ontosemiótico (EOS) en el cual se proponen categorías de análisis para el conocimiento didáctico-matemático del profesor a partir de la articulación de seis dimensiones (epistémica, cognitiva, mediacional, ecológica, afectiva e interaccional). Este autor plantea como metodología el análisis didáctico que permite un estudio de sistemas complejos y heterogéneos a partir de un modelo teórico fundamentado que permita caracterizar cada uno de los componentes.

Al respecto, Godino, citado por Lurduy (2012) define el significado de los objetos como "el conjunto de prácticas discursivas, operativas y normativas de una persona o una institución frente a una situación problema, puestas en relación y en contexto con las informaciones (epistemología)" (p.77). En este sentido, teniendo en cuenta que el estudio se centra sobre la caracterización de los significados de los EPMs en torno a la proporcionalidad, se establece como punto de partida el estudio de los significados institucionales y personales que se pueden llegar a identificar al interior de dos programas de formación inicial de profesores.

En cuanto a los significados institucionales, este autor plantea cuatro tipos de significado dentro del sistema de prácticas discursivas, operativas y normativas como lo son: el significado referencial, pretendido, implementado y evaluado. Éstos tienen unas relaciones dialécticas con los significados personales dentro de los que se encuentran el significado global, declarado y

logrado. El conjunto de los aspectos mencionados anteriormente son un elemento fundamental para lograr caracterizar los significados sobre el CDC de los EPMs a propósito del objeto matemático proporcionalidad.

En segunda Instancia, se destacan las investigaciones realizadas por Valverde y Castro (2008), Valverde, Castro y Molina (2013) frente al empleo del análisis didáctico en un experimento de enseñanza con futuros maestros de educación primaria, donde se establecen los conocimientos puestos en juego durante la enseñanza de la proporcionalidad en la Universidad de Costa Rica. Estas investigaciones son antecedentes frente al trabajo sobre la formación inicial de profesores de matemáticas acerca de la proporcionalidad.

Al respecto, los autores destacan la necesidad de analizar los procesos didácticos que se generan al interior de los programas de formación con relación a este objeto matemático, dado que, éste se aborda en muchos espacios de la escuela primaria y se establece como un punto de referencia para el desarrollo de otro tipo de objetos matemáticos como las relaciones funcionales directas, co-variaciones, entre otros. Existen investigaciones como las expuestas por Ball, Even, Graeber, Tirosh, y Glover, Reys, Simon, Wheeler, citados por Valverde y Castro (2009) en torno a las dificultades que tienen los EPMs en cuanto al tratamiento y profundización sobre los objetos matemáticos y didácticos propios en matemáticas, en este caso frente a la proporcionalidad.

Ante este objeto de reflexión didáctica, Valverde y Castro (2009) establece la necesidad de tener una consciencia clara frente a la relevancia que tiene el análisis de las actuaciones de los estudiantes para profesor en cualquier tópico de las matemáticas. Por ende, se considera que este tipo de análisis relacionado con la formación de profesores de matemáticas entorno a la proporcionalidad constituye un material fundamental para orientar los procesos de formación en las facultades de educación.

Aspectos metodológicos preliminares

Teniendo en cuenta que los objetivos establecidos para el desarrollo de la investigación son:

a) Identificar los significados personales sobre el conocimiento didáctico del contenido que poseen los estudiantes para profesor de matemáticas al finalizar su formación inicial sobre el objeto proporcionalidad en los programas de formación LEBEM y LM.

b) Describir los significados personales de los estudiantes para profesor de matemáticas sobre conocimiento didáctico del contenido del objeto proporcionalidad a partir del marco conceptual de referencia.

c) Caracterizar los significados personales de los estudiantes para profesor de matemáticas al finalizar su formación inicial sobre el conocimiento didáctico del contenido en los programas de formación seleccionados sobre el objeto proporcionalidad.

Según los objetivos propuestos, se retoman algunos aspectos mencionados por Godino y Font (s.f) retomando las ideas del Enfoque Ontosemiótico respecto a los significados: Con relación a los significados institucionales se proponen los siguientes tipos:

- Implementado: en un proceso de estudio específico es el sistema de prácticas efectivamente implementadas por el docente.
- Evaluado: el subsistema de prácticas que utiliza el docente para evaluar los aprendizajes.
- Pretendido: sistema de prácticas incluidas en la planificación del proceso de estudio.

- Referencial: sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido. En una institución de enseñanza concreta este significado de referencia será una parte del significado holístico del objeto matemático. La determinación de dicho significado global requiere realizar un estudio histórico – epistemológico sobre el origen y evolución del objeto en cuestión, así como tener en cuenta la diversidad de contextos de uso donde se pone en juego dicho objeto. (p. 2)

Ahora bien, respecto a los significados personales, los autores manifiestan la siguiente tipología:

- Global: corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de manifestar potencial del sujeto relativas a un objeto matemático.
- Declarado: da cuenta de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como las incorrectas desde el punto de vista institucional.
- Logrado: corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida. En el análisis del cambio de los significados personales que tiene lugar en un proceso de estudio interesará tener en cuenta los significados iniciales o previos de los estudiantes y los que finalmente alcancen. (p.2)

Ante este tipo de significados, la propuesta se centraría en analizar el tipo de significado referencial y pretendido a nivel institucional y el tipo de significado global que poseen los estudiantes sobre el CDC entorno al objeto proporcionalidad a nivel personal. Esto con el fin de realizar una comparación de presencia y relación entre los significados declarados por los programas de formación inicial de profesores con los significados que los estudiantes para profesores de matemáticas construyeron a lo largo del proceso inicial de formación con miras a contribuir con el problema de investigación planteado anteriormente.

Teniendo en cuenta lo anterior, la propuesta es de carácter cualitativo cuyo propósito fundamental constituye la identificación, descripción y caracterización de los hechos que se estudian. En estos términos, la propuesta es descriptiva, caracterizada por Morales (2010) de la siguiente manera:

> Con estos estudios se busca exponer una situación, pero no se establecen los por qués. Nos dicen cómo están las cosas. Consisten en descripciones sistemáticas; en principio no se plantean hipótesis previas. Los instrumentos utilizados para recoger los datos son cuestionarios, encuestas documentación de archivos, entrevistas, guías de observación, etc. Estos estudios descriptivos se pueden orientar de muchas maneras. Una frecuente es la descripción de una situación, de un centro, de un grupo, etc. La población que se va estudiar está bien delimitada (e incluso la muestra puede coincidir con la población. (p. 12)

A partir de esta definición el trabajo se realizará con una muestra de estudiantes de los programas de formación de docentes de matemáticas de la UDFJC y la UPN que participan en espacios académicos en los que se finaliza su formación inicial de pregrado.

Con la situación de estudio y muestra de la población definidas, las fases que se llevarían a cabo en la propuesta de investigación serían:

Fase 1: Identificación:

Determinación de un marco conceptual de referencia sobre el conocimiento didáctico del contenido, sus dimensiones, desarrollo y sustentación teórica frente al sistema de significados

personales e institucionales desde el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) propuesto por el grupo de investigación de Godino y colaboradores.

Diseño de supra-categorías, categorías y elementos para analizar que permitan la caracterización de los significados a partir de los referentes teóricos.

Fase 2: Descripción

Elaboración de instrumentos de indagación y recolección de datos.

Para los significados institucionales referenciales y pretendidos se plantea una revisión documental de los syllabus de los espacios de formación en los cuales se proyectan los objetivos, actividades de aprendizaje, posibles referentes sobre las temáticas que se abordan, en este caso, específicamente sobre proporcionalidad.

En cuanto a los significados personales de los EPMs se plantea el diseño e implementación de una entrevista semi-estructurada cuyas preguntas irían enfocadas hacia las posibles formas de tratamiento y representación del objeto matemático que guiarán la forma en que se llevarían a cabo posibles procesos de diseño, gestión y evaluación en torno a la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad.

Fase 3: **Caracterización**

Sistematización – Análisis de la Información recolectada.

Para esta fase se prevé que, una vez ampliado el marco de referencia estipulado en la fase 1 y a partir de las categorías de análisis se realizará un Análisis Cualitativo de Contenido descrito por Piñuel (2002) como:

> El conjunto de procedimientos interpretativos de procesos comunicativos (mensajes, textos o discursos) que proceden de procesos singulares de comunicación previamente registrados, y que, basados en técnicas de medida, a veces, cuantitativas (estadísticas basadas en el recuento de unidades), a veces cualitativas (lógicas basadas en la combinación de categorías). Tienen por objeto elaborar y procesar datos relevantes sobre las condiciones mismas en que se han producido aquellos textos, o sobre las condiciones que pueden darse para su empleo posterior. (p.2)

Piñuel (2002) abarca cuatro pasos para desarrollar un análisis cualitativo de contenido:

a) Selección de la comunicación que será estudiada, este paso concuerda con la fase 2 de la metodología propuesta.

En términos del tipo de estudio que se debe realizar, los análisis serán de tipo descriptivo que tienen por objeto, en un marco de estudio dado, la simple identificación y catalogación de la realidad empírica de los textos o documentos, mediante la definición de categorías o clases de sus elementos.

b) Selección de las categorías que se utilizarán, este paso incluye los elementos establecidos en la fase 1 de la metodología.

c) Selección de las unidades de análisis.

Las unidades de análisis se establecen con base en las categorías propuestas sobre el objeto de estudio y permiten analizar el texto a partir de los escritos o expresiones planteadas en cada

documento ubicándolas y codificándolas de acuerdo a las descripciones de cada una de las categorías.

d) Selección del sistema de recuento y de medida.

El sistema de medida puede ser de tipo cualitativo y cuantitativo, en este caso, la propuesta usaría el recuento como elemento para evidenciar a partir de la codificación de las categorías en los documentos recolectados la frecuencia con la cual aparecen las unidades de análisis, con ello a partir de las mediciones estadísticas de los datos descriptivos, se marca la dirección desde la cual caracterizar los significados.

Fase 5: Elaboración del informe final

Conclusiones parciales y/o alcances del proyecto

- La determinación de un marco conceptual de referencia que permita la constitución de una base teórica fundamentada que permita tomar categorías generales para la caracterización del CDC respecto a la proporcionalidad.
- Establecer una aproximación a las relaciones que se pueden determinar entre los significados que poseen los estudiantes para profesor de matemáticas de las dos universidades sobre la proporcionalidad y sus formas de enseñanza-aprendizaje a partir de la revisión bibliográfica que se ha venido consolidando.
- Realizar un aporte a los programas de formación en cuanto a las formas en las que los EPMs finalizan su proceso de formación inicial y los elementos de significado que permiten dar cuenta del componente relacionado con su conocimiento profesional en torno a la didáctica y su relación con los significados referenciales y pretendidos a nivel institucional.

Referencias y bibliografía

Arnaiz, P., & Ballester, F. (1999). La formación del profesorado en educación secundaria y la atención a la diversidad. Profesorado. *Revista de currículum y formación del profesorado*.

Bolívar, A (1993). *Conocimiento didáctico del contenido y la formación del profesorado*. El programa de L. Shulman.

Bolívar, A. (2005) El Conocimiento Didáctico del Contenido y las Didácticas Específicas. *Revista Curriculum y formación del Profesorado*, *9*(2). Universidad de Granada, España.

Da Ponte, P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. En N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática*.(pp. 93-98). Barcelona: Graó.

Godino, J. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, *20*, 13-31.

Godino, J., & Font, V. (s.f.) Algunos desarrollos de la teoría de los significados sistémicos. Anexo al artículo "Significado institucional y personal de los objetos matemáticos". *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *14*(3), 325-355.

Hirmas, & Eroles, (2008). *Convivencia democrática, inclusión y cultura de paz: Lecciones desde la práctica educativa innovadora en América Latina*. UNESCO. Recuperado en http://unesdoc.unesco.org/images/0016/001621/162184s.pdf

Lurduy, J (2012). *El sistema didáctico y el tetraedro didáctico. Elementos para un análisis didáctico de los procesos de estudio de las matemáticas. Pensamiento, Epistemología y Lenguaje Matemático* (pp.75-99). Bogotá, Colombia. Doctorado Interinstitucional en Educación.

Marks, R. (1989). *What exactly is pedagogical content knowledge? Examples from mathematics*. Ponencia presentada en la aera Annual Conference, San Francisco. EEUU.

Morales, P. (2010). *Planteamientos generales sobre investigación en educación y psicología. Métodos cuantitativos en educación*. Universidad Pontificia Comillas, Madrid Facultad de Ciencias Humanas y Sociales. Recuperado en http://www.upcomillas.es/personal/peter/investigacion/Planteamientosgenerales.pdf

Piñuel, J (2002). *Epistemología, metodología y técnica de análisis de contenido*. Universidad Complutense de Madrid. Facultad de CC de la Información. Madrid, España. Recuperado en http://www.ucm.es/data/cont/docs/268-2013-07-29-Pinuel_Raigada_AnalisisContenido_2002_EstudiosSociolinguisticaUVigo.pdf

PREAL. (2004). *Construcción de la Profesión Docente en América Latina*. Santiago de Chile: PREAL.

Ruíz, A. (2010). Conocimientos y currículo en la educación matemática. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 5*(6), 107-141.

Shulman, L. (1999). Foreword. En J. Gess Newsome, & N. Lederman (Eds.), *Examining Pedagogical Content Knowledge* (pp. 9-11). Londres: Kluwer Academic Publishers.

Sowder. (2007). The mathematical education and develoment of teachers. In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 157-223). Charlote, NC: National Council of Teachers of Mathematics.

Valbuena, E. (2007). E*l conocimiento didáctico del contenido biológico: estudio de las concepciones disciplinares y didácticas de futuros docentes de la Universidad Pedagógica Nacional (Colombia)*. Tesis doctoral. Departamento de Didáctica de la Ciencias Experimentales. Universidad Complutense de Madrid. España.

Valverde, G., & Castro, E. (2008). Errores y estrategias incorrectas manifestadas por maestros en formación en problemas de proporcionalidad directa. *En Actas de las XIV Jornadas Thales Investigación en el Aula de Matemáticas*. Granada: SAEM Thales y Depto. Didáctica de la Matemática Universidad de Granada.

Valverde, G., & Castro, E. (2009). Razonamiento proporcional: un análisis de las actuaciones de maestros en formación. *Indivisa, Boletín de Estudios e Investigación. Monografía XII*, 121-137.

Valverde, G., Castro, E., & Molina, M. (2013). Empleo del análisis didáctico en un experimento de enseñanza con futuros maestros de educación primaria. En J.L. Lupiáñez, M. Molina, & L. Rico (Eds.), *Análisis Didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 211-230). Granada: Universidad de Granada.

Compreensões dos professores quanto à ação sociopolítica da Matemática

Marcio **Bennemann**
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Brasil
marciobennemann@yahoo.com.br
Norma Suely Gomes **Allevato**
Universidade Cruzeiro do Sul
Brasil
normallev@gmail.com

Resumo

Os dados aqui apresentados e analisados foram contruídos a partir de encontros de formação continuada que visavam analisar e discutir a Educação Matemática Crítica juntamente com o desenvolvimento de atividades matemáticas que incorporassem os principais aspectos dessa filosofia. Objetivando identificar as compreensões construídas pelos participantes, as informações obtidas por meio de entrevistas, gravações e textos, oriundos das 20h em que um grupo de nove professoras se reuniu com o pesquisador foram tratados mediante a análise de conteúdo. Desse processo emergiram categorias de análise e uma delas, as compreensões relativas à ação sociopolítica da Matemática, será apresentada nesse texto. Dentre as conclusões a que se pode chegar, destaca-se a compreensão de que a Matemática, quando fundamentada no paradigma do exercício e na ideologia da certeza, pode estimular a submissão acrítica a ordens, por parte dos alunos, ou seja, condicioná-los à subserviência.

Palavras chave: educação matemática crítica, ação sociopolítica da matemática, compreensões dos professores.

Introdução

Este texto corresponde a um recorte de uma pesquisa de doutorado (Bennemann, 2013) na qual procurou-se identificar que compreensões são reveladas por um grupo de professores ao se inserirem em um processo de formação continuada na perspectiva da Educaçao Matemática Crítica (EMC).

Entendendo que o ensino de Matemática carece de criticidade em relação ao seu papel sociopolítico, a investigação aquí relatada analisa o que os professores consideram a esse respeito a medida que tomam conhecimento da EMC. Suas compreensões foram evidenciadas durante a concepção e desenvolvimento de atividades matemáticas que visavam incorporar os elementos fundamentais dessa filosofía.

Em relação à estrutura desse texto, na próxima seção será apresentado o caminho metodológico, percorrido na construção e análise dos dados, seguido de uma seção para tratar sobre Filosofia da Educação Matemática Crítica enfatizando elementos como o paradigma do

exercício, a ideología da certeza, a matemática em ação e os caminhos que se mostram promissores nessa filosofia. A seguir serão apresentados e discutidos os dados referentes às compreensões dos professores a respeito da ação sociopolítica da Matemática e, concluindo, as Considerações Finais.

Caminho metodológico

Através de encontros que totalizaram 20h, um grupo de nove professoras dos anos finais do Ensino Fundamental, juntamente com o pesquisador, analisaram e discutiram a filosofia da EMC enquanto desenvolviam atividades matemáticas que visavam incorporar as preocupações da EMC com relação aos possíveis papeis sociopolíticos desempenhados pela Educação Matemática (EM). Frente a isso, uma série de critérios, abstraídos da EMC, norteou os trabalhos, de tal forma que, ao término de cada atividade, era discutido quais deles haviam sido incorporados efetivamente. Foram feitos registros referentes a entrevistas semi estruturadas, anteriores e posteriores ao período de formação, textos produzidos pelas professoras em forma de reflexões a respeito dos encontros, gravações de áudio e vídeo relativas a todas as atividades desenvolvidas nos encontros e, ainda, um diário com os registos de campo do pesquisador. Desse modo, construiu-se um conjunto de dados que, mediante a Análise de Conteúdo, foram tratados e discutidos gerando diferentes categorias de análise, conforme a propostas de Moraes (1999), em uma abordagem eminentemente qualitativa segundo a perspectiva de Bogdan e Biklen (1994).

Filosofia da educação matemática crítica

Educação Matemática Crítica é um movimento surgido na década de 1980, liderado por pesquisadores como Marilyn Frankenstein, Arthur Powell e Ole Skovsmose, que buscavam identificar os aspectos políticos da Educação Matemática.

Como uma das principais referências na área, Skovsmose (1999, 2001), considera que a Educação Crítica (EC) é aquela em que o conhecimento é construído através do diálogo. A estrutura curricular é construída considerando a aplicabilidade dos assuntos, os interesses atrelados aos assuntos, os pressupostos sobre os quais foram gerados os conceitos, as funções curriculares dos assuntos e suas limitações contextuais. Os processos de ensino e de aprendizagem são direcionados a problemas relevantes na perspectiva dos alunos, próximos de suas experiências e de seu quadro referencial, tendo uma relação próxima com problemas sociais objetivamente existentes. Ou seja, uma EC não reproduz passivamente as relações sociais existentes, mas questiona as relações de poder, desempenhando um papel ativo na identificação e combate às disparidades sociais. Diante disso, o autor defende uma aproximação entre EC e EM, constituindo o campo teórico da Filosofia da Educação Matemática Crítica.

Caracterizando a Educação Matemática Crítica (EMC) como um conjunto de preocupações a respeito dos possíveis papéis sociopolíticos desempenhados pela EM, Skovsmose(1999, 2001, 2007, 2008, 2011 e 2012) discute temas como o paradigma do exercício, a ideologia da certeza, a Matemática em ação e possíveis caminhos para a EMC. A seguir, será discutida a relevância de cada um desses temas na construção das bases teóricas para a filosofia da EMC.

Paradigma do exercício.

Historicamente, a EM treinava, e não raro vem treinando, os alunos a resolverem exercícios modelos. Essa prática baseia-se na crença de que quanto maior o número de modelos que o aluno dominar, maior será suas chances de sucesso nas mais diversas avaliações, sejam escolares ou públicas, como em concursos. No entanto, o discurso social dominante é o da

necessidade de criatividade, raciocínio lógico, capacidade de análise, entre outras habilidades que os conhecimentos matemátihcos supostamente ofereceriam aos profissionais. Então, está a sociedade iludida com a capacidade da Matemática de preparar profissionais inovadores, ou a estrutura social se beneficia com uma massa trabalhadora treinada para receber comandos?

Exercícios sob a forma de comandos e exercícios estruturados, com respostas únicas e imutáveis, em geral não admitem uma contextualização mais ampla vinculada a questões de responsabilidade social. Além disso, também contribuem para a consolidação da Ideologia da Certeza, que discutiremos a seguir.

Absolutismo dos números – ideologia da certeza.

O ensino de Matemática dito tradicional favorece a crença nos números. Respostas únicas e exatas, tão presentes nas aulas de Matemática, extrapolam os muros escolares e passam a agir diretamente nas crenças sociais. Afirmações como "os números não mentem" e "os dados mostram que..." são resultados da forma como a Matemática é abordada em sala de aula e, inclusive, fora dela.

Borba e Skovsmose (2001) identificam essa visão da Matemática como pura, perfeita e infalível dentro da ideologia[1] da certeza. Tal ideologia está implícita e é fortalecida pelo discurso a respeito do enorme poder das aplicações matemáticas. A base dessa ideologia está nas seguintes ideias:

> A matemática é perfeita, pura e geral, no sentido de que a verdade de uma declaração matemática não se fia em nenhuma investigação empírica. A verdade matemática não pode ser influenciada por nenhum interesse social, político ou ideológico.
>
> A matemática é relevante e confiável, porque pode ser aplicada a todos os tipos de problemas reais. A aplicação da matemática não tem limite, já que é sempre possível matematizar um problema (Borba; Skovsmose, 2001, p. 130).

Entretanto ao considerarem que o tratamento matemático dos problemas requer que estes sejam recortados para que fiquem adequados ao modelo matemático, os autores trazem para a discussão o campo de validade dos modelos matemáticos e a Matemática que dá suporte à sociedade tecnológica[2]. Tal suporte é, por eles, entendido como a Matemática em ação[3], caracterizando situações em que a realidade é fortemente influenciada pelo emprego da Matemática.

Desafiar esta ideologia por meio de um currículo baseado na incerteza, pelo questionamento a respeito de possíveis interesses envolvidos na escolha dos modelos, não aceitando a neutralidade da Matemática e suas soluções infalíveis, é a proposta de Borba e Skovsmose (2001), para favorecer uma visão crítica da Matemática.

---

[1] Borba e Skovsmose (2001, p. 128) definem ideologia "como um sistema de crenças que tende a esconder, disfarçar ou filtrar uma série de questões ligadas a uma situação problemática para grupos sociais".

[2] Sociedades estruturadas segundo modelos gerenciais, modelos matemáticos que servem de base para tomada de decisões econômicas, políticas, sociais, etc.

[3] A matemática intervém na realidade ao criar uma "segunda natureza" ao nosso redor, oferecendo não apenas descrições de fenômenos, mas também modelos para a alteração de comportamentos. Não apenas "vemos" de acordo com a matemática, nós também "agimos" de acordo com ela. (Skovsmose, 2001, p. 83)

Matemática em ação

Como as concepções matemáticas são projetadas na sociedade?

Skovsmose (2007) analisa aspectos e dimensões da Matemática em ação, considerando que, quando usamos a Matemática como base para projetos tecnológicos, incluindo "os artefatos da tecnologia, bem como as estratégias para a ação" (Skovsmose, 2007, p. 116), é possível antecipar, no mundo da Matemática, o que depois será trazido para a realidade por uma construção real.

A imaginação tecnológica, o raciocínio hipotético, a legitimação ou justificação, as realizações e a dissolução da responsabilidade são discutidas por Skovsmose (2011) como formas de ação da Matemática. Ou seja, por meio da Matemática é possível estabelecer um espaço de situações hipotéticas em forma de alternativas tecnológicas que, no absolutismo dos números, são utilizadas para justificar a tomada de decisões, moldando a realidade à partir de uma construção matemática que também propicia "isentar" de responsabilidade a pessoa que toma decisões com base na precisão do modelo matemático.

Quanto mais tecnológica é uma sociedade, mais forte é a relação entre Matemática e Poder na tomada de decisões. Decorrente disso, o fator humano, na tomada de decisões, é eliminado ou colocado em uma redoma onde recebe uma blindagem através dos modelos. Skovsmose (2007) refere-se à "matemática-poder" ao considerar a variedade de pacotes de modelos que definem rotinas às quais somos inseridos e submetidos. Considera, ainda, que os modelos matemáticos adotados pelos governos e pelas grandes empresas distanciam os responsáveis pelas decisões, políticas e empresariais, dos efeitos da adoção desses modelos, deslocando a responsabilidade e a culpa do resultado ao modelo que, por meio de uma estrutura matemática precisa, justifica a tomada de decisão.

Aceitamos esse fato, ou nem nos damos conta dele, talvez por estarmos acostumados a acreditar que os resultados da Matemática aplicados a essas situações são únicos e infalíveis, assim como os cálculos que repetimos inúmeras vezes na escola. Por ingenuidade ou falta de conhecimento de nossa parte, não questionamos os procedimentos que definem os padrões e os rumos de nossas vidas. Talvez falte-nos a competência democrática[4], aquelas atitudes e conhecimentos necessários para analisar tais modelos e as decisões tomadas pelos líderes a partir deles. Isso nos afeta direta ou indiretamente, de maneira forte e decisiva.

Caminhos à educação matemática crítica.

Em Educação Matemática – Incerteza, Matemática, Responsabilidade, Skovsmose (2007) afirma que

> Educação Matemática Crítica não é para ser entendida como um ramo especial da Educação Matemática. Não pode ser identificada como certa metodologia de sala de aula. Não pode ser constituída por currículo específico. Ao contrário, eu vejo a Educação Matemática Crítica como definida em termos de algumas preocupações emergentes da natureza crítica da Educação Matemática. (Skovsmose, 2007, p. 73).

Dentre essas preocupações emergentes com relação à natureza crítica da Educação Matemática, está o papel da Matemática na configuração dos modelos sociopolítico vigentes.

---

[4] A competência democrática engloba, segundo Skovsmose (2007) a capacidade de analisar a influência que determinados modelos matemáticos exercem na sociedade.

Como identificá-los, entretanto? Skovsmose (2007, 2008, 2011) usa o termo matemacia para falar da competência de interagir e agir em situações sociais e políticas estruturadas pela Matemática:

> [...] a noção de matemacia representa uma competência, que está relacionada à Matemática e que, como a noção de Freire sobre letramento, inclui suporte para a cidadania crítica. A noção de matemacia inclui não apenas referências à matemática, no amplo sentido do termo, mas também referência ao modo pelo qual a democracia é interpretada como uma forma de vida. (Skovsmose, 2007, p. 241).

Então, contrapondo-se ao paradigma do exercício, Skovsmose (2008) defende ambientes de ensino favoráveis à investigação. Chamando de "Cenário para Investigação" o ambiente que dá suporte ao trabalho investigativo o autor estabelece uma matriz (Figura 1) referente aos ambientes de aprendizagem segundo dois cenários de sala de aula e três maneiras distintas de abordar a Matemática:

	Exercícios	Cenários para investigação
Referência à Matemática Pura	(1)	(2)
Referência à semi-realidade	(3)	(4)
Referência à realidade	(5)	(6)

Figura 1. Ambientes de Aprendizagem segundo Skovsmose (2008, p. 23).

As práticas didáticas identificadas nos ambientes (1), (3) e (5), centradas no paradigma do exercício, tão frequentes nas aulas tradicionais, podem partir da realidade, da semi-realidade e também da própria Matemática. Sempre considerando respostas únicas, exatas e inquestionáveis, não parecem promover a matemacia, visto que quando o sujeito precisa agir em situações sociais e políticas estruturadas matematicamente, o contexto é complexo e as variáveis nem sempre estão claramente definidas.

Igualmente os cenários de investigação caracterizados nos ambientes (2), (4) e (6), também podem partir de referências na realidade, na semi-realidade e na própria Matemática. O que os difere, em essência, do paradigma do exercício é que nos cenário para investigação, as variáveis a serem consideradas dependerão do ponto de vista sob o qual se faz o estudo da situação. "Mais" ou "menos" Matemática poderá estar envolvida, dependendo da profundidade com que se analise o contexto, e do próprio contexto. No entanto, quando o aluno aceita o convite para trabalhar em um cenário para investigação, as discussões sobre a precisão, a pertinência e a confiabilidade das respostas fazem parte do processo de apropriação do conhecimento. O aluno será estimulado a argumentar sobre suas conclusões, e diferentes conclusões poderão ser consideradas além da perspectiva do certo e do errado.

Mesmo sendo favorável aos ambientes de aprendizagem pautados em cenários para investigação, preferencialmente, com referência na realidade, Skovsmose (2008) não sugere que se elimine, das práticas didáticas, os demais ambientes. Considera que é importante transitar entre os diversos ambientes e que conjuntamente, professores e alunos, analisem seus desempenhos nas diversas abordagens.

Skovsmose (2011) também considera a valorização de diferentes contextos, relacionados com experiências vividas e sonhos ou expectativas dos alunos. Elementos que caracterizam as

raízes culturais, os antecedentes sociais e as experiências pelas quais passou uma pessoa, correspondem ao *background* do indivíduo; e as intenções, expectativas, aspirações e esperanças que o indivíduo tem, a partir das oportunidades sociais, políticas, econômicas e culturais que a sociedade proporciona constituem seu *foreground*. O autor considera que as aulas de Matemática precisam contemplar o *foreground* dos estudantes, não devendo portanto serem estruturadas exclusivamente em seus *backgrounds*.

Além destas abordagens envolvendo ambientes investigativos, trabalhos com projetos, *backgrounds e foregrounds*, diferentes perspectivas didáticas na EM, vêm sendo investigadas e, algumas delas, têm identificado que traços da EMC se fazem presentes em seus resultados.

Algumas investigações buscaram articulações entre a EMC e outras abordagens; a de Passos (2007) em particular, com a Etnomatemática. A autora considera que "[...] o caráter essencialmente cultural da Etnomatemática e o caráter essencialmente político e social da EMC podem constituir-se em uma rica contribuição à Educação Matemática" (PASSOS, 2007, p. 95), visto que a contextualização do conhecimento matemático favorece a identificação e análise de sua influência na vida das pessoas. A tomada de consciência desse fato, certamente representa um passo adiante à Educação Matemática Crítica.

A Modelagem Matemática, em uma abordagem educacional empregando cenários para investigação, como retratam Araújo (2002), Jacobini (2004) e Malheiros (2004), também vem demonstrando grande potencial para promover a Educação Matemática Crítica.

As atitudes crítico-reflexivas em relação à ciência, à tecnologia e à Matemática e seus papéis na sociedade, foram alvo do estudo de Pinheiro (2005), ao relacionar EMC com CTS (Ciência, Tecnologia e Sociedade).

Na Educação de Jovens e Adultos, Ramos (2011) utilizou gráficos e tabelas para promover análises críticas de temas próximos ao contexto dos alunos, considerando seu solo pretérito e seus horizontes futuros. E Cabral (2007) buscou mobilizar os conhecimentos dos alunos por meio do diálogo, sempre com ênfase ao cotidiano.

Nessas pesquisas, observamos vários enfoques didáticos distintos nos quais os autores identificaram potencialidades para o desenvolvimento da Educação Matemática Crítica. O ponto de convergência dessas investigações está relacionado à valorização do contexto dos alunos e à promoção do ensino de Matemática a partir de temas de interesse dos alunos. As atividades que envolveram Modelagem e as dedicadas a análises estatísticas incorporam o aspecto investigativo proposto por Skovsmose nos ambientes (2), (4) e (6). Já a valorização do diálogo e os estudos sobre CTS enfatizaram os meios democráticos necessários à construção de uma cultura democrática, tema relevante na Filosofia da Educação Matemática Crítica.

A partir dessas reflexões, na sequência apresentamos nossa pesquisa segundo esse contexto literário.

A pesquisa segundo esse contexto literário

Na perspectiva de abordar a EM considerando as preocupações levantadas pela EMC, a pesquisa contou com a participação de nove professoras durante 20h caracterizadas como formação continuada. Nesse período, foram analisados artigos e resenhas referentes à EMC, discutindo sobre os possíveis papéis sociais desempenhados pela EM quando do desenvolvimento de atividades matemáticas curriculares segundo diferentes ambientes de aprendizagem.

Na concepção das atividades matemáticas, foram considerados alguns critérios para orientar o professor quando do planejamento de suas aulas.

- Privilegiar atividades de caráter investigativo com ênfase na realidade;
- Trabalhar com problemas abertos envolvendo situações reais;
- Matematizar situações relevantes para os alunos (aos olhos dos alunos);
- Utilizar as Tecnologias de Informação e Comunicação como desencadeadoras de uma zona de risco;
- Propor atividades que compreendam um ou mais conteúdos matemáticos indicados para o respectivo ano escolar;
- Explorar atividades que gerem e motivem discussões sobre como a Matemática está envolvida na construção do contexto social em que estamos inseridos.

Nas discussões realizadas ao término de cada atividade, o pesquisador estimulava o grupo a rever quais desses critérios haviam sido contemplados, e como a Matemática envolvida influenciava no contexto social, ou seja, buscava identificar as compreensões do grupo quanto à ação sociopolítica da Matemática.

Descrição e análise dos dados

Nesta seção, serão apresentados os dados, bem como as interpretações e análises relativas a uma das categorias, procurando evidenciar as compreensões reveladas pelas professoras quanto a ação sociopolítica da Matemática ao vivenciarem essa experiência de formação na perspectiva da EMC.

Método de análise

O método empregado foi a Análise de Conteúdo segundo as etapas propostas por Moraes (1999). Como primeira etapa foi selecionado o material que comporia o conjunto de dados a serem analisados. Assim, as transcrições das entrevistas (inicial e final), as transcrições das gravações (áudio e vídeo) dos encontros, os textos produzidos pelas professoras e as anotações do pesquisador constituíram o material a ser analisado.

A partir da seleção do material, procedeu-se a unitarização. As unidades de análise constituem trechos das falas das professoras nas entrevistas e em suas interações com o grupo, parágrafos dos textos produzidos pelas professoras e comentários do pesquisador.

As unidades foram agrupadas segundo suas especificidades, construindo, assim, categorias de análise. Portanto, as categorias emergiram dos dados, ou seja, o foco do estudo foi estabelecido em relação aos aspectos que as unidades de análise melhor descreviam.

Em decorrência desses procedimentos, ficaram estabelecidas as seguintes categorias:

- Compreensões do grupo a respeito de EMC
- Compreensões do grupo a respeito das contribuições das TIC para a EMC
- Compreensões do grupo a respeito do trabalho docente em relação à EMC.

Categorias de análise

No presente texto, em virtude do limite de páginas, será apresentada e discutida apenas a sub categoría "Ação Sociopolítica da Matemática" que integra a categoría referente às compreensões do grupo a respeito de EMC.

Ação sociopolítica da matemática.

As leituras e as discussões ocorridas durante a elaboração e desenvolvimento das atividades despertaram, nas professoras, diferentes olhares com relação à EM.

Nos textos a seguir (Figuras 2 e 3) podemos perceber como as profesoras se surpreenderam com relação à ação sociopolítica da Matemática:

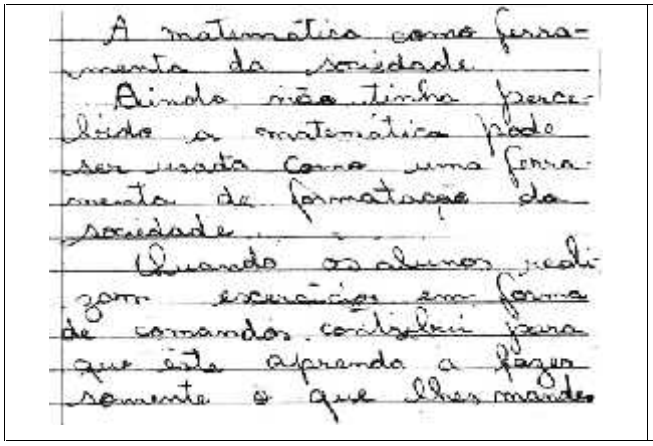

A matemática como ferramenta da sociedade
Ainda não tinha percebido a matemática pode ser usada como uma ferramenta de formatação da sociedade.
Quando os alunos realizam exercícios em forma de comandos, contribui para que este aprenda a fazer somente o que lhes mande.

Figura 2. Reflexões da professora P7[5]

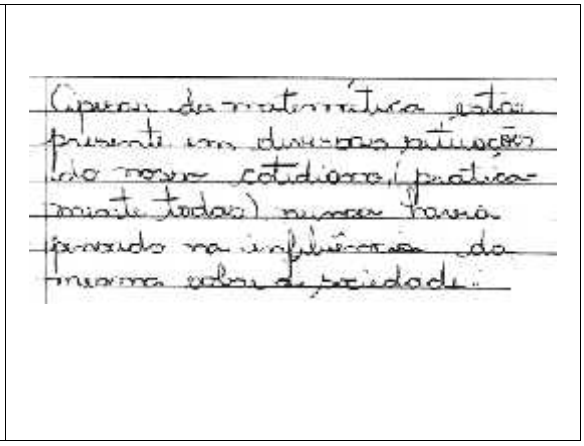

Capacidade da matemática está presente em diversas situações do nosso cotidiano (práticas muito todas) nunca havia pensado na influência da mesma sobre a sociedade.

Figura 3.Reflexões da professora – P4.

Elas revelam que as preocupações levantadas por Skovsmose (1999) a respeito da função da Matemática na estruturação ou manutenção de alguns aparatos sociais ainda não faziam parte de suas compreensões acerca da Matemática. Em contrapartida, percebe-se, nessas falas, o despertar para um novo olhar a respeito das funções desempenhadas pelos conteúdos matemáticos e a forma como são abordados. As análises de Alro e Skovsmose (2006) a respeito das listas de exercícios estruturadas na forma de comandos como calcule, resolva e efetue, entre outros, despertaram nas professoras um questionamento quanto às práticas, fundamentadas no treinamento e na repetição, a que os alunos são submetidos.

Assim como essas professoras, as outras também alegaram nunca terem se questionado a respeito de como a Matemática está presente na estruturação de vários contextos sociais em que estamos inseridos. De maneira geral as professoras desenvolviam suas aulas dentro do "paradigma do exercício", mas o contato com a EMC lhes chama atenção para uma possível consequência dessa prática, ou seja, promover a passividade dos alunos perante ordens. Quando a professora diz, "*contribui para que este aprenda a fazer somente o que lhes mande*", está reconhecendo que a prática de ensino fundamentada em exercícios não é coerente com os princípios da EMC onde se deseja uma formação capaz de gerar *empowerment*.

A professora P4, nesse mesmo sentido, registrou:

[5] Codificação para caracterizar as professoras participantes.

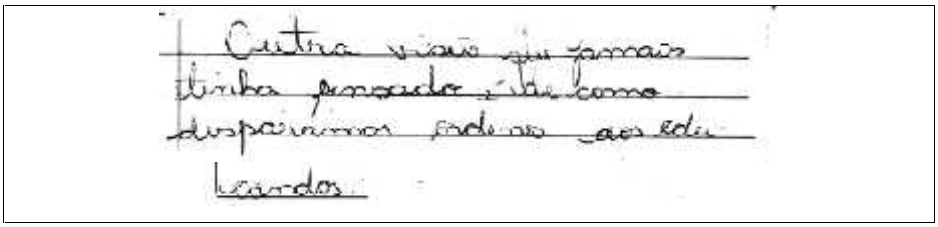

Outra visão que jamais
tinha pensado sobre como
disparamos ordens aos edu
candos.

Figura 4. Reflexões da professora – P4.

Essas "*ordens*", registradas por P4 na Figura 4, tão comuns nos exercícios matemáticos, são discutidas por Alro e Skovsmose (2006). Considerando a grande quantidade de exercícios a que os alunos são submetidos durante o período escolar, quase sempre em forma de comandos, os autores cogitam a hipótese de que esse tipo de ensino seja útil na preparação dos estudantes para atuarem em funções que requerem disciplina e adaptação a rotinas. Assim, a Matemática agiria como um dos pilares da sociedade tecnológica, preparando bem, tecnicamente, uma parcela dos estudantes e, ao mesmo tempo, dotando a totalidade dos estudantes de uma atitude funcional dentro do modelo socioeconômico vigente:

> No sistema educacional, a EM funciona como a mais significativa introdução à sociedade tecnológica. É uma introdução que tanto dota (uma parte dos) estudantes com habilidades técnicas relevantes, quanto dota (todos os) estudantes com uma atitude "funcional" em relação à sociedade tecnológica. (Skovsmose, 2001, p.32).

Essa atitude funcional está relacionada às estruturas de poder dominantes, de modo que submeter os estudantes a situações de "controle" e "obediência" seria uma atitude deliberada com o intuito de constituir uma massa humana passiva e manipulável. Skovsmose (2008) também relaciona esse fato com a ausência de reflexão na EM dizendo:

> Os sistemas educacionais devem suprir mão-de-obra qualificada de acordo com uma matriz que representa a demanda social por competências. Há grupos que devem ter uma boa formação em Matemática; há os que precisam apenas saber usar certas técnicas matemáticas; há os que devem ser capazes de ler diagramas; e os que devem conhecer a Matemática embutida em procedimentos; para a maioria, por fim, basta conhecer a Matemática que lhe possibilita fazer compras e lidar com pagamentos e transações bancárias. (Skovsmose, 2008, p. 57).

As "*ordens*" a que a professora se referiu poderiam nos "levar a pensar a EM como uma forma de disciplinar os alunos a seguir as regras que aparentemente mantêm a ordem na sociedade" (Skovsmose, 2008, p. 58).

O texto da professora P4, apresentado na Figura 4, traz indícios de que seu contato com a EMC despertou novos olhares sobre a EM. "*Jamais tinha pensado*" como "*disparamos ordens aos educandos*" traduz o quão profundamente os professores estão vinculados à formação puramente técnica dos algoritmos matemáticos, mergulhados em procedimentos e padrões.

No terceiro encontro, quando discutíamos sobre quais aspectos da EMC havíamos abordado com a atividade sobre a fatura de água, as professoras P5 e P8 comentaram:

P5R3[6] – *Trabalhamos com a realidade dos alunos, com a parte social e a aplicabilidade da Matemática*.

[6] Foi empregado PnRx para identificar uma interação da professora "n" no encontro "x".

P8R3 – *Nós conseguimos um exemplo de formatação da sociedade através de modelos matemáticos.*

Elas identificaram elementos como "realidade dos alunos", "parte social" e "formatação da sociedade" que, de fato, dizem respeito às preocupações da EMC quanto à Matemática em ação, ou seja, analisaram a atividade com referência nessa filosofia.

Assim, mesmo sendo um conceito novo para as professoras, percebemos que elas compreenderam a ação sociopolítica da Matemática, considerando-a como um modo de estruturar determinados aspectos da sociedade. Além disso, elas também reconhecem como "ação da Matemática", a influência que a mesma exerce sobre os estudantes no sentido de moldá-los. Ou seja, a Matemática quando fundamentada no paradigma do exercício e na ideología da certeza, pode estimular a submissão acrítica a ordens, por parte dos alunos, condicionando-os a subserviência.

Considerações finais

Conforme anunciado na introdução, a questão de pesquisa dessa investigação refere-se às compreensões reveladas por um grupo de professores ao se inserirem em um processo de formação continuada na perspectiva da EMC, sendo que esse texto foca tais compreensões em relação à ação sociopolítica da Matemática.

A resposta a essa questão, fundamentada nas participações das professoras, tanto orais quanto escritas, foi construída mediante as reações do grupo ao se deparar com um olhar diferente sobre a EM. O novo olhar, desencadeado pelo contato com a filosofia da EMC aguçou seus interesses, preocupações e, também, angústias frente a o que ensinam, como ensinam, a quem ensinam e porque ensinam Matemática. Pode-se dizer que houve uma desestruturação de alguns de seus conceitos em relação à EM. Antes dos encontros, estavam seguras quanto ao papel que exerciam em suas aulas em relação a o que e a quem se prestavam seus ensinamentos: eram condizentes com uma Matemática "pura", no sentido de serem livres de qualquer influência externa à própria Matemática; "infalíveis", considerando que sempre seria possível encontrar uma solução matemática para os problemas; e "inquestionáveis", no sentido de que o rigor matemático garantiria sua legitimidade.

Especificamente em relação à ação sociopolítica da Matemática, as professoras perceberam e compreenderam a ação da Matemática em diferentes situações nas quais a Matemática molda o contexto sociopolítico, inclusive na ação didática promovida pelo professor ao estruturar suas aulas na forma de comandos e ordens. Ao identificarem no ensino de Matemática atitudes, por parte do professor, que se relacionam ao treinamento do aluno para exercer determinadas funções que requerem a habilidade de seguir rotinas, assumem uma posição da EMC, ou seja, a de discutir a quem interessa esse modelo de ensino. Assim como as professoras com quem trabalhamos, queremos crer que os professores em geral têm as melhores intenções ao ensinarem da forma como ensinam, e isso os faz defenderem seus modos de ação. Na formação aqui apresentada, entretanto, o contato com a EMC despertou uma autocrítica, por parte das professoras, relacionando o que faziam com o que determinadas formas de ensino podem desencadear, seja no despertar de uma consciência crítica ou mesmo no estímulo à passividade e às atitudes servis.

Reconhecemos, outrossim, que, além de formação que possibilite discutir os papeis sociopolíticos da Matemática, é preciso acompanhar o professor depois, em sua prática, dando-lhe apoio e tirando-o do isolamento que, em geral, configura a prática de muitos professores.

Referências

Alro, H., & Skovsmose, O. (2006). *Diálogo e aprendizagem em educação matemática* (2ª ed., Trad. O. Figueiredo). Belo Horizonte: Autêntica.

Araújo, J. L. (2002). *Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos*. Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita ilho. Rio claro: Unesp.

Bennemann, M. (2013). *Formação continuada de professores de matemática com o uso das tecnologias de informação e comunicação na perspectiva da educação matemática crítica*. São Paulo: UNICSUL.

Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Portugal: Porto Editora.

Borba, M. C., & Skovsmose, O. (2001). *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. Campinas: Papirus.

Cabral, V. R. (2007). A importância do diálogo na mobilização dos conhecimentos dos alunos da educação de jovens e adultos na perspectiva da educação matemática crítica. In J. L. Araújo, *Educação matemática crítica: diálogos e reflexões* (pp. 61-70). Belo Horizonte: Argvmentvm.

Jacobini, O. R. (2004). *A modelagem matemática como instrumento de ação política na sala de aula*. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Rio Claro: Unesp.

Malheiros, A. P. (2004). *A produção matemática dos alunos em ambiente de modelagem*. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Rio Claro: Unesp.

Moraes, R. (1999). Análise de Conteúdo. *Revista Educação, 22*(37), pp. 7 - 32.

Nielse, L., Patronis, T., & Skovsmose, O. (1999). *Connecting corners*. Dinamarca: Systime.

Passos, C. M. (2007). Possíveis articulações enttre eucação matemática crítica e etnomatemática. In: J. L. Araújo, *Educação matemática crítica: reflexões e diálogos* (pp. 83-96). Belo Horizonte: Argvmentvm.

Pinheiro, N. A. (2005). *Educação crítico reflexiva para um ensino médio científico tecnológico: a contribuição do enfoque CTS para o ensino aprendizagem do conhecimento matemático*. Florianópois: UFSC.

Ramos, E. E. (2011). *Propondo práticas e desafiando certezas: um estudo em turma de PROEJA numa erspectiva de educação matemática crítica*. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis: UFCS.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofia de la educación matemática crítica* (Trad. P. Valero). Bogotá: Universidad de Los Andes.

Skovsmose, O. (2001). *Educação matemática crítica: a questão da democracia* (Trads. A. Lins, & J. L. Araújo). Campinas: Papirus.

Skovsmose, O. (2007). *Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade*. (Trad. M. A. Bicudo). São Paulo: Cortez.

Skovsmose, O. (2008). *Desafios da reflexão em educação matemática crítica* (Trads. O. Figueiredo, & J. C. Barbosa). Campinas: Papirus.

Skovsmose, O. (2011). *An invitation to critical mathematics education*. Roterdam: Sense pubishers.

Skovsmose, O. (2012). Porvenir y política de los obstáculos de aprendizaje. In P. Valero, & O. Skovsmose, *Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la ensenãnza de las matemáticas*. Colômbia: Universidad de los Andes.

Conceções de professores de Matemática sobre a prova Matemática

Floriano **Viseu**
CIEd-IE, Universidade do Minho
Portugal
fviseu@ie.uminho.pt
Alexandra **Gomes**
CIEC-IE, Universidade do Minho
Portugal
magomes@ie.uminho.pt
Luís **Menezes**
CI&DETS do Instituto Politécnico de Viseu
Portugal
menezes@esev.ipv.pt
Paula Mendes **Martins**
Centro de Matemática da Universidade do Minho
Portugal
pmendes@math.uminho.pt

Resumo

A prova desempenha um papel fundamental na construção do saber matemático, razão pela qual adquire relevância nos atuais programas portugueses do ensino básico[1]. Como as conceções que os professores detêm sobre a prova influenciam a forma como ela é tratada em sala de aula, procuramos averiguar as conceções de professores sobre diferentes aspetos da prova. Adotando uma abordagem quantitativa, recolhemos os dados através de um questionário. Para os professores, a prova matemática é distinta de procedimentos experimentais usados noutras áreas do conhecimento e tem como função verificar e explicar a veracidade de uma afirmação. As provas geométrica e analítica são as mais trabalhadas. Ainda que considerem a prova difícil para os alunos, reconhecem que desenvolve o raciocínio e a comunicação matemática, bem como a compreensão de conceitos matemáticos. Em termos curriculares, concordam com a presença da prova logo nos primeiros anos mas privilegiam a intuição matemática sobre a prova.

Palavras chave: ensino de Matemática, prova matemática, programas escolares, conceções de professores.

[1] O sistema de ensino português engloba 12 anos antes da entrada no ensino superior, como a maioria dos países do mundo. Desses anos, os primeiros nove correspondem ao ensino básico e os três últimos ao ensino secundário. No ensino básico (formado por três ciclos: o primeiro de quatro anos e com professor único, o segundo de dois anos e o terceiro ciclo de três anos), o currículo da disciplina de Matemática é igual para todos os alunos. Nos três anos de ensino secundário, em que os alunos começam a ser encaminhados para um grupo de cursos do ensino superior, os currículos da disciplina de Matemática divergem, consoante seguem cursos de Ciências, Humanísticos, Tecnológicos ou Artes.

Introdução

A ideia da prova está presente no agir coletivo das pessoas, nos mais diversos campos da atividade humana. De forma transversal a todos eles, a prova corresponde a tudo aquilo que serve para estabelecer uma verdade, algo que permite validar ou certificar alguma coisa. No campo filosófico, Garcia (2001) considera a prova o critério da verdade, explicitando que se trata de "um raciocínio ou uma apresentação de factos pela qual se constata ou se estabelece a verdade de uma proposição" (p. 254). Enquadrando-a na dialética da comunicação, Buss (1998) considera a prova o meio de convencer os outros, seguindo um determinado conjunto de regras aceites por uma dada comunidade.

Sendo o objetivo da prova largamente comum a esses diversos campos, a forma como ela se realiza pode ser muito diversa. No campo científico, a prova tem características muito próprias, que a distinguem claramente de outros campos de prática social. Na ciência, a prova assenta numa semântica e numa sintaxe específicas, conhecidas da comunidade de especialistas onde são produzidas. Também na Matemática, embora assumindo uma estrutura diferente da prova nas outras ciências, a prova tem papel fulcral na construção do saber matemático (Davis & Hersh, 1995; Hanna, 2000, 2002; Knuth, 2002; Dreyfus, 2000). Provar é indissociável da atividade matemática porquanto nenhum resultado pode ser considerado válido enquanto não for provado.

Apesar do reconhecimento da importância da prova em Matemática, quando se tenta definir o que é a prova muitas são as dúvidas que se colocam. Numa revisão da literatura sobre esta temática, encontramos diferentes definições. Para Poincaré (1996), a prova "consiste em silogismos *colocados numa certa ordem*, e a ordem pela qual estes elementos são colocados é muito mais importante que os próprios elementos" (p. 2). Já para CadwalladerOlsker (2011), uma prova é uma sequência de passos que leva à conclusão desejada através de regras da lógica. De forma mais holística, Davis e Hersh (1995) consideram que a prova é aquilo que distingue a Matemática das outras ciências, sendo um "ritual e uma celebração da força da razão" (p. 150).

Estas definições fazem emergir duas conceções diferentes de prova: por um lado, uma definição formal e, por outro, uma definição subjetiva e contextualizada, que depende do sentido assumido e aceite por uma determinada comunidade. As definições de prova matemática surgem também frequentemente ligadas às funções que lhe são atribuídas. De Villiers (2003) considera seis funções da prova:

- *Verificação*: averiguação da veracidade de uma afirmação.
- *Explicação*: entendimento da razão pela qual uma afirmação é verdadeira.
- *Sistematização*: organização dos resultados num sistema dedutivo.
- *Descoberta*: novos resultados e teorias podem ser descobertos na tentativa de provar uma dada conjetura.
- *Desafio* intelectual: provar um determinado resultado pode ser muito satisfatório e estimulante.
- *Comunicação*: os resultados devem ser partilhados entre os pares não só para divulgar conhecimento mas também para afinar o significado dos conceitos.

Estas funções da prova estão ligadas ao contexto em que são realizadas. Enquanto que a função de verificação, por exemplo, é mais comum da atividade matemática, a função de

explicação surge mais vezes ligada à atividade educacional (CadwalladerOlsker, 2011; Hersh, 1993). Já a função de comunicação tanto pode surgir na Matemática feita pelos matemáticos como na Matemática escolar, envolvendo alunos e professor.

As recentes alterações nos programas portugueses de Matemática do ensino básico (Ministério da Educação e Ciência, 2013) dão maior relevo à prova matemática desde os anos iniciais, comparativamente com os documentos curriculares anteriores (Ministério da Educação, 2007). Apesar de não se falar logo em provar, nos programas atuais aparecem termos como *verificar*, *reconhecer* ou *mostrar* que remetem para o conceito de prova. Esta mudança constitui um desafio para os professores uma vez que eles precisam de ter conhecimento especializado acerca da natureza e funções da prova e sobretudo têm que ser capazes de conceber e desenvolver tarefas matemáticas para a sala de aula que envolvam os alunos na atividade de provar (com significado, de modo a ir além da simples memorização de passos sem compreensão). A importância da prova na sala de aula, especialmente nos primeiros anos, nem sempre tem sido reconhecida (Hanna, 2000). A prova surge mais ligada ao ensino secundário e superior e o seu entendimento é por vezes remetido apenas para os bons alunos (Knuth, 2002). Contudo, vários autores têm destacado o papel da prova na construção do conhecimento matemático por parte dos alunos desde o início da escolaridade (Bussi, 2009; Hanna, 2000; Knuth, 2002; Stylianides, 2007). A prova surge como uma atividade de argumentação, servindo como meio de convencer os outros sobre a veracidade de determinadas afirmações: "entende-se por argumentação em Matemática, conversações de carácter explicativo (…) [para] a formulação, teste e prova de conjeturas e a resolução de desacordos através de explicações e justificações convincentes e válidas de um ponto de vista matemático" (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008, p. 84). O critério de verdade desloca-se da autoridade do professor e passa para o plano da comunicação e negociação de significados aceites pela comunidade da sala de aula.

Inúmeros estudos têm mostrado que muito do que é feito nas aulas depende muito do conhecimento, conceções e crenças dos professores, já que estes elementos de natureza cognitiva orientam e enquadram as práticas dos profissionais (e. g., Fennema & Franke, 1992; Ponte, 1992). Deste modo, afigura-se importante compreender que visão têm os professores da prova matemática, como a veem na sua atividade de ensino e na atividade dos alunos do ensino básico.

Metodologia

Neste artigo, focamo-nos somente nas conceções de professores de Matemática do 3.º ciclo (n = 63) sobre a prova matemática. Com esta finalidade, adotamos uma abordagem quantitativa no tratamento da informação resultante das respostas dos professores a um questionário, tendo em vista descrever e interpretar essa informação (Gall, Gall, & Borg, 2003). O questionário utilizado é constituído por cinco partes: a primeira parte inclui quatro questões sobre a idade, género, ciclo escolar de ensino e tempo de serviço; a segunda parte é constituída por 14 questões echadas que se relacionam com a prova na Matemática; a terceira parte contempla 11 questões fechadas sobre a prova na atividade dos alunos do ensino básico; a quarta parte corresponde a 9 questões fechadas sobre a prova na atividade do professor; e a quinta parte inclui 8 questões fechadas sobre a prova nos programas de Matemática. Na análise do dados, as respostas dos professores foram organizadas e tratadas com recurso ao *software* 'Statistical Package for Social Sciences' (SPSS), versão 20 para Windows.

Da análise das respostas dos professores descrevemos e interpretamos a informação mediante as seguintes dimensões: (i) A prova na Matemática, segundo a sua perspetiva histórica, natureza, funções e representações; (ii) A prova na atividade dos alunos do ensino básico, tendo como referência a atividade dos alunos na prova e a promoção desta atividade no desenvolvimento de capacidades; (iii) A prova na atividade do professor, conciliando esta atividade na sua formação, inicial e contínua, e na sua prática letiva; e (iv) A prova no currículo de Matemática. Nestas dimensões, as respostas dos professores aos itens das questões referem-se à seleção de uma opção de frequência, segundo a escala: Discordo Totalmente (DT); Discordo (D); Nem concordo Nem discordo (NCND); Concordo (C) e Concordo Totalmente (CT). A partir das respostas determinaram-se percentagens para os grupos de opções DT/D, NCND e C/CT e médias e desvios padrões de cada item, depois de codificadas as opções DT, D, NCND, C e CT com os valores 1, 2, 3, 4 e 5, respetivamente. Embora na análise de dados tenhamos privilegiado a utilização das percentagens, a indicação simultânea do valor da média e do desvio-padrão relativos aos grupos de opções DT/D, NCND e C/CT faculta ao leitor a possibilidade de avaliar tendências nesses grupos contrastantes.

Apresentação de resultados

Entre os professores inquiridos ($n = 63$), prevalece o género feminino (46), a idade de 41 anos (a idade varia entre os 32 e os 55 anos e a idade média é de 42 anos) e 15 anos de tempo de serviço (que varia entre 6 a 33 anos).

A prova na Matemática

A prova matemática ganha expressão com os matemáticos da civilização helénica na procura de responder a questões sobre "como" e "por que" de propriedades de conceitos matemáticos. A finalidade utilitarista que a Matemática adquiriu até esta civilização, em resposta a situações do quotidiano, deu também lugar a outras finalidades desta área do conhecimento, tais como a cultural e a social. Relativamente aos professores indagados neste estudo, a maioria deles indicia não atender à perspetiva histórica da prova matemática ao longo dos tempos.

Tabela 1
A perspetiva histórica da prova matemática.

	% respostas				
	DT/D	NCND	C/CT	$\bar{x}$	*s*
A prova está presente desde as primeiras manifestações de Matemática na atividade humana.	22,2	20,6	57,2	3,33	1,150
A prova matemática existe desde que foram formulados os primeiros teoremas.	11,3	14,5	74,2	3,85	1,006
A prova matemática começou na Grécia antiga.	11,7	38,3	50,0	3,50	0,911

Em termos práticos, a atividade matemática sempre esteve presente nas atividades do ser humano, independentemente da forma como esta área de conhecimento se organizava. Segundo as fontes que chegaram até aos nossos tempos, a sistematização da prova surgiu, como reconhece a maioria dos professores, na Grécia antiga na procura de demonstração da veracidade dos resultados matemáticos. O processo dedutivo implícito nesta atividade – assente em axiomas, premissas e predicados lógicos – faz com que a maioria dos professores distinga a prova matemática de procedimentos experimentais que algumas disciplinas (71%), tais como em Ciências e em Físico-Química, recorrem para provar os seus resultados.

Tabela 2
Natureza da prova matemática.

	% respostas				
	DT/D	NCND	C/CT	$\bar{x}$	*s*
A prova em Matemática tem uma natureza diferente da prova nas outras ciências.	14,5	14,5	71,0	3,76	1,035
O método dedutivo é o único método que prova resultados matemáticos.	79,4	12,7	7,9	1,90	0,911
A prova é essencial para a construção do conhecimento matemático.	8,0	20,6	71,4	3,84	0,846
Os resultados matemáticos só são aceitáveis se forem provados.	12,9	17,7	69,4	3,90	1,112

Embora o método dedutivo seja o método de prova mais considerado no ensino básico, os professores reconhecem que este não é o único método. Para a maior parte dos professores (71,4%), a prova adquire uma natureza que interliga a teoria, ao sustentar matematicamente a aceitabilidade dos resultados obtidos, e a prática, ao resultar da atividade que se realiza na exploração de informação matemática, em estabelecer conjeturas de resultados e da análise dos erros que se cometem nessa atividade. Uma conjetura matemática assume-se válida enquanto não surge um contraexemplo que a refute. No entanto, os professores concordam que tais conjeturas só devem ser consideradas como resultados matemáticos se forem provadas (69,4%).

A prova desempenha várias funções, entre as quais, como constata a maioria dos professores, a de verificar (80,6%) e explicar (69,3%) a veracidade de uma afirmação matemática. As funções de descoberta/invenção e de sistematização de resultados matemáticos só são consideradas por um número significativo de professores (aproximadamente 40%).

Tabela 3
Funções da prova matemática.

	% respostas				
	DT/D	NCND	C/CT $\bar{x}$	$\bar{x}$	*s*
A prova tem a função de verificação da veracidade de uma dada afirmação matemática.	12,9	6,5	80,6	4,02	1,016
A prova tem a função de explicação da veracidade de uma dada afirmação matemática.	11,3	19,4	69,3	3,76	0,987
A prova tem a função de descoberta/invenção de novos resultados.	31,2	27,9	40,9	2,93	1,153
A prova tem a função de sistematização de uma dada afirmação matemática.	29,5	29,5	41,0	3,08	1,100

A prevalência de procedimentos analíticos na prova de resultados matemáticos não é considerada por uma grande parte dos professores (43,6%), para quem a prova se pode verificar através de processos geométricos (90,4%) – como se verifica no 3.º ciclo, por exemplo, na prova do Teorema de Pitágoras. Alguns professores, apesar de reconhecerem que existem provas geométricas, só aceitam os resultados como válidos se deles existir uma prova analítica (38,7%).

Tabela 4
Representações da prova matemática

	% respostas				
	DT/D	NCND	C/CT	$\bar{x}$	s
Alguns teoremas podem ser provados geometricamente.	4,8	4,8	90,4	4,21	0,806
Só podemos afirmar que temos um resultado matemático se dele existir uma prova analítica.	43,6	17,7	38,7	2,95	1,193
Os resultados matemáticos podem ser provados através de exemplos.	71,4	6,3	22,3	2,21	1,194

A sistematização da veracidade de um dado resultado matemático, num dado universo, em detrimento de resultar da verificação de casos particulares é considerada pela maioria dos professores (71,4%).

A prova na atividade dos alunos do ensino básico

O envolvimento dos alunos nas atividades de prova de resultados matemáticos é considerado pela maioria dos professores (73,8%), para quem essa atividade não se restringe para os melhores alunos (62,9%).

Tabela 5
A atividade dos alunos na prova matemática.

	% de respostas				
	DT/D	NCND	C/CT	$\bar{x}$	s
Os alunos devem participar na prova dos resultados matemáticos.	13,1	13,1	73,8	3,75	0,869
As provas devem ser feitas somente pelos melhores alunos.	62,9	16,2	20,9	2,44	1,081
Provar leva os alunos a entender a natureza da atividade matemática.	7,9	17,5	74,6	3,83	0,794
Provar é uma atividade desnecessária para alunos do ensino básico.	55,5	27,0	17,5	2,49	0,982
As provas tornam a atividade matemática demasiado difícil para os alunos.	27,0	12,7	60,3	3,52	1,134
Os alunos não gostam de provar resultados.	14,3	12,7	73,0	4,03	1,077
Os alunos não entendem o que significa provar.	31,7	22,3	46,0	3,06	1,014
Os alunos devem usar os resultados matemáticos sem os provar.	33,8	35,5	30,7	2,94	0,921

Tal envolvimento promove nos alunos a perceção da natureza da atividade matemática (74,6%), que exige persistência, pensar e repensar as estratégias que dão origem a erros. Trata-se de uma perspetiva que contraria a ideia de que a atividade matemática resulta da aplicação de procedimentos mecânicos e rotineiros. Por essa razão, a maioria dos professores considera que a prova é uma atividade que deve ser desenvolvida pelos alunos do ensino básico (55,5%), apesar de reconhecerem que o nível de complexidade que a prova exige em termos de conhecimento e de raciocínio torna essa atividade difícil de ser concretizada pelos alunos (60,3%), o que faz com que muitos alunos não apreciem de ter que provar resultados matemáticos (73%). É curioso constatar que os professores estejam divididos no que toca à utilização por parte dos alunos de

resultados matemáticos sem conhecimento da prova, uma vez que todo o currículo de matemática do ensino básico prevê esta situação.

Em termos formativos para os alunos, a maioria dos professores concorda que a prova promove o desenvolvimento da compreensão de conceitos matemáticos (63,5%) e das capacidades de raciocínio (87,3%) e de comunicação (80,6%).

Tabela 6
A prova matemática e o desenvolvimento de capacidades dos alunos.

	% respostas				
	DT/D	NCND	C/CT	$\bar{x}$	s
Provar aumenta a compreensão dos conceitos matemáticos pelos alunos.	14,3	22,2	63,5	3,59	0,854
Provar desenvolve a capacidade de raciocinar logicamente dos alunos.	1,6	11,1	87,3	4,13	0,660
Provar desenvolve a capacidade de comunicação matemática dos alunos.	8,1	11,3	80,6	3,85	0,743

A compreensão resulta dos significados que os alunos dão aos conceitos matemáticos a que recorrem para provar. As capacidades de raciocínio e de comunicação relacionam-se com a estruturação do pensamento lógico e com o poder argumentativo como os alunos defendem as suas convicções.

A prova na atividade do professor

A frequência de cursos superiores de formação de professores faz com que a maioria dos professores considere que se envolveu em atividades de prova (82,5%), o que tem continuidade em situações de formação contínua (55,6%).

Tabela 7
A prova na formação do professor de matemática.

	% respostas				
	DT/D	NCND	C/CT	$\bar{x}$	s
A realização de provas foi uma atividade que realizei na minha formação inicial.	4,8	12,7	82,5	4,24	0,911
Costumo realizar provas matemáticas no decorrer da minha formação contínua.	20,6	23,8	55,6	3,43	0,962

No desenvolvimento das suas atividades profissionais, a maior parte dos professores inquiridos elabora provas de resultados matemáticos nos momentos de preparação das suas aulas (68,3%), reconhecendo que sentem dificuldades em integrá-la no decorrer da sua prática letiva (50,8%). Poderá ser essa dificuldade que faz com que um número significativo de professores não realize provas com frequência com os seus alunos (31,7%), nem as integre nos testes de avaliação de conhecimentos (35,5%).

Tabela 8
A prova na prática letiva do professor de Matemática.

	% respostas				
	DT/D	NCND	C/CT	$\bar{x}$	s
Faço habitualmente provas matemáticas no decurso da preparação de aulas.	12,7	19,0	68,3	3,63	0,867
Tenho dificuldades em integrar a prova nas minhas aulas.	30,2	19,0	50,8	3,24	1,118
Realizo com frequência a prova de resultados matemáticos nas minhas aulas.	31,7	28,6	39,7	3,17	0,993
Nas minhas aulas, desafio os alunos a formularem conjeturas e a prová-las.	23,8	27,0	49,2	3,32	0,913
Avalio nos testes a realização de provas matemáticas.	35,5	27,4	37,1	3,02	0,914
Considero que não é necessário ensinar os alunos do ensino básico a provar.	66,6	12,7	20,7	2,38	1,084

A maioria dos professores defende que é necessário ensinar os alunos a provar (66,6%). No entanto, há professores que não integram nas suas estratégias de ensino tarefas que desafiem os alunos a formular e a provar conjeturas (23,8%).

A prova no currículo de Matemática

Embora a prova surja explicitamente nos programas escolares do ensino básico a partir do 7º ano de escolaridade, inclusive, a maioria dos professores discorda que esta atividade aconteça somente a partir deste ano de escolaridade (58,7%), havendo um número significativo que defende que deve iniciar-se no 1.º ciclo (46%).

Tabela 9
A integração da prova nos programas de Matemática do ensino básico.

	% respostas				
	DT/D	NCND	C/CT	$\bar{x}$	s
A prova deve começar no 3.º ciclo.	58,7	22,2	19,1	2,48	0,998
A prova deve começar nos níveis elementares, desde o 1.º ciclo.	30,2	23,8	46,0	3,19	1,060
O programa do ensino básico deve evitar a prova de resultados matemáticos.	65,1	7,9	27,0	2,48	1,090
O programa atual contempla a prova de resultados matemáticos de forma adequada.	50,8	25,4	23,8	2,63	1,052
A prova faz sentido em alguns tópicos programáticos.	4,8	11,1	84,1	3,94	0,669
A prova faz sentido em qualquer tópico programático.	44,5	20,6	34,9	2,97	1,092
Considero que as provas são uma perda de tempo para a concretização dos programas.	60,3	20,6	19,1	2,46	0,997
No ensino básico, é mais importante trabalhar a intuição matemática do que a prova.	17,5	33,3	49,2	3,40	0,871
No ensino básico faz sentido aceitar como prova a apresentação de exemplos	45,2	22,6	32,2	2,79	1,133

Os professores discordam que a prova não faça parte dos programas de Matemática do ensino básico (65,1%), mas gostariam que fosse contemplada de forma diferente (50,8%). Em termos programáticos, a maioria dos professores concorda que a prova faz sentido em alguns tópicos (84,1%), mas não em todos (44,5%). Apesar da maior parte dos professores considerar que o tempo dedicado à prova não é a causa de incumprimento dos programas escolares (60,3%), um número considerável defende que é mais importante atender à intuição do que desenvolver a capacidade de provar resultados matemáticos (49,2%), chegando alguns deles a considerar que se deve aceitar como prova, no ensino básico, a apresentação de exemplos (32,2%).

Conclusões

Para além do importante valor na matemática, a prova tem um potencial valor didático na aprendizagem da Matemática, sendo este aspeto reconhecido pelos atuais programas (Ministério de Educação e Ciência, 2013). A forma como os professores trabalham a prova nas suas aulas é influenciada pelas suas conceções. Por isso, neste trabalho analisamos as conceções de professores (do 3.º ciclo) sobre a prova.

No que diz respeito às conceções sobre a prova na matemática, a maioria dos professores considera que sempre esteve presente na atividade matemática ao longo dos tempos. Nem todos os professores consideram como marco da atividade de provar o trabalho desenvolvido pelos matemáticos da escola helénica. Os professores reconhecem a prova como atividade essencial para a construção do conhecimento matemático, distinguindo-a, pela sua natureza, de procedimentos experimentais usados noutras disciplinas, como por exemplo em Físico-Química. Como funções da prova são apontadas maioritariamente a verificação e explicação da veracidade de uma afirmação matemática, no sentido que lhes é atribuído por Villiers (2003). As provas geométricas são admitidas por quase todos os professores, sendo que a maioria deles rejeita como prova a apresentação de exemplos. Porém, em situações com um número finito de possibilidades, pode-se considerar que os exemplos provam proposições matemáticas (Plumpton, Perry & Shipton, 1984).

Em relação às conceções sobre a prova na atividade dos alunos, a maior parte dos professores é favorável ao envolvimento dos alunos na atividade de provar pois, ainda que admitam ser uma atividade difícil para os alunos, consideram que desenvolve as capacidades de raciocínio e de comunicação, bem como a compreensão de conceitos matemáticos. Torna-se pois pertinente conceber tarefas e desenvolver estratégias de ensino que desafiem os alunos para a atividade de provar, mostrando-lhes a importância da prova e que não reduzam a prova a uma mera memorização de passos sem sentido (Bussi, 2009). Curiosamente, a maior parte dos professores não restringe a prova aos melhores alunos o que parece contrariar os resultados de outros estudos (e. g., Knuth, 2002).

Em termos curriculares, um número significativo de professores defende que a prova deve ser tratada desde os primeiros anos de escolaridade, ainda que considerem que é mais importante desenvolver a intuição que a capacidade de provar. Admitem que a prova faz sentido apenas em alguns tópicos programáticos, não em todos, e consideram desadequada a forma como é apresentada nos programas de matemática.

Por fim, no que concerne à sua prática profissional, a maior parte dos professores refere ter o hábito de provar aquando da preparação das aulas mas revela ter dificuldades em integrar as provas na sua prática letiva (Hanna, 2000; Knuth, 2002; Stylianides, 2007), apesar de considerar

necessário ensinar os alunos a provar. Esta aparente contradição mostra bem as dificuldades que os professores têm em efetivar atividades de prova em sala de aula apesar de considerarem que isso é importante. Isto leva-nos a repensar o papel da formação e o que poderá ser feito por forma a superar estas dificuldades.

Referências bibliográficas

Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico. Programa de formação contínua em matemática para professores dos 1.º e 2.º ciclos*. Lisboa: Ministério da Educação - DGIDC.

Buss, S. (1998). Introduction to proof theory. In S. Buss (Ed.), *Handbook of Proof Theory*, Vol. 137 of Studies in Logic and the Foundations of Mathematics, Elsevier.

Bussi, M. (2009). Proof and proving in primary school: An experimental approach. In *Proceedings of the ICMI Study 19 conference: Proof and Proving in Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 53-58).

CadwalladerOlsker, T. (2011). What do we mean by mathematical proof? *Journal of Humanistic Mathematics,* 1(1), 33-60.

Davis, P. J., & Hersh, R. (1995). *A experiência matemática*. Lisboa: Gradiva.

De Villiers, M. (2003). *Rethinking proof with The Geometer´s Sketchpad*. Emeryville: Key Curriculum Press.

Dreyfus T. (2000). Some views on proofs by teachers and mathematicians. In A. Gagatsis (Ed.),

Proceedings of the 2nd Mediterranean Conference on Mathematics Education (Vol. 1, pp. 11-25). Nikosia. Cyprus: The University of Cyprus.

Fennema, E., & Franke, M. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 147-164). New York: MacMillan.

Gall, M., Gall, P., & Borg, W. (2003). *Educational research: An introduction*. Boston: Allyn and Bacon.

Garcia, F. (2001). Filosofia e a verdade. *Acta Scientiarum*, 23(1), 251-255.

Hanna, G. (2002). Mathematical Proof. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 54-62). New York: Kluwer Academic Publishers.

Hanna, G. (2000). Proof and its classroom role: a survey. In *Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática-IX EIEM* (pp. 75-104). Fundão: SPCESEM.

Hersh (1993). Proving is convincing and explaining. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 389-399.

Knuth, E. (2002). Teachers' conceptions of proof in the context of secondary school mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 61–88.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.

Ministério da Educação e Ciência (2013). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

Plumpton, C., Perry, R. L., & Shipton, E. (1984*). Proof*. London: Macmillan Education Limited.

Poincaré, H. (1996). A invenção matemática. In P. Abrantes, L. C. Leal, & J. P. Ponte (Orgs.), *Investigar para aprender matemática* (pp. 7-14). Lisboa: Projecto MPT e APM.

Ponte, J. (1992). Concepções dos professores de matemática e processos de formação. In M. Brown, D. Fernandes, J. Matos, & J. Ponte (Orgs.), *Educação e matemática: Temas de investigação* (p. 185-239). Lisboa: IIE e Secção de Educação e Matemática da SPCE.

Stylianides, A. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 289-321.

Concepções sobre didática de professores universitarios que ensinam Matemática

Antonio **Sales**
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Brasil
profesales@hotmail.com
José Wilson dos **Santos**
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Brasil
projwilson@hotmail.com
Luciana Kemie **Nakayama**
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Brasil
luciananakayama@yahoo.com.br
Ludiane Feliz **Berto**
Rede Pública de Ensino de Mato Grosso do Sul
Brasil
ludianeberto@gmail.com

Resumo

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa que está sendo desenvolvida com cinco professores que ensinam Matemática em um curso de licenciatura de uma universidade pública de Mato Grasso do Sul, Brasil. O projeto tem por objetivos analisar os contratos didático e pedagógico e também concepções de professores sobre a relação didática que ele estabelece com os alunos e o saber. A teoria que embasa esta análise é a Teoria Antropológica do Didático que traz a perspectiva de que a didática tem relação como ato de estudar tendo, portanto, o professor como coordenador de estudo. Os dados indicam que prevalece a concepção do profesor como ensinante que em alguns momentos estimula a participação dos alunos. Não há a visão de que o professor é o detentor do saber, porém, ele ainda é o ator principal mostrando que existe, no entanto, um processo de transição para coordenador de estudo.

Palavras clave: teoria antropológica do didático, relação didática, crenças de professores, concepções de professores, coordenador de estudos.

Introdução

Como ponto de partida poderíamos interrogar sobre as razões que nos levam ao estudo das concepções didáticas de professores que ensinam matemática. Quais a implicações dessa atividade de pesquisa e qual seria a sua contribuição para a compreensão das consequências desse fenômeno psicossocial do professor universitário para a formação do licenciado em matemática?

Partimos do pressuposto de que analisar as concepções de professores implica buscar entender como as suas aulas se desenvolvem. É buscar compreender os recursos didáticos e intelectuais mobilizados no processo de ensino e encontrar as possíveis razões apresentadas por ele ao justificar a inserção de determinado tema, modelo de aula ou atividade que propõe.

A esse respeito encontramos em Breen (*apud* Barcelos, 2004, p.124) que "nenhuma instituição ou relacionamento humano pode ser adequadamente entendido, a menos que consideremos as suas expectativas, valores e crenças".

Mas, o que estamos considerando como concepção? Para qual aspecto da atuação do professor voltaremos o olhar?

Pressupondo o professor como um sujeito em constante construção não é difícil conceber que as suas concepções seja fluídas e estejam em constante transformação como observou Garnica (2008), mesmo assim durante o período da sua duração as concepções exercem influência em seu fazer pedagógico de modo que como afirmou Pires (2007) elas deveriam ser levadas em conta até pelos elaboradores das diretrizes e outros documentos oficias para o desenvolvimento curricular.

Estamos entendendo como concepções as "crenças, percepções, juízos, experiências prévias etc., a partir das quais nos julgamos aptos a agir" (Garnica, 2008, p. 499).

Partindo do pressuposto de que em determinado momento na história de sua atuação profissional (e esse momento é o presente, mas não limitado ao agora) o profesor agiu ou age influenciado pelas concepções que detém e, com esse agir, influencia tanto a instituição onde trabalha como os licenciando com os quais mantém contato. Dessa forma, a questão é: como o profesor concebe a didática? A sua perspectiva é de que o professor deve ensinar ou que ele deve coordenar o processo de estudo?

Essa questões que norteam o trabalho não foram apresentadas dessa forma ao profesor.

Ponte, por exemplo, afirma que:

> Cualquier práctica en un campo profesional necesariamente se realiza desde alguna perspectiva en relación con los objetos centrales en ese campo. Dado el importante papel del maestro en el proceso educativo, parece bastante natural estudiar con detenimiento su o sus filosofías personales sobre matemática (Ponte, 1999, p.1).

Entendemos que a filosofia pessoal, as concepções de ensino, de estudo e de currículo, de matemática de um professor que atua em um curso de licenciatura se investe de uma importância maior do que as concepções correspondentes de um professor da educação básica ou de um professor que atua em curso de bacharelado, tendo em vista a extensão da influência que essas concepções exercem. A influência das concepções de um professor tende a ser reproduzidas nas salas de aula de seus alunos. Dessa forma, entendemos, a sua concepção pode ser modeladora de outras concepções e pode se perpetuar por longo tempo após ter ele encerrado a sua carreira profissional.

> Aqui recorremos à fala de Ponte segundo o qual "Estudar as concepções dos professores ou dos alunos é fazer antropologia na nossa própria cultura. Implica salientar os valores, as motivações, os eixos principais do pensamento dos actores fundamentais do processo educativo" (1992, p.34).

Ainda sobre a importância de se compreender e, se possível, modelar e depois trabalhar as concepções didáticas do professor encontramos em Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p.202) uma contribuição relevante. Discorrendo sobre o processo didático os autores afirmam que a concepção que considera o estudo como sendo o principal objetivo desse processo transfere para o aluno a responsabilidade matemática que hoje é atribuída ao professor. Quando o professor se assume "coordenador de estudo" ele abre possibilidades para que o aluno o reconheça como "matemático" e diminui o risco da "didatite"[1]. Os autores defendem a concepção de que o professor se assuma "fiador do controle e guia de uma atividade genuinamente matemática".

Nessa mesma linha de raciocínio pode-se deduzir que todo o fazer do professor é uma produção das suas concepções. Para ensinar matemática, para orientar o tratamento da mesma com os alunos da educação básica, para elaborar as suas provas, para julgar as perguntas formuladas pelos alunos e para propor atividades que incentivem situações adidáticas, são suas concepções didáticas que serão o seu norte.

Uma concepção de didática da matemática

Na perspectiva em que vimos discutindo a concepção didática do professor vai direcionando o seu fazer para o ensino ou para o estudo. As diferenças entre estudo e ensino são destacadas por Chevallard, segundo o qual "o adjetivo didático, associado aqui ao substantivo estudo (e ao verbo estudar), é, em francês, uma palavra importada do termo grego *didaktikos*, que se refere àquilo que é próprio para instruir, relativo ao ensino" (Chevallard, 1998, p.13, tradução nossa).

No entanto, no mesmo parágrafo, o autor associa o adjetivo didático ao verbo estudar conferindo-lhe o caráter de substantivo: estudo.

O autor afirma ainda que a ideia de ensinar e a ideia de estudo tem relação direta com a ideia de fazer alguma coisa afim de se apropriar de algo, apropriar-se de um saber, ou de fazer alguma coisa, que ele desataca como o saber-fazer, parece ser algo que só faz sentido nas sociedades humanas. É nessa perspectiva de situar a didática no conjunto das atividades essencialmente humanas que Chevallard, Bosch, Gascón, (2001, p.201) afirmam que a relação didática é uma relação aberta, isto é, o professor detém apenas o roteiro de estudos a ser proposto aos alunos considerando que há um Projeto Pedagógico que deve ser respeitado. Porém, a forma como conduz esse trabalho depende do contexto da sala de aula e da especificidade do tema a ser abordado. "O ensino, como meio do processo didático, não deve pretender controlar de maneira absoluta o desenvolvimento desse processo", dizem os autores. Retomando o que foi dito em parágrafos anteriores, essa relação aberta pressupõe a relação didática como uma atividade de coordenação de estudo e de responsabilização do aluno pelo fazer matemático presente na atividade proposta.

Citando diretamente os autores:

> *Em vez de limitar a* educação à interação entre o ensino e a aprendizagem, propomos considerá-la de maneira mais ampla, como um projeto de estudo cujos principais

[1] Os autores usam o termo também para se referir ao pressuposto de que se ensina e se aprende matemática apenas na escola. Quando há a suposição de que somente se estuda matemática para aprender, não incluindo o estudo para aplicar, resolver problemas práticos, interpretar a sociedade e outras possibilidades, a didática se resume no estudo de como ensinar. Isso é "didatite" (Sales, 2010, p.115).

> protagonistas são os alunos. O professor coordena o estudo, o aluno estuda, e os pais ajudam seus filhos a estudar e a dar sentido ao esforço que lhes é exigido. Uma vez estabelecido esse elo, também podemos restabelecer a comunicação entre alunos, pais e professores, fazendo com que o diálogo entre sociedade e a escola recupere o seu sentido primordial; a escola leva as novas gerações a estudar aquelas obras humanas que melhor lhes servirão para compreender a sociedade na qual estão dispostas a entrar (p. IX).

Dessa forma, o didático deixa de ser um fenômeno exclusivo do processo de ensino – aprendizagem ganhando a dimensão mais ampla de se aplicar também ao processo de estudo e a " didática da matemática se transforma, definitivamente, na *ciência do estudo e da ajuda para o estudo* da matemática" (p.77, grifo dos autores).

Nessa perspectiva a matemática não é a única "obra", isto é, um saber institucionalizado, a ser trabalhada na escola, não é a mais abrangente e também não é, necessariamente, a mais importante delas. Cada tema, cada objeto de saber, tratado pelo professor é parte de um todo composto não somente pela matemática e muito menos isolado de todos os temas matemáticos já abordados anteriormente. Como a história de uma pessoa esse objeto de saber tem também a sua história e os seus nexos.

Os autores Chevallard, Bosch e Gascón na mesma obra destacam que:

> Ao considerar o estudo como objetivo principal do processo didático, é possível vencer a excessiva dependência dos protagonistas com a instituição escolar. Nessa perspectiva, o ensino deixa de ser o objetivo último e começa a ter um papel de instrumento de apoio para o estudo, o que produz uma mudança fundamental na visão dos papéis de "professor" e de "aluno". O professor de matemática já não é mais considerado como aquele que ensina, em os alunos como meros sujeitos de um processo de aprendizagem (Ibid. p.201).

É na perspectiva de que é possível ter outra visão a respeito da didática que o trabalho foi desenvolvido.

Metodologia

A partir de agora apresentamos os passos que conduziram a estruturação desta pesquisa. Os sujeitos da pesquisa são cinco professores licenciados em matemática que lecionam na Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul-UEMS, campus de Nova Andradina e foram selecionados a partir de sua disposição espontânea em participar da pesquisa. Ainda que a participação seja espontânea, obtivemos uma heterogeneidade quanto à área de formação de cada sujeito, critério este que será utilizado na identificação dos mesmos. Desta forma temos como sujeitos dois professores com doutorado em Educação (S_1 e S_5), um professor com mestrado em Educação Matemática (S_2) um professor com mestrado em Engenharia Mecânica (S_3) e uma professora com mestrado em Matemática Aplicada (S_4).

Chegamos às concepções desses professores por via indireta uma vez que a proposta inicial era investigar os contratos didáticos que estabeleciam em suas aulas. As falas dos professores foram obtidas numa entrevista coletiva semiestruturada. De acordo com Lüdke e André (1986, p. 33-34):

> Na entrevista a relação que se cria é de interação, havendo uma atmosfera de influências recíproca entre quem pergunta e quem responde. Especialmente nas entrevistas não totalmente estruturadas, onde não há a imposição de uma ordem rígida de questões, o entrevistado discorre sobre o tema proposto com base nas informações que ele detém e que

> no fundo são a verdadeira razão da entrevista. Na medida em que houver um clima de estímulo e de aceitação mútua, as informações fluirão de maneira notável e autêntica.

Ressaltamos que nesta pesquisa especificamente não houve um entrevistador, mas sim uma condução às respostas a um rol de questões elaboradas também coletivamente, todavia mantendo o caráter semiestruturado, visto que cada questão apresentada era refletida, debatida ou complementada por qualquer um dos sujeitos, numa atmosfera de construção coletiva.

As questões inicialmente levantadas e apresentadas em Power Point foram cinco, mas para este trabalho fez-se um recorte para três delas que são as seguintes:

1. De que forma o conteúdo é apresentado aos licenciandos?
2. Essa forma varia de conteúdo para conteúdo ou é uma forma única?
3. Como envolver os alunos para interagir com esse conteúdo?

Uma vez realizadas as transcrições das entrevistas, procedemos também coletivamente, a análise das respostas obtidas e elencamos algumas concepções, as quais são apresentadas a seguir. As concepções destacadas são aquelas que relacionam a didática como um ato de ensinar, com o professor assumindo o papel de ensinante, e as que a relacionam com o ato de estudar, isto é, onde o professor assume o papel de coordenador de estudos. As primeiras centralizam a ação no professor e as segundas, no aluno (Chevallard; Bosch & Gascón, 2001) abrindo espaço para que ocorra "didatite". Para esses professores prevalece a suposição de que somente se estuda mediando a intervenção do professor ficando este responsável por exemplificar, contextualizar, apresentar exemplos de aplicação imediata, facilitar por todos os meios o acesso do aluno à obra matemática. A própria interpretação da sociedade através da matemática fica por conta do professor.

A questão que se propõe investigar, portanto, é: o que é didática?

Crenças e concepções de professores relativas à didática

O quadro 1 apresenta falas dos professores que evidenciam concepções de que a relação didática tem como foco o ato de ensinar.

Quadro 1
Falas que indicam a concepção da relação didática como um ato de ensino

Sujeitos	Formação	Posicionamento
S1	Licenciado em Matemática, Mestrado e Doutorado em Educação.	Quando não começo por um problema, eu tento contextualizar. Eu vou contar uma historinha verídica, né? A história do conteúdo como ele surgiu, o problema que eles enfrentavam na época, que o estudo daquele conceito surgiu, os problemas sociais que o motivaram.
S2	Licenciado em Matemática e Mestrado em Educação Matemática	[...]buscando as questões de aprendizagem, apresentar um problema desafiar um aluno, e as vezes eu tenho usado as aulas de geometria por exemplo, até um material que você trás pra sala a gente consegue ao invés, ir direto ao assunto, instigar a curiosidade do aluno
S3	Licenciado em Matemática e Mestrado em Engenharia Mecânica	Primeiro momento na minha área para mim começar a definir, a importância desse conteúdo no dia a dia, que é aquela reflexão, e trago um pouquinho da historia da matemática. [...]demonstrar pra ele, porque ele sabe que tem uma estância acima que ele vai usar com uma formalidade maior, e no conteúdo de lógica eu começo com o principio próprio[...]

S4	Licenciado em Matemática e Mestrado em Matemática Aplicada	Na minha disciplina é difícil você conseguir interação! Na disciplina de Estrutura Algébrica, consigo assim, eu questiono eles, mas pra eles retornarem a resposta é muito difícil porque eles não tem o costume de ler os conteúdos anteriores de ver a definição, os teoremas que fazem parte da minha [...]

Dos cinco sujeitos analisados apenas S_5, licenciado em Matemática, com mestrado e doutorado em Educação, não expressou em suas respostas à entrevista a concepção de que a Didática tem relação com o ato de ensinar. Todos os outros quatro, de alguma forma, concentram no professor a responsabilidade dessa relação de modo a contribuir para o que haja a ”irresponsabilidade matemática dos alunos” (Chevallard; Bosch & Gascón, 2001, p. 62) e se perpetue a dificuldade do estudante em ir além de um aluno e atuar como um “verdadeiro *matemático* responsabilizando-se pelas respostas que dá para as questões que lhe são propostas” (Ibid. p. 59, grifo dos autores).

O quadro a seguir (Quadro 2) apresenta falas dos professores que evidenciam concepções de que a relação didática tem como foco o ato de estudar.

Quadro 2
Falas que indicam a concepção da relação didática como um ato de estudo

Sujeitos	Formação	Posicionamento
S_5	Licenciado em Matemática, Mestrado e Doutorado em Educação.	Então eles têm duas partes, eles resolvendo problemas e eles propondo um problema para ser resolvido pelos alunos. e essa talvez seja a primeira parte que tem lá no estagio né, em todo momento a gente tá envolvendo a prática pedagógica, nunca fugindo da prática [...] É, importante a gente não perder de vista, que é o seguinte, você compreender o conceito. Ai a forma, vamos supor, você não conseguiu criar nenhuma situação legal, mas você vai pensar em uma compreensão do conceito de uma forma que você possa compreender melhor do que simplesmente ele está posto sem nenhuma discussão, quer dizer, mesmo que você não encontra uma[...] E as vezes eles encontram muitas coisas na internet que está até melhor do no livro didático. Então tem muita gente consultando a internet, apesar de que a gente sabe que não pode-se confiar em alguém que pois isso lá, mais tudo bem. Mas eles encontram muita coisa na
S2	Licenciado em Matemática e Mestrado em Educação Matemática	[...]de repente eu faço uma apresentação inicial para eles se situar, ai depois eu divido os grupos pois então eles vão discutir, cada grupo apresenta a sua compreensão e as vezes ate direciono um pouco tal grupo tá apresentando ai quando o grupo acaba eu escolho tal grupo E até pressionar para os outros grupos ficarem ligados na apresentação do colega, mas tem surtido efeito, o grupo estuda e vai apresentar os argumentos dele e ai os outros grupos vão fazendo perguntas para os outros grupos e eu vou complementando e ao final dessas apresentações a gente retoma novamente para fechar algumas coisas.

		Eu acho que em algumas disciplinas nós podemos fazer isso. Já outra disciplina como História da Matemática, eu não adoto, pois a gente vai intercalando uma hora com pesquisas, outra com artigos ou com outros livros para depois fazer um apanhado, e mando-lhes texto no e-mail dos alunos e isso varia de disciplina para disciplina.
S1	Licenciado em Matemática, Mestrado e Doutorado em Educação.	Com Estatística e Teoria dos Números eu já tenho meus próprios textos, não são textos perfeitos que podem se tornar públicos, são textos de aula, eles [os alunos] têm acesso e eu coloco a bibliografia e recomendo que eles leiam aquilo lá, se eu errei aqui você encontra no livro certo, então você confere o que eu escrevi com o livro e vê se está correto.

Conforme já anunciado a forma como o professor perspectiva a didática orienta a sua prática, determina o tipo de aula que prepara e a relação que estabelece com os alunos, com a ementa da disciplina e com cada tema a ser ensinado.

A concepção de Didática como estudo está fortemente consolidada em S_5 de modo que ele não titubeou quanto à sua posição. Por outro lado vemos que S_1 e S_3estão numa posição transitória, pois, enquanto assumem posição de ensinante (Quadro 1) também assumem, em momentos distintos, a posição de que devem coordenar o estudo (Quadro 2). Essa aparente oscilação não deve causar estranheza uma vez que, como mostraram Sales et al.(2014) e assume Garnica (2008), as concepções possuem certa fixidez e também transitoriedade.

É importante destacar que esses professores possuem pós-graduação em Educação ou Educação Matemática evidenciando que a formação pode influenciar na transição de uma concepção para outra.

Em S_1 fica evidente que em alguns momentos ele coloca o aluno em posição de responsabilidade.

Considerações finais

Como seria de esperar há diferentes entendimentos sobre didática. Há um entendimento consolidado pela prática de que o professor é um ensinante. Aqueles que não tiveram a oportunidade ou não foram provocados a refletir sobre a importância de induzir o aluno aos caminhos do estudo seguem os padrões aprendidos pelo mimetismo.

Essa relação, no entanto, pode mudar e a prática ser alterada.

Os quadros dão evidência de que as concepções sobre didática podem sofrer alterações ao longo do tempo em que o professor se envolve com o processo didático, porém, essa mudança além de lenta deve ser mediada por um processo de estudo. Os professores com pós-graduação em educação são os que já migraram ou estão migrando para a concepção de que a didática é o processo de coordenar o estudo.

Um indicativo de possibilidade de pesquisa é verificar junto aos egressos do curso de Matemática, Licenciatura, o quanto essas concepções dos seus professores influenciaram o seu fazer docente.

Referências

André, M. E. D. A., & Lüdke, M. (1986). *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EDUSP, 1986.

Barcelos, A. M. F. (2007). Reflexões acerca da mudança de crenças sobre ensino e aprendizagem de línguas. *Rev. bras. linguist. apl., 7*(2). Belo Horizonte. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1984-63982007000200006&lng=en&nrm=iso> Acesso em 04 Junho 2014.

Chevallard, Y. (1998). *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathematiques : l'approche anthropologique***.** IUFM d'Aix-Marseille. Disponibilizado pelo autor em **<**http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/**>** Acesso em 02 de junho de 2014.

Chevallard, Y., Bosch, M., & Gascón, J. (2001). *Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed Editora.

Garnica, A.V. M. (2008). Um ensaio sobre as concepções de professores de Matemática: possibilidades metodológicas e um exercício de pesquisa. *Educação e Pesquisa*, *34*(3), 495-510, set./dez. São Paulo,

Ponte, J. P. (199). *Las creencias y concepciones de maestros como un tema fundamental en formación de maestros*. Articulo publicado en In K. Krainer , & F. Goffree (Eds.), *On research in teacher education: From a study of teaching practices to issues in teacher education* (pp. 43-50). Disponível em<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DOCS-SP/Las%20creencias.pdf> Acesso em 29 mai 2014.

Ponte, J. P. (1992). Concepções dos professores de matemática e processos de formação. In *Educação Matemática: Temas de Investigação* (pp. 185-239). Lisboa: IIE. Disponível em: < http://educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm#Concepcoes,%20conhecimento%20profissional%20e%20praticas%20profissionais> Acesso em: 18/08/2014.

Pires, C. M. C. (2007). Implementação de inovações curriculares em matemática e embates com concepções, crenças e saberes de professores: breve retrospectiva histórica de um problema a ser enfrentado. *UNIÓN: revista Ibero Americana de Educación Matemática, 12*, 5-26, Deciembre.

Sales, A. (2010). *Práticas argumentativas no estudo da geometria por acadêmicos de Licenciatura em Matemática* (Tese de Doutorado em Educação). Campo Grande, MS: PPGEDU.

Sales, A. et al. (2014). Concepções didáticas de professores: exemplos de fluidez e estabilidade. *VI Simpósio de Educação Matemática de Nova Andradina*. Nova Andradina, MS. Disponível em:<www.uems.br/eventos/semana2014> Aceso em: 27 ago 2014.

Conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos finais do ensino fundamental

Ruy César **Pietropaolo**
Universidade Anhanguera de São Paulo
Brasil
rpietropaolo@gmail.com
Angélica da Fontoura **Garcia Silva**
Universidade Anhanguera de São Paulo
Brasil
angelicafontoura@gmail.com
Tânia Maria Mendonça **Campos**
Universidade Anhanguera de São Paulo
Brasil
taniammcampos@hotmail.com

Resumo

Apresenta-se, neste artigo, um estudo cuja finalidade foi investigar os conhecimentos necessários ao professor para ensinar probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental. Esse estudo, de natureza qualitativa, foi desenvolvido no âmbito do programa Observatório da Educação em um curso de formação continuada envolvendo 23 professores de matemática em duas etapas: a primeira objetivou identificar os conhecimentos desses docentes sobre probabilidade e a respeito de seu ensino; a segunda, realizada segundo princípios da metodologia *Design Experiments*, teve por objetivo ampliar a imagem conceitual dos professores do ensino de noções concernentes a respeito à probabilidade. Embora o grupo tenha ampliado a base de conhecimentos para o ensino, percebeu-se certo ceticismo quanto à viabilidade de aplicação em aula de tópicos discutidos no processo formativo, mediante a incumbência de colocar em prática outras inovações propostas no currículo. Essa tensão deve-se ao fato de ainda considerarem probabilidade como algo menor, diante da tarefa que têm em ensinar Álgebra e Geometria.

Palavras chave: Ensino de Probabilidade, Formação de Professores de Matemática, Conhecimento Matemático para o Ensino.

Introdução

O propósito deste artigo é a de apresentar resultados de uma investigação a respeito dos conhecimentos necessários ao professor para ensinar probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental. Essa investigação, desenvolvida no âmbito de um curso de formação continuada do Observatório da Educação – projeto de formação e pesquisa financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, envolveu 23 professores da rede pública de uma cidade do interior do Estado de São Paulo.

O Observatório da Educação, programa desenvolvido pela CAPES, foi instituído por um Decreto Presidencial de 08 de junho de 2006, com o objetivo de fomentar estudos e pesquisas em educação, que utilizem a infraestrutura disponível das Instituições de Educação Superior e as bases de dados existentes no Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas – INEP. O programa visa, principalmente, proporcionar a articulação entre pós-graduação, licenciaturas e escolas de educação básica e estimular a produção acadêmica e a formação de recursos pós-graduados, em nível de mestrado e doutorado.

As questões geradoras deste estudo foram

- Quais são os conhecimentos e a imagem conceitual de um grupo de professores de Matemática a respeito probabilidade e de seu ensino dos anos finais do Ensino Fundamental?
- Uma sequência de atividades, que explore inicialmente conhecimentos sobre aleatoriedade e de espaço amostral e, posteriormente, a quantificação de probabilidades, pode favorecer a ressignificação de professores a respeito da inclusão desse tema, nos anos finais do Ensino Fundamental?

Diversos pesquisadores, como Gal (2005) e Batanero (2013), têm indicado razões para o estudo da probabilidade nas escolas: sua utilidade para o cotidiano das pessoas, o seu papel instrumental em outras disciplinas, a necessidade para a leitura e interpretação de dados estatísticos em muitas profissões e, consequentemente, o importante papel do raciocínio probabilístico na tomada de decisões.

Julgamos que essa pesquisa seja relevante, posto que a compreensão da noção de probabilidade constitui etapa importante – senão necessária – para o desenvolvimento do pensamento matemático: muitas pessoas acreditam que a matemática trabalha apenas com fenômenos determinísticos e que, por esse motivo, o estudo do acaso não seria científico. Por outro lado, o estudo da probabilidade possibilita a retomada e, de certa forma, em alguns casos, a ampliação de noções concernentes aos números racionais e às medidas de grandezas como área. Além disso, a probabilidade é um excelente contexto que pode contribuir para a construção de significados dos diferentes tipos de agrupamentos, favorecendo o desenvolvimento do pensamento combinatório e também para o desenvolvimento do pensamento estatístico.

Mediante essa importância, documentos oficiais prescrevem já para os anos iniciais do Ensino Fundamental a introdução da noção de probabilidade. Documentos de referência, como Parâmetros Curriculares Nacionais e Currículo do Estado de São Paulo preveem que os professores do Ensino Fundamental considerem como principal objetivo do ensino da probabilidade é promover a compreensão do estudante a respeito de que grande parte dos acontecimentos do cotidiano é de natureza aleatória, sendo possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. Assim, as noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, deveriam ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (Brasil, 1998, p.40).

Segundo o currículo de São Paulo, aprender noções concernentes à probabilidade exige diversos aspectos cognitivos dos alunos e que estes podem ser desenvolvidos ao longo dos anos de estudo e não apenas no 2º ano do Ensino Médio, como tradicionalmente ocorre.

No entanto, diversos autores consideram que os professores não têm uma formação adequada para ensinar nem estatística nem probabilidade (Ortiz, Batanero e Contreras, 2012).

Em relação ao Brasil, muitos docentes não estão sequer convencidos de que a probabilidade seja importante para ser desenvolvida no Ensino Médio; quanto ao Fundamental, têm uma posição ainda mais restritiva: consideram a inclusão desse tema totalmente inadequada e desnecessária – fato este mostrado nesta pesquisa.

Assim, para promover a inclusão da probabilidade no Ensino Fundamental, primeiro seria necessário convencer os professores de que a aprendizagem das noções relativas à probabilidade não é apenas útil para aplicação no cotidiano das pessoas, mas também pelo desenvolvimento de importantes habilidades cognitivas e de formas de pensar.

No entanto, a probabilidade, embora possa ter um significado intuitivo, envolve noções de difícil compreensão por não serem evidentes (Bryant e Nunes, 2012). Ou seja, não é fácil, para um estudante do Ensino Fundamental, aceitar, por exemplo, que após ter jogado oito vezes uma moeda honesta e ter obtido cara em todas as jogadas, a probabilidade de obter cara na 9ª jogada é exatamente a mesma de obter coroa. Outro conceito de difícil compreensão trata-se da não equiprobabilidade: alunos que tiveram muitas experiências envolvendo apenas espaços equiprováveis tendem a conjecturar como se todos os espaços tivessem essa característica.

Por outro lado, se considerarmos a importância de o aluno já Ensino Fundamental adquirir uma percepção de que a Matemática não trata apenas de fenômenos determinísticos, mas também dos aleatórios, a abordagem do conceito de probabilidade não pode estar restrita apenas à proposição de problemas simples nos quais os alunos devem indicar a probabilidade de um evento em um espaço amostral equiprovável, como é o caso de situações padrão do tipo: qual é a probabilidade de sair o número 5 quando se lança um dado?

Assim, tomamos como ponto de partida a ideia de que a exploração de noções relacionadas à probabilidade requer do professor que ensina Matemática um repertório abrangente de conhecimentos, que permita fazer as adequações necessárias ao nível de compreensão dos alunos e favoreça algumas articulações dessas noções com outros conteúdos já estudados.

Justifica-se, assim, a escolha do tema probabilidade e do grupo de sujeitos de nossa pesquisa: tendo em vista que a construção/aquisição pelos estudantes do 6º ano de noções relativas à probabilidade, propostas no atual currículo de São Paulo, requer uma atuação efetiva do professor, é imprescindível que esse profissional reflita e discuta com outros colegas inovações relativas a esse tema, ampliando, possivelmente, seu repertório de conhecimentos relativos ao conteúdo específicos e ao pedagógico.

Segundo Batanero e Díaz, as mudanças sugeridas pelos pesquisadores para o processo de ensino e aprendizagem para o ensino de probabilidade e estatística não dizem respeito somente ao período em que esses assuntos devem ser introduzidos nas escolas, mas, sobretudo, em relação às abordagens e estratégias em sala de aula. (Batanero e Diaz, XXXX, p.4).

Segundo orientações contidas em documentos de referência curricular, a abordagem inicial da probabilidade está prescrita já para o Ensino Fundamental como indicam os Parâmetros Curriculares Nacionais e as Expectativas de Aprendizagem do Estado de São Paulo previstas para os alunos do 6º ano:

> Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano é de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam

> intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis). (Brasil, 1998, p.40).
>
> Nesse ciclo o ensino de matemática deve visar ao desenvolvimento do raciocínio probabilístico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a construir um espaço amostral de eventos equiprováveis, utilizando o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos. (Brasil, 1998, p.56)

O Guia de Livros Didáticos – PNLD 2013 – Matemática e Alfabetização Matemática, para os anos iniciais do Ensino Fundamental do MEC apresentam diretrizes inequívocas para a inclusão de probabilidade nesse segmento de ensino:

> Utilizar a argumentação matemática apoiada em vários tipos de raciocínio: dedutivo, indutivo, probabilístico, por analogia, plausível, entre outros. (Grifos nossos) (p. 13);
>
> Associadas ao campo do tratamento da informação, que inclui estatística, probabilidades e combinatória, são cada vez mais relevantes questões relativas a dados da realidade física ou social, que precisam ser coletados, selecionados, organizados, apresentados e interpretados criticamente. Fazer inferências com base em informações qualitativas ou dados numéricos e saber lidar com a ideia de incerteza também são competências importantes. (Grifos nossos) (p.14)

Os currículos prescritos de diversos estados e cidades brasileiras adotaram este princípio para o ensino de probabilidade: em lugar de tema a ser desenvolvido apenas na 2ª série do Ensino Médio, por meio de fórmulas, ele passa a ser indicado, desde os anos iniciais do EF (4º e/ou 5º anos) por meio de estratégias diversas e abordagens ricas de significado para as crianças, levando em conta experimentações ou simulações e o uso de diferentes registros, sobretudo para descrever o espaço amostral de situações aleatórias. Ou seja, leva-se em conta que aprender noções concernentes à probabilidade exigem diversos aspectos cognitivos dos alunos e que esses podem ser desenvolvidos ao longo das series.

No entanto, diversos autores consideram que os professores não têm uma formação adequada para ensinar nem estatística nem probabilidade. Em relação ao Brasil, muitos docentes não estão sequer convencidos de que a probabilidade seja importante para ser desenvolvido no Ensino Médio; quanto ao Fundamental têm uma posição ainda mais restritiva: consideram a inclusão desse tema totalmente inadequada e desnecessária – fato esse mostrado nesta pesquisa.

Assim, para promover a inclusão da probabilidade no EF, primeiro seria necessário convencer os professores de que a aprendizagem das noções relativas à probabilidade não é apenas útil para aplicação no cotidiano das pessoas, mas também pelo desenvolvimento de importantes habilidades cognitivas e de formas de pensar.

No entanto, a probabilidade, embora possua um significado intuitivo, envolve noções de difícil compreensão (Kataoka, 2008) por não serem evidentes. Ou seja, intuitivamente, não é fácil, sobretudo para um estudante do Ensino Fundamental, aceitar, por exemplo, que após ter jogado oito vezes uma moeda honesta e ter dado cara em todas as jogadas, a chance de se obter cara na 9ª jogada é exatamente a mesma de se obter coroa. Outro conceito de difícil compreensão trata-se da não-equiprobabilidade: para os alunos que tiveram uma forte experiência apenas com espaços equiprováveis, tendem a raciocinar como se todos os eventos tivessem essa característica.

Por outro lado, se considerarmos a importância de o aluno do Ensino Fundamental adquirir uma percepção de que a Matemática não trata apenas de fenômenos determinísticos, mas

também dos aleatórios, a abordagem do conceito de probabilidade não pode estar restrita apenas à proposição de problemas simples em que os alunos devem indicar a probabilidade de um evento em um espaço amostral equiprovável, como é o caso de situações padrões do tipo: qual é a probabilidade de sair o número 5 quando se lança um dado?

Assim, tomamos como ponto de partida, a ideia de que a exploração de noções relacionadas à probabilidade requer do professor que ensina Matemática um repertório abrangente de conhecimentos, que permita fazer as adequações necessárias ao nível de compreensão dos alunos e favoreça algumas articulações dessas noções com outros conteúdos já estudados.

Apresentamos, a seguir, uma análise dos conhecimentos e práticas dos professores participantes a respeito do processo de ensino e aprendizagem de noções relativas à probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental. Depois disso, apresentamos e analisamos de forma sintética o processo formativo que decorreu desse levantamento, de modo a atender aos interesses e demandas do grupo de professores participantes relativos ao tema Probabilidade e nossos pressupostos para esse processo.

Metodologia de Pesquisa

Os dados discutidos neste trabalho foram referentes a duas fases: a primeira, denominada Diagnóstico, foi constituída pela aplicação de questionários e entrevistas, cujo objetivo era identificar os conhecimentos do professor sobre probabilidade e suas concepções a respeito de seu ensino. A segunda fase, nomeada Formação, foi realizada segundo princípios da metodologia *Design Experiments* de Cobb et al. (2003) e teve como pressuposto que a aplicação de uma sequência de atividades, explorando inicialmente de forma consistente a noção de aleatoriedade, seguida pela noção de espaço amostral e, depois, pela quantificação de probabilidades, pode favorecer a ampliação e/ou reconstrução do conhecimento dos professores para ensinar noções referentes a esse tema. O desenho inicial da formação baseou-se fundamentalmente na sequência de atividades para aprendizagem de noções concernentes à probabilidade do Ensino Fundamental concebidas por Nunes e Bryant (2012) – professores da Universidade de Oxford – e desenvolvidas no âmbito do projeto de pesquisa "Teaching primary school children about probability".

Fundamentação Teórica

Como base teórica para a elaboração do instrumento de coleta e respectivas análises das duas fases desse estudo – Diagnóstico e Formação –, optamos pelos estudos de Ball, Thames e Phelps (2008), que dedicaram atenção especificamente à forma pela qual os professores necessitam saber determinado conteúdo para ensiná-lo e, além disso, "o que mais os professores necessitam saber sobre Matemática e como e onde poderiam os professores usarem o conhecimento, na prática" (Ball et al., 2008, p.4).

Assim, o foco dos estudos desenvolvidos por Ball et al (2008) está sobre o trabalho de ensinar, ou seja, sobre o que os professores fazem quando ensinam Matemática e sobre as percepções, a compreensão e o raciocínio matemático necessários para esse trabalho.

Reiteramos que para a análise das respostas dos professores aos questionários, além de categorias de Conhecimento do Conteúdo Especializado e do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino de Ball et al. (2008), consideramos também a noção de imagem conceitual, definida por Tall e Vinner (1981). Esses autores consideram essa noção como a estrutura cognitiva que se

desenvolve na mente de uma pessoa, mediante experiências ricas e estudos sobre determinado conceito matemático. Essa imagem envolve impressões, representações visuais, exemplos, aplicações e descrições verbais relativas a propriedades e processos concernentes àquele conceito. Assim, possuir imagem conceitual a respeito de um tema não é apenas ter domínio das noções envolvidas: é preciso "vê-las de cima" para enxergar as conexões entre elas para promover estratégias de aprendizagem.

Nesse sentido, entendemos que uma imagem conceitual rica, relativa à probabilidade, resultante de experiências vivenciadas por um professor, seria condição necessária para proporcionar a oportunidade de construção de uma imagem conceitual igualmente rica em seus alunos sobre esse conteúdo.

Análise e Discussão dos Resultados

Aplicamos os questionários de entrada a um grupo de 23 professores que ensinam Matemática no 6º ano do Ensino Fundamental, sendo 15 mulheres e 8 homens. A média de idade desses professores era de 36,8 anos, variando de 25 a 58 anos.

A partir desses dados, pudemos identificar que o Conhecimento Especializado do Conteúdo desses professores – uma de nossas categorias de análise – não era suficiente para que eles pudessem desenvolver estratégias com a finalidade de promover aprendizagem de alunos a respeito de noções como aleatoriedade, espaço amostral e quantificação de probabilidades. Assim, o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino – outra categoria de análise – pôde ser considerado bastante frágil. Os extratos apresentados neste artigo podem atestar essa nossa posição.

Além disso, foi possível também identificar a imagem conceitual desses docentes relativa a esse tema. Interpretamos que a imagem conceitual construída pela maioria dos participantes de nosso estudo, relativa ao ensino de probabilidade no EF, era prevalentemente constituída por um campo de problemas para aplicação de razão como um dos significados da fração. Indícios sobre a predominância dessa imagem conceitual foi observada quando analisamos a questão "como você definiria probabilidade? (escreva com suas próprias palavras)", vinte professores escreveram uma definição que pode ser associada à clássica, conforme mostram os extratos a seguir:

> A probabilidade de dar um resultado de um jogo é uma fração: no numerador colocamos o número de casos que desejamos que saia e no denominador o total. Digo que a probabilidade de sair um número par quando jogo um dado é de três chances em seis e escrevo 3/6. (Prof. 21)

> A probabilidade é a chance que a gente tem de ganhar um jogo. Quando jogo uma moeda pode dar cara ou coroa, a probabilidade da cara é de 1 em 2 e a da coroa é também de 1 em 2. (Prof. 9)

> A probabilidade é escrita com dois números, o primeiro mostra o total de resultados possíveis e o segundo a quantidade dos resultados que a gente espera. (Prof.16)

> Probabilidade são as possibilidades de você ganhar e o resultado é uma fração. Lembro que podemos dar a probabilidade por porcentagem, por exemplo, se uma mulher está grávida a chance de ela ter menina é de 50%. (Prof. 11)

Convém ressaltar que muitos professores do grupo pareciam não compreender que a probabilidade de um evento é um número, mas, sim, apenas como um código composto por dois

algarismos: um que informa a quantidade de casos desejáveis e o outro a quantidade total de resultados possíveis. Essa posição traz à tona o não conhecimento específico dos docentes relativos não apenas à probabilidade, mas também às representações dos números racionais e significados da fração.

Além disso, observamos que também não faziam parte dos conhecimentos desse grupo de professores – do Especializado e do Ensino –, tampouco da imagem conceitual, outros pontos de vista sobre a probabilidade, decorrentes das definições geométrica e frequencista. O estudo da probabilidade não ofereceria para esses professores conexões com outros conteúdos matemáticos e seria um contexto pouco rico para desenvolver habilidades cognitivas importantes.

Outro resultado importante observado na análise do questionário foi relativo à noção de espaço amostral, conceito cuja discussão pode favorecer a compreensão do cálculo de probabilidades. Quando questionamos os professores sobre o que seria espaço amostral, identificamos que apenas oito professores associaram o espaço amostral ao conjunto de todos os resultados possíveis de um evento. Sete professores responderam que não sabiam definir ou que tinham se esquecido, pois nunca haviam ministrado aulas no Ensino Médio. Outros, embora não tivessem respondido corretamente, associaram esse conceito à probabilidade: "sei que espaço amostral a gente estuda quando estuda probabilidade" (Prof. 7). Nesse sentido, observamos que a noção de espaço amostral não constava do repertório de conhecimentos do conteúdo específico acumulado pelos professores, indicando lacunas também nos conhecimentos pedagógicos necessários à apresentação desse conteúdo aos alunos. Alguns dos docentes sequer tinham domínio do princípio multiplicativo.

Outro ponto que merece destaque foi a não utilização pela grande maioria dos professores de procedimentos sistematizados, como o diagrama de árvore, para a nomeação e contagem dos agrupamentos de um espaço amostral. Diversos pesquisadores, como Borba (2013), observaram que o uso de diagramas de árvore possibilita melhor compreensão de problemas combinatórios.

Processo Formativo

O desenho inicial de nossa formação baseou-se fundamentalmente na sequência de atividades concebidas por Nunes e Bryant (2012) – professores da Universidade de Oxford – e desenvolvidas no âmbito do projeto de pesquisa "Teaching primary school children about probability", sob os auspícios de Nuffield Foundation. Convém destacar que, depois de os professores terem vivenciado as atividades, houve discussões para a seleção, adaptação e organização destas para serem aplicadas aos seus alunos do 6º ano do EF.

Nesse processo formativo, discutimos, inicialmente, a noção de aleatoriedade por meio da vivência e análise das atividades de Nunes e Bryant (2012). Depois, foram propostas atividades sugeridas no Caderno do Professor referente ao Currículo de São Paulo (2010). Posteriormente a essa discussão, foram desenvolvidas as atividades referentes ao espaço amostral e propostas situações-problema envolvendo o cálculo de probabilidades.

Para ampliar a imagem conceitual do grupo a respeito da aleatoriedade e seu ensino, foram discutidas e vivenciadas diversas atividades elaboradas por Nunes e Bryant. Algumas delas são compostas por games jogados no computador. Em cada sequência de figuras ou palavras de um game, os docentes deveriam ordená-las segundo suas hipóteses e o computador indicava erro ou acerto. Essas conjecturas iam sendo confirmadas ou reformuladas pelos docentes à medida que outras sequências eram apresentadas.

Depois de analisadas todas as sequências de um dado game, os professores deveriam dizer se a ordenação indicada pelo computador para cada sequência era previsível ou não. Assim, os professores tiveram de decidir, para cada game, se havia uma "chave" para prever as respostas de modo a obter sucesso em todas as sequências ou se o game era semelhante a jogos de cassino.

É importante destacar que alguns professores utilizaram as expressões "mais ou menos previsível" ou "não é 100% aleatório" para situações nas quais encontraram um mesmo padrão para a maioria das sequências, mas não válido para todas. Essa posição dos docentes permitiu uma discussão sobre o significado de aleatoriedade e probabilidade. Convém ressaltar que 15 professores do grupo resolveram aplicar essas atividades em sala de aula, apresentando justificativas como "esse tipo de exercício de encontrar regularidade desenvolve o raciocínio" (Prof. 23). A respeito da aleatoriedade, dentre outras propostas, os professores analisaram um texto de Nunes e Bryant que discute a dificuldade que as crianças têm em reconhecer quando o arranjo de uma sequência é aleatório.

Além da aleatoriedade nos questionários que aplicamos aos professores, vimos que alguns não dominavam o princípio multiplicativo e poucos fizeram uso de representações, como o diagrama de árvore, para contar e/ou descrever os agrupamentos possíveis. Nesse sentido, foi retomado durante a formação um problema que havíamos proposto no instrumento diagnóstico: *"em uma caixa tem três bolas; duas azuis e uma vermelha. Se você tirar duas bolas ao acaso, qual será a probabilidade maior: de sair duas azuis, ou de sair uma azul e a outra vermelha?"* .

A discussão desse problema favoreceu a compreensão da importância da construção do diagrama de árvore para descrever os agrupamentos de problemas combinatórios por quase todos os professores do grupo. Inicialmente, 18 professores responderam que a probabilidade maior era de sair duas azuis, pois havia mais bolinhas azuis. Três docentes afirmaram que as probabilidades eram iguais, mas não justificaram e dois responderam que a probabilidade de sair uma azul e uma vermelha era maior. Na construção do diagrama puderam compreender que a probabilidade de tirar uma bolinha de cada cor era o dobro de tirar duas azuis. Pudemos verificar, no entanto, que nem todos os docentes utilizaram esse diagrama quando propusemos outra nova situação.

Considerando esse fato, propusemos a discussão de outros tipos de problemas sobre o espaço amostral de eventos. Nesse sentido, compartilhamos a ideia de Borba (2013) sobre a necessidade de o professor trabalhar diferentes situações, representações simbólicas que favoreçam "o adequado levantamento de possibilidades" a fim dar "significado à combinatória" (Borba, 2013, p.2)

Depois dessa discussão, os professores analisaram as atividades sobre espaço amostral elaboradas por Nunes e Bryant (2012) para ao final retomarmos os problemas sobre cálculos de probabilidades propostos no instrumento diagnóstico. Essa discussão, acrescida às anteriores sobre aleatoriedade e espaço amostral, possibilitou um grande avanço dos sujeitos de nossa pesquisa em relação a esses cálculos. Além disso, foram discutidas diferentes definições de probabilidade e suas limitações: clássica, geométrica, frequencista.

Depois desse trabalho, passou-se à análise de atividades de Nunes e Bryant, concebidas de modo que os alunos utilizem correspondências de "um-para-muitos" e diferentes representações para comparar as probabilidades proporcionalmente. Uma das ênfases nessas atividades está no fato de uma probabilidade ser a mesma em amostras de diferentes tamanhos, pois as probabilidades baseiam-se em razões: é tão provável a retirada de uma bola preta de uma caixa

com 6 bolas vermelhas e 2 pretas como em uma caixa com 9 bolas vermelhas e 3 pretas. Muitos dos erros graves que as crianças cometem nas tarefas de probabilidade estão no cálculo ou na comparação de razões.

Considerações Finais

Em relação aos resultados do processo formativo, convém destacar que, embora o grupo tenha avaliado como importantes as atividades e discussões desenvolvidas, percebe-se ao mesmo tempo, em comentários formulados por alguns professores, certo ceticismo quanto à possibilidade de incluir uma proposta de trabalho que tenha em vista o desenvolvimento da probabilidade em suas aulas. Considerações como estas certamente revelam a presença de uma "tensão" entre a dúvida – quase uma descrença – quanto à viabilidade de aplicação de determinados tópicos discutidos na sequência e, ao mesmo tempo, a incumbência de colocar em prática as inovações propostas no currículo, inclusive a probabilidade: "nosso trabalho é tão grande para ensinar as operações e frações no 6º ano, pois devemos prepará-los para a álgebra no 7º ano, sem falar da geometria, como vamos agora incluir mais esse assunto?" Assim, essa tensão se deve ao fato de ainda considerarem a probabilidade como tema menor, mediante da tarefa que têm de ensinar os demais temas. Ainda assim, alguns se mostraram mais propositivos em relação a esse tema e o desenvolveram em suas aulas.

É importante destacar que as discussões no interior de cada grupo e em conjunto foram substanciais para o avanço dos Conhecimentos e da imagem conceitual dos docentes em relação à probabilidade e seu ensino. Ampliaram, sobretudo, sua base de conhecimentos para o ensino, segundo os domínios estabelecidos por Ball et al. (2008). Procurou-se, ao longo da intervenção, "provocar" os professores por meio de questionamentos que permitissem ao grupo considerar possíveis encaminhamentos para ajudar seus alunos a construir noções relativas à probabilidade. O caminho proposto para ampliar a base de conhecimentos do professor para ensinar probabilidade pôde incentivar uma reflexão não apenas individual – cada professor considerando seus conhecimentos e sua própria prática –, mas se estendeu e envolveu o grupo inteiro, pois foi partilhada e ponderada coletivamente. Essa prática de reflexão coletiva foi se estabelecendo de modo natural, possivelmente por perceberem os próprios questionamentos nas palavras dos outros.

Referências

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.

Borba, R. E. S. (2013). Vamos combinar, arranjar e permutar: aprendendo combinatória desde os anos iniciais de escolarização. Palestra do XI Encontro Nacional de Educação Matemática ENEM. Anais do congresso. Curitiba.

Bryant, P. Nunes, T. Children's Understanding of Probability: a literature review. Acessado em 10 de julho de 2013. Disponível em www.nuffieldfoundation.org.

Batanero, C. (2013). La comprensión de laprobabilidadenlosniños. ¿Qué podemos aprender de lainvestigación?En J. A. Fernandes, P. F. Correia, M. H. Martinho, & F. Viseu, (Eds.) *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola*. *Braga*: Centro de Investigação em Educação. Universidade do Minho.

Batanero, C; Diaz, C. (2007) Probabilidad, Grado de Creencia y Proceso de Aprendizaje. XIII Jornadas Nacionales de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. Granada.

Brasil. Ministério da Educação (2012). Secretaria de Educação Básica. Guia de livros didáticos: PNLD 2013: Matemática e Alfabetização Matemática/Brasília.

____ Secretaria de Educação Fundamental (1998). Parâmetros Curriculares Nacionais Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF.

Cobb, P., Confrey, J., Lehrer, R., Schauble, L. et al. (2003). *Design experiments in education research*. Educational Researcher, Washington, v.32, n.1, p. 9-13.

Gal, I. (2005). *"Probability Literacy" for all citizens: Building Blocks and Instructional Dilemmas*. In Jones, G. A. (Ed), Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning. p. 39-63.

Kataoka, V. Y. (2008). Probability Teaching in Brazilian Basic Education: Evaluation and Intervention. ICME 11, TSG 13, Monterrey, Mexico.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação (2010). Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática/Coord. Maria Inês Fini. – São Paulo: SEE.

Tall, D. & Vinner, S. (1981). *Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity*. Educational Studies in Mathematics, 12, 151-169.

Contribuições do PIBID para a formação de docentes

Débora **Sernajotto**
Universidade de Passo Fundo
Brasil
114339@upf.br
Gustavo de **Oliveira** Rosa
Universidade de Passo Fundo
Brasil
89616@upf.br

Resumo

No presente artigo será feito o relato do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) como uma contribuição para o desenvolvimento de atividades diferenciadas para tentar sanar dificuldades na educação brasileira e qualificar futuros docentes. Ele se desenvolve por várias áreas do conhecimento, sendo que aqui trataremos sobre o PIBID – Matemática. Oferecido por um órgão de fomento do governo federal brasileiro, CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). Em que é realizado em Instituições de Ensino Superior sendo públicas ou particulares com atividades em escolas de educação básica. Esse programa tem por finalidade proporcionar aos acadêmicos a qualificação durante sua licenciatura, possibilitando o contato direto com o ambiente escolar e o uso de metodologias utilizadas nas escolas da educação básica, na intenção da identificação com a docência.

Palavras chave: matemática, educação, formação, docente, PIBID.

O que é o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID?

A educação caracteriza-se de extrema influência para a humanidade. Onde se utiliza os processos de ensinar e aprender, ensino-aprendizagem. Pelas dificuldades apresentadas na educação, principalmente no ensino da matemática por ser dita como abstrata e complexa. Devido a essas dificuldades, não apenas na área da matemática, entretanto em outras licenciaturas, universidades e o governo federal optaram por programas para incentivar os acadêmicos e docentes que já atuam. E um desses projetos é o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID).

Oriundo de uma parceria da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), a qual é uma agência de fomento à pesquisa brasileira, com IES (Instituições de Ensino Superior) públicas e privadas, o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) define-se como um incentivo aos programas de formação de docentes no Brasil. O projeto é uma iniciativa que visa, entre outros objetivos, proporcionar a inserção dos acadêmicos no cotidiano das escolas públicas.

Muitas escolas possuem um único modus operandi para suas problemáticas, sem observar as especificidades de cada contexto. Desse modo, busca-se a qualificação da formação pelo uso de metodologias inovadoras para a solução de dificuldades no processo de ensino-aprendizagem.

Assim, o PIBID é caracterizado por ações diferenciadas, com muitas leituras para fundamentar a intervenção, estudo sobre as situações presenciadas e planejamento da prática.

As escolas nas quais ocorre o programa são selecionadas de acordo com o Ideb (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica), que é um parâmetro para medir o rendimento escolar da rede pública de ensino brasileira. São selecionadas escolas com o Ideb mais baixo (para sanar suas dificuldades) ou mais alto (para potencializar seu ensino). O programa funciona de modo que são formados grupos de acadêmicos e um professor supervisor da escola selecionada.

Os grupos de todas as escolas reúnem-se semanalmente para discussões que sejam pertinentes às intervenções e para os planejamentos das práticas. Também semanalmente, cada grupo se reúne na escola na qual está seu foco de trabalho, para desenvolver os objetivos do programa.

Na Universidade de Passo Fundo (UPF), ele é caracterizado por se estruturar em quatro eixos, que orientam a intervenção nas escolas. Eles devem ocorrer de maneira sequencial, pois cada um influencia no desenvolvimento do outro. São eles:

1.1 Primeiro eixo: Contextualização do ambiente escolar e da educação básica;
1.2 Segundo eixo: Investigação das práticas de ensino-aprendizagem;
1.3 Terceiro eixo: Ações/inovações pedagógicas;
1.4 Quarto eixo: Integração, sistematização, avaliação e difusão do conhecimento gerado.

Primeiro Eixo: Contextualização do ambiente escolar e da educação básica

Nesse primeiro eixo, na iniciação da trajetória de conhecimento do ambiente escolar, são feitos estudos e ações de aproximação com o ambiente escolar e a comunidade envolvente de forma exploratória, reconhecendo potencialidades e demandas que configuram as dinâmicas cotidianas.

A partir de documentos escolares, como Projeto Político-Pedagógico e Regimento Escolar, pode-se fazer uma análise inicial da funcionalidade da escola. O Projeto Político-Pedagógico contém a identidade da escola em seu papel social, trazendo elementos como a filosofia da escola, os objetivos a serem alcançados pela educação, história da escola, contextualização da comunidade na qual ela está inserida, a metodologia a ser seguida e o método de avaliação. Já o Regimento Escolar normatiza o cotidiano nesse ambiente de maneira mais administrativa e disciplinar, pois contém princípios constitucionais, legislação educacional e normas específicas da escola.

Também precisamos conhecer o PPP (Projeto Político Pedagógico) para termos conhecimento sobre o perfil dos alunos que trabalhamos. De acordo com suas configurações familiares e sociais, modelamos a abordagem. Por exemplo, se o comércio for uma atividade comum a esse ambiente, as atividades seguirão um caminho que dê sentido ao conteúdo segundo essas vivências. Se a escola estiver em um meio rural, as atividades serão realizadas com os mesmos objetivos, mas seguindo trajetórias muito diferentes.

O estudo do Regimento Escolar se faz necessário para que saibamos quais são nossas possiblidades de atuação. Esse documento está de acordo com parâmetros estabelecidos nacionalmente, pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional e com a Constituição Federal. Ele regula as relações dentro da escola (entre professores, alunos e funcionários) e entre família e escola.

A contextualização do ambiente escolar e da educação básica é importante para desenvolver a capacidade de ser um educador proativo na construção de um clima acolhedor. Com isso, possibilita que se aproveite a diversidade como recurso de enriquecimento das situações de aprendizagem de seus alunos. Assim, concordamos com Lima (apud Miranda e Gomes, 2002, p. 64):

> Para qualquer ser vivo, o espaço é vital, não apenas para a sobrevivência, mas sobretudo para o seu desenvolvimento. Para o ser humano, o espaço, além de ser um elemento potencialmente mensurável, é o lugar de reconhecimento de si e dos outros, porque é no espaço que ele se movimenta, realiza atividades, estabelece relações sociais.

Sendo assim, essa etapa é fundamental para o desenvolvimento das ações do PIBID, pois é nela que vamos nos orientar para o planejamento das atividades. Via de regra, o PIBID atua em escolas com índices de ensino deficitários. Portanto, precisamos conhecer os métodos de trabalho que são vigentes, para optar por outros, que possam surtir efeitos positivos. Exploramos possibilidades.

Segundo Eixo: Investigação das práticas de ensino-aprendizagem

Essa etapa sucede à primeira. Se o começo do trabalho se dá pela tentativa de imersão no contexto escolar, e de compreendê-lo de maneira mais eficaz e complexa, a continuidade desse processo é buscar conhecer as características da turma que será o alvo de nossas ações. Desvendando, assim, dinâmicas de ensinar e aprender matemática.

Nesse eixo nos concentramos em focar os estudos exploratórios no ambiente da sala de aula. Através de observações de aulas da turma na qual o trabalho será realizado, buscando identificar como as relações de poder se estabelecem durante a aula, quais metodologias podem ser efetivadas e que práticas aparentemente não surtirão resultados positivos.

Nessa parte do trabalho caracteriza-se mais em estudos voltados ao processo de ensino, principalmente da matemática, e para conceder uma experiência em compreender o aluno, como um ser carregando uma bagagem. Os estudos ocorrem desde leituras de fundamentação teórica até discussões na formação dos integrantes do programa.

Essas leituras são de grande auxílio para a o aperfeiçoamento do pensamento crítico dos acadêmicos em relação às metodologias praticadas dentro da sala de aula. Com isso, nas observações de aulas poderão discernir o as práticas efetivas para o processo de ensino-aprendizagem e as ações que devem ser melhoradas. Logo, já estarão internalizados conceitos que poderão facilitar o planejamento de aula. Pois, o planejamento desenvolvido com mais fundamentação e tempo possibilita melhor compreensão das ações que serão praticadas.

Terceiro Eixo: Ações/inovações pedagógicas: propostas de intervenção em sala de aula e em espaços alternativos

O PIBID é organizado em quatro eixos, mas não se deve criar a impressão de que cada um tem seu funcionamento independente, que eles funcionam de maneira isolada uns dos outros. Cada eixo implica no outro, os resultados e as observações de uma etapa são fatores determinantes para o desenvolvimento da próxima. Assim, o primeiro e o segundo eixos culminam pela intervenção. Nessa etapa são elaboradas atividades voltadas às deficiências de aprendizagens observadas de maneira que seja coerente com o ambiente no qual trabalhamos, para assim aplicá-las.

O planejamento ocorre levando em consideração tudo que foi observado nos dois primeiros eixos. As características peculiares à escola e as demandas específicas da turma serão os parâmetros para a organização da prática. Todas as atividades desenvolvidas são precedidas de muito estudo a respeito, pois nessa etapa a fundamentação teórica é ainda mais importante que nas outras. Em vista disso, concorda-se com Libâneo (1994, p. 178) que,

> A realização de uma aula ou conjunto de aulas requer uma estruturação didática, isto é, etapas ou passos mais ou menos constantes que estabelecem a sequência do ensino de acordo com a matéria ensinada, características do grupo de alunos e de cada aluno e situações didáticas específicas.

Nesse caso, o planejamento tem grande importância para a formação do docente, pois é nele que vamos organizar ações pedagógicas, sendo como um norteador das aulas. É nesse documento que o docente deve se esforçar para que haja uma boa elaboração de práticas de ensino, para que tenha um objetivo claro do que se quer alcançar em sua ação, sem perder o rumo da finalidade em si do ensino. De acordo com Menegolla e Sant'Anna (2001, p. 40), o planejamento

> É um instrumento direcional de todo o processo educacional, pois estabelece e determina as grandes urgências, indica as prioridades básicas, ordena e determina todos os recursos e meios necessários para a consecução de grandes finalidades, metas e objetivos da educação.

Para os acadêmicos, esse talvez seja o momento de maior enriquecimento, pela troca de ideias, exploração e potencialização de possibilidades e pela construção conjunta de elementos didático-pedagógicos.

É importante ressaltar que durante o planejamento os acadêmicos dedicam-se a criar atividades dinâmicas, que tenham para o educando uma atratividade maior que as atividades escolares corriqueiras. Logo, existe a tentativa de unir as teorias estudadas no curso com a prática em sala de aula, o que torna sua formação mais consistente. É comum que sejam utilizados jogos de tabuleiro, jogos que exijam a movimentação corporal dos alunos e o uso de tecnologias. No entanto, esses recursos devem apresentar sempre como fins didáticos, para que não prejudique a formação de aprendizagem do educando.

O professor deve estar ciente que para uma aula adequada define-se como aquela em que possibilite aos alunos se expressarem, tirem suas próprias conclusões, não apenas aceitar tudo o que vê. Portanto, o papel do educador é orientar futuros cidadãos ao pensamento crítico, duvidar e se perguntar o porquê. Assim, segundo Marasini (apud Rays, 2000, p.127), "desenvolver uma matemática que seja capaz de levar o aluno a pensar, a analisar, estabelecer relações, justificar e produzir seu próprio significado, isto, é criar".

Desse modo, com o planejamento das atividades a serem realizadas, presencia-se a vivência como professor diante a uma turma. Nesse momento é que ocorre a ação das práticas, em que acadêmicos vão poder presenciar dificuldades e contentamentos da carreira docente. Com isso, efetuam apreciações das intervenções realizadas, para ter o registro das atividades, se ocorreram dificuldades ou não.

O projeto favorece aos acadêmicos essa oportunidade de estar diante de uma turma, não apenas por parte individual, porém em grupos. Com isso, não corre o risco de ter apenas um acadêmico e acabar por um sentimento de frustração em um ambiente escolar, sendo prejudicial. Por isso essa proposta de realizar atividades em grupos, é eficaz para que os integrantes dos grupos se ajudem, possibilitando a confiança e estimulação para a prática docente. Sendo assim,

os futuros educadores já possuirão um conhecimento prévio da profissão e então haver um domínio para lidar com situações inóspitas.

Desse modo, concorda-se com Piaget, que faz jus ao programa:

> A principal meta da educação é criar homens que sejam capazes de fazer coisas novas, não simplesmente repetir o que outras gerações já fizeram. Homens que sejam criadores, inventores, descobridores. A segunda meta da educação é formar mentes que estejam em condições de criticar, verificar e não aceitar tudo que a elas se propõe. (1982, p.246).

Nessa perspectiva, podemos ver a validade de um bom planejamento para a ação da prática seja de qualidade. O preparo de aulas se dá como uma consideração aos alunos, vemos que um bom planejamento de um professor é aquele que se preocupa com o processo de cognição de seu educando. Dessa forma, toda prática será eficaz, e o professor com mais autonomia, domínio e confiança em si para a efetivação de seu planejamento terá um resultado além do esperado.

Quarto Eixo: Integração, sistematização, avaliação e difusão do conhecimento gerado

Os três primeiros eixos sintetizam-se no quarto. Na fase final do projeto, os esforços voltam-se para a reflexão sobre as práticas, as situações presenciadas, as metodologias alternativas encontradas e soluções para as dificuldades. É quando ocorre a síntese e a sistematização do conhecimento gerado. Os textos e os relatórios escritos desde o início baseiam a escrita de um relatório final, mais amplo, sobre a prática naquela escola.

Nessa etapa é que vamos perceber se a atividade foi realmente válida, aos acadêmicos, aos professores e aos alunos, perante relatórios e avaliações. Essas análises feitas são oportunas para a realização de outras atividades, fazendo breves reflexões do que poderá ser modificado para o melhoramento das atividades, ou como portar-se adequadamente em uma sala de aula.

Desde a inicialização do programa, com os estudos de documentos escolares, após a fundamentação teórica e o planejamento e prática, e avaliação, todos esses recursos de formação docente, foram debatidos, apreciados, analisados e relatados. Assim, após o desenvolvimento das ações, das metodologias e práticas, é feito um relatório geral, contando cada vivência em sala de aula. Esse relatório ajudará após para os processos de avaliação coletiva e individual.

Devido a isso, a avaliação é feita através da elaboração de um relatório geral das atividades realizadas, desde o início do desenrolar dos eixos, sendo um recurso necessário para obter o conhecimento, do grupo e do individual, se realmente conseguiu atingir seu objetivo inicial. Desse modo, Libâneo (1994, p.190) complementa:

> A avaliação do ensino e da aprendizagem deve ser vista como um processo sistemático e contínuo, no decurso do qual vão sendo obtidas informações e manifestações acerca do desenvolvimento das atividades docentes e discentes, atribuindo-lhes juízos de valor. Os resultados relativos que decorrem desse processo dizem respeito ao grau em que se atingem os objetivos e em que se cumprem exigências do domínio dos conteúdos, a partir de parâmetros avaliativos.

A partir de toda a reflexão desenvolvida desde o primeiro eixo até o quarto, é que também os integrantes poderão divulgar resultados das práticas realizadas no âmbito escolar em eventos da área e em eventos internos do programa PIBID. Isso nos revela outro aspecto positivo do PIBID: a produção de conhecimento acadêmico aplicado ao meio social no qual a sociedade está inserida. A Universidade como agente transformadora do meio, não somente como uma fonte de conhecimento. Nas das leituras produzidas, professores titulares locais encontram possibilidades metodológicas, explicações alternativas e propostas de atividades diferenciadas.

Conclusão

O PIBID certamente leva muitos benefícios às escolas, tanto pelo trabalho realizado no âmbito das disciplinas quanto pela motivação aos professores que acompanham o projeto. Ainda assim, os autores do presente trabalho acreditam que os maiores beneficiados são os acadêmicos.

Inicialmente, por terem a experiência docente antes dos estágios, terão mais desenvoltura perante uma turma, mais tranquilidade para se expressar e mais embasamento metodológico para o planejamento de aulas atrativas e interativas. Com isso, os professores devem considerar as experiências dos alunos, a comunicação com a aula e a diferenciação das estratégias de aprendizagem utilizadas pelos alunos. Segundo Libâneo (1994), a principal característica da prática docente para a aprendizagem é a descrença no ensino por transmissão repetitivo, criar um vínculo entre professor e aluno de modo onde ambos transformem-se e transformam o conhecimento em aprendizado, tornando a sala de aula em um ecossistema de aprendizagem.

O PIBID possibilita que o desenvolvimento da personalidade de professor inicie durante a formação acadêmica, e não apenas no final, durante os estágios. Essa personalidade de professor acaba por se desenvolver a partir da interação com professores mais experientes e com espaços de discussão e trocas de ideias, possibilitando a qualificação da formação.

Além disso, os acadêmicos também têm a oportunidade de vivenciar a realidade da educação, podendo ser ruim ou boa. Através das ações presenciam-se algumas dificuldades comuns na carreira docente, como turmas hiperativas, falta de cooperação e de interesse pelas atividades. Por outro lado, também se presenciam ambientes favoráveis ao trabalho, com turmas participativas, que se engajam nas atividades. Por isso, o educador desenvolve, ainda no início de sua preparação, a própria visão sobre a educação, vendo-a como um processo complexo, que se modifica de acordo com o ambiente e com os sujeitos envolvidos.

Assim, segundo Lubek e Souza, a qualidade da educação não é simples, entretanto "devemos estar cientes de que somente um trabalho coeso e comprometido formará um bom profissional, um bom educador, engajado com os problemas sociais e inerentes à sua profissão". E ainda para um desenvolvimento acadêmico favorável "compreende a evolução e a construção de ideias contribui para uma educação eficaz". (Lubeck; Souza, 2012, p.22-23)

Referências e bibliografia

Castro, P. A. P. P.; Tucunduva, C. C.; Arns, E. M. (2008). A importância do planejamento das aulas para a organização do trabalho do professor em sua prática docente. Athena Revista Científica de Educação. Curitiba: Editora Gráfica Expoente, v. 10, n. 10, p. 49-62. Disponível em: <http://www.faculdadeexpoente.edu.br/upload/noticiasarquivos/1243985734.PDF>. Acesso em: 15/09/2014.

Libâneo, J. C. (1994). A aula como Forma de Organização do Ensino. In: _____. Didática. São Paulo: Cortez, 1994. p. 177-193.

Lima, M. W. S. (2002). Arquitetura e educação. In: Miranda, Elaine Cristina de Freitas; Gomes, Leda. Ambiente escolar e aprendizagem na visão de pais e alunos do ensino fundamental. Boletim de Iniciação Científica em Psicologia. São Paulo: Editora Mackenzie, v. 3, n. 1, p. 53-73.

Lubek, K. R. M.; Souza, J. R. (2012). Pesquisa em Matemática e Educação Matemática: desafios para uma "nova" educação a partir de diferentes pontos de vista. Educação Matemática em Revista. Porto Alegre, a. 13, n. 11, p.17 – 23.

Marasini, S. M. (2000). Contribuições da didática da matemática para a educação matemática. IN: Rays,

Oswaldo Alonso. Educação e ensino: constatações, inquietações e proposições. Santa Maria: Pallotti, p. 126-130.

Menegolla, M. (2001). Sant'Anna, Ilza Martins. Por que planejar? Como planejar? 10. ed. Petrópolis, RJ: Vozes.

Piaget, J.(1982). O Nascimento da Inteligência da Criança. Rio de Janeiro: Zahar. Disponível em: <http://files.historiadaeducacaoinfantil.webnode.com.br/200000008-22629235c3/O%20Nascimento%20da%20Intelig%C3%AAncia%20na%20Crian%C3%A7a%20-%20Piaget.pdf>. Acessado em: 12 de jun. 2013Álvarez Manilla, J. M., Valdés Krieg, E. & Curiel de Valdés, A. B. (2006). Inteligencia emocional y desempeño escolar. *Revista Panamericana de Pedagogía*, 9, 9-33.

American Psychological Association. (2009). *Publication manual of the American Psychological Association*. (6th ed.) Washington, DC: American Psychological Association. Viadero, D. (2007, 19 de diciembre).

Murzynski, J., & Degelman, D. (1996). Body language of women and judgments of vulnerability to sexual assault. *Journal of Applied Social Psychology, 26,* 1617-1626. doi:10.1111/j.1559-1816.1996.tb00088.x

Desarrollo profesional y currículo: una relación necesaria para mejorar la Educación Matemática

Yolanda **Serrer** Voisin
Universidad Central de Venezuela
Venezuela
yolanda.serres.voisin@gmail.com

Resumen

El objetivo de esta comunicación es analizar la relación entre desarrollo profesional y currículo, entendiéndose como desarrollo profesional aquellos estudios que realiza un profesional luego que obtiene un título de pregrado, y que para el caso de los docentes suele llamarse actualización docente; particularmente se consideran los estudios no conducentes a título y que están bajo la responsabilidad tanto de entes gubernamentales responsables de la educación como de asociaciones profesionales comprometidas con la educación matemática. Se compara los informes de formación inicial y continua producidos en el CANP 2012, específicamente lo referente a la formación continua, y se toma la reforma educativa en Costa Rica, la reforma curricular colombiana y el programa nacional de formación docente de Venezuela para establecer relaciones entre desarrollo profesional y construcción del currículo, concluyendo que es necesaria una estrecha vinculación entre estos componentes para aspirar a una mejora del desempeño estudiantil y docente.

Palabras clave: desarrollo profesional, currículo, desempeño estudiantil, desempeño docente.

Justificación

Los estudios que realiza un profesional luego que obtiene un título de pregrado son considerados parte de su desarrollo profesional; estos generalmente son clasificados en los estudios conducentes a título (postgrados: especializaciones, maestrías, doctorados) y los no conducentes a título; para el caso de los docentes el desarrollo profesional no conducente a título también es denominado actualización docente. La actualización docente sirve para obtener nuevas visiones y transformar las prácticas, a través de procesos de reflexión y discusión (Serres, 2007; Mota, 2012).

La reflexión y la discusión son dos características fundamentales en un programa de desarrollo profesional, como lo han señalado Parada y Pluvinage (2014) el proceso de reflexión permite a los docentes valorar su planificación a través de la organización de las secuencias didácticas que conduzcan al logro de los objetivos de aprendizaje. Por otra parte, en su estudio comparativo (reflexión para la acción versus reflexión sobre la acción) estos autores encontraron que los docentes lograron valorar el nivel de matematización alcanzado por los estudiantes, comparado con la actividad matemática propuesta.

Por otra parte, como lo plantean Saénz y Lebrija (2014) es importante que los cursos de formación partan de las necesidades de los docentes y no solo en las opiniones de expertos en cursos de formación, a veces ajenos a la problemática concreta del aula. También señalan estos

autores, la importancia de que un curso de formación continua se dicte a largo plazo, pues los adultos no cambian sus esquemas de conocimientos ni sus creencias con unas cuantas horas de experiencias de aprendizaje entre pares, ni pueden comprender los aprendizajes de sus estudiantes con información analizada brevemente ni modificarán sus prácticas con una serie de recomendaciones, hace falta un trabajo sostenido de reflexión y discusión de los resultados de aprendizaje, de ensayo de nuevas prácticas, y de análisis de estas en comunidades de aprendizaje.

De manera que si lo que se quiere es que el desarrollo profesional logre mayores y mejores aprendizajes en los estudiantes, es importante también que este se base en la realidad de las aulas y las escuelas, es decir, que el desarrollo profesional esté contextualizado. En el contexto escolar, estudiantes y docentes construyen conocimientos, particularmente los docentes utilizan estos conocimientos para transformar sus prácticas, para modificar la planificación de sus clases, para utilizar nuevos materiales instruccionales, diseñar actividades de aprendizaje y de evaluación, construyendo de esta forma el currículo (Grundy, 1997; Gimeno Sacristán, 1998).

En los estudios conducentes a título, los postgrados oficiales, no suele considerarse el contexto de trabajo de los participantes, los cursos se dictan basándose en un perfil que poco o nada tiene que ver con la realidad de las aulas y las escuelas, y aunque en los postgrados indudablemente los docentes desarrollan nuevas visiones educativas, no necesariamente esto se convierte en nuevas prácticas docentes; de manera similar es muy probable que el paso por un postgrado conlleve a un proceso de reflexión, pero no necesariamente haya discusión y puesta en común de las reflexiones entre los docentes.

En un programa de desarrollo profesional donde la contextualización, la reflexión y la discusión son principios de trabajo, hay más probabilidad que el docente logre producir conocimientos, transformar sus prácticas y mejorar los aprendizajes de sus estudiantes, construyendo al mismo tiempo el currículo de su escuela.

Marco teórico de referencia

Actualización docente en Latinoamérica

Dentro de las actividades de actualización docente están los cursos, talleres, seminarios y diplomados, organizados por distintas asociaciones profesionales y por universidades como parte de sus actividades de extensión. Como parte de los eventos académicos (reuniones, conferencias, jornadas, congresos) suelen dictarse algunas de estas actividades, en el caso de Latinoamérica existen las Reuniones Latinoamericanas de Matemática Educativa (RELME) organizadas anualmente por el Comité Latinoamericano de Matemática Educativa (CLAME), la Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM) organizada cada cuatro años por el Comité Interamericano de Educación Matemática y el Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM) organizado cada tres años por la Federación Iberoamericana de Educación Matemática (FISEM). También la Comisión Internacional de Instrucción Matemática (ICMI) por sus siglas en inglés, promovió en el año 2012, la Escuela Seminario Internacional de *Construcción de capacidades en las ciencias matemáticas*, para la cual se redactaron unos informes de formación inicial y continua de los docentes de matemática, de los países participantes. En estos informes está reflejado parte de las actividades de actualización docente realizadas en cada país, como se muestra a continuación.

En el caso particular de Venezuela, la Asociación Venezolana de Educación Matemática (AsoVEMat) celebra cada tres años un congreso nacional, desde 1992, así como cada uno de sus

capítulos celebra jornadas regionales en distintas ciudades del país, siendo estos espacios, foros de reflexión y discusión que han permitido la actualización de los docentes del país. También algunas universidades venezolanas han ofrecido en distintos momentos y con distintos objetivos cursos de actualización docente a través de las llamadas actividades de extensión de las universidades, específicamente la Universidad Central de Venezuela (UCV) contó con el programa Samuel Robinson va al Liceo (SRL), la Universidad de los Andes (ULA) celebra anualmente la Escuela Venezolana para la Enseñanza de la Matemática (EVEM) y la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL) dicta diplomados en Matemática en la Escuela Primaria y en Enseñanza de la Matemática en Secundaria, (León et al., 2013).

En el caso de Colombia, la actualización docente como se concibe en este trabajo, es promovida en gran parte por la Asociación Colombiana de Matemática Educativa (ASOCOLME), la cual organiza un encuentro anual desde 1999, cuyos espacios generan reflexión y discusión en el ámbito de la Educación Matemática; edita los *Cuadernos de Matemática Educativa*, seis por ahora; y coordina encuentros de grupos de trabajo, entre ellos el que hizo un análisis crítico de la propuesta de estándares curriculares de matemáticas presentada por el Ministerio de Educación Nacional en 2002, y que fueron publicados en el libro 5 de los Cuadernos de Matemática Educativa en el mismo año (ASOCOLME, 2014) y que está a la disposición de la comunidad de educadores matemáticos en la página web de ASOCOLME.

En República Dominicana, la formación continua de los docentes de matemáticas es responsabilidad de los ministerios de Educación, y de Educación Superior, Ciencia y Tecnología, y su implementación está a cargo del Instituto Nacional de Formación y Capacitación del Magisterio, el cual dicta cursos cortos, talleres y diplomados dependiendo de las necesidades de cada zona del país. Las propuestas de formación continua las hacen las instituciones de educación superior según los criterios de ambos ministerios. Las instituciones que han colaborado con los ministerios en estos programas de formación son la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra (PUCMM), el Centro Cultural Poveda y la Organización de Estados Iberoamericanos (González et al., 2013). También la Universidad de Acción Pro Educación y Cultura (UNAPEC), ha organizado Congresos Internacionales para la Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas, en colaboración con la Universidad de Camaguey, Cuba; siendo su última edición (CIMEM-3) en 2010, el cual es un espacio para la reflexión, discusión, análisis y producción de ideas sobre la enseñanza de las matemáticas en ese país (UNAPEC, 2014).

En Costa Rica, la formación continua depende del Ministerio de Educación Pública, el cual a través del Instituto de Desarrollo Profesional Uladislao Gámez Solano (IDP_UGS) contrata servicios profesionales de las universidades para capacitar a los docentes. Algunos de los cursos que se han dictado son: estrategias de mediación, empleo de recursos didácticos, inteligencias múltiples, elaboración de mapas conceptuales, Didáctica de la Probabilidad y la Estadística, Pensamiento Matemático, Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático, Resolución de problemas aritméticos. También existen espacios de reflexión y discusión en eventos académicos organizados por las universidades, como los de la Universidad Estatal a Distancia (UNED), la Universidad Nacional (UNA), la Universidad de Costa Rica (UCR) y el Tecnológico de Costa Rica (TEC) y las distintas asociaciones profesionales (como la Asociación de Matemática Educativa –ASOMED-), pero a pesar de que se han hecho esfuerzos por mejorar la enseñanza de las matemáticas, no existe un plan estratégico y no ha habido seguimiento ni evaluación de las mismas (Alfaro et al., 2013).

En conclusión, en distintos países de Latinoamérica ha habido esfuerzos para lograr un desarrollo profesional de los docentes de matemáticas en servicio, sin embargo parece que este no es suficiente. Las características deseadas de un programa de desarrollo profesional, según el análisis hecho, son: vinculación entre las instituciones de educación superior y los ministerios de educación y sus entes responsables de la formación continua; presencia de las asociaciones profesionales y elaboración de materiales propios ajustados a las necesidades de cada región, en fin, trabajo en equipo entre el gobierno y las organizaciones sociales comprometidas con la educación matemática, para lograr apoyo mutuo que permita lograr mejores aprendizajes de las matemáticas en todos los niños, niñas y jóvenes latinoamericanos, a través de políticas educativas cónsonas con la investigación educativa producida por especialistas.

En la Tabla 1, se muestra las instituciones gubernamentales (ministerios) universidades y asociaciones profesionales que apoyan el desarrollo profesional de los docentes de matemáticas en Colombia, República Dominicana, Venezuela y Costa Rica.

Tabla 1
Instituciones gubernamentales y asociaciones profesionales que apoyan el desarrollo profesional de los docentes de matemáticas en algunos países latinoamericanos.

PAÍS	**Universidades apoyan**	**Instituciones gubernamentales Apoyan**	**Asociaciones profesionales apoyan**
Colombia		MEN	ASOCOLME
Dominicana	PUCMM. UNAPEC	MINERD. MESCYT (INFOCAM)	
Venezuela	UPEL. UCV ULA	MPPE	AsoVEMat
Costa Rica	UNED. UNA. UCR. TEC.	MEP (IDP_UGS)	ASOMED

Fuente: elaboración propia.

Currículo y desarrollo profesional

Actualmente en Venezuela se está llevando a cabo el Programa Nacional de Formación de Profesores de Educación Media en las áreas de Matemática, Física, Química y Biología, a cargo del Ministerio del Poder Popular para la Educación Universitaria (MPPEU), específicamente del viceministerio de Planificación y Desarrollo Académico. Este programa consta de 150 unidades crédito y de 4400 horas de trabajo entre estudio con profesores, estudio individual o en grupo, prácticas (entre lo que se incluye diseño y ejecución de actividades de aprendizaje), desarrollo de proyectos y elaboración de informes. Las unidades curriculares del programa son las prácticas de los participantes, seminarios de formación crítica, cursos y talleres (Ministerio del Poder Popular para la Educación Universitaria, 2014).

Este Programa es un esfuerzo interinstitucional donde participan tanto el ministerio de Educación Universitaria como el ministerio de Educación, instituciones universitarias y expertos en el área. Lo cual es un avance a la situación reflejada en el informe sobre formación inicial y continua del docente de Matemática, publicado en el 2013, sobre que no existía, para el momento, una política de formación continua de los docentes venezolanos. El programa está basado en el currículo bolivariano y en los principios pedagógicos de la Colección Bicentenario, serie de textos escolares para estudiantes, desarrollados por docentes investigadores venezolanos con una visión integral de la realidad, bajo la dirección del Ministerio del Poder Popular para la

Educación, en el año 2012 (FUNDABIT, 2014). Los principios son: : a) consideración del estudiante como sujeto activo de su propio aprendizaje, b) vinculación del aprendizaje con la vida, c) la comunidad y el desarrollo de las capacidades para la transformación social, d) la necesidad de contextualizar el aprendizaje y valorar lo local, regional, nacional y nuestro americano como objeto de estudio, e) la comprensión de las áreas de conocimiento como productos históricos y sociales, en permanente cambio, f) la valoración de la indagación, del diálogo de saberes, de la confrontación de puntos de vista como fuente de aprendizaje, y g) de la interconexión entre distintos campos del saber humano. En el caso particular del área de matemática la finalidad fundamental es la formación de la ciudadanía consciente, a través de la comprensión y transformación de diversas situaciones científicas, naturales y sociales, con una herramienta poderosa como lo es la matemática. Para estudiar las matemáticas se utilizan los organizadores: forma y dimensión, cambio, cantidad e incertidumbre.

Desde el año escolar 2012-2013 en Venezuela se han entregado de manera gratuita a todos los estudiantes de las escuelas públicas los textos de la Colección Bicentenario, recién en el 2014 se ha comenzado a trabajar con los docentes usando estos textos como base, reflexionando y discutiendo los principios pedagógicos con los cuales fueron escritos los libros, y analizando las dificultades que puede conllevar la contextualización de los aprendizajes, específicamente a lo que a la realidad se refiere y el riesgo que implica redactar unos libros de uso nacional asumiendo que la realidad es la misma en todo el territorio del país.

En el análisis hecho por ASOCOLME acerca de los estándares curriculares se plantea que estos deben apuntar a los objetivos sociales y escolares del proceso educativo y orientan los cambios en las prácticas docentes, de manera que se hace explícita la relación entre currículo y desarrollo profesional; así como también se plantea que una propuesta de estándares curriculares puede constituirse en un apoyo para construir currículos de calidad o restringir la autonomía escolar y la creatividad curricular inhibiendo la experimentación y la innovación, es decir, nuevas prácticas docentes. Se hace una crítica a los estándares propuestos por el Ministerio de Educación Nacional, por considerarlo estándares de contenido, lo cual desconoce los avances en desarrollo curricular alcanzados por la comunidad educativa, plasmados en los Lineamientos Curriculares de ese país, esperando más bien la construcción de estándares curriculares orientados por los lineamientos, que relacionen objetivos sociales y escolares y redefinan los fines educativos, que para la educación matemática exigiría reflexionar sobre las funciones sociales, culturales y políticas de las matemáticas en la sociedad colombiana; las exigencias para el desempeño con racionalidad y conocimientos matemáticos en la vida social, cultural y laboral; además de las exigencias que impone el uso de la tecnología (Rojas et al., 2002).

Desde el año 2012, Costa Rica comenzó una reforma de su Educación Matemática, la cual consta de los componentes de capacitación docente, materiales de apoyo (programas oficiales, de apoyo curricular, para el planeamiento y para los cursos de capacitación) implementación (planes piloto y de transición) y comunicación. La reforma tiene como objetivo desarrollar un currículo y unos documentos de apoyo curricular para implementar programas con base en la resolución de problemas asociados a entornos reales, físicos, culturales y sociales. En los materiales de apoyo para los cursos de capacitación se dan ejemplos para que el docente de manera autónoma amplíe su dominio del enfoque curricular, de los contenidos programáticos y de la forma de trabajarlos en el aula (Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica, 2011). Los materiales de apoyo curricular ofrecen una serie de problemas que sirven de apoyo al docente en el aula, los problemas están organizados por áreas de las matemáticas

(números, geometría, relaciones y álgebra, estadística y probabilidad) y hay dos tipos de problemas, denominados principales y secundarios, según el nivel de análisis que muestran. Se pretende que estos materiales sean solo un respaldo al docente pues siempre es necesaria la mediación pedagógica del mismo (Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica, 2013a).

En el informe general del plan piloto de esta reforma, llevado a cabo en el último trimestre del año 2012, se plantea la necesidad de un mayor conocimiento por parte de los docentes del programa oficial, por lo cual se recomienda que en las capacitaciones docentes se haga un análisis de la fundamentación teórica de los mismos dada su relación con la malla curricular. También este informe revela las dificultades de los docentes en cuanto al planeamiento y a la evaluación, sugiriendo mayor asesoramiento al respecto. Como recomendaciones finales el informe expresa la necesidad de que las capacitaciones se hagan con un menor número de instituciones y docentes, y que la dirección de las instituciones esté informada de la implementación del plan, así como la importancia del seguimiento del plan, de las visitas periódicas a las instituciones y de la sensibilización de los padres de familia (Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica, 2013b).

Conclusiones

En conclusión, el desarrollo profesional o actualización docente, es un componente fundamental en cualquier reforma educativa que se lleve a cabo en un país, sea planteada como reforma educativa general, como programa de formación docente o como reforma curricular; más aún la relación entre desarrollo profesional y desarrollo curricular es vital para lograr un mejor desempeño tanto estudiantil como docente.

En el caso de Costa Rica y su reforma actual de la Educación Matemática se contempla más claramente estos componentes aunque no se hace explícito en los documentos consultados cómo los docentes pueden participar en la construcción del currículo, sí se manifiesta la importancia del necesario buen manejo de los programas y del seguimiento constante a los docentes para lograr el éxito de la reforma. En tal sentido un seguimiento de la reforma debe promover la reflexión sobre la mediación pedagógica que muestre las habilidades desarrolladas por el docente para favorecer el aprendizaje, las actividades de evaluación que diseñó y un análisis de los resultados de las mismas; ejemplos sobre dónde y cómo reforzar el proceso de solución de los problemas y cómo potenciar los ejes disciplinares (.- la resolución de problemas como estrategia metodológica principal, .- la contextualización activa como un componente pedagógico, .- el uso de tecnologías digitales, .- la potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las matemáticas, .- el uso de la historia de las matemáticas); así como la discusión de problemas resueltos por los estudiantes, tanto las distintas estrategias utilizadas para resolver un mismo problema (evitando la creencia de que hay una sola forma de resolver los problemas matemáticos), como el uso de una estrategia particular para resolver un tipo determinado de problema.

En el caso de Colombia y su reforma curricular se hace evidente la necesidad de considerar la producción de la comunidad de matemáticos educativos de ese país en el diseño de los estándares curriculares, con las particularidades y necesidades de cada región.

En el caso de Venezuela y su programa nacional de formación de docentes, el cual apenas está en su fase inicial, se espera que los aportes de los docentes sirvan para construir un currículo basado en las necesidades de todo el país, y no solo en la visión de la realidad de los

investigadores que escriben los libros y de los diseñadores curriculares de los ministerios responsables de la educación. Todo esto a través de la formación permanente del docente y del mejoramiento de sus prácticas pedagógicas, respetando su experiencia e incorporando la misma al currículo en forma de secuencia didácticas, con actividades de aprendizaje y de evaluación que vinculen la matemática con situaciones sociales y naturales, con el contexto local y regional, que la interconecten con otras ciencias naturales y sociales y que sirvan como herramienta de diálogo entre saberes; saberes de los estudiantes, de los docentes y de la comunidad educativa en general, así como de la comunidad en donde se encuentra ubicada la escuela.

Bibliografía

Alfaro, A., Alpízar, M., Morales, Y., Ramírez, M. y Salas O. (2013). La formación inicial y continua de docentes de Matemáticas en Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Año 8. Número especial. Noviembre 2013. Recuperado el 2 de febrero de 2014 de http:// revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/issue/view/1281.

ASOCOLME (2014). Asociación Colombiana de Matemática Educativa. Recuperado el 1 de septiembre de 2014 de http://www.asocolme.org/

FUNDABIT (2014). La Colección Bicentenario es sinónimo de una educación liberadora. *Fundación Bolivariana de Informática y Telemática*. Recuperado el 21 de septiembre de 2014 de http://fundabit.gob.ve/noticias-del-ano-2013/noviembre/589-la-coleccion-bicentenario-es-sinonimo-de-educacion-liberadora

González, S., Cruz, I., Caraballo, J., Blanco, J., Matías, E. y Ramírez L. (2013). Informe de formación inicial y continua de profesores de matemática: República Dominicana. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Año 8. Número especial. Noviembre 2013. Recuperado el 2 de febrero de 2014 de http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/issue/view/1281.

Guacaneme, E., Obando, G., Garzón, D. y Villa-Ochoa, J. (2013). Informe sobre la Formación inicial y continua de Profesores de matemáticas: El caso de Colombia. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Año 8. Número especial. Noviembre 2013. Recuperado el 2 de febrero de 2014 de http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/issue/view/1281.

Gimeno Sacristán, J. (1998). *El curriculum: una reflexión sobre la práctica*. Madrid: Morata. Grundy, S. (1998). *Producto o praxis del curriculum*. Madrid: Morata.

León, N., Beyer, W., Serres, Y. e Iglesias, M. (2013). Informe sobre la formación inicial y continua del docente de Matemática: Venezuela. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Año 8. Número especial. Noviembre 2013. Recuperado el 2 de febrero de 2014 de http:// revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/issue/view/1281.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares*. Recuperado el 23 de septiembre de 2014 de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-339975_recurso_6.pdf

Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2011). *Curso bimodal para el Primer Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas. Unidad didáctica Relaciones y Álgebra*. San José, Costa Rica: autor.

Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013a). *Apoyo curricular en Matemáticas. Tercer Ciclo de la Educación General Básica*. San José, Costa Rica: autor.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013b). *Planes piloto para desarrollar programas de matemáticas con base en la resolución de problemas*. San José, Costa Rica: autor.

Ministerio del Poder Popular para la Educación Universitaria. (2014). Resolución mediante la cual se crea el Programa Nacional de Formación de Profesores de Educación Media en las áreas que en ella se señalan, como un programa especial, dirigido a profesores universitarios. *Gaceta Oficial de la República Bolivariana de Venezuela*. N° 40.468. Recuperado el 10 de septiembre de 2014 de http:// www.tsj.gov.ve/gaceta/gacetaoficial.asp.

Parada, S., Pluvinage, F. (2014). Reflexiones de profesores de matemática sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(1). 83-113.

Rico, L. (1997). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en Educación Secundaria*. Madrid: Síntesis. Rojas, P. García, G. Acevedo, M., Camargo, L. (2002). Reflexiones sobre los estándares curriculares para el área de matemáticas. *Cuadernos de Matemática Educativa*. N° 5. Bogotá: ASOCOLME.

Saénz, C., Lebrija, A. (2014). La formación continua del profesorado de matemáticas: una práctica reflexiva para una enseñanza centrada en el aprendiz. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(2), 219-244.

Serres, Y. (2007). *El rol de las prácticas en la formación de docentes de matemática* (Tesis doctoral no publicada. CICATA-IPN. México. Recuperado el 24 de julio de 2014 de: http://saber.ucv.ve/jspui/handle/123456789/4384.

UNAPEC. Congreso Internacional para la Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas (CIMEM-3). Recuperado el 1 de septiembre de 2014 de http://sites.unapec.edu.do/pmm/congr-int-mat/web_congr/index.html.

Desarrollo profesional y la reproducibilidad de situaciones de aprendizajes

Ma. Soledad **Montoya** González
Universidad Alberto Hurtado
Chile
mmontoya@uahurtado.cl
Javier **Lezama** A.
CICATA, Instituto Politécnico Nacional
México
jlezamaipnm@gmail.com

Resumen

Esta ponencia corresponde a una investigación realizada en una tesis doctoral. Considera dos aspectos - formación continua de profesores de enseñanza básica que hacen clases de matemáticas y un elemento teórico de la didáctica de la matemática llamado reproducibilidad-. El propósito fue identificar elementos del quehacer docente cuando los profesores en ejercicio reflexionan sobre la reproducibilidad de situaciones de aprendizajes que ellos diseñaban y aplicaban en distintos escenarios. La metodología fue cualitativa, es un estudio de caso, donde se realiza un seguimiento a cuatro docentes que diseñan situaciones de aprendizajes en el marco de un curso para su desarrollo profesional. La reflexión se realizó en el marco del Estudio de Clases. Los hallazgos muestran, elementos de articulación teoría-práctica y cómo esto lleva a la mejora de producción de las situaciones de aprendizajes y su gestión. También devela dificultades en el planeamiento y ejecución de clases basada en resolución de problemas.

Palabras clave: reproducibilidad, matemática, didáctica, pedagogía, formación, desarrollo profesional.

Problemática y antecedentes

Problemática

Consideramos por una parte los datos que arrojan las pruebas internacionales como PISA (2009), en donde se devela que Chile está bajo del promedio en la prueba de matemática. Esta información se toma en cuenta puesto que a partir de dichos resultados se cuestiona desde el exterior la eficiencia de los sistemas educativos y hacen visible tanto los éxitos como las limitaciones y fracasos. Además que lidera la investigación educativa para informar y orientar las decisiones curriculares y políticas (Artigue, 2008). Por otra parte, considera los cambios que ha sufrido la enseñanza-aprendizaje de la matemática en los últimos años, cambios que obedecen a los procesos que se han producido en la educación a nivel mundial como aquellos relacionados con los ámbitos tecnológicos y sociales. Dichos cambios conllevan plantear reformas educacionales, pues de un modelo tradicional de enseñanza se propone un nuevo enfoque que está orientado al desarrollo del pensamiento matemático del estudiante y no sólo a la transmisión pasiva de información.

En este proceso de adaptación y aceptación de los modelos que surgen en las reformas educacionales, se proponen diversos cursos de actualización para los profesores que están en servicio y que consideran por igual los saberes matemáticos, didácticos y pedagógicos. La idea fundamental de la reactualización es el desarrollo profesional, sin embargo cada profesor que tiene la necesidad de cambiar el enfoque en la enseñanza de la matemática tiene una historia propia; la cual está constituida –también- por creencias que se han instalado en su quehacer profesional y que se han validado por su propia práctica. Las observaciones empíricas en el trabajo con docentes permiten exponer que hay profesores que en el proceso de actualización de saberes logran con dificultad poner en acción dichos saberes al servicio de su profesión y diseñar sesiones de clases con un nuevo enfoque.

De este modo, surge la inquietud de vincular el fenómeno de reproducibilidad con el quehacer docente en un programa de reactualización de saberes (Postítulo de Mención en matemáticas). En estos cursos los docentes tienen posibilidad de apropiarse, o al menos de conocer, elementos de la didáctica de la matemática. Estos elementos pueden convertirse en herramientas para el diseño y ejecución de propuestas de enseñanza y aprendizaje fundamentada en marcos teóricos como la teoría de situaciones didácticas.

La reproducibilidad como fenómeno es establecida precisamente en la teoría de situaciones didácticas, específicamente en los fenómenos ligados a la transposición didáctica y en particular al envejecimiento de situaciones de enseñanza (Brousseau, 1984). El constructo emerge en las puestas en escena de las ingenierías didácticas en distintos escenarios. Investigaciones de Artigue (1986), Arsac (1989), Arsac, Balachef y Mante (1992), Perrin–Glorian (1993), Lezama (2005), exponen que el profesor es un factor fundamental en la reproducibilidad de diseños didácticos. Esto lleva a cuestionar sobre lo que ocurre en la trayectoria del profesor que está haciendo intentos por articular teoría y práctica. Así nuestra pregunta de investigación fue: ¿La reflexión sobre reproducibilidad en el proceso de formación continua, qué elementos agrega al quehacer docente para que los diseños didácticos sean aplicados en distintos escenarios?

Antecedentes

Los antecedentes, que a continuación se exponen, son la síntesis de la revisión en la literatura sobre dos focos del estudio. Uno centrado en antecedentes relacionados con estudios vinculados a la investigación en el ámbito de la formación de profesores en servicio y el otro pertenece al campo de análisis de los estudios que permiten plantear la problemática a partir del fenómeno de reproducibilidad.

Antecedentes sobre formación de profesores

Al revisar la literatura en relación a los estudios que se han realizado sobre la formación de profesores en servicio se detecta que la bibliografía es numerosa y que hay una variedad de tópicos al respecto. Esto nos permite reconocer que existe un cuestionamiento profundo sobre diversos aspectos en relación a la labor del profesor y su formación.

Ponte y Champan (2006) mencionan que el estudio de los profesores y la enseñanza ha sido un campo activo por un largo tiempo en particular en la comunidad del PME[1]. Señalan que en la década de los ochenta toman gran impulso los estudios focalizados en el profesor, los representantes de esas investigaciones son: Elbaz (1983), Shulman (1986) y Schön (1983). Estos

[1] PME Psychology of Mathematics Education

estudios se refieren a la práctica reflexiva y al conocimiento pedagógico del contenido. Cardeñoso, Flores y Azcárate (2001) plantean dos grandes bloques en la línea del desarrollo profesional; por una parte, problemáticas sobre el conocimiento profesional del profesor, sus dimensiones, sus relaciones, su estructura; y por otra problemáticas sobre elaboración del conocimiento profesional. Azcárate (2004) se refiere al desarrollo profesional y lo vincula a la evolución por parte del docente en la capacidad de reflexión en y sobre la práctica diagnosticando, comprendiendo para descubrir, criticar y modificar los referentes, esquemas y creencias que subyacen a la misma. Agrega que los profesores son capaces de diseñar, gestionar la puesta en práctica y evaluar propuestas curriculares sin olvidar la complejidad del contexto educativo. También menciona que el conocimiento docente es un conocimiento práctico; es complejo e integrador; es crítico y es profesionalizado sobre la enseñanza de los contenidos. Señala la necesidad de las acciones de formación inicial y continua y la investigación acerca del fuerte vínculo que deben tener con la práctica docente actual o futura; centrándose preferentemente en procesos de investigación relacionados con algunos de los aspectos específicos implicados con la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Con respecto al cómo y qué aprende el profesor en procesos de formación continua, Llinares (2007) señala que el aprendizaje del profesor de matemáticas (tanto en su contexto de formación inicial como en el de formación continua) pasa por llegar a comprender la enseñanza de las matemáticas de una determinada manera y aprender a realizar las tareas y usar y justificar los instrumentos que la articulan en un contexto institucional. Perrin-Glorian, Deblois y Robert (2008) remarcan la complejidad de poner en práctica los conocimientos matemáticos que reciben los profesores. Las autoras revisan la literatura en relación a un estudio que realizan en el contexto del desarrollo profesional docente e indican lo difícil que es organizar la variedad de conceptos. Identifican tres cuestiones principales. La primera tiene relación con los cambios de paradigmas propuestos en la formación de profesorado en ejercicio que plantea nuevos problemas en la enseñanza. La segunda tiene relación con los cambios que tienen que hacer los profesores por las reformas o nuevos programas de estudio. Indican que es difícil para los docentes hacer esos cambios y que algunos estudios muestran que cambios aislados no son suficientes para garantizar una mejora real en la práctica. Las dificultades vienen dadas por las imbricaciones entre las creencias y conocimientos de los profesores. La tercera, tiene relación con la importancia de la construcción de conceptos o sistemas capaces de tomar en consideración la variedad de trabajo de los profesores (planificación, análisis, interacciones en el aula, incluyendo las relaciones con los padres, etc.)

Por otra parte, se revisaron algunos antecedentes que muestran ciertos modelos que determinan los conocimientos didácticos del profesor y, en consecuencia, nos permiten interpretar la práctica del profesor. Así Godino (2009) muestra un modelo del conocimiento del profesor que propone categorías de análisis más finas sobre los conocimientos didácticos-matemáticos del profesor basado en el enfoque ontosemiótico. Y define el conocimiento matemático-didáctico del profesor como el conjunto de conocimientos y competencias profesionales. Agrega que se incluye en el contenido didáctico, el conocimiento del contenido matemático, en cuanto éste es contemplado desde la perspectiva de su enseñanza. También, Godino (2009) menciona tres modelos: el primero de ellos es el "conocimiento del contenido para la enseñanza" planteado por Shulman (1986); el segundo "conocimiento matemático para la enseñanza"conocido por sus siglas MKT formulado por (Hill, Ball y Shilling, 2008) y el tercero es "Proficiencia en la enseñanza de las matemáticas"propuesto por Schoenfeld y Kilpatrick (2008).Estos tres modelos se centran en el conocimiento del profesor y sus competencias. Lo anterior enfatiza que el conocimiento del profesor de matemática se focaliza en dos áreas: en la

matemática y su didáctica, y el ámbito pedagógico. Esto nos permite conjeturar que dichos modelos son más amplios o, mejor dicho, ven la generalidad del quehacer del profesor.

Margolinas, Coulange y Bessot (2005) investigan el conocimiento del profesor centrándose en sus procesos de aprendizaje a partir de la observación y la interacción con los estudiantes. Señalan la importancia de distinguir un tipo de conocimiento específico del profesor: el conocimiento didáctico del profesor. Este conocimiento didáctico del profesor se inserta en el campo de investigación de la Didáctica de la Matemática (francesa) y se refiere al conocimiento matemático y a su enseñanza. Desarrollan un modelo para la actividad del profesor y lo diseñan para comprender mejor la complejidad de la actividad del mismo. En resumen, el modelo presentado por Margolinas et al. (2005) difiere de los otros que se presentaron -por ejemplo en Godino (2009)- en cuanto no menciona las competencias generales y su centro es lo especifico de la matemática.

Bosch y Gascón (2009) expone la relación de la teoría antropológica de lo didáctico (en adelante TAD) con la formación inicial y continua de profesores. Los autores mencionan que la TAD fue uno de los primeros enfoques en considerar como objeto de estudio de investigación no sólo las actividades de enseñanza y aprendizaje en el aula, sino todo el proceso que va desde la creación y utilización del saber matemático hasta su incorporación en la escuela como saber enseñado. Dicho objeto de estudio incluye todas las instituciones que participan en este proceso, entre las que se cuentan al profesorado como institución y también aquellas que intervienen en su formación inicial y continua.

La revisión de antecedentes nos permitió situar nuestra investigación en el conocimiento didáctico del profesor, siguiendo la idea de Margolinas et al. (2005).

Antecedentes relacionados con la reproducibilidad

A continuación, se presentan algunos antecedentes que permiten conceptualizar la reproducibilidad de situaciones de aprendizaje el cual se relaciona con el contexto en que surge el problema de nuestra investigación. Artigue (1986), presenta una investigación sobre la reproducibilidad de situaciones didácticas en la que expone el estudio de la dinámica de clase de una situación didáctica particular con el objetivo de determinar características que las hacen reproducibles. Lo relevante de este artículo es que el modelo que plantea de reproducibilidad que elabora la investigadora lo declara ingenuo, pues no le permite evidenciar la reproducibilidad como tal y en sus conclusiones plantea interrogantes que orientan la reflexión en la dirección a dos subsistemas del sistema didáctico: los constituidos por el profesor y el alumno. Artigue (1995), señala que Brousseau fue el primero en enfrentarse al problema de la reproducibilidad de su ingeniería didáctica sobre la enseñanza de los decimales. A partir de esto, Brousseau (1986) escribe sobre los fenómenos de obsolescencia y relaciona el hecho de que un profesor de un año a otro reproduce condiciones para que sus alumnos tengan los mismos resultados en la comprensión de un concepto; sin embargo, en lugar de reproducir las condiciones, deja libre las trayectorias y reproducen una “historia” similar a la de años anteriores pero que desnaturaliza las condiciones didácticas que garantizan una significación correcta de los estudiantes. También define el envejecimiento de situaciones de enseñanza, este fenómeno lo relaciona con las dificultades que tiene un profesor para reproducir una misma lección, plantea que la reproducción exacta de lo que ha dicho o hecho anteriormente no tiene el mismo efecto y tiene la necesidad de cambiar la formulación de la exposición o las instrucciones o los ejemplos o los ejercicios; incluso la estructura misma de la clase. Arsac (1989), realiza un estudio de reproducibilidad en el

marco de un problema abierto; sus hallazgos le permitieron poner en evidencia la desproporción entre el carácter aparentemente anodino de algunas intervenciones del profesor y sus efectos reales. Lezama (2005) expone que la reproducibilidad de una situación didáctica o situación de aprendizaje necesariamente establece los factores que posibilitan el logro de los propósitos didácticos de una misma clase al repetirse en escenario distintos. Sin embargo, da a conocer otros estudios en los que se señala que la reproducibilidad en estricto rigor no se puede asegurar en didáctica. Artigue (2008) analiza el origen, desarrollo y estado actual del constructo reproducibilidad. Señala que las dificultades encontradas en la transmisión de las realizaciones de ingenierías didácticas han demostrado la necesidad de considerar al profesor como un actor global de la situación didáctica, de conocer mejor su contribución a la dinámica del aula y sus efectos así como los fundamentos de las decisiones que toma. Una mejor comprensión de las prácticas docentes y de los factores determinantes de estos se convierte así en una prioridad en la agenda de investigación.

Marco Teórico, Método y Análisis de los resultados

Marco Teórico

EL marco teórico consideró la teoría de situaciones didácticas (TSD) de Brousseau, la teoría antropológica de lo didáctico de Chevallard (TAD), la conceptualización de: reproducibilidad, reflexión y desarrollo profesional.

A partir del diseño y aplicación de ingenierías didácticas (ID) en la década de los ochenta surge el constructo reproducibilidad, sin embargo la transmisión de los diseños didácticos resultantes de la investigación ID es rápidamente percibida como algo problemático. Realizaciones ID se difunden a través de diferentes canales: publicaciones de los IREM[2], de pregrado y la formación de profesores en servicio, libros de texto; pero los resultados son bastante engañosos. Los libros de texto sólo proponen transposiciones parciales y superficiales de las construcciones originales. Realizaciones observadas en las aulas muestran distorsiones importantes, reproducciones desnaturalizadas (Artigue, 2008).En consecuencia se habla del fenómeno reproducibilidad ligado a los fenómenos didácticos de transposición didáctica.

La reproducibilidad en esta investigación se comprenderá por la forma en que una situación de aprendizaje puede ser instalada en distintos escenarios para extrapolar los elementos que permiten que la situación en sí misma no pierda su esencia relacionado con el logro del objetivo didáctico.

La TAD, concibe que la construcción del conocimiento matemático es posible modelarlo a través de una praxeología matemática u organización matemática. Una praxeología matemática tipifica la actividad matemática en dos niveles. El primero lo relaciona con la praxis, es decir, con la práctica y se vincula con los tipos de tareas y las técnicas que permiten hacer ese tipo de tarea. Por lo cual, se puede relacionar con el *saber hacer*. El segundo nivel tiene como centro el *saber* pues se vincula con la justificación de las técnicas que permiten hacer un tipo de tareas, además describe y explica la elaboración de las técnicas a lo que llaman "*discurso tecnológico*" y la teoría que da un fundamento a las producciones tecnológicas. De esta forma, la noción de praxeología resulta de la unión de los dos términos *praxis* y *logos*. En una praxeología matemática se distinguen cuatro componentes que dan origen a las siguientes categorías: tareas, técnicas, tecnología y teoría.

[2] IREM: Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques.

Las praxeologías Didácticas u organizaciones didácticas responden al cómo una praxeología matemática se hace enseñable en el contexto de la escuela. Más preciso lo definen como el conjunto de los tipos de tareas, de técnicas, de tecnologías movilizadas para el estudio concreto de un contenido matemático en una institución concreta (Chevallard, 1999). Dada una praxeología didáctica, fruto de un proceso de estudio que se sitúa en un espacio determinado, se producen tipos de situaciones; pues sus actores -profesor y alumno- ocupan roles diferente pero que a la vez son cooperativos. A esos tipos de situaciones se les denomina *momentos didácticos*. Seis son los momentos didácticos: el momento del primer encuentro, el momento exploratorio, el momento del trabajo de la técnica, el momento tecnológico teórico, el momento de la institucionalización y el momento de la evaluación (Bosch et al, 2003).

La institución, en el marco de la TAD, adquiere un rol relevante en el proceso enseñanza aprendizaje de la matemática. Las instituciones involucradas en este estudio son escuelas en donde ejercen los profesores investigados y el Ministerio de Educación a nivel macro quién da las orientaciones y los programas de estudios de los diferentes niveles del sistema escolar. En nuestra investigación se utilizó la TAD para describir las organizaciones matemáticas y didácticas que los docentes generaron cuando diseñaron y aplicaron diseños didácticos para una clase basada en resolución de problemas sobre la comprensión del teorema de Pitágoras.

Consideramos la definición de reflexión que señala Sánchez (2010) definiéndola como una actividad de tipo cognitiva y la considera un proceso mental por el cual las acciones, creencias, conocimientos o sentimientos son conscientemente considerados y examinados. Así, una reflexión matemática es aquella que relaciona la matemática misma con lo que se examina conscientemente en la interpretación de conceptos matemáticos. La *reflexión didáctica* es el proceso en el cual el profesor conscientemente considera su propia práctica, sus valores y acciones asociadas con la misma (Sánchez, 2010).La reflexión pedagógica es transversal en los procesos educativos y tienen relación con las metodologías, planificación y paradigmas de enseñanza.

La formación continua de profesores es el desarrollo profesional y se puede comprender como la evolución por parte del profesor en la capacidad de reflexión en y sobre la práctica: diagnosticando, comprendiendo para descubrir, criticando y modificando los referentes esquemas y creencias que subyacen en la misma (Azcárate, 2004). La necesidad de la formación continua de profesores surge por el ejercicio mismo de la profesión, pues un profesor en su trayectoria como docente tendrá que adaptarse a los cambios propios de la sociedad en función de la situación histórica. En este ejercicio profesional, el profesor tendrá que hacer "tareas profesionales" las que Llinares (2005) define como: diseñar, modificar o elegir tareas, actividades, problemas; organizar y secuenciar el contenido matemático durante las interacciones; analizar y dotar de sentido a las producciones matemáticas de sus alumnos. Agrega, que el desarrollo profesional del profesor puede ser entendido como cambios en cómo participar en las prácticas matemáticas que se generan en el aula y cómo es comprendida por el profesor.

Método

El tipo de metodología utilizado fue cualitativa y consideró un grupo de trabajo de 3 profesores que ejercían en el segundo ciclo básico y realizaban clases de matemáticas a estudiantes entre 10 y 14 años, además participaban de un perfeccionamiento docente de especialización en matemáticas (programa de postítulo) en una universidad.

Para el diseño y aplicación de las situaciones de aprendizaje que plantearon los profesores, se utilizaron dos constructos prácticos: Ingeniería Didáctica y Estudio de Clases japonés (Lesson Study). Estos constructos eran parte del programa de estudio del perfeccionamiento docente y lo desarrollaron en los módulos de didáctica de la matemática.

El Estudio de Clases (EC) es una estrategia de formación continua que se realiza en la escuela para el desarrollo profesional de los profesores. Isoda, Arcaví y Mena (2008) señalan que este programa incluye a todos sus profesores de escuelas y colegios; a quienes permite no sólo compartir sus conocimientos y aprender unos de otros –y, según se suele reiterar, de los alumnos-, sino también aportar como investigadores al desarrollo de su país. Su fundamento es que si los profesores mejoran sus clases en pos de los logros didácticos entonces mejoran los aprendizajes de sus alumnos. Las características esenciales del EC son el trabajo colaborativo y la reflexión de tipo matemática, didáctica y pedagógica. Se distinguen tres fases: preparación de la clase, aplicación y discusión de la clase. Es un proceso cíclico. Finalizada la sesión se ajusta el plan de clases de acuerdo a las reflexiones realizadas y se vuelve aplicar la clase en la misma escuela por otro profesor o en otra escuela con otro docente.

El estudio de realizó en cinco etapas, las cuales contemplaron: un estudio de tipo epistemológico, didáctico y cognitivo del teorema de Pitágoras, las ideas intuitivas de los docentes sobre reproducibilidad, enseguida se realizaron seis talleres de reflexión sobre el diseño de las situaciones de aprendizaje. Cada de uno de estos talleres constituyó parte del EC. Se analizaron cuatro videos de clases que corresponden a cada uno de los docentes del grupo de trabajo y a una profesora que se invitó a participar sólo en los talleres de reflexión después de aplicar cada clase. También se le solicitó a la docente que aplicara en su grupo curso la misma clase.

Análisis de los resultados

Se realizaron tres focos de análisis uno relacionado con ideas intuitivas sobre reproducibilidad, el otro fue el análisis de los talleres de discusión y el último es el análisis de los diseños didácticos.

Ideas intuitivas sobre reproducibilidad

Entre los principales resultados, se devela que los profesores manifiestan que la repetición de clase no es posible en forma exacta, es decir, repetir tal cual de un curso a otro o de un año a otro. Siempre va a tener variaciones la clase que se repite. Estas variaciones están focalizadas en elementos externos de la reproducibilidad como: planificación de la unidad de aprendizaje, planes de clases, actividades de aprendizaje, recursos didácticos. Realizan modificaciones a las clases que repiten y estas se fundamentan en los elementos internos de la reproducibilidad como: logro de aprendizaje de los contenidos matemáticos y el contexto de la enseñanza. Es decir, de la diversidad de aprendizajes que pueden detectarse en el curso que están realizando clases. El contenido matemático no influye en la repetición de la clase, pues para ellos éste no varía, siempre es el mismo.

Talleres de Reflexión

En el análisis de la discusión sobre el diseño y la aplicación de la clase, los resultados principales fueron: los docentes reconocen el teorema de Pitágoras como una técnica para resolver un tipo de tarea que consiste en calcular la medida de la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo o calcular la medida de cualquiera de sus catetos. Siendo el teorema de

Pitágoras una tecnología, los profesores no lo reconocen como tal; pues se detecta que no tienen el conocimiento acerca de lo que es un teorema en matemáticas ni tampoco que todo teorema es demostrable. Por tanto hay ausencia de teoría en este caso. Frente al tipo de tarea que consiste en comprobar la relación entre áreas de los cuadrados trazados sobre los catetos del triángulo rectángulo y el cuadrado trazado sobre la hipotenusa, se identifican 5 técnicas. Ellos sólo justifican una técnica; sin embargo, para cada técnica identificada se asocia una tecnología. Esto permite señalar que los contenidos matemáticos que justifican las técnicas son conocimientos que el profesor tiene. En el desarrollo de una tarea en uno de los talleres se evidencia la epistemología del teorema de Pitágoras en la demostración que realiza Euclides. Pues en ésta, Euclides explicita la relación establecida en el teorema de Pitágoras, realizando construcciones geométricas auxiliares y justificando a través de la congruencia de triángulos. El análisis de estos talleres permitió concluir que frente al tipo de tarea "aplicar diseños didácticos en diferentes escenarios", se identifica una praxeología constituida por tipos de tareas, técnicas y tecnologías. El componente tecnológico es justificado en los dos primeros talleres por la práctica del profesor. En el siguiente taller se incorpora un elemento teórico al quehacer del profesor que permita determinar los conocimientos didácticos que tienen los docentes. En esta se completa la praxeología identificada con sus cuatro componentes. Puesto que se ha introducido un componente teórico a través del constructo reproducibilidad de situaciones de aprendizajes. También se concluye que los docentes realizan una organización matemática de la clase, constituida por cuatro *tipos de tareas* y mencionan algunas *técnicas* asociadas al tipo de ellas; en especial el *tipo de tarea* "verificar el teorema de Pitágoras". En relación a la reproducibilidad de las situaciones de aprendizaje, los docentes plantean ciertos elementos que deben dejar inamovibles para que las mismas situaciones sean aplicadas en distintos escenarios.

Diseños didácticos

En relación a la organización matemática es posible detectar que los docentes han propuesto una praxeología relacionada con medidas de dimensión 1 y dimensión 2. Es decir, vincularon el contenido matemático, teorema de Pitágoras, con la medición. Esto permite percibir que han usado un componente epistemológico del teorema de Pitágoras, pues este objeto matemático emerge a partir de la práctica de medir terrenos y trazar segmentos perpendiculares. Dado que las organizaciones matemáticas son las mismas, se perciben algunos cambios en ciertas gestiones de las situaciones de aprendizaje. Dichos cambios se realizan en las actividades previas a la situación clave para la comprensión del teorema de Pitágoras. Se detecta que en la gestión de la situación clave (tipo de tarea$_3$), los docentes realizan los mismos momentos didácticos, es decir, la organización didáctica no varía. En términos de reproducibilidad, los docentes en la reflexión de este constructo teórico establecieron ciertos elementos que debiesen quedar inamovibles para que el diseño didáctico constituido por cuatros situaciones de aprendizajes sea reproducible. Uno de esos elementos involucró no cambiar la situación clave para la comprensión del teorema de Pitágoras. Pues bien, efectivamente se detecta que esa situación no fue cambiada en su esencia ni tampoco varió la gestión de la situación. El análisis de las reflexiones que realizan los docentes sobre sus clases, permiten concluir que: la metodología de Estudio de Clases entrega un método para crear ambientes de discusión y reflexión sobre la práctica de los profesores. Analizan sus clases en los diferentes ámbitos; matemático, didáctico y pedagógico. El foco en las primeras discusiones fueron reflexiones de tipo pedagógico y se devela en función de estudiar la reproducibilidad de las situaciones de aprendizaje~~s~~ que constituye el diseño, por lo que las discusiones de tipo didáctica y matemática aumentan. Por tanto, el Estudio de Clases se constituye como un ambiente de aprendizaje para los docentes, en el que se articula teoría y

práctica. La metodología de Ingeniería Didáctica permite que los docentes puedan discutir en el ámbito didáctico especialmente en su análisis preliminar, al considerar los aspectos eepistemológicos, cognitivos y didácticos del saber en juego. Los docentes diseñan las situaciones de aprendizaje y realizan un análisis a priori de cada actividad, esto les permite predecir lo que ocurrirá en la clase. Posterior a la aplicación de cada una de las clases, los docentes discuten y reflexionan acerca de lo que ocurrió realmente (análisis a posteriori de la clase), realizan modificaciones a la luz del análisis de las clases, considerando la reproducibilidad de las situaciones de aprendizaje~~s~~. Es decir, consideran la esencia de la clase, por tanto no pierden de vista el logro didáctico del diseño. Esto nos conduce a plantear que es posible la articulación entre la metodología de Ingeniería Didáctica y la metodología de Estudio de Clases. En relación a la reproducibilidad se observa que los docentes reconocen la reproducción de clase cuando se hacen explícitos los elementos que quedan inamovibles para aplicar el diseño en distintos escenarios.

Respuesta a la pregunta de Investigación y conclusiones

La reflexión de los docentes sobre la reproducibilidad permitió identificar algunos elementos qué se agregan al quehacer docente y están vinculados a las organizaciones matemáticas y organizaciones didácticas estos son: focalizar la discusión de las situaciones de aprendizajes en términos de logro didáctico que fue la comprensión del teorema de Pitágoras de tal modo que las adecuaciones o cambios que se realizaron hicieron depurar la organización matemática; determinar y hacer visible el logro didáctico u objetivo de aprendizaje de la sesión de clase; determinar cuáles son las situaciones claves que apuntan al logro didáctico; toma de decisiones fundamentadas desde la didáctica de la matemática; fortalecer la reflexión didáctica centrando las discusiones sobre las clases en aspectos propios de las tareas y técnicas didácticas. Estos elementos aportan a que la aplicación de diseños didácticos sea reproducible. En la investigación se observó que los docentes, a medida que discutían sobre su diseño, no pierden de vista el logro didáctico y mejora la aplicación de las situaciones de aprendizaje claves. Esto se detectó en el análisis de las clases, la profesora 4 (Romina) que no participó en el diseño fue la que más logro obtiene al aplicar la clase en su curso. Esta observación también la hacen los profesores que participaron en el grupo de trabajo. Cabe señalar que ella fue la última en realizar la clase.

Conclusiones

La investigación nos permitió concluir en relación a:

Reflexión didáctica sobre el constructo reproducibilidad

Es posible detectar ciertos elementos que se agregan al quehacer del docente para que los diseños didácticos puedan ser aplicados en distintos escenarios. Esto permitió que la organización matemática y organización didáctica presentada por los profesores evolucione en términos del logro didáctico. Se detecta que tanto las praxeología matemática y didáctica fue depurada, puesto que la profesora que aplicó las situaciones de aprendizaje por última vez exhibe una clase en donde se aprecia modificaciones sin perder la esencia de cada una de las situaciones. Además contribuyó a que en las discusiones de las clases la atención se centrará en el ámbito didáctico, por tanto se vincula teoría y práctica. El tener un escenario en donde se plantea un constructo teórico desde la didáctica de la matemática, permitió establecer o al menos esbozar la idea de la relación mutua entre una organización matemática y didáctica. No fue un tema fácil para los

profesores, eso se observó en la medida que las discusiones de los talleres se focalizaban para reproducir las situaciones de aprendizaje.

Contenido matemático

Desde el inicio cuando se plantea el estudio de las ideas intuitivas sobre reproducibilidad, se evidencia que al "repetir clases" el ámbito menos cuestionado por los docentes es la matemática. Si bien en esta indagación se observa que los profesores para repetir clases asumen que siempre hay un cambio, declaran que lo que no puede variar es el contenido matemático. Además, durante el desarrollo del proceso del diseño de las situaciones de aprendizajes, se realizó un taller para detectar cuánto conocían y en qué profundidad comprendían el tema matemático, se observó que sabían el teorema pero no en su profundidad para hacerlo enseñable. Entonces se realizó un taller para profundizar con referente teórico el tema. En las discusiones de los diferentes talleres los docentes mencionan el tema matemático pero no continuaban con la discusión, en ocasiones evadían el tema. Sin embargo, en la medida en que ellos fueron analizando las clases y tenían que reproducirlas analizaban las situaciones de aprendizaje relacionadas estrechamente con el tema matemático. Con esto se quiere inferir que el manejo de la matemática por parte del docente sería un elemento primordial para realizar diseños reproducibles. Por otra parte, no se evidencia que los docentes investigados tengan un conocimiento de tipo cognitivo sobre el teorema de Pitágoras. Por lo cual, al proponer la tarea de verificar el teorema, algunos de los docentes no vinculan el material concreto con las ideas matemáticas. En el transcurso de la discusión de las clases, pudieron abordar el tema y cuestionar la situación de aprendizaje que tenía por objetivo verificar el teorema.

Estudio de Clases

Al respecto, consideramos que dicho constructo es un entorno de aprendizaje para los profesores que están en cursos de formación continua. La justificación de esta conclusión es que desde el inicio se producen diferente tipo de reflexiones en los profesores y se distinguen tareas y técnicas didácticas que permiten llevar a cabo un proyecto de enseñanza aprendizaje. La discusión de los talleres fue sobre la base de la praxis de los docentes para su desarrollo profesional, es decir, los profesores "aprenden" mirando las clases de sus pares. Al considerar el constructo ingeniería didáctica, se necesita un análisis a priori y a posteriori de las situaciones de aprendizajes involucradas, posteriormente se aplican el diseño en las aulas y se discute sobre esa puesta en escena. Los dispositivos evolucionan en base a un discurso tecnológico.

Formación continua de profesores

El constructo Estudio de Clases permitió que en un programa de formación se analizarán diseños didácticos sobre un contenido matemático a la luz de referentes teóricos. Esto reveló que los docentes articularon teoría y práctica. Dicha articulación permitió que los docentes no sólo se ubicaran en el logo de la praxis, sino que evolucionaran hacia el logo tecnológico. Así, cuando tomaron decisiones en relación a las propuestas de enseñanza aprendizaje fueron fundamentadas y reflexionadas. Se concluye también que los docentes investigados presentan dificultades cuando tienen que diseñar y gestionar una clase basada en resolución de problemas.

Finalmente las proyecciones de este trabajo pueden ser por una parte realizar un estudio sobre la identificación de dificultades que el profesor tiene para diseñar y aplicar una clase basada en resolución de problema y por otra diseñar organizaciones matemáticas y didácticas en conjunto con expertos.

Referencias y bibliografía

Arsac G., Balachef N., & Mante M. (1992) Teacher's Role and reproducibility of didactical situations. *Educational Studies in Mathematics, 23*(1), 5-29.

Arsac, G. (1989). Le rôle de professeur – aspects pratiques et théoriques, reproductibilité. *Cahiers du Séminaire de Didáctique des Mathématiques et de l'informatique*. Grenoble, France: IMAG-LSD.

Artigue, M. (1986). Étude de la dynamique d'une situation de classe: Une approche de la reproductibilité. *Recherches en Didactiques des Mathématiques, 7*(1), 5-62.

Artigue, M. (2008).Didactical Design in Mathematics Education. En C. Winslow (Ed.), *Nordic Research in Mathematics Education* (pp. 7-16). Copenhagen: Proceedings from NORMA08.

Artigue, M.(1995). Ingeniería didáctica. En P. Gómez (Eds.), *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 33-59). México, Grupo Editorial Iberoamérica.

Azcárate, P. (2004, septiembre) *Los procesos de formación: En busca de estrategias y recursos*. Seminario de Investigación presentado en VIII Simposio (SEIEM) Recuperado de http/www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/actas/Actas08SEIEM/VIIISimposio.pdf.

Bosch M., & Gascón J. (2009) Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico a la formación el profesorado de matemáticas de secundaria. En M. J. González, & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* SEIEM (pp.89-113) Santander: SEIEM

Bosch M., Espinoza L., & Gascón J. (2003) El profesor como director de procesos de estudio: análisis de organizaciones didácticas espontáneas, *Recherche en Didactique des Mathematiques, 23*(1), 1-57.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, *7*(2), 33-112.

Cardeñoso, J., Flores, P., & Azcárate, P. (2001). El desarrollo profesional de los profesores de matemáticas como campo de investigación en educación matemática. En P. Gómez, & L. Rico (Eds.), *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*. (pp. 233- 244). Granada: Editorial Universidad de Granada.

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las Prácticas Docentes en la teoría antropológica de lo didáctico, *Recherche en Didactique des Mathemátiques, 19*(2), 221 - 266.

Elbaz, F. (1983). *Teacher thinking: A study of practical knowledge*. London: Croom Helm.

Godino, J.(2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20*, 13-31. Recuperado de http://www.fisem.org/web/union/.

Hill, H., Ball, D., & Schilling, G. (2008) Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing y Measuring Teacher' Topic- Specific Knowledge of Students, *Journal for Research in Mathematics Education, 39*(4) 372-400.

Isoda M., Arcavi A., & Mena A. (2008). *El Estudio de Clases Japonés en Matemáticas*, Chile. Ediciones Universitarias de Valparaíso, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Lezama J. (2005). Una mirada socioepistemológica al fenómeno de reproducibilidad, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *8*, 339-362.

Llinares S. (2007, julio). *Formación de profesores de matemáticas. Desarrollando entornos de aprendizajes para relacionar la formación inicial y el desarrollo profesional*. Conferencia invitada en la XIII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas, JAEM, Granada. Recuperado de http://rua.ua.es/dspace/ bitstream/10045/853/1/llinares-jaem-granada07.pdf

Llinares, S. (2005, julio). *Relación entre teorías sobre el aprendizaje del profesor de matemáticas y diseño de entornos de aprendizajes*. Conferencia invitada presentada en el Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (V CIBEM), Oporto, Portugal.

Margolinas et al (2005). What can the teacher learn in the classroom? *Educational Studies in Mathematics, 59*, 205–234. doi: 10.1007/s10649-005-3135-3.

Ministerio de Educación de Chile (s.f) *Resumen de resultados PISA 2009 Chile*. Recuperado de http://www.educarchile.cl/UserFiles/P0001/File/PISA/ Resumen_Resultados_PISA_2009_Chile.pdf

Perrin-Glorian, M.J (1993) Questions didactiques soulevèes a partir de l'ensegnement des mathematiques dans les classes "faibles". *Recherches en Didactiques des Mathematiques, 13*(12), 5-18.

Perrin-Glorian,M. J., Deblois, L. y Robert, A. (2008).Individual Practising Mathematics Teachers. In K. Krainer, & T. Wood (Eds.) *Participants in Mathematics Teacher Education* (Vol. 3 pp. 35-59). The International Handbook of Mathematics Teacher Education

Ponte J., & Chapman (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutierrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of reaserch on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461-494). Roterdham: Sense. Recuperado de http://math.unipa.it/~grim/YESS-5/06%20Ponte-Chapman-PME%20Handbook.pdf.

Sánchez, M. (2010). *How to stimulate rich interactions and reflections in online mathematics teacher education?* (Tesis de Doctorado no publicada), IMFUFA tekst nr. 472 - 2010. Universidad de Roskilde: Dinamarca. Recuperada de: http://milne.ruc.dk/imfufatekster/pdf/472.pdf.

Schön, D. (1983). *The reflective practioner: How professionals think in action*. Aldershot Hants: Avebury.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4-14. doi: 10.3102/0013189X0/5002004.

Desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática em comunidades de investigação

Adair Mendes **Nacarato**
Universidade São Francisco-Itatiba
Brasil
adamn@terra.com.br
Regina Célia **Grando**
Universidade São Francisco-Itatiba
Brasil
regrando@yahoo.com.br

Resumen

A presente pesquisa, de abordagem qualitativa, que se constitui um estudo longitudinal, é realizada num grupo de professores que ensinam matemática e caracterizado como uma comunidade de investigação. Isso porque tanto os professores da escola básica quanto as formadoras da universidade realizam pesquisas; enquanto os professores analisam os discursos matemáticos de seus alunos, as formadoras, analisam o desenvolvimento profissional dos professores. O referencial teórico pauta-se nas ideias de Cochran-Smith e Lytle (1999 e 2009) e Jaworski (2008). O objetivo desta comunicação é trazer indícios de aprendizagens docentes nessa comunidade. Para isso são tomados como objeto de análise as narrativas de aulas produzidas pelos professores e registros das discussões coletivas no grupo. Os resultados apontam o quanto os professores aprendem com o compartilhamento dessas experiências e com as ajudas mútuas dos pares no grupo.

Palavras chave: educação matemática, desenvolvimento profissional, comunidade de investigação, aprendizagens docentes.

Introdução

Este trabalho traz o recorte de uma pesquisa mais ampla realizada num grupo de professores que ensinam matemática – Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat) com financiamento do CNPq (Projeto Universal 2012[1]).

O Grucomat tem onze anos de existência e é constituído por professores da educação básica (que atuam desde a educação infantil até ensino médio), professores do ensino superior, alunos da pós-graduação em Educação e duas professoras da USF. O número de participantes varia a cada ano; em 2014 contávamos com 15. Os professores participantes são de Itatiba e cidades circunvizinhas, tanto de redes municipais quanto da rede estadual paulista.

[1] Processo CNPq 475848/2012-8, intitulado: "A videogravação de aulas de matemática como ferramenta para a pesquisa em formação docente: produção e análise de vídeos".

As reuniões do grupo são semanais, com duas horas de duração, e, desde o início, a proposta de trabalho pauta-se no pressuposto de que os professores precisam ser ouvidos e suas experiências sejam consideradas como práticas de formação. Dessa forma, no Grucomat, os professores são protagonistas de sua própria formação.

O trabalho do Grucomat nesses onze anos, mesmo com mudanças de focos nos conteúdos matemáticos estudados, tem se centrado num movimento que se aproxima da pesquisa colaborativa (Ibiapina, 2008): os participantes elegem o tema a ser estudado; sequências de ensino são elaboradas colaborativamente; os professores da escola básica desenvolvem essas sequências com seus alunos e os resultados (registros dos alunos e narrativas dos professores) são tomados como objeto de análise no grupo. Todo esse movimento de discussão e reflexão norteia as sistematizações das práticas desses professores e essas são publicadas em formas de trabalhos em eventos, capítulos de livro ou artigos de periódico. Assim, esses professores vêm se constituindo em pesquisadores da própria prática e o conhecimento gerado constitui o que Cochran-Smith e Lytle (1999) denominam de "conhecimento da prática".

Enquanto os professores da escola básica produzem pesquisas sobre suas práticas, com foco nos discursos matemáticos dos alunos, nós, professoras da USF, temos analisado os processos formativos construídos no Grucomat. Assim, num primeiro momento, caracterizamos esse grupo como de dimensão colaborativa e buscamos justificar nosso entendimento sobre sua forma de trabalho: de um lado, há um desejo comum de todos os envolvidos para estudar, aprofundar e buscar desenvolver práticas mais democráticas de se ensinar matemática, tornando essa disciplina mais significativa para os alunos e estes tendo voz e sendo ouvidos – se queremos que os alunos tenham essa postura em sala de aula, os professores também precisam tê-la quando imersos em projetos de formação –; de outro, a literatura aponta características para um grupo ser colaborativo, as quais entendemos difíceis de serem alcançadas quando o grupo é institucionalizado, visto que as hierarquias sempre existem; não há como desconsiderar as assimetrias existentes no grupo. Dessa forma, nossos aprofundamentos teóricos sobre práticas de formação docente têm nos levado a nos aproximarmos do conceito de comunidade de investigação (Cochran-Smith; Lytle, 1999, 2009; Jaworski, 2008). Consideramos que, atualmente, o Grucomat se configura como uma comunidade dessa natureza.

Nesse sentido, o presente trabalho visa discutir esse conceito de comunidade de aprendizagem e de investigação e evidenciar, através do material empírico produzido pela pesquisa, como os professores aprendem e, dessa forma, se (auto)formam para ensinar matemática, ou seja, desenvolvem-se profissionalmente.

Uma comunidade de aprendizagem e de investigação de professores que ensinam Matemática

Nossas referências iniciais foram os trabalhos de Cochran-Smith e Lytle (1999, 2009). Essas autoras, ao trabalharem o conceito de "investigação como postura", nos sinalizaram para as potencialidades de se ter a investigação como central nos processos de formação docente:

> investigação como postura é fundamentada nos problemas e contexto da prática, em primeiro lugar, e nas formas com que os professores em exercício teorizam colaborativamente, estudam e agem sobre esses problemas para atender aos melhores interesses da aprendizagem e para oferecer melhores oportunidades de vida aos estudantes e às suas comunidades. (Cochran-Smith; Lytle, 2009, p. 123)

Para elas, as comunidades de investigação constituem meios ou mecanismos para a teoria da ação, ou seja, a teoria que se funda na dialética do conhecimento e da ação. Nessas comunidades, os professores trabalham colaborativamente com os pares, refletem sobre as culturas de sala de aula, buscam por melhores estratégias de ensino para seus alunos e aprendem – aprendizagens decorrentes de práticas refletidas, investigadas e teorizadas. Os professores também aprendem modos de sistematizar e tornar públicas as suas práticas. Entendemos que as sistematizações de nossas experiências realizadas durante o período em que a pesquisa está transcorrendo, com o objetivo de apresentação em eventos da área, constituem momentos de aprendizagem colaborativa. As trocas entre os participantes do grupo, as sugestões de como melhor organizar a apresentação de uma comunicação científica ou um relato de experiência, as formas técnicas de elaborar um texto nos cânones acadêmicos e, às vezes, até mesmo como se inscrever em um evento constituem momentos de muitas aprendizagens compartilhadas. Trata-se de uma forma de dar visibilidade ao trabalho do professor e à pesquisa que este realiza em sala de aula e de propiciar que a pesquisa do professor seja valorizada e reconhecida academicamente.

Nosso propósito, como formadoras, é de que essa pesquisa produzida pelos professores seja valorizada e reconhecida como potencializadora da formação do próprio professor. Nesse sentido entendemos que:

- os professores produzem conhecimentos novos, para si e para os pares com os quais os compartilham;
- as sistematizações são cuidadosas em suas metodologias de produção de dados: todos já se apropriaram de modos de organizar os dados, seja recolhendo material dos alunos, seja produzindo narrativas de suas aulas ou áudio e videogravando suas aulas. A investigação do professor necessita da prática constante do registro – e essa é uma das marcas do Grucomat: os professores registram suas práticas. Esse material é analisado, discutido e problematizado no Grucomat e, somente depois desse movimento, o professor produz seus textos a ser publicados e esses, novamente, passam pela análise e discussão do grupo;
- essas práticas sistematizadas são compartilhadas em eventos da área de educação e/ou educação matemática ou publicadas em formas de artigos ou capítulos de livros. Para esse momento de sistematização, os participantes do grupo também colaboram com os pares, ou publicando conjuntamente, ou ajudando os colegas na elaboração do texto. Nesse processo, como afirma Ibiapina (2008, p. 20): "a colaboração é produzida por intermédio das interações estabelecidas entre as múltiplas competências de cada um dos partícipes, os professores, com o potencial da análise das práticas pedagógicas; e o pesquisador com o potencial de formador e de organizador das etapas formais da pesquisa".

Nessa comunidade, todos se tornam pesquisadores. Como afirma Jaworski (2008, p. 313-314):

> não estamos satisfeitos com o estado (desejavelmente) normal, mas abordamos nossa prática com uma atitude questionadora, não para mudar tudo de um dia para o outro, mas para começar a explorar o que mais é possível; imaginar, questionar e procurar compreender ao colaborar com outros na tentativa de fornecer respostas a eles (Wells, 1999). Nesta atividade, se nossos questionamentos são sistemáticos e temos como objetivo proposital investigar nossas práticas, nos tornamos, então, pesquisadores.

Nosso propósito tem sido inserir os professores que desejam participar do Grucomat nesse movimento de reflexão, ação e sistematização de suas práticas. Em nosso caminhar, temos

incorporado modos de registros dessas práticas, por meio de áudio ou videogravação de aulas dos professores, ou por meio das narrativas orais e escritas por eles produzidas.

Ao assumirmos a análise de aulas como foco de trabalho, temos contribuído para a reflexão e implementação de novas culturas de aula de matemática na escola básica e temos promovido o desenvolvimento profissional, por nós entendido como um processo contínuo de busca do professor por novas aprendizagens e novas formas de se constituir profissionalmente. O desenvolvimento profissional pressupõe aprendizagens do professor e transformações de suas práticas.

Os caminhos metodológicos da pesquisa

Como já destacado, o Grucomat tem uma dinâmica de trabalho colaborativo que envolve estudos, elaboração compartilhada de sequências de ensino que são desenvolvidas nas salas de aula da educação básica (educação infantil ao ensino médio) e análise dos registros produzidos pelos professores (narrativas de aulas, vídeos e registros dos alunos). São pesquisas de abordagem qualitativa.

Enquanto a pesquisa dos professores centra-se nos registros dos alunos, na análise dos discursos matemáticos que circulam na sala de aula e reflexão da própria prática, a nossa centra-se no movimento de análise desse material no Grucomat. Assim, as reuniões são registradas – um participante do grupo assume o registro da reunião do dia – e/ou audiogravadas; algumas vezes, também fazemos videogravação. As áudio e videogravações são transcritas. Dessa forma, a documentação para a nossa pesquisa é constituída dos registros das reuniões, por nós denominados 'análises de aulas'.

Para este texto elegemos como objetivo identificar aprendizagens docentes que emergem do movimento de analisar aulas de matemática. Para isso tomamos como objeto de análise a documentação produzida nos anos de 2013 e 2014, quando o Grucomat elegeu como objeto de estudo o desenvolvimento do raciocínio algébrico e elaborou sequências de ensino sobre padrões e regularidades a ser trabalhadas com diferentes faixas etárias. Algumas práticas foram analisadas a partir apenas de narrativas dos professores; outras, combinando o vídeo com a narrativa.

Dada a multiplicidade de material que dispomos, selecionamos dois episódios para este texto: o da professora Raquel e o da professora Cidinéia. Ambas desenvolveram a sequência de padrões com os alunos, videogravaram a aula e produziram a narrativa. Raquel (professora de matemática) desenvolveu a sequência de padrões em uma turma de Educação de Jovens e Adultos; Cidinéia (pedagoga e professora dos anos iniciais), numa turma de 3º ano do ensino fundamental.

A análise de aulas possibilitando aprendizagens docentes

As aprendizagens docentes referem-se à aprendizagem de adultos, resultante da interação entre adultos, por meio de interpretações das experiências vividas. A aprendizagem do professor, assim como de qualquer adulto, ocorre em diferentes cenários. No caso do Grucomat, podemos dizer que o interesse, o compromisso e o gosto pelo que se faz são fatores que se evidenciam, mas também o sentimento de euforia se faz presente quando o professor avalia que o trabalho atingiu seus objetivos com os alunos. Dentre os fatores que contribuem para essa aprendizagem, destacamos a ajuda mútua que ocorre entre os participantes do grupo. Assim, quando os professores estão num grupo, suas experiências anteriores podem ser tomadas como

objeto de reflexão e isso poderá gerar novas experiências, formando novas ideias que terão implicações em suas práticas. Aprender envolve produzir significados, o que foi aprendido tem de fazer sentido para o sujeito. O professor tem uma necessidade que o move para o novo – é o aspecto proposicional – e faz suas escolhas deliberadas sobre de quais processos quer participar, quais atividades quer desenvolver com seus alunos. É isso que garante o desenvolvimento profissional.

Uma experiência em turma de EJA

A aula de Raquel foi compartilhada no Grucomat no dia 15 de junho de 2013. Ela desenvolveu duas tarefas de padrões, dentre a sequência elaborada, em uma turma de EJA, correspondente ao 9º ano do ensino fundamental. Ela não é a professora da turma (Raquel está afastada de sala de aula, cursando doutorado), mas utilizou o espaço de sala de aula do colégio de aplicação no qual atua como docente, para desenvolver as duas tarefas, com o consentimento da professora responsável, que lhe concedeu a aula. Raquel organizou os alunos em duplas, distribuiu a folha com as tarefas e acompanhou o diálogo entre os alunos, circulando pelos grupos. No dia de compartilhar os resultados com o Grucomat, ela produziu a narrativa e, quando julgou necessário, editou os fragmentos do vídeo para que os colegas pudessem assistir. Durante a leitura da narrativa e as cenas do vídeo, os colegas faziam comentários, produziam reflexões e analisavam as falas dos alunos, buscando compreender seus raciocínios matemáticos. Enquanto isso, Raquel se detinha a analisar a sua postura como professora e as intervenções que fazia junto aos alunos. Quando o vídeo mostrou uma dupla de alunas trabalhando e que não havia acordo entre elas nas estratégias de resolução[2]: uma delas (Pâmela) estava fazendo desenhos para generalizar a sequência e a outra (Fernanda) não concordava. Destacamos um fragmento de sua narrativa:

> **Ao analisar os vídeos notei** que não me detive na argumentação de Fernanda; pude identificar o quanto estive centrada para que percebessem a relação cor posição, não percebi o cálculo feito por Fê (13 + 13 =36). Ela estava tentando elaborar, identificar uma regularidade entre cor e posição, não tendo que fazer todo aquele processo (do desenho) que a colega insistia em fazer, desejava mais praticidade, estabelecendo associação adequada posição par, vermelha. Fê defendia a hipótese de que a posição que correspondia ao dobro seria a mesma cor, e quando pergunto pela vigésima e a décima posição, **meu exemplo reforça sua hipótese e não favorece o questionamento; (logo fiz a intervenção no momento errado, e de modo errado)** percebo e pergunto pela oitava posição.
> No momento do registro, percebi que Fernanda não interferiu no argumento da Pâmela, mesmo tendo entendido que na sequência existia termos padronizados (o estranho é que essa dupla sempre trabalha junta, talvez não quisessem fazer a tarefa). **A resistência e a indisposição dos alunos às vezes atrapalham nossa pratica quanto professora.**
>
> **Percebi também nos vídeos que eu poderia ter voltado e perguntado aos alunos o que eles tinham pensado sobre suas respostas.** Alguns alunos fizeram o colar fechado com as **contas**, tendo a noção de que tanto fazia começar com a cor azul ou a vermelha. **Vendo o vídeo percebi que minha intervenção induziu o meu olhar para a resolução do**

[2] A tarefa em análise era a seguinte: Colocar uma conta azul no barbante e, em seguida, uma vermelha, depois uma azul, uma vermelha, assim sucessivamente. Após colocar 13 contas, responda: a) como poderíamos continuar o padrão? Registre como pensou; b) Qual será a cor da 20ª conta? Explique como sabe disso; c) Qual será a cor da 37ª conta? Explique como sabe disso; d) Como você faria para descobrir a cor da conta em uma posição qualquer?

> **problema, e não dei margem para que as duplas pensassem por meio do modo como iniciaram. Penso que enquanto o aluno faz as tarefas, e no movimento das intervenções não conseguimos ouvir o aluno. Ao ver os desenhos, logo quis mostrar ao aluno que não precisava de todo aquele processo, e transpareci isso sem valorizar suas produções. Senti que quando voltar a ser professora de sala de aula será importante gravar minhas aulas para analisar minhas práticas de mediação.**

Os grifos na narrativa são de autoria de Raquel que quis destacar algumas de suas análises na própria narrativa. Como se pode constatar, sem que nenhum colega fizesse alguma observação, a própria autora já apontou outras posturas que teriam sido mais adequadas junto aos alunos. Suas análises centram-se nos modos de intervenção junto aos alunos.

Dois aspectos precisam ser destacados nesse movimento: o uso do vídeo e a produção da narrativa. Foi a partir do vídeo que Raquel tomou consciência de seu papel como professora, levando-a a se questionar: como fazer mediações? Qual tempo precisa ser dado aos alunos? Que perguntas devem ser feitas para não atropelar o raciocínio deles? Ela tomou consciência também da necessidade de ouvir o aluno, antes de fazer perguntas, pois é preciso que se conheça o caminho que está sendo usado para que as boas perguntas sejam elaboradas, ajudando o aluno a avançar ou a corrigir etapas. Aliado ao vídeo, a produção da narrativa possibilitou à Raquel as reflexões sobre a sua prática. No momento da escrita, a professora tomou consciência do ocorrido.

A postura de Raquel evidencia o quanto o grupo dá segurança ao professor que relata a sua experiência. A escolha, pelo professor, dos trechos de vídeo que são socializados já representa uma análise preliminar e um "filtro" sobre aquilo que o professor considera mais importante trazer para o grupo.

A professora Raquel vinha de experiência como professora da educação básica, mas esse vídeo gerou novas aprendizagens, novas experiências. Essa experiência produziu novos significados.

A experiência de Raquel também possibilitou novas aprendizagens ao grupo. Uma das conclusões dos participantes do Grucomat é que o uso de vídeos de aulas tem possibilitado aprendizagens com o outro, a partir da sua própria prática e da prática do outro. Destaca-se, ainda, que Raquel produziu o vídeo por sua deliberação, pelo desejo de ter sua prática discutida e analisada pelos pares no Grucomat.

Uma experiência com turmas de 3º ano do ensino fundamental

Apresentamos a análise do vídeo da professora Cidinéia, numa turma de 3º ano, compartilhada com os colegas no dia 06 de abril de 2013. Ela produziu o vídeo e a narrativa da aula, na qual trabalhou a mesma tarefa de Raquel. Havia uma grande expectativa dos participantes do Grucomat, pelo fato de que não sabíamos se os alunos de 3º ano conseguiriam generalizar a sequência proposta.

Cidinéia iniciou sua narrativa ressaltando a importância do vídeo de aulas e da produção da narrativa:

> A videogravação foi utilizada, pois acredito que este seja um instrumento imprescindível durante a aula, pois permite trazer todo o movimento da sala de aula, os gestos, as vozes, o olhar e a relação professor-aluno, o registro escrito por trazer a materialização das discussões

> realizadas durante o processo de discussão, já que a escrita seria neste momento a organização das ideias.

Sua narrativa é bastante rica, ela traz excertos de diálogos entre os alunos, entre ela e os alunos e registros que eles produziram. Descreve detalhadamente como foi a organização da classe (os alunos trabalharam em grupos de 3 ou 4) e ela disponibilizou o material manipulativo para o desenvolvimento da tarefa (barbante e contas). Traz também uma particularidade de sua turma:

> Com os materiais já distribuídos, as contas, a linha e a folha com as atividades os alunos procuraram ler a proposta da primeira atividade. Como já é uma prática nas aulas de matemática ler, discutir em grupo e expor as ideias não houve problemas de compreensão ou mesmo a não realização das atividades, já que esse movimento é comum no grupo.

O que gostaríamos de discutir a partir dessa experiência é o diálogo que se sucedeu, após a apresentação de Cidinéia aos participantes do Grucomat. O foco esteve nas formas de organização da sala. Selecionamos um fragmento do diálogo ocorrido.

> Regina: Eu só queria fazer um comentário, porque legal, a Cidinéia dividiu o grupo com 3 e 4 pessoas, e eu vi que no encontro passado, quando a Jaqueline socializou a experiência dela, comentou que prefere trabalhar com duplas e não com trios e quatro alunos, porque ela fala que quando trabalha com quatro, dois trabalham e os outros conversam. Eu achei interessante esse comentário que ela fez.
>
> Raquel: Na experiência que eu tive com jovens e adultos eu pedi para fazerem em duplas. Na dupla eu percebia que um incentivava mais o outro. E tiveram aqueles que não quiseram ficar em duplas e foram se juntando, mas assim, dois trabalhavam mais e os outros dois juntaram, mas não se envolveram muito, não.
>
> Regina: Talvez fique a dica aí, Cidinéia, para uma próxima experiência; acho que você foi democrática, deixou eles se dividirem, mas foi um toque que a Jaqueline deu e achei que foi legal.
>
> Kelly: Só para perguntar o que vocês acham. Eu peguei a atividade e vou fazer com meus alunos esta semana. Mas como estou acostumada a trabalhar com eles em duplas e eles se juntam nas duplas, aqueles que têm mais dificuldade com quem não tem dificuldade, eles já têm este hábito. E eu não concordo muito com isso, eu vou organizar as duplas desta vez. Eu ontem estava lá fazendo as duplas, pensando bem, porque eu quero exatamente isso, colocar quem tem mais dificuldade junto e não com quem não tem. O que vocês acham?

Esse diálogo evidencia o quanto o grupo se constitui em um espaço de trocas e de ajuda mútua. A experiência de um professor mobiliza o outro para a reflexão, para a comparação de práticas e para a solicitação de ajuda mútua. Ao se assistir a uma aula e conhecer as formas de organização dos alunos, o modo como o colega interage com ele, os materiais que são disponibilizados, os professores vão se apropriando de saberes pedagógicos. Evidencia também que cada sala de aula tem a sua singularidade, cada professor imprime uma cultura em suas aulas: para alguns introduzir determinados tipos de tarefa – como é o caso de Cidinéia – é tranquilo porque os alunos já estão acostumados a uma rotina de trabalho; para outros, como é o caso de Raquel, já se torna mais difícil, pois os alunos jovens e adultos nem sempre estão habituados a trabalharem em grupo, a argumentarem com os pares, defendendo seus pontos de vista.

Outra constatação que fizemos no Grucomat é que, mesmo que as tarefas sejam as mesmas, uma aula de um professor numa turma, nunca é igual a de outro professor, ou dele

mesmo em outra turma. Por isso que não acreditamos em projetos de formação continuada pautados em prescrições para o professor, pois nem sempre essas prescrições fazem sentido a ele ou aos seus alunos.

No que diz respeito à tarefa em si, os alunos de Cidinéia foram além do esperado, os registros deles revelam processos de generalização muito interessantes e que foram tomados como objeto de discussão no grupo. Isso porque, como é prática dos professores do Grucomat, ela levou para a reunião todos os registros que os alunos produziram, permitindo que pudéssemos fazer análises compartilhadas, além daquelas que ela já havia feito.

A produção da narrativa tem se constituído uma prática de (auto)formação potencializadora de posturas investigativas no professor. Por exemplo, quanto à narrativa escrita de Cidinéia, a professora Regina faz o seguinte comentário:

> Sabe o que eu queria observar aqui no seu texto, uma coisa que as pessoas quando estão fazendo análise elas não sabem fazer isso, olha só. Você fez, você fez certinho, olha só, ela traz o diálogo, ok, e quando vai explicá-lo, ela não fica falando de novo o que aconteceu no diálogo, vai produzindo as sínteses sobre o movimento de pensamento do que aconteceu. Porque é muito comum, Cidinéia, o autor continuar falando o que está escrito no excerto, eu já li. Quero agora que faça a síntese do que ele tem de produtivo, que é o que a Cidinéia faz depois, ficou bem legal, estou só chamando a atenção em termos do texto.

É a essa colaboração que Ibiapina (2008) se refere, ou seja, os pesquisadores acadêmicos podem ajudar os professores da escola básica, ajudando-os nos modos de sistematizar e publicar suas pesquisas de sala de aula. E os professores da escola básica contribuem com a formação dos acadêmicos, aproximando-os da realidade da escola e dos modos de pensar dos alunos. Essa tem sido a marca do Grucomat, o que faz com que nos tornemos uma comunidade de aprendizagem e de investigação.

Considerações finais

No recorte da pesquisa aqui apresentado, buscamos evidenciar as características de uma comunidade de investigação, constituída por professores de diferentes níveis de ensino que buscam pela sua própria formação e contribuem para a constituição de um grupo que toma a prática de sala de aula como ponto de partida e de chegada para a (auto)formação.

Por se tratar de adultos que aprendem, essas aprendizagens são decorrentes de estudos, reflexões, discussões e análises de aulas. As experiências, quando narradas por escrito trazem as reflexões do autor da narrativa e essas são ampliadas nos momentos de compartilhamento no grupo. Assim, uma narrativa de aula, quando produzida numa comunidade de aprendizagem e de investigação, passa por várias escritas e reescritas e, muitas vezes, só chegam a uma versão final, quando não se há mais tempo para modificações – por exemplo, quando já se está no prazo de enviá-la a um evento ou a uma editora.

Os processos formativos adotados no Grucomat vêm evidenciando o quanto o professor que procura, voluntariamente o grupo, pelo desejo de aprender, pelo compromisso com seus alunos, visando uma aula de matemática que produza sentido a todos e pela necessidade de poder contar com parceiros para discutir suas práticas, suas angústias, seus (in)sucessos, ele está se desenvolvendo profissionalmente. Ele rompe com práticas cristalizadas de se ensinar matemática desprovida de significado aos seus alunos. Como no grupo ele tem voz, é ouvido e é respeitado, esse professor se apropria dessa postura e a leva para a sua sala de aula, promovendo aprendizagens significativas para seus alunos – como é o caso da tarefa que Cidinéia

desenvolveu em sua turma e que revelou que, quando os alunos são incentivados e desafiados, eles vão muito além daquilo que o currículo espera que o professor alcance.

Cada vez mais nos convencemos de que a análise de aulas é uma prática formativa potencializadora de aprendizagens docentes. Para que a aula do professor seja objeto de análise ele precisa estar disposto a compartilhá-la com os colegas e isso é feito com tranquilidade quando o professor se sente respeitado e valorizado no grupo.

A conjunção da videogravação com a produção da narrativa tem se revelado como uma forma produtiva de registrar a aula, sistematizar os saberes discentes e docentes. Mesmo quando o professor não tem como videogravar suas aulas – ou por limitações de suporte técnico ou humano, ou por impedimentos da escola – ele pode audiogravar a aula e, a partir dessa audiogravação produzir sua narrativa.

A produção de narrativas de aula tem contribuído para o desenvolvimento de posturas investigativas no professor, que passa a questionar sua prática e buscar por novas formas de ensinar matemática.

Referências

Cochran-Smith, M.; Lytle, S.L. (1999) Relationships of knowledge of practice: teacher learning in communities. *Review of Research in Education*, 24, 2009, p. 249-305.

Cochran-Smith, M.; Lytle, S.L. (2009). *Inquiry as stance:* practitioner research for the next generation. New York: Teachers College Press.

Ibiapina, I. M.L.M.(2008). *Pesquisa colaborativa:* investigação, formação e produção de conhecimentos. Brasília: Líber Livro.

Jaworski, B. (2008). Building and sustaining inquiry communities in mathematics teaching development. In: Krainer, K; Wood, T. (eds.). *Participants in mathematics teacher education: individuals, teams, communities and networks*. The international handbook on mathematics teacher education (volume 3). Rotterdam, The Netherlands: Sense publisher. p. 309-330.

Dimensões presentes em processos formativos de professores de Matemática sob a perspectiva de comunidade de prática

Vanessa Cerignoni **Benites Bonetti**
Universidade Estadual Paulista
Brasil
vanessa.benites@gmail.com
Rosana Giaretta Sguerra **Miskulin**
Universidade Estadual Paulista
Brasil
misk@rc.unesp.br

Resumo

Este artigo apresenta um recorte de resultados obtidos da Dissertação de Mestrado, já defendida, e intitulada: "Formação de Professores de Matemática: dimensões presentes na relação PIBID e Comunidade de Prática". Tal pesquisa foi desenvolvida na Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (Unesp), no Brasil, estado de São Paulo, cujo objetivo consistiu em investigar dimensões presentes no processo formativo de professores, no contexto da parceria Universidade-Escola. Neste trabalho, encontramos alguns elementos/momentos que se aproximaram de uma CoP e que apontam as potencialidades da formação em um grupo/comunidade constituídos por pessoas engajadas num repertório de ações compartilhadas. Podemos depreender que o trabalho colaborativo, entre Universidade-Escola, pode ser considerado em um movimento de constante (trans)formação, em que os futuros professores possam minimizar parte de suas inseguranças perante o trabalho docente. Desta forma, somos capazes de afirmar que a formação docente por meio do PIBID, em Comunidades de Prática, é um caminho possível, pois podem propiciar cenários de aprendizagem compartilhada.

Palavras-chave: Educação Matemática, Comunidade de Prática, Formação de Professores, PIBID.

Introdução

Existem distintas dimensões e/ou aspectos que são discutidos quando refletimos sobre os processos de formação inicial e continuada de professores. Essas dimensões versam sobre desafios e perspectivas da formação, propostas de currículo das instituições formadoras, práticas pedagógicas e diferentes metodologias de ensino, papel do professor frente às tecnologias, entre outros. Nessa perspectiva, apresentamos, neste artigo um recorte de uma Dissertação de Mestrado, já defendida, cujo objeto de estudo está relacionado com um contexto de formação inicial de professores de Matemática.

Partimos da premissa que o processo de constituição docente, o qual inclui a formação inicial e os primeiros anos de docência, é pontuada por tensões, desafios, insegurança, e descobertas, tanto profissional como pessoal. Desta forma, é necessário conhecer e repensar

princípios necessários para o desenvolvimento profissional. Isto quer dizer que o desempenho dos alunos está, entre outros, relacionado ao desenvolvimento profissional do professor, e por tanto, se faz necessário repensarmos nos cursos de formação, que se encontram na atual realidade aparentemente desconexos do contexto escolar.

De acordo com Pérez Gómez (2001), o conhecimento profissional é o produto de um longo processo de adaptação na escola, e requer uma imersão na cultura da escola, na qual o futuro docente se socializa dentro da instituição, aceitando a cultura profissional herdada e os papéis profissionais correspondentes. Ainda de acordo com este autor, este processo será ainda mais eficaz mediante práticas colaborativas entre os participantes, pois "o isolamento impede o estímulo à criatividade, à busca por alternativas originais, e impede a colaboração e enriquecimento mútuo dos docentes" (p.169).

Temos clareza que parte da formação do professor deve acontecer na escola, e de maneira satisfatória, com a participação na organização e desenvolvimento de atividades escolares. A imersão no contexto escolar e a colaboração entre os pares são fatores primordiais, para que as inseguranças sejam superadas nesta fase inicial, de acordo com as tendências atuais de formação de professores.

Neste sentido, pretendemos apresentar uma abordagem teórica sobre formação de professores que reduza a dualidade teoria/prática e corrobora com a ideia de Zeichner (2010), em organizar um modelo híbrido de formação, baseado na ideia do terceiro espaço, em que rejeitam aspectos duais tais como o conhecimento prático profissional e o conhecimento acadêmico, envolvendo a integração de novas formas de aperfeiçoar o conhecimento. Esta ideia nos parece interessante, pois é uma proposta atual de formação e que leva em consideração a vivencia do licenciado no ambiente escolar. O conceito de terceiro espaço, proposto por Zeichner (2010), prevê a criação de espaços de integração entre a Educação Básica e o Ensino Superior, como novas formas para aprimorar a aprendizagem dos futuros professores.

Desta maneira, o objetivo principal deste artigo consiste em apresentar uma proposta de formação inicial de professores de matemática por meio de conceitos teórico-metodológicos, que se aproximam da Teoria de Comunidades de Prática (Wenger, 2011). Para compreender esta proposta de formação, faremos reflexões sobre os impasses e desafios em constituir uma CoP e levantamos as seguintes questões: Quais são as potencialidades da CoP no processo de aprendizagem? Quais dimensões estão presentes em processos formativos de professores de Matemática um grupo/comunidade?

Para responder as questões norteadoras deste trabalho utilizamos a teoria desenvolvida pelo pesquisador Etienne Wenger e pela antropóloga Jean Lave, em 1991, a respeito das Comunidades de Prática (CoP). As características da CoP dialogam com as perspectivas de uma formação permeada por ações compartilhadas e imersa no ambiente escolar. Apresentaremos adiante as características principais desta teoria.

Aprendizagem em Comunidades de Prática

O conceito de "Comunidade de Prática" (CoP) surge como uma proposta de aprendizagem que pode ocorrer fora das fronteiras de organizações formais, porém não de maneira isolada, mas a partir da interação social entre os pares. É possível verificar que quando participamos ativamente interagimos com os demais, e a partir disso, modificamos nossa relação com o mundo. Este processo envolve uma relação de aprendizagem conjunta.

De acordo com o pesquisador Wenger (2001) uma CoP é caracterizada por uma prática realizada em um grupo/comunidade, por pessoas engajadas num processo conjunto de aprendizagem, na qual os indivíduos participantes possuem os mesmos objetivos, porém partem de experiências e expectativas individuais, e na interação dos membros vão construindo saberes, conceitos e conhecimento. Ou seja, as pessoas que pertencem a esta comunidade partilham de uma preocupação ou paixão por algo que fazem e aprendem a fazer cada vez melhor, por meio da interação constante entre os pares. Segundo Silva (2007), apoiada em Barton e Tusting (2005), o interesse e a capacidade de adquirir e transferir conhecimento de modo efetivo, mescla com o conhecimento individual e os conhecimentos dos demais membros, pois, são condições essenciais de participação numa Comunidade de Prática.

Desta forma, uma Comunidade de Prática requer envolvimento comprometido dos participantes, num processo de interação no qual aprender é um ato social, e por isso as pessoas devem buscar juntas formas de solucionar ou entender um determinado problema em ações compartilhadas. Isto quer dizer que a aprendizagem pode ser o motivo da participação em uma comunidade e ao mesmo tempo um resultado da interação entre os participantes da comunidade.

Uma Comunidade de Prática para Wenger (2001) apresenta três elementos importantes: o domínio, a comunidade e a prática.

A primeira característica, o domínio, está relacionada com os interesses ou temas específicos em um determinado grupo/comunidade. Entendemos que uma Comunidade de Prática possui uma identidade definida por um domínio compartilhado. Assim, um grupo de trabalho ou mesmo a interação de pessoas através de uma rede social não implica em uma Comunidade de Prática. A pertença a esta comunidade implica em um compromisso com o domínio, e também em uma competência partilhada, que distingue os membros de outras pessoas. Este domínio não necessita que seja reconhecido como uma especialidade, mas deve ser valorizado pelos membros do grupo/comunidade, pode ser um conceito, uma matéria, uma necessidade, um empreendimento, entre outros.

A comunidade são as pessoas, e é mantida pelo interesse em seu domínio. Os membros envolvem-se em atividades conjuntas, compartilham informações, auxiliam uns aos outros, e estes constroem relações, nas quais torna-se possível aprender uns com os outros. Um grupo de pessoas que realiza o mesmo trabalho não é uma Comunidade de Prática, a menos que os membros interajam e aprendam juntos. Mas por outro lado, os membros não necessariamente precisam trabalhar juntos diariamente. Podemos entender a partir do exemplo utilizado em Wenger (2012), no qual comenta que pintores impressionistas se reuniam em cafés ou estúdios para discutir o estilo de pintura que estavam inventando juntos. Essas interações são essenciais para torná-los uma Comunidade de Prática, mesmo que muitas vezes pintando sozinho (Wenger, 2012, p.2).

E, por fim, a prática. É necessário que os membros de uma comunidade sejam praticantes. Uma comunidade não é apenas uma comunidade de interesse, como por exemplo, o grupo de pessoas que colecionam carros antigos. É preciso ir além do interesse em se colecionar carros antigos. O conceito de prática está relacionado com a ideia de "fazer algo", mas em uma perspectiva histórico e social. Os membros podem desenvolver um repertório compartilhado como experiências, histórias, ferramentas, ou maneiras de solucionar um problema recorrente, que é possível a partir de uma interação sustentável. Por conta disso, a prática é sempre uma prática social e compartilhada.

O desenvolvimento desta prática pode não ser consciente, como é o caso de um grupo/comunidade de professores que se reúnem na hora do intervalo e discutem sobre as dinâmicas de aulas. Estes professores, muitas vezes, não têm consciência de que aquele conhecimento está sendo importante para o seu desenvolvimento profissional, mas desenvolvem um conjunto de histórias e casos, que se tornaram um repertório compartilhado de ações para a sua prática de ser professor de Matemática.

Para Wenger et al. (2002), a prática pode ser entendida como ações compartilhadas em um grupo/comunidade, tais como: discutir, decidir, trabalhar as ferramentas tecnológicas, informações, estilos, e linguagem, contar histórias, e registros narrativos. Ela também incorpora certa maneira de comportamento, uma perspectiva sobre os problemas e ideias, um estilo de pensamento, e mesmo em muitos casos, uma postura ética.

A prática pode ainda estar associada a uma vivência de significados, e nesta experiência, estão presentes a negociação de significado, a participação e a reificação, que são algumas dimensões importantes da prática apontadas por Wenger (2001). A interação constante, a participação e a reificação são fundamentais, para que a experiência humana tenha sentido para a natureza prática do ser (Mengalli, 2006). A prática é um processo por qual experimentamos o mundo e nosso compromisso com ele como algo significativo, por isso que a prática está associada ao significado como experiência da vida cotidiana.

A negociação de significados é quando as pessoas conjuntamente negociam ativamente experiências e vivências praticadas, bem como produzem artefatos. Um significado é sempre o produto de sua negociação. É no relacionamento das experiências individuais e da competência social que a aprendizagem acontece.

> É um processo complexo, pois o que define a comunidade de prática em uma dimensão temporal é a questão do compromisso e do engajamento mútuo, a fim de que os membros compartilhem fatos, práticas, valores, crenças, experiências, e conhecimentos, podendo desenvolver uma aprendizagem compartilhada (Miskulin et al., 2009, p. 260).

Desta forma, os membros da comunidade devem se aperfeiçoar num domínio de conhecimento por meio da negociação de significados e da partilha de experiências múltiplas. É neste sentido, que a participação e a reificação são apresentadas como elementos desta negociação de significados.

De acordo com Wenger (2001), a participação se refere ao processo de tomar parte em alguma coisa, no sentido da ação, e também das relações com outras pessoas que refletem este processo, na interação e conexão. Esta participação pode ser tanto pessoal como social, e está relacionada com a possibilidade de um reconhecimento mútuo. Este é um processo complexo que combina fazer, falar, pensar, sentir e pertencer. A pessoa é envolvida como um todo, o corpo, a mente, as emoções e as relações sociais. Vale ressaltar, que a participação não é entendida aqui como colaboração, e por conta disso é possível prever qualquer tipo de relação, conflitantes ou harmoniosas, íntimas ou políticas, competitivas ou colaborativas. A participação é mais ampla do que o simples compromisso com a prática.

Utilizando a teoria de Comunidade de Prática, decidimos investigar aspectos da formação inicial de professores de Matemática, em um grupo/comunidade, que em alguns momentos, identificamos como uma Comunidade de Prática.

Contexto da Pesquisa

Realizamos uma investigação qualitativa, com o objetivo de compreender as dimensões da formação docente de professores de matemática presentes no processo formativo, em meio à Comunidade de Prática. A pesquisa foi realizada com participantes, professores e alunos do subprojeto "Licenciatura em Matemática", do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID[1], afinal nesta vivência o aluno/licenciando terá oportunidade de familiarizar-se com o ambiente escolar e ao mesmo tempo experienciar um repertório de ações compartilhadas em um grupo/comunidade.

Fizemos o acompanhamento das reuniões presenciais do grupo, realizadas quinzenalmente na Universidade, na qual observa-se o tipo de interação, e os momentos em que é possível verificar indícios de uma CoP. Além disso, realizamos um curso de extensão semipresencial com os participantes do PIBID, que teve por finalidade produzir uma aprendizagem colaborativa que fortalecesse os laços entre licenciandos, e também a possibilidade de reflexão da prática docente frente às tecnologias da informação e comunicação. Trabalhamos com o software de Geometria Espacial Cabri 3D em atividades de natureza exploratório-investigativa, e utilizamos a plataforma virtual Moodle como meio de comunicação assíncrona. Foram nove encontros presenciais, na qual abordamos as ferramentas do software e também discutíamos textos e publicações divididos em quatro temas como: as possibilidades da utilização das TIC no processo de ensino e aprendizagem de Matemática; a formação de professores no contexto das tecnologias; a utilização da plataforma Moodle e; experiências com o uso do software Cabri 3D. Estes quatro eixos de discussão foram importantes para compor uma base teórica para o desenvolvimento do Curso.

Após a conclusão do curso realizamos uma Entrevista com os participantes do PIBID, a fim de verificar o perfil de cada participante, assim como, a concepção de cada um perante a participação e desenvolvimento das atividades neste grupo.

A análise dos dados aconteceu de acordo com a Análise de Conteúdo (Bardin, 1979), e a partir de um refinamento, elencamos três categorias que constituíram as unidades significativas para a análise da pesquisa, são elas: Aprendizagem no processo de formação inicial; Processo de constituição da profissão docente e; Aproximação às Atividades Docentes. Estas categorias apontaram algumas dimensões da formação docente, imersas no contexto desta pesquisa, e ao mesmo tempo, levantam indícios da presença de elementos de uma possível aproximação à alguns conceitos de uma Comunidade de Prática.

Aproximação à Comunidade de Prática

A partir da teoria apresentada foi possível perceber características importantes para a aprendizagem e para o desenvolvimento profissional.

A Aprendizagem Compartilhada, a partir das possibilidades de Colaboração, como uma forma de aprendizagem no processo de formação inicial, nos pareceu uma dimensão muito significativa na formação docente, imersos no modelo de formação via PIBID. Nesta concepção, entendemos que o indivíduo aprende a partir da interação com os pares, e para além da

[1] Este projeto tem por objetivo aprimorar a formação docente através da inserção do licenciando no cotidiano escolar, e ao mesmo tempo, contribuir para elevação do padrão de qualidade da educação básica.

aprendizagem, o indivíduo aprende conhecimentos e conceitos da prática docente participando na preparação de atividades de sala de aula.

As pesquisas de Silva (2007) e Miskulin et al. (2011) descrevem o papel da colaboração em processos formativos que ocorreram em ambientes virtuais.

> A virtualidade, constituída pelo ambiente dos cursos online, propiciou um espaço formativo de professores que ensinam Matemática, no qual a colaboração emergiu como um fator essencial para a construção de significados e compartilhamentos de experiências sobre a prática docente (p. 184).

Tal dimensão se manifestou nos diferentes ambientes em que os sujeitos da pesquisa foram submetidos, tanto na relação Universidade-Escola, quanto na vivência do Curso de Extensão.

A Reflexão, presente no processo de constituição da profissão docente, permitiu-nos verificar momentos de tomada de consciência, por parte dos sujeitos da pesquisa, do processo de constituir-se professor. A tomada de consciência foi proporcionada pela Ressignificação de conhecimentos e conceitos da prática docente, em um movimento dinâmico e híbrido estabelecido pela teoria/prática em que puderam participar. Isto corrobora com a ideia de Zeichner (2010), sobre o terceiro espaço,

> [...] o conceito de terceiro espaço diz respeito à criação de espaços híbridos nos programas de formação inicial de professores que reúnem professores da Educação Básica e do Ensino Superior, e conhecimento prático profissional e acadêmico em novas formas para aprimorar a aprendizagem dos futuros professores. [...] os terceiros espaços reúnem o conhecimento prático ao acadêmico de modos menos hierárquicos, tendo em vista a criação de novas oportunidades de aprendizagem para professores em formação (p. 487).

E por fim, a dimensão Participação, manifestada em atividades de formação e intervenção, na qual consideramos como atividades docentes no cotidiano, pois os alunos bolsistas puderam se posicionar como professores durante o planejamento, organização e intervenção das atividades. Esta ação impulsiona as dimensões anteriormente citadas, formando uma espiral, em que cada uma das dimensões ocorre simultaneamente através do envolvimento dos participantes.

O diagrama, a seguir, representa as dimensões que encontramos nesta pesquisa, e como elas se inter-relacionam no processo de formação inicial. A espiral indica o movimento que se observa entre a participação, reflexão, aprendizagem compartilhada, colaboração e a ressignificação, que se obtém ao considerar a Comunidade de Prática um contexto interessante para a formação inicial de professores de Matemática.

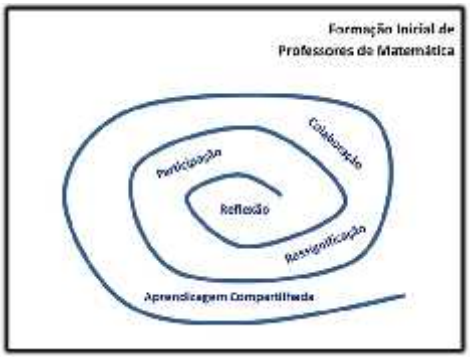


Figura 1 – Diagrama com as dimensões

O grupo analisado vivenciou momentos de uma Comunidade de Prática, e por conta desta vivência, é que podemos dizer que o Grupo/Comunidade se aproximou das características, de elementos de teóricos e das formas de aprender dentro de uma Comunidade de Prática.

Considerações Finais

A pesquisa realizada buscou apresentar uma proposta de formação inicial de professores de matemática por meio de CoP. Ao tentar alcançar os objetivos propostos, muitos caminhos foram trilhados, e a compreensão de tais dimensões como, a participação, colaboração, aprendizagem compartilhada, reflexão, e ressignificação, implicou em verificar como essas dimensões se manifestam no processo de formação inicial de professores de Matemática.

Desta maneira, identificamos que as dimensões, estão simultaneamente presentes na participação do Grupo/comunidade em atividades de formação e intervenção, realizadas no PIBID e, diante das formas de interação proposto pelo Curso de Extensão. Isto foi identificado a partir da análise realizada na pesquisa, juntamente com os depoimentos dos participantes, observações realizadas e atividades presenciadas.

Mas durante a nossa trajetória, buscamos um respaldo teórico, e encontramos na teoria de Wenger (2001), sobre Comunidades de Prática, os elementos necessários para justificar tais dimensões e a forma como elas se manifestam no processo formativo.

Diante da teoria apresentada, foi possível perceber as características desta CoP no grupo investigado. Identificamos a Comunidade, como sendo os membros que a constituem, o qual nomeamos como Grupo/comunidade, formados pelos sujeitos da pesquisa, o Domínio, como a constituição profissional do professor de matemática, e a Prática, como as atividades e ações compartilhadas da comunidade. Além disso, verificamos como cada uma das dimensões se encaixava nestas características principais. Ou seja, foi possível perceber que o grupo analisado possui características de uma CoP, e que em alguns momentos poderemos considera-los como uma CoP.

Este movimento resultou em reflexos sobre o contexto profícuo para o desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática imersos em uma Comunidade de Prática, afinal, através da participação, reflexão, colaboração, ressignificação e da aprendizagem compartilhada, a formação desses futuros professores poderá acontecer.

Desta forma, entendemos que a formação do professor, via Projeto PIBID, possui pontos positivos e que, alguns conceitos de formação de professores aproximam-se dos conceitos de CoP, como engajamento mútuo, participação, sociabilidade, entre outros, e estas propostas vão na direção das propostas de formação atuais, na qual perspectivam um modelo de formação em que a teoria e a prática se constituem concomitantemente, e não de maneira dual. O trabalho realizado por Mendes (2013) aponta caminhos possíveis para a relação entre a formação de professores que ensinam Matemática, as tecnologias da informação e comunicação e a Comunidade de Prática, imersos no contexto do PIBID.

O PIBID, como apresentado anteriormente, é uma Programa de Iniciação a Docência, o qual prevê, entre outros, aprimorar a formação docente, com a inserção do licenciando no cotidiano escolar. Esta iniciativa é muito interessante, pois o licenciando recebe uma bolsa de estudos para vivenciar este modelo de formação e ter a oportunidade de ter um acompanhamento especializado em sua iniciação profissional.

Por isso defendemos uma política de formação que vise a participação de todos os licenciandos em projetos onde tenham um maior contato com o ambiente escolar e sua organização. Os próprios sujeitos desta pesquisa apontaram os benefícios em participar do PIBID, e como o PIBID foi importante no início da carreira, já como professor, perante aos desafios e obstáculos encontrados.

Além da contribuição com a formação dos futuros professores, o PIBID possui aspectos positivos em relação à contribuição na elevação do padrão de qualidade da educação básica. Durante uma reunião do PIBID, no início de 2012, que foi realizada na escola parceira, a coordenadora pedagógica da escola comentou um resultado recente do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), referente ao ano de 2011, em que a escola havia apresentado melhoria na disciplina de Matemática. Não podemos afirmar que foi pela inserção do PIBID na escola, que se iniciou em 2010, mas é um indicativo de que o PIBID pode estar no caminho certo.

Vale ressaltar que a parceria Universidade-Escola é complexa, e exige comprometimento de ambas as partes, e, além disso, necessita de uma relação de confiança. Ambos contextos precisam estar em consonância para que as atividades propostas atinjam os objetivos pretendidos. Mesmo com todos os obstáculos encontrados para a realização do PIBID, este projeto ainda nos parece um modelo promissor de formação. O pesquisador Nóvoa (2013) propõe a criação de centros acadêmicos de educação, juntando escolas, formação de professores e pesquisa.

As propostas apresentadas no livro "Por uma política nacional de educação" (Gatti et al., de 2013), fazem quase um apelo coletivo para que os formadores de futuros educadores pensem em uma formação centrada na escola como estratégia institucional. O que se espera é um sistema de formação que assegure aos formandos as condições adequadas ao seu desenvolvimento pessoal e profissional.

Nesta direção Mizukami (2013) salienta,

> Os processos de aprender a ensinar, de aprender a ser professor e de se desenvolver profissionalmente são lentos. Iniciam-se antes do espaço formativo dos cursos de licenciatura e prolongam-se por toda a vida, alimentados e transformados por diferentes experiências profissionais e de vida. Assim, por excelência, a escola constitui um local de aprendizagem e de desenvolvimento profissional da docência (p. 23).

Com este novo olhar, defendemos aqui, a ideia do trabalho colaborativo, entre Universidade-Escola, num movimento de constante (trans)formação, em que os futuros professores possam minimizar parte de suas inseguranças perante o trabalho docente. Neste momento somos capazes de afirmar que a formação docente por meio do PIBID, em Comunidades de Prática, é um caminho possível, pois podem propiciar cenários de aprendizagem compartilhada.

Pensando em todo esse processo de formação, no papel do professor, na realidade escolar, entre outros aspectos, encerramos este trabalho com a frase de Nóvoa (2013), "Nada substitui um bom professor", e é por conta disto que trabalhamos por melhores condições para a formação e práticas docentes, e também por abordagens diferenciadas de formação docente.

Referências

Bardin, L. (1979). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70.

Barton, D.; Tusting, K. (2005). *Beyond Communities of Practice: language, power and social context*. New York: Cambridge University Press.

Gama, R. P. (2009). *Professores iniciantes e o desenvolvimento profissional: um olhar sobre pesquisas acadêmicas brasileiras*. In: Fiorentini, D.; Grando, R. C.; Miskulin, R. G. S. (Orgs.). Práticas de Formação e de Pesquisa de Professores que Ensinam Matemática. Campinas: Mercado de Letras, p.101-123.

Gatti, B. A.; Junior, C. A. S.; Nicoletti, M. G.; Pagotto, M. D. S. (2013). *Por uma política nacional de formação de professores*. São Paulo: Editora Unesp.

Lave, J.; Wenger, E. (1991) Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation. Cambridge: Cambridge University Press.

Mendes, R. M. A. (2013). *Formação do professor que ensina matemática, as tecnologias de informação e comunicação e as comunidades de prática*: uma relação possível. 2013. 285f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro.

Mengalli, N. M. (2006). *Interação, Redes e Comunidades de Prática (CoP)*: Subsídios para a Gestão do Conhecimento na Educação. 2006. 212f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

Miskulin, R. G. S.; Penteado, M. G.; Richit, A.; Mariano, C. R. (2011). *A Prática do Professor que Ensina Matemática e a Colaboração*: uma reflexão a partir de processos formativos virtuais. Bolema, Rio Claro, v.25, n. 41, p.173-186.

Miskulin, R. G. S.; Rosa, M.; Silva, M. R. C. (2009). *Comunidade de prática virtual*: possíveis contribuições para a formação de professores de Matemática. In: Fiorentini, D.; Grando, R. C.; Miskulin, R. G. S. (Orgs.). Práticas de Formação e de Pesquisa de Professores que Ensinam Matemática. Campinas: Mercado de Letras, p.257-276.

Mizukami, M. G. N. (2013). *Escola e desenvolvimento profissional da docência*. In: Gatti, B. A.; Junior, C. A. S.; Nicoletti, M. G.; Pagotto, M. D. S. (Orgs.). Por uma política nacional de formação de professores. São Paulo: Editora Unesp, p. 23-54.

Nóvoa, A. (2013). *Nada substitui um bom professor*: propostas para uma revolução no campo da formação de professores. In: Gatti, B. A.; Junior, C. A. S.; Nicoletti, M. G.; Pagotto, M. D. S. (Orgs.).Por uma política nacional de formação de professores. São Paulo: Editora Unesp, p. 199-210.

Pérez Gómez, A. I. (2001). *A Cultura Escolar na sociedade Neoliberal*. Porto Alegre: Artmed.

Silva, M. R. C. (2007). *Formação e Gestão de uma Comunidade Virtual de Prática*: criação e validação de um instrumento de pesquisa. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

Wenger, E. (2001*) Comunidades de Práctica*: Aprendizaje, Significado e Identidad –Cognición e Desarrollo Humano. Paidós: Barcelona.

Wenger, E. (2012) *Communities of Practice*: a brief introduction. Disponível em: <http://wenger-trayner.com/wp-content/uploads/2012/01/06-Brief-introduction-to-communities-of-practice.pdf>. Acesso em: 14 dez. 2012.

Wenger, E., McDermott, R. e Snyder, W.C. (2002) *Cultivating Communities of Practice*: A Guide to Managing Knowledge. Harvard Business: Boston.

Zeichner, K. (2010). *Repensando as conexões entre a formação na universidade e as experiências de campo na formação de professores em faculdades e universidades*. Educação, Santa Maria, v. 35, n. 3, p.479-504.

Educação continuada do professor de Matemática: constituição de um núcleo de investigações sobre a prática

Nielce Meneguelo **Lobo da Costa**
Universidade Anhanguera de São Paulo
Brasil
nielce.lobo@gmail.com
Aparecida Rodrigues Silva **Duarte**
Universidade Anhanguera de São Paulo
Brasil
angel-bb@uol.com.br

Resumo

Este artigo se reporta a um projeto de formação continuada e pesquisa cujo objetivo é desenvolver e analisar o processo de construção de um núcleo investigativo com e sobre o trabalho docente do professor de Matemática, com vistas à reconstrução da prática pedagógica. A metodologia da pesquisa foi a qualitativa de caráter co-generativo, segundo Greenwood e Levin. Os sujeitos foram sete professoras de um dos grupos de estudos sobre a prática docente, ligado ao núcleo investigativo. A coleta de dados foi feita por questionário, observação, gravações dos encontros, e depoimentos, recolha de materiais diversos produzidos. A análise dos dados foi interpretativa e apontou que o caminho do grupo se compôs por fases distintas ocorridas em função das atividades nas quais as integrantes estiveram envolvidas. Foram quatro fases: Início de convívio, Consolidação, Manutenção e Integração. Concluímos que essas fases do grupo apresentaram características propícias ao desenvolvimento profissional das professoras participantes.

Palavras chave: Educação Continuada, Educação Matemática, Formação de Professores de Matemática, Ensino Médio, Programa Observatório da Educação.

Considerações iniciais

Este artigo se reporta a um projeto de formação e pesquisa, na área de educação continuada, cujo objetivo é constituir e analisar um núcleo investigativo com e sobre o trabalho docente do professor de Matemática, com vistas à reconstrução da prática pedagógica. O Projeto (19366 do Edital 49/2012), neste texto referenciado como Projeto "OBEDUC Práticas", tem a duração de quatro anos e está em desenvolvimento desde 2013, no âmbito do Programa Observatório da Educação, do Ministério da Educação do Brasil. Tal Programa tem a finalidade de fomentar estudos e pesquisas em educação, proporcionar a articulação entre pós-graduação, licenciaturas e escolas de educação básica e estimular a produção acadêmica e a formação de recursos pós-graduados, em nível de mestrado e doutorado.

O referido Programa tem gestão conjunta da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES e do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. Projetos financiados por esse Programa recebem bolsas para mestrandos, doutorandos, licenciandos em Iniciação Cientifica e para professores atuantes na Educação Básica.

No sentido de atingir o objetivo geral do Projeto "OBEDUC Práticas", qual seja, de constituir e analisar um núcleo investigativo sobre prática docente, foram empreendidas em 2013, primeiro ano do projeto, formações continuadas e pesquisas. A fim de viabilizar a constituição de um núcleo de investigações e promover a formação continuada, foi estabelecida uma parceria com três Diretorias de Ensino (DE) da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo; a DE Norte 2, DE Guarulhos Norte e DE Guarulhos Sul. Na cooperação ficou acordado que o processo formativo envolveria professores de Matemática atuantes tanto no Ensino Fundamental, além dos do Ensino Médio, como era a proposta inicial dos pesquisadores.

Neste artigo discorremos sobre a constituição e desenvolvimento de um núcleo investigativo, denominado Núcleo de Estudos sobre Formação e Práticas do Professor de Matemática, inserido no Projeto "OBEDUC Práticas", que prevê a organização e estruturação de grupos de pesquisa sobre a prática docente. Nessa perspectiva, analisamos a trajetória de um dos grupos de pesquisa integrantes desse Núcleo de Estudos, formado por cinco das professoras bolsistas da Educação Básica e duas professoras da Universidade. As participantes do referido grupo acompanharam formações continuadas ofertadas no Projeto e também encontros quinzenais aos sábados para estudos e discussões sobre a prática do professor de Matemática.

Investigações sobre e com grupos de professores que se reúnem para estudos caracterizando-se por um viés de trabalho colaborativo têm sido foco de pesquisas acadêmicas, tais como as de Lopes (2003), Ferreira (2003) e Lobo da Costa (2004), que os indicam como propulsores de ambiente propício ao desenvolvimento profissional docente.

A pesquisa empreendida por Lobo da Costa (2004) identificou características do desenvolvimento de um grupo de professores ao trabalhar colaborativamente e levantou possibilidades viabilizadas por estes. São elas: (C1) Reflexão compartilhada, (C2) Aprendizagem/ Aprender com o outro, (C3) Ações docentes, (C4) Ações de formação, (C5) Pesquisa sobre a prática, (C6) Troca de experiências, (C7) Representatividade do pensamento de todos os participantes, (C8) Parceria; (C9) Metas compartilhadas, (C10) Compromisso com o grupo, (C11) Confiança, (C12) Participação voluntária, (C13) Diálogo/Interação; (C14) Desenvolvimento da autonomia e (C15) Reflexão sobre a prática. Tais características, no entendimento da pesquisadora, auxiliam no desenvolvimento profissional dos integrantes. Outro resultado da pesquisa foi que os professores assumiram, no grupo, papéis diferenciados, atuando ora como aprendizes, ora como formadores, ora como docentes e ora como pesquisadores.

Vale salientar que, nesses tipos de grupo, como aponta Lobo da Costa (2006), é possível subverter as relações de poder entre formador–formando, porque a flexibilidade que os caracteriza permite constituir uma equipe de educadores que atuem de maneira conjunta, numa relação de aprendizado e desenvolvimento mútuo.

Grupos de estudos são também o foco das pesquisas de Gimenes (2006), Etcheverria (2008) e de Boesing (2009). Essas autoras apresentam entre seus resultados que a aprendizagem ocorrida ao longo dos estudos foi relevante para levar os professores integrantes do grupo a ressignificarem os conceitos matemáticos em pauta. As pesquisadoras concluíram que as trocas de experiências docentes ocorridas no grupo puderam impactar a atuação em sala de aula. Em particular, Gimenes (2006) apontou que a constituição do grupo de estudos por ela investigado contribuiu para a organização e estruturação de outros grupos de estudos e foi relevante em promover mudanças na escola. Isto coaduna com o apontado por Lobo da Costa (2004), uma vez

que a relação de aprendizado e desenvolvimento mútuo dos professores participantes possivelmente impacta as escolas nas quais atuam.

Estabelecer uma rede de aprendizagem entre professores por meio de grupos de estudos foi um outro resultado apontado por investigação de Lobo da Costa & Prado (2012). Tal pesquisa evidenciou a conexão entre o trabalho colaborativo do grupo e a aprendizagem coletiva. A criação da rede de aprendizagem ocorreu em um processo de compartilhamento de vivências, saberes, reflexões, questionamentos e experiências profissionais, ao longo dos estudos conjuntos sobre o conteúdo curricular ministrado pelos integrantes do grupo.

Outras pesquisas com grupos de estudos, tais como as de Prado & Lobo da Costa (2012) têm evidenciado que "a constituição de um grupo tem peculiaridades que dependem tanto dos componentes do grupo quanto da motivação para participar do processo de estudos e de aprendizagem com o outro" (p.15). A convivência e o empreendimento dos estudos no grupo deixam marcas nos participantes, segundo essas autoras. Isso ocorre de maneira contínua e evolutiva ao longo do tempo e as pesquisadoras identificaram essas marcas distribuídas em alguns momentos do grupo que investigaram. A primeira marca evidenciou uma visão dos participantes focada em questões mais periféricas da prática pedagógica, como – gestão da sala de aula, disciplina e motivação dos alunos, entre outras. A segunda marca vincula-se à visão focada em aspectos pessoais da docência, quais sejam, a forma de ensinar, as estratégias próprias, as metodologias. A terceira marca apontou a visão centrada nos objetos matemáticos, isto é, na compreensão, nos significados e na construção dos conceitos matemáticos e, a quarta marca identificada foi a da visão focada na reconstrução da prática e na consolidação do grupo, que foi a última a ser evidenciada no caminho trilhado pelas participantes do grupo.

Pesquisa recente fundamentada na constituição e desenvolvimento de um grupo de estudos foi a de Vieira (2013), que analisou as características que podem impulsionar a ampliação do conhecimento profissional docente das integrantes. No tocante ao grupo, seus resultados apontaram a importância da existência de um líder do grupo como um mediador pedagógico para promover reflexões e para auxiliar na construção de conhecimentos e na aprendizagem com o outro.

Os resultados de pesquisas com grupos de professores nos alertaram para a pertinência em investigar o desenvolvimento de tais agrupamentos, em particular aqueles que contemplam trabalhos colaborativos, investigações na sala de aula e estudos teóricos, especialmente pelo potencial destes em promover desenvolvimento profissional dos envolvidos. Além disso, há carência de pesquisas em relação a grupos de estudos conjuntos, constituídos por professores atuantes na Educação Básica e por professores da Universidade, nos quais esses últimos possam assumir o papel de líderes de grupo.

Fundamentação Teórica

A formação continuada empreendida pretendeu promover articulação entre teoria e prática, como já mencionamos neste texto. Particularmente, intentou desenvolver, entre os professores participantes do processo, a reflexão crítica sobre a prática, entendendo que, como ensina Freire (2002) "na formação permanente dos professores, o momento fundamental é o da reflexão crítica sobre a prática. É pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática. (p. 43). Em adição, ressaltamos que a prática, para ser repensada, precisa também da teoria.

Neste artigo apresentamos um recorte da fundamentação teórica que embasa o Projeto de formação e pesquisa, no caso, a relativa aos grupos de estudos do núcleo investigativo em constituição, qual seja, o conceito de desenvolvimento profissional, no sentido dado por Ponte (1997) e o de trabalho colaborativo, discutido por Boavida & Ponte (2002).

Em relação ao grupo de estudos a fundamentação vem de Murphy &Lick (1998) para os quais esse tipo de organização, que normalmente congrega um pequeno número de indivíduos, costuma promover o desenvolvimento profissional dos participantes, visto que impulsiona o compartilhamento de anseios e ideias, o planejamento, a aprendizagem mútua e a construção de novos conhecimentos.

O desenvolvimento profissional é aqui entendido como um processo interno do professor, influenciado por diversos aspectos da carreira docente, qual seja, a formação inicial, a continuada, as características intrínsecas dos saberes com os quais está envolvido na docência, as experiências e oportunidades profissionais, as crenças, concepções e valores, a vivência nos espaços escolares, o contato com outros docentes, com os alunos, os pais e a comunidade escolar.

Nesse sentido, seguimos Ponte (1997) que identifica o desenvolvimento profissional como composto pelos movimentos empreendidos pelo professor, que levam à reestruturação de sua prática pedagógica, partindo de reflexão, ação e nova reflexão. É "um processo de crescimento na competência em termos de práticas lectivas e não lectivas, no autocontrolo da sua atividade como educador e como elemento da organização escolar" (p. 44). Assim, o desenvolvimento profissional promove mais do que simplesmente o repensar ou mudar a prática na sala de aula, pois engloba as ações educativas do professor de forma geral, abarcando aspectos pessoais e relacionais.

Boavida & Ponte (2002) consideram nos processos de educação continuada o trabalho colaborativo como sendo o que ocorre em "casos nos quais diversos intervenientes trabalham conjuntamente, não numa relação hierárquica, mas numa base de igualdade de modo a haver ajuda mútua e a se atingirem objetivos que a todos beneficiem" (p. 45). No trabalho colaborativo diferentes olhares permitem a composição de quadros interpretativos consistentes sobre a questão estudada e investigada.

A partir desses conceitos teóricos foram empreendidas as análises e estabelecidos os resultados, apresentados a seguir.

Metodologia

A pesquisa que subsidia este texto é de caráter qualitativo, na acepção de Amado (2013, p. 15) para o qual a pesquisa em educação apresenta características específicas devido às particularidades do fenômeno educativo, "consiste numa pesquisa sistemática, sustentada em princípios teóricos e em atitudes éticas [...] com o objetivo de obter junto aos sujeitos a investigar a informação e a compreensão de certos comportamentos, emoções, modos de ser, de estar e de pensar". Em especial, trata-se de pesquisa de cunho co-generativo, segundo Greenwood & Levin (2000), isto é, um tipo de pesquisa-ação conduzida democraticamente entre os participantes, na qual o conhecimento é co-gerado por eles e o significado é construído no processo de investigação.

Esta pesquisa, registrada na Plataforma Brasil, está aprovada pelo Comitê de Ética na Pesquisa, com o Parecer 318.139/2013. A coleta de dados foi feita por: questionário de entrada, observação, depoimentos orais e escritos, gravações em áudio e vídeo dos encontros dos grupos e

das sessões de formação continuada; recolha de materiais produzidos pelos sujeitos e registros diversos do ambiente virtual de suporte ao Projeto. A análise dos dados foi interpretativa, por análise de conteúdo, e utilizou para definir as unidades de significado, características do trabalho colaborativo em grupos de professores, identificadas por Lobo da Costa (2004) e já apresentadas neste texto.

Análise da constituição e desenvolvimento do Núcleo de Investigações

O acompanhamento do grupo de estudos ao longo de dois anos do Projeto evidenciou características quanto à sua constituição e desenvolvimento e, consequentemente, do núcleo de investigações, iniciado com esse grupo e intitulado "Núcleo de Estudos sobre Formação e Práticas do Professor de Matemática" do Projeto OBEDUC Práticas.

O grupo aqui investigado iniciou seus trabalhos no primeiro semestre de 2013. Ele é formado por cinco das professoras atuantes na Educação Básica do Projeto e duas professoras da Universidade. Como bolsistas, as professoras da Educação Básica têm o compromisso de acompanhar o curso de formação e de aplicar atividades propostas, previamente adaptadas por elas, em sala de aula, trazer registros dos alunos para discussão no curso de formação, integrar o grupo estudos e comparecer às suas reuniões e, dentro de suas possibilidades, participar de eventos da área da Educação Matemática, tais como: seminários, colóquios, congressos e outros.

As professoras do grupo, atuantes na Educação Básica são aqui denominadas por Profa. A, Profa. B, Profa. C, Profa. D e Profa. E. de modo a preservar a identidade das mesmas. Todas ministram aulas de matemática do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e no Ensino Médio em diferentes escolas, três delas na cidade de São Paulo/SP e duas na cidade de Guarulhos/SP. São licenciadas em Matemática, três delas são titulares de cargo efetivo e duas são professoras substitutas. As professoras da Universidade, integrantes do grupo são: uma doutoranda e sua orientadora.

A figura 1 explicita a composição desse grupo de estudos, do núcleo investigativo do Projeto OBEDUC Práticas. Nele há um movimento de integração entre a universidade e as escolas participantes, com o fluxo de informações ocorrendo em ambos os lados.

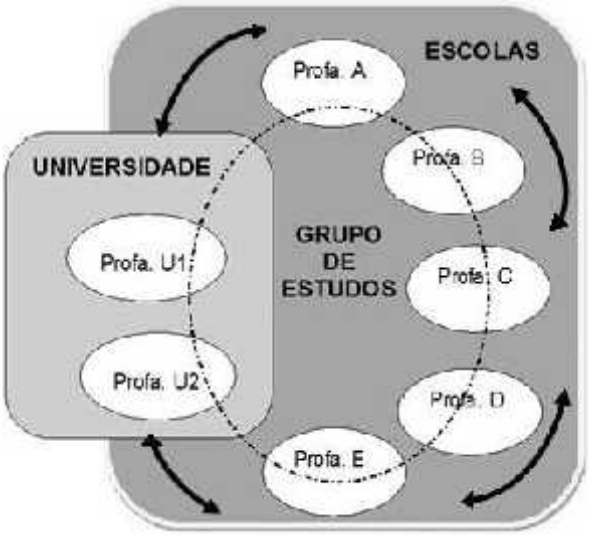


Figura 1. Composição do Grupo de Estudos do Núcleo de Investigações.
Fonte: Acervo próprio

No início do Projeto, ao responderem o questionário de entrada, no tocante às expectativas pela participação (na formação continuada e no grupo de estudos), as professoras A, B, C, D e E declararam motivação para aprender novas metodologias de ensino de matemática que pudessem transformar a ação pedagógica, além da expectativa de "crescimento profissional".

No primeiro ano, as professoras A, B, C, D e E estiveram envolvidas simultaneamente tanto na formação continuada como cursistas, quanto nas atividades do grupo de estudos. Os cursos de formação, dos quais participaram foram: no 1º semestre o Curso 1 intitulado "Resolução de Problemas no Currículo de Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental" – centrado na discussão de alguns problemas históricos e de problemas envolvendo raciocínio quantitativo - números, quantidades, relações e operações. No 2º semestre o Curso 2 intitulado "Resolução de Problemas com Números Inteiros por meio de Jogos" – com a discussão centrada em jogos como estratégia para a inserção de resolução de problemas na sala de aula e no Método de Cingapura, como estratégia de resolução de problemas (com o uso de diagramas de barras e de linhas). No segundo ano, as mesmas professoras participaram do Curso 3 – "As estruturas multiplicativas e a Proporcionalidade na resolução de problemas", no 1º. semestre.

A análise da constituição e do caminho percorrido pelo grupo evidencia que este foi composto por fases distintas distribuídas ao longo do tempo, as quais ocorreram em função das atividades em que as participantes estiveram envolvidas. Identificamos quatro fases: Início de convívio, Consolidação, Manutenção e Integração.

A análise interpretativa foi empreendida por fase, utilizando como unidades de significado quinze categorias elencadas por Lobo da Costa (2004) como características do trabalho colaborativo em um grupo apresentadas na seção "Considerações Iniciais".

Nos registros desta pesquisa identificamos a presença de treze dessas categorias. No quadro 1 apresentamos a descrição de cada categoria identificada na pesquisa:

Quadro 1
Descrição das Categorias de Trabalho Colaborativo no Grupo de Estudos

Categoria (código)	**Descrição**
Reflexão compartilhada (C1)	Relatos revelando ao grupo o seu pensar e suas indagações
Aprendizagem/Aprender o outro (C2)	Relatos declarando a própria aprendizagem (específica e pedagógica do conteúdo.)
Ações docentes (C3)	Relatos envolvendo experiências na sala de aula.
Ações de formação (C4)	Relatos envolvendo experiências como formador.
Pesquisa sobre a prática (C5)	Relatos envolvendo investigações sobre a própria prática.
Troca de experiências (C6)	Relatos envolvendo conteúdos e atividades práticas.
Parceria (C8)	Relatos que envolvem solidariedade e alianças.
Metas compartilhadas (C9)	Relatos envolvendo processo de busca para atingir objetivos comuns.
Compromisso com o grupo (C10)	Relatos declarando atitudes comprometidas com o outro
Confiança (C11)	Relatos indicando sentimento de confiança e pertinência
Diálogo/Interação (C13)	Relatos que demonstram reconhecimento do valor dos diálogos no grupo
Desenvolvimento da Autonomia (C14)	Relatos que indicam maior segurança nas decisões.
Reflexão sobre a prática (C15)	Relatos que demonstram reconstituição da prática pedagógica vivenciada.

Fonte: Acervo próprio

A análise foi organizada em cada fase do grupo, a partir das atividades nelas ocorridas, por extratos de registros que exemplificam as categorias de trabalho colaborativo identificadas.

As atividades da primeira fase: Início de Convívio estão detalhados no quadro 2.

Quadro 2:
Descrição das Atividades desenvolvidas na Fase inicial do Grupo de Estudos

Atividades – Fase: Início de convívio (1º. semestre de 2013)
• **No grupo de estudos** o Estudos prévios sobre o tema do Curso 1 (leituras, análise e discussão dos jogos, etc.); o Planejamento das ações a serem desenvolvidas ao longo da semana para suporte das sessões do Curso 1; o Preparo de materiais (pautas, apostilas, dados, cartões, kits de jogos, etc.) a serem utilizados nas sessões do Curso 1; o Discussões sobre o que ocorreu nas sessões de formação; o Planejamento de intervenções para a sala de aula, adaptando atividades do Curso 1, em conjunto (ou discutindo adaptações realizadas individualmente); o Discussões sobre o que ocorreu nas aplicações de sala de aula. • **Nas sessões de formação continuada – Curso 1** o Realização das atividades propostas (como cursista); o Auxílio nas filmagens, organização da documentação da sessão, distribuição de materiais e registro das discussões em diários de anotações.

Fonte: Acervo próprio

Analisando a fase "Início de Convívio" identificamos no grupo a presença de sete categorias de trabalho colaborativo.

Extratos de registros desta fase que exemplificam as categorias:

"...percebo a existência de um grande respeito entre todas nós, além de muita solidariedade, nas horas em que uma precisa da outra para realizar qualquer trabalho que o grupo se propõe a desenvolver" (Profa. B).

Metas compartilhadas (C9)/ Parceria (C8) / Confiança C11

"...ministro 60 aulas semanais, tenho pouco tempo para estudar e preparar as atividades para aplicar nas aulas, mas procuro o tempo nos finais de semana." (Profa. D).

C1 - Reflexão compartilhada/ C11 – Confiança

"...aplico as atividades na sala de aula, foi uma experiência ímpar, pois percebo que os alunos resolvem os problemas usando de várias estratégias, e isso me deixou deslumbrada." (Profa. B).

C3 – Ações docentes/ C15 – Reflexão sobre a prática

"...estou aprendendo bastante no grupo de estudos, já faço um trabalho diferenciado na sala de aula, os gestores da escola onde leciono me apoiam. (Profa. E)

C3 – Ações docentes/ C15 – Reflexão sobre a prática/ C2 -Aprendizagem/Aprender o outro

O destaque da fase "Início de Convívio" foi a aprendizagem, o sentimento de aceitação e o olhar voltado para as questões da própria prática.

No quadro 3, a seguir detalhamos a próxima fase do Grupo de estudos

Quadro 3:
Descrição das Atividades desenvolvidas na Fase de Consolidação do Grupo

Atividades - Fase: Consolidação (2º. semestre de 2013)
• **No grupo de estudos** Além de continuarem a desempenhar as mesmas atividades já citadas no semestre anterior, as seguintes foram desenvolvidas o Análise dos protocolos de alunos relativos às aplicações de atividades adaptadas pelo grupo; o Planejamento da atuação no evento I Seminário Integrado; o Preparo de apresentação de relato de experiência em sala de aula para participação em Mesa redonda no evento; o Confecção de pôster coletivo para Sessão de Pôsteres do evento; o Seleção e organização de materiais educativos a expor no evento; o Elaboração de relatório anual de bolsista. • **Nas sessões de formação continuada – Curso 2** Além de continuarem a desempenhar as mesmas atividades já citadas no semestre anterior, as seguintes foram desenvolvidas o Relato de experiências de sala de aula. • **No I Seminário Integrado do Observatório da Educação: Parcerias que promovem aprendizagem** o Participação nas atividades do evento; o Apresentação e discussão de relatos de sala de aula em Mesa redonda; o Exposição do Pôster: Práticas de Sala de Aula das Professoras Bolsistas da Educação Básica; o Exposição de materiais educativos desenvolvidos para o Projeto.

Fonte: Acervo próprio

Nessa fase foram identificadas onze das categorias de trabalho colaborativo.

Exemplos de extratos da Fase de Consolidação e as categorias nele identificadas

"Os problemas estavam muito fora da realidade, me perguntei se os alunos conseguiriam resolvê-los. Me surpreendi com os resultados os alunos realizaram as atividades de maneira simples, por meio de estratégias pessoais". (Profa. A)

"... é interessante observar os procedimentos utilizados para a resolução dos problemas. Nunca havia refletido e investigado como o aluno pensa, resolve um problema, faz um registro. (Profa. B)

"...estava caindo na mesmice, ao ministrar minhas aulas, eu não aquentava mais, apenas com giz e lousa. Por meio da aplicação dos jogos que aprendi na formação, isso abriu minha mente. Consigo agora, dar uma aula mais dinâmica, os alunos participam em sua maioria, pois foram os jogos que proporcionaram essa mudança, tanto na minha prática docente quanto dos alunos." (Profa. A)

"Esse tipo de atividade que propus aos alunos, resolução de problemas por meio de jogos, trouxe para o meu dia a dia uma luz, pois consegui que todos os alunos participassem da aula, mesmo os que tinham dificuldades de conteúdos" (Profa. C)

"Não tive dificuldades para aplicar as atividades em sala de aula, reconheço que os alunos com déficit de conteúdos tiveram um melhor aproveitamento quanto propus os jogos como estratégia de resolução de problemas." (Profa. E)

Reflexão compartilhada (C1)/ Ações docentes (C3)/ Reflexão sobre a prática (C15)

"...quando aprendi a trabalhar com os jogos na formação, entrei em delírio. Levei para a sala de aula as atividades, fiz as adaptações necessárias e apliquei aos alunos. Foi muito gratificante essa experiência, pois os alunos "curtiram bastante". (Profa. D).

Aprendizagem/Aprender com o outro (C2) /Reflexão compartilhada (C1)/ Ações docentes (C3)/ Reflexão sobre a prática (C15)

"Estamos apreensivas por ser a primeira vez que apresentaremos em um Seminário um relato de prática docente". (Prof. C)

Reflexão compartilhada (C1)/ Compromisso com o grupo (C10)/ Diálogo/Interação (C13)

"Nossa! Estou me sentindo muito importante em realizar e expor esse trabalho. A participação no Seminário foi relevante para mim, fiquei feliz ao produzir o banner, expor no Seminário as experiências didáticas" (Profa. E).

O Seminário foi uma oportunidade de discutir experiências de sala e adaptações feitas para os problemas e jogos discutidos no curso de formação. (Profa. D)

Troca de experiências (C6)/ Desenvolvimento da Autonomia (C14)

"... geralmente apareciam dúvidas de aplicação e, às vezes, de resolução. Nestas situações uma professora colaborava com a outra, explicando como resolver ou, ainda, refletindo sobre como fariam para desenvolver aquele determinado jogo na sala de aula" (Prof. B).

Parceria (C8)/Metas compartilhadas (C9)/Compromisso com o grupo (C10)/ Confiança (C11) Aprendizagem (C2) /Diálogo/Interação (C13)/ Desenvolvimento da Autonomia (C14)

Assim, na fase "Consolidação" foi identificado o maior número de características de trabalho colaborativo. No quadro 4, a seguir, detalhamos a Fase de Manutenção.

Quadro 4
Descrição das Atividades desenvolvidas na Fase de Manutenção do Grupo

Atividades - Fase Manutenção (1º. semestre de 2014)
• **No grupo de estudos** o Planejamento dos rumos do grupo para o segundo ano; o Elaboração de atividades para novas aplicações nas salas de aula; o Estudos sobre os campos conceituais aditivo e multiplicativo; o Realização de oficina por uma das bolsistas sobre atividade a desenvolver em sala de aula; o Estudos teóricos sobre Resolução de Problemas; o Preparo de artigo científico para ser submetido a evento de Educação Matemática; o Proposta de oficina de jogos para submeter a evento de Educação Matemática. • **Nas sessões de formação continuada – Curso 3** o Participação como cursistas.

Fonte: Acervo próprio

Exemplos de extratos da referida fase:

"A diretora da escola solicitou que eu apresentasse depoimento para os meus pares sobre a importância de realizar um trabalho diferenciado com os alunos e também que preparasse uma oficina sobre resolução de problemas para os professores da escola". (Profa. D)

Reflexão compartilhada (C1) /Ações de formação (C4)

"Os encontros para escrita da comunicação e da oficina para o evento de Educação Matemática, aprender a estruturação e formatação pela ABNT, muitas dúvidas, mas vamos enfrentar o desafio". (Profa. B)

"Em duplas uma ajudando a outra, auxiliando quem ainda não estava com o texto bem definido, assim fomos construindo os artigos" (Profa. C)

Aprendizagem/Aprender o outro (C2) /Parceria (C8) / Confiança (C11)/ Diálogo/Interação (C13) Metas compartilhadas (C9)

"...eu tenho muitos registros dos alunos que apliquei na prática, mas não sei como colocar no papel. É muito difícil escrever." (Profa. D)

Reflexão compartilhada (C1)

Na fase de Manutenção surgiram sete das categorias de trabalho colaborativo e a característica principal foi o aumento na confiança e desenvolvimento de autonomia.

A seguir, no quadro 5, detalhamos a última fase do Grupo de Estudos.

Quadro 5
Descrição das Atividades desenvolvidas na Fase de Integração do Grupo

Atividades – Fase: Integração (2º. semestre de 2014)
• **No grupo de estudos** o Estudos teóricos (leitura de artigos sobre resolução de problemas e sobre aula exploratório-investigativa); o Providências para realização de videoconferência; o Preparo das apresentações em PPT para apresentação das comunicações científicas; o Preparo de oficina de jogos para submeter a evento de Educação Matemática. • **No Encontro Na videoconferência "Ensino Exploratório da Matemática**" o Interlocução com o prof. Luís Menezes, da Universidade de Viseu, com vistas a aplicação em sala de aula de uma atividade (sob orientação do professor português). • **No Encontro Paranaense de educação Matemática de Campo Mourão: Perspectivas e diálogos entre os diferentes níveis de ensino** o Participação nas atividades do evento; o Apresentação de comunicação científica por duas das professoras da Educação Básica; o Apresentação de comunicação científica pelas duas professoras integrantes da Universidade; o Realização de oficina para 30 professores; Esta fase está em andamento, a intenção é que o grupo aplique a atividade e que analise o que ocorreu em sala de aula. Finalizando, serão efetuados os relatórios finais.

Fonte: Acervo próprio

Nessa fase, em andamento, foram identificadas até agora quatro das categorias de trabalho colaborativo. Exemplos de extratos desta fase:

"Foi muito gratificante a participação de tantos professores jovens na oficina dos jogos que fizemos no evento. Eles nos chamavam querendo saber o que aconteceu, como organizamos a aula, queriam saber tudo". (Profa. A)

Reflexão compartilhada (C1)/ Ações de formação (C4)/ Confiança (C11)

"A apresentação da comunicação científica do nosso trabalho foi mesmo um desafio. Estávamos muito nervosas, mas ficamos felizes com o resultado" (Profa. A e Profa. B)

Reflexão compartilhada (C1)/ Parceria (C8)/ Confiança (C11)

Nessa última fase do grupo de estudos o que tem se evidenciado é a integração e alinhamento de posições, o sentimento de pertencimento, o compromisso de cada participante com o grupo, a confiança para enfrentar os desafios. Como essa fase ainda está em andamento, a análise elaborada é preliminar.

Considerações finais

As análises, as discussões e as leituras desenvolvidas pelo grupo de estudos subsidiaram os integrantes para o desenvolvimento de aulas na temática da resolução de problemas. Constatamos que a constituição, o desenvolvimento e a evolução do grupo ocorreram em fases distintas, distribuídas ao longo do tempo e dependeram das atividades propostas. Durante todo o processo foi possível observar a aprendizagem dos participantes nos temas enfocados e pesquisa propostos; o desenvolvimento de critérios mais consistentes para a elaboração e análise de atividades a serem aplicadas em sala de aula, além de aprendizagem para empreender observações das estratégias de resolução adotadas pelos alunos.

O caminho do grupo se compôs por fases distintas ocorridas em função das atividades nas quais as participantes estiveram envolvidas. Foram quatro fases: Início de convívio, Consolidação, Manutenção e Integração. Concluímos que essas fases do grupo apresentaram características propícias ao desenvolvimento profissional, tanto das professoras que atuam na Educação Básica, quanto das que atuam na Universidade, por possibilitar a troca, a colaboração, o compartilhamento de práticas, a reflexão na/da prática e a (re) significação dos conceitos. Entretanto, o estudo revelou que lacunas no conhecimento específico do conteúdo criam dificuldades para a atuação em sala de aula e para promover um ensino com um viés mais exploratório-investigativo.

O modo de aprender com o outro foi a tônica no grupo, o que é um fator relevante na promoção de desenvolvimento profissional, pois faz com que cada participante sinta-se aprendiz e ensinante (formador) no contexto do grupo.

Agradecimentos

À CAPES/Inep e ao Programa Observatório da Educação que subsidiou o Projeto 19366 Edital 49/2012 e os estudos para esta pesquisa.

Referências

Amado, J. (2013). *Manual de investigação qualitativa em Educação*. Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra.

Boavida, A. M. & Ponte, J. P. (2002) Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In GTI (Ed.), Reflectir e investigar sobre a prática profissional, p. 43-55. Lisboa: APM.

Boesing, C. (2009). *A prática da pesquisa nas aulas de Matemática:* vivências de professores do Ensino Fundamental que integram um grupo de estudos. 2009. 108 f. Dissertação (Mestrado em Educação, Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Etcheverria, T.C. (2008). *Educação continuada em grupos de estudos:* possibilidades com foco no ensino da Geometria. 2008. 102 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Freire, P. (2002). *Pedagogia da autonomia*: saberes necessários à prática educativa. 24ª. ed. São Paulo: Paz e Terra.

Greenwood, D. & Levin, M. (2000), Reconstructing the relationships between universities and society through action research. In: Denzin, N and Lincoln, Y. Eds *Handbook for Qualitative Research*. 2nd ed. Thousand Oaks, California: Sage Publications Inc. p. 85 – 106.

Gimenes, J. (2006). *Contribuições de um grupo de estudos para a formação matemática de professoras que lecionam nas séries iniciais*. 2006. 113 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

Lobo da Costa, N.M. (2004) *Formação de professores para o ensino da matemática com a informática integrada à prática pedagógica*: Exploração e análise de dados em bancos computacionais. Tese de Doutorado em Educação. São Paulo: PUSP, SP.

Lobo da Costa, N. M (2006). Formação continuada de professores: uma experiência de trabalho colaborativo com matemática e tecnologia In: Nacarato, A.M., Paiva, M. A. V. (orgs) *A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas*. Belo Horizonte: Autêntica, p. 167-196.

Lobo da Costa, N. M., Prado, M.E.B.B. (2012) Mathematics Teacher Continuing Education: Fostering the Constitution of a Learning Network. REDIMAT - *Journal of Research in Mathematics Education*. v.1, p.136 - 158.

Murphy, C. & Lick, D. (1998) *Whole faculty study groups:* A powerful way to change schools and enhance learning. California: Corwin, 188 p.

Polya, G. (1995). *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência.

Ponte, J. P. (1997). *O conhecimento profissional dos professores de matemática* (Relatório final de Projecto "O saber dos professores: Concepções e práticas"). Lisboa: DEFCUL.

Prado, M.E.B.B., & Lobo da Costa, N. M. (2012) Grupo de Estudos e o professor de Matemática: Revendo a Prática no Contexto Escolar In: *V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. Petrópolis. Anais do V SIPEM. Petrópolis/RJ: Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Educação Matemática no ciclo de alfabetização: a experiência do PNAIC no Estado do Rio de Janeiro

Edite Resende **Vieira**
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Brasil
edite.resende@gmail.com
Elizabeth **Ogliari** Marques
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Brasil
bethogliari@gmail.com
Lilian **Nasser**
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Brasil
liliannasser@uol.com.br

Resumo

Este trabalho descreve as ações de um programa implementado pelo Ministério da Educação do Brasil em todos os estados e no Distrito Federal, visando a garantia de que todos os alunos serão alfabetizados no primeiro ciclo de aprendizagem, até os 8 anos de idade. A ação está focada na formação de professores alfabetizadores, tanto em Língua Portuguesa, quanto em Matemática. O Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) se apoia em quatro eixos: formação continuada presencial, materiais didáticos desenvolvidos especificamente, avaliações e gestão, incluindo controle social e mobilização. O foco deste trabalho é nas ações de formação de professores em Matemática, uma vez que os professores alfabetizadores são generalistas, e carecem, em geral, de saberes pedagógicos específicos para abordar os conteúdos básicos da Matemática, fundamentais nos anos iniciais de escolaridade.

Palavras chave: alfabetização matemática, formação de professores, PNAIC

PNAIC: ações e implementações

O foco da aprendizagem no ciclo de alfabetização tem sido no letramento, ou seja, a criança deve aprender a ler e escrever em Língua Portuguesa, de preferência no primeiro ano de escolaridade, mas o compromisso é que todas estejam completamente alfabetizadas ao final desse primeiro ciclo escolar.

E a aprendizagem da Matemática nesse ciclo? Todos concordam que as crianças devem também dominar os fatos básicos e efetuar as quatro operações fundamentais. Mas não deve ser apenas isso. A aprendizagem de Matemática no ciclo de alfabetização deve envolver muito mais do que apenas saber operar com os números naturais, seja com o uso do cálculo mental ou utilizando os algarismos Além de dominar o Sistema de Numeração Decimal (SND), é preciso

saber como e quando aplicar as operações. Também é necessário que a criança desenvolva habilidades geométricas e tenha noções espaciais para se situar no seu entorno geográfico. Na realidade conteúdos relativos a Números e Operações, Espaço e Forma ou Geometria, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação devem ser explorados no ciclo de alfabetização. E o objetivo principal da aprendizagem, envolvendo todos esses blocos de conteúdo é a Resolução de Problemas.

Desde 2013, o Ministério da Educação (MEC) vem implementando um programa a nível nacional, destinado ao ciclo de alfabetização. O Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) é um acordo formal assumido pelo Governo Federal, estados, municípios e entidades para firmar o compromisso de alfabetizar crianças até, no máximo, 8 anos de idade, ao final do ciclo de alfabetização. As ações desse programa apoiam-se em quatro eixos de atuação, como mostra a figura 1: formação continuada presencial para professores alfabetizadores e seus orientadores de estudos; materiais didáticos, obras literárias, obras de apoio pedagógico, jogos e tecnologias educacionais; avaliações sistemáticas; gestão, controle social e mobilização (Brasil, 2014, p. 8).

Figura 1. Eixos de atuação do PNAIC

Esse movimento de mudanças nas políticas públicas do Brasil, na tentativa de reverter a situação em que se encontra o país, reforça as ideias de Nóvoa (1997, p. 28) ao afirmar que atualmente "é preciso trabalhar no sentido da diversificação dos modelos e das práticas de formação, instituindo novas relações com o saber pedagógico e científico".

Em 2013, o foco do PNAIC foi a formação em alfabetização em Língua Portuguesa. No ano de 2014, o ponto principal do Pacto é a alfabetização matemática, em uma perspectiva de formação articulada com a alfabetização em Língua Portuguesa. Ou seja, é recomendado um trabalho interdisciplinar unindo essas duas áreas de conhecimento: a língua materna e a Matemática, que pode ser vista também como uma linguagem, como meio de comunicação de ideias. E não poderia ser diferente, pois um dos objetivos da aprendizagem matemática é que os alunos organizem o pensamento e desenvolvam a capacidade de argumentar e isso se dá com o uso da Língua Portuguesa. A interlocução entre essas áreas curriculares representa uma inovação no ensino tradicional da Matemática, uma vez que, segundo Smole, Rocha, Cândido e Stancanelli (1995, p. 3),

> [...] o professor pode criar situações na sala de aula que encorajam os alunos a compreenderem e se familiarizarem mais com a linguagem matemática, estabelecendo

> ligações cognitivas entre a linguagem materna, conceitos da vida real e a linguagem matemática formal, dando oportunidades para eles escreverem e falarem sobre o vocabulário matemático, além de desenvolverem habilidades de formação e resolução de problemas enquanto desenvolvem noções e conceitos matemáticos.

A instituição responsável pelo PNAIC no estado do Rio de Janeiro é a Universidade Federal do Rio de Janeiro. A coordenação geral e a coordenação de Língua Portuguesa são da Faculdade de Educação, enquanto a coordenação de Matemática fica a cargo do Projeto Fundão, do Instituto de Matemática da mesma universidade.

Todos os 92 municípios do estado do Rio de Janeiro aderiram ao PACTO, e estão aglutinados em 10 polos. A equipe, além da coordenação, é composta de 12 supervisores e 62 professores formadores, que desenvolvem as atividades de formação continuada com 31 turmas de Orientadores de Estudo, cada uma com dois formadores, sendo um de Língua Portuguesa e um de Matemática. Os Orientadores de Estudo, por sua vez, são encarregados de disseminar a formação em seus municípios, com turmas de cerca de 30 professores alfabetizadores. Portanto, as ações do PNAIC no estado do Rio de Janeiro mobilizam cerca de 20 000 professores, sendo 18 600 professores alfabetizadores. Considerando que esses professores alfabetizadores atuam em pelo menos uma turma, são mais de 500 000 alunos do ciclo de alfabetização atingidos no Estado do Rio de Janeiro.

Há que se considerar que o mesmo modelo de formação está sendo implementado nos demais estados e no Distrito Federal, o que nos leva a considerar que este seja, talvez, o programa com maior alcance já implementado no país.

De acordo com Vieira (2003), a formação continuada tem sido uma modalidade de formação que atende a uma clientela já inserida no mercado de trabalho, mas preocupada com o seu aperfeiçoamento profissional para melhor atender a sua função. Na concepção de Ramos (2001, p. 24), a formação continuada se justifica "[...] pela necessidade da atualização contínua para se adequar às necessidades que demanda nossa sociedade, em geral, e o sistema educativo, em particular."

PNAIC: a proposta pedagógica

No material disponibilizado para o trabalho em alfabetização matemática no PNAIC (www.pnaic.mec.br), há 8 cadernos os quais abordam conteúdos diversos, a saber, Organização do Trabalho Pedagógico; Quantificação, Registros e Agrupamentos; Construção do Sistema de Numeração Decimal; Operações na Resolução de Problemas; Geometria; Grandezas e Medidas; Educação Estatística e Saberes Matemáticos, e cadernos avulsos de Apresentação, Jogos, Encartes, Educação Inclusiva e Educação no Campo. Convém destacar que tais cadernos adotam a perspectiva do letramento, estando dessa forma em consonância com o material de formação de linguagem.

No caderno de Apresentação, são transcritos os Direitos de Aprendizagem em Matemática, explicitados em documentos do MEC. De acordo com o documento a criança tem Direito a aprender em Matemática a:

I. Utilizar caminhos próprios na construção do conhecimento matemático, como ciência e cultura construídas pelo homem, através dos tempos, em resposta a necessidades concretas e a desafios próprios dessa construção.

II. Reconhecer regularidades em diversas situações, de diversas naturezas, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecidas.
III. Perceber a importância da utilização de uma linguagem simbólica universal na representação e modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação.
IV. Desenvolver o espírito investigativo, crítico e criativo, no contexto de situações-problema, produzindo registros próprios e buscando diferentes estratégias de solução.
V. Fazer uso do cálculo mental, exato, aproximado e de estimativas.
VI. Utilizar as Tecnologias da Informação e Comunicação potencializando sua aplicação em diferentes situações. (Brasil, 2014, p. 42)

Esses direitos devem ser explorados e trabalhados durante o ciclo de alfabetização de forma integrada, visando uma formação crítica do futuro cidadão. Ainda nesse mesmo caderno, são colocados objetivos para nortear as ações nos diversos eixos para propiciar o desenvolvimento desse trabalho.

Para que esses direitos de aprendizagem sejam alcançados, é preciso um olhar atento para a Formação de Professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Historicamente, esses professores eram formados em nível de Ensino Médio, no antigo curso normal. Ainda hoje esse tipo de formação convive com a formação obtida em estudos de Nível Superior, pelo Curso Normal Superior ou em Cursos de Pedagogia. Infelizmente, na formação em nível médio ou na maioria dos cursos de Pedagogia há pouca ou nenhuma ênfase na didática da Matemática. Como consequência, os professores generalistas que ensinam Matemática nos anos iniciais não têm uma formação adequada, que os capacite para ensinar a Matemática de modo agradável e eficaz para as crianças. É nesse ponto que surge o terror pela Matemática, e a crença de que a Matemática é uma disciplina para poucos.

Na intenção de reverter esse quadro, a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), criada em 1988, tem promovido estudos e pesquisas voltados, entre outros temas, para a Educação Matemática nos Anos Iniciais. Há, inclusive, um Grupo de Trabalho atuando a nível nacional, com diversas publicações de pesquisas dos membros do grupo. Espera-se que, com essas ações, seja possível atingir os professores que ensinam Matemática nos anos iniciais da escolaridade, contribuindo para aprimorar sua prática.

Para motivar os alunos, o ensino de Matemática deve ser baseado em dois pilares: a Resolução de Problemas e o uso de Jogos em sala de aula. É claro que o jogo não pode ser visto apenas no seu aspecto lúdico: é preciso explorar a Matemática embutida no jogo. Além da compreensão das regras e da exploração dos conteúdos usuais, os alunos devem ser induzidos a criar estratégias visando ganhar o jogo. Com isso, os alunos desenvolvem o raciocínio lógico e a habilidade de argumentação, tão importante para o domínio do pensamento dedutivo no futuro. Devem ser incentivados também registros próprios dos alunos, tanto na resolução de problemas, como em algoritmos e resultados dos jogos, fazendo uma ligação com a linguagem.

Convém salientar que o trabalho com as operações deve ser iniciado por meio de situações-problemas, em um contexto vivido pelas crianças, uma vez que os usos das operações só têm significados quando imersos em diferentes circunstâncias e práticas sociais. De acordo com Nunes, Campos, Magina e Bryant (2002), o trabalho com as operações vinha tendo como foco as técnicas operatórias e a simples memorização de resultados.

> O conceito de operação e suas propriedades não eram enfatizados. [...] a ideia de adição é ensinada de modo independente da ideia de subtração [...]. Num ensino voltado para a compreensão dos conceitos, seria importante que os alunos compreendessem a relação inversa que existe entre a adição e a subtração (Nunes, Campos, Magina, & Bryant, 2002,p.33).

Assim, aprender as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão vai mais além do que simplesmente aprender os procedimentos de cálculos. É importante que os alunos do ciclo de alfabetização sejam instigados a compreender o que fazem e construam os conceitos subjacentes às operações. Para tal, a metodologia de Resolução de Problemas contempla essa proposta de trabalho.

> Essa perspectiva metodológica contribui significativamente para que a atividade matemática seja desenvolvida de modo a valorizar a compreensão conceitual inerente aos procedimentos de cálculos durante a escolaridade e, marcadamente, desde o Ciclo de Alfabetização do Ensino Fundamental (Brasil, 2014, p. 8).

É nessa visão de ensino e aprendizagem de Matemática que o PNAIC se apoia, visto que o ensino através da resolução de problemas é fortemente recomendado (NCTM, 2000). Quanto ao SND, as crianças do Ciclo de Alfabetização ainda não dominam as noções inerentes a esse sistema. Tais noções como, nomear e escrever os números, realizar agrupamentos por dezenas e identificar o valor relativo de um algarismo em diferentes posições, são fundamentais e devem ser estudadas e retomadas ao longo do Ensino Fundamental. Portanto, para introduzir esse sistema, é recomendável que os professores realizem "[...] um trabalho mais prolongado, desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, com atividades diversificadas sobre agrupamentos e trocas, além da familiarização com o valor posicional dos algarismos" (Toledo & Toledo, 1997). Dessa forma, as crianças não vão somente saber escrever os números, mas também operar com eles.

Outro aspecto importante no ensino e na aprendizagem de Matemática é o uso de materiais concretos. O material concreto é um recurso didático utilizado como apoio nas práticas pedagógicas dos professores e, como todo recurso didático, envolve

> [...] uma diversidade de elementos utilizados como suporte experimental na organização do processo de ensino e de aprendizagem. Sua finalidade é servir de interface mediadora para facilitar na relação entre professor, aluno e o conhecimento em um momento preciso da elaboração do saber (Pais, 2000, pp. 2-3).

É importante destacar que, ao utilizar materiais concretos em suas aulas, é necessário que o professor estabeleça e o aluno perceba uma relação entre as ações realizadas no material e a formalização matemática (Schliemann, Santos, & Costa, 1992).

Em particular, é fundamental para o domínio do Sistema de Numeração Decimal que, aliados ao Quadro Valor do Lugar, sejam explorados o Material Dourado e o Ábaco. Esses materiais devem ser usados na resolução de problemas em grupo e na socialização com toda a turma, promovendo a compreensão das operações básicas.

Com o domínio do sentido de número e suas aplicações no dia a dia, os alunos devem ser levados a elaborar, interpretar e resolver situações-problema do campo aditivo (adição e subtração) e multiplicativo (multiplicação e divisão), utilizando e comunicando suas estratégias pessoais, envolvendo seus diferentes significados. Além disso, devem construir estratégias de cálculo mental e estimativo e efetuar operações de adição e subtração com e sem agrupamento. Também é importante dar oportunidade aos alunos de elaborar, interpretar e resolver situações-

problema convencionais e não convencionais, utilizando e comunicando suas estratégias pessoais. A seguir são apresentadas duas soluções de alunos de 8 anos de idade, com interpretações distintas para um problema envolvendo uma situação simples de divisão. A solução mostrada na figura 2 corresponde à divisão dos 10 ovos igualmente pelos 5 dias.

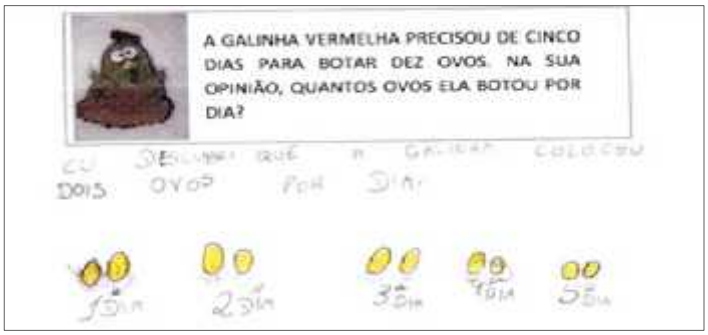


Figura 2. Solução usando a divisão em partes iguais.

Já na figura 3 aparece a solução de um aluno que não usou a operação de divisão e distribuiu os 10 ovos aleatoriamente pelos 5 dias. Ambas as soluções estão corretas, uma vez que não está estabelecido no enunciado que o número de ovos em cada dia era o mesmo. O professor deve dar oportunidade à turma de conhecer as estratégias dos colegas, socializando interpretações e registros próprios dos alunos com toda a turma.

Figura 3. Solução usando uma distribuição arbitrária.

De acordo com Lopes (2014), os problemas propostos devem ser contextualizados, focando na realidade do aluno.

> Explorar situações realistas possibilita que as crianças possam imaginar e se colocar no cenário do problema. Isso fica claro quando elas são estimuladas a representar o enunciado, a estratégia e a solução por meio de desenhos, esquemas, modelos manipuláveis e até por meio de histórias que as crianças podem ouvir, ler ou dramatizar (Lopes, 2014, p.14).

O autor ressalta ainda a importância de abordar as conexões matemáticas, que podem acontecer entre campos conceituais da própria Matemática, para a aprendizagem de conceitos e procedimentos, ou entre a Matemática e outras disciplinas (Lopes, 2014).

Em relação ao eixo de Geometria, é preciso levar o aluno a construir noções de localização e movimentação no espaço físico para a orientação espacial em diferentes situações do cotidiano e reconhecer figuras geométricas presentes no ambiente. A escola deve oferecer situações em que a criança siga esquemas e roteiros de movimentação como mapas e seja capaz de fazer seus próprios registros de localização. Segundo Ponte,

> Atualmente os estudiosos do assunto salientam [...] a importância de estudar os conceitos e objetos geométricos do ponto de vista experimental e indutivo, de explorar a aplicação da Geometria a situações da vida real e de utilizar diagramas e modelos concretos na construção conceptual em Geometria (Ponte, 2003, p.83).

O trabalho com figuras geométricas deve se iniciar pela observação de objetos tridimensionais, montagem e desmontagem de caixas e associação com os sólidos geométricos mais simples, como pirâmides, prismas, cilindros, cones e esferas. A partir das planificações dos sólidos, os alunos são levados a observar as formas bidimensionais e chegam ao estudo dos polígonos. Essa orientação de ensino a partir das figuras tridimensionais justifica-se, uma vez que a criança, desde o seu nascimento, está em contato com um mundo tridimensional. De fato,

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo da Matemática no Ensino Fundamental porque, através deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente (Brasil, 1997, p.39).

As possibilidades de a criança conhecer a realidade do mundo em que vive dependem das relações que estabelece com o que está ao seu redor, como pessoas, lugares e objetos. Segundo Pires, Curi e Campos (2001), esse é o espaço que a criança percebe e que, posteriormente, lhe possibilitará construir um espaço representativo. Portanto, para que a criança compreenda as relações geométricas presentes nos objetos a sua volta e possa, no futuro, construir seu espaço representativo, precisa ter acesso a oportunidades de interagir com esses objetos. A relevância dada a essa interação está também referendada nos PCN (Brasil, 1997).

> É multiplicando suas experiências sobre os objetos do espaço em que vive, que a criança aprenderá a construir uma rede de conhecimentos relativos à localização, à orientação, que lhe permitirá penetrar no domínio da representação dos objetos e, assim, distanciar-se do espaço sensorial ou físico (Brasil, 1997, p. 81).

Nesse sentido, Nasser e Tinoco (2004) consideram o conteúdo de Geometria a ser ensinado como um "edifício geométrico" e, como todo edifício, ele deve ter os alicerces firmemente construídos desde os primeiros anos de escolaridade. Segundo as autoras,

> Desde o pré-escolar as crianças podem criar a base para o seu edifício geométrico, vivenciando atividades que permitam observar imagens da natureza, como as folhas, que em alguns casos possuem uma simetria perfeita. Devem também explorar o espaço, comparando objetos com formas geométricas (Nasser & Tinoco, 2004, p. vii).

De acordo com a Teoria de van Hiele para o desenvolvimento do raciocínio geométrico (Nasser, 1991), a aprendizagem de Geometria se dá em níveis hierárquicos de conhecimento e é preciso oferecer aos alunos atividades que propiciem o progresso nesses níveis. Inicialmente, deve-se promover a familiarização com as figuras geométricas planas, que são reconhecidas pela aparência global, mas em diversas posições. A seguir, no segundo nível já deve haver o reconhecimento dos elementos e de propriedades dessas figuras. No entanto, o estabelecimento de relações entre figuras e propriedades só é alcançado no terceiro nível. O professor deve considerar as características dessa teoria ao preparar suas sequências didáticas, observando a linguagem usada, que deve ser adequada ao nível de desenvolvimento geométrico da turma. Ao se referir a polígonos, as definições devem considerar apenas atributos relevantes, permitindo a inclusão de classes, embora não seja esperado que os alunos atinjam esse nível no ciclo de alfabetização.

Ex. 1: Os quadrados são quadriláteros que possuem os 4 ângulos retos e quatro lados com a mesma medida. Já os retângulos, devem ser apresentados como quadriláteros que possuem os 4

ângulos retos. Desse modo, é possível perceber que o quadrado é um tipo especial de retângulo. Assim, não é correto dizer que os lados do retângulo não são todos iguais.

Ex. 2: Deve-se apresentar às crianças figuras geométricas com posições variadas como triângulos sem uma base horizontal, quadrados com lados não paralelos à folha do caderno, como apresentado na figura 4.

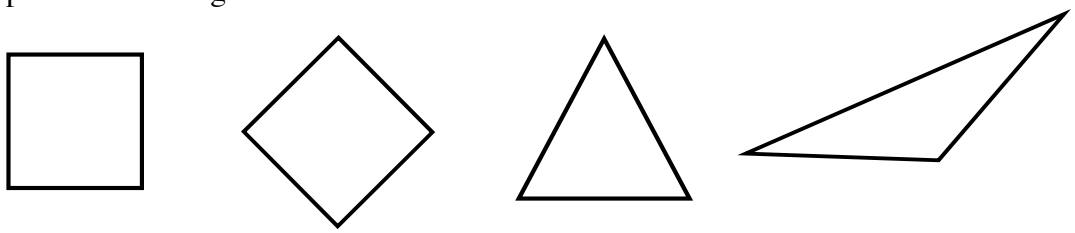


Figura 4. Posições variadas de figuras geométricas

Como sugestão de práticas adequadas, as seguintes atividades devem ser exploradas: construção de polígonos e sólidos com canudos e linha, identificação de triângulos, quadrados e retângulos entre diversas figuras, relacionamento de objetos do cotidiano com os sólidos geométricos, reconhecendo corpos redondos e não redondos (poliédricos), fazer conexões de Geometria com a Arte, construções com dobraduras e Origami e construção de maquetes.

O manuseio de formas geométricas com composição e decomposição de figuras é fundamental nos primeiros anos de escolaridade. O trabalho com o Tangram possibilita a criatividade e leva à conservação de área, por meio da observação de diversas figuras formadas com as mesmas peças. Por exemplo, na figura 5, a criança deve perceber que a ave formada com as 7 peças do Tangram tem a mesma área do quadrado original.

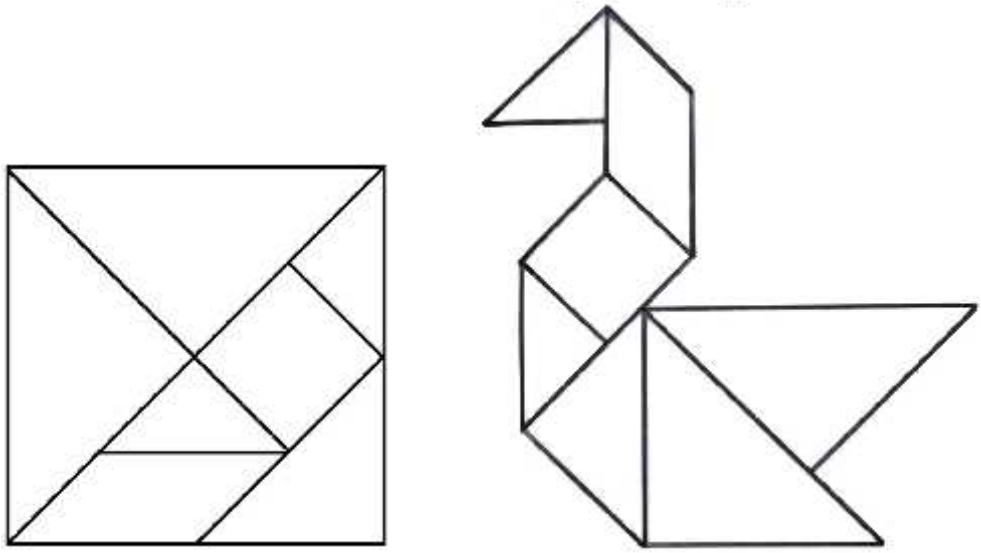


Figura 5. Figuras formadas com as 7 peças do Tangram

Com o advento das tecnologias digitais, novas alternativas para o ensino e aprendizagem configuram-se no cenário educacional. O potencial desses recursos digitais e, em particular, do computador em ambientes educacionais, gera um novo envolvimento com a aprendizagem, surgindo assim novos desafios, novas ideias e novos caminhos de construção de conhecimento e desenvolvimento do pensamento.

Desde o final dos anos 90, os PCN (Brasil, 1997, p. 35) já assinalavam que o computador "[...] é apontado como um instrumento que traz versáteis possibilidades ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática [...]" e sugerem a utilização de alguns *software* como mais uma possibilidade para auxiliar o aluno a raciocinar geometricamente. O caráter exploratório presente em determinados aplicativos disponíveis para o ensino de Geometria permite aos alunos desenvolverem seu espírito de investigação e fazer conjecturas.

Especialmente para os alunos dos primeiros anos de escolaridade, a quem se recomenda o início do estudo de Geometria com a manipulação de materiais concretos – etapa fundamental para a construção do pensamento geométrico –, o uso das tecnologias digitais pode facilitar essa construção. Na concepção de Fagundes (1977, p. 3), "para conhecer um objeto, um fato, é preciso agir sobre ele, modificá-lo, transformá-lo, compreender o processo dessa transformação e, como consequência, entender a maneira como o objeto é construído". Por conseguinte, as tecnologias digitais podem impulsionar a compreensão do aluno em face desse processo de transformação e de construção do objeto.

Considerações Finais

O primeiro contato da criança com a Matemática é fundamental para sua empatia ou não pela disciplina ao longo de toda a sua escolaridade. Por isso, são tão importantes as atividades desenvolvidas no ciclo de alfabetização. Diante de diversas alternativas para um ensino de Matemática provido de significado, a resolução de problemas interessantes e desafiadores, a exploração de jogos e de materiais concretos e o uso de tecnologias digitais devem mostrar aos alunos que a Matemática está presente no seu cotidiano. Dessa forma, seu estudo pode ser agradável, desde que haja a participação ativa na construção do conhecimento matemático. Portanto, cabe ao professor abordá-la de modo que o aluno esteja motivado e envolvido na resolução de situações-problema realistas, isto é, contextualizadas de acordo com a idade, ambiente e interesse do aluno. Daí a importância da formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais.

Assim, este artigo relata as mobilizações do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, em relação à formação de professores alfabetizadores nos 92 municípios do Estado do Rio de Janeiro. Com essa formação, espera-se que os alunos sejam levados a construir os conceitos fundamentais da Matemática em uma abordagem participativa, investigativa e reflexiva. Também é desejável desenvolver os primeiros passos dos alunos no exercício da argumentação matemática. Desse modo, espera-se formar cidadãos críticos, aptos a, no futuro, exercer completamente a cidadania.

Referências e bibliografia

Brasil (2014). *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Caderno de Apresentação*. Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC/ SEF.

Brasil (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/ SEF.

Fagundes, L. da C.(1977). *Materiais manipulativos no ensino de matemática a crianças de 7 a 14 anos: período das operações concretas*. Palestra proferida no Seminário Nacional sobre recursos audiovisuais no Ensino de 1º Grau. Acesso em setembro 25, 2012, de http://www.pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo4/matematica/livros/leituras/01_materias_manipulativos.htm

Lopes, A. J. (2014). Resolução de problemas. In Brasil, *Pacto Nacional para a Alfabetização na Idade Certa: Saberes Matemáticos e Outros Campos do Saber*. Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC/ SEF.

Nasser, L. (1991): Níveis de van Hiele: uma explicação definitiva para as dificuldades em Geometria? *Boletim do GEPEM* 29, 33-38.

Nasser, L., & Tinoco, L.(Coords.). (2004). *Curso básico de geometria: enfoque didático*. Projeto Fundão, IM/UFRJ.

NCTM. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. *National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA*.

Nóvoa, A.(1997). Formação de professores e profissão docente. In: A. Nóvoa (Org.). *Os Professores e a sua Formação*. Lisboa, Portugal: Publicações Dom Quixote Instituto de Inovação Educacional.

Nunes, T., Campos, T. M. M., Magina, S., & Bryant, P. (2002). *Introdução à Educação Matemática: os números e as operações numéricas*. São Paulo: PROEM.

Pais, L. C. (2000). Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da Geometria. *Anais da Reunião Anual da* ANPEd. Caxambu, MG, Brasil, 23. Acesso em setembro 25, 2012, de http://23reuniao.anped.org.br/

Pires, C. M. C., Curi, E., & Campos, T. M. M. (2001). *Espaço e Forma: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries do Ensino Fundamental*. São Paulo: PROEM.

Ponte, J.P. da, Brocardo, J., & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula* (2ª ed.). Belo Horizonte: Autêntica.

Ramos, R. Y.(2001). Formação ou *conformação* dos professores?. *Revista Pátio*, Porto Alegre, 5(17),22-26.

Schliemann, A. D., Santos, C. M. dos, & Costa, S. C. da. (1992). Da compreensão do sistema decimal à construção de algoritmos. In: E. S. Alencar (Org.). *Novas contribuições da psicologia aos processos de ensino e aprendizagem*. São Paulo: Cortez.

Smole, K. C. S., Rocha, G. H. R., Cândido, P. T., & Stancanelli, R. (1995). Era uma vez na Matemática: uma conexão com a literatura infantil (2ª ed.). São Paulo: CAEM.

Toledo, M., & Toledo, M.(1997). *Didática de Matemática: como dois e dois: a construção da Matemática*. São Paulo: FTD.

Vieira, E. R.(2003). *O laboratório de informática e a sala de aula: um desafio no cotidiano escolar*. Dissertação de Mestrado, Universidade Católica de Petrópolis, Petrópolis, RJ, Brasil.

El acercamiento de un profesor de ingeniería a una comunidad de práctica: un estudio de caso

Rosa del Carmen **Flores** Macías
Facultad de Psicología, Universidad Nacional Autónoma de México
México
rcfm@unam.mx
Adriana **Hernández** Morales
Facultad de Psicología, Universidad Nacional Autónoma de México
México
adipsi@yahoo.com
Patricia **Camarena** Gallardo
ESIME, Instituto Politécnico Nacional
pcamarena@ipn.mx
México

Resumen

La investigación se desarrolla en el ámbito de la enseñanza universitaria y se centra en un profesor. El objetivo principal es analizar y explicar la relación entre su participación en una comunidad de práctica y su enseñanza. El estudio es de corte cualitativo, de caso único y modalidad intrínseca. En la investigación participaron una profesora e investigadora de ESIME-IPN, líder de la comunidad y el profesor, de recién ingreso a la comunidad de práctica, quien asume un rol legítimo periférico. Él imparte la asignatura de procesamiento de señales digitales en 7° semestre de la carrera de ingeniería en comunicaciones y electrónica. Los datos se recolectaron a través de la observación no participante en clases y reuniones de trabajo, filmaciones y entrevistas. En los resultados se analiza el proceso de acercamiento del profesor a los fundamentos teóricos y didácticos de la comunidad de práctica la Matemática en el Contexto de la Ciencia durante la actividad áulica.

Palabras clave: Comunidad, enseñanza, matemática, docente

Introducción

La labor del profesor de matemáticas se enriquece durante la interacción con sus pares en una comunidad de práctica, la evidencia de diversas investigaciones indica que en estas condiciones: se promueve la construcción del conocimiento mediada por la reflexión sobre la propia práctica y la de otros; se crean espacios de comunicación únicos en los que se comparten significados; se construye una identidad propia y un sentido de pertenencia evidente en la valoración de la labor de cada uno de sus integrantes; se crean relaciones son de confianza y compromiso mutuo; se conjuntan esfuerzos para crear situaciones de enseñanza innovadoras; se desarrollan prácticas docentes orientadas a un mejor aprovechamiento y la autonomía al aprender de sus alumnos (Callejo, Valls, & Llinares, 2007; Da Silva, 2010; Graven, 2004; 2004; Llinares, 2008). En este trabajo se propone analizar cómo un profesor de matemáticas de la carrera de ingeniería se acerca a una comunidad que se congrega a partir del planteamiento del modelo de

enseñanza de la matemática en el contexto de las ciencias (MCC) y que pertenece al Instituto Politécnico Nacional (IPN) de la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME).

Encuadre Teórico

Wenger (2000) define la comunidad de práctica (CP) como "grupos de personas que comparten su pericia y su pasión sobre unos asuntos e interactúan para seguir aprendiendo sobre un tema en común... Con el tiempo estas interacciones mutuas y relaciones sirven para construir un cuerpo de conocimiento compartido y una señal de identidad" (p. 225-246). En las instituciones de educación son organizaciones que crean y reconstruyen su conocimiento y, al mismo tiempo, generan un aprendizaje colectivo que va más allá de lo que se aprende de manera individual. En la CP se desarrollan espacios para la reflexión y colaboración para resolver problemas y conseguir innovaciones, mejorar las actividades profesionales y la competencia organizacional (Wenger, 1998).

En la CP los participantes asumen roles, dos en particular interesan al presente trabajo: el de líder quien más que coordinar o dirigir el trabajo, propicia un ambiente que facilita la interrelación de sus miembros y les estimula a hacer aportes, y el de participante periférico legítimo, quien se aproxima a la comunidad para ser parte de ella haciendo suyos: identidad, artefactos, tareas, prácticas y conocimiento de la comunidad con lo que gradualmente asume una participación central (Lave & Wenger, 2007). En su trayectoria el recién llegado es legitimado e influido por los demás en un proceso continuo de construcción y reconstrucción de nuevos significados en el que aprender y asumir la identidad de la comunidad se funcionan (Lave & Wenger, 1991).

Las comunidades de práctica son resultado de un proceso largo en el que se van conformando y articulando las características definitorias de tres componentes que la identifican: dominio, comunidad y práctica (Wenger, McDermott & Snyder, 2002; Wenger, 2004). En un estudio antecedente (Hernández & Flores, 2013) se describen las características de la comunidad "Matemáticas en el Contexto de las Ciencias, IPN-ESIME " (MCC- IPN- ESIME), esta caracterización permitió reconocer en las actividades de la comunidad elementos que son clave para transformar la enseñanza de la matemática a estudiantes de ingeniería. Brevemente los mencionaremos.

La comunidad de práctica MCC- IPN- ESIME propone desarrollar la teoría matemática adecuándola a las necesidades y ritmos que dictan los cursos de la ingeniería, en sus diferentes ámbitos (Camarena, 1984). Su interés central es crear conocimiento sobre la vinculación que debe existir entre la matemática y las ciencias que la requieren (Camarena, 2007). Plantea una didáctica que considera las demandas específicas de la industria y las necesidades de formación de los alumnos de ingeniería para favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje (Camarena, 1984). Dicha didáctica contempla un proceso metodológico para el desarrollo de las competencias profesionales requeridas en la atención de situaciones y problemas contextualizados en la profesión, con la cual se fomenta el desarrollo de las habilidades para la transferencia del conocimiento (Camarena, 1995).

En el presente reporte el objetivo es analizar el acercamiento de un profesor a la comunidad MCC- IPN- ESIME tomando como referente la comparación entre su perspectiva y la de la líder de la comunidad respecto a la puesta en práctica de los planteamientos educativos de la comunidad en su clase de ingeniería. El interés del profesor al acercarse a la comunidad es innovar sus prácticas de enseñanza con alumnos de ingeniería. Inicialmente el contacto más

estrecho lo tiene con la líder a través de reuniones de trabajo y se acerca a la comunidad a través de la lectura de sus producciones, principalmente la obra publicada.

Método

Se trata de un estudio de corte cualitativo de caso único (Stake, 1998). Se analizan los encuentros y desencuentros entre el profesor y la líder de la comunidad al analizar la actividad de enseñanza del primero, así como conceptuaciones de ambos que son relevantes para comprender lo que ocurre en el aula y el proceso de negociación que está ocurriendo entre ambos.

Participantes. Una profesora e investigadora de la ESIME-IPN, quien es líder de la comunidad, se eligió por ser la persona con amplio conocimiento y experiencia en la definición de las prácticas de la CP MCC-IPN-ESIME. Un profesor de recién ingreso a quien se ubica en un rol legítimo periférico.

Técnicas e instrumentos de recolección de información: Observación no participante; entrevista informal o conversacional y entrevista semiestructurada.

Descripción del trabajo de campo:

a. Se realizó durante la enseñanza de un contenido específico "trasformada Z", parte del programa de la asignatura "procesamiento de señales digitales", que se imparte en 7° semestre de la carrera de ingeniería en comunicaciones y electrónica en la ESIME-IPN.
b. Selección del caso. Se pidió el apoyo a la profesora líder-experta de la CP MCC–IPN-ESIME quien propuso a uno de los profesores de recién ingreso a la comunidad. Una vez se explicó al profesor la naturaleza del proyecto, estuvo interesado en participar.
c. Observación no participante en el aula. Se observaron y video grabaron cuatro clase con duración de hora y media.
d. Entrevistas con el docente. A lo largo de las observaciones surgían interrogantes y/o reflexiones que dieron lugar a un diálogo con el profesor que ocurrió después de la clase. Las entrevistas fueron grabada con previa autorización.
e. Observaciones de la actuación de la líder en reuniones de trabajo con otros participantes de la comunidad. Grabadas con previa autorización.
f. Análisis de la información. Se trascribieron las entrevistas y reuniones de trabajo para identificar información crítica para comprender las propuestas de la comunidad. En las videograbaciones en el aula se ubicaron diferentes segmentos que reflejaban los lineamientos para el diseño de actividades didácticas específicas, así como los elementos para la implementación de dichas actividades en el marco de la teoría MCC (dominio de la comunidad de práctica). Posteriormente, conjuntamente con la líder se ubicaron los componentes, lineamiento y elementos que configuran la puesta en práctica de la Matemática en el Contexto de la Ciencia, específicamente en la primera etapa de la fase didáctica (estrategia didáctica). Por último, tanto al profesor como a la líder ubicaron, desde su perspectiva, los elementos que conforman el uso de la MCC, durante la actividad áulica.

Resultados

Una visión distinta de la estrategia didáctica y el libro de texto

Para la líder un aspecto central es que los alumnos comprendan el papel de los modelos matemáticos, para ello identifica aspectos centrales de la estrategia didáctica de la *matemática en el contexto de las ciencias*.

> ...los modelos matemáticos no proporcionan una comprensión..a partir de la comprensión de los procesos naturales puedes hacer un modelo... a lo mejor lo que nos conviene es iniciar con modelos de problemas escolares, a la mejor del libro de texto para ir adentrando al muchacho hasta aterrizarlo en los modelos de la industria que son los que queremos resolver... el alumno construye modelos de eventos de la industria utilizando la metodología de modelación matemática ...metodología de contextualización de las ciencias... que nos lleva para poder construir el modelo matemático y todo esto es parte de la fase didáctica de la matemática en el contexto de la ciencia... encontrar el modelo matemático ... va a ir ligado a esto, entender el problema, encontrar variables y constantes... La estrategia didáctica es que los estudiantes conozcan las etapas de contextualización... van a hacer lo mismo en todos los capítulos, la diferencia es que van a trabajar diferentes tipos de eventos, van a empezar con los sencillos, eventos escolares se llaman, ir aumentando el grado de dificultad hasta llegar a los eventos de la industria...es la misma actividad pero cada vez más amplia... es modelación en todas partes no lo podemos dar fraccionado porque iría en contra de la integración del conocimiento... (extractos de una reunión de trabajo en el que se discute el contenido de un taller).

En cambio para el profesor el foco de la enseñanza estaba en los procedimientos matemáticos y el elemento didáctico clave es el libro de texto. El tema central no parece ser el desarrollo de un modelo sino más bien la ejercitación de los problemas que "*yo tengo, aunque sea mucho desarrollo, que hacerlos*"

> ... lo que… me gusta del libro, es que tiene la parte continua y la parte discreta, por ejemplo: Fourier maneja mucho lo que es la serie y la transformada en tiempo continuo; pero también muestra el análogo en tiempo discreto: la serie y la transformada. … En este libro los desarrollos no los hace, solamente te da un paso intermedio y de ahí ya te lleva al resultado... me lo recomendaron por parte de la academia… cubre un 50, 60% de todo el curso...les había comentado que el libro es un poco pesado; no es muy sencillo porque la nomenclatura en cuanto a la Transformada Z cambia un poco, pero ellos, por ejemplo, entienden bien lo del curso esto ya es un poco más fácil, que se vayan al libro y que puedan checar, en éste los resultados… Resuelvo los ejercicios, veo qué tan complicados son y qué tan sencillos y aparte, independientemente de eso, tengo que ver, qué tipo de problemas, cuando ya estemos en las aplicaciones, son los que tienen que resolver y entonces son problemas que yo tengo, aunque sea mucho desarrollo, que hacerlos (extractos de una entrevista al concluir una clase).

Podemos apreciar que la comprensión del profesor del planteamiento didáctico de la MCC-IPN-ESIME es incipiente. Se acerca a la comunidad con los recursos que él posee y les da sentido en lo que ya conoce de la comunidad. Sus recursos en esencia se refieren al libro de texto y desde luego a su conocimiento de la disciplina. El libro de texto es una de sus principales herramientas pedagógicas, a partir de ella el profesor planifica su clase, decide qué enseñar y cómo enseñar, extiende la enseñanza más allá del aula programando tareas para casa. Pero como toda herramienta, es adoptado según la visión que se tiene sobre la enseñanza, así vemos en las expresiones de la líder que es un acercamiento para que los estudiantes comprendan los problemas de la industria para poder llegar a su modelización matemática, en tanto que para el profesor, es un espacio para ejercitar un conocimiento matemático. En su planteamiento didáctico el profesor distancia el conocimiento matemático de su aplicación en la industria, los problemas así se vuelven espacios de ejercitación de un conocimiento no parte de la comprensión de un problema para modelarlo.

Encuentros y desencuentros ente la visión de la líder y el profesor

Para analizar si estas visiones contrastantes entre la líder y el profesor, se reflejaban en su apreciación de cómo el profesor ponía en juego sus conocimientos sobre el planteamiento didáctico de la MCC-IPN-ESIME, ambos analizaron en forma independiente las transcripciones de los videos del aula e identificaron en qué episodio de la clase se evidenciaba alguno de los elementos de la estrategia didáctica. Las transcripciones se refieren a una secuencia de cuatro clases del profesor enseñando la Transformada Z a un grupo avanzado de ingeniería.

A partir de sus registros se identificaron las diferencias entre ambos, se consideraron tres categorías: 1) Acuerdos, en donde ambos coinciden en la conceptuación de un episodio; 2) Omisiones, en las que la líder sí identifica el episodio como representativo de un elemento guía y el profesor no, aunque de hecho él lo pone en práctica; 3) Desviaciones en las que el profesor identifica erróneamente la ocurrencia de un elemento en un episodio.

En la tabla 1, a manera de ejemplo, se presenta un desglose de la perspectiva de la líder y del profesor que es representativo de la forma cómo ambos analizan lo que ocurrió en la secuencia de clases de la Transformada Z. En este ejemplo se analizan dos de catorce elementos guía para el diseño de actividades didácticas específicas, estos son: a). *Registros de representación de un concepto*, que se refiere a diseñar actividades que propicien que el estudiante transite entre los diferentes registros de representación de un concepto, lo que implica que el profesor empleé diferentes formas para representar el conocimiento matemático. b). *Metacognición*, se refiere a las formas en que el profesor representa la información en la clase para que el alumno se apropie de la misma.

Se presentan pocos acuerdos entre ambos (ver columna cinco, tabla 1), también se aprecia que el profesor pone en práctica elementos de la MCC que él no reconoce pero que si son ubicados por la líder (ver en la columna tres los episodios 260, 328, 330, 18, 60, 110, 161, 180, 181, 240, 241, 242, 243, 363, 382), igual se aprecian desviaciones por parte del profesor (ver en la columna cuatro los episodios 186 y 302).

Las coincidencias nos indican un acercamiento consciente del profesor al dominio de la MCC-IPN-ESIME; los desacuerdos indican una interpretación equivocada que puede estar originada en el entendimiento que logra el profesor de la estrategia didáctica de la comunidad desde sus conocimientos previos sobre la didáctica de la matemática; las omisiones son también un acercamiento al dominio pero que al profesor aún no ha concientizado.

Como se aprecia el conocimiento que el profesor construye es central para pasar de su condición de legítimo periférico hacia un papel central en la comunidad, lo que también conlleva asumir una identidad. Por esta razón es relevante analizar la naturaleza de este conocimiento.

Tabla 1
Relaciones entre la visión del profesor legítimo periférico y la líder de la comunidad en dos elementos guía para diseño de actividades didácticas específicas

Elementos guía	Actividades didácticas	Experta	Profesor	Acuerdo	Ejemplo de clase según acuerdo
Registros de representación de un concepto	Diseñar actividades que permitan que el estudiante pueda transitar entre los diferentes registros de representación de un concepto.	34, 35, 39, 41, 44, 46, 182, 260, 328, 330	30-47, 182, 186, 302	34,35, 39,41, 44,46, 182	El profesor regresa y dibuja una gráfica en el pizarrón con un marcador de color verde. Profesor: *De tal manera que cuando primero la graficamos, vemos cómo se está comportando en el tiempo discreto y después vamos a transformarla.* Dibuja y explica la gráfica.
Metacognición	Diseñar actividades para fortalecer la metacognición mediante la reflexión.	18, 60, 110, 161, 180, 181, 240, 241, 242, 243, 363, 382	255-261, 265-267, 331, 361, 362, 364		*Profesor: en el ejemplo 2/3 a la n por u da más 2. Ese es un ejercicio del "Proakis"* (Tratamiento Digital de Señales 4ª Edición)*...y el resultado es al que llegamos; pero si ustedes no, entendieron por qué ese es el corrimiento a la variable Compleja Z y a la fracción… no llegan a ese resultado...o sea es difícil llegar si no se aplica bien la matemática.*

El conocimiento del profesor

Para este análisis se retoma el trabajo de Shulman (1986) quien aporta el concepto "*conocimiento pedagógico del contenido*" con el cual designa las modalidades bajo las cuales los docentes conocen y comprenden la materia. Es el saber específico de la enseñanza, entendida ésta como una actividad interpretativa y reflexiva en la que los profesores dan vida al conocimiento y a los textos e integra: 1) El conocimiento del contenido a enseñar; 2) Conocimiento de estrategias pedagógicas; 3) Conocimiento de los alumnos.

En este análisis se hace una lectura de lo que el maestro conoce de la MCC-IPN-ESIME y la forma como lo lleva a la práctica, también se señalan los aspectos que están en proceso de desarrollo. Se toman como ejemplo la evidencia los mismos elementos guía de la sección anterior.

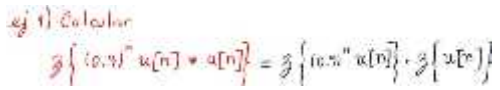
I. Elemento guía: *Registros de representación de un concepto*:

a. Conocimiento del contenido a enseñar.

- Los acuerdos al observar la secuencia de la Transformada Z ocurren en dos episodios, pero sólo es evidente en el conocimiento disciplinar y escasamente se muestran en el conocimiento curricular.
- Las omisiones ocurren en tres de las cuatro clases que se refieren al conocimiento disciplinar y al conocimiento de la materia.
- Las desviaciones ocurren en dos clases que se refieren al conocimiento disciplinar y se evidencian no tanto en lo que le profesor representa sino más bien en lo que dice al respecto.

Es importante señalar que el conocimiento disciplinar del profesor es lo más evidente en la descripción de sus representaciones en el pizarrón, pero no lo empata con distintas formas de representación de los conceptos, él se limita a describir lo que está escribiendo como observamos en el siguiente fragmento (video de clase 1)

> Con *Convolución* pues muy fácil ¿no?, no lo vamos a hacer ahorita en forma gráfica lo vamos a hacer en… analíticamente. Yo sé que entonces *Convolución* en el tiempo discreto, va a ser producto en el plano complejo Z. Entonces esto va a ser igual ¿a quién? a la Transformada Z de *0.9* a la *n* por *u* de *n*, multiplicado por la Transformada Z de *u* de *n*.

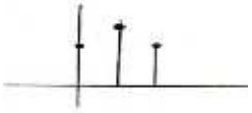


b. Conocimiento de estrategias pedagógicas.

- Los acuerdos ocurren en dos episodios en los que se evidencian los saberes del profesor para enseñar la Transformada Z, pero no en un empleo flexible de estrategias pedagógicas, el profesor sólo enuncia lo que sabe a la par que representa matemáticamente, pero no se nota una interacción con los alumnos.
- Las omisiones ocurren en dos episodios en las que se ve la intención de enfocar la enseñanza del contenido, continúa empleando la representación matemática pero además recurre a estrategias pedagógicas como centrar la atención de los alumnos en aspectos particulares de la explicación.
- Las desviaciones ocurren en tres momentos distintos de la misma clase y se refieren a saberes del profesor que le permiten enseñar el contenido.

Las estrategias pedagógicas se refieren en esencia a los recursos didácticos para representar un contenido de forma flexible y dinámica. Es notorio que el profesor emplea más bien la descripción de su conocimiento del contenido a enseñar, no es tan evidente el empleo de una variedad de estrategias para flexibilizar las formas de enseñar y adaptarlas a los alumnos, como en el siguiente ejemplo (video de clase 2)

> ...y eso es como claro, ¿no? si yo tengo una secuencia y quiero expandirla por ejemplo, una cosa así, supongamos que tengo ésta y quiero expandirla, dice que voy a poner ceros entre cada una de estas muestras…



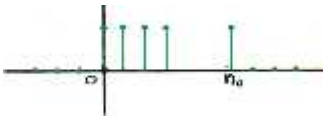
y cuando hago eso me va a quedar así, por ejemplo puedo agregar dos o tres ceros dependiendo del valor de *k* que yo le dé y voy a alargarla. Eso es lo que sucede con esta propiedad ¿no?

… ponemos el ejemplo 2, sea el pulso *p* de *n* definido por - lo ponemos de esta manera- 1 para valores de *n* igual con este *cero, 1, 2…, ene cero menos uno* y cero de otra forma

2.- Sea el pulso $p[n]$ definido por:

$$p[n] = \begin{cases} 1; & n = 0, 1, 2, \ldots, n_0 - 1 \\ 0; & \text{de otra forma} \end{cases}$$

Si lo graficamos es esto, está aquí el origen, acá *ene cero* y entonces tendríamos *y* éste sería *ene cero* y fuera de él ceros.



c. Conocimiento de los alumnos.

- No hay acuerdos
- Las omisiones ocurren en una clase, el profesor corrige la gráfica de un alumno que hace un ejercicio de algo que él acaba de explicar, pero no ahonda en el origen en el error y sustituye al alumno en la tarea, limitando así su aprendizaje.
- Las deviaciones aparecen en una clase en la que el profesor se dirige a los alumnos enfatizando algo que harán después pero no hace alusión al contenido en sí.

En general se observa que el profesor no dialoga con los alumnos para indagar sobre sus conocimientos o la forma cómo están aprendiendo, se limita de dirigirles indicando lo que es correcto o incorrecto, como en el siguiente ejemplo en que el profesor corrige a un alumno.

El alumno traza una gráfica en su cuaderno, el profesor analiza su ejercicio

Profesor: Uhm… ¿A ver, qué estás haciendo? Lo tienes como está acá.

Alumno: Ahí, por eso *z* a la *-n*

Profesor: Ahí…

Alumno: Entonces ya nada más se aplica, la parte que me había comentado… el espejo

Profesor: Ahí… este tiene un corrimiento –explica el profesor, mientras toma el cuaderno del alumno y corrige lo que está haciendo - y debes hacerlo tanto en la *a*… como en la *z*, si esto es correcto, esto está bien, esto está bien…

Alumno: Entonces… al final sale… sale ésta…

Se aprecia un acercamiento al elemento r*egistros de representación de un concepto* pero ocurre de forma superficial. Las actividades para representar el concepto se limitan a las formas de representación que él conoce, lo que no favorece que el estudiante transite entre diferentes registros de representación como lo propone la MCC para acercar la matemática a los problemas

de la ingeniería. En las tres categorías del conocimiento pedagógico del contenido se aprecia más el profesor basa sus interacciones en el aula en lo que él conoce de la disciplina y menos centrada en la actividad del alumno.

II. Elemento guía *Metacognición*.

a. Conocimiento del contenido a enseñar

- No hay acuerdos
- Las omisiones ocurren en tres clases dentro de las cuales el profesor escribe mientras va corrigiendo sus errores en la representación que hace para describir el procedimiento a sus alumnos. Cómo en el ejemplo siguiente:

> El profesor pregunta y les pide que vayan checando si hay posibles errores.
>
> Aquí sería… haber déjame checarlo *e a la menos*… bueno… sería *más e a la menos uno sobre 40*, por *a la menos*…, ¡ah!… es verdad, *uno sobre cuarenta*, aquí una base de diferente exponente entonces aquí si es *e a la menos uno sobre ochenta* ¿no?... los voy a sumar…
>
> $$= \frac{1}{2j}\left\{\frac{z^2 - z\,e^{j\frac{\pi}{2}}\,e^{-\frac{\pi}{2}} - z^2 - z\,e^{j\frac{\pi}{2}}\,e^{-\frac{\pi}{2}}}{z^2 - z e^{-j\frac{\pi}{2}}\,e^{-\frac{\pi}{40}} - z\,e^{j\frac{\pi}{2}}\,e^{-\frac{\pi}{40}} - e^{-\frac{\pi}{40}}}\right\}$$
>
> El profesor acepta las opiniones y rectifica el proceso en particular de ese término.
> Sí qué bueno que me dicen, si no, no me da el resultado, es éste, es que tienen el mismo signo.

- Desviaciones ocurren en dos clases que se refieren al conocimiento disciplinar y se evidencia una exposición verbal del contenido a enseñar

Lo que cobra importancia en este elementos guía son las acciones del docente para que el estudiante logre aprender el contenido pero de las que no es consciente, la líder aprecia su aparición pero él no. Las desviaciones sugieren que le profesor está centrado en el contenido pero no en cómo es significado por los alumnos. En la dinámica de la clase el profesor plantea situaciones que favorecen la reflexión de los alumnos pero no se da cuenta de éstas, en cambio confunde la posibilidad de reflexionar con hacer una exposición clara del contenido.

b. Conocimiento de estrategias pedagógicas

- Los acuerdos ocurren en dos momentos, donde se evidencia que la estrategia utilizada es circunstancial, ya que no se observa una secuencia ni seguimiento de la instrucción.
- Las omisiones ocurren en dos clases en las que se ve la intención de hacer enseñable el contenido, sin embargo continúa empleando su representación como elemento básico para ubicar al alumno en la explicación.

Durante la enseñanza de este lineamiento se observa que el profesor tiene un conocimiento básico de estrategias pedagógicas.

c. Conocimiento de los alumnos. No se encontraron evidencias

Conclusiones

En las comunidades de práctica no hay separación entre el desarrollo de la identidad y el desarrollo de conocimiento, ambas interactúan recíprocamente mediante el proceso de

participación en las prácticas de la comunidad, en este trabajo hemos considerado la impartición de clases en el aula. Mediante la revisión de su perspectiva de lo que ocurre en la clase, la líder y el profesor hacen evidente un proceso de negociación explícito en otras circunstancias, como por ejemplo, las reuniones de ambos.

Para entender la dimensión personal dentro de la comunidad de práctica es necesario comprender cómo se da el proceso de acercamiento de los individuos, en palabras de Lave y Wenger (1991) cómo ocurre la participación legítima y periférica que eventualmente lleva a los participantes a apropiarse del conocimiento y prácticas de la comunidad. La metodología empleada nos parece que da cuenta de forma apropiada de este proceso. La evidencia presentada parece señalar que los modos de hacer y pertenecer del profesor están mediados por su vínculo con la líder, por su propia práctica y por los entendimientos que va logrando del *dominio* de la comunidad. Todo lo anterior es evidente en los contextos en los que el profesor lleva a cabo su práctica.

Es interesante que en este proceso, lo que aparece más desdibujado, es el conocimiento del alumno y el entendimiento de sus procesos de aprendizaje, esto podría explicarse considerando que el profesor aprecia el aprendizaje de la matemática desde lo que él ya sabe y no tanto desde lo que sabe el alumno. Tomar conciencia de cómo aprende el otro parecer ser una tarea compleja.

La líder tiene un papel central, no sólo por legitimar la actividad del profesor, sino también por guiar su acercamiento a la comunidad, de esta manera vemos que la conciencia de la líder sobre la práctica y dominio permite al docente reconocerse a sí mismo en su acercamiento de la periferia al centro. A partir de las concordancias entre ambos podemos inferir que este acercamiento se negocia en la misma actividad del aula.

Si bien el estudio puede ser un aporte para entender el papel que juegan las comunidades de práctica en la transformación del quehacer docente y la trayectoria del docente en una comunidad, tiene limitaciones pues no se tiene un dato del impacto de esta transformación en el aprendizaje de los alumnos. Otra limitante es que, en este momento, no conocemos qué efecto tuvo el proceso de revisión de la clase en la actuación del docente.

Bibliografía

Camarena, G. P. (2007). *La matemática formal en la modelación matemática*. Reporte de investigación ESIME-IPN, México.

Camarena, G. P. (1995). *La enseñanza de las matemáticas en el contexto de la ingeniería*. XXVIII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. Realizado en Aguascalientes, México.

Camarena G. P. (1984). *El currículo de las matemáticas en ingeniería*. Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el IPN. Realizadas en la ciudad de México.

Callejo, M. L., Valls, J. & Llinares, S. (2007). Interacción y análisis de la enseñanza. Aspectos claves en la construcción del conocimiento profesional. *Investigación en la Escuela*, 61, 5-21.

Da Silva, H. (2010). Uma Caracterização do Centro de Educação Matemática – CEM (1984–1997) como uma Comunidade de Prática de Formação Continuada de Professores de Matemática. Bolema: *Boletim de Educação Matemática*, 23, 35A, 185-218. Recuperado de http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/ article/view/3738/3148

Graven, M. (2004). Investigating mathematics teacher learning within an in-service community of practice: The centrality of confidence. *Educational Studies in Mathematics*, 57,177-211

Hernández M. A. & Flores, M.R.(2013). Caracterización de una comunidad de práctica orientada al uso de la matemática en la enseñanza de la ingeniería. *Innovación Educativa*, 13, 2, 101-116

Lave, J. & Wenger, E. (2007). *Aprendizaje situado: Participación periférica legítima*. México: FES Iztacala, Universidad Nacional Autónoma de México.

Llinares, S. (2008). Construir el conocimiento necesario para enseñar matemática: Prácticas sociales y tecnología. *Revista Evaluación e Investigación* 3, 1, 7-30.

Lave, J. y Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15,2, 4-14.

Stake R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata. 2da Ed

Wenger, E. (2000). Communities of practice and learning systems. *Organization* 7, 2, 225-246.

Wenger, E. (2004). KM is a doughnut: shaping your knowledge strategy through communities of practice. *Ivey Business Journal*, January-February.

Wenger, E. (1998). *Communities of practice: Learning, meaning and identity*. New York, NY: Cambridge University Press,.

Wenger E., McDermott, R. & Snyder, W. M. (2002). *Cultivating communities of practice*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Ensino de Frações nos anos iniciais do ensino fundamental: dificuldades, entraves e possibilidades

Michel **da Costa**
Universidade de Ribeirão Preto – Campus Guarujá
Brasil
professormichelcosta@hotmail.com
Maria Elisabette Brisola Brito **Prado**
Universidade Anhanguera de São Paulo
Brasil
bette.prado@gmail.com

Resumo

O presente trabalho é um recorte de uma pesquisa realizada com professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, enquanto cursistas de um programa de formação continuada promovido pelo Governo Federal e realizado em um polo do Estado de São Paulo. O objetivo deste artigo é discutir sobre as concepções e entraves que esses professores relatam acerca do ensino de frações neste nível da escolarização. Os instrumentos metodológicos utilizados foram: entrevistas semiestruturadas e grupo-focal, a primeira com a intenção de verificar as concepções das cursistas acerca do ensino da matemática, já no grupo-focal foi possível compreender melhor as variáveis que dificultam o fazer matemática na sala de aula, em especial no ensino de frações. Por meio da análise dos dados obtidos foi possível constatar um significativo descompasso entre as ideias das cursistas e os propósitos do programa de formação continuada e a forma com o qual o conteúdo é abordado no tocante ao material, bem como a metodologia utilizada pela professora-formadora.

Palavras chave: educação matemática, ensino de frações, anos iniciais do ensino fundamental, formação continuada, formação de professores.

Apresentação

Este artigo é um recorte de uma pesquisa de dissertação de mestrado em educação matemática que tem por objetivo ampliar a discussão sobre as concepções e entraves que esses professores relatam acerca do ensino de frações nos anos iniciais de escolarização. Para tanto, pretendemos mostrar algumas reflexões e tendências atuais para o ensino, além de discutir sobre as dificuldades encontradas no ensino de frações, pelas professoras que participaram de um curso de formação continuada em um município do Estado de São Paulo. O curso em questão é o Pró-Letramento, cuja oferta foi realizada em nível nacional pelo Ministério da Educação, organizador da logística do curso, bem como da elaboração dos materiais didáticos utilizados no curso.

O Pró-Letramento é um Programa de Formação Continuada em Serviço, organizada pelo Ministério da Educação, em parceria com Universidades de diferentes Estados brasileiros. Sobre o Pró-Letramento/Matemática, Costa (2010) afirma

> é proposta de formação continuada em serviço, que não se reduz a uma ação compensatória de fragilidade da formação inicial, mas sim com o propósito de aproveitar os conhecimentos já adquiridos ao longo do tempo pelo ofício do professor. (...) visa propiciar a troca de experiências bem sucedidas em sala de aula, (...) além de buscar desenvolver uma atitude investigativa e reflexiva, tendo em vista que a atividade profissional é o campo de produção do conhecimento, pois envolve aprendizagens que vão além da simples aplicação do que foi estudado. (p.27-28).

O curso é desenvolvido por duas partes, uma voltada para alfabetização, letramento e língua portuguesa e, a outra, com a formação em matemática. Esse trabalho restringiu-se à pesquisa na área do ensino da matemática. Dentre os conteúdos desenvolvidos pelo programa do curso, vamos focar o presente estudo sobre frações, que foi uma das temáticas abordadas no Pró-Letramento. Com as professoras cursistas foi realizado inicialmente um diagnóstico para verificar suas impressões sobre o Pró-Letramento, e já nessa fase foram unânimes em afirmar que a parte que mais tiveram dificuldades pela forma com que se apresentou no curso foi referente ao módulo de "frações".

Essa incongruência deve-se ao fato de que cada módulo de formação teve diferentes autores, pesquisadores de diferentes universidades brasileiras. Os módulos, que são apresentados em fascículo, de uma maneira geral, estão embasados em uma concepção de educação progressista, que incentivam os professores a desenvolverem práticas contextualizadas e baseadas nos princípios da interdisciplinaridade e transdisciplinaridade. Durante o desenvolvido do curso é possível viabilizar aos professores a vivenciar situações de práticas reflexivas, uma vez que há um constante processo de aplicação dos conhecimentos aprendidos nos módulos do curso em suas práticas educativas, as quais são posteriormente levadas, como experiências a serem compartilhadas e analisadas no grupo (pelos pares e formador), segundo as ideias defendidas por Alarcão(2003).

No entanto, essas possibilidades não estão presentes no material didático referente às frações. Desde a apresentação do conteúdo e frações já inicia de modo diferente dos demais módulos constituintes do material do curso. E justamente sobre esse módulo que trata do conteúdo de frações que a nossa análise abordará nesse artigo

Metodologia da Pesquisa

A metodologia utilizada foi organizada em duas fases: a primeira foi realizada uma entrevista semiestruturada, com a intenção de conhecer um pouco do grupo de professoras-cursistas, bem como suas condições de trabalho, suas dificuldades no que tange às situações de aprendizagem e conhecer um pouco de suas concepções pedagógicas. A segunda fase foi composta por um grupo-focal, que é uma técnica que está sendo bastante em pesquisas de caráter qualitativo.

A realização de um grupo-focal visava compreender a contribuição do curso de formação continuada para a prática pedagógica dos professoras-cursistas. O grupo focal é definido *"por um conjunto de pessoas selecionadas e reunidas por pesquisadores para discutir e comentar um tema, que é objeto de pesquisa, a partir de sua experiência pessoal"* (Gatti, 2005, p.7).

Para Morgan (1997) o grupo focal é uma forma de coletar dados por meio de interações grupais ao se discutir um tópico especial sugerido pelo pesquisador. Como técnica, ocupa uma posição intermediária entre a observação participante e a entrevista.

A escolha do grupo-focal, deve ao fato deste instumento de pesquisa assegurar maior fidedignidade no cruzamento de dados e, portanto, ser um recurso que melhor se adaptou ao objetivo de responder às questões qualitativas ligadas às concepções e complexidades no processo formativo, haja vista que é uma abordagem de pesquisa qualitativa para a compreensão do processo de construção das percepções, atitudes e representações sociais de grupos de pessoas.

O grupo de professores-cursistas

O grupo pesquisado foi formado por seis professoras que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental de distintas instituições municipais de ensino da cidade de Cubatão do estado de São Paulo. Essas docentes podem ser consideradas experientes na função exercida, tendo em sua maioria mais de dez anos de magistério. Quanto à formação inicial também, cabe ressaltar que todas possuem formação em nível superior e apenas uma não possui pós-graduação na área educacional. A tabela a seguir, mostra as principais características do grupo pesquisado:

Tabela 1:
Perfil das Professoras-Cursistas Pesquisadas

Sujeito	Professora A	Professora B	Professora C	Professora X	Professora Y	Professora Z
Características						
Idade	41	39	34	36	43	45
Cursou o EF na rede	privada	pública	pública	privada	pública	pública
Cursou o EM na rede	privada	pública	pública	privada	pública	pública
Tipo de EM	regular	magistério	magistério	magistério	magistério	magistério
Graduação	Pedagogia e Ciências Biológicas	Pedagogia e Matemática	Pedagogia e Educação Especial	Pedagogia	Pedagogia e Letras	Pedagogia
Cursou ES na rede	Privada	Pública / Privada	Privada	Privada	Privada	Privada
Pós Graduação	Cursando Direito Educacional	Cursando Ed Matemática	Inclusão	Psicopeda-gogia	Psicopeda-gogia	Não possui
Cursou PG na rede	Privada	Pública	Privada	Privada	Privada	/
Tempo de Magistério	12	21	16	16	7	5

Notas: Esses dados foram coletados na entrevista semiestruturada da pesquisa original.

O ensino de frações no pró-letramento

O processo de aprendizagem de números racionais na representação fracionária na Educação Básica ainda é uma lacuna para a educação matemática, assim como corrobora as ideias de Pires (2012, p. 299): "Certamente, as crianças compreendem o que significa "metade de uma fruta, de uma folha, de uma quantia em dinheiro", mas isso não significa que vão lidar com facilidade com as representações dessas ideias".

Muitas dessas dificuldades apresentadas deve-se a falta de compreensão dos diferentes significados que as frações por parte dos alunos, e também por parte dos profesores que por

muitas vezes demostram que não conhecem todos os significados que as frações podem apresentar nas diversas situações de aprendizagens.

Essa necessidade é apontada nas pesquisas de Kieren (1975) apud Magina e Malaspina(2012) que fez com que a comunidade científica se atentasse ao fato de que os números racionais são construídos de muitos construtos e que o entendimento da noção de número racional depende das distintas interpretações a eles realizadas. Atualmente, essas importantes referências na educação matemática mostram que há necessidade de desenvolver nos alunos desde os anos iniciais da educação básica a compreensão dos múltiplos significados dos números racionais: parte-todo, quociente, medida, razão e operador.

O ensino de frações possui grande importância desde essa etapa da escolarização, pois conforme salienta Pires (2012), embora a representação decimais seja mais presente no dia-a-dia de nossos alunos, a compreensão das representações fracionárias é também bastante importante, não tanto pelo sua função social, mas pela potencialidade no campo da própria matemática.

No contexto do curso em questão, , o ensino de frações foi a temática abordada no quarto módulo, e como já foi dito anteriomente, apresentando-se de maneira bastante diferente dos demais módulos, no sentido de enfatizar a técnica e a resolução de exercícios tradicionais que pouco favorecem à reflexão e ao aprofundamento sobre o ensino das frações.

As figuras 1 e 2, a seguir, exemplificam algumas das atividades propostas pelo módulo acerca do conteúdo de fração:

1) Verifique, usando a "receita" apresentada, quais das duplas de frações a seguir são equivalentes:

a) $\frac{2}{7}$ e $\frac{26}{91}$ b) $\frac{15}{18}$ e $\frac{5}{9}$ c) $\frac{23}{5}$ e $\frac{92}{20}$ d) $\frac{33}{12}$ e $\frac{11}{3}$

Figura 1: Atividade da Apostila 4 do Pró-Letramento/Matemática
Fonte: Apostila 4 do Pró-Letramento/Matemática – p.108

1) Resolva as seguintes contas:

a) $\frac{2}{5} + \frac{13}{5}$ b) $\frac{6}{7} + \frac{4}{8}$ c) $\frac{1}{4} + \frac{5}{16} - \frac{3}{9}$ d) $\frac{9}{5} - \frac{5}{7}$

Figura 2: Atividade da Apostila 4 do Pró-Letramento/Matemática
Fonte: Apostila 4 do Pró-Letramento/Matemática – p.112

O exemplo da atividade da Figura 1 mostra um exercício de reconhecimento, onde os alunos inicialmente aplicariam a propriedade fundamental das proporções, indicada nesse módulo como uma "receita", ou seja, um algoritmo a ser realizado. Após a realização desse algoritmo, os alunos podem identificar quais os pares de frações são equivalentes, ou seja, as que apresentarem os mesmos valores de produtos dos meios e dos extremos.

Já a atividade proposta na Figura 2, percebe-se uma atividade extremamente técnica, onde o aluno precisa apenas exercitar o que aprendeu sobre as operações entre frações com denominadores iguais ou diferentes.

Com a necessidade de desenvolver conteúdos acerca da fração como: a nomenclatura, as classificações, as operações e as comparações entre elas, o fascículo pode cumprir seu objetivo de fornecer esses conhecimentos ao professor. No entanto, deixa de lado a importante tarefa de problematizar, tendo em vista que as atividades abordadas são pouco motivadoras e desafiadoras. Nesse panorama, aponta-se a necessidade de subsidiar a prática educativa do professor ao possibilitar a contextualização, como por exemplo, um problema de décimo terceiro salário proporcional, ou mesmo algum outro que envolva uma porcentagem notável; uma indicação da porcentagem enquanto fração de denominador cem.

Dentre os vários exercícios do material, há um problema que trabalha a fração enquanto razão. O problema se destaca entre os demais por ser desafiador e interessante aos alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental, como a figura 3:

Na fábrica A, de cada 200 lâmpadas produzidas 7 saem com defeito, enquanto que na fábrica B, de cada 80 produzidas, 3 são defeituosas. Compare as razões entre lâmpadas defeituosas e a produção de cada fábrica, e diga qual das fábricas tem mais cuidado com a produção de lâmpadas, A ou B.

Figura 3: Atividade da Apostila 4 do Pró-Letramento/Matemática
Fonte: Apostila 4 do Pró-Letramento/Matemática – p.118

Essa atividade proposta pelo material que envolve fração é diferente de outras, pois ela é contextualizada e pode desenvolver no aluno a competência de interpretar o que aprendeu. Ao resolver esse problema, o aluno pode fazer por meio de duas situações: pela simplificação de frações ou utilizar alguma estratégia pessoal de resolução.

Nesse sentido, cabe salientar as ideias de Silva et al (2009)

> ... há necessidade de rediscutir as formas como os conteúdos matemáticos e, em especial, os números racionais são introduzidos – quando o são – nos cursos de formação, tanto inicial quanto continuada. (...) Acreditamos que, se ele não vem ocorrendo como gostaríamos, é necessário que haja um enfoque mais amplo do conceito de números racionais, complementado por uma análise dos diferentes significados da representação fracionária dos números racionais tanto no curso de formação inicial quanto no de formação continuada. (p.14).

Nesta perspectiva, os cursos de formação devem mostrar situações problema contextualizadas, onde haja coerência entre o conhecimento didático do conteúdo e a forma com que esse conhecimento se processa. Ainda concordando com Silva et al (2009) a formação docente é uma das principais fontes de aprendizagem e o método pelo qual os conhecimentos profissionais são trabalhados juntos aos professoras-cursistas, pois os professores-formadores são considerados "modelos de profesores", no sentido de referencia que pode influenciar, a mudança da prática pedagógica dos cursistas.

Os conhecimentos técnicos e algoritmos, os professores-cursitas podem aprender sozinhos, com auxílio de livros ou outros materiais didáticos de apoio, mas a forma com que desenvolve tal conteúdo de maneira crítica, contextualizada e interdisciplinar aprenderá com muito mais

facilidade através do intercâmbio de ideias com outros professores, momentos privilegiados que os cursos de formação continuada geralmente proporcionam.

Pesquisas de Kieren(1988), Nunes (2003), Pires (2012) e Magina e Malaspina (2013) anunciam sobre a necessidade de desenvolver nos alunos a compreensão dos múltiplos significados de frações. No entanto, pelo fato de não ser desenvolvido no material e nas aulas do curso, acaba por não cumprir a função formativa no que tange às discussões didáticas e metodológicas no ensino de frações, deixando o professor ainda com uma imensa lacuna na formação basilar no que tange ao ensino dos números racionais na forma fracionária.

Análise das concepções das professores acerca da abordagem de frações

As professoras-cursistas afirmam que tiveram dificuldades com o módulo que trabalha o conteúdo fração, pois consideraram que o tempo foi curto para desenvolver o trabalho. Esse módulo, como já foi mencionado, era centrado em exercícios de fixação e em problemas convencionais, em que o aluno aplicava aquilo que aprendeu. O grupo citou também que faltou problemas desafiadores e situações de aprendizagem com um enfoque inovador com situações-problema e problemas não-convencionais. De acordo com as ideias do grupo-focal:

> Professora X – (...) o conteúdo de fração já é um conteúdo que muita gente já possui um buraco muito grande. No entendimento da teoria, da construção da teoria, do que é uma fração, o que significa dividir uma coisa, um número, o que é uma fração. O que é uma proporção? Entendeu? Se <u>você não tem bem isso construído dentro de você fica cada vez mais difícil, isso pra qualquer conteúdo, principalmente não caso de matemática que a defasagem é grande.</u> Tinha exercícios sim, mas ele era mais pontual. Era convencional...
>
> Professora Z – Eu não achei (o fascículo de fração) prático (...) me lembro de alguns exercícios que foram propostos ali que <u>necessitava você destruir e desconstruir tudo aquilo que você já tinha dentro de si e construir novamente</u>. E isso leva tempo.... Leva tempo e leva mais estudos e a gente não teve isso.

Podemos verificar, conforme registros das falas das professoras-cursistas (X e Z) insatisfação no tocante às aulas referentes a Frações, em virtude do pouco tempo que tiveram que assimilar as ideias do conteúdo, e ainda, a forma com que o próprio material abordou o conteúdo. Outro aspecto importante é que grupo-focal pouco demonstrou conhecimentos acerca dos múltiplos significados das frações, apesar de demostrar interesse em aprender mais sobre a metodologia do ensino deste conteúdo.

Considerações Finais

O Pró-Letramento/Matemática desenvolvido no pólo do município de Cubatão constituiu o nosso contexto de estudo que propiciou acompanhar avanços e entraves referentes a alguns conteúdos, por meio das entrevistas semiestruturas, realizadas no início da pesquisa. Foi possível verificar que o material didático e as aulas referentes às frações era uma questão a ser analisada, tendo em vista a realização dos apontamentos negativos das professoras-cursistas ao tema.

Por meio deste trabalho percebeu-se que o curso Pró-Letramento/Matemática no tocante ao trabalho com o conteúdo fração não conseguiu mudar as concepções do grupo de professoras-cursistas, seja pela falta de tempo, pelas dificuldades que as mesmas já possuíam, ou ainda, por outros fatores não explícitos nesse processo de formação contínua.

As professoras-cursistas pesquisadas consideraram indispensável o trabalho com diversos tipos de problemas convencionais ou não-convencionais e também de ter exercícios como forma

que possibilite a compreensão dos conteúdos a serem ensinados. Nesse sentido, concluímos o Pró-Letramento não conseguiu quebrar a barreira das dificuldades que as professoras encontram em ensinar frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Além disso, não percebeu-se qualquer preocupação em mostrar às professoras-cursistas os múltiplos significados da fração, tal como evidencia as pesquisas citadas por nesse artigo.

Referências

Alarcão, I. (2003). *Professores Reflexivos em uma Escola Reflexiva*. São Paulo. Editora Cortez.

Brasil (1997). Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciclos I e II*. Brasília.

Brasil (2007). Ministério da Educação – Pró-Letramento – Matemática. Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental. Brasília.

Costa, M. (2010). *Resolução de problemas na formação continuada do professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental: Contribuições do Pró-Letramento no município de Cubatão* – Dissertação de Mestrado em Educação Matemática – Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN.

Gatti, B. A. (2005). *Grupo Focal na pesquisa em ciências sociais e humanas***.** Brasília. Líber Livros. Série Pesquisa em Educação.

Kieren, T. E. (1975). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In: Lesh, R. (Org), Number and measurement: paper from a research workshop. Columbus, Ohio: ERIC/MEAC, 1975, p.101-144.

___. Personal knowledge of rational numbers: it´s intuitive and formal development. In: Hiebert, J. Behr, M. (Eds). Numbers concepts and operations in the middle grades. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1988, p. 163-181.

Magina, S.; Malaspina. M.C.O. (2013) A fração nos anos iniciais: uma perspectiva para o seu ensino. In: Smole, K.C.S.S; Muniz, C. (orgs). *A matemática em sala de aula: reflexões e propostas para os anos iniciais do ensino fundamental*. Porto Alegre: Penso.

Morgan, D. (1997). Focus group as qualitative research. *Qualitative Research Methods Series*. 16. London: Sage Publications.

Pires, C. M. C. P. (2012). *Educação Matemática: conversas com professores dos anos iniciais*. São Paulo: Zé-Zapt Editora.

Silva, A. F. G.; Pietropaolo, R. C. ; Campos, T. M. M. (2009). Conhecimento Profissional Docente de Professores dos Anos Iniciais em um Processo de Formação Continuada, tendo como objeto de discussão o Processo de Ensino e a Aprendizagem das Frações. *Anais do IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. Brasília-DF.

Entornos de aprendizaje de la Matemática en la educación superior. programa de formación docente.

Yolanda **Campos** Campos
Universidad Autónoma Metropolitana-Unidad Iztapalapa.
México
yola.campos@gmail.com
Joaquín **Delgado** Fernández
Universidad Autónoma Metropolitana-Unidad Iztapalapa.
México
jdf@xanum.uam.mx

Resumen

En este trabajo se presenta la experiencia desarrollada en el Departamento de Matemáticas de la Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa (UAM-I), durante el año 2013. Su propósito fue que los participantes crearan entornos de aprendizaje de la matemática para su campo específico de docencia o investigación y lo concretaran en el diseño de secuencias didácticas en línea como apoyo a la modalidad presencial, mixta o a distancia, lo que fue cumplido satisfactoriamente. Se siguió una metodología de comunidad de aprendizaje en seminario – taller, así como la elaboración y aplicación de un Plan de Investigación e Intervención que fundamentó la creación de aulas virtuales, enriquecidas con nuevas propuestas pedagógicas y tecnológicas. Los documentos, videos producidos y otros recursos, se ofrecerán en un sitio web *uami-eames-ciaem* que se abrirá el día de la presentación de la ponencia, desde donde los participantes tendrán acceso libre y gratuito al material.

Palabras clave: educación matemática, educación informática, aprendizaje de la matemática en la educación superior, comunidad de aprendizaje, formación docente, entornos virtuales de aprendizaje, herramientas tecnológicas, secuencias didácticas en línea, aula virtual.

Presentación

Múltiples reportes a nivel mundial destacan la problemática que se tiene en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la mayor parte de los países del mundo y en todos los niveles educativos, sobre todo en el marco de la llamada "Sociedad del Conocimiento", en donde los docentes - investigadores se encuentran en medio de contrastes y cambios turbulentos en relación con el avance del conocimiento matemático, científico, tecnológico y educativo que impacta el quehacer docente al contar ahora con nuevos modelos, nuevas herramientas, diferentes metodologías y maneras de evaluar y gestionar que posibilitan la creación de conocimientos matemáticos más complejos, con mayor eficiencia y en menor tiempo, con las posibilidades de realizarse en cualquier lugar, contenido, tiempo y con diferentes contenidos y soportes de apoyo.

Así, en coexistencia con las dificultades a las que se enfrenta el proceso de enseñar - aprender de la matemática, al encontrarse con un alta reprobación escolar acompañada de la falta de una comprensión sistemática y permanente de los conceptos y sus aplicaciones, aunado a un rechazo sistemático a su estudio, ahora contamos con nuevas maneras de leer y escribir, de

seleccionar, capturar, organizar, graficar, procesar, recuperar, almacenar información, de comunicarse, de generar conocimiento compartido, de crear e innovar, que facilitan el tratamiento de la información, la formación de modelos de la realidad, el encuentro de patrones y regularidades más complejos, la solución de problemas, etc. Esta situación trasciende a la educación matemática, en donde las herramientas y recursos informáticos están modificando considerablemente la posibilidad de la construcción del conocimiento, proceso que según Jean Piaget está mediado por la profundidad y alcance de la interacción con los objetos de aprendizaje (Piaget, 1984).

Si bien la experiencia y múltiples investigaciones demuestran que la tecnología no garantiza la adecuada formación humana, el aprendizaje sustantivo, ni la innovación educativa, éstas no pueden concebirse sin ella, principalmente al referirse a la práctica docente de la matemática en la Educación Superior, en donde se busca potenciar la creación de estrategias didácticas innovadoras, que permitan que el aprendizaje alcance niveles más complejos a los que se hacía con anterioridad y se dé en medio de la participación en comunidades de aprendizaje, la colaboración en redes de conocimiento y la atención personalizada en contextos geo-culturales específicos. Con la creación de entornos de aprendizaje que incluyan la mediación tecnológica, se afirma el papel educador del docente de matemáticas que cuenta con apoyos que le impulsan a modificar el rol tradicional de transmisor de información por el de creador de ambientes y entornos de aprendizaje en donde se forme integralmente al educando con sólidos conocimientos en su campo de estudio.

En México, la historia del cómputo educativo en la educación superior data de 1958 y en la educación básica de 1984, pero a pesar de los esfuerzos realizados por los proyectos nacionales, institucionales y de asociaciones profesionales, aun no se ha alcanzado la masa crítica para que los académicos involucrados en la docencia de la matemáticas reconozcan la imperiosa necesidad del uso sistemático y el aprovechamiento de las potencialidades de las TIC propios de la sociedad en la que se desenvuelven los estudiantes de hoy y mucho menos para impulsarlos en la creación de sus propios Entornos Personales de Aprendizaje (PLE por sus siglas en inglés).

En ese contexto, resulta pertinente la formación docente para la creación de entornos de aprendizaje de la matemática, con miras a re-conceptualizar y generar procesos de innovación de la práctica pedagógica: más apropiados al replanteo de los fines, al aprovechamiento de las potencialidades de los estudiantes, a la selección de los contenidos pertinentes, a las metodologías que emergen ante la usabilidad racional y creativa de nuevas herramientas tecnológicas y a las nuevas formas de evaluación. Todo ello, con fundamento en las corrientes pedagógicas que se generan ante las condiciones del avance científico y las nuevas formas y recursos tecnológicos con los que se cuenta para leer y escribir, comunicarse, colaborar, crear, modelar e innovar.

Por la importancia que reviste en estos momentos que los docentes e investigadores de matemáticas reflexionen, utilicen y apliquen sus conocimientos matemáticos, científicos, pedagógicos, informáticos y tecnológicos para crear entornos que promuevan un aprendizaje significativo de la matemática, con la incorporación de las herramientas propias de la época y que cuenten con ambientes virtuales que faciliten las interacciones en las modalidades presencial, mixta o a distancia en la educación superior, el Departamento de Matemáticas de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Iztapalapa (UAM-I), asumió su compromiso institucional de promover la formación de los docentes - investigadores en la creación de entornos de aprendizaje, en los que a partir del reconocimiento de la problemática a atender, el

contexto en el que se realiza la práctica docente y la investigación en matemáticas, se construyan propuestas que impacten en la mejora continua de los procesos educativos. Para ello, implementó el *Programa de Formación Docente: Entornos de Aprendizaje de la Matemática en la Educación Superior* que se llevó a cabo de enero a noviembre del año 2013.

De los participantes

El *Programa de Formación Docente "Entornos de Aprendizaje de la Matemática en la Educación Superior (EAMES)"* estuvo dirigido a: Docentes e investigadores del departamento de Matemáticas y de la División de Ciencias Básica e Ingeniería (*CBI*) de la Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Iztapalapa (*UAM-I*), a quienes se les solicitó: estar interesados en el diseño, planeación y aplicación de un plan de intervención e investigación enfocado a la creación de entornos de aprendizaje para un curso, Unidad de Enseñanza Aprendizaje (UEA) o proyecto de matemáticas y su integración en ambientes virtuales. Como conocimientos tecnológicos previos, se pidió que conocieran y aplicaran al menos a nivel básico, el procesador de texto, hojas de cálculo y editor de presentaciones, el explorador de archivos y que manejaran Internet para hacer búsquedas y comunicarse mediante correo electrónico.

Al inicio del Programa se aplicó un cuestionario diagnóstico a los participantes, del que se obtuvieron los siguientes datos: 47 % de sexo femenino y 53 % del masculino; 12% tenían nivel de estudios de licenciatura y 88% de posgrado; el 19% tenía menos de cinco años en la función educativa, 38% de cinco a quince años, el 6 % de dieciséis a treinta y 38% más de treinta. En relación con *la labor en la UAM-I*, el 6% laboraba en CBS y el 94% en CBI; 13 % dedicaba menos de 10 horas a la docencia o a un proyecto educativo, el 60% destinaba de 10 a 19 h, el 7 % de 20 a 39 h y el 20% tiempo completo; el 40% laboraba en turno matutino, el 27% en vespertino y el 33% en turno mixto. También se obtuvieron datos sobre el acceso personal a la tecnología, el acceso a la tecnología en la institución en la que labora, la percepción sobre el manejo informático, el uso que se da a la tecnología en el proceso educativo, la formación docente en entornos virtuales de aprendizaje, así como de las expectativas iniciales en relación con el programa. Los resultados se concentraron en el *Reporte del diagnóstico para el Programa de Formación Docente EAMES*.

También se aplicó un cuestionario diagnóstico sobre las habilidades en el manejo de información, en el que se solicitó la redacción de una autobiografía en el procesador de texto, la reseña de un libro o recurso de interés, como producto de búsqueda en Internet y la participación en un foro en un grupo de Google. De esta actividad se reconocieron datos personales, intereses y capacidades para la comunicación en foros. Simultáneamente con las respuestas al diagnóstico que se encuentran en el Aula EAMES, se iba observando el nivel en el manejo informático.

Elementos para un marco conceptual

El *Programa de Formación Docente EAMES* se fundamenta en: un enfoque que sustenta la creación de entornos de aprendizaje de la matemática, a través de la comprensión de la naturaleza del universo (multiverso), de la información, el enfoque informático y de redes complejas, la evolución de la Sociedad del Conocimiento, los conceptos sobre innovación educativa, la noción de educación y el aprendizaje de la matemática desde un enfoque constructivista, construccionista y conectivista, el empleo de herramientas en la web didáctica, el repensar la educación y el futuro del aprendizaje, de manera que los participantes contaran con estas bases en el diseño de un Plan de intervención e investigación y la creación de Entornos Personales de Aprendizaje. Estos elementos se documentaron desde el inicio en el plan de

estudios del Programa y se ofrecerán a manera de artículo en el sitio que será preparado para la presentación de la ponencia: *uami-eames-ciaem*

Propósito del Programa

Con el propósito de estimular el aprendizaje significativo de la matemática, al actualizar las estrategias de aprendizaje y promover la construcción de conocimientos más complejos con mayor eficiencia, así como ampliar la cobertura, durante el *Programa de Formación Docente*, los académicos participantes experimentaron vivencias que contribuyeron al desarrollo de las competencias necesarias para crear entornos de aprendizaje de la matemática y gestionarlos en línea. Para ello, inicialmente se tuvo como propósito:

> Los académicos participantes crearán entornos de aprendizaje de la matemática para su campo específico de docencia o investigación, mismos que concretizarán en el diseño de secuencias didácticas en línea como apoyo a la modalidad presencial, mixta o a distancia.

Diseño, metodología y contenidos del Programa

Diseño del Programa de Formación Docente

Se elaboró el Plan de Estudios del Programa con los apartados: Justificación, Destinatarios, Descripción, Elementos para un marco conceptual, Estructura curricular, Orientaciones metodológicas, Apoyos al aprendizaje, Productos de aprendizaje, Criterios de evaluación y acreditación, Cronograma y Referencias bibliográficas. El programa de estudios fue dado a conocer y consensuado con los participantes desde la primera sesión y se encuentra tanto su presentación sintética como el texto en extenso en la Sesión de INICIO del aula virtual del Programa.

Diseño metodológico del Programa.

Se desarrolló en dos momentos:

- En el primero: *Seminario - taller: "Entornos de aprendizaje de la matemática en la educación superior",* se trabajaron 15 sesiones con un taller semanal cada una, durante las cuales se reflexionó en el contexto socio - pedagógico y tecnológico en el que se está realizando la docencia y la investigación de la matemática en la Sociedad del Conocimiento, para derivar de ahí, de manera colaborativa, un diagnóstico y la problemática a atender con la propuesta de la creación de entornos virtuales de aprendizaje; se experimentaron tanto las herramientas tecnológicas propias del aula virtual como las enlazadas para enriquecer las estrategias didácticas; se formuló un plan de intervención - investigación con al menos una secuencia didáctica en línea que se aplicó a una muestra de estudiantes para verificar y ajustar la propuesta. Este momento fue acreditado por 150 hs de estudio.
- En un segundo momento: **"***Diseño de entornos de aprendizaje y secuencias didácticas de la matemática en línea",* se contó con asesoría personalizada durante diez sesiones, una a la semana, para integrar el desarrollo de una UEA en línea como apoyo a la modalidad presencial, mixta o a distancia. La realimentación se hizo de manera presencial en grupo, en pequeños equipos para solucionar dudas comunes, y personalizada según las necesidades específicas de los participantes. Las asesorías fueron programadas y se llevaron a cabo para llegar a la edición de las Aulas virtuales y su presentación en el *foro*

de entornos de aprendizaje de la matemática en la UAM-I. Quienes concluyeron el segundo momento, se acreditaron con 220 hs de estudio.

Se trabajó a manera de proyecto en el cual hay un planteo, un desarrollo, una aplicación para verificar hipótesis y hacer ajustes que lleven a la producción de cursos en línea.

Para las actividades específicas, se motivó el aprendizaje consciente, la recuperación de conocimientos previos, la profundización, la sistematización y la creación de nuevo conocimiento, de acuerdo con las condiciones particulares y contextos de cada participante; el respeto al ritmo, estilo, campo de conocimiento, tipo de trabajo, intereses y necesidades son la pauta para la creación de sus productos de aprendizaje.

Se siguió la metodología de seminario – taller en la que se promovió el aprendizaje activo, al indagar sobre una temática, y ponerla a consideración de otros en un ambiente de comunidad en la que hay colaboración recíproca y en taller, que como unidad productiva de conocimientos a partir de una realidad concreta, integradora, compleja y reflexiva, une la teoría y la práctica (Kisnerman, 1998) y en congruencia con la creación de los entornos de aprendizaje, lleva al manejo informático y tecnológico de las herramientas necesarias para su configuración, a vivenciarlas y aplicarlas en productos de interés específico de los participantes.

En cada seminario - taller, se cubre un paso en la secuencia de la creación de entornos de aprendizaje al:

- Reflexionar en su *fundamentación y conocer el planteo*, para lo cual, se recuperan conocimientos previos, se presenta un *video introductorio* y se cuenta con una *sesión* interactiva de preguntas y comentarios.
- Desarrollar *actividades* con las que se llega a los *aprendizajes esperados* y la elaboración de *productos* en los que se avanza de manera integrada, en el manejo pedagógico, matemático, informático y computacional necesario para el diseño de entornos de aprendizaje.
- Contar con *orientaciones informáticas* a través de *tutoriales* y *ayudas* que son proporcionadas para quienes requieren del apoyo en los procedimientos computacionales y optativos para quienes ya los manejan. También se proporcionan orientaciones sobre el procedimiento para el uso didáctico de las herramientas.
- *Evaluación* que considera una *rúbrica*, el entorno de aprendizaje de la comunidad con la compilación de los productos colectivos que se van generando y el Entorno Personal de Aprendizaje en el que se ofrece la fundamentación, el diagnóstico, el diseño y el reporte de resultados de la aplicación del plan de intervención e investigación, además de la selección de las herramientas informáticas de interés personal. Todo ello, se fue elaborando en el mismo proceso del taller simultáneamente con la configuración del entorno de aprendizaje del curso, UEA o proyecto de interés de cada participante.
- *Cierre del taller* con una reflexión basada en pensamientos que conjugan la cosmovisión de los pueblos indígenas mexicanos, con la visión necesaria para el aprendizaje de la competencia informática desarrollada en el seminario - taller.

En cada seminario - taller se previeron actividades tanto individuales como colaborativas, en modalidad presencial y a través del *trabajo independiente* durante el cual, el participante

desarrolló habilidades para el aprendizaje autónomo y el término de productos significativos de calidad.

En el *trabajo colaborativo,* una actividad importante de cada participante fue la construcción de una **"***red de apoyo***",** además del compromiso consciente con la comunidad de aprendizaje**.** Esta red se promovió al interior del grupo, de tal manera que colaboraron entre sí intercambiando roles de novato – experto para apoyarse mutuamente, resolviendo dudas y brindando asesoría personalizada y sobre todo, al asumir los roles de autor - editor para hacer mejoras notorias a los productos y al avance en el aprendizaje.

Contenidos del programa de formación docente

En el primer momento, los contenidos se distribuyeron en tres unidades, cada una con cinco talleres semanales.

En el segundo momento en equipo o individualmente, los participantes realizaron el *diseño de entornos de aprendizaje y secuencias didácticas de la matemática* para UEAs en línea y se llevó a cabo *el foro de Entornos de aprendizaje de la Matemática en la UAM-I* con la presentación de sus aulas virtuales.

PRIMER MOMENTO					
No	**Seminario - taller**	**Presencial (h)**	**Independiente (h)**	**Integración de proyecto (h)**	**Total (h)**
I	El contexto de la enseñanza - aprendizaje de la matemática en la educación superior.	12	18	10	40
II	Herramientas para la creación de entornos de aprendizaje de la matemática.	16	24	10	50
III	Creación de entornos de aprendizaje de la matemática.	20	30	10	60
	TOTAL	48	72	30	150

NTO: DISEÑO DE ENTORNOS DE APRENDIZAJE Y SECUENCIAS DIDÁCTICAS DE LA MATEMÁTICA PARA UEAS EN LÍNEA COMO APOYO A LA MODALIDAD PRESENCIAL, MIXTA O A DISTANCIA					
		Presencial (h)	**Independiente (h)**	**Integración de proyecto (h)**	**Total (h)**
	Asesoría por campo de especialidad y asesoría personalizada para la creación de entornos de aprendizaje en línea.	Según requerimientos y calendarización.	Según requerimientos y calendarización.	60	60
	FORO: Entornos de aprendizaje de la matemática en la UAMI	2 h		8	10
TOTAL					70

Recursos de apoyos al aprendizaje

- ***Sistema de Gestión del Aprendizaje:*** El Programa se desarrolló en el Sistema de Gestión de Aprendizaje Moodle: http://virtuami.izt.uam.mx/aulas/staller/ en el que se integraron los recursos de apoyo que conformaban el entorno de aprendizaje de los contenidos en estudio del Programa y las herramientas tecnológicas necesarias. Se contaron con los *Recursos* propios de Moodle para dar estructura al aula virtual: Archivo, Carpetas, Etiqueta, Libro, Página Web, URL, Directorio y enlace a URL. También se hizo uso de las *Actividades*: Base de datos, Chat, Questionnaire, Consulta, Encuesta, Examen (Cuestionario), Foro, Glosario, Herramienta externa, HotPotatos, Jclic, Lección, Taller, Tarea. Se trabajaron los bloques de Participantes, Mensajería, HTML, Usuarios en línea, RSS.

- ***Herramientas enlazadas al Aula*:** Como herramientas embebidas al Aula Virtual en Moodle, se aprovechó el Drive con sus documentos, formularios, hojas de cálculo y presentaciones compartidas de Google, YouTube, Sites, así como simuladores, graficadores y otras herramientas propias de la matemática, que los mismos participantes aportaron.
- ***Videos educativos en el Aula***: También embebidos en el Aula Virtual, en cada Unidad del primer momento, se diseñó, produjo y transmitió un video grabado en donde se presentó un epígrafe motivacional y la introducción a la temática. Se podrán consultar en el sitio web*: uami-eames- ciaem*.
- ***Comunicación:*** La comunicación aprovechó los recursos de mensajería, foros y chat de Moodle y específicamente se dio continuidad a través de un grupo de Google, con lo que se continuará manteniendo comunicación entre la comunidad.
- ***Entorno de aprendizaje del Programa de formación****:* El aula virtual se complementó con tutoriales, ayudas y procedimientos informáticos; el Entorno de la Comunidad de Aprendizaje; los portafolios personales; las herramientas tecnológicas para el manejo de la información, la comunicación, la participación en redes sociales, para el aprendizaje colaborativo, la creatividad, el aprendizaje específico de la matemática y la ciencia.
- ***Recursos en cada taller*:** En cada taller se especificaron los recursos de apoyo que se ofrecían y otros que los mismos participantes aportaban.

Productos

Los productos parciales fueron concentrándose para su gestión en el *Aula Virtual* y para su difusión en el *Entorno de la Comunidad de Aprendizaje*. Además, podrán consultarse en el sitio web: *uami-eames-ciaem*. Comprendieron:

- ***Fase de diseño:*** se diseñó el Plan de estudios del Programa, el Plan de Intervención e investigación, se diseñó el modelo académico, el operativo y el tecnológico; se configuró el Aula Virtual con las características requeridas, se diseñaron las actividades y recursos para cada módulo y taller.
- ***Fase de desarrollo:*** **productos concentrados en el Aula Virtual***:* Participación en el Foro de bienvenida; Diagnóstico personal; Formulario con experiencias exitosas; Presentación: Superar retos; la Página personal en el Entorno de aprendizaje de la comunidad; Glosario de la comunidad, Diagnóstico sobre estilos de aprendizaje; Ideas previas para un diagnóstico, Problemática de la matemática; Foro sobre estrategias didácticas de la matemática, Grafo de estrategia didáctica; Catálogo colectivo de herramientas de apoyo al aprendizaje de la matemática. Se utilizaron las herramientas de Moodle y del Drive de Google para la creación de actividades y recursos, así como para la evaluación y la gestión del aprendizaje.

  Los productos parciales se encuentran en el *Aula Virtual: Entornos de aprendizaje de la matemática en la educación superior*, desde donde pueden ser gestionados, consultados o descargados por los participantes: http://virtuami.izt.uam.mx/aulas/staller/ y de igual manera en el *Entorno de la Comunidad de Aprendizaje* en un Site de Google, se concentró la producción colaborativa.

- ***Fase de cierre:* aulas virtuales de participantes**. Como producto integrador, cada participante de manera individual o en equipo, presentó los avances de su Aula Virtual.

El Producto integrador

Presentación de Aulas virtuales como entornos de aprendizaje de la matemática

En el *II. Encuentro de Educación Virtual de la UAM*, se presentó la versión preliminar de las Aulas: Diseño experimental II, Cálculo de varias variables y Cálculo integral.

Ya en el ***Foro de cierre:*** *Entornos de aprendizaje de la Matemática en la UAMI* se presentaron 10 Aulas virtuales en Moodle: Álgebra lineal aplicada, Álgebra lineal aplicada I, Bioestadística, Cálculo de varias variables, Cálculo integral, Diseño experimental II, Matemáticas I (CSH), Métodos numéricos (CBS), Taller de Cálculo integral y Cálculo diferencial. Cada participante o equipo presentó cómo concibió el entorno de aprendizaje que originó el Aula, qué experiencias tuvo en la aplicación experimental, qué aprendió y cómo pensaba continuar.

Evaluación y acreditación del aprendizaje

La evaluación fue diagnóstica al aplicar un formulario y solicitar la realización de actividades que dieran muestra del dominio tecnológico, la concepción pedagógica y el enfoque de educación matemática que se manejaba al inicio. Se llevó a cabo una evaluación continua durante el proceso, haciendo revisiones, aclaraciones y comentarios de manera colaborativa con otros participantes y en un proceso de metacognición continuo a través de rúbricas de autoevaluación. También se realizó la evaluación final del avance en el aula virtual.

En total se registraron 33 participantes, de los cuales 3 se dieron de baja y 2 no cubrieron los requisitos de acreditación. El 84.84 % acreditaron el Primer Momento y 51% el Segundo momento del Programa. El informe de la autoevaluación completo podrá consultarse en el sitio web *uami-eames-ciaem*.

De la operación del Programa

El diseño y desarrollo del Programa de Formación Docente EAMES requirió la organización y colaboración de los siguientes núcleos de atención:

- ***Coordinación general***: La propuesta del Programa con su visión y perspectiva, la orientación académica, la gestión del apoyo tecnológico, la gestión de espacios, la gestión administrativa, el seguimiento oportuno y la incansable atención a los participantes, fue realizada por del Dr. Joaquín Delgado, jefe del Departamento de Matemáticas de la UAMI.
- ***Asesoría académica***: Diseño académico del Programa de formación; creación de módulos, talleres y actividades de aprendizaje, así como su subida en línea; impartición de los talleres y acompañamiento en el aprendizaje; asesoría personalizada, evaluación y gestión académica a cargo de la Dra. Yolanda Campos (Consultora para la Educación Virtual en UAM-I)
- ***Apoyo tecnológico***: Se contó con el apoyo tecnológico durante el desarrollo de los talleres y la asesoría, del Mtro. Daniel Espinosa.
- ***Coordinación de Educación Virtual***: Dr. Cesáreo Morales coordinó los apoyos de Educación Virtual, desde donde se apoyó al Programa con la administración de la plataforma Moodle por el Ing. Ramón Entzana; de Diseño gráfico a cargo del D.G.C.

Christian González; de Comunicación tecnológica atendida por la Lic. Laura González, de la producción de videos a cargo del Mtro. Julio César Pérez y de los apoyos y atención general con el Lic. Arturo Alba. El Mtro. César Hernández y el Mtro. Hugo Jarquín propusieron el contacto entre el Departamento de Matemáticas y la Coordinación de Educación Virtual con propuestas sobre necesidades de formación.

- **Espacios y equipamiento:** Los talleres presenciales se desarrollaron en el aula de videoconferencias de Ciencias Básicas e Ingeniería. Cada participante llevó su propio equipo, con lo que se avanzó en la estrategia del *Bring your Own Device (BYOD).*

Síntesis general de la experiencia en el Programa de formación docente EAMES

Se concentró una síntesis tanto del diseño del Programa de Formación Docente EAMES, como de los productos y la presentación de las aulas virtuales en tres videos que pueden consultarse en el sitio web: *uami-eames-ciaem*.

Entornos de Aprendizaje de la Matemática en la Educación Superior. (EAMES)
Entornos de aprendizaje de la matemática en Aulas virtuales 1 (EAMES aulas 1)
Entornos de aprendizaje de la matemática en Aulas virtuales 2. (EAMES aulas 2)

A manera de conclusiones

Evaluación del Programa de Formación docente

Para la evaluación del Programa, se aplicó una encuesta para captar la autopercepción y opinión de los participantes en los siguientes rubros: I. En relación con el logro de los propósitos planteados y el diagnóstico inicial; II. Replanteo de creencias en relación con el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática; III. Acerca del dominio de las herramientas informáticas utilizadas, IV. Acerca de los contenidos: lo relevante, en lo que se coincide y lo discutible; el impacto en el contexto laboral; el impacto personal y comunitario y V. Comentarios generales. En el Informe se concentran los resultados de las encuestas resueltas por 23 participantes, destacando la opinión favorable a este tipo de Programas**.**

Evaluación a partir de comentarios de los participantes

Además de los videos en los que se sintetiza la experiencia, se recuperan comentarios de los participantes, que a continuación se reproducen textualmente y concentrados, en relación con:

1. ¿De acuerdo con su contexto laboral, ¿qué impacto tienen los aprendizajes que logró durante el Programa de formación docente?

> "Ya implementaba para mis clases varios de los recursos que mostraron en este curso, sin embargo, pude reforzar algunos aspectos metodológicos trabajados con la instructora. Esto refuerza mi postura de que debemos de ser capaces de poder explicar fácilmente conceptos que para los alumnos son entre muy difíciles y espantosos u horrorosos". "Me ha impactado positivamente, nunca había estado en contacto con este tipo de herramientas. Nunca he chateado y ahora no me parecen malos los foros, se puede aprender mucho". "Me he percatado que hay muchos materiales por la red que les pueden servir a nuestros alumnos, aquí lo importante será cómo presentárselos". "Bastante impacto, porque he aprendido a reformular la estructura de la forma de enseñar y plantear las clases, así como identificar problemáticas, diseñar entornos, etc. las cuales estoy emocionado en implementar y mejorar". "Creo que este debe ser muy importante a partir de ahora. Lo aprendido me deja la siguiente reflexión: debemos adaptar nuestro tipo de enseñanza a los nuevos tiempos y a las herramientas informáticas". "Sin duda implica un

gran trabajo detrás y debemos también empatarlo con las nuevas teorías pedagógicas para que el producto final satisfaga, en gran mayoría, los objetivos". "Muy motivado a utilizar los entornos en el aula día a día". "Cuando me apoyé en el aula virtual, mis estudiantes pudieron hacer mejor sus ejercicios de estadística". "Tengo una mejor visión de la práctica docente, aprendí mucho sobre ello. Creo que no sólo para dar clases, creo que el reto de crear un curso en línea es bueno, al que se le puede sacar mucho provecho". "Influyen en la forma de organizar los contenidos del curso para optimizar el tiempo dedicado a los temas". "Total si consideramos esta nueva perspectiva de la educación, podríamos generar y/o recopilar los contenidos y materiales que nuestros alumnos podrán consultar para generarse una nueva imagen de las matemáticas, lo que será un gran reto en el que debemos trabajar con los objetivos que queremos lograr en mente". "El impacto se mide en función de los resultados con los alumnos. El reto es ponerlo en práctica en la enseñanza de la matemática". "Fue fructífero, pues conocí más a mis estudiantes y sus necesidades; los alumnos expresaron su alegría ante nuestra prueba piloto". "En términos generales, estoy segura que puedo ser una mejor docente". "Espero que con lo aprendido pueda mejorar mi estrategia didáctica y que mis alumnos obtengan conocimientos más sólidos".

2. Una frase que sintetice la relevancia del Programa EAMES en lo personal, en lo profesional y en lo comunitario.

"Better late than never". "La disciplina lo puede todo, no lo puede el talento ni la inteligencia; la disciplina". "En lo personal el programa me parece innovador y con miras a una evolución de la forma de enseñanza. En lo profesional me impone muchos retos; en lo comunitario el programa ha permitido que escuchemos la opinión de los colegas profesores". "Pude reforzar algunos aspectos metodológicos. Ya sé cómo hacer aulas virtuales; ya voy a tener otra herramienta para explotar como fuente de trabajo comunitario y ya hay gente que podrá beneficiarse de las aulas que vaya a crear en lo sucesivo". "Este curso me ha abierto una puerta a la herramienta tecnológica y a la innovación didáctica en mis cursos". "Adaptarse al entorno de aprendizaje. Despertar el interés por el uso de los medios electrónicos". "Mejorar la calidad de la enseñanza. Llegar a más estudiantes aunque no los conozcamos directamente". "Aprender a enseñar. Nunca dejamos de aprender". "Para enseñar algo, hay que aprenderlo". "El aprendizaje lo hacemos todos". "El programa EAMES ha transformado mi visión sobre las características de la educación de las matemáticas y sus modalidades de ejecución". "Me ha entusiasmado la posibilidad de recursos para facilitar el aprendizaje autónomo de los conceptos por parte de los estudiantes". "Ha sido una experiencia integradora con los compañeros profesores que nos ha enriquecido de varias formas". "Apertura al conocimiento y uso a las nuevas tecnologías es avanzar, en todos sentidos, en lo personal, profesional y social". "Me parece muy importante dominar estas técnicas". "En forma general creo que EAMES es una forma diferente, una nueva visión de la enseñanza de cualquier tipo del área del conocimiento, donde parece que las limitaciones sólo dependerán de nosotros mismos". "Una maravillosa y entretenida aventura; docencia actual, de calidad, apoyo y mejora de la comunidad universitaria".

3. Acerca de las actitudes.

Se les solicitó a los participantes observar un video y seleccionar cuáles de las actitudes que se mostraban fueron sentidas durante el Programa de formación docente. Los resultados: Desconfianza 11%, Excitación 15%, Sorpresa 18%, Entusiasmo 19%, Amor 3%, Desilusión 5%, Temor 8%, Horror 2%, Furia 6%, Frustración 11%, Necesidad de desahogo con el psiquiatra 0%; dieron muestra que se presentaron diferentes estados de

ánimo, ya que se involucró al Ser integral durante todo el desarrollo, y éste, no aprende aislando los conocimientos y el razonamiento de las mediaciones actitudinales.

4. Comentarios generales.

"Me gustó el curso, me quedo con mucho para aprender". "Con las herramientas que trabajamos podemos inclinar a los participantes a usar sus inquietudes para llegar a los objetivos del curso". "Hace falta aplicar mucho tiempo personal en las dudas particulares". "Esta ha sido una experiencia maravillosa, he aprendido cosas que nunca antes me había atrevido a utilizar por falta de iniciativa". "Fue una experiencia agradable". "Creo que se debe dar menos tiempo a la parte de usar el Moodle como alumnos y más como administradores". "Me he llevado valiosas ideas para reflexionar e interesantes propuestas para construir los entornos de aprendizaje que no me había planteado con anterioridad". "Una cosa es pensar en actividades innovadoras de enseñanza pero aisladas durante el curso, y otra muy diferente (y más eficaz espero) diseñar una serie integral de ellas partiendo de un diagnóstico y un plan de acción con objetivos previamente establecidos". "Este es el gran cambio para la realización del nuevo paradigma de integración del conocimiento a la experiencia personal que pretendemos generar en adelante". "Muchas gracias por compartir tus conocimientos y motivarnos para hacer de la enseñanza algo de mayor calidad". "Agradezco a la Dra. Yolanda Campos y a todos los involucrados por el tiempo y por mostrarnos que debemos mirar la educación desde otra perspectiva". "Deseo sinceramente que su esfuerzo y el nuestro pronto se vea reflejado en la calidad de educación de nuestros alumnos". "Creo que el curso me ha dado un panorama diferente sobre el uso de la tecnología para la enseñanza que a-priori pacería limitada al pizarrón y lápiz, Gracias". "Este Programa fue de aprendizaje y descubrimiento, realmente lo disfrute y lo voy a extrañar".

A manera de corolario

Si bien resultó evidente cómo diferentes situaciones de orden personal, laboral, institucional y cultural median los programas de formación docente, éstos, al igual que el aprendizaje, se dan en ambientes complejos - dialécticos, en los que los avances son diferenciados, en los que lo que aparentemente se sabe o entusiasma, se deja al olvido. Sin embargo, el ambiente profesional y cordial en el que se desarrolló el Programa y se hizo la presentación de las Aulas Virtuales, permitió reconocer el valor de la intensión consciente, la dedicación, la colaboración, la creatividad e innovación; aprender de la comprensión, del descubrimiento de actitudes y dificultades, de las opiniones de los estudiantes, de los errores. Se tuvo la oportunidad de realimentar y abrir expectativas para que las actitudes, los conocimientos, el manejo pedagógico e informático, así como los avances presentados por cada participante, se continúen permanentemente en una la búsqueda de alternativas que estimulen el aprendizaje significativo de la matemática en la educación superior. Seguramente algunos de los participantes y equipos continuarán y avanzarán en este camino.

Referencias bibliográficas

Brousseau, G. (1986) Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques'. Recherches en Didactique des Mathématiques.

Campos, Y. (1995). Importancia de las actitudes en la educación matemática. Guadalajara, Jalisco: ANPM.

Campos, Y. (1995). Propuesta de una Didáctica integradora de la matemática, con computación, para la educación básica mexicana. México: SEP.

Campos, Y. (2000- 2008). Mapa conceptual: Enfoque integral de competencias matemáticas para la vida. Consultado el 8 de junio de 2008 en http://goo.gl/DHeIWM

Campos, Y. (2003). Estrategias didácticas apoyadas en tecnología. México: SEP. Casanova, G. (1975). La matemática y el materialismo dialéctico. Cuba: Ministerio de Educación.

Coloquios de Royaumont. (1970). El Concepto de Información en la Ciencia Contemporánea (pp. 204-206). España: Siglo XXI Editores.

Delors, J. (1999). Los cuatro pilares de la educación, en La educación encierra un tesoro (pp. 91-103). El Correo de la UNESCO: México.

García, I. Peña-López, I, Johnson, L., Smith, R., Levine, A., & Haywood, K. (2010). I*nforme Horizon: Edición Iberoamericana 2010*. Austin, Texas: The New Media Consortium. Consultado el 14 de enero 2012 en : http://wp.nmc.org/horizon-ib-2010/

Hawking, S. (2007). Dios creó los números. Barcelona: Ed. Crítica.

Hawking, S., Mlodinow, L. (2010). The Grand Design. USA: Random House Inc.

Kisnerman, N. (1998). El método: Intervención transformadora. Buenos Aires: Humanitas. Piaget, J. (1980). La toma de conciencia. España: Ediciones Morata.

Piaget, J. (1983). La enseñanza de las matemáticas modernas. España: Alianza Editorial.

Piaget, J., & N. Chomsky(1984). Teorías del lenguaje, teorías del aprendizaje. España: Ed. Crítica. Siemen, G. (2004). Conectivismo. A learning theory for digital age. Consultado el 12 de diciembre de 2012 en http://www.elearnspace.org/Articles/connectivism.htm

Kisnerman, N. (1998). El método: Intervención transformadora. Buenos Aires: Humanitas. Stufflebeam, D. L., & Shinkfield, A. J. (1995). Evaluación sistemática. Buenos Aires: Paidós.

UNESCO. (2008). Estándares de competencias en TIC para docentes. Paris: UNESCO. Consultado en Eduteka el 18 de enero de 2012: http://www.eduteka.org/pdfdir/UNESCOEstandaresDocentes.pdf.

Vedral, V. (2010). Decoding Reality: The Universe as Quantum Information. Oxford University

Press: New York. Consultas generales a diferentes artículos en los Proceedings publicados de 1996 a 2012 por : CIEAEM: Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques.

ICME: International Congress on Mathematical Education.

PME: Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. SMTE: International Conference on Science, Mathematics and Technology Education. SOMECE: Simposio Internacional de Computación en la Educación.

Experiências e possibilidades na formação docente: operações com números inteiros não positivos

Nielce Meneguelo **Lobo da Costa**
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo
Brasil
nielcelobo@gmail.com
Aparecida Rodrigues Silva **Duarte**
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo
Brasil
angel-bb@uol.com.br

Resumo

Este artigo relata um processo de intervenção em um curso de formação do Projeto "OBEDUC Práticas". Um dos temas discutidos com os professores participantes foi uma abordagem para o ensino das operações com números inteiros não positivos, em especial a multiplicação com alunos 8º. ano do Ensino Fundamental. Optou-se pela apresentação do desenvolvimento histórico sobre a operação multiplicação de números inteiros, apontando pensamentos de matemáticos que pesquisaram sobre esses números. O jogo didático foi considerado como subsídio para contribuir de forma efetiva à melhor compreensão e construção ativa do conceito de número inteiro não positivo pelos alunos, além de auxiliar no aprendizado das operações com tais números. As experiências vivenciadas na oficina possibilitaram refletir sobre a importância dos jogos como suporte metodológico no ensino e na aprendizagem de matemática, em especial para operar com números inteiros não positivos.

Palavras chave: formação de professores, números inteiros não positivos, jogo didático.

Considerações iniciais

Este artigo relata uma oficina oferecida no núcleo de investigações sobre a prática pedagógica do professor de matemática ligado do Projeto intitulado "Educação continuada do professor de matemática do ensino médio: núcleo de investigações sobre a reconstrução da prática pedagógica", ou simplesmente "OBEDUC Práticas" (Projeto 19366, Edital 049/12) financiado pelo Programa Observatório da Educação.

Cumpre esclarecer que o Programa Observatório da Educação é coordenado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP e pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES. Tem como principal objetivo favorecer a articulação entre a pós-graduação, as licenciaturas e as escolas de educação básica, bem como incentivar a produção acadêmica e a formação de recursos pós-graduados, em nível de mestrado e doutorado; de modo que assumam o papel de coautores do seu processo de formação e associem a prática docente aos conhecimentos acumulados no campo educacional.

Inserido no Programa Observatório da Educação, o Projeto "OBEDUC Práticas" tem como finalidade o desenvolvimento de um núcleo investigativo com e sobre o trabalho docente, especificamente no segmento Ensino Médio, com vistas à melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Uma das pesquisas que integram o "OBEDUC Práticas" diz respeito ao uso da História da Matemática como instrumento de apoio ao ensino e à aprendizagem da matemática escolar. Neste artigo relatamos experiências vivenciadas em uma oficina realizada no âmbito do Projeto sobre uma abordagem de ensino de números inteiros não positivos para alunos do 8º ano (com aproximadamente 13 anos), fazendo uso de um jogo didático e da história da matemática. Apresentamos informações sobre a intervenção realizada, as análises efetuadas e os resultados obtidos.

O Curso de Formação Continuada

Na Formação Continuada do Projeto "OBEDUC Práticas" um dos temas estudados foi o de como abordar operações com números não positivos, em especial a multiplicação, com alunos da Educação Básica. Embora os sujeitos participantes dessa formação atuem no Ensino Médio, a demanda inicial desse grupo de professores foi sobre abordagens para o ensino de operações com números inteiros, sob a alegação de que os alunos advindos do Ensino Fundamental apresentavam dificuldades em operar com esses números e, para tais professores, havia o interesse em discutir formas alternativas para retomar o assunto e promover a aprendizagem, de modo a sanar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes. Acolhendo a solicitação de abordar um tema lecionado na Educação Básica, inicialmente, foi realizada uma palestra que versou sobre a construção epistemológica do conjunto dos números inteiros, em particular o desenvolvimento histórico da compreensão da operação multiplicação de números inteiros não positivos, apontando pensamentos de matemáticos que pesquisaram sobre esses números.

Nessa perspectiva, Nobre (1996) observa que muitos conceitos matemáticos são trabalhados pelos professores em sala de aula sem levar em conta os caminhos percorridos pelos matemáticos durante sua criação. Tudo se passa como se fossem obtidos naturalmente, privados de erros e dificuldades envolvidos em seu desenvolvimento, consolidando o pressuposto de uma matemática pronta e acabada. Esse autor assinala a necessidade de o professor perceber a matemática como uma ciência em construção, levando à compreensão do processo criativo da matemática, considerando a elaboração de atividades para aprendizagem, uma vez que a forma como um assunto é abordado intervém na sua compreensão.

Diante da constatação de dificuldades manifestadas em sala de aula para ensinar a regra dos sinais, sobretudo no caso da multiplicação de dois números negativos, recomendou-se o emprego de jogos didáticos, considerados como estratégias que podem favorecer a compreensão das operações com números inteiros, em particular, com números negativos.

O jogo didático apresentado na formação abordou a multiplicação de números inteiros e foi extraído do livro didático intitulado "Matemática" de autoria de Imenes & Lellis (2012). Os professores, após jogarem, manifestaram suas impressões e as modificações que fariam para aplicar em suas classes. Em outra ocasião, relataram como apresentaram e realizaram o jogo em suas salas de aula. Assim sendo, foi possível acessar suas estratégias pedagógicas.

Vale lembrar que o jogo tem sido considerado como objeto sociocultural de importância inequívoca para o desenvolvimento da capacidade do aluno para resolver problemas, segundo

recente documento do MEC - Ministério da Educação e Cultura (Brasil, 2014). Ainda, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), os jogos "constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de solução" (Brasil, 1998, p.46). Além disso, contribuem para a formação de atitudes, como enfrentar desafios, buscar soluções, desenvolver a crítica, a intuição e a criação de estratégias, permitir o exercício da argumentação e organização do pensamento (BRASIL, 1998). É, portanto, um objeto sociocultural de importância inequívoca para o desenvolvimento da capacidade do aluno para resolver problemas (Duarte, 2006).

Um panorama histórico dos números inteiros não positivos: a operação multiplicação

A referida oficina iniciou com uma apresentação sobre a construção epistemológica do conjunto dos números inteiros. Nessa apresentação, relatamos o desenvolvimento histórico da compreensão da operação multiplicação de números inteiros não positivos. Consideramos que, o entendimento que temos atualmente do conceito de números relativos deve-se à contribuição de brilhantes matemáticos, que se dedicaram exaustivamente para sua elaboração.

Examinando os diferentes entendimentos elaborados pelos matemáticos ao longo desse período e as dificuldades que estudantes de nível fundamental e médio e até mesmo superior apresentam ao operar com os números inteiros, Glaeser (2010) apoiou-se na noção de obstáculo epistemológico, cunhada por Gaston Bachelard, o qual discutiu a vinculação existente entre o desenvolvimento histórico do pensamento científico e a prática da educação, e enumerou seis obstáculos epistemológicos associados à construção dos números relativos:

1. Inaptidão para manipular quantidades isoladas.
2. Dificuldade em dar sentido a quantidades isoladas.
3. Dificuldade em unificar a reta numérica. Isto se manifesta, por exemplo, quando se insiste nas diferenças qualitativas entre as quantidades negativas e os números positivos; ou quando se descreve a reta como uma justaposição de duas semirretas opostas com sinais heterogêneos; ou quando não se consideram simultaneamente as características dinâmicas e estáticas dos números.
4. A ambiguidade dos dois zeros.
5. Estagnação no estágio das operações concretas (em confronto com o estágio das operações formais). É a dificuldade de afastar-se de um sentido "concreto" atribuído aos números.
6. Desejo de um modelo unificador (Glaeser, 2010, p.5).

Assim, segundo Glaeser (2010), para afirmar que a "regra dos sinais" não apresenta qualquer dificuldade à compreensão, foi necessário esperar por 1500 anos, de Diofanto em 300 D.C. até Hankel em 1867 D.C. No artigo intitulado "Epistemologia dos números relativos", originalmente publicada em 1985, Glaeser (2010) lista diversos matemáticos que trabalharam com números relativos entretanto tiveram apenas uma compreensão parcial, com diversas lacunas, desse assunto.

Para Glaeser (2010), os matemáticos gregos apresentavam uma inaptidão para manipular quantidades negativas isoladas, ou seja, dificuldade em relacionar a noção com material concreto, com situações cotidianas. Diofanto (300 D.C) não fazia qualquer referência aos números negativos. Na obra "Aritmética", Livro I, ele escreveu: "O que está em falta multiplicado pelo que está em falta dá o que é positivo; enquanto o que está em falta multiplicado pelo que é positivo, dá o que está em falta" embora não oferecesse nenhum tipo de demonstração (Glaeser, 2010, p.8).

Simon Stevin (1548-1620), em 1634, demonstrou a regra de sinais interpretada após de uma minuciosa leitura do Livro I de Diofanto. O número negativo não se encontrava isolado em seu trabalho. Quando acontecia de uma solução de uma equação apresentar raízes negativas, Stevin propunha: As raízes negativas das equações são raízes positivas da transformada em –x (ou seja, se entendemos que -2 é raiz de uma equação de segundo grau, isto significa que + 2 é raiz dessa equação). Trazendo outros exemplos, Glaeser (2010) constata que na obra de Stevin ocorria a primeira manifestação de um sintoma denominado por ele de *evitação*, ou seja, quando um matemático valia-se de um processo para renunciar o emprego dos números negativos de forma isolada, utilizando-os nos procedimentos intermediários dos cálculos.

René Descartes (1596-1650), definiu um sistema de coordenadas a partir de duas semirretas opostas, obtendo portanto um eixo de – a + . Porém, Descartes, apesar de definir um sistema de coordenadas de - infinito a + infinito, não encontrou aplicações para as raízes negativas de equações. Em geral, manipulava curvas limitadas ao primeiro quadrante. Em seu livro "Geometria" de 1628, ele já demonstrava formas de se livrar das "raízes falsas", o que revela, no entendimento de Glaeser (2010), uma insegurança diante da utilidade dos números negativos.

A partir do século XVII, os números negativos começam a aparecer em trabalhos científicos. Porém nos trabalhos pedagógicos, ainda não se apresentava uma formalização com clareza de raciocínio para a validação dos números negativos. Na obra "Tratado da Álgebra" de autoria de Colin Maclaurin, publicado em 1748, surge a ideia de que uma *quantidade negativa* é tão legítima quanto uma *positiva*, diferindo apenas por se encontrar no sentido oposto. Todavia, o autor entendia que a quantidade negativa só existia por comparação e nunca isoladamente. Assim enunciou: "quando a quantidade que chamamos positiva não tem outra que lhe seja oposta, não se pode subtrair dela outra maior. Por exemplo: seria absurdo querer subtrair uma quantidade maior de matéria, de outra menor" (Glaeser, 2010, p.13).

Em outro trecho desta mesma obra Maclaurin demonstra a regra de sinais formalmente, o que, para Glaeser (2010) revela-se um progresso considerável. Seja,

> $+a - a = 0$; assim, multiplicando +a por qualquer quantidade, o produto deve ser 0; se multiplico por n, terei como primeiro termo $+na$, portanto o segundo será $-na$, pois é preciso que os dois termos se destruam. Logo sinais diferentes dão - no produto. Se multiplico $+a - a$ por - n, de acordo com o caso precedente, obterei $-na$ como primeiro termo; logo terei $+na$ como segundo, pois é sempre necessário que os dois termos se destruam. Logo - multiplicado por - dá + no produto (p.14).

Apesar do formalismo apresentado MacLaurin não desenvolveu, no entendimento de Glaeser (2010), uma compreensão completa dos números relativos, esbarrando nos obstáculos (3) e (4) da lista por ele elaborada.

Leonard Euler (1707-1783) manipulava números relativos e complexos com muita naturalidade. Ele elaborou uma obra didática, em 1770, na qual tentou justificar a regra de sinais. Euler não utilizou linguagem formal em sua obra, definindo números negativos como uma letra precedida por um sinal (-) e explicou: "A multiplicação de uma dívida por um número positivo não apresenta qualquer dificuldade: três dívidas de a escudos fazem uma dívida de $3a$ escudos. Logo b x (-a) = - a b" (Glaeser, 2010, p.16). Percebe-se, que a multiplicação é uma operação externa, que fica sem valor se o multiplicador não for um inteiro natural. Pela propriedade comutativa, Euler deduziu então que $(-a) \times b = -ab$. À essa dedução, Glaeser (2010) observa que

não tem valor como operação externa, pois não há significado para (-3) ganhos de *a* escudos. Quanto ao produto (-*a*) por (-*b*), Euler observa que o valor absoluto é ab, e deve-se decidir o resultado entre +*ab* e -*ab*. Assim, como (-*a*) x *b* vale -*ab*, entende-se que (-*a)* x (-*b*) = + *ab*. Essa obra de Euler apresenta ainda um obstáculo referente à incompreensão da unificação da reta numérica. Euler afirmava que a representação de um *número negativo* é uma letra precedida do sinal -. Euler propôs diversos exercícios desenvolvidos na obra, mas todos os exemplos de equações do primeiro grau apresentavam apenas raízes positivas, o que o dispensava de comentar o assunto. Euler também apresentou algumas equações quadráticas com raiz negativa, sem fazer, entretanto, qualquer comentário quanto à validade dessa raiz.

D'Alembert (1717-1783) em seu artigo "Negativo", afirmava a não existência de quantidades negativas isoladas. Para ele:

> -*3* tomado abstratamente, não apresenta qualquer ideia ao espírito; mas se digo que um homem deu a outro -*3* escudos, isto quer dizer, em linguagem inteligível, que ele lhe tirou *3* escudos" E ainda... Eis porque o produto – *a por* – *b* dá + *ab*; [...] essas quantidades – *a* e – *b*, só estão precedidas pelo sinal – porque há um erro tácito na hipótese do problema ou da operação; se o problema fosse bem enunciado, essas quantidades *a* e *b* deveriam estar com o sinal + (Glaeser, 2010, p.19).

Note-se que esse artigo foi referência por todo o século XVIII.

Glaeser (2010) enfatiza que, o homem comum, até o século XVIII, teve poucas oportunidades de utilizar os números negativos na vida cotidiana. Os comerciantes faziam contas com débitos e créditos (combinando-os somente no fim das páginas dos livros de registro). Predominava, naquela época o padrão de duas semirretas opostas, funcionando separadamente, a não ser na hora de fazer o balanço.

Prevaleceria, assim, o modelo das duas semirretas opostas, subsistindo separadamente, até que fosse necessário efetuar o balanço. Não se dispunha ainda de escalas termométricas. Somente em 1730, surgiram os primeiros termômetros científicos. Mesmo assim, transcorreria ainda um século para que a população se acostumasse com a expressão "temperatura abaixo de zero". Fahrenheit (1913) elaborou sua escala térmica °F = °C × 1,8 + 32 com intenção de evitar os números negativos no escalonamento das temperaturas usuais. Sua escala térmica se explica pela intenção de evitar os números negativos no escalonamento das temperaturas usuais (Glaeser, 2010).

Sobre a regra dos sinais, Laplace (1749-1827) comenta:

> [...] custa conceber que o produto de -*a* por -*b* seja o mesmo que o de *a* por *b*. Para tornar sensível essa ideia observaremos que o produto de -*a* por +*b* e -*ab* (porque o produto nada mais é que -*a* repetido tantas vezes quantas são as unidades existentes em *b*). Observaremos, a seguir, que o produto de -*a* por (*b* - *b*) é nulo, pois o multiplicador é nulo; assim já que o produto de -*a* por +*b* é -*ab*, o produto de -*a* por -*b* deve ser de sinal contrário, ou igual *a* + *ab* para destruí-lo (Glaeser, 2010, p.8).

Em relação a esse comentário, Glaeser observa que o obstáculo (6) é contornado posto que se tratou de uma abordagem puramente formal, sem a referência de um modelo físico.

August Cauchy (1789-1857) define as leis de crescimento e diminuição, pelos sinais + *e* e – *e*, respectivamente. Logo após, define quantidades negativas por grandezas que diminuem representadas por um número negativo e grandezas que aumentam representadas por um número positivo. No entanto, esse modo de pensar apresenta uma contradição, se considerarmos que

podemos diminuir um número positivo multiplicando-o por outro entre 0 e 1. Além disso, o produto de duas quantidades negativas ocasionaria em um aumento (Silva, 2002). Cauchy refletiu melhor a respeito do assunto e apresentou a multiplicação de um modo formal

> [...] se representamos por A, seja um número, seja uma quantidade qualquer, e se fizermos
> A = + A, b = -A
> teremos,
> +a = +A, +b = -A,
> -a = -A, -b = +A.
> Se, nas quatro últimas equações, atribuirmos a a e b seus valores entre parênteses, obtemos as fórmulas
> +(+A) = +A, +(-A) = -A,
> -(+A) = -A, -(-A) = +A. (1)
> Em cada uma destas fórmulas, o sinal do segundo membro é o que chamamos de produto dos dois sinais do primeiro. Multiplicar dois sinais é formar seu produto (Glaeser, 2010, p. 29).

Nesse sentido, Glaeser (2010) salienta que Cauchy demonstrou a composição apenas para sinais predicativos e depois aplicou-a aos sinais operatórios, sem realçar esse excesso.

Somente em 1867, Herman Hankel na obra "*Teoria dos sistemas complexos*", atingiu o máximo de compreensão sobre os números relativos, ultrapassando todos os obstáculos.

> A revolução realizada por Hankel consiste em abordar o problema de uma perspectiva totalmente diversa. Não se trata mais de extrair da Natureza exemplos práticos que "expliquem" os números relativos de modo metafórico. Tais números não são mais descobertos, mas inventados, imaginados [grifos do autor] (Glaeser, 2000, p. 31).

Sob esta linha de raciocínio Hankel abandonou o ponto de vista "concreto" baseado em exemplos práticos passando a adotar o "formal". Mostrou uma ruptura com a ideologia reinante no séc. XIX. Os objetos “abstratos”, não identificáveis na prática foram recebidos com receio, sendo muitas vezes rejeitados a princípio.

Quanto à parte pedagógica, tem sido seguidamente proclamado que a matemática deve ser ensinada com base em modelos concretos. Entretanto, o estudo histórico apresentado por Glaeser (2010) e discutido com os professores do curso de formação, evidencia um caso em que a pedagogia baseada exclusivamente em exemplos concretos pode ser perniciosa. De tal forma que, “uma aprendizagem satisfatória das propriedades aditivas, apoiadas num bom modelo, pode criar bloqueios posteriores, quando for o caso de compreender as propriedades multiplicativas” (Glaeser, 2010, p.37).

Resta-nos buscar soluções pedagógicas que possam contribuir para solucionar esse problema. Nesse sentido, no curso de formação do Projeto “OBEDUC Práticas”apresentamos uma proposta baseada na utilização de jogos pedagógicos, entendendo que estes podem vir no início do ensino de um novo conteúdo com a finalidade de motivar o aluno e introduzir situações problemáticas para as quais os conhecimentos prévios dos alunos não sejam suficientes para o enfrentamento ou no final, com o intuito de fixar a aprendizagem e reforçar o desenvolvimento de estratégias, atitudes e habilidades.

O jogo de “perdas” e “ganhos”

Durante o curso de formação “OBEDUC Práticas” os professores foram desafiados a resolver algumas atividades para compreenderem a importância de se trabalhar essa metodologia de resolução de problemas. Desse modo, vários jogos foram apresentados e discutidos, considerando que para

ensinar a resolver problemas, uma estratégia pode ser a proposição dos mesmos por meio de jogos, que servem também para investigar e inferir possibilidades. Para o estudo dos números relativos, após a discussão e reflexão de sua epistemologia em conformidade com Glaeser (2010), foi proposto um jogo denominado por "Jogo de perdas e ganhos".

Porém, antes mesmo de apresentarmos o referido jogo, discutimos sobre a importância do uso de bons materiais manipuláveis e alguns critérios para selecioná-los, de acordo com Matos e Serrazina (1996). Para esses pesquisadores, esses materiais devem representar claramente o conceito matemático; devem ser motivadores; se possível, devem ser apropriados para usar, quer em diferentes anos de escolaridade, quer em diferentes níveis de formação de conceitos; devem proporcionar uma base para a abstração; devem proporcionar manipulação individual. Além disso, para os alunos relacionarem os materiais concretos com os conceitos matemáticos que se deseja apreendidos, estes já devem estar de posse de pré-requisitos que permitam ao aluno relacionar o jogo, o material concreto com a matemática.

Para o "Jogo de perdas e ganhos", exige-se a formação de grupos, sendo que cada um deles deve receber 20 fichas, dez delas de uma mesma cor, representando quantidades positivas e as outras dez restantes, de outra cor, representando quantidades negativas.

O grupo também deve ter doze cartões contendo comandos a serem cumpridos com o auxílio das fichas. Além disso, os cartões devem ficar com os comandos virados para baixo. No início, cada jogador começa com seis fichas positivas e seis fichas negativas, o que resulta em zero ponto, pois cada ficha cancela outra de cor diferente. Cada jogador sorteia um cartão e registra o cálculo solicitado nesse cartão, passando a vez para o próximo jogador, e assim vão se sucedendo as jogadas, até acabar os cartões.

Exemplificando, suponhamos, na primeira rodada, que o jogador 1 sorteou o cartão "Perde 4 positivos". Nesse caso, ele deve descartar quatro fichas positivas. Dessa forma, esse jogador ficou com duas fichas positivas e seis negativas. O jogador deve registrar o processo: (+ 6) + (– 6) = 0 (início); 0 + -(4) = - 4. Em seguida, deve passar a vez ao próximo jogador.

Na segunda rodada, o jogador 1 sorteou o cartão "Perde 2 negativas". Então o jogador 1 deve descartar duas fichas negativas, ficando então com quatro negativas e duas positivas. O registro será: (-4) – (-2) = - 2.

Na terceira rodada, o jogador 1 sorteou o cartão "Ganha 2 negativas". Então o jogador 1 deve pegar da mesa duas fichas negativas, ficando com duas positivas e seis negativas. O registro será (-2) + (-2) = 4.

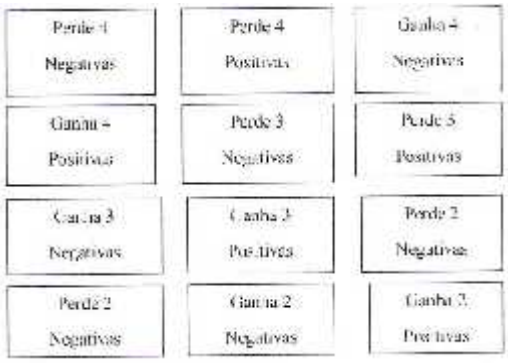


Figura 1. Cartões contendo os comandos do jogo. Fonte: acervo pessoal

No curso de formação, cada grupo de professores receberam um conjunto de fichas e cartões. As fichas, no caso, eram botões brancos representando as quantidades positivas e os botões pretos, as negativas. Depois de receberem as instruções, os professores participaram do jogo.

Figura 2. Professores participando do jogo. Fonte: acervo pessoal

Depois do jogo, os professores expressaram sua opinião sobre o jogo. Primeiramente, fizeram considerações sobre as cores das fichas: brancas, para as quantidades positivas e pretas, para as negativas. Na opinião dos professores, para a aplicação do jogo em sala de aula, as cores deveriam ser mudadas, de modo a que fossem evitadas quaisquer ideias que pudessem ser associadas a discriminações raciais.

Verificou-se a necessidade de explicação oral da regra do jogo, apesar de todos os participantes contarem com material impresso contendo os procedimentos do jogo, pois verificamos que a apresentação escrita não foi suficiente para que os professores compreendessem como participar do jogo.

Também foram discutidas a forma de registro das passagens usadas no cálculo das operações, o qual pode apresentar dificuldades, devendo o professor estar atento às ações efetuadas pelos alunos durante as jogadas. Foi ressaltado, igualmente, que a visualização das fichas auxiliam na compreensão do registro, na medida em que, ao observar a falta das fichas de uma determinada cor, permitia conferir o resultado da operação efetuada. Dessa forma, ao fazer comparações, tinham oportunidade de identificar um possível erro cometido.

Observou-se ainda que ao realizar o registro da subtração de duas quantidades negativas, aparecia a notação $-(-n) = +n$, significando o oposto do número negativo, o que pode permitir ao aluno um melhor entendimento desse significado.

Ao final da oficina, os professores participantes foram motivados a aplicarem o jogo em suas escolas. Somente alguns dos professores do curso de formação, que além de ministrar aulas no Ensino Médio também o fazem no Ensino Fundamental, aplicaram o jogo em suas salas de aula.

Figura 3. Aluno participando do jogo. Fonte: acervo pessoal

As imagens da Figura 3 mostram alunos da 5ª série (6º ano) do Ensino Fundamental jogando. Segundo seus professores, essa atividade contribuiu para que seus alunos pudessem perceber as regularidades que os levaram a formular os registros correspondentes e a trabalhar com a operação adição de números inteiros de modo que melhoraram significativamente seu desempenho ao operar com esses números.

Considerações finais

No nosso entendimento, a oficina realizada no curso de formação do Projeto "OBEDUC Práticas" provocou mudanças na ação docente, na medida em que propiciou aos participantes conhecer o desenvolvimento histórico da construção do conhecimento matemático relativo aos números inteiros não positivos e refletir sobre a dificuldade dos alunos nesse conteúdo. A oficina proporcionou aos participantes a oportunidade de estabelecer um paralelo entre as dificuldades apresentadas no ensino e na aprendizagem das operações dos números relativos e os obstáculos enfrentados pelos matemáticos no desenvolvimento desse conteúdo ao longo da história.

Assim, em conformidade com os Parâmetros Curriculares Nacionais, pudemos verificar uma das alternativas que contribui de forma significativa para a compreensão dos números inteiros não positivos e favorece a construção ativa desse conceito matemático é a utilização de jogos didáticos em sala de aula.

A utilização de um jogo didático gerou um ambiente propício à investigação e a descoberta. Os professores participantes sentiram-se motivados a ministrarem aulas de matemática de uma maneira mais exploratória e investigativa.

Finalizando, esperamos que os cursos de formação de professores, possam contribuir para reforçar a utilização de jogos didáticos na sala de aula, particularmente no que tange ao ensino e a aprendizagem dos números inteiros não positivos.

Referências e bibliografia

Brasil. (1998). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares Nacionais:* Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 142 p.

Brasil. (2014). Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. *Pacto nacional pela alfabetização na idade certa*: operações na resolução de problemas. Brasília: MEC, SEB, 89 p.

Duarte, A.R.S. (2006). Recursos didáticos no ensino da matemática: caminhos para a construção do conhecimento matemático. *III Semana da Matemática*. Pouso Alegre: UNIVÁS/FAFIEP, (2006, setembro).

Glaeser, G. (2010). Epistemologia dos números relativos. *Boletim GEPEM*. Rio de Janeiro, *57*, 65-102. (2010, dezembro).

Imenes, L. M.; Lellis, M. (2009). *Matemática*. (1 ed.) São Paulo: Moderna.

Matos, J. M.; Serrazina, M. de L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.

Nobre, S. (1996). Alguns "porquês" na História da Matemática e suas contribuições para a Educação Matemática. *Cadernos CEDES 40. História e Educação Matemática*. Campinas, SP: Papirus. 29-35.

Silva, D. P. (2000). *Epistemologia dos números relativos*. Disponível em: <http://orbita.starmedia.com/~historia_da_matematica/store/epistemologia.htm>.

Formação continuada investigativa: como os professores sabem e praticam em sala de aula

Maria das Graças Bezerra **Barreto**
Universidade Anhanguera de São Paulo
Brasil
magrabela@uol.com.br
Maria Elisabette Brisola Brito **Prado**
Universidade Anhanguera de São Paulo
Brasil
bette.prado@gmail.com

Resumo

Este artigo apresenta resultados parciais coletados em uma formação continuada, de uma pesquisa de doutorado, em andamento, desenvolvida no contexto do Projeto do Observatório da Educação – CAPES. A metodologia de natureza qualitativa envolveu a participação de vinte e três professores que ensinam Matemática atuantes na Educação Básica, na rede pública estadual de São Paulo. A análise dos dados norteou-se pelas discussões desencadeadas pelas questões problematizadoras, pelas respostas dadas pelos professores e pelo registro visual realizado nos primeiros encontros da formação. Concluímos que a formação ao utilizar uma estratégia investigativa propiciou momentos de reflexão e análise das práticas e permitiu-nos conhecer os saberes dos professores e os tipos de tarefas que são oferecidas cotidianamente aos alunos com relação às estruturas multiplicativas.

Palavra chaves: educação, matemática, investigação, estrutura, multiplicativa.

Introdução

A formação idealizada para provocar mudanças tem recebido a atenção de pesquisadores e estudiosos de diferentes países e provocado discussões em torno da eficiência de velhas e novas teorias e o grau de influência que exercem nas práticas educativas atuais. Esses estudos direcionam o foco investigativo às condições reais do conhecimento profissional do professor, reconhecendo a importância do conhecimento pedagógico e a necessidade do domínio das disciplinas para que a competência educativa seja mais legítima em sala de aula.

Essa competência profissional docente esperada, conforme assinalam os estudos de Imbernón (2009) e Tardif &Raymond (2000), constituí-se através de construções e reconstruções constantes de relações entre a teoria e a prática, as quais alicerçam um repertório de rotinas, modelos e metodologias amplamente testado e utilizado ao longo de sua carreira. A desestruturação desses repertórios profissionais tem sido um dos motivos que impulsionam os professores à procura por formações, principalmente quando se apresentam insuficientes para o desempenho dos papéis de domínio cognitivo e instrumental, desestabilizando as capacidades para enfrentar os problemas educacionais gerados pela sociedade atual: gestão escolar, aprovação automática, avaliações curriculares, dentre os quais aqueles que demandam preparar os alunos, futuros profissionais, para atuarem autonomamente na sociedade do conhecimento.

Nossa participação nas formações continuadas de Matemática, estruturadas em uma parceria entre a universidade e a rede pública, possibilitou-nos constatar as expectativas esperadas pelos professores no decorrer dos encontros. Alguns esperavam compreender melhor os assuntos matemáticos para poder ensiná-los, de forma que os alunos entendessem e pudessem assumir uma postura de aprendizagem investigativa. Outros esperavam apropriar-se de novas propostas para facilitar a prática docente e, especialmente, conhecer melhor o aluno.

Essas assertivas advinham dos dois segmentos profissionais que compõe a Educação Básica, professores generalistas e professores especialistas. Em relação aos professores generalistas, entendemos a fragilidade existente na formação inicial ao prepará-los para atuarem na sua prática docente com os conteúdos matemáticos. Fato destacado por vários pesquisadores (Oliveira & Ponte, 1997; Serrazina, 2002; Nacarato, Mengali & Passos, 2009) sendo que, uma das possibilidades encontradas para superar o problema são os projetos de formação continuada na área de Educação Matemática e outras iniciativas, como por exemplo, as parcerias entre as universidades e Secretarias de Educação. Entretanto, o que causou-nos surpresa foi o fato de os professores especialistas demonstrarem interesse pelas formações continuadas que evidenciam uma abordagem diferenciada dos conhecimentos aritméticos e sua relação com o tratamento dado a uma antecipação algébrica. Muitos professores de Matemática procuram compreender as dificuldades dos alunos e para colaborar em sua superação, têm buscado parcerias nas formações para superar o desconhecimento de como favorecer maior aprendizado em sala de aula.

Ao analisarmos essas alegações e verificarmos o aumento da participação de professores especialistas nas formações com abordagens direcionadas aos anos iniciais, algumas questões foram delimitando nossa ação formadora e pesquisadora: Como os professores sabem Matemática e como eles abordam tais conteúdos em sala de aula? A abordagem valorizada por eles colabora para a aprendizagem de seus alunos? Que tipo de tarefa veicula em sala de aula? Quais procedimentos de cálculo são valorizados para resolver problema?

Reflexões como essas instigaram a realização desse artigo que apresenta resultados parciais coletados na formação continuada: etapa inicial de uma pesquisa de doutorado, em andamento, envolvendo vinte e três professores atuantes na Educação Básica, da rede pública do Estado de São Paulo participantes do projeto Observatório da Educação – CAPES, em encontros semanais, totalizando 44 horas de estudos e práticas. Nosso propósito é de refletir sobre o uso de questões problematizadoras para desvelar concepções e saberes dos professores, possibilitando a organização ou reorganização da ação formadora e, se elas permitem ou não, distinguir o conhecimento profissional dos professores envolvidos com relação às estruturas multiplicativas e quais atividades eles veiculam em sala de aula.

Relevância e fundamentação teórica

A principal proposta de uma formação continuada é o aprimoramento da competência profissional dos professores. Conhecimento profissional, segundo a teoria de Shulman (1986, p.8), abrange uma perspectiva mais ampla exigindo do professor especialista ou não, o conhecimento do conteúdo matemático, o conhecimento pedagógico matemático (Didática da Matemática) e o conhecimento curricular da Matemática envolvendo as relações entre os conteúdos e as relações interdisciplinares (Matemática e as outras áreas do conhecimento). Esses conhecimentos demandam não apenas saber Matemática, mas entender como os alunos sabem e aprendem Matemática, para realizar as escolhas de estratégias e tarefas que propiciem essa aprendizagem.

Para atender a essa demanda, preocupamo-nos, durante a formação continuada, com o planejamento de cada encontro, a definição de tarefas, a elaboração das questões problematizadoras de análises e reflexões. Etapas elaboradas minuciosamente, visando a garantia de um equilíbrio entre a teoria e a metodologia.

A complexidade das ações docentes abrange, de acordo com Imbernón (2009, p.35), a capacidade de lidar com situações reais. Muitas vezes, apresentam-se antagônicas e complementares, tais como: o confuso, a ordem e a desordem, o inesperado, o risco, o certo e o incerto que envolve o processo de ensino e interfere no processo de aprendizagem. Nesse sentido, a formação precisa rever sua metodologia e reconsiderar seus procedimentos, para que possa realizar sua tarefa principal de análise e reflexão evidenciando teorias, atitudes, valores e concepções dos participantes, bem como, possibilitar questionamentos de práticas docentes, inclusive a própria prática. Afinal, o professor precisa ser estimulado a repensar estratégias que cooperem na solução de problemas reais e compreender a realidade educativa e profissional, respeitando as diferenças e valorizando o saber de cada aluno, dentro da diversidade de conhecimentos da sala de aula (Imbernón, 2009, p.95-96).

Para que os professores ampliem sua competência educativa e entendam a importância de saber interpretar a fonte de erros dos alunos, buscamos subsídios em Ball e seus colaboradores (2009, p. 397). Para isso, os professores foram colocados diante de tarefas que exigiam um prognóstico das dificuldades e confusões dos pensamentos matemáticos que os alunos apresentariam ao realizar a atividade, e também, o reconhecimento de suas capacidades. Segundo esses pesquisadores, o professor precisa ir além da verificação do resultado certo ou errado apresentado pelo aluno, necessita "descobrir o que os alunos fizeram, se o pensamento é matematicamente correto para o problema, e se a abordagem funcionaria em geral" [tradução nossa]. Essa interpretação dos erros ou acertos dos alunos exige do professor um conhecimento amplo da Matemática e a percepção de suas inter-relações; além disso, um repertório de estratégias diferenciadas para cada assunto matemático. Por esse motivo, os autores consideram que para ensinar matemática é preciso ir além do conhecimento de seu conteúdo, exige do professor saber mais Matemática e diferentes matemáticas para identificar a fonte do erro e reconhecê-lo como fundamento para o planejamento e replanejamento de novas ações e para a escolha de atividades desafiadoras e investigativas.

Compreendemos que a mudança na prática educativa está relacionada ao querer e ao conhecimento de novas referências para fortalecer o fazer diário. Acreditamos que a vivência, análise e reflexão de situações reais enfrentadas podem colaborar com os professores na superação das próprias dificuldades e no repensar de caminhos para um ensino de Matemática mais dinâmico, investigativo e desafiador.

Essas mudanças não acontecem imediatamente, elas precisam de tempo e espaço. Os profesores, diante de novos conhecimentos precisam compreendê-los e internalizá-los, para depois, aplicá-los pouco a pouco e isso, demanda certo tempo. Essa aplicabilidade sofre forte influência do real contexto profissional do professor, pois diante do inesperado e das dúvidas, sem o espaço que possibilite o estudo, a reflexão, a colaboração, as trocas e as parcerias; eles retrocedem e retomam as velhas estratégias, conhecidas e mais seguras, restando apenas o discurso apurado distante da prática realizada (Barreto, 2011, p. 162).

Reconhecemos que nossas investigações, com relação às formações, apresentam ainda resultados pequenos de mudanças nas práticas. Os estudos de Zeichner (2009, p. 15) revelam que

muitas pesquisas não apresentam o resultado do "impacto de determinadas abordagens de ensino no conhecimento e nas crenças dos professores" e assinalam a escassez de estudos referentes ao "impacto de diferentes estratégias de formação e dos efeitos dessas estratégias nas práticas de futuros professores". Esse pesquisador convida-nos a aprofundarmos nosso conhecimento sobre as práticas docentes e verificarmos a interação entre a formação e o aprendizado docente e como essa parceria influencia a aprendizagem do aluno. A constatação da aprendizagem do professor e a transformação de sua prática demanda um tempo maior, fator que interfere e prejudica os encaminhamentos das formações.

Uma prática baseada na teoria epistemológica de Schön (1997), utiliza estratégias reflexivas aproveitando as tarefas investigativas para refletir sobre e na prática. Essa ação reflexiva demanda certo tempo, pois subentende análise, relação grupal e organização de encaminhamentos, superando muitas vezes o tempo planejado.

A formação para tornar-se um espaço de reflexão dos professores e de vivência das teorias defendidas para posterior prática, exige que cada envolvido tenha a clareza de seus papéis. O papel exercido pelo formador, mediador de saberes, precisa promover momentos dialógicos, despertando no professor a confiabilidade e a segurança. O papel do professor é de participante ativo e investigativo de práticas. Os combinados delimitam a ação no grupo e permitem corresponsabilidade. Essas situações reflexivas precisa enfrentar um inimigo implacável, o tempo, quase sempre insuficiente para a obtenção de resultados mais consistentes da ação formadora, da aprendizagem dos docentes e para aplicação das tarefas dentro e fora da formação, porque abrange construções e reconstruções de conhecimentos.

Mesmo assim, os movimentos de reflexão nas formações têm provocado no professor uma postura mais questionadora, observadora e cooperativa, levando-os a firmar novas parcerias na escola para a análise das ações de sala de aula. As teorias discutidas e vivenciadas na formação passam a circular e a fazer parte do cotidiano da escola, provocando um processo dinâmico e interativo de estudo.

Metodologia

A metodologia de natureza qualitativa e investigativa integrou alguns elementos do Design Experiment (Cobb et al.,2003), ao estruturar as tarefas propostas e as estratégias utilizadas na formação continuada de vinte e três professores que ensinam matemática na Educação Básica, da rede pública estadual da cidade de São Paulo.

A pesquisa analisará os papéis imbricados de Pesquisador/Formador, atuante na Formação Continuada e a participação dos professores no Projeto Observatório da Educação – CAPES em parceria com a rede pública. E tem como instrumentos para a coleta de dados: protocolo das atividades desenvolvidas pelos sujeitos e as filmagens de vídeos feitas durante a formação.

Os protocolos das atividades e registros escritos colaboraram na compreensão dos saberes matemáticos dos professores, na percepção das crenças e das teorias presentes na sala de aula e ainda, nas estratégias utilizadas pelos alunos e valorizadas pelos professores. Os registros visuais permitiram relembrar os diálogos e as narrativas ocorridas na formação e identificar as dificuldades dos professores em lidar com os diferentes tipos de problemas matemáticos e a ausência de repertório de procedimentos.

Análise dos resultados

Ao organizarmos a proposta de formação destacamos alguns eixos delineadores de ação que considerávamos imprescindíveis para uma investigação de prática: reflexão de práticas e teorias, vivências para construção e reconstrução de saberes, troca de experiências e trabalho em conjunto. Para isso, as questões e situações-problema apresentadas deveriam favorecer momentos de análise, tomada de decisão e aprimoramento no falar e ouvir o outro. Para uma ação investigativa , os estudos de Ponte (2002, p.13) definem como importante a "formulação de boas questões. As questões devem referir-se a problemas que preocupem o professor e devem ser claras e susceptíveis de resposta com os recursos existentes".

A elaboração de questões problematizadoras deveria apresentar situações que possibilitassem o desvelar de concepções, saberes e tarefas oferecidas em sala de aula, como também permitissem a explicitação das dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem da multiplicação e da divisão tanto pelos professores, como pelos alunos da Educação Básica. Serrazina (1998, p.126), ressalta a necessidade de "investigações que relacionem o conhecimento dos professores com o contexto escolar e a aprendizagem dos alunos".

Desta maneira, o estudo exploratório apresentou para análise um diálogo entre duas professoras, explicitando que ao ensinar multiplicação e divisão, assegura: "**a divisão é a operação mais difícil. O aluno precisa saber muitas coisas antes, principalmente multiplicar e subtrair" [...] "multiplicação é mais fácil, só precisa saber a tabuada de cor e saber somar**" e a outra professora concorda e acrescenta: "**multiplicação é soma de parcelas iguais, até os alunos com dificuldade aprendem**". A análise dessa situação exigiu tomada de posição dos participantes, pois ao concordarem ou discordarem necessitavam esclarecer seus posicionamentos.

Encontramos em um grupo de professores a defesa imediata da técnica, do uso do algoritmo, da "***decoreba***" da tabuada e a estratégia do passo a passo como caminhos determinantes para aprender a multiplicação. Constatamos como Serrazina (1998, p.119) em seus estudos, como é forte o domínio da concepção de que "aprender Matemática se faz essencialmente através da prática repetitiva e da resolução de exercícios, onde aparece como essencial o domínio das competências básicas de cálculo".

Outro grupo, formado por professores generalistas que trabalham com os alunos mais novos, afirmou que utilizam a exploração de materiais manipuláveis ou desenhos, como procedimentos para resolver as tarefas propostas, acreditando que estratégias como essas valorizam a construção de conceitos e facilitam a compreensão da multiplicação e divisão. Com relação à formalização do conceito para operar com números maiores, alguns professores asseguraram que, alunos estimulados, a criar procedimentos pessoais, desde os anos inicias, entendem com mais clareza os procedimentos diversificados de multiplicação.

A divisão foi considerada por unanimidade, muito difícil. Alguns professores generalistas admitem que a dificuldade em ensiná-la, está relacionada às próprias dificuldades e que ensinam como foram ensinados. Entre os professores especialistas, encontramos afirmações de que muitos alunos, nos anos finais do Ensino Fundamental, não sabem dividir e se "***soubessem o conceito***" da operação conseguiriam superar o problema. Eles encontram, ainda, entre os alunos mais velhos que deveriam utilizar procedimentos mais formais para resolver a divisão, aqueles que fazem distribuição em agrupamentos para encontrar o resultado.

No geral, percebemos nas falas desses professores um discurso incorporado, advindos de diferentes fontes de aquisição e integrado ao saber profissional de cada um, como: o papel do professor é de facilitador e mediador do processo; o ensinar depende da Didática do professor e do conhecimento prévio de cada aluno; o que deve ser passado é o conhecimento e, ao aluno, cabe encontrar maneiras para resolver os problemas; aluno desinteressado ou com dúvida, mesmo consultando a tabuada sentem dificuldades para resolver a multiplicação e a divisão.

Dentre os professores, apenas um por cento defendeu que ensinar a multiplicação vai além da soma de parcelas iguais, e apenas uma professora especialista concluiu: "***ela apresenta também, situações de proporção e combinação***".

A análise das respostas permitiu-nos perceber que os professores desconheciam a diferença entre situações relacionadas ao pensamento aditivo e multiplicativo, e apresentavam um discurso pedagógico que representa um *"saber dizer"* distante do *"saber- fazer*" (Tardif & Raymond, 2000, p. 213). Os autores consideram que os professores utilizam em suas práticas o conhecimento construído ao longo da carreira profissional, aliado a historia de vida pessoal e social, estruturado pelas experiências educativas marcantes positivamente, no decorrer do tempo.

Ao propormos a discussão em torno da afirmação, muito utilizada pelos professores generalistas, **"multiplicação é soma de parcelas iguais**", esperávamos que fosse refutado pelos professores especialistas, indo além da justificativa que os procedimentos de juntar várias vezes é muito utilizados pelos alunos, considerando as situações que envolvem a multiplicação em um sentido mais amplo. Isso não ocorreu. Queríamos que percebessem a descontinuidade assinalada por Nunes & Bryant (1997, p. 185), entre o raciocínio aditivo e o raciocínio multiplicativo, ressaltando a necessidade de analisarmos essa diferença e perceber que "alunos que confiam na continuidade entre os dois tipos de raciocínio cometerão erros sérios nas tarefas multiplicativas". Destacam que os alunos precisam realizar atividades que permitam a percepção dessa descontinuidade e favoreçam a descoberta de outros sentidos do número que precisam ser dominados: proporção, fator escalar e funcional.

Vergnaud (2009, p.184) também ressalta que a compreensão da multiplicação e divisão necessita de certas precauções pedagógicas, pois as dificuldades com relação à adição podem se transformar em fracassos maiores na multiplicação. Destaca que as atividades oferecidas permitam a aceitação e aplicação das propriedades e possibilitem a compreensão das relações de medidas envolvendo o multiplicador e o dividendo. Para ele, a divisão é uma operação complexa, pois envolve razões de ordem conceitual e regras operatórias complexas. Vergnaud (2009, p.190) alerta que a divisão resolvida pelos alunos como regra operatória, "não seja exatamente o inverso da multiplicação, exceto se incluídas ali as relações complexas".

As respostas dadas às questões diagnósticas confirmaram como os conhecimentos dos professores envolvendo o raciocínio aditivo e multiplicativo ainda eram inconsistentes, demonstravam uma desestrutura com relação às técnicas operatórias e uma insegurança ao utilizar estratégias de cálculos pessoais, para resolverem os problemas propostos ou selecionar estratégias diferenciadas, para ampliar o repertorio dos alunos. Admitiam ainda oferecer como tarefa, operações sem contexto e poucos problemas.

Diante desse contexto, solicitamos que os professores organizassem em duplas ou trios, por anos próximos de atuação na Educação Básica e elencassem dez problemas de multiplicação e divisão presentes nas tarefas de seus alunos. Essa atividade objetivava conhecer o tipo de tarefa que os professores ofereciam aos seus alunos, além de explorar posteriormente, os cálculos

operatórios valorizados por eles. Os tipos de problemas propostos apresentavam, em sua maioria, aqueles que podiam ser resolvidos pela operação de multiplicação. Quando a operação que resolvia os problemas era a divisão, a maioria apresentava números com um único algarismo. As grandezas utilizadas eram sempre discretas e os números inteiros. Para Vergnaud (2009, p.183) essas grandezas favorecem a introdução da multiplicação como adições reiteradas. Apresentamos a seguir alguns problemas elaborados pelos professores, como exemplos: 1 "***Carlos tem 3 cadernos, com 10 adesivos em cada um. Calcule a quantidade total de adesivos que Carlos tem****?" ou 2)"****Meu irmão tem9 anos. Eu tenho o triplo da sua idade. Quantos anos tenho?*** Ou 3) *"****Tenho 100,00 reais e preciso dividi-lo em três parcelas iguais. Com quanto vou ficar em*** cada parcela?" e 4) "Um engradado de refrigerantes tem 15 garrafas. Quantas garrafas há em 185 engradados?".

Ao analisarmos os tipos de problemas apresentados pelos professores, verificamos que mais da metade da totalidade dos problemas eram de uma relação quaternária (duas quantidades são medidas de mesma natureza e as duas outras medidas, de outra natureza), explorando a ideia de proporcionalidade. Esses problemas não apresentavam muitas dificuldades para serem resolvidos pelos alunos. Segundo os professores, utilizam adição reiterada como procedimento de cálculo. Os demais problemas propostos exploravam uma relação ternária, envolvendo as ideias de combinatória e configuração retangular, utilizando a relação de produto de medida para a solução. A ideia de comparação apareceu em poucos problemas, menos de 1% do total. A repetição do mesmo tipo de problema demonstra a qualidade de tarefa que veicula na sala de aula.

Os dados coletados nos primeiros encontros serviram como ponto de partida para discutir outras questões matemáticas e definiram também, o ritmo e o grau de aprofundamento dos conteúdos.

Considerações finais

As questões problematizadoras possibilitaram compreender os conhecimentos matemáticos dos professores da Educação Básica, especialistas e generalistas e perceber a real necessidade desses professores. Para isso, reformulamos a proposta inicial de estudar sobre as estruturas multiplicativas e apresentamos aos professores, os Campos Conceituais - teoria de Vergnaud e as estruturas aditivas (tipos de problemas e procedimentos de cálculo). Posteriormente retomamos os estudos das estruturas multiplicativas e oferecemos para reflexão uma variedade de problemas pertencentes às relações terciárias e quaternárias, discutindo as estruturas e procedimentos, como também, a importância de cada um para a continuidade curricular do conhecimento matemático dos alunos.

Constatamos que os professores generalistas enfrentam muitas dificuldades com relação ao ensino das estruturas multiplicativas, ao mesmo tempo em que precisam enfrentar as próprias inabilidades com relação às técnicas operatórias, a interpretação de problemas e a escolha dos procedimentos necessários para resolver problemas. No entanto, os professores especialistas, poucos exploram as propriedades das operações multiplicativas como estratégias de solução e apresentaram um desconhecimento dos diferentes tipos de problemas com estruturas aditivas e multiplicativas.

Concluímos que ao utilizarmos a problematização como estratégia formadora investigativa, além de potencializar o caráter reflexivo, permitiu conhecer os saberes dos professores e os tipos de tarefas oferecidas cotidianamente aos seus alunos. As informações obtidas a cada encontró

colaboraram para que pudéssemos elaborar e propor novas questões e organizar novas atividades a serem oferecidas, permitindo um replanejamento das ações futuras. Esse processo imprimiu na formação uma dinamicidade e permitiu um movimento cíclico de ação-reflexão-conhecimento/demanda - nova ação.

Referências e bibliografias

Ball, D. L., Hoover, M. T., Bass, H., Laurie, S., Jennifer, L. & Phelps, G. (2009). A practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. Thesseloniki: *PME, 33*, 95-98. doi: http://www.pme33.eu/pme33/index.php?page=announce.

Barreto, M. G. B. (2011). *A formação continuada de matemática dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental e seu impacto na prática de sala de aula*. Dissertação de Mestrado, Universidade Bandeirantes de São Paulo, SP, BR.

Cobb, P., Confrey, J., Disessa, A.; Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). Design experiments in education research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.

Imbernón, F. (2009). Formação docente e professional: formar-se para a mudança e incerteza. (7ª ed.). São Paulo: Cortez Editora.

Nacarato, A. M.; Mengali, B. L. S.& Passos, C. L. B. (2009) *A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender*. Belo Horizonte: Autentica Editora.

Nunes, T. & Bryant, P. (1997). *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Oliveira, H.; Ponte, J. P. (1997). Investigação sobre concepções, saberes e desenvolvimento profissional dos professores de matemática. Actas do SIEM VII. Lisboa: *APM*, p. 3-23, acesso: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm.

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In: GTI (Org), Reflectir e investigar sobre a prática profissional. Lisboa: *APM* , 5-28.

Schön, D. A. (1997). Formar Professoras como Profissionais Reflexivos. In: Nóvoa, A. (Coord.). *Os Professores e a sua Formação*. Lisboa: Dom Quixote.

Serrazina, L. (2002). *A formação para o ensino da Matemática na Educação Pré-escolar e no 1º ciclo do Ensino Básico*. Caderno de Formação de Professores, 3 (1) Porto: Porto Editora e INAFOP.

Serrazina, M. L. (1998). O professor e a Matemática. Mirandela - Caminhos para a investigação em Educação Matemática em Portugal. Bragança: SPCE, 111-127.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Education Researcher*, 15, 4-14. doi: http://www.jstor.org/stable/1175860.

Tardif, M. & Raymond, D. (2000). Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério. Campinas: *Educação & Sociedade*, XXI (73), 209-243.

Tardif, M. (2000). Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários. Rio de Janeiro: Revista Brasileira de Educação, 13, 15-24.

Vergnaud, G. (2009). *A criança, a matemática e a realidade*. Curitiba: Editora UFPR.

Zeichner, K. M. (2009). Uma agenda de pesquisa para a formação docente. Belo Horizonte: *Formação Docente*, 1(1), 13-40. Recuperado em 22. setembro :http://formacaodocente.autenticaeditora.com.br.

Formación de maestras y maestros de Matemáticas en el Estado Plurinacional de Bolivia

Abdón **Pari** Condori
Universidad de Salamanca
España
apariducho@gmail.com

Resumen

La formación de maestros, denominada en otros países formación docente, se ha convertido en las tres últimas décadas en un elemento central de las reformas educativas y de los procesos de trasformación en los Estados en América Latina, que ha estado al margen de las políticas educativas relacionadas con la colonización. En Bolivia, el marco de la formación docente es la Constitución Política del Estado Plurinacional (2009), y la Ley de Educación "Avelino Siñani - Elizardo Pérez" (2010), orientada hacia un Modelo de educación sociocomunitario productivo. Las Escuelas Superiores de Formación de Maestras y Maestros (ESFM), son las únicas Instituciones autorizadas para la formación docente.

Palabras clave: Estado Plurinacional, formación docente, modelo educativo.

Introducción

Las matemáticas impregnan todos los campos del conocimiento científico y desempeñan un papel fundamental en los diferentes campos del saber humano: biología, física, química, economía, sociología, ingeniería y educación. Las matemáticas (Pickover, 2011), "nos ayudan a simular el fluir de los recursos naturales de la Tierra, a explorar las realidades subatómicas y a imaginar las galaxias lejanas. Las matemáticas han cambiado el modo en que miramos el cosmos".

Su impacto ha provocado una suerte de revoluciones en la tecnología, la economía, la política, la sociedad y la cultura, que ha trasformado profundamente las formas de interactuar socialmente, de definir las identidades y de producir y hacer circular el conocimiento. Y muchos de los progresos del mundo hoy no habrían sido posibles sin las matemáticas.

Ya hace más de treinta años, Douglas Quadling (1982), al reflexionar sobre la importancia de la matemática, decía:

> Es una curiosa paradoja que el mundo se esté volviendo un lugar menos matemático al tiempo que se define en términos cada vez más matemáticos. A nivel de los conocimientos personales, se nos exige menos de lo que se exigía a nuestros padres y abuelos. (…). Para llenar el depósito del automóvil, no se necesita contar los litros ni los galones, ya que el surtidor registra el precio directamente. (p. 416)

Estos cambios que experimentamos cada vez más acelerados exigen una mayor reflexión, estudio, análisis y toma de decisiones en las políticas y estrategias de formación de maestros para

ejercer la enseñanza de las matemáticas en los distintos niveles que conforman el sistema educativo.

En el caso de Bolivia, el contexto sociopolítico y educativo que vive el país en el siglo XXI está afectado por la transformación de la República a un Estado Plurinacional (Bolivia, 2009). Este proceso transforma y condiciona el momento educativo actual del país y demanda de la sociedad boliviana una reflexión sobre sus necesidades educativas, abre multitud de cuestiones y plantea nuevos problemas, como reconocer debilidades y carencias, buscar alternativas que ayuden a superar las actuales amenazas al sistema educativo, potenciar sus fortalezas y aprovechar las oportunidades para construir una sociedad multicultural y moderna.

Entre los puntos conflictivos, aún no abordados en profundidad, se encuentran los planes de formación del profesorado en todos los niveles educativos, tanto para la formación inicial como la formación continua, y que no son abordados en profundidad ni por las administraciones educativas ni por la universidad, y su organización actual carece de una estructura clara y de metas evaluables.

El enfoque pedagógico, filosófico y político de la educación ha sido afectado por la Constitución (art. 77 y 78), y la Ley de la Educación N.070 "Avelino Siñani- Elizardo Pérez", que recoge el mandato constitucional de que la educación boliviana deberá ser "intracultural, intercultural y plurilingüe" (art. 1.6). El gobierno actual ha propuesto al país la denominada "Revolución Educativa", que pretende responder a la esperanza del pueblo boliviano, que comenzó en 2006. En ese marco, la formación docente de matemáticas afronta dificultades y problemas estructurales. A pesar de que las nuevas orientaciones no son tan nuevas, sino que se basan en antiguas demandas y guardan consonancia con viejas leyes y decretos (Osuna, 2013), como se mostrará en la comunicación.

Bolivia ha enfrentado diferentes reformas educativas, sin embargo, ninguna ha sido aplicada a la formación docente, en el mismo orden de prioridad que el subsistema de educación regular. Las Escuelas Normales, responsables de la formación de docentes en la Reforma Educativa de 1994, pasaron a depender administrativamente de las universidades estatales y privadas con muy poco éxito.

La Constitución Política del Estado Plurinacional marca el inicio de una nueva forma de Estado, que tiene entre una de sus características fundamentales la definición de un nuevo paradigma: el Vivir Bien. En esa perspectiva, el Ministerio de Educación viene desarrollando una serie de acciones dirigidas a la transformación de la educación y la consolidación del Sistema Educativo Plurinacional.

En el marco de la Ley "Avelino Siñani – Elizardo Pérez", que sigue un Modelo Educativo sociocomunitario productivo (Ministerio de Educación, 2013), la formación de profesores de matemáticas continúa con un agudo y persistente problema, tanto en la formación inicial como continua, a pesar de que en la ESFM se realizan debates, coloquios, conferencias, ferias y exposiciones sobre problemáticas de la educación y del entorno, sobre contenidos curriculares y sobre la práctica docente entre directivos, docentes, estudiantes y comunidad.

Todavía no se ha considerado el tema: "qué y cómo aprenden los maestros las matemáticas, qué quieren y/o necesitan aprender, cuáles son las modalidades más apropiadas para cada situación o contexto, etc". En el Estado Plurinacional, todavía es incipiente la investigación sobre estos temas, a pesar de que a nivel internacional ya ha sido investigado, pero

es poco todavía lo que se conoce al respecto de cada país. Podemos afirmar que buena parte de la investigación disponible se ha hecho en los países desarrollados, y sus conclusiones han sido aplicadas a los países en desarrollo.

El propósito de esta comunicación es presentar una aproximación a la formación docente, indagar algunas limitaciones, desafíos y oportunidades que tiene la formación inicial y continua docente de matemáticas en el Estado Plurinacional.

Metodología

El trabajo se enmarca dentro de una investigación cualitativa-descriptiva y tiene su sustento heurístico en documentos oficiales como la nueva Constitución Política del Estado y las Leyes de la Educación, documentos de PROFOCOM y algunos trabajos de investigación en el campo de la formación docente e historia de la educación boliviana.

Antecedentes históricos

La formación docente en Bolivia comenzó el 6 de junio de 1909, con la creación de la primera "Escuela Normal de Maestros y Preceptores de la República" en la ciudad de Sucre. La primera Normal comenzó con 28 alumnos varones, bajo la dirección del belga George Rouma, colaborador de Decroly en Bélgica. Diseñó el proceso de formación "bajo el enfoque iluminista y positivista inspirado en el espíritu científico, llevado de la Europa de esa época" (Ministerio de Educación de Bolivia, 2011). El proyecto fue criticado por Franz Tamayo, abogando por la educación de los indígenas. En la opinión de Tamayo: "la educación del indio sencillamente era inexistente" (citado por Lozada, 2005).

A partir de 1909, se inicia un largo recorrido de la formación docente institucionalizada con muchos altos y bajos. A partir de 1911, se tienen los primeros resultados de la Escuela Normal de Sucre, y uno de los egresados fue Elizardo Pérez Gutiérrez, tío de Jaime Escalante Gutiérrez.

Posteriormente, Rouma pasa a dirigir el Instituto Superior para Profesores de Secundaria, fundado en la ciudad de La Paz en mayo de 1917, y en 1937 se abre la formación de profesores de secundaria con sus especialidades en la Normal de Sucre. En diciembre de 1931, se produce una clausura temporal de la escuela hasta el fin de la Guerra del Chaco (1932-1935), por la asistencia de varios profesores y estudiantes a este conflicto bélico.

La experiencia de la *Escuela-Ayllu,* se llevó a cabo en Warisata (Pari, 2014). Fue una época en la que dominaba el gamonalismo en el campo; hubo líderes y maestros indígenas que sufrieron persecución y coaciones por el solo hecho de fundar una escuela o gestionar la creación de un centro escolar. Uno estos líderes fue Avelino Siñani, que aprendió a leer y a escribir a escondidas del hacendado, y creó en 1919 una humilde "escuela" para compartir ese saber con los niños aimaras de su comunidad.

Posteriormente, Siñani conoció a Elizardo Peréz, que había sido enviado por el gobierno boliviano a trabajar en la región. Unidos por una misma visión, comenzaron la tarea de construir una escuela para Warisata. El 2 de agosto de 1931 se fundó la Escuela Indígena de Warisata, obra de Elizardo Pérez y Avelino Siñani. Esta escuela ayllu de Warisata fue levantada como un modelo educativo verdaderamente innovador (Valdivia, 2011). Fue una educación de máximo esfuerzo, honradez y voluntad. La enseñanza bilingüe y la pedagogía por el arte afirmaban la autoestima de las razas autóctonas, intentó involucrar a la comunidad campesina en la educación, adelantándose a su tiempo, aunque con poca transcendencia fuera de su ámbito de aplicación,

pues tuvo una corta vigencia desde 1931 hasta 1940, año que por las convulsiones políticas y la constante presión de la oligarquía la hicieron desaparecer, y se inició la persecución de los hacendados contra Avelino Siñani, que fue encarcelado y expulsado de su comunidad.

A mediados del siglo XX, se elaboró el Código de la Educación (1955), que consolidó la educación urbana y rural. La formación docente continuaba bajo el enfoque positivista e iluminista, y su misión definida como acción civilizadora en las comunidades.

A finales del siglo XX, la Ley 1565 de la Reforma Educativa del 7 de julio de 1994, estableció el carácter democrático de la educación, por cuanto toda la sociedad participa en la planificación, organización, ejecución y evaluación. Además, dispuso la incorporación del enfoque intercultural y la modalidad bilingüe en la educación, respondiendo a la heterogeneidad sociocultural del país. Formula un pensamiento pedagógico centrado en el estudiante y una metodología constructivista con un nuevo diseño curricular común y diversificado. La dispersión de materias fue reducida a 5 áreas del currículo base o común. Se amplió a 8 años la primaria obligatoria (Grigoriu, 2005). Con dicha Ley "se busca estructurar una formación docente que esté en función de las necesidades de aprendizaje y enmarcada dentro del proceso de democratización por el que atraviesa la región" (López, 2004). Siguiendo el enfoque constructivista, se concibe al alumno como protagonista de su aprendizaje, y el profesor es el factor dinamizador de este proceso. El Sistema Nacional de Formación Docente está formado por los Institutos Normales Superiores (INS), tanto estatales como privados. Estas instituciones tienen la misión de formar nuevos maestros. Los maestros con título de Provisión Nacional podían seguir estudios de licenciatura en Ciencias de la Educación, aunque la mayoría de las universidades ofertaban los cursos pedagógicos y de gestión. Sin embargo, pocas universidades se lanzaron con una propuesta de licenciatura en Educación Matemática. Estos Programas facilitaron a varios profesores egresados de los INS a continuar los estudios de licenciatura en educación matemática (Pari, 2014, Grigoriu, 2005).

Mientras que la Constitución Política del Estado Plurinacional (enero, 2009), establece que la educación es obligatoria hasta el bachillerato, y que la educación es fiscal y gratuita en todos los niveles, hasta el superior (art. 81), y la Ley"Avelino Siñani – Elizardo Pérez", que recoge el mandato constitucional de que la educación boliviana deberá ser "intracultural, intercultural y bilingüe" (art. 1.6.). "Esta ley surge como producto de la llamada "Revolución Educativa", que busca responder a la "esperanza del pueblo" boliviano y mejorar "la calidad de vida de todos los ciudadanos" (OEI 2011, citado por Osuna, 2013). No se puede negar la existencia de algunas mejoras para las zonas rurales, en comparación a otros años, pero el problema de la educación, y en particular la formación docente, no se ha tratado en profundidad.

Formación inicial y continua

La formación docente es un aspecto esencial y crucial para la práctica educativa. Por ello, las reformas educacionales en general han puesto un énfasis especial sobre la formación docente. Los proyectos educativos destinados a la formación docente tienen implicaciones personales y sociales. La calidad educativa de un país no puede ser superior a la de su profesorado.

Estas distinciones cumplen una función más organizativa que conceptual, y coincidimos con la distinción establecida por Coriat y Flores:

> La influencia de muchas investigaciones hace que distingamos entre formación inicial (currículum ideal o concreto que permite a una persona entrar a un Sistema Escolar como profesor de matemáticas de Secundaria), y formación permanente (currículum ideal o

> concreto que permite a un profesor de matemáticas de Secundaria estar al día en los cambios curriculares y en la mejora escolar) (p. 1)

La Ley de Educación "Avelino Siñani - Elizardo Pérez" (2010), establece la estructura de formación de maestras y maestros en tres ámbitos (art.34): a). Formación Inicial, b). Formación Post Gradual y c). Formación Continua.

Formación inicial

Una buena formación inicial tiene un efecto positivo en la actividad profesional de los docentes y contribuye a la buena actuación de los equipos directivos. Ciertamente, los docentes trabajan en un contexto sociocultural determinado y en condiciones educativas y laborales específicas.

En Bolivia, la formación inicial casi siempre ha estado a cargo de las Escuelas Normales desde sus comienzos, ya sean en el ámbito rural o urbano. (Código de Educación, 1955). En 1994 se implantó la Ley de Reforma Educativa 1565, que condujo a la transformación de la formación de maestros partiendo de un estudio denominado Proyectos Académicos Institucionales (PAIs), elaborados en y por las propias Normales para iniciar el proceso de transformación a Institutos Normales Superiores (INS). También se elaboró el Estatuto Nacional de Formación de Maestros, en sus niveles Normativo, Ejecutivo y Operativo. Se puso en vigencia un nuevo diseño curricular para la formación de maestros del nivel primario, que rompía con la tradición disciplinaria y establecía áreas curriculares, considerándolas estructuras curriculares en las que convergían disciplinas afines; asimismo las áreas se generaban a partir de los problemas detectados en los PAIs, y a los que se pretendía dar solución.

Como se observa, fue para la formación de maestros de nivel primario y no para la formación de maestros de matemáticas del nivel secundario. Este plan se truncó (1) por la inadecuada coordinación entre el Programa de Reforma Educativa y el Viceministerio de Educación, Ciencia y Tecnología, del que dependían las Normales, y por la priorización del nivel primario por el Fondo Monetario Internacional (FMI) y el Banco Mundial (BM), (Ministerio de Educación de Bolivia, 2010).

Esta nueva Ley 070, retornó al monopolio de las normales en la formación docente. La formación inicial del docente se desarrolla en las Escuelas Superiores de Formación de Maestras y Maestros (ESFM), y son las únicas instituciones autorizadas para ofertar y desarrollar programas académicos de formación de maestros (art. 36), cuya inserción laboral está garantizada por el Estado (art. 37).

En la actualidad, los centros de formación docente han sido incrementados, alcanzando un total de 27 Escuelas Superiores y 20 Unidades Académicas, distribuidas en los nueve departamentos del país. La formación docente en los Institutos Normales Superiores (INS) era de seis semestres (o tres años), y con la Ley "Avelino Siñani – Elizardo Pérez" es de diez semestres (o cinco años). La malla curricular se muestra en la siguiente tabla:

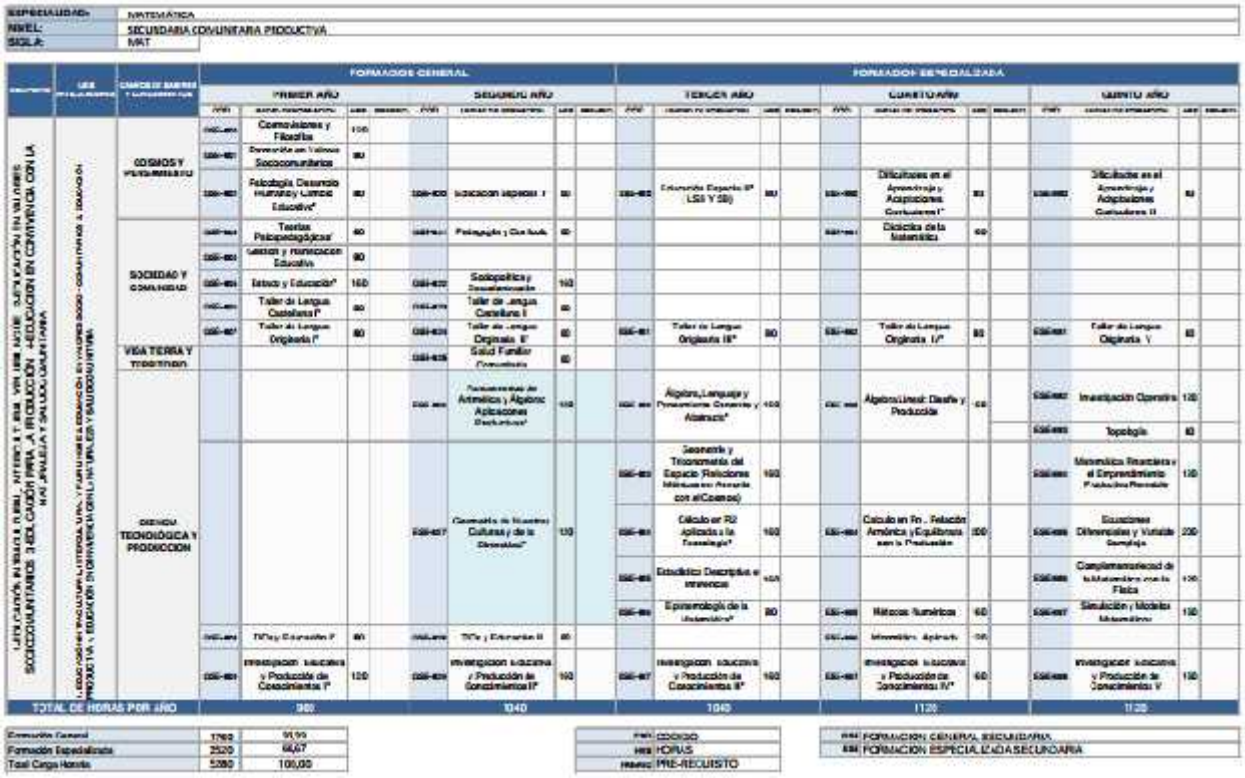


Figura 1: Malla curicular de formación de maestros y maestrsa de la carrera de matemáticas.

Formación continua

La formación docente continua es entendida como desarrollo profesional, y es estrategia fundamental tanto para renovar su oficio, como para responder a las nuevas necesidades de la sociedad, atendiendo a la compleja tarea de enseñanza y mediación cultural, política, sociocultural y pedagógica.

Se considera que la formación inicial del docente de tres años es insuficiente para los distintos niveles del sistema educativo, y se ha creado el Programa de Formación Complementaria para Maestras y Maestros en Ejercicio (PROFOCOM), dependiente del Ministerio de Educación. El programa es desarrollado en todo el Estado Plurinacional como un proceso sistémico y acreditable de formación continua.

Una de las funciones de las instituciones estatales es asegurar la implementación de las políticas públicas, de forma que acompañen las transformaciones del Estado. Por ello, el Ministerio de Educación viene desarrollando un conjunto de acciones dirigidas a la transformación de la educación y a la consolidación del Sistema Educativo Plurinacional, en el marco de la Constitución y de la Ley "Avelino Siñani – Elizardo Pérez". (Ministerio de Educación, 2010).

Discusiones

Dada la importancia y la utilidad de las matemáticas en el desarrollo de la sociedad y la identidad cultural, es necesario hacer una reflexión sobre la formación de quienes las enseñan. Muchas veces se tiende a ver al maestro como parte del problema y no como parte de la solución. El país necesita hacer de la formación docente de matemáticas una línea de investigación en el campo de la Educación Matemática que hasta ahora no existe.

La formación inicial del docente ha sido y sigue siendo de exclusividad de las Escuelas Normales, y en la actualidad está a cargo de la Escuela Superior de Formación de Maestras y Maestros (ESFM), mientras que en otros países de la región se ha pasado ya a las universidades, y en algunos casos se desarrolla en ambas.

La formación continua está a cargo de PROFOCOM, con una duración de cuatro semestres y la elaboración de un trabajo de sistematización de experiencias en el marco del modelo educativo sociocomunitario productivo, como señala la Unidad de formación No. 5:

La sistematización es una mirada a las prácticas educativas inclusivas, desarrolladas y reflexionadas desde el presente, proyectadas hacia el futuro, teniendo como perspectiva la necesidad de llevar a una nueva práctica mejorada en los procesos educativos inclusivos, con el único propósito de transformar la realidad y crear nuevos conocimientos que consoliden el modelo sociocomunitario productivo con el enfoque inclusivo (p. 17).

Hay una diversidad de respuestas y reacciones de parte de los docentes participantes. En algunos docentes ha causado desconcierto y frustración a causa de varios factores. Algunos profesores de matemáticas y de otras especialidades consideran que los cursos de PROFOCOM no responden a sus necesidades y expectativas, porque los consideran como un curso de ideologización y de interpretación del espíritu de la Ley "Avelino Siñani – Elizardo Pérez".

Por otro lado, el frente sindical tiene secuestrado al magisterio, no permitiendo el acceso de las universidades a la formación docente, ni que los profesionales egresados de las universidades puedan ejercer la docencia como corresponde, al no ser reconocidos en el escalafón, tanto por parte del Magisterio ni por el Ministerio de Educación.

Tampoco existen criterios o políticas claras de evaluación que estimulen o motiven a los docentes. Sin embargo, a pesar de esas limitaciones hay muchos profesores que realizan algunos cursos a distancia o en forma presencial por iniciativas propias, incluso con riesgo de perder sus cargos.

Esto se refleja en el informe de International Mathematical Union (2014):

> En Bolivia, el nivel matemático es muy bajo, aunque se han hecho esfuerzos aislados y aún no hay planes claros para tratar de mejorarlo. Sin duda, es el país de la región sur de Sudamérica con menor desarrollo matemático. El nivel de educación de la comunidad es bajo, los maestros no tienen una buena formación y en nuestra opinión no se puede hablar de grupos de investigación. Hay algunas iniciativas aisladas, por ejemplo un programa apoyado por el gobierno sueco, que no parece haber dado lugar a cambios importantes todavía. No hay políticas ni plazas para que algunos matemáticos con un Ph.D regresen al país".

Los cursos post graduales que establece la Ley "Avelino Siñani – Elizardo Pérez", están orientados hacia dentro del modelo de educación sociocomunitario productivo. Además, los Programas de Doctorado en la Universidad Pedagógica están programados para dar inicio en el año 2016. Careciendo de programas post graduales en las didácticas específicas.

Consideraciones finales

La matemática esta en todos los campos del saber humano y esto exige de los docentes una mayor formación personal y profesional para ejercer su enseñanza. En Bolivia, continúa la formación inicial de docentes para la educación infantil, primaria y secundaria y el sistema de las Escuelas Normales, aunque han recibido diferentes denominaciones en los distintos periodos o reformas: Escuelas Normales (Código de la Educación, 1955), Instituto Normal Superior (Ley de

Reforma Educativa, 1994), y Escuela Superior de Formación de Maestros (Ley "Avelino Siñani – Elizardo Pérez", 2010). En cada una de estas reformas no se han alcanzado a tratar con profundidad la formación de los maestros de matemáticas. En cada una de estas reformas se ha abundado en prescripciones, pero carentes de descripciones en profundidad, de modo que puedan responder a sus necesidades y expectativas.

La formación continua ha variado en los diferentes periodos, seminarios o talleres, a través de asesores pedagógicos. Esta última reforma, a cargo de PROFOCOM, pretende responder a las necesidades del profesorado y a sus contextos de actuación, aunque continúa la brecha entre la teoría y la práctica.

Todo esto muestra que existe una urgente necesidad de construir un marco conceptual sobre la formación docente en general y en particular sobre el profesor de matemáticas.

Referencias

Bolivia: *Constitución Política del Estado Plurinacional de Bolivia*, 2009, de 25 de enero, Gaceta Oficial 7 de febrero de 2009. http://www.gacetaoficialdebolivia.gob.bo/normas/view/36208

Bolivia: *Código de la Educación Boliviana*, de 20 de enero 1955. Recuperado de: http://www.lexivox.org/norms/BO-DL-19550120.xhtml

Coriat, M. y Flores, P. (s.f). La formación continua de profesores de matemáticas y la cultura escolar. Disponible en: http://www.ugr.es/~pflores/textos/aRTICULOS/Investigacion/Coriat_Flores.pdf

Griogoríu, B. (2005). "Educación Matemática en Bolivia" en *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, nº 1, pp. 55-88. Disponible en: http://www.fisem.org/www/union/revistas/2005/1/Union_001_011.pdf

International Mathematical Union (2014). Mathematics in Latin America and the Caribbean Challengers and Opportunities. Report. Disponible en: http://www.mathunion.org/cdc/research-and-useful-links/

Ley de Educación Nº 70 "Avelino Siñani y Elizardo Pérez". (2010). Nueva Ley de Educación. La Paz: Gaceta Oficial del Estado Plurinacional de Bolivia.

López, M. (2004). Situación de la formación docente inicial y en servicio en Bolivia, Paraguay y Perú. Recuperado de: http://www.oei.es/docentes/articulos/situacion_formacion_docente_bolivia_paraguay_peru.pdf

Lozada, B. (2005). *La formación docente en Bolivia*. La Paz: UNESCO

Ministerio de Educación de Bolivia (2014a). *Compendio de normativa para Escuelas Superiores de Formación de Maestras y Maestros/ Unidades académicas*. Recuperado de: http://www.minedu.gob.bo/phocadownload/Programas_Estudio/Educacion_Superior/compendio%20reglamentos.pdf

Ministerio de Educación de Bolivia (2014b). *Unidad de Formación Nro. 14 "Matemática los problemas sociales y la aplicación de la estadística"* Cuaderno de Formación Continua. Equipo PROFOCOM. La Paz, Bolivia. Disponible en: http://profocom.minedu.gob.bo/index.php/material/material_subs_participante/1

Ministerio de Educación de Bolivia (2014c). *Unidad de Formación Nro. 15 "Matemática – Modelación Matemática de los fenómenos sociales y naturales*". Cuaderno de Formación Continua. Equipo PROFOCOM. La Paz, Bolivia. Disponible en: http://profocom.minedu.gob.bo/index.php/material/material_subs_participante/1

Ministerio de Educación de Bolivia (2013). *Unidad de Formación No. 1. "Modelo Educativo Sociocomunitario Productivo"*. Cuaderno de Formación Continua. Equipo PROFOCOM. http://profocom.minedu.gob.bo/index.php/material/material_subs_participante/1

Ministerio de Educación de Bolivia (2011). *Diseño curricular base de formación de maestros y plan de estudios de primer año de formación general de las escuelas superiores de formación de maestros*. Documento de trabajo. PROFOCOM http://profocom.minedu.gob.bo/index.php/material/material_subs_participante/1

Ministerio de Educación de Bolivia (2010). Currículo de formación de maestras y maestros del sistema educativo Plurinacional. La Paz: http://www.minedu.gob.bo/phocadownload/Programas_Estudio/Educacion_Superior/curriculo%20de%20formacion%20de%20maestras%20y%20maestros.pdf

Osuna, C. (20013). Educación intercultural y Revolución Educativa de Bolivia. Un análisis de proceso (re)esencialización cultural. Disponible en: http://revistas.ucm.es/index.php/REAA/article/viewFile/44019/41624

Pari, A. (2014). "Bolivia: An Approach to Mathematicas Education in the Plurinational State", en Rosario, Scott y Vogeli (Eds.) *Mathematics and Its Teaching in Southern Americas*. En prensa.

Pickover, C. (2011). *El libro de las matemáticas*. Madrid. Librero.

Quadling, D. (1982). How important is learning mathematics? *Prospects*, Vol. XII, No. 4, pp. 411-419. Paris: UNESCO.

Valdivia, M. (2011). La Escuela Ayllu de Warisata. Gaceta de educación y pedagogía. Disponible en: http://gacetadeeducacion.wordpress.com/2011/09/27/la-escuela-ayllu-de-warisata/

Herramientas de metacognición en la formación de un docente competente para enseñar a los estudiantes del siglo XXI

Noemí Hilda **Carione**
Instituto Superior del Profesorado "Joaquín V. González"
Argentina
nhcarione@gmail.com
Miguel Ángel **Martínez**
Instituto Superior de Formación Docente y Técnica Nº 24 de Bernal
Argentina
lavalle1003@gmail.com

Resumen

Nuestros estudiantes de la escuela secundaria están inmersos en ese universo que hoy se llama nuevas juventudes. Los especialistas en el tema plantean determinadas aptitudes que ellos deberían desarrollar para poder incorporarse exitosamente en el mundo de los adultos. Entre ellas pensamiento crítico, iniciativa y creatividad, y resolución de problemas y conflictos. Para llevar a cabo acciones que colaboren en la adquisición de estas aptitudes, necesitamos un docente que esté involucrado él mismo en procesos de metacognición, para que pueda acompañar el de sus estudiantes. Existen herramientas metacognitivas que facilitan el aprendizaje significativo, nos permiten conocer más sobre nuestro "proceso de conocer" y en consecuencia el de nuestros alumnos. Seleccionamos para este trabajo dos de ellas: los mapas conceptuales, y los diagramas heurísticos. Nos parece interesante compartir una situación que parte de la utilización de ambas herramientas: la enseñanza del límite de una función en la formación de formadores.

Palabras clave: autorregulación, metacognición, mapa conceptual, UVE de Gowin, límite.

Competencias para el siglo XXI

Nuestros estudiantes de la escuela secundaria están inmersos en ese universo que hoy en día se da en llamar nuevas juventudes. Esa es una realidad que nadie puede ignorar y por supuesto, mucho menos la institución escuela. Una descripción muy clara de esa realidad la manifiestan Margulis y Urresti (1998) "(…) en la ciudad moderna las juventudes son múltiples, variando en relación a características de clase, el lugar donde viven y la generación a que pertenecen y, además, la diversidad, el pluralismo, el estallido cultural de los últimos años se manifiestan privilegiadamente entre los jóvenes que ofrecen un panorama sumamente variado y móvil que abarca sus comportamientos, referencias identitarias, lenguajes y formas de sociabilidad. Juventud es un significante complejo que contiene en su intimidad las múltiples modalidades que llevan a procesar socialmente la condición de edad, tomando en cuenta la diferenciación social, la inserción en la familia y en otras instituciones, el género, el barrio o la microcultura grupal".

Es por ello que los especialistas en el tema plantean determinadas aptitudes que deberían desarrollar nuestros estudiantes para poder incorporarse exitosamente en el mundo de los

adultos. Entre esas aptitudes debemos señalar: la comunicación, la resolución de problemas y conflictos, el pensamiento crítico, la iniciativa y la creatividad, el análisis y la comprensión de la información, la interacción social, el trabajo colaborativo, la ciudadanía responsable, la valoración del arte, el cuidado de sí mismo, el aprendizaje autónomo y el desarrollo personal.

En la actualidad, existen en las escuelas diversos programas que trascienden la búsqueda de logros académicos, y se centran en el desarrollo de competencias emocionales y sociales para que el paso de los estudiantes por la escuela no signifique solamente la adquisición de competencias cognitivas, sino que también adquieran aquellas competencias que les permitirán hacerle frente a la vida con éxito, y que contribuyan a su bienestar personal y social.

Se debe tener en cuenta que el desarrollo de estos programas redunda en una mejora académica como efecto secundario o colateral de su aplicación.

Estos proyectos se centran en el desarrollo de competencias y habilidades y no en profundización de las carencias existentes.

Tanto los jóvenes como los adolescentes deberían ser considerados como recursos a desarrollar y no como problemas para resolver. A ello apuntan los programas que se desarrollan en esas escuelas. Y, a partir de ello, se pretende constituir ciudadanos responsables que contribuyan positivamente al desarrollo de la sociedad. Debemos hacer notar que esos programas se centran en el desarrollo de competencias socioemocionales en los adolescentes, y que es una línea de trabajo propositiva, ya que se propone fomentar el desarrollo de determinadas competencias, más que de prevenir la aparición de determinados problemas (tales como la drogadicción, el alcoholismo, el embarazo adolescente), aunque no los ignora o soslaya.

De esta manera estamos reconociendo en los jóvenes y adolescentes sus derechos, sus capacidades, aceptando sus aportes como un bien muy valioso y auspiciando la toma de decisiones. La inclusión de estos programas pretende contribuir con el bienestar de los estudiantes y hacer de la escuela un lugar que contribuya al bienestar psicosocial de los adolescentes y que, no dudamos, mejorará y brindará un bienestar mayor a la sociedad del futuro. A esta situación la podríamos centrar dentro de lo que se llama el empoderamiento de los jóvenes y adolescentes.

Ahora, si bien consideramos que el docente de Matemática es responsable de contribuir al desarrollo de todas las aptitudes planteadas, entendemos que algunas de ellas son más específicas y es por ello que nos centraremos en atender a aquellas que tienden a la autorregulación del aprendizaje:

Pensamiento crítico, iniciativa y creatividad

Se espera que el egresado pueda adoptar posturas personales luego de analizar cualquier situación o problemática determinada. Para ello tendrá que contar con las competencias que le permitan, a partir de sus conocimientos, analizar de manera rigurosa la información con la que cuentan. Esta aptitud no surge de manera espontánea, y para que pueda usarla de manera sistemática, ya sea en su vida cotidiana o en su trabajo, deberá haberla ejercitado en situaciones de aprendizaje previstas para tal fin. También es necesario que se generen climas áulicos propicios y en los cuales el error sea tomado como un elemento más de aprendizaje, ya que tanto la iniciativa como la creatividad suponen ensayos que seguramente pasarán por etapas marcadas por el error.

Análisis y comprensión de la información

Esta aptitud permitirá al egresado realizar búsquedas de información de distintas fuentes y elaborar conclusiones, que a su vez podrá transferir a nuevas situaciones. Esto implica que poseerá las competencias y/o conocimientos para seleccionar, relacionar y sistematizar para, finalmente evaluar sus propios resultados y también los ajenos.

Resolución de problemas y conflictos

Esta aptitud se relaciona con la resiliencia que el egresado pueda llegar a tener para enfrentar las distintas situaciones de la vida y pueda resolver y superar los conflictos. Se espera que identifique el problema, busque causas y posibles soluciones en un ámbito de diálogo y aceptación de toda propuesta fundamentada.

La autorregulación del aprendizaje: meta de instituciones y docentes

Lograr el aprendizaje autorregulado de los estudiantes es una meta que para poder alcanzarla exige la construcción de un proceso sostenido en el tiempo, con acciones específicas que tiendan a ello y con distintas características según la edad de los implicados en ello.

También es importante que este proceso se lleve adelante involucrando a toda la Institución, si fuera posible. Obviamente esto dará mejores resultados que esfuerzos individuales aislados.

Como en este trabajo queremos centrarnos en el aprendizaje autorregulado, aquí planteamos algunas de sus características:

- Los alumnos persiguen metas de aprendizaje, son estratégicos, detectan cuando las metas son valiosas y se las apropian, es decir planifican para lograrlas.
- Los alumnos se comprometen con una participación activa, conocen y emplean diferentes estrategias de manera adecuada.
- Consideran que son académicamente eficientes, son positivos frente a tareas y situaciones de aprendizaje. Poseen motivaciones internas y metas intrínsecas aunque no descartan las extrínsecas.
- Controlan el tiempo, el esfuerzo y el ambiente para que sean favorables, sienten afectos que lo inducen a la tarea. No se distraen fácilmente. Saben lo que los distrae y lo evitan.
- Se dan cuenta si no entienden correctamente, si necesitan ayuda y controlan si los resultados que obtienen tienen sentido (se autoevalúan).
- La intervención del docente puede o no favorecer a la autorregulación del aprendizaje. Los contextos que favorecen la creatividad, colaborarán con la autorregulación. También influirá positivamente el docente que genere o apuntale la confianza de cada alumno en sus propias posibilidades.

Herramientas para la metacognición

Para poder llevar a cabo estas acciones, es evidente que necesitamos un docente “mejor formado”, con mayores cualidades y elementos para que pueda enfrentar exitosamente su tarea. Para ello es fundamental que esté involucrado él mismo en procesos de metacognición para que pueda acompañar el de los estudiantes.

Consideramos que la manera en que se trabaja, en general, en el ámbito de la formación docente muchas veces deja situaciones sin resolver y no tiende hacia la constitución de un profesor de Matemática sólido, que pueda considerarse capaz de formar a sus estudiantes de manera autónoma y autorregulada. Tal vez y sin intentar realizar un análisis de las múltiples causas posible de este hecho, consideramos que: "la investigación es una actividad casi inexistente en el quehacer docente, es más, es casi desconocida e impensada como actividad de aula". Según Paula Carlino (2007): "(…) Uno de los aprendizajes que hice (…) es que la buena enseñanza requiere investigación. Investigación que ha de nutrirse de otras investigaciones, de la reflexión sobre el quehacer cotidiano, del diálogo con otros docentes, del diseño creativo de situaciones didácticas consistentes con principios teóricos, de la experimentación en el aula, de la reconstrucción por escrito de lo ocurrido en clase para poder analizarlo y revisarlo". Desde nuestra postura reflexiva de repensar la labor que desempeñamos como docentes y mirando críticamente nuestra práctica cotidiana, y enmarcada en las investigaciones más recientes, creemos en la imperiosa necesidad de confrontar los elementos teóricos con las prácticas cotidianas, y avanzar en el desarrollo de las potencialidades de nuestros estudiantes. Sabemos que no es una tarea fácil, pero es necesario revisar nuestras concepciones sobre el proceso de enseñanza y reflexionar sobre las distintas estrategias para lograr que los estudiantes construyan su propio universo conceptual.

Existen herramientas metacongitivas que facilitan el aprendizaje significativo, nos permiten conocer más sobre nuestro proceso de conocer y en consecuencia el de nuestros alumnos. Seleccionamos para este trabajo dos de ellas: los mapas conceptuales, introducidos por Novak y los diagramas heruísticos o de conocimiento UVE introducidos por Gowin.

La selección de los **mapas conceptuales** se centra en que, según Novak (1988),: "(…) dirigen la atención, tanto del estudiante como del profesor, sobre el reducido número de ideas importantes en las que deben concentrarse en cualquier tarea específica de aprendizaje. Un mapa conceptual también puede hacer las veces de "mapa de carreteras" donde se muestran algunos de los caminos que se pueden seguir para conectar los significados de los conceptos de forma que resulten proposiciones. Una vez que se ha completado una tarea de aprendizaje, los mapas conceptuales proporcionan un resumen esquemático de todo lo que se ha aprendido."

Los mapas conceptuales pueden ser una estrategia valiosa a la hora de planificar un bloque, un eje, un descriptor y también una clase. Ayuda en la selección de los conocimientos de más valor, identificarlos cuidadosamente y relacionarlos jerárquicamente.

Lo primero que se debe hacer es identificar los conceptos más amplios e integradores –que tendrán un primer nivel de jerarquía y los más específicos que ocuparán niveles inferiores. La ubicación de los niveles permitirá realizar una correcta selección de actividades y materiales de enseñanza, de modo que el estudiante no se sienta desorientado frente a algún concepto por no tener los conocimientos previos necesarios. De esta manera se facilitará el trabajo con la zona de desarrollo próximo.

Es una buena estrategia, para qué en algún momento del año el docente guíe a los estudiantes a confeccionar el mapa conceptual de los aprendizajes, ya sea a modo de evaluación o para realizar cruzamientos y conexiones entre los conceptos y propiciar un aprendizaje integral.

La utilización de mapas conceptuales pueden complementarse con **la UVE de Gowin** (cuyo nombre responde al diseño básico del diagrama). Según Chrobak R. (2008) "(…) facilita profundizar la estructura y el significado del conocimiento que se pretende comprender y, por

otro lado guían el proceso de producción de nuevos conocimientos. También estos diagramas permiten a docentes y alumnos desentrañar la naturaleza constructivista del conocimiento."

La UVE plantea una cuestión central, buscará un marco conceptual filosófico y una reflexión metodológica para llegar a un nexo entre ambos aspectos teórico y práctico.

Ambas herramientas sitúan al docente ante un proceso de metacognición sobre la enseñanza de un concepto seleccionado, y como consecuencia colaborará en la construcción de los procesos de aprendizaje autónomo de sus alumnos, ya que les dará razones de significatividad, secuencias lógicas, estructuras y fundamentos del aprendizaje.

Plantearemos primero una UVE como herramienta metacognitiva del docente para analizar el proceso educativo

UVE para analizar el proceso educativo que se pondrá en juego en el plan instruccional

Como primera medida proponemos la construcción de una UVE para poder reflexionar sobre nuestra propia postura en el proceso de enseñanza-aprendizaje:

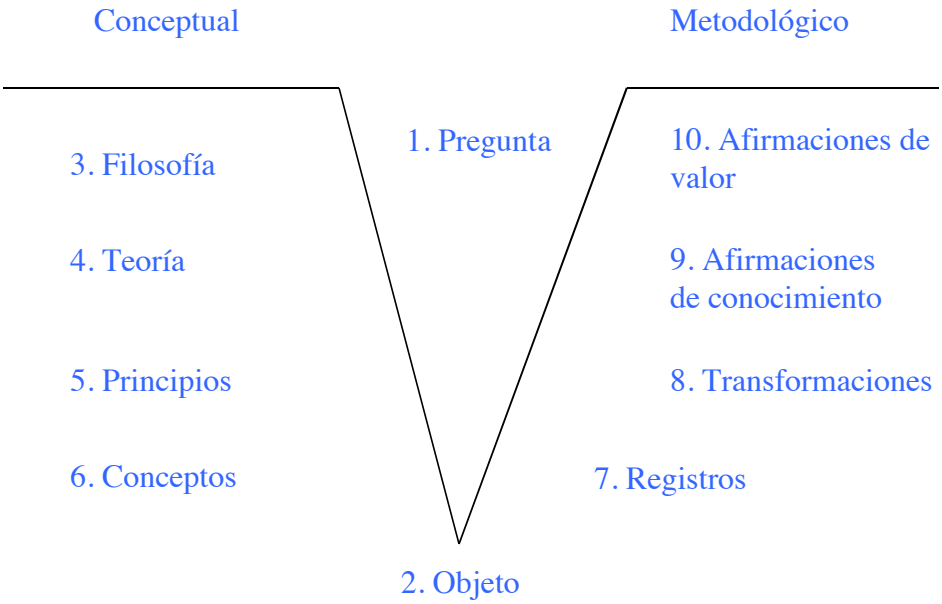


Figura 1. UVE de Gowin.

1. Pregunta: ¿Pueden los profesores reflexionar críticamente sobre su labor de aula a partir de los resultados del proceso de enseñanza-aprendizaje?

2. Objeto: Programa de investigación que pretende poner de manifiesto los aspectos que hacen a una tarea reflexiva en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

3. Filosofía: Para que los conocimientos que se pretenden enseñar a los estudiantes adquieran la fuerza necesaria que derriba las confrontaciones y potencia la perdurabilidad en el tiempo, es necesario que estén impregnados de significatividad, que el estudiante los valore como altamente significativos. Evidentemente el estudiante debe contar con la fortaleza que le provee el tener conocimientos previos, que en esta coyuntura de someterlos a la revisión crítica, debería permitirle realizar una reestructuración de su estructura cognitiva.

4. Teoría: Teoría de asimilación de Ausubel, con los aportes de las estrategias de

aprendizaje de Novak y Gowin. Psicología cognitiva.

5. Principios: Nos parece pertinente tener en cuenta los siguientes principios:

- La educación modifica el resultado de la experiencia, brindándoles a las personas la construcción de nuevas y mejores posibilidades para enfrentar su vida cotidiana. Todo acto educativo relaciona cinco elementos: el que aprende, el que enseña, el contenido a desarrollar, el contexto y la evaluación.
- Se puede considerar que hay dos formas extremas de pensar al aprendizaje: como aprendizaje significativo (no repetitivo, no rutinario, no arbitrario, con sentido) o como aprendizaje memorístico (repetitivo, rutinario, arbitrario, sin encontrarle sentido)
- Las emociones pueden tener influencia sobre distintos aspectos del aprendizaje, favoreciéndolo u obstaculizándolo.
- Los individuos piensan a partir de conceptos, para modificarlos, enriquecerlos o recrearlos.
- El aprendizaje significativo requiere de 3 condiciones esenciales: la predisposición del que aprende para relacionar el material de manera intencional, que el material a aprender sea potencialmente significativo y que el que aprende posea una estructura de conocimientos fundada en conceptos y proposiciones relevantes, que a la vez constituyen la base del anclaje.
- La estructura cognitiva está jerárquicamente organizada y el proceso fundamental del aprendizaje significativo es la incorporación de nuevos conceptos y proposiciones a dicha estructura (subsumption). Este proceso hace que las ideas se incluyan desde las más generales a las más específicas. Se debe tener en cuenta que este proceso es dinámico y evolutivo y que, por lo tanto, las construcciones son provisorias.
- No se puede dejar de considerar la influencia que tiene el contexto, tanto sobre el propio aprendizaje, como sobre la posibilidad de su transferencia a nuevas situaciones.
- Se debería utilizar a la evaluación para confirmar el avance en la construcción de los conocimientos (punto de partida para seguir construyendo) y dejar de lado las pruebas estandarizadas, que parecería que sólo apuntan a registros estadísticos y provocan la competitividad entre los estudiantes.
- El compromiso epistemológico del estudiante influye en su aprendizaje.
- Asignarle a la teoría el valor relevante de ser el motor de la investigación, y no relegar a esta a una simple aplicación de métodos estandarizados.
- Aprovechar la información estadística y las inferencias que de ellas se deduzcan, pero partiendo de la base de una cuidadosa interpretación epistemológica de los resultados analizados.
- La organización de las actividades debería privilegiar una epistemología

constructivista que permitiría, mediante la utilización de preguntas, concatenar la teoría, los principios y los conceptos con los registros, las transformaciones de los registros y las afirmaciones de conocimiento y valor.

- Los mapas conceptuales y los diagramas UVE pueden ser una fuente inestimable para representar la estructura de las conceptualizaciones de los estudiantes.

6. Conceptos: Aprendizaje significativo. Diferenciación progresiva. Reconciliación integradora. Subsumsión. Aprendizaje supraordinado. Herramientas metacognitivas. Evaluación. Concepciones espontáneas. Material significativo.

7. Registros: Registros de las grabaciones de las entrevistas clínicas realizadas luego de la enseñanza de un determinado contenido. Registro de las soluciones propuestas por los alumnos para resolver distintas situaciones problemáticas. Registros de las producciones de mapas, gráfico, esquemas y diagramas. Registro de los instrumentos de evaluación de los alumnos y de los resultados de dichas evaluaciones.

8. Transformaciones: Análisis de los registros realizados. Comparación entre las posiciones declamadas por los profesores y su impacto en los resultados de aprendizaje. Análisis de los instrumentos de evaluación y de los resultados de las evaluaciones. Interpretación de los informes estadísticos y proyección de sus resultados. Análisis e interpretación de las entrevistas.

9. Afirmaciones de conocimiento: Determinar qué concepciones epistemológicas y didácticas sustentan los profesores. Identificar los obstáculos que deben sortear los docentes para adoptar una postura crítico-reflexiva. Percibir la necesidad de diseñar instrumentos de evaluación que prioricen la valoración de la construcción del conocimiento, y pongan en evidencia la significatividad de los nuevos conceptos.

10. Conocimiento de valor. Un aspecto clave que se lograría con esta posición reflexiva es que se transformaría en una fuente de inspiración para la construcción de distintas estrategias metodológicas para lograr el aprendizaje conceptual del estudiante. Una reflexión crítica puede ser un excelente punto de partida para la planificación de nuevos programas de instrucción. Al ser coherentes con este proceso de reflexión permanente se trasmite al alumno la necesidad de evaluación permanente del propio hacer, teniendo como horizonte la autonomía personal.

Utilización de las estrategias adquiridas por el docente en la enseñanza de temas de Análisis Matemático

Una vez que el docente se ha apropiado de herramientas de metacognición podrá construir acciones para que sus alumnos también posean dichas herramientas.

A continuación presentaremos a modo de ejemplo, y de manera abreviada –ya que no es el objetivo de este trabajo mostrar un proyecto de investigación- una experiencia realizada en la cátedra de Análisis Matemático I de un Instituto del Profesorado de gestión estatal de la Prov. de Buenos Aires.

En diversas reuniones de cátedra compartimos las dificultades que encontramos a la hora de aplicar el concepto de límite de una función. Compartimos fundamentos teóricos que refuerzan las dificultades del acceso al cálculo, tales como las concepciones de Michéle Artigue (1995), quien manifiesta que "Las dificultades de acceso al cálculo son de diversa índole y se imbrican y refuerzan en redes complejas. Por lo tanto es posible reagruparlas en grandes

categorías" y a partir de esa concepción, organiza las dificultades en grupos diferentes, cuyos nudos centrales son:

- La propia complejidad intrínseca matemática que tienen los objetos básicos del Cálculo Diferencial.
- La conceptualización y formalización de la noción de límite, y su tratamiento en la enseñanza.
- La ruptura entre el Álgebra y el Cálculo Diferencial, es decir la brecha que se pone de manifiesto entre el pensamiento analítico y el algebraico.

A partir de la dificultad encontrada los docentes de Análisis Matemático I decidimos emprender un proyecto de investigación-acción para buscar caminos de acción que den respuestas al problema identificado.

El **problema identificado**, que se transformó en la **idea general** con la que se comienza el proceso de investigación acción fue: el alumno no realiza un aprendizaje significativo del límite.

Siguiendo los pasos sugeridos por Elliot se realizó la **descripción de los hechos**, el **análisis** y la **explicación de los mismos**. Para ello se utilizó la técnica de entrevistas clínicas. Las mismas se realizaron a alumnos que ya tenían aprobado Análisis Matemático I.

El eje de las entrevistas se sostuvo en la comparación de la noción intuitiva de límite, que posean los entrevistados, con la definición formal del mismo. Se transcriben las que resultaron más significativas para el trabajo sobre un total de ……entrevistas realizadas.

1) Explica con tus palabras qué significa hallar el límite de una función en un punto.

Alejandro: es saber qué es lo que sucede en ese punto, pero no exactamente en el punto. Es como un punto al que me puedo acercar por derecha o izquierda, pero no metiéndome en él.

Andrea: es como si miráramos desde afuera hacia el punto.

Paula: el límite para x → a de f(x) es acercarse por derecha e izquierda, y obtengamos un valor L sin llegar a "pararse" en el punto.

2) Es posible hallar el límite de una función en un punto que no pertenezca al dominio de la función. ¿En qué casos sí y en qué casos no?

Alejandro: no se podría analizar en un punto que esté "lejos" del dominio. (Entendió que ahora había que usar un lenguaje más técnico, y no usar sus "propias palabras")

Andrea: sí, me estoy acercando al punto y no me interesa lo que pasa en él.

Paula: es un punto "abierto" al que me estoy acercando.

3) ¿Qué es un punto de acumulación?

Alejandro: un punto perteneciente a un conjunto cerrado y acotado.

Andrea: debe pertenecer al intervalo. Tiene que ver con el concepto de entorno ¿reducido? No, entorno simplemente, porque el punto debe pertenecer al conjunto.

Paula: no debería ser el extremo de un intervalo. Parece ser que los extremos de los intervalos no pueden ser puntos de acumulación.

4) ¿Recordás la definición formal de límite?

Los tres balbucean algunos elementos de la definición, pero confiesan que a pesar de haberla visto no la recuerdan.

(Si no la recuerda se la daremos para que pueda continuar)

a es un punto de acumulación del dominio de f

y

$$\lim_{x \to a} f(x) = L \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 / \forall x \in D_f \; 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

Los tres acuerdan que no se la acordaban.

Leyendo la definición, compárala con la explicación que diste en la primera pregunta.

Alejandro: Nosotros sólo hablamos de entorno reducido, no le prestamos atención a la aproximación del límite de la función y las imágenes de los valores próximos al punto en cuestión.

Andrea: ¡Qué vergüenza!, pensar que la sabía tan bien. Lo que ocurre, es que esa definición la aprendimos prácticamente de memoria, y esa es una memoria como periférica, que no queda archivada con las cosas "importantes".

Paula: nos quedamos cortos con nuestra apreciación, realmente la memoria nos traicionó. Claro, los "errores mínimos" permitidos nos aseguran la proximidad del valor límite de la función en el punto.

Luego de una lectura minuciosa de todas las respuestas obtenidas, revisamos la idea general inicial y formulamos distintas hipótesis de trabajo y se elige la siguiente: "Si los docentes utilizaran herramientas de metacognición en la enseñanza del límite, mejoraría el aprendizaje significativo del concepto del limite."

Para ello se planificaron acciones a desarrollar por el grupo:

Algunas de ellas consistieron en:

- Utilizar el mapa conceptual para jerarquizar los contenidos de enseñanza y
- Confeccionar la UVE de Gowin para buscar la significatividad de los mismos.

El mapa conceptual realizado fue el siguiente:

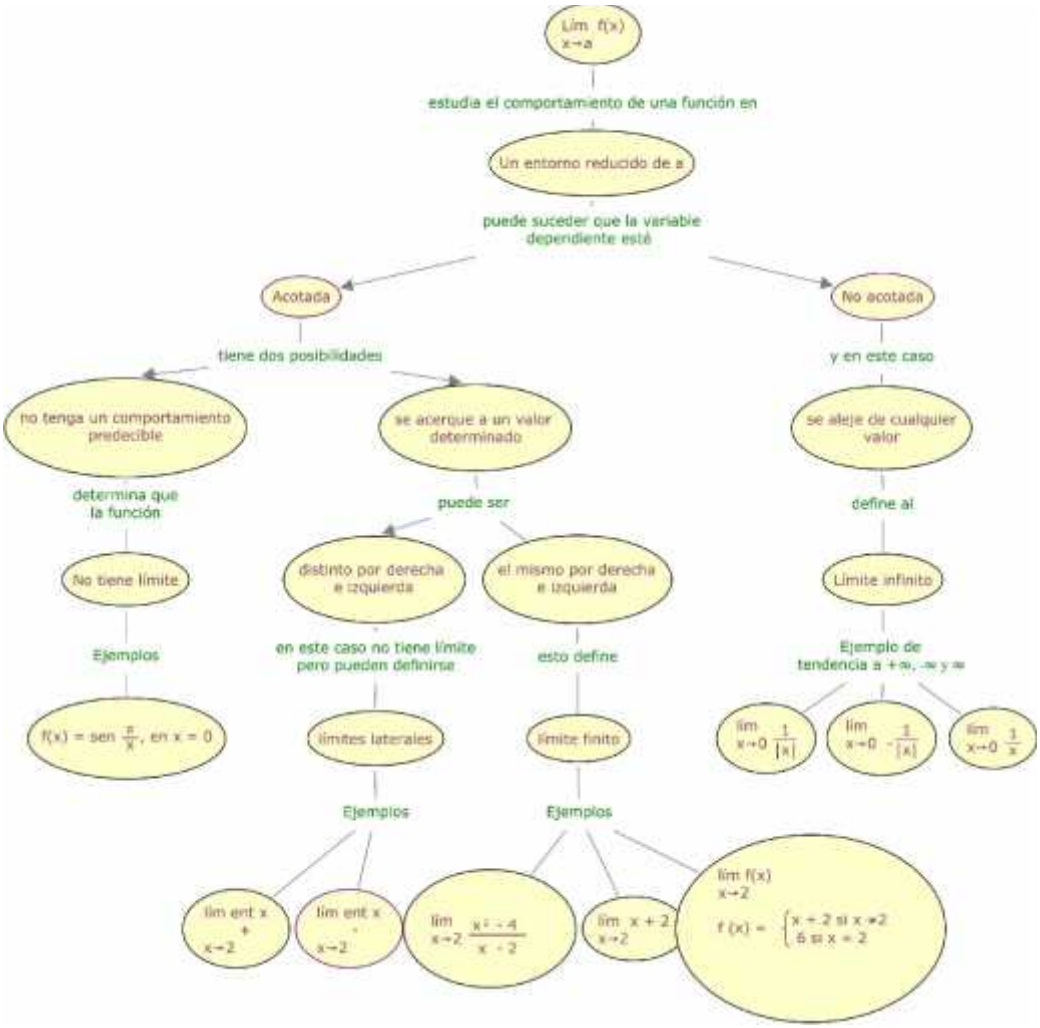


Figura 2. Mapa conceptual del límite de una función.

Y la UVE de Gowin a la que se arriba luego de mucha discusión es la siguiente:

Pregunta: ¿Qué valor debería tomar una función de una variable independiente, en un punto de acumulación de su dominio?

Objeto: Cálculo del límite de una función en un punto.

Filosofía: Frente a la necesidad de dar respuesta a una situación desconocida que genera una sensación de desequilibrio, se requiere realizar un planteamiento crítico en el que se pondrá en duda lo que sea demasiado obvio, y se aceptará el desafío de investigar lo desconocido.

Teoría: Cálculo diferencial.

Principios: Límite funcional. Tendencia. Acotación de los errores.

Conceptos: infinito, infinitésimo, límite, entorno, entorno reducido, continuidad, punto de acumulación, punto aislado, valor absoluto.

Registros: Mediante tablas adecuadas, quedarán registrados los cálculos de las imágenes de la función en puntos próximos al punto en el que se quiere calcular el límite. Hallar las

diferencias (en valor absoluto) entre los valores de la imagen de la función en las proximidades del punto y el límite. Procederemos de la misma forma con los valores de abscisa.

x	2,1	2,02	2,004	…	1,999	1,92	1,9
f(x) = $\frac{x^2-4}{x-2}$	4,1	4,02	4,004	…	3,999	3,92	3,9

La "lógica" indicaría que el valor del límite de la función f(x) cuando x "tiende" hacia 2 es 4.

|f(x) -4|	0,1	0,02	0,004	…	0,001	0,08	0,1
|x - 2|	0,1	0,02	0,004	…	0,001	0,08	0,1

Transformaciones: Apreciar, mediante los cálculos de las aproximaciones registrados en las tablas, la tendencia de la función hacia el valor límite. Comparando las diferencias (en valor absoluto) de las imágenes y el valor del límite y el error permitido.

Si el error permitido al calcular la imagen es igual a ε, ¿cuál es el error en el valor de la abscisa respecto de x = 2.

$$\frac{x^2-4}{x-2}-4 < \varepsilon \Rightarrow \frac{x^2-4x+4}{x-2} < \varepsilon \Rightarrow x-2 < \varepsilon \Rightarrow x-2 < \delta \Rightarrow \varepsilon = \delta.$$

Vale decir, para aproximar la función al valor límite con un error máximo ε, es suficiente "tomar" valores de x suficientemente "cercanos" a 2, de manera tal que la diferencia con él sea menor que el mismo ε. Vale decir que el intervalo al que pertenecen los valores de abscisa aceptados es (2 - ε., 2 + ε.).

Con lo que queda analizada y descubierta la proximidad que brindan esos valores calculados con la abscisa del punto en donde se calcula el límite.

Afirmaciones de conocimiento: Reconocer al límite como el valor que "debería tomar" la función para una determinada abscisa, aunque, muchas veces, la función no esté definida en ella. Que ese cálculo se puede "mostrar" a partir de un conveniente "acercamiento" al punto a través de la función analizada, y que lo único que condiciona el cálculo es el error permitido para las aproximaciones.

Afirmaciones de valor: Mostrar la necesidad de buscar un camino lógico y adecuado para confirmar los resultados supuestos. Organizar la actividad y poder comunicarla con un lenguaje claro y preciso. Valorar al cálculo razonado como una excelente fuente de información para la predicción de resultados. En el ida y vuelta entre los distintos lenguajes, y frente a la necesidad de fundamentar los argumentos, se produce la retroalimentación.

Conclusión del proyecto de investigación-acción

Ya que la investigación acción tiene como objetivo la mejora de la práctica, y en este caso particular de la práctica áulica, la conclusión fundamental, y sintéticamente planteada, a la que se arribó fue a la necesidad de revisar tanto la presentación teórica del concepto del límite como los problemas propuestos a los alumnos en los trabajos prácticos, tener en cuenta la secuenciación para la enseñanza de los conceptos teóricos y las afirmaciones de valor obtenidas en la UVE para la organización de la práctica. También se previó que los alumnos realizaran un mapa conceptual de los contenidos al finalizar la unidad didáctica del límite.

Esta conclusión fue tenida en cuenta en la planificación de Análisis del ciclo lectivo 2014 y, según los resultados de las aprobaciones de las cursadas, se produjo un incremento del 20 % con respecto al año anterior sobre el total de los alumnos que cursaron la materia. Se planifica volver a comparar el porcentaje de aprobaciones en el ciclo lectivo 2015.

Conclusiones Generales

El docente que recién egresa del Profesorado tiene una nueva escuela a transitar, que está inmersa en el universo de las nuevas juventudes. Muchas veces esa nueva escuela no cuenta con profesores cuya formación se base en la reflexión y la autorregulación, de manera tal que puedan acompañar a sus alumnos, tanto en la construcción de contenidos académicos como en la adquisición de las aptitudes necesarias en la vida personal, social y laboral para vivir en el Siglo XXI. Por ello es fundamental brindar a los alumnos de los institutos de formación docente herramientas de metacognición ya que sólo un docente que reflexione sobre su propia construcción del conocimiento y sobre el conocimiento mismo, podrá trascender los contenidos a enseñar y hacer que los estudiantes ensayen nuevos escenarios, poniendo en juego competencias que necesitarán en otros ámbitos, como por ejemplo: conectar hechos, jerarquizar situaciones, fundamentar y seleccionar teorías que respalden sus posiciones como ciudadanos. La fundamentación de las afirmaciones precedentes se sustenta en pensar que los procesos mentales están referidos no sólo al conjunto de operaciones cuyo objetivo es la construcción de los conocimientos sino que también deben velar por los procesos que hacen que esas construcciones sean productivas. Entendemos que tanto la UVE como los mapas conceptuales (trascendiendo a la propia Matemática) pueden ser colaboradoras eficaces para contribuir a identificar contenidos conceptuales, esclarecer las relaciones que se pueden establecer entre ellos, de manera tal que ese conjunto de conocimientos se pueda construir de forma clara, compacta, perdurable y significativamente.

Referencias y bibliografía

Alaggia, H, Bressan, A. Y Sadovsky, P. (2005) *Reflexiones teóricas para La educación matemática,* Libros del Zorzal, Buenos Aires.

Brousseau, G. (2007) *Iniciación al estudio de las situaciones didácticas*, Libros Del Zorzal, Buenos Aires.

Chrobak, R. (2008) *Metodología de Enseñanza de las Ciencias*, Universidad Nacional Del Comahue, Neuquén.

Elliot, J (1993) *El Cambio Educativo desde la Investigación Acción,* Ediciones Morata, España.

Kilpatrick, J., Gómez, P: y Rico, L. (1995) *Educación Matemática*, Grupo Editorial Iberoamérica, México.

Margulis, M. y Urresti, M. (1998) La construcción social de la condición de juventud en Cubides, H.; Laverde, Ma. C.; Valderrama, C. E. (eds.), *Viviendo a toda*: Jóvenes, territorios culturales y nuevas sensibilidades. Santafé de Bogotá, Fundación Universidad Central, Departamento de Investigaciones y Siglo del Hombre Editores.

Novak, J. y Gowin, D. (1988) *Aprendiendo a aprender*, Martínez Roca, Barcelona.

Porlán Ariza, R. (1996) *Cambiar la escuela*, Magisterio del Río de la Plata, Buenos Aires.

Pozo Municio, J. (1994) *Teorías cognitivas del aprendizaje*, Ediciones Morata, Madrid, 1994.

Pozo Municio, J. (2008) *Aprendices y maestros*, Alianza Editorial, Madrid.

Schnotz, W., Vosniadou, S. Y Carretero, M (2006) *Cambio conceptual y educación,* Aique, Buenos Aires.

Vernaud, G. (1990) *La teoría de los campos conceptuales en Recherches en Didáctique des Mathemátiques, Volumen 10, 1990*.

Identidad profesional en Matemáticas: historia de un profesor de telesecundaria en México

Erika **García** Torres
Cinvestav, Instituto Politécnico Nacional
México
egarciat@cinvestav.mx

Resumen

El estudio de la identidad profesional permite analizar la práctica profesional desde una mirada interna, centrada en cómo los profesores de acuerdo a la manera en que se reconocen como tales, determinan y dan sentido a sus acciones. Los elementos constitutivos de la identidad profesional pueden ser narrativamente construidos. Se presenta la historia de un profesor de telesecundaria en México, en la que emerge una multiplicidad de identidades. Negocia su identidad como profesor general y como profesor de matemáticas, a través de relacionar de manera transversal los contenidos. Fomenta la construcción de significados de diversas disciplinas mediante un mismo concepto tratado en una secuencia didáctica.

Palabras clave: identidad profesional, matemáticas, telesecundaria.

Planteamiento del problema

El desarrollo profesional del profesor es una noción importante en la temática de investigación sobre los profesores dentro de la Matemática Educativa, pues indica una tendencia que considera el carácter desarrollable del conocimiento profesional de los profesores. El desarrollo profesional no se remite a la adquisición de partes y piezas de conocimiento fragmentado; como Ponte (2010) señala, es un proceso complejo en el que participa el profesor como persona en su contexto profesional, social y cultural, en estrecha relación con otros profesores. La investigación que se presenta se ha contextualizado dentro del estudio del desarrollo profesional a través de la perspectiva de la identidad profesional. La identidad profesional atiende al creciente interés por entender lo que significa ser profesor, esto es, ¿cómo, cuándo y con quienes se adquiere la condición de ser profesor? Lo anterior se relaciona con el reconocimiento de que dentro del discurso presente en los espacios de formación de profesores, y en general, en el discurso educativo actual, se considera al profesor como una figura homogénea y no se reconocen las diferencias de orden social, cultural e institucional que matizan su práctica.

Aunque no hay una única definición sobre el término de identidad profesional (Beijaard, Meijer & Verloop, 2004), en esta investigación se considera a la *identidad profesional* como una construcción social que emerge y cambia en experiencias sociales significativas. Esto se aleja de la idea de que ser profesor está definido por un conjunto de elementos preestablecidos necesarios para la profesión.

Las características principales de la identidad profesional son altamente problemáticas, ya que los profesores no son un cuerpo homogéneo, sino que abarcan varias subculturas

profesionales (Ponte, 2010). De este modo, la identidad profesional está modelada de acuerdo a las variables institucionales y contextuales en las que se sitúa y desarrollada la práctica.

Siendo que no hay una sola identidad profesional debido a que los profesores no son un cuerpo homogéneo, sino que abarcan diversas subculturas profesionales, la investigación que se presenta se enfoca en profesores de telesecundaria en México. La especificidad de esta comunidad de estudio atiende a problemáticas relacionadas con el tipo de identidad profesional que se genera en torno a "ser profesor de matemáticas" en este subsistema. Los profesores de telesecundaria tienen formaciones iniciales diversas, del área de la educación general, formación como profesores de educación media básica especializados en alguna asignatura o profesionistas ajenos al área educativa. Se incorporan al subsistema por diversas circunstancias e imparten todas las asignaturas a los alumnos de uno o varios grados de manera simultánea.

Reconociendo que la enseñanza de las matemáticas es una actividad compleja, ¿cómo dirigen este proceso profesores con formaciones iniciales diferenciadas? Los procesos por los cuales un profesor en telesecundaria se conforma como un profesor general que imparte otras asignaturas es de interés en esta investigación, para esclarecer los elementos constitutivos de la identidad que se forma bajo esas circunstancias y cómo influye en su práctica profesional.

Esto deviene en reflexiones en torno al desarrollo profesional, pues si la identidad se postula como un factor crucial para percibir los procesos de aprendizaje de los profesores, entonces los elementos que conforman su identidad y que desarrollan a lo largo de un proceso de formación continua, deben ser considerados en programas de desarrollo profesional.

Si bien la investigación que se presenta atiende el estudio de los elementos constitutivos de la identidad profesional en el proceso de desarrollo profesional de profesores de telesecundaria, se pondrá de manifiesto la relevancia de caracterizar un indicador identitario que atañe al conocimiento profesional del profesor que hace interiorizar el sentido de pertenencia a la comunidad. Este elemento identitario es la funcionalidad de su conocimiento profesional relacionado con el uso de las matemáticas en el contexto de la práctica.

La adquisición del conocimiento profesional del profesor puede tener distintos orígenes y grados de formalización, puede provenir de una experiencia o de una parte teórica que tiene un respaldo y parte en la comunidad. Entonces la relación entre identidad y conocimiento, deviene importante en tanto el conocimiento determinada la manera que los profesores se identifican en torno al uso del conocimiento matemático y de qué manera les es funcional, entonces adquieren un rasgo identitario que determina las opciones plausibles que el profesor considera pertinentes para organizar la matemática escolar. El hecho de establecer que existe una influencia del conocimiento en la identidad, implica generar una hipótesis de cómo esto se manifiesta en la población específica de los profesores de telesecundaria. Por tanto, el *uso del conocimiento matemático* se postula como un indicador identitario. El uso del conocimiento como una parte del conocimiento profesional, en tanto que se refiere no solo a la forma en que el profesor interioriza o aprende la matemática, sino la manera en que pone en funcionamiento la matemática escolar de acuerdo a su práctica situada.

El conocimiento profesional incluye saberes construidos en la práctica y a partir de referentes teóricos sobre la matemática, la matemática escolar, los alumnos, el currículo, las demandas educativas, entre otros. Nuestra hipótesis es que el uso del conocimiento matemático conforma un indicador identitario del profesor ya que perfila rasgos propios de la matemática escolar en telesecundaria. Esto permite generar rasgos diferenciables con otros grupos de

profesores y desarrollar un sentido de pertenencia de dicha población. Se pretende sistematizar evidencia que responda las preguntas: ¿Cuáles son los elementos constitutivos de la identidad profesional de profesores de telesecundaria, en relación con el uso de conocimiento matemático? ¿Cómo se construyen y reconstruyen las identidades profesionales de profesores de telesecundaria?

Antecedentes y fundamentación teórica

La identidad profesional se postula como objeto de estudio dada su relevancia en el marco del desarrollo profesional. Es un tema clave desde una perspectiva sociocultural pues la noción rescata la manera en que futuros profesores o aquellos en servicio se perciben a sí mismos como profesores y su rol en los grupos profesionales a los que pertenecen.

El concepto de identidad profesional surge como una crítica a la manera de percibir la práctica docente en relación con los "estados internos" de conocimiento y creencias, es decir, la forma en que se percibe la vida profesional de los profesores, no se remite exclusivamente al análisis de conocimientos o creencias. La identidad está relacionada con la vida profesional de los profesores, sus prácticas y los contextos en los que se produce el desarrollo profesional.

La importancia del estudio de la identidad del profesor radica en que ésta define en gran medida las acciones y decisiones que el profesor toma en el salón de clases con respecto a su rol como educador. La identidad ayuda a definir las creencias y establecer una posición determinada ante las demandas del sistema educativo. El caracterizar elementos de la identidad profesional de un profesor permite analizar la práctica profesional del mismo desde una mirada interna, centrada en cómo los mismos profesores, bajo las acciones que realizan, dan sentido a su práctica profesional (Akkerman & Meijer, 2011).

La identidad no es estable, cambia a través del tiempo y el espacio y se forma en procesos sociales de interacción en diversos contextos. De esta manera se puede tener una percepción desde la mirada de los participantes de cómo se sitúan con respecto a los perfiles de desempeño docente actuales, a la manera que se adecúan éstos a la realidad en la que se sitúa su práctica o la forma en que responden a lo que se espera de su función social como profesores. Un estudio de identidad resalta también la forma en que los individuos dan sentido a lo que son con respecto a los demás, proporcionando sentido a la diferencia entre grupos. La identidad profesional es un concepto relacional, pues como mencionan autores como Gee (2001), la identidad es "una representación reconocida y compartida que se tiene de uno mismo" (p.99), implica ser reconocido en relación a un contexto, lo que se aleja de una concepción esencialista de características innatas atribuidas al individuo.

Investigaciones con profesores se centran en explicitar los elementos constitutivos de la identidad de un profesor de matemáticas, ¿cómo, cuándo y con quiénes adquiere la condición de ser profesor? Por ejemplo, Brown & McNamara (2011) analizan las condiciones en las cuales "ser profesor" emerge, indagando cómo las personas comienzan a pensar en sí mismas como tal.

Otras investigaciones analizan cómo la identidad del profesor de matemáticas evoluciona en relación con las diversas comunidades a las que pertenece. Hodges & Cady (2012) estudian la influencia de los contextos y comunidades a las que pertenece una profesora en la conformación de su identidad y por tanto la forma en que enseña matemáticas.

La identidad se define por un conjunto de pertenencias sociales, para develar aquello que es propio de una población. Cuando se concibe la hipótesis del uso de conocimiento matemático

como un indicador identitario, nos referimos a que teórica y metodológicamente nos enfocaremos en su caracterización, no restringiendo otros indicadores identitarios emergentes.

Una fundamentación teórica, es concebir al indicador identitario de uso del conocimiento matemático en concordancia con la teoría Socioepistemológica (Cantoral, 2013). Hacer un análisis desde la Socioepistemología de dicho indicador identitario, nos inscribe en una postura epistemológica al sostener que el conocimiento se *construye socialmente*, no es preexistente al individuo y emerge en prácticas sociales. El conocimiento no existe ajeno al humano, su relación con éste es un proceso dinámico y continuo pero dependiente de los escenarios de construcción. El conocimiento se dota de significado a través de su uso. El "uso de conocimiento matemático" en telesecundaria no se trata exclusivamente del conocimiento que ponga en uso el profesor en abstracto, de la matemática o en la matemática, sino se hace énfasis en que dicha funcionalidad responderá a criterios de validez de la epistemología que se construya como parte de su conocimiento profesional.

Diseño y metodología

De acuerdo con algunas investigaciones que estudian la identidad profesional del profesor de matemáticas y otorgan un papel importante al constructo de identidad (Walshaw, 2010; Bjuland, Cestari & Borgersen, 2012; Sfard & Prusak, 2005), los métodos utilizados para caracterizarla hacen referencia a la investigación narrativa.

La investigación narrativa es el estudio de las historias. Las narrativas son importantes en los estudios de formación de docentes pues ellas proveen un punto de vista del proceso personal de convertirse en profesor. Una postura que justifica el uso de la investigación narrativa en ciencias sociales se relaciona con que la narrativa no es un modo opcional de comunicación, sino el principal e ineludible modo por el que experimentamos el mundo. De acuerdo con Somers & Gibson (1994), todo lo que conocemos es el resultado de numerosas líneas argumentales en que los actores sociales se sitúan a sí mismos, construimos nuestra realidad a través de historias que contamos a los demás y a nosotros mismos. Las personas desarrollan su sentido de identidad al verse a sí mismos como protagonistas de diferentes historias, lo cual emerge de las narrativas. Las personas construyen su identidad en relación con los demás, surge en y por medio de narraciones, en un proceso de profunda reflexión y autoevaluación de la identidad pasada, presente y expectativa a futuro. Esta es una postura ontológica de construcción de la identidad.

Al considerar la identidad como la colección de historias de las personas, se recurrió al método *narrativo* para recuperar los relatos de los profesores sobre su trayectoria profesional. Los participantes fueron 5 profesores de Telesecundaria del Estado de Zacatecas en México. En particular en esta comunicación se abordará el caso de uno de ellos perteneciente a la telesecundaria Ignacio Zaragoza ubicada en Río Grande, Zacatecas. La escuela tiene 21 se encuentra en una zona conurbada, cuenta con 2 grupos de primero, un grupo de segundo y dos grupos de tercero. Tiene 5 profesores y uno de ellos asume la responsabilidad de director. El profesor Florencio tiene 21 años de servicio y tiene a su cargo un grupo de tercero.

Previo a la visita a la escuela y a la realización de las entrevistas, se les informó a los participantes el objetivo de la investigación. Cada entrevista inició con la misma pregunta ¿cómo llegó a ser profesor? Las naraciones hacían emerger procesos y condiciones personales, familiares, escolares y de la vida profesional determinantes en la identidad profesional. Todo lo anterior con base en la temporalidad establecida, desde su formación inicial, su incorporación a espacios laborales en donde hacen uso de saberes y realizan su práctica profesional. También los

momentos en que los profesores vivieron tensiones, satisfacciones o frustraciones, es decir, experiencias significativas que le dan sentido a su identidad profesional.

Algunas preguntas que orientaron el diálogo fueron: ¿Me puede narrar un día habitual en la telesecundaria? ¿Cuál ha sido un día, un ciclo escolar o experiencia que considere exitosa? ¿Cuál ha sido la etapa más difícil de su vida como profesor? ¿De qué materiales dispone y cómo los usa? ¿Cómo es el contexto de su región y de las familias de los alumnos?

Para indagar sobre el conocimiento matemático de los profesores, se les cuestionó sobre su relación con las matemáticas desde antes de ser profesores y la manera en que conciben que sus alumnos aprenden, así también como el proceso de aprendizaje que fomentan en el aula.

El análisis cualitativo de los datos consistió en la transcripción de las entrevistas y el uso del método de comparación constante que permite que las categorías surjan de los datos. La idea central de la comparación constante es que la comprensión emerge de un proceso iterativo basado en un muestreo constante. Del análisis de las transcripciones de las entrevistas, se identificaron algunos elementos comunes entre los profesores, obteniendo una clasificación inicial de dos categorías: La primera categoría referida a los elementos que caracterizan el aspecto situado de la práctica profesional en telesecundaria; la segunda, enfocada a los elementos que generan un sentido de pertenencia al grupo de profesores de telesecundaria principalmente con respecto a la diferencia con los demás. Posterior a este análisis, se reconstruyó una historia de uno de los profesores, para presentar elementos constitutivos de su identidad. Se presenta el análisis a continuación, se comunica "quién es Florencio como profesor de telesecundaria".

Resultados: El caso de Florencio

Coyuntura o necesidad laboral

El Estado de Zacatecas incorporó a profesores de primaria a la telesecundaria a los que les asignó doble plaza, también a jóvenes que terminaban el bachillerato. Florencio acude a una prueba para ingresar a la modalidad aunque no tenía interés en ser profesor.

La Secretaría [SEP] *empezó a darles oportunidad a bachilleres. A mí no me gustaba la docencia, a mí me gustaba ser Ingeniero Agrónomo. La historia fue que cuando salí del CBTA, nos invitaron a trabajar en Telesecundaria. Varios compañeros entraron, yo también fui a hacer una aplicación, no me gustaba pero fui.*

Florencio no espera los resultados e ingresa a la Universidad, aunque tuvo que desertar 2 años después.

Yo entré a la Universidad de Zacatecas saliendo del bachillerato, para Agronomía, estudié dos años, pero por cuestiones económicas me tuve que salir, entonce trunqué mi carrera de Agrónomo y me fui a Estados Unidos a trabajar.

Cuando regresa de Estados Unidos consigue un empleo que lo hace conocer de cerca las telesecundarias. Esto hace que se replantee la posibilidad de ser profesor, por la necesidad de tener un trabajo en su región.

Lo que me animó a entrar a telesecundaria fue que después de que llegué de Estados Unidos, en el CBTA donde estudié el bachillerato me invitaron a trabajar a Michoacán de promotor extensionista. Trabajé en las telesecundarias en una población y las conocí a fondo.

En ese momento tiene la oportunidad de ingresar a la telesecundaria por la invitación de uno de sus amigos. Florencio encuentra un ámbito profesional en el cual desarrollarse de manera circunstancial que satisfacía sus intereses laborales.

Estrategias autónomas de desarrollo profesional

La forma en que Florencio afronta su desarrollo continuo es a través de estrategias autónomas, principalmente durante en los primeros años de su incursión a la telesecundaria. Asume su responsabilidad de aprender aquello que necesita para desarrollar su práctica profesional, sin esperar cursos formales de actualización provenientes de organismos externos.

Pues tiene uno primeramente tener mucha capacitación y sobre todo. Es por nuestra cuenta el que guste y el que tenga y al que le interesa.

Conocía telesecundaria en Michoacán pero no entré en sí a clases, veía sobre los vidrios a los alumnos. Ese año fue un reto. Una telesecundaria conlleva enseñar todo, que ahora ponga un baile, ahora una poesía, yo no sabía. Yo empecé poco a poquito viendo obstáculos o retos, o no sé cómo se le llamaría y pues llegar en las noches, preguntarle a los compañeros, amigos, libros, cómo se hacía un problema, cómo controlar la conducta de los alumnos. No se crea, ser profesor conlleva mil situaciones, trabaja uno con seres humanos, no es lo mismo que otras profesiones. Yo vi un reto gigantesco y fue cuando me empecé a capacitar pero ahora si en cursos, diplomados. El primer año tuve muchos altibajos, como que llegaba a la casa desmotivado, es que no me hacían caso los alumnos.

Los procesos de desarrollo profesional evolucionan, se devela la importancia de la experiencia en la forma de afrontar retos y dificultades. La práctica profesional dota de significados y experiencias a Florencio.

Llenaba todo el pizarrón y no me hacían caso, yo pensaba, al llenarles el pizarrón ya se lo aprendieron, no es cierto, tiene que ver el contexto, tiene que ver muchas situaciones y desde ese momento pues va uno creciendo. El próximo año era menos la dificultad.

Las experiencias de formación continua formales promovidos por la SEP a los que tienen acceso los profesores se realizan al principio de cada ciclo escolar. Los temas de los cursos son diversos. Florencio asume también la responsabilidad de impartirlos.

Las condiciones del trabajo docente

La disposición de materiales y recursos para desarrollar la actividad docente son diversos, y las condiciones de infraestructura varían en las escuelas. Aquellas telesecundarias ubicadas geográficamente en lugares de difícil acceso, son menos favorecidas. La realidad a la que se enfrentan los profesores dista de las condiciones óptimas esperadas por ellos mismos.

Florencio ha transitado por una gran cantidad de escuelas, unas con menos recursos que otras, reconoce que esto ha cambiado desde los inicios de la telesecundaria hasta el momento.

Hay otros más desfavorecidos. En mis inicios conocí otras condiciones, en la sierra, en el desierto, en el semi desierto. Aquí como es una zona muy agrícola hasta cierta manera ya muy cerca de la ciudad, el contexto como que se puede adaptar mucho a lo de generales y técnicas. Los muchachos la mayoría tienen sus papás en Estados Unidos, aquí hay mucha migración.

Se adapta a esas condiciones, así como a los materiales y recursos de que dispone, de los que también reconoce que han evolucionado.

Los materiales impresos pues han variado muchísimo, yo veía una telesecundaria muy mecánica, de lección por lección a lo de ahorita con lo del 2011, con una infinidad de recursos.

Una condición laboral aunada a las anteriores se refiere al trabajo de Florencio en escuelas bidocentes. Esta situación es habitual en las telesecundarias, así como las escuelas de un solo grupo y en las que el profesor asume diversos roles.

Yo daba segundo y tercero [se refiere a la primera escuela en que trabajó], la *maestra mi compañera también acababa de entrar y daba primero y la dirección y nos ayudamos ahí más o menos en la poca experiencia que teníamos. Eran otras condiciones también, incomunicadas.*

Necesidades especiales en el aula

Florencio tiene en su grupo alumnos con alguna discapacidad que requieren atención especial para integrarlos al grupo. Cuentan con el apoyo de una profesora de la USAER -Unidad de Apoyo a la Educación Regular-, quien los orienta sobre cómo guiar en cierta medida el proceso de aprendizaje de estos jóvenes e integrarlos con el resto de sus compañeros. Florencio es consciente de la labor adicional que implica atender a todos sus alumnos.

Yo tengo dos muchachos de tercero. Pues hacemos una adaptación curricular, a ellos se les da muy, digamos muy light, muy leve la situación. Por ejemplo, si estamos manejando división y multiplicación de polinomios, a ellos se les maneja la división de números naturales, algo muy sencillito. Si estamos leyendo un texto para analizarlo, a ellos se les da un rengloncito.

Tenemos que buscar estrategias y sobre todo para que se adapten ahí al grupo, por eso también platicábamos de lo inclusivo de la educación, tenemos que tenerlos ahí. En carrera magisterial nos hacen que hagamos una adaptación curricular al inicio, estoy en contacto con la maestra [la maestra de la USAER]*, incluso ayer platicamos de eso y quedó que más al rato me va a explicar unas situaciones de mis 2 alumnos.*

Diferencias y similitudes que identifican y distancian

La práctica profesional de Florencio en la telesecundaria adquiere matices que hace que se diferencie de otros grupos de profesores que trabajan en escuelas generales o técnicas. Una característica, dada la forma de operación de la telesecundaria es la simultaneidad de funciones. Florencio genera procesos de aprendizaje en todas las asignaturas del currículum, pero además realiza otras actividades, principalmente como responsable de comités para llevar a alumnos a concursos regionales y estatales.

Algunos eventos que existen como la Olimpiada Nacional de Matemáticas. Siempre he andado en eso, me gusta mucho preparar a los alumnos para esas olimpiadas, a parte les he apoyado siempre en la zona en organizar las olimpiadas y la regional de matemáticas.

Me especializo en poesía coral, siempre en los concursos los he ganado, he ido al estatal, nada más que no hay internacional de eso, pero en deportes nos hemos ido a Chihuahua, Aguascalientes, hemos ido a los nacionales.

Entre otras funciones que realiza está la de director de las escuelas. Aunque en esta escuela no es el director, ha desempeñado esa labor a lo largo de su trayectoria.

He sido director en muchas ocasiones, casi siempre he sido director de las telesecundarias y me acuerdo cuando hacía mis oficios, los certificados ahí en la máquina [máquina de escribir] *y ahora qué diferencia, ahora todo por internet.*

Florencio reconoce algunas diferencias entre de los profesores de telesecundaria con respecto a los profesores de matemáticas.

No es lo mismo uno de secundaria técnica o general que nada más se mete a matemáticas, sale a un grupo, entra a otro y ya, a uno de telesecundaria que tiene que ensayar la escolta, ahorita yo vengo de ensayar el futbol y hacer ejercicios y todo ese asunto que es muy diferente. Como ellos son especialistas en matemáticas pues ni para qué, se les ve el liderazgo al resolver un problema, al ver estrategias, nosotros como damos todas las materias, o sea nosotros no estamos en matemáticas nada más, debemos dominar todo, entonces así como que me veo un poco rezagado con respecto a ellos que nada más ven matemáticas y están en ello, pero con mi experiencia y con ese trabajo que habíamos hecho en matemáticas yo me adapté a ellos [en referencia a un trabajo con esos profesores en una experiencia de desarrollo profesional].

En cuanto a la relación con los alumnos, destaca una diferencia con respecto a los profesores de matemáticas de técnicas y generales. Enfatiza la ventaja que implica estar todo el día con sus alumnos, los conoce, se adapta a ellos, personaliza el proceso de aprendizaje.

Tienen varios grupos, conocen mucha gente, muchos salones y nosotros la ventaja es que son poquitos y yo les coordino todo lo demás. Ellos a lo mejor nada más conocen a los muchachos, los tratan en matemáticas, pero desconocen su desempeño en otras asignaturas. Yo conozco el desempeño en la expresión oral y escrita, yo acá que debates, hablar inglés, otras situaciones que veo más integral a los muchachos.

Hasta cierta manera como que tengo una ventaja, digamos contextualizar más el proceso, porque nosotros aquí en las comunidades conocemos no nada más a los alumnos, conocemos a sus papás, dónde viven, su nivel socioeconómico, cosa que es muy difícil en una técnica o en general. Yo no creo que conozcan así de esa manera, puede ser que un profe nunca conozca a los padres de familia, ni siquiera el nivel socioeconómico y eso tiene mucho que ver como para personalizar más el proceso.

Además de destacar diferencias, Florencio también reconoce que hay puntos de encuentro entre su trabajo y el trabajo de los otros profesores, principalmente en cuanto a las metodologías que utilizan. Hace un énfasis en que ahora la televisión es un recurso más, lo cual permite utilizar recursos similares a los de sus pares.

Me fijo aquí en Río Grande en una secundaria general, se manejan las clases muy semejante a nosotros, o sea nosotros también podemos traer muchos recursos tecnológicos, podemos tener proyector, entonces ya no hay nada de diferencia se lo aseguro, porque una clase que da el maestro de secundaria la puedo dar yo.

Planeamos semejante, los libros son semejantes, ellos manejan los mismos recursos, nos dan la misma actualización. El plan y programa de estudios es el mismo para generales, técnicas, telesecundarias, para trabajadores, nocturnas.

Las diferencias y similitudes que hacen que Florencio reconozca su práctica profesional en telesecundaria fortalecen el sentido de pertenencia a la institución, esto no implica que se distinga en cuanto a eficiencia entre un profesor con respecto a otro, o si una modalidad produce mejores resultados en términos de aprendizaje de sus alumnos, que la otra. Las diferencias permiten reconocer lo propio de la práctica profesional y las similitudes lo común que hace que no se excluya a ningún profesor de la profesión, o que se emitan juicios de valor al respecto.

Transversalidad en el aula: la matemática y otras disciplinas

Diversos significados emergen a partir del tratamiento de un concepto, se enlazan a través de una sola unidad la construcción de conocimiento desde diferentes disciplinas. Florencio considera esto como transversalidad, en su práctica no se trata de manera aislada cierto conocimiento, sino integra varios de ellos para que los alumnos perciban una aplicación de los mismos. En cuanto a las nociones matemáticas, Florencio también las relaciona de manera transversal en las secuencias didácticas de acuerdo con el tema tratado.

Un tema de matemáticas, las fracciones. Entonces empieza uno ¿qué es una fracción? Tan solo el título "las fracciones" ya es detonante, ¿qué es una fracción? ¿Por qué se llama fracción? ¿Dónde vemos las fracciones? ¿En las operaciones básicas hay fracciones? En el álgebra, ¿cómo se manejan las fracciones? En el reparto proporcional ¿qué es una fracción? Luego hacen una composición de español sobe las fracciones o una investigación, así se va entrelazando. Por ejemplo en formación cívica y ética ¿por qué la igualdad? En historia, ¿cómo se ha fraccionado los imperios? Y empieza uno así, no sé si me explico y luego el inglés, a ver ¿cómo se dice fracción en inglés? Hacer unos enunciados sobre las fracciones en inglés, repartimos en inglés y esa es la transversalidad que se le va dando.

En lo que he estado yo trabajando es algo muy rico, muy bueno, como dice el dicho mata uno varios pájaros con una piedra, está viendo esto pero de pronto le surgen cuestiones.

Con respecto a lo transversal, Florencio afirma que siempre ha estado presente en el curriculum y que está habituado a tratar los temas de esa manera.

De antemano pues siempre ha habido esa transversalidad, nada más que escondida, no tan abierta que ahora. Ahorita en tercero estamos en el bloque 2. Estábamos viendo español secuencia cuatro. Se ven los documentos que el muchacho va a necesitar, que ellos hagan una solicitud de empleo. Entonces ahí se pueden ver muchos detalles, entonces empieza uno platicando de la solicitud, que deben de llenar los muchachos para el futuro, entonces ahí se entrelaza formación cívica y ética, orientación y tutoría, para el futuro de los muchachos, y luego se maneja la historia, no sé, del empleo, cómo está ahorita la situación actual, en matemáticas, qué tanto gana uno si se prepara mucho, si se prepara poco, esto yo ahorita lo hice, ahorita como que sin querer me fui de lleno hasta…sabe, cuando me acordé ya estaba así [manos señalando algo grande]. *Los muchachos mismos se fijan porque el mismo bloque 2 habla de eso, y de inglés hablaba de cómo debe estar uno formado en las reglas para de cierta manera estar bien en una sociedad, todo se maneja, la transversalidad, se ve diario.*

Discusión e implicaciones

La identidad profesional de Florencio es múltiple, pues se concibe como un profesor general y no solo como un profesor de matemáticas. Los matices de cada identidad se construyen en la práctica de acuerdo con las actividades profesionales que realiza. Sin embargo, esa negociación de identidades (Soreide, 2006) aparentemente contradictorias, muestra la flexibilidad y adaptabilidad de Florencio para anticipar, actuar y enfrentar desafíos que se le presentan en su vida cotidiana en la escuela y en su práctica profesional.

En concordancia con Sommerfeld & Cobb (2011), entender la identidad profesional aumenta nuestra comprensión sobre cómo los profesores son diferentes. Florencio encuentra diferencias y similitudes con otros grupos de profesores, pero no evidencia tensiones por querer adoptar sus identidades, más bien reconoce ventajas. La diferencia le genera un sentido de

autonomía que lo posiciona como un actor activo en su comunidad para el desarrollo de él mismo como profesor y en beneficio de sus alumnos. Así, puede desarrollar estrategias para alumnos con necesidades educativas especiales, participar en la organización de concursos de matemáticas y poesía, o ser líder en cursos de actualización a profesores.

La identidad de Florencio como profesor de matemáticas está constituida de acuerdo a su relación con el conocimiento matemático. La narrativa constitutiva de la identidad de Florencio en términos de su relación con las matemáticas está marcada por sus experiencias matemáticas anteriores y con las experiencias como profesor, al generar procesos de aprendizaje en sus estudiantes. Expresa cómo desde niño le gustaron las matemáticas pero también es consciente de que no es así para todos.

Desde niño, será que a mí siempre me ha gustado el estudio, siempre he tenido de 9 para arriba, o sea a mí me encantan las matemáticas, de toda mi vida.

Investigadora: ¿Cómo considera que los alumnos aprenden matemáticas?

Florencio: Pues es que tiene mucho que ver el contexto y tiene que ver mucho el afán y el interés, porque no a cualquiera nos gustan las matemáticas. A los alumnos no les gustan las matemáticas porque se les hacen difíciles, complicadas y no les ven el uso digamos inmediato. Ellos piensan que es algo tedioso.

Se puede interpretar que para Florencio ser profesor de matemáticas está constituido por el uso que pueda tener el conocimiento matemático para sus alumnos, bajo la vinculación práctica con otras áreas del conocimiento. Lo anterior se evidencia con el manejo transversal de contenidos. Esto es evidencia del indicador identitario con respecto al uso del conocimiento matemático. Florencio tiene la identidad de profesor general y negocia ésta con su identidad como profesor de matemáticas, es decir, no favorece el aprendizaje de nociones matemáticas como objetos ya construidos o alcanzable a través de fórmulas, sino le confiere importancia a que los alumnos construyan y asocien significados a esos objetos, por ejemplo, a través de una aplicación inmediata en su contexto.

La negociación de las identidades de Florencio se realiza en contextos diversos, por ejemplo en espacios de aprendizaje colaborativo. Se evidencia cómo intercambiar experiencias con sus pares de telesecundaria o de profesores de técnicas y generales reafirma la identidad como profesor de matemáticas, asumiendo un papel autónomo.

La narrativa nos acerca a comprender a los profesores como actores activos de su propia vida. Las narrativas de Florencio en torno a la búsqueda de estrategias autónomas de desarrollo profesional aluden a la necesidad por generar nuevos conocimientos aplicables a su entonces principiante trabajo como docente. Esas situaciones de contingencia constituyen momentos clave para generar un sentido de pertenencia a la actividad de ser profesor. Florencio evoluciona en su identidad de profesor autodidacta a lo largo de su trayectoria, hasta lograr al momento actual, 21 años después, una estabilidad en cuanto al trato con los alumnos o las múltiples labores que desempeña. La experiencia acumulada impacta en su identidad y en sus expectativas a futuro.

Después de 20 años, primeramente los primeros 10 empieza con incertidumbre, subiendo, escalando y luego de los 10, yo pienso así, de los 10 a los 20 como que es una plenitud y luego de los 21 a los 30 ya es como se podría decir, como disfrutar de alguna experiencia, entonces yo digo, yo no me doy por vencido, mi expectativa es seguir trabajando hasta que mi físico me pueda dejar, estirarle un poquito más a los 35 años, si me siento todavía con ganas.

La identidad profesional a través de la narrativa excluye la idea de identidades universales a las cuales los profesores se deben ajustar sin importar el carácter situado de su práctica profesional. Se acerca la mirada de observadores externos a la conformación de una identidad profesional como un proceso dinámico y cambiante.

Es menor el número de investigaciones de conformación de identidades profesionales en profesores en servicio, prevalecen aquellos estudios cuyos participantes reciben instrucción formal para ser profesores de matemáticas, por ejemplo en escuelas normales o universidades. La investigación que se ha reportado contribuye a evidenciar que desde una mirada retrospectiva a los procesos formativos de una comunidad, se obtiene información de las condiciones reales en las que se configura el trabajo de un docente. Las implicaciones sobre el desarrollo profesional se orientan hacia la constitución de identidades profesionales en escenarios diversos que no propiamente son los espacios de formación formales. Las dinámicas de autogestión de los profesores los ubican como partícipes activos de su propio desarrollo. En una modalidad como la telesecundaria en la que todavía hay profesores que trabajan en las escuelas más apartadas, se advierte éste como un mecanismo de desarrollo profesional importante de destacar y considerar para programas de formación formales.

La finalidad de conocer desde la voz de los propios profesores cómo se conciben como tales a través de las narrativas, es un tema emergente en estudios educativos actuales. Desde la perspectiva de la relación de la identidad profesional con el uso del conocimiento matemático, se torna pertinente seguir explorando temas como la relación entre los procesos de aprendizaje que genera un profesor de acuerdo a su identidad como profesor de matemáticas, con la construcción de identidades matemáticas de sus alumnos. Lo anterior proporcionaría un panorama más amplio del proceso de aprendizaje de matemáticas en el aula de telesecundaria.

Referencias y bibliografía

Akkerman, S. & Meijer, P. (2011). A dialogical approach to conceptualizing teacher identity. *Teaching and Teacher Education, 27*, 308-319.

Beijaard, D., Meijer, P. C. & Verloop, N. (2004). Reconsidering research on teachers' professional identity. *Teacher and Teacher Education 20*, 107-128.

Bjuland, R., Cestari M.L. & Borgersen, H. (2012). Professional mathematics teacher identity: analysis of reflective narratives from discourses and activities. *Journal of Mathematics Teacher Education 15*(2). doi: 10.1007/s10857-012-9216-1

Brown, T. & McNamara, O. (2011). Becoming a mathematics teacher: identity and identifications. Mathematics Education Library: Springer.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. México: Gedisa.

Gee, J. (2001). Identity as an analytic lens for research in education. *Review of Research in Education 25*, 99-125.

Hodges, T. E., & Cady, J. A. (2012). Negotiating Contexts to Construct an Identity as a Mathematics Teacher. *The Journal of Educational Research*, *105* (2), 112–122. doi: 10.1080/00220671.2010.529956

Ponte, J. P. (2010). Mathematics teachers' professional development and identity in a distance education setting. In G. Anthony & B. Grevholm (Eds.), *Teachers of mathematics: Recruitment and retention,*

professional development and identity (pp. 145-155). Kristiansand, Noruega: SMDF - Svensk Förening för Matematik Didaktisk Forskning.

Sfard, A. & Prusak, A. (2005). Telling Identities: In Search of an Analytic Tool for Investigating Learning as a Culturally Shaped Activity. *Educational Researcher*, *34* (4), 14-22.

Sommerfeld, M. & Cobb, P. (2011). Negotianting Identities for Mathematics Teaching in the Context of Professional Development. *Journal for Research in Mathematics Education, 42* (3), 270-304.

Soreide, E. (2006). Narrative construction of teacher identity: positioning and negotiation. *Teachers and Teaching: theory and practice 12* (5).

Walshaw, M. (2010). Mathematics pedagogical change: rethinking identity and reflective practice. *Journal of Mathematics Teacher Education, 13* (6), 487-497. doi: 10.1007/s10857-010-9163-7

Identidade do professor que ensina Matemática: elementos estruturantes do processo identitário

Maria Lídia Paula **Ledoux**
Universidade Federal do Pará
Brasil
paulaledoux@hotmail.com
Elisângela Aparecida Pereira de **Melo**
Universidade Federal do Tocantins
Brasil
elisangelamelo@uft.edu.br
Gerson Ribeiro **Bacury**
Universidade Federal do Amazonas
Brasil
gersonbacury@gmail.com
Renato Borges **Guerra**
Universidade Federal do Pará
Brasil
rguerra@ufpa.br

Resumo

Este artigo tem como objetivo realizar um estudo com vista a caracterizar a identidade do professor que ensina Matemática para compreender os elementos estruturantes desse processo identitário. O texto está estruturado em seções que fazem abordagens sobre elementos como: *Formação*, *Sentidos*, *Significados*, *Saberes*, *Práticas,* que podem estar situados na construção da identidade do professor. Assim, este estudo de caráter investigativo foi realizado junto as teorias que versão sobre a temática em questão. Os resultados sinalizam que as teorias situadas nesta investigação, apresentam fortes indicativos que se configuram como identidade profissional, não conceituando ou caracterizando a identidade do professor que ensina matemática, mas, alguns indícios que podem configurar essa identidade.

Palavras chave: Identidade, Professor, Matemática, Formação, Saberes.

Introdução

> ...cada um de nós é uma rede de sujeitos gerada pelo enredamento das diferentes formas de inserção social que vivemos nos diferentes espaços estruturais, e que esses nos constituem. (Boaventura de Sousa Santos).

Fazer discussões acerca da identidade de professor, requer considerar concepção de *formação*, de *sentidos*, de *significados*, de *sabres*, de *práticas,* como elementos determinantes na caracterização da identidade profissional do sujeito. Para esta discussão ganhar corpo, foi necessário fazer um movimento entre as teorias que discutem essas concepções, na perspectiva de compreender a existência de elementos estruturantes que constituem esse processo identitário,

buscando nos ancorar nos estudos realizados por Chevallard (2009) e Bourdieu (1998)[1], Blin (1997), Dubar (1998), Scoz (2011), entre outros, que discutem a temática.

No pensar sobre a Identidade do Professor, alguns questionamentos são suscitados, que nos levam a buscar respostas para inquietações que estão permanentes como interrogativas para professores formadores de professores, especialmente para formadores de professores de Matemática. Aqui apontamos alguns desses questionamentos: *O que identifica a identidade do professor de matemática? Que identidades são essas? O que é identidade de si? O que identidade do outro? O professor de matemática tem identidade? A identidade do professor está condicionada ao contexto em que a prática de ser professor de matemática se desenvolve?*

Para aproximar as discussões às questões acima suscitadas, daremos destaque para alguns aspectos que estão situados na caracterização de uma possível identidade profissional de professores e que nos permitiram revisitar teorias que discutem elementos como: *Formação*, *Sentidos* e *Significados*, *Saberes,* P*ráticas* e *Identidade* que possivelmente podem contribuir para a compreensão

Neste sentido, este estudo não tem a intenção de explorar o tema de forma exaustiva ou de definir o que seja identidade profissional de professor, embora a escrita deste texto tangencie nessa direção. Nossa intenção é trazer alguns elementos que estão situados ou não, na caracterização de identidade, considerados aqui como indicativos para uma possível discussão sobre identidade de professor, aqui dispostos nas seções que compõem o corpus estrutural e organizacional deste texto.

De que Formação estamos falando?

Na construção desta seção, pensamos o aspecto *Formação* numa possível trajetória epistemológica em busca de compreender como o professor transita neste processo e como ele se identifica com a profissão professor.

Pensar a formação de professores como forma de torná-lo intelectualmente autônomo, pressupõe, pensar em processos de formação identitária, nos quais os aspectos subjetivos estão fortemente presentes na forma como esses sujeitos incorporam os saberes da formação. Isso significa dizer que, no processo de formação das subjetividades, entram em jogo as múltiplas formas e espaços de interação social nos quais interagimos e que nos constituem. (Santos, 1995). Em outras palavras, o professor forma sua identidade a partir dos elementos constitutivos que estão presentes nos espaços de desenvolvimento das práticas docentes e de interação social. Para Blin (1997 citado por Santos, 2011), o contexto social onde se desempenha determinada profissão é fundamental para a consolidação da sua identidade profissional. Esta encontra-se relacionada com o que o autor distingue por práticas e saberes profissionais.

Neste sentido, faz-se necessário pensar numa formação do professor que seja baseada numa epistemologia em que a prática não seja vista meramente como uma tarefa realizada pelo professor, mas, como o ato de exercitar diariamente conhecimentos teóricos que foram construídos na formação. Tardiff (1991) define essa prática como sendo o estudo do conjunto de

[1] Autores discutidos na disciplina Identidade de Professor, no Curso de Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas, do Programa de Pós-Graduação do Instituto de Educação Matemática e Científica – IEMCI, da Universidade Federal do Pará, Brazil no período de 2014.2.

saberes utilizados realmente pelos professores em seu espaço de trabalho cotidiano, para desempenhar todas as suas tarefas.

Nesse fazer cotidiano no ambiente de prática, Chevallard (2009) vem sinalizar que o professor desenvolve uma relação com o objeto[2]. Essa relação pode ocorrer em diversos espaços, de diversas formas, desde o envolvimento com a própria instituição, com as interações realizadas com os profissionais da escola, por meio do contato com os instrumentos e ferramentas de trabalho, das práticas, de contatos de casualidade com os sujeitos presentes no seu convívio social ou não. Todas essas formas de relacionar-se com o objeto podem ser elementos constitutivos da identidade de ser professor.

Nessa concepção, poderíamos então afirmar que a formação do professor sob o olhar da epistemologia em que a prática seja vista como um exercício diário onde os conhecimentos aprendidos na formação se associam aos conhecimentos que se estabelecem das/nas relações com os objetos e podem trazer um novo *sentido* e um novo *significado* à escola e a própria formação do professor. Mas de que sentidos e de que significados estamos falando?

De que Sentido, de que Significado?

Ao ingressar em um curso de formação de professores, há de se considerar que em muitos casos, esse ingresso ocorre por razões outras – *possibilidade de entrar no mercado de trabalho, falta de opção para fazer outra formação profissional, entre outros* - que não a de ser professor.

No entanto, a partir da formação recebida, da convivência, do exercício docente na sala de aula e das relações com os objetos situados no ambiente de prática, o professor entra num processo de dar *sentido* à profissão. Nessa linha de raciocínio, o *significado* de ser professor não é mais um 'acidente de percurso', mas sim, um ofício com o qual ele cria um sentimento de pertencimento, ou seja, "o *sentindo é uma formação dinâmica, fluida e complexa, que tem inúmeras zonas de sentido que variam em sua instabilidade. O significado é apenas uma dessas zonas de sentido"*. (González Rey, 2003, p. 129).

O *sentido* aqui referido está situado numa abordagem da Psicologia histórico-cultural de Leontiev (1978) que considera os sentidos como sendo subjetivos e pessoais, que são formados pela conexão entre o motivo e objeto da atividade que o indivíduo desenvolve. Neste sentido, Smolka (2004) apoiada nos estudos de Vigotsky (2005), apresenta um panorama acerca das discussões que tem sido feita sobre o sentido e o significado, que são consideradas como:

> Questões que transitam no campo da filosofia, da linguística, da semiótica e da psicologia, apresenta um panorama sobre as discussões sobre o sentido e a significação, destacando o importante papel desempenhado pela perspectiva histórica cultural do desenvolvimento humano (Smolka, 2004, p. 36).

Não diferente de Smolka (2004), Gonzáles Rey (2003), buscam apoiar-se nas teorias de Vigotsky (2005) para chamar a atenção para o fato do conceito de sentido ter menos atenção do que merece por autores que interpretam a psicologia ocidental, na qual o sentido de uma palavra é:

[2] O objeto aqui referido é entendido como qualquer prática, meios indiretos que explicam ou revelam uma situação.

> [...] a soma de todos os eventos psicológicos que a palavra desperta em nossa consciência. É um todo complexo, fluído e dinâmico que tem varia zonas de estabilidade desigual. O significado é apenas uma das zonas de sentido, a mais estável e precisa. Uma palavra adquire o seu sentido no contexto onde surge; em contextos diferentes altera seu sentido. O significado permanece estável ao longo de todas as alterações do sentido. (Vigotsky, 2005, p. 181).

Ao realizarmos estas leituras, percebemos que o professor ao dar um sentido à profissão, há por parte dele, uma acomodação, pois mesmo não tendo entrado num curso de formação de professores por opção, mas, após formado, com vínculo empregatício e com uma remuneração, que mesmo não sendo a ideal, lhe traz certo conforto econômico, acaba por acomodar-se. Essa acomodação, pode ser entendida como um poder que o aspecto econômico exerce sobre o indivíduo, levando-o a manter-se em sua "zona de conforto", ou seja, a zona de conforto a que nos referimos é do ponto de vista da teoria da psicologia, em que ao desenvolver um determinado comportamento, onde esse comportamento leva-o ao desempenho constante, mesmo que limitado, é levado a uma sensação de segurança, e consequentemente, a acomodar-se e a realizar avanços em seu desempenho, em seu trabalho.

O significado dado à profissão, pode ser apontado em várias direções. Pensamos inicialmente no *significado* social que a função docente traz, tomando como referência, "o sentido imediato do mundo (e, em particular, do mundo social) supõe aquilo que Durkheim chama o conformismo lógico, quer dizer, 'uma concepção homogênea do tempo, do espaço, do número, da causa, que torna possível a concordância entre as inteligências." (Bourdieu, 1998, p. 9).

Em segundo, o *significado* que determina as condições financeiras, pois mesmo não sendo opção primeira de ser professor, mas, sinaliza possibilidades de mudanças, como aponta os estudos realizados por Bueno (1996), Wadas e Souza (2000), entre outros. Em terceiro, o *significado* pode ser entendido como uma submissão, ou seja, um subordinar-se a uma profissão que mesmo não sendo a ideal, poderia criar condições reais de projeção para o futuro. A essa submissão, podemos atribuir, "o poder simbólico, esse poder invisível o qual só pode ser exercido com a cumplicidade daqueles que não querem saber que lhe estão sujeitos ou mesmo o exerce." (Bourdieu, 1998, p. 8), ou seja, embora não esteja explicito, está velado nas atitudes e comportamentos dos indivíduos que vivenciam as relações de poder.

Por fim, o *significado* no sentido de valorizar a profissão, que consideramos como um aspecto positivo, pois apesar da desvalorização da profissão, em muitos contextos sociais, ser professor é se destacar pelo *status* social que lhe é atribuído.

Como podemos observar, tanto os *sentidos* quanto os *significados* são elementos subjetivos e pessoais que estão situados na construção da identidade de ser professor enquanto "característica singular de um indivíduo que o distingue inequivocadamente de outro, implica, paradoxalmente, uma dualidade. A identidade para si (ou a identidade de si) e a identidade para os outros." (Santos, 2011, p. 9).

De que Saberes?

Aqui nos reportamos aos saberes necessários para ensinar. Ao referir-se aos conhecimentos e competências de que o professor precisa para ensinar uma determinada disciplina, Shulman (1986), distingue três categorias de saber: *o da disciplina, o pedagógico-disciplinar e o curricular*. Assim, ensinar uma disciplina, neste caso, a Matemática, requer um domínio do

conhecimento a ser ensinado. No entanto, para Chevallard (1985) esse domínio não será suficiente se o professor não souber transformar o saber a ser ensinado em um objeto de ensino.

Portanto, para ensinar não basta apenas saber o conteúdo. É necessário ter habilidades de modo a articular e transformar esses conhecimentos em algo que tenha significado para quem aprende. Essa transformação está situada no *saber pedagógico do conteúdo* apontado por Shulman (1986), que permite ao professor perceber quando um tópico é "mais ou difícil", quais as experiências anteriores que os alunos possuem e as relações possíveis de serem estabelecidas. Não se trata de um conhecimento pedagógico geral, mas um conhecimento do conteúdo a ser ensinado. (Gonçalves; Gonçalves, 1998).

Para além do saber pedagógico do conteúdo, outros saberes estão inseridos no ato de ensinar, como defende Tardiff (2014), ao considerar o saber docente como um saber plural, oriundo da *formação profissional* (o conjunto de saberes transmitidos pelas instituições de formação de professores), de *saberes disciplinares* (saberes que correspondem ao diverso campo do conhecimento e emergem da tradição cultural), *curriculares* (programas escolares) e experienciais (do trabalho cotidiano).

Nesta discussão, consideramos relevante destacar o questionamento feito por Ponte (1998), sobre "que saberes então precisa o professor de Matemática para exercer bem sua atividade profissional". O autor sinaliza que para o professor de matemática desenvolver sua profissão, deve levar em consideração os seguintes aspectos: Conhecer bem e relacionar-se com as matemáticas (Matemática da academia e das práticas sociais) a serem ensinadas e aprendidas pelo aluno na escola; Conhecer com profundidade e recriar o currículo e sua adequação ao contexto do aluno; Dominar os processos de instrução, os diversos métodos e técnicas, tendo em vista os objetivos e conteúdo da educação escolar; Conhecer os alunos e o modo como aprendem; Saber investigar sua própria prática; Conhecer o contexto de trabalho e a complexidade das aulas de Matemática, ou seja, analisar como ocorrem as práticas e o conhecimento em sala de aula e, por fim, Conhecer a si mesmo.

Os aspectos citados pelo autor, são provocadores de reflexão, pois além desses saberes, o professor em sua trajetória profissional, vai construindo outros que são oriundos da prática que se configuram e se ampliam nas relações vividas em situações de formação, das tarefas, das rotinas, dos valores e dos lugares de prática. Parafraseando Charlot (2000), é a prática que mobiliza os saberes, isto é, que os coloca em processo de movimento em relação a si mesmos e aos outros que dela participam. Mas de que prática estamos falando?

De que Práticas?

Quando falamos de saberes, não dissociamos das práticas de professores que são decorrentes das teorias aprendidas na formação e confrontadas no dia a dia nos ambientes em que essas práticas se desenvolvem. Nesse confronto pode ocorrer a diferença entre as suas experiências e os resultados das teorias como práticas, ou seja, é do ato de teorizar que o professor descobre que "a diferença entre teoria e a prática e, antes de mais, um desencontro entre teoria do observador e a prática do professor, e não um fosso entre a teoria e a prática". (Zeichner,1993, p. 21).

Nesse sentido, "o lugar e o papel da teoria na prática dos professores, no modo como são formados, dificilmente são identificáveis quando nos reportamos às suas declarações, como: "a

prática se faz na prática" ou "na prática a teoria é outra", indicando a dissociação entre ambas e até mesmo o descarte da teoria." (Barreiro e Gebran, 2006, p. 35).

No entanto, é necessário conceber e trabalhar a prática a partir do contexto histórico social, onde o professor consiga caracterizar o potencial transformador das práticas para produzir novos conhecimentos que sejam referenciados ao contexto histórico, escolar e educacional. Neste pensar, a formação do professor deve orientar-se em práticas que são determinadas por um conjunto de saberes que vai além das teorias, ou seja, ela também se faz de um processo identitário do próprio professor. Mas, aqui cabe perguntar:

De que Identidades estamos falando?

A identidade aqui pode ser entendida na perspectiva dos estudos realizados por Scoz (2011), como algo em construção, com base nos sentidos que os sujeitos vão produzindo na condição singular em que se encontram inseridos em suas trajetórias de vida e, ao mesmo tempo, em suas diferentes atividades e formas de relações.

Para Dubar (2000, 2000a, citado por Santos, 2011), a identidade profissional é um fenômeno complexo, produto dos mecanismos de socialização secundária do indivíduo e que apresenta continuidades e descontinuidades com o que designa por identidade herdade do sujeito e como identidade atribuída ao sujeito pelos outros.

Por ser a identidade um fenômeno complexo, pensamos não na existência de uma identidade profissional, mas, em identidades, pois esta pode se caracterizar das interações sociais, dos percursos formativos e das relações decorrentes do desempenho profissional no mercado de trabalho, aqui inseridos os professores que ensinam matemática.

Assim, ao refletir sobre a formação e o desenvolvimento do professor que ensina matemática, compreendemos que a identidade desse professor se caracteriza da interatividade e da prática pedagógica ao ensinar matemática e, ao fazê-lo esse professor tem sob sua responsabilidade o entendimento da complexidade de ensinar matemática. Portanto, as identidades podem estar situadas nos variados contextos onde as relações com o objeto da prática ocorrem e se consolidam pelas expectativas pessoais criadas pelo professor nessa relação. Mas, aqui cabe perguntar:

O professor que ensina Matemática tem uma Identidade?

A relação que se estabelece do professor que ensina matemática com a Matemática, decorre da interação da/na vivência em ambiente de prática com professores e com professores de matemática. Dessa convivência, se estabelecem elementos subjetivos de uma possível identidade, pois segundo Dubar (1998), o processo de socialização permite compreender a noção de identidade numa perspectiva sociológica restituída numa relação de identidade para si e identidade para o outro.

Esse processo de socialização se reflete da capacidade que o indivíduo tem de interagir com os outros num determinado contexto sociocultural. Nessa interação "as identidades estão em movimento e a dinâmica de desestruturação/estruturação pode, às vezes, a forma de "crise de identidade", neste sentido apresenta quatro configurações identitárias baseadas em investigações empíricas francesas, realizadas ao longo dos anos 60 e 80". (Dubar, 1997, p. 239).

Baseado nos estudos realizados por Paiva (2013), a identidade dos professores que ensinam matemática pode sofrer interferências dos interesses políticos, das modificações

estruturais da escola e do papel desempenhado pelo professor. Esses aspectos são articulados aos conhecimentos da formação e o conhecimento matemático a ser ensinado e incorporadas às práticas e aos modos de ensinar.

Considerações finais

Nas seções que foram trabalhadas neste artigo, fizemos uma aproximação às teorias que versão sobre a temática em debate, como forma de fazer o processo investigativo para responder ao objetivo proposto de realizar um estudo com vistas a caracterizar a identidade do professor que ensina Matemática para compreender os elementos estruturantes desse processo identitário.

Compreender os elementos estruturantes do processo identitário, não significa, no entanto, dizer que conseguimos caracterizar a identidade profissional de professor, mas, serviu para de indicativos para nossa compreensão de esses elementos influenciam na construção da identidade de professores.

Considerando os resultados que foram sinalizados neste estudo por meio da revisitação às teorias situadas nesta investigação, podemos inferir que as limitações da formação profissional de professores que ensinam matemática, podem interferir na construção de suas identidades profissionais, pois o processo de formar vai além do desenvolvimento de competências para ensinar.

Assim, quanto mais consistente for a formação, maior a probabilidade de se caracterizar identidades profissionais. E por ser a formação profissional um processo complexo, há de se ter o cuidado de que ao formar o indivíduo para o trabalho docente, não deve limitar-se a dar instruções, uma vez que, é importante considerar que outros elementos estão envolvidos nesse processo e ultrapassam a dimensão objetiva do ato de formar.

Portanto, pensar a identidade profissional dos professores que ensinam matemática, é pensar que esse processo pode ser resultante não só da *Formação*, dos *Sentidos,* dos *Significados*, dos *Saberes*, das *Práticas,* que estão situados nessa caracterização. Mas, como também, das especificidades, da pluralidade e das singularidades de cada sujeito.

E como nossa intenção não foi a de definir ou conceituar o que seja identidade, e sim, trazer alguns elementos que possivelmente estão situados na caracterização da identidade de professores que ensinam matemática. Continuamos a nos interrogar cabe aqui um último questionamento - ***Existe uma Identidade do Professor de Matemática*?**

Referências bibliográficas

Barreiro, I. M. de F., Gebran, R. A. (2006). Prática de ensino e estágio supervisionado na formação de professores. São Paulo: Avercamp.

Blin, J. F. (1997). Représentations, pratiques et identités profissionnelles, Paris: L'Harmattan.

Bourdieu, P. (1998). O Poder Simbólico. São Paulo: Bertrand Brasil.

Bueno, B. A. (1996). Autobiografias e Formação de Professores: um estudo sobre representação de alunas de um curso de magistério. Tese de livre-docência – USP/Faculdade de Educação, São Paulo.

Charlot, B. (2000). Da relação com o Saber. Tradução de Bruno Magne. Porto Alegre: Artes Médicas Sul.

Chaves, S. M., Tibali, E. F. A. (Org.). (2003). *Concepções e Práticas em Formação de Professores:* diferentes olhares. Rio de Janeiro: Editora DP&A03.

Chevallar, Y. (1985). Pourquoi la transposition didactique? Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf Pourquoi la transposition didactique. pdf. Acesso em 29 de set. 2014.

Chevallard, Y. (2009). **La TAD face au professeur de mathématiques**. Disponível em http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=162, Acesso em 28 de set.2014.

Dubar, C. Socialização e construção de identidades. (1998). Tradução-livre Adir Luiz

Ferreira. L'identité, l'individu, le groupe, la société. Jean-Claude Ruano-Borbalan. Auxerre: Ed. Sciences Humaines.

Gonçalves, T. O., Gonçalves, T. V. (1999). Reflexões sobre uma Prática docente situada: buscando novas perspectivas para a formação de professores. In: Garaldi Grisolia. C. M.; Fiorentini, D.; Pereira, E. M. de A. (Org.). Cartografia do Trabalho Docente: professor(a)-pesquisador(a). Campinas, SP: Mercado de Letras.

González Rey, F. G. (2003). Sujeito e subjetividade: uma aproximação histórico-cultural. São Paulo: Pioneira Thompson.

Leontiev, A. N. (1978). Actividad, consciência y personalidade. Buenos Aires: Educaciones Ciencias del hombre.

Paiva, M. A. V., Nacarato, A. M. (2013). In: A Formação do Professor que ensina Matemática: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Editora Autentica.

Ponte, J. P. (1998). Da formação ao desenvolvimento profissional. In: Actas do ProfMat 98 (pp. 27-44). Lisboa: APM.

Santos, B. de S. (1995). *Pela mão de Alice*: o social e o político na pós-modernidade. São Paulo: Cortez.

Santos, C. C. (2011). Profissões, e Identidades Profissionais. Imprensa da Universidade de Coimbra, Portugal.

Scoz, B. J. L. (2011). Identidade e Subjetividade de Professores: sentidos do aprender e do ensinar. Petrópolis, RJ: Editora Vozes.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. EUA: Educational Researcher, v. 15 (2) p. 4-14.

Smolka, A. B. (2004). Sentido e Significação – Sobre Significação e Sentido: uma contribuição à proposta de rede de significações. In: Rossethi-Ferreira, M. C. et al (Org.). Rede de Significações e o estudo do desenvolvimento humano. Porto Alegre: Artmed,

Tardiff, M. (2014). Saberes de Docentes e Formação de Profissional. 16ª Edição. Petrópolis, RJ: Editora Vozes.

Tardiff, M.; Lessard, C.; Lahaye, L. (1991). Os professores face ao saber: esboço de uma problemática do saber docente. Teoria & Educação. Rio de Janeiro.

Wadas, J., Souza, S. R. (2000). Relembrar é refazer-se: significados do ser professora na educação infantil. In: OLIVEIRA, V. F. (Org.) Imagens de professor: significados do trabalho docente. Ijuí: Ed. Unijuí.

Vigotsky, L. S. (1934). Pensamento e Linguagem. 3ª Ed. Tradução de Jefferson Luiz Camargo. São Paulo: Livraria Martins Fontes, 2005.

Zeichner, K. M. (1993). A formação reflexiva de professores: Ideias e práticas. Lisboa: educa.

Interpretação e compreensão de demonstrações em Matemática: uma dificuldade para professores de Matemática dos ensinos fundamental II e médio

Cristiana Abud da Silva **Fusco**
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Brasil
cfusco@pucsp.br
Saddo Ag **Almouloud**
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Brasil
saddoag@pucsp.br

Resumo

Pesquisas mostram que professores dos ensinos fundamental e médio apresentam dificuldades na compreensão e utilização de provas e demonstrações em suas aulas. A partir de dados coletados num projeto de formação continuada de professores intitulado "O raciocínio dedutivo no processo de ensino-aprendizagem da Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental", pretendemos investigar como esses professores reagem frente a uma demonstração da fórmula do número de combinações de m elementos tomados r a r. Discutiremos alguns conceitos de provas e demonstração sob a ótica de Duval (1995, 2000), Balacheff (1982), De Villiers (2002) e Harel (2008), além de trazer alguns resultados recentes de pesquisas. Nessa pesquisa, de caráter qualitativo, realizaremos um estudo de caso com alguns desses professores que deveriam ler uma usual demonstração da referida fórmula a fim de que pudéssemos verificar seu grau de compreensão do texto. Concluiremos esse trabalho com uma análise das dificuldades apresentadas por esses professores.

Palavras chave: combinatória, prova, demonstração, formação de professores, grau de compreensão

Abstract

Research shows that teachers of primary and secondary education have difficulties to understand and how to use proof and demonstrations in their classes. From data collected on a project of continuous formation of teachers entitled "Deductive reasoning in the process of teaching-learning of mathematics in the final series of elementary school", we intend to investigate how these teachers react facing a demonstration of the formula for the number of combinations of r objects from a set of m objects. We discuss some concepts of proof and demonstration from the perspective of Duval (1995, 2000), Balacheff (1982), De Villiers (2002) and Harel (2008), besides bringing some recent findings. In this research of qualitative character, we will perform a case study with some of those teachers who should read a usual demonstration of that formula so that we could check their degree of

understanding of the text. We will conclude this work with an analysis of the difficulties presented by those teachers.

Key words: combinatory, proof, demonstration, teacher training, degree of understanding

Introdução

Nessa pesquisa utilizaremos dados obtidos a partir de um projeto de formação continuada de professores desenvolvido durante dois anos e intitulado "O raciocínio dedutivo nos processos de ensino-aprendizagem da Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental". O projeto foi coordenado e desenvolvido por pesquisadores do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP e contou com o financiamento do CNPq[2]. Participaram das atividades de formação professores do Ensino Fundamental e Médio das redes pública e particular do estado de São Paulo.

Nesse trabalho adotamos uma metodologia de caráter qualitativo, no qual realizamos um levantamento bibliográfico de publicações sobre prova e demonstração. Pretendemos discutir alguns conceitos de provas e demonstração sob a ótica de Duval (1995,2000), Balacheff (1982), De Villiers (2002) e Harel (2008), além de trazer alguns resultados recentes de pesquisas. Destacaremos alguns resultados do trabalho que vem sendo desenvolvido com os professores citados no projeto, registrando de forma detalhada algumas ações que ocorreram durante a realização do projeto. A partir de depoimentos de alguns desses professores discutiremos os entraves ainda existentes quanto à utilização de provas e demonstrações em sala de aula.

A questão da dificuldade que alguns professores possuem em utilizar um procedimento de validação de proposições matemáticas já vem sendo discutido por alguns autores. Almouloud (2006) discutiu as noções que alguns professores da rede pública do Estado de São Paulo possuíam a respeito de teoremas e demonstrações que aparecem nos textos didáticos. Essa pesquisa também descreveu uma atividade em que vários livros didáticos de matemática da segunda fase dos ensinos fundamental e médio foram colocados à disposição dos professores que tiveram como tarefa identificar qualquer tipo de demonstração e discutir a viabilidade de ensino dessa demonstração em sala de aula. Fusco (2009) realizou um estudo de caso em que observou as dificuldades de um professor do ensino básico em identificar a hipótese e a tese em uma afirmação matemática da área de geometria, especialmente, quando essa não apresenta a famosa expressão "se e, somente se". Discutiu, ainda, a importância da compreensão da informação dada no enunciado de uma proposição matemática e o reconhecimento de elementos cruciais como hipótese e tese que são fundamentais para o processo de construção de uma demonstração aceitável. Almouloud (2010) discutiu os entraves existentes quanto à utilização de provas e demonstrações em sala de aula dos ensinos fundamental e médio a partir de depoimentos de alguns professores a respeito da demonstração da fórmula de Baskhara utilizada na resolução de equações do 2º grau.

Nessa linha de pesquisa, pretendemos investigar como professores do ensino fundamental e médio reagem frente a uma demonstração da fórmula do número de combinações de m elementos tomados r a r. Tal demonstração lhes é familiar? As notações matemáticas e conceitos utilizados na demonstração são usuais no seu dia-a-dia como professor? Então, nós formadores, nos perguntamos: como os professores em atuação se relacionam com demonstrações? Eles apresentam demonstrações para seus alunos? A demonstração faz parte de seu cotidiano profissional? Vale mencionar que a Análise combinatória(AC) consiste em resolver problemas

do cotidiano, nos quais é necessário determinar de quantas maneiras certo evento pode ocorrer. Em muitos casos, o conjunto considerado é grande para se fazer a contagem de seus elementos de forma explícita e, por isso, são necessários outros processos de contagem. A combinatória que inclui o estudo dos arranjos, das permutações e das combinações, permite determinar o número de possibilidades lógicas de certo evento, sem necessariamente enumerar cada caso. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) conteúdos como Estatística, Probabilidade e Combinatória estão incorporados ao item "Tratamento da Informação" e estão previstos para serem abordados com atenção no Ensino Médio conforme retratado no seguinte trecho:

As habilidades de descrever e analisar um grande número de dados, realizar inferências e fazer predições com base numa amostra de população, aplicar as ideias de probabilidade e combinatória a fenômenos naturais e do cotidiano são aplicações da matemática em questões do mundo real que tiveram um crescimento muito grande e se tornaram bastante complexas. Técnicas e raciocínios estatísticos e probabilísticos são, sem dúvida, tanto das Ciências da natureza quanto das Ciências humanas. Isso mostra como será importante uma cuidadosa abordagem dos conteúdos de contagem, estatística e probabilidade no Ensino Médio, ampliando a interface entre o aprendizado da matemática e das demais ciências. e áreas. (PCNEM,2000,p.44)

Reflexão teórica

Balacheff (1982) observou que as palavras prova, demonstração e explicação são frequentemente utilizadas como sinônimos. Apresentaremos a distinção feita pelo autor com relação a esses termos. A explicação situa-se no nível do sujeito locutor com a finalidade de comunicar ao outro o caráter de verdade de um enunciado matemático. A explicação, reconhecida como convincente por uma comunidade, adquire um estatuto social, constituindo-se uma prova para esta comunidade, seja a proposição "verdadeira" ou não. Quando a prova se refere a um enunciado matemático, o autor a chama, somente neste caso, de *demonstração*.

Quando o professor introduz um novo conteúdo matemático ele pode aparecer como sequência de algo que já vem sendo estudado ou algo totalmente novo. É possível que o professor apresente esse conteúdo de forma que o aluno se sinta motivado a aprende-lo. Mas em muitos manuais didáticos ainda encontramos formas de ensinar que levam o aluno a "acreditar" nas fórmulas e resultados que lhes são apresentados.

As *provas* são explicações aceitas por outros num determinado momento, podendo ter o estatuto de prova para determinado grupo social, mas não para um outro. As demonstrações são provas particulares com as seguintes características:

- são as únicas aceitas pelos matemáticos
- respeitam certas regras: alguns enunciados são considerados verdadeiros (axiomas), outros são deduzidos destes ou de outros anteriormente demonstrados a partir de regras de dedução tomadas num conjunto de regras lógicas
- trabalham sobre objetos matemáticos com um estatuto teórico, não pertencentes ao mundo sensível, embora a ele façam referência.

Também não podemos deixar de considerar a crença de De Villiers (2002) de que a demonstração tem funções diversas em matemática uma vez que elas podem aparecer como um recurso para eliminar as dúvidas:

i) **Verificação**: convencimento próprio e dos outros a respeito da veracidade de uma afirmação;

ii) **Explicação**: compreensão do por que uma afirmação é verdadeira;

iii) **Descoberta**: de novas teorias, conjecturas ou resultados a partir da tentativa de se demonstrar uma conjectura;

iv) **Comunicação**: negociação do significado de objetos matemáticos;

v) **Desafio intelectual**: satisfação pessoal pelo êxito na demonstração de um teorema;

vi) **Sistematização**: organização de resultados em um sistema dedutivo de axiomas, conceitos e teoremas.

Enquanto alguns autores procuram diferenciar explicação, argumentação, prova e demonstração de um ponto de vista de estrutura de construção ou de discurso outros se dedicam a explicações sobre demonstrações sob um ponto de vista cognitivo como é o caso de Duval (1995). Este autor, ao analisar as causas do fracasso no ensino e na aprendizagem da demonstração em Matemática entende a demonstração como uma atividade cognitiva específica cuja aprendizagem não está ligada a uma situação de interação social, nem subordinada às pressões internas de um objeto. Pelo contrário, é um modo de processamento cognitivo autônomo com características específicas quando comparada com outras formas de funcionamento de raciocínio como a indução, a argumentação ou a interpretação. Para o autor a aprendizagem da demonstração consiste primeiramente na conscientização de que se trata de um discurso diferente do que é praticado pelo pensamento natural. No entanto, tal conscientização só ocorre por uma articulação de dois registros, sendo um deles o da linguagem natural, que acredita deva ser utilizado pelo aluno. Além disso, existe um "gap" estrutural entre prova e argumentação uma vez que as inferências da argumentação são baseadas em conteúdos enquanto que as provas seguem um esquema dedutivo (dados, afirmações e regras de inferência).

Julgamos enriquecedor considerar, ainda, algumas definições relativas a prova elaborada por Harel (2008) que numa série de dois artigos discute duas questões:

1) Qual é a matemática que deveríamos ensinar na escola?

2) Como nós deveríamos ensiná-la?

A primeira questão está principalmente ligada a contextos relacionados à prova. E Harel (2008) faz as seguintes distinções: provar, prova e esquema de prova. Primeiramente, o autor define "provar" como o *ato mental* que uma pessoa (ou comunidade) emprega para remover dúvidas sobre a veracidade de uma afirmação. O ato de provar é incorporado por um de dois atos: verificar e persuadir, ou por uma combinação dos dois. Verificar é o ato que o indivíduo emprega para tirar suas próprias dúvidas sobre a veracidade de uma afirmação, enquanto que persuadir é o ato que o indivíduo emprega para tirar as dúvidas dos outros sobre a veracidade de uma afirmação. As definições a seguir são feitas dentro destas perspectivas. "Uma *prova* é o argumento particular que se produz para certificar para alguém ou para convencer os outros que uma afirmação é verdadeira, enquanto que um *esquema de prova* é uma característica cognitiva coletiva de provas que alguém produz" (Harel, p.489, nossa tradução)

Balacheff (1982) faz uma distinção entre *prova* e *demonstração*, enquanto que Harel (2008) distingue *provar* de *prova* . Acreditamos que as definições apresentadas acima se completam de alguma forma e nos permite refletir sobre o leque de possibilidades que uma prova

ou demonstração nos oferece: desde o convencimento próprio da veracidade de uma afirmação, do convencimento de uma comunidade, passando pela aprendizagem de conteúdos diversos até a apreensão de um discurso diferente do qual estamos habituados como a linguagem natural.

Estudo de caso

Nesse projeto sobre o raciocínio dedutivo foram adotados os princípios da pesquisa-ação, uma vez que foi concebido e realizado com uma ação ou com a resolução de problema coletivo no qual tanto os pesquisadores quanto os professores participantes estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo (Thiolent, 1998).

Este trabalho consiste numa pesquisa qualitativa. Pretendemos relatar, em detalhe, parte de uma das atividades realizadas com professores que estavam participando do grupo de formação continuada, o que vem a caracterizar um estudo de caso. André (1995, p.30) coloca que o estudo de caso aparece há muitos anos nos livros de metodologia da pesquisa educacional como *"estudo descritivo de uma unidade, seja uma escola, um professor, um aluno ou uma sala de aula"*. A autora ainda pontua que o estudo de caso pode advir de uma questão particular que o pesquisador vai ajudar a elucidar. Nesse sentido, Ponte (2006) esclarece que um estudo de caso objetiva conhecer uma entidade bem definida, em profundidade, é uma investigação voltada para o "como" e o "porquê", além de estar inserida em um certo contexto. Para o pesquisador:

É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais especial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenômeno de interesse. (Ponte, 2006, p.107)

Os professores participantes do projeto atuavam tanto na rede pública quanto privada e a formação acadêmica era variada: alguns possuíam licenciatura em matemática e outros algum tipo de complementação que os habilitava a lecionar. Os encontros do grupo eram semanais com duração de três horas. Nesses encontros os participantes costumavam receber, inicialmente, algum material fotocopiado com questões a serem discutidas ou problemas a serem resolvidos. A professora formadora solicitava que trabalhassem individualmente, em duplas ou trios. Havia momentos de discussão em que a formadora interagia com o grupo enriquecendo as conclusões ou eliminava dúvidas indo para a lousa.

No encontro que selecionamos foi distribuído para os participantes duas folhas fotocopiadas contendo a demonstração da fórmula que fornece o número de combinações de m elementos tomados r a r. Essa demonstração selecionada adota na primeira parte o estilo de demonstração por absurdo no qual se nega a tese e após uma sucessão de passagens matemáticas chega-se a um absurdo e, portanto, conclui-se que a tese é verdadeira. Na demonstração são utilizados conceitos prévios da análise combinatória como arranjos e teoria dos conjuntos. Essa redação está de acordo com a definição de Balacheff (1982) que considera como uma das características da demonstração respeitar certas regras e que alguns enunciados são deduzidos de outros anteriormente demonstrados a partir de regras de dedução tomadas num conjunto de regras lógicas. Trata-se de uma demonstração algébrica e, portanto, bastante distante da linguagem natural e segundo Duval (1995), a aprendizagem da demonstração consiste primeiramente na conscientização de que se trata de um discurso diferente do que é praticado pelo pensamento natural.

Transcrevemos abaixo a demonstração que os professores receberam o que possibilitará posteriormente a compreensão dos comentários que realizaram durante a sua leitura. Essa demonstração foi retirada do volume 5 de uma tradicional coleção de livros de matemática (Hazzan, p.33-34, 1993).

Cálculo do número de combinações

$S \quad M = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ e $l \quad p \quad C_{m,r}$ o $\binom{m}{r}$ o núm d c çõe d m e t r a r.

T u c ção, d e : $E_1 = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_r\}$. S p o el d E_1, o $r!$ a .

S t o c ção, d $E_2 = \{a_2, a_3, \dots, a_r, a_{r+1}\}$, p o el d E_2, o te o $r!$ a .

Cha d x o núm d c çõe , l é, x
$= C_{m,r}$ e s ha f t a c çõe d m el t s r a r. São e : $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$.

C c ção E_i dá o a $r!$ a . Cha d F_i o c d a g p el d E_i.

Tem e ão a se c ên :

$$\begin{array}{l} E_1 \to F_1 \\ E_2 \to F_2 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ E_n \to F_n. \end{array}$$

Verifiquemos que: (I) $F_i \cap F_j = \emptyset$ p $i \neq j$
(II) $F_i \cup F_2 \cup F_3 \cup \cdots \cup F_n = F$, e q F é o núm d a d m e d M t r a r.

Temos: (I) S $F_i \cap F_j \neq \emptyset$ (p $i \neq d$ j), e ão e u a q p a F_i e F_j si .
T o e d a o ía q c c E_i e E_j e, p , E_i
$= E_j$. l é a , p q n c ím t a c çõe : $E_i \neq E_j$ (p $i \neq j$).

L , $F_i \cap F_j = \emptyset$.

(II) P p q $F_1 \cup F_2 \cup \cdots \cup F_n = F$, p q : $\begin{cases} F_1 \cup F_2 \cup \cdots \cup F_n \subset F \text{ e} \\ F \subset F_1 \cup F_2 \cup \cdots \cup F_n. \end{cases}$

a) Seja *a* um arranjo tal que $a \in F_1 \cup F_2 \cup \cdots \cup F_n$, e ão $a \in F_i$ (p a $i \in \{1,2 \dots x\}$) e, e , $a \in F$; l : $F_1 \cup F_2 \cup F_3 \cup \cdots \cup F_n \subset F$

b) S a a u a t q $a \in F$. S t o e d a a, o u d c çõe , d E_i. O ,
C E_i g o c n d a F_i, e ão $a \in F_i$ e, p , $a \in F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_i \cup \dots \cup F_n$

Então: $F \subset F_1 \cup F_2 \cup \cdots \cup F_n$
De (a) a (b) resulta que: $F_1 \cup F_2 \cup \cdots \cup F_n = F$.

Sabemos ainda que, se *x* conjuntos são disjuntos dois a dois, o número de elementos da união deles é a soma do número de elementos de cada um
Isto é, $\#(F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_n) = \#F \Rightarrow \#F_1 + \#F_2 + \dots + \#F_n = \#F$

$$r! + r! + \cdots r! = \frac{m!}{(m-r)!} \Rightarrow x \cdot r! = \frac{m!}{(m-r)!}$$

Logo: $x = \frac{m!}{(m-r)!r!}$. Co x l $C_{m,r}$ $\left(o \binom{m}{r}\right)$, t a f ór d núm d c çõe :

$$C_{m,r} = \binom{m}{r} = \frac{m!}{r!(m-r)!} \quad \forall\, m, r \in \mathbb{N}^* \quad r < m$$

Nessa sessão estavam presentes uma formadora que indicaremos por F1 e os professores que se manifestaram serão identificados por P1,P2, P3 e P4 . Os professores receberam o

material fotocopiado com a demonstração da fórmula do número de combinações e os objetivos da atividade eram que discutissem, compreendessem e interpretassem a demonstração. Inicialmente, os professores deveriam ler em duplas a demonstração e posteriormente haveria uma discussão com a formadora. Os comentários e toda a sessão foram registrados por duas professoras observadoras presentes e por meio de gravação. Passaremos a transcrever o trecho selecionado dessa sessão após a formadora ter solicitado que lessem a demonstração em duplas:

P1: Depois da leitura vamos começar a discutir porque

P2: Deu vontade de chorar.

P2 propõe que comecem a ler juntos e começam a ler linha por linha.

P3: não entendi esse a_m aqui.

P1: explica para ele; não sabemos de quantos em quantos e indica por m.

P4: quero entender esse E_1 e esse E_2.

P1: explica sempre que eu for permutar os elementos de E, vou obter $r!$.

P4: até aqui tá bom. Viram a página para 34.

Os professores recorrem à página anterior para entender $E_1 \rightarrow F_1$

P4: de onde vem o j e o i

P1: são índices, para não falar 1, 2, 3, ficar numerando eles, são os conjuntos de arranjos.

Ex.: $M = \{a,b,c,d,e,f\}$ (**P1** faz a lápis explicando para colegas)

Ex.: $\left.\begin{matrix} abc \\ acd \end{matrix}\right\rangle$ esses conjuntinhos chamamos de combinação.

Permutou elementos das combinações (c,b,a) e esses arranjos chamou de F. Cada combinação tem seus F...

Sabe Deus se é isso mesmo.

Cada combinação tem $r!$ Se ele fizer a intersecção dos arranjos vai dar ϕ .

O arranjo pode trocar de lugar.

Na combinação $acd = cda$. $\{abc\} \rightarrow \{cba\}\{acb\}$ (arranjos de uma combinação)

A intersecção de arranjos de uma combinação com os arranjos de outra combinação vai dar ϕ .

P4: Aí **P1** matou se $F_i \wedge F_j = \phi$ então $F_i \wedge F_j \neq \phi$ é absurdo.

P2: Estou acompanhando tudo, entendi tudo.

P1 pede para que os colegas também falem; pois só ela fala.

P4:Duas combinações diferentes dão arranjos diferentes

P1: Tudo bem afirmou isso aqui:

II $\rightarrow$ agora para entender que a "soma" da F. Como perguntei aonde? Me mostrou II e consertou "a união dá F".

Leram e releram silenciosamente.

P2:Vai provar que todos os arranjos estão contidos em F, nossa que difícil. Parece que a gente está vendo hieróglifos.

A formadora **F1** interrompe dizendo que se quiserem ela reescreve demonstração

P3: parece que a gente está lendo inglês. (forma mais palpável).

F1: eu nem comecei por PIF.

P3: aí não teria ninguém aqui.

P1: tá, então vou pegar um arranjo qualquer que chamo de $\underline{a}$, que com certeza, vai pertencer a união de todos.

P3: $\underline{a}$ seria um elemento, porque o símbolo pertence é para elemento.

P1: a gente tem as combinações e os arranjos, subconjunto se relaciona com pertence. Um subconjunto que chamou de $\underline{a}$ pertence a um conjunto.

P4: conjunto universo.

P3 insiste: conjunto com conjunto não se usa $\in$.

P4: é isso está confuso

P3: a não ser que ele esteja.....

P1 relê em voz alta: $\underline{a}$ é um dos arranjos.

P4: pega um dos arranjos.

P1: esse arranjo é como se fosse um elemento.

P4: estamos pensando num arranjo como elemento único individual, mas não é. É uma parte do conjunto de arranjos....

Como surgiram muitas dúvidas durante a leitura da demonstração foi necessário que a professora formadora fosse para a lousa e fizesse a demonstração prestando os devidos esclarecimentos e sanando as dúvidas.

Considerações sobre os depoimentos dos professores

O trabalho proposto pela formadora consistia em que os professores lessem uma usual demonstração da fórmula para o cálculo do número de combinações de *m* elementos tomados *r* a *r* a fim de verificar seu grau de compreensão do texto. Mesmo tratando-se de uma atividade em que os professores não deveriam redigir uma demonstração, mas apenas compreendê-la observamos que apresentaram uma série de dificuldades.

Nesse contato inicial com a demonstração da fórmula os professores apresentaram dificuldades básicas como a compreensão do significado de notações como a_m , E_1 e E_2, índices *i* e *j*. tais dificuldades ficaram evidentes com os seguintes comentários: *não entendi esse a_m aqui; quero entender esse E_1 e esse E_2; de onde vem o j e o i*. Nota-se que as dificuldades já apareceram na primeira linha da demonstração quando se considerou um conjunto qualquer M com *m* elementos indicados por a_1,a_2, ..., a_m . A seguir, as combinações de *r* elementos foram indicadas por E_1, E_2, ..., E_x e tal indicação também não foi aceita com clareza. Cada combinação foi chamada de forma genérica por E_i e F_i foi a denominação dada para o conjunto dos arranjos gerados pelos elementos de E_i. Para indicar que conjuntos de arranjos gerados por diferentes combinações não possuem elementos comuns foi utilizada a seguinte notação: $F_i \quad F_j = \emptyset$. E com

relação a esses índices *i* e *j* que alguns professores questionaram de onde haviam surgido. Fica evidente que não estão habituados com notações que possibilitam generalizações.

Os obstáculos que os professores tiveram que enfrentar para tentar entender a demonstração da fórmula do número de combinações foram desde a compreensão das notações utilizadas até os conceitos matemáticos necessários, propriamente ditos. Inclusive, observa-se que alguns dos professores ainda não possuíam noções claras da teoria de conjuntos onde o símbolo utilizado para se relacionar elemento com conjunto é "pertence" ($\in$) e os símbolos utilizados para relacionar conjunto com conjunto são "está contido" ($\subset$) e "contém" ($\supset$). Tal fato é constatado quando P1 diz que *"subconjunto se relaciona com pertence"* e P3 insiste**:** *"conjunto com conjunto não se usa pertence "*.

Esses comentários dos professores que demonstraram ter necessidade de conhecimentos como notações de termos genéricos e noções de teoria de conjuntos para compreender a demonstração de uma fórmula de número de combinações ilustram as considerações de Rav (1999) que afirma que as demonstrações têm uma importância que vai além de estabelecer uma verdade matemática. O autor considera que a prova tem valor não só porque demonstra um resultado, mas também porque apresenta novos métodos, ferramentas, estratégias e conceitos que possuem uma ampla aplicabilidade em matemática e possibilita o desenvolvimento de novas direções matemáticas. Ainda, para o autor, as provas são o alicerce do conhecimento matemático. Essas dificuldades de compreensão que os professores apresentaram na compreensão da demonstração também estão relacionadas com o fato de tratar-se de um discurso diferente do que é praticado pelo pensamento natural, exigindo uma atividade cognitiva específica (Duval,1995).

Entretanto, alguns professores possuíam noção de análise combinatória como é o caso de **P1** que explica de forma coloquial que *abc* e *acd* são "conjuntinhos chamados de combinação" e com relação a arranjo diz que "arranjo pode trocar de lugar" e exemplifica "$acd = cda$".

As expressões utilizadas durante a leitura da demonstração deixam claro que o texto não era familiar dos professores e que, portanto, não estavam habituados a demonstrar: *Deu vontade de chorar, Sabe Deus se é isso mesmo; parece que a gente está lendo inglês, … nossa que difícil. Parece que a gente está vendo hieróglifos*.

Considerando toda a dificuldade que os professores tiveram na leitura da demonstração pode-se concluir que:

- Demonstrar não faz parte do cotidiano desses professores
- Possuem deficiências de alguns conteúdos matemáticos que acabam se tornando obstáculos na compreensão de demonstrações

Diante dessa realidade, temos indícios do porque demonstrar não faz parte da rotina de professores do ensino fundamental e médio. Essa realidade mostra também que é muito difícil ou praticamente impossível ensinar algo que não se domina. Essa atividade propiciou aos professores em formação não só o estudo da demonstração da fórmula que permite calcular o número de combinações, mas também o resgate de conteúdos de teoria de conjuntos e notações de termos genéricos.

Usualmente, os alunos são levados a redigir soluções de problemas, mas, geralmente, não vivenciam situações que favorecem a elaboração de demonstrações. Sabe-se que o ensino da

prova tem o potencial de tornar conhecido dos alunos outras partes importantes do conhecimento da matemática e fornecer para eles um quadro mais amplo da natureza da matemática conforme acredita Hanna (2008) que ainda considera que as demonstrações possuem uma função que vai além da comprovação da afirmação em questão, "elas têm a capacidade de expandir a caixa de ferramentas de técnicas e estratégias dos estudantes para a resolução de problemas" (Hanna, p.348, 2008). Esperamos que com um projeto de formação continuada mais abrangente, e que seja proposto a nível nacional, essas dificuldades que os professores em serviço encontram com relação a conhecimentos matemáticos possam ser superadas e que esse quadro possa ser revertido com os professores passando a levar a demonstração para a sala de aula.

Bibliografia e referências

Almouloud, S. A., & Fusco, C. A. (2006). Discutindo algumas dificuldades de professores dos ensinos fundamental e médio a respeito do conceito de demonstração. In *Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 3, 2006*. Águas de Lindóia, SP. Anais... Águas de Lindóia.

André, M. E. D. A. de. (1995). *Etnografia da prática escolar*. Campinas: Papirus.

Balacheff, N.. (1982). Preuve et démonstration en mathématiques au collège. *Recherches em Didactique des Matémathiques*, *3*(3), 261-304. Grenoble.

Brasil. Ministério da Educação. (2000). *Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio*. Brasília: Secretaria da Educação Média e Tecnológica

De VillierS, M. (2002). Para uma compreensão dos diferentes papéis da demonstração em geometria dinâmica (Trad. Rita Bastos). *ProfMat*, 10, 2002, Visue, Portugal. Actas... (CD-ROM) Visue: Associação de Professores de Matemática.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Suiça: Peter Lang.

Duval, R. (2000). Écriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *20*(2), 135-170.

Fusco, C. A., & Almouloud, S. A. (2009). A prova e demonstração: uma questão problemática para professores do ensino básico. In *Simpósio de educação matemática, 10, 2009*. Anais ... Chivilcoy, Argentina.

Hanna, G., & Barbeau, Ed. (2008). Proofs as bearers of mathematical knowledge. *ZDM Mathematics Education*, *40*(3), 345-453. Heidelberg: Springer Berlin, Disponível em: < http://www.springerlink.com/content/l811525732721706/>. Acesso em 25 ago.2014.

Harel, G. (Ed.). (2008). DNR perspective on mathematics curriculum and instruction, Part I: focus on proving. ZDM Mathematics Education, *40*(3), 487-500, Heidelberg: Springer Berlin.

Hazzan, S. (1993). *Fundamentos da matemática elementar: combinatória, probabilidade* (6ª ed., Vol. 5). São Paulo: Atual.

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *BOLEMA, 19*(24), 105-132. Rio Claro (SP).

Thiollent, M. (1998). *Metodologia da pesquisa-ação* (8ª ed.). São Paulo: Cortez.

Investigando a formação para a docência – as relações proporcionais em sólidos geométricos

Adriana Camejo da **Silva** Aroma
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Brasil
acamejo@uol.com.br
Simone Roberta Massuco **Beltrame**
Cooperativa Educacional Educativa
Brasil
smbeltrame@bol.com.br

Resumo

O trabalho que ora se apresenta traz a análise de uma sequência didática, com vistas a compreensão do processo de construção de saberes da docência, envolvendo o trabalho com sólidos geométricos no 5º ano do Ensino Fundamental. A luz dos trabalhos de Shulman (1986, 1987), que aponta categorias para o conhecimento docente, buscou-se analisar a transformação da prática de uma professora, quando assessorada por profissional da área. A hipótese inicial para a elaboração e aplicação da sequência didática foi que tal conteúdo pode contribuir para a construção de um determinado tipo de pensamento em matemática: o pensamento proporcional. Os resultados da aplicação da atividade sugerem que o avanço na construção de relações matemáticas proporcionais pode ser conquistado a partir de investigações matemáticas entre sólidos geométricos, enquanto, os resultados da análise do desenvolvimento de saberes relativos a prática profissional do professor, apontam para a necessidade de se apoiar o processo.

Palavras chave: conhecimentos para a docência**,** sólidos geométricos, pensamento proporcional.

Acerca da discussão sobre saberes da docência muitos pesquisadores têm apresentado contribuições. Desde a década de 80, os trabalhos de Tardif et al (1991), Shulman (1987) e Schon (1983, 1987) abordam a questão de diferentes formas.

Adotando-se a perspectiva de Shulman (1987), pode-se entender que a base de conhecimentos docentes para o ensino estaria assentada em um corpo de compreensões, conhecimentos, habilidades e disposições que são intensamente solicitados em cada etapa do processo de ensino, considerando-se as especificidades de cada situação: a área do conhecimento que o professor ensina, níveis, contextos e modalidades de ensino.

Para o autor, a construção dessa base ocorre ao longo da vida pessoal de cada professor, mas é mais limitada ao longo da formação inicial, e se amplia e aprofunda a medida em que a experiência profissional se fortalece, tornando-a mais refletida e objetivada.

O mesmo autor agrupa os conhecimentos presentes no fazer docente em três categorias: conhecimento do conteúdo específico, conhecimento pedagógico geral e o conhecimento pedagógico do conteúdo, de tal forma que a primeira categoria abarcaria a compreensão que o

professor necessita deter a respeito de fatos, conceitos, processos, procedimentos relativos ao assunto que ensina.

De seu ponto de vista, o professor necessita dominar o conteúdo que ensina, a fim de planejar formas de se representar o conteúdo a ser ensinado, considerando os objetivos para cada turma, ou nível de ensino.

Já o conhecimento pedagógico geral transcende uma área do conhecimento específica. Essa categoria do saber docente abrangeria o que se sabe a respeito de teorias e princípios relacionados a processos de ensinar e aprender, o conhecimento a respeito dos alunos, até mesmo saberes relacionados à gestão da escola e da sala de aula.

Por último, tem-se a categoria conhecimento pedagógico do conteúdo. Nela incidem conhecimentos relativos ao processo de ensino de um determinado conteúdo, o que possibilita ao docente antever as dificuldades que podem se manifestar no processo de aprendizagem, as alternativas a fim de contorná-las, os exemplos, as analogias, os melhores exercícios e material didático a serem adotados, o que dizem os erros cometidos pelos alunos etc.

A categoria conhecimento pedagógico do conteúdo revela-se essencial ao fazer docente. Por meio dela, o professor assume a autoria do processo de ensino, assumindo seu papel de protagonista, posto que dele emanam as decisões que orientam o fazer profissional.

Nesse contexto, apontamos ainda a especificidade do fazer e da formação polivalente de professoras atuantes nos anos iniciais do Ensino Fundamental, foco desse trabalho. A formação inicial ofertada a tais profissionais apresenta ênfase no que se pode denominar, de acordo com Shulman, (1987) de conhecimento pedagógico geral. O objetivo dessa etapa de formação não é formar especialistas em nenhuma área do conhecimento, mas um profissional especialista no processo de aprendizagem, quando se considera a infância.

Isso posto, passemos a considerar o ensino do tópico curricular sólidos geométricos, para um grupo de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, de uma professora com 5 anos de experiência, em turmas de 5º ano. Ressaltamos que embora Shulman (1987) não destaque o saber da experiência em seus trabalhos como uma categoria da base do conhecimento docente, ela está presente em todo o processo de sua construção, de tal forma que o autor frisa seu papel necessário (mas não suficiente) para a construção do conhecimento pedagógico do conteúdo por parte do professor.

Assim, a professora em questão planejou uma sequência didática que envolveu a exploração de sólidos geométricos representados em material acrílico, material disponível no acervo da unidade escolar, a exploração de caixas de embalagens diversas, incluindo seu desmonte, de tal forma que os polígonos da base de tais representações de sólidos variaram entre formas quadradas, hexagonais, retangulares etc.

As decisões a respeito das atividades, assim como seu direcionamento didático foram embasadas no trabalho de Maranhão e Machado (2011), e por isso apresentamos as ideias das autoras que foram consideradas no processo.

Do trabalho das autoras conclui-se que a abordagem didática dos sólidos geométricos pode contribuir para o desenvolvimento de certa habilidade, denominada pensamento proporcional, e descrito como aquele usado para de acordo com Maranhão e Machado (2011) "descrever os conceitos e os pensamentos requeridos para compreender: taxa de variação, proporção e proporcionalidade, incluindo escala". Além disso, as autoras afirmam que o processo de

compreensão desses elementos conceituais revela-se baseado em seu uso nos problemas de diversos ramos da Matemática e na atividade humana.

As autoras destacam alguns aspectos essenciais relativos à proporcionalidade, que poderiam ser balizadores da prática docente, propondo cinco descritores essenciais para o desenvolvimento do pensamento proporcional, conforme quadro abaixo:

Tabela 1:
Descritores do pensamento proporcional

Distinguir situações proporcionais e não proporcionais
Diferenciar variáveis diretamente proporcionais das inversamente proporcionais
Usar multiplicação e divisão para resolver problemas envolvendo proporcionalidade
Fazer comparações numéricas envolvendo os racionais e também não numéricas, ao trabalhar com proporcionalidade
Usar ideia de covariação

Fonte: Maranhão e Machado (2011)

Dentre os descritores acima indicados, focalizamos os itens 1 e 2: distinguir situações proporcionais e não proporcionais, e diferenciar variáveis diretamente proporcionais das inversamente proporcionais, pois entendemos que se aproximam da proposta didática apresentada aos alunos, em atividade que integrou uma sequência didática parcialmente relatada no trabalho em tela.

A respeito da distinção entre situações proporcionais e não proporcionais, para que se atinja o conhecimento matemático, as autoras indicam a necessidade do trabalho didático envolver inferências e deduções, e as justificativas abarcarem convenções matemáticas, assim como a coordenação de diferentes registros: em língua materna, por meio de desenhos, de recortes e colagens, no caso dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Na mesma direção, as autoras ainda citam o trabalho de Sfard, (apud Maranhão e Machado, 2011) para quem as resoluções de problemas integram o processo de compreensão, de tal forma que se atinja o conhecimento matemático amplo, por meio do trânsito adequado de vários campos. Para as autoras, a compreensão requereria ainda a comunicação de ideias, "considerando que as noções de aprender, conhecer, pensar, comunicar e compreender são intrínsecas e socialmente mediadas, particularmente na escola" (Maranhão e Machado, 2011, p. 151).

Do estudo das autoras, do ponto de vista didático, depreende-se que na escola, há que se investir na distinção entre situações proporcionais e não proporcionais por meio de análise de enunciados de problemas de variados campos, procurando-se produzir justificativas para as ideias experimentadas.

No que diz respeito à diferenciação entre variáveis diretamente proporcionais e inversamente proporcionais, Duval (2002) aponta a necessidade da visualização, o que requer organização de relações entre as variáveis envolvidas, assim como a completa apreensão de qualquer dessas organizações, para que o conhecimento matemático seja construído, ideia corroborada por Maranhão e Machado (2011).

Dada a complexidade de problemas envolvendo a diferenciação entre variáveis proporcionais e não proporcionais, as autoras contribuem para o debate, aprofundando aspectos didáticos ligados à docência. Elas indicam que sejam propostos problemas em variados campos, e que a exploração preceda a tomada de decisão acerca da estratégia de resolução de problemas.

Ainda a respeito do planejamento da ação didática e seu desenvolvimento no que tange ao trabalho com o tópico curricular em questão, ressaltamos que a professora foi supervisionada em um trabalho colaborativo entre corpo docente e assessoria da área. Desse trabalho, emergiram as possibilidades de abordagem didática, a elaboração das propostas de exercícios (abaixo relatadas), assim como o acompanhamento na execução das diferentes etapas previstas na sequência didática.

Dessa forma, nos questionamos a respeito do processo de construção de conhecimento pedagógico do conteúdo, nas circunstâncias acima relatadas: *que influências exercem o conhecimento específico do conteúdo e o conhecimento pedagógico geral na construção do conhecimento pedagógico do conteúdo, especificamente quando se trata do ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental?*

A sequência didática

Após a exploração de representações de sólidos geométricos, o que se estendeu por quatro aulas, pois envolveram desenhos, manipulação, recorte e colagem de caixas, o grupo de alunos recebeu uma folha, na qual se apresentava uma tabela:

Tabela 2.
Exploração do número de vértices de sólidos geométricos

Prisma	Número de vértices da base	Número total de vértices
Prisma de base triangular	3	
Prisma de base pentagonal		10
Prisma de base hexagonal		
Cubo		8
	4	

Fonte: arquivo pessoal das autoras

A primeira linha da tabela foi amplamente discutida, momento no qual a professora retomou características do sólido geométrico em questão, contou vértices, arestas e faces a partir das ideias dos alunos. Na sequência, todos foram convidados a seguir preenchendo a tabela.

Na sequência da aula, a professora passou a questionar o grupo de alunos, a respeito do número de vértices da base de um sólido e o número total de vértices, conforme trazia a tabela que fora preenchida.

Para o encaminhamento dessa questão, a professora propôs que os alunos formassem grupos de três integrantes, e elaborassem uma resposta. As produções seguem abaixo:

"Sim, o número de vértices total é sempre o dobro do número de vértices da base." (Grupo 1)

"Sim, o número de vértices da base é sempre a metade do número total de vértices." (Grupo 2)

"Sim, o número de vértices da base de um poliedro é metade do número total de vértices." (Grupo 3)

Na sequência, o grupo de alunos foi convidado a preencher e analisar outra tabela:

Tabela 3.
Exploração do número de arestas de sólidos geométricos

Prisma	Número de arestas da base	Número de arestas no total
Prisma de base triangular	3	
Prisma de base pentagonal		15
Prisma de base hexagonal	6	
Cubo		12

Fonte: arquivo pessoal das autoras

O mesmo encaminhamento do item anterior foi dado, e na sequência do preenchimento da tabela propôs-se a questão: "Nessa segunda tabela, qual a relação entre o número de arestas da base de um sólido geométrico e o número total de arestas?"

Para essa questão, as respostas produzidas pelos grupos de alunos foram:

"O número de arestas total é sempre o triplo do número de arestas da base." (Grupos 1 e 2)

"O número de arestas da base de um sólido geométrico é um terço do número total de arestas." (Grupo 3)

Análises

Algumas análises despontam da aplicação da atividade, que envolvem a aprendizagem da docência e a produção de conhecimento matemático entre alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.

A primeira questão que mobilizou a professora envolvida foi a que se refere às ideias de perceber e visualizar em geometria. De acordo com o referencial teórico adotado para a elaboração e aplicação dessa sequência didática, o processo de visualização transcenderia o perceber, pois se trata de uma organização cognitiva de unidades representativas de figuras – os sólidos em acrílico e as caixas de embalagens utilizadas, para acesso aos conceitos relativos às figuras matemáticas, que são abstratas.

Nesse sentido, Maranhão e Machado afirmam que

> (...) visualização se refere à atividade cognitiva intrinsecamente semiótica, isto é, supõe a construção de uma imagem bem distinta da percepção, por envolver organização entre unidades representativas, bem como a completa apreensão de qualquer dessas organizações (Maranhão e Machado, 2011, p.147).

Assim decidiu-se pela exploração inicial, oportunizando que os alunos observassem os sólidos geométricos, manipulando-os, levantando características, nomeando elementos matemáticos que os compõem, o que possibilitou que o grupo de alunos ultrapassasse a percepção, rumo a visualização, que abarcou não apenas a contagem de arestas e vértices, mas a relação entre tais elementos.

Nesse aspecto, a fim de nos aproximarmos do processo de construção do conhecimento pedagógico do conteúdo, cabe nos aprofundarmos no que sustentou a decisão da professora pela exploração inicial de representações de sólidos geométricos.

Nesse momento, a professora antecipou a discussão que conduziria a seguir, referente a relação entre o número de vértices da base, e o número total de vértices do sólido em questão. A professora percebeu a importância e a possibilidade de se ultrapassar a simples manipulação de sólidos em acrílico, rumo ao desenvolvimento da capacidade de seus alunos de visualizarem a figura em questão, e a partir disso alcançar relações de natureza proporcional.

A relação entre a quantidade de vértices e arestas, discutida enquanto os alunos preenchiam as tabelas, também é uma questão que aponta para a construção dos conhecimentos da base da docência. Ao optar pelo trabalho em grupo, a professora possibilitou que os alunos pudessem refletir e levantar hipóteses, comunicando ideias matemáticas.

Tal processo foi reforçado pela própria solicitação da atividade, que após a apresentação da tabela, solicitou que se redigisse – em língua materna uma relação observada na tabela.

De acordo com os ensinamentos de Duval (apud Maranhão e Machado 2011), ao fazê-lo pode-se dizer que a professora possibilitou que a relação matemática visualizada pudesse ser expressa em outra linguagem, o que por sua vez, fez com que os alunos coordenassem diferentes registros de representação semiótica. De acordo com o autor, essa dinâmica conduz ao conhecimento matemático.

No que diz respeito à aprendizagem da docência, cumpre ressaltar uma conclusão da professora, que será observada na continuidade da aplicação da proposta (mesmo que no próximo ano letivo): que a tabela 1 siga a seguinte ordem de figuras: prisma triangular, cubo, paralelepípedo, prisma pentagonal e prisma hexagonal, a fim de se alcançar maior economia de tempo para aprofundamento no estabelecimento das relações solicitadas: (a) variando o número de vértices de uma das bases, varia concomitantemente o número total de vértices, e (b) a constante de proporcionalidade é 2 porque o número total de vértices é o dobro do número de vértices de uma das bases, ou seja, o número total de vértices é duas vezes o número de vértices de uma das bases, o que revela o avanço dos saberes docentes.

Assim, a análise do fazer docente revela um processo dinâmico de construção de saberes: a partir da compreensão inicial que a professora detinha acerca do tema que ensinaria, ela segue analisando e reconstruindo objetivos para o estudo do tópico curricular em questão, isto é, o conhecimento do conteúdo específico, assim como seu conhecimento pedagógico geral nortearam decisões importantes a respeito de seu ensino. A professora uma vez alertada para relações de proporcionalidade existentes entre número de vértices e arestas da base de um sólido geométrico e o número total de vértices e arestas dessa mesma figura, reorientou sua prática, iniciando pela revisão dos objetivos de aprendizagem. Essa percepção inicial a respeito do conteúdo se deu com o auxílio da assessoria da área, e levou a professora ao planejamento de uma nova sequência didática.

Dessa forma, ela segue transformando a prática, por meio de análise crítica do material instrucional disponível, o que foi feito à luz de suas concepções a respeito do conteúdo, revisitadas após a intervenção da assessora. Da mesma forma, ela passa a propor um trabalho que ora solicita a organização em pequenos grupos de alunos, ora a discussão coletiva de hipóteses, ora o trabalho individual.

O processo segue, e no que diz respeito a avaliação da sequência didática, a professora conclui que há algumas alterações que podem ser encaminhadas, a fim de aperfeiçoar a sequência, como a solicitação de informações a respeito das figuras em uma determinada ordem, e a necessidade de se abordar a constante de proporcionalidade.

Do ponto de vista da análise do desenvolvimento do pensamento proporcional, cumpre ressaltar que o conteúdo sólidos geométricos tem potencial para fazer avançar tal tipo de pensamento, desde que o trabalho docente tenha como objetivo fazê-lo. Assim, as antecipações do profissional, antevendo as questões que podem surgir, assim como o planejamento cuidadoso da intervenção exercem importante papel para que se proporcione real possibilidade de avanço de conhecimentos matemáticos.

Do ponto de vista da construção do conhecimento pedagógico do conteúdo, cumpre ressaltar que o exercício reflexivo, desde o planejamento da ação docente, até a avaliação do trabalho, no tópico em questão, foi essencial no processo.

No entanto, retomando a questão norteadora dessa pesquisa, tem-se que o processo de construção de saberes da docência é impulsionado quando a agência formadora – nesse caso a escola, assume seu papel no sentido de proporcionar ao professor o acompanhamento da prática pedagógica, posto que, se bem orientado esse processo tende a seguir ao longo da carreira docente.

Considerando-se, que a formação docente é um processo que se dá ao longo da vida do profissional, e não apenas ao longo da formação inicial, observa-se a necessidade de se proporcionar espaços de discussão da prática, a ampliação e aprofundamento de saberes, principalmente de professores polivalentes, para que o processo formativo encontre possibilidades de efetivação.

Referências Bibliográficas

Duval, Raymond. (2002). Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking: Basic issues for learning. In: Hitt, F. (Ed.) *Representations and mathematics visualization*. México, D.F.: Departamento de Matemática Educativa Del Cinestav.

Maranhão, Cristina e Machado, Silvia. (2011). Uma meta-análise de pesquisas sobre o pensamento proporcional. In: *Educar em revista*, número especial 1/2011, Editora UFPR.

Schon, D. A. (1983). *The reflective practitioner*. New York: Basic Books.

Schon, D.A (1987). *Educating the reflective practitioner*. San Francisco: Jossey-Bass.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2).

Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57 (1).

Tardif, M; Lessard, C.; Lahaye, L. (1991). Os professores face ao saber: esboço de uma problemática do saber docente. *Teoria & Educação*, Porto Alegre, Pannonica, n.4.

La comprensión en Matemáticas del profesor de educación básica en México. El concepto de razón de cambio.

Miguel **Díaz** Chávez
Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México
México
mdiaz3010@gmail.com

Resumen

Reportamos los hallazgos de una experiencia diseñada con dos propósitos: uno, identificar el nivel de comprensión que tiene el profesor del nivel básico este nivel acerca del concepto de razón de cambio y dos, intervenir en su proceso de comprensión; aquí damos cuenta del primero. La experiencia la desarrollamos en el contexto de un programa de actualización aplicando un cuestionario que contenía dos tareas: la descripción del concepto y la resolución de problemas no rutinarios. El análisis de las descripciones de los profesores nos descubrió el deficiente nivel de comprensión que estos alcanzan; el cual contrasta con el nivel de comprensión instrumental que muestran en las representaciones y, las relaciones que establecen entre estas. El estudio nos revela que entre la comprensión instrumental y relacional existen niveles intermedios de comprensión del concepto de razón de cambio.

Palabras clave: Comprensión en matemáticas, profesor de educación básica, razón de cambio

Introducción

La comprensión de los conceptos desde hace tiempo se ha enfatizado, con mucha razón, en la educación matemática; ya que, si bien es cierto que el alumno debe desarrollar habilidades y destrezas en el uso de reglas y técnicas, no es suficiente; se requiere además de la comprensión de las mismas. El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) por ejemplo, señala en sus *Principles and Standards for School Mathematics* como principio de enseñanza que: los estudiantes deben aprender matemáticas comprendiéndolas y construir activamente sus nuevos conocimientos a partir de sus experiencias y sus aprendizajes previos. Esto está íntimamente relacionado con el principio de enseñanza, para que la enseñanza sea efectiva los profesores deben conocer y comprender profundamente las matemáticas que a ellos les toca enseñar y ser capaces de recurrir a este conocimiento con flexibilidad en sus tareas de enseñanza. Tener frecuentes y amplias oportunidades y fuentes para mejorar y actualizar su comprensión. Conocer los distintos significados de los conceptos y distintas representaciones de los mismos.

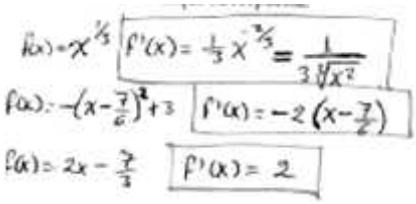
La Organization for Economic Cooperation and Development (OECD, 2002) por su parte, en el *Programme for International Student Assessment* (PISA) al respecto enuncia que: la enseñanza efectiva de las matemáticas requiere comprender lo que los estudiantes saben y necesitan aprender y, entonces exigirles y apoyarlos para aprenderlo bien. Entonces, el aprendizaje con comprensión resulta incuestionable, sin embargo, conseguirlo depende de la enseñanza, del ambiente y de actores que la promuevan, en estos últimos se encuentra el profesor.

La buena comprensión del estudiante depende de una buena comprensión de los conceptos por parte del profesor, ya que ésta le permite al docente diseñar situaciones didácticas que la promuevan; ante su ausencia seguirá reproduciendo lo memorizado y mecanizado; acción que muy probablemente provoca en los alumnos sentimientos negativos hacia la matemática, como: la fobia y la frustración, atribuidos según Boas (1981), correcta o incorrectamente, a sus profesores.

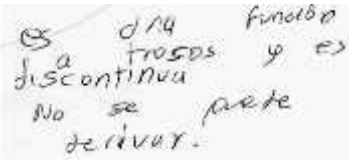
Nosotros, desde hace más de una década nos hemos interesado por la exploración y desarrollo del proceso de comprensión del profesor de matemáticas en México, particularmente de los conceptos de cálculo (Díaz, 1992). En una de nuestras investigaciones recientes (Díaz & Rivera, 2012), dirigida a indagar la comprensión de los profesores de cálculo de bachillerato acerca de los significados e interpretaciones de la derivada les solicitamos hallar la derivada de esta función:

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt[3]{x} & 0\le x\le 1\\ -\left(x-\frac{7}{6}\right)^2+3 & 1<x\le\frac{13}{6}\\ 2x-\frac{7}{3} & \frac{13}{6}<x\le 4\end{cases}$$

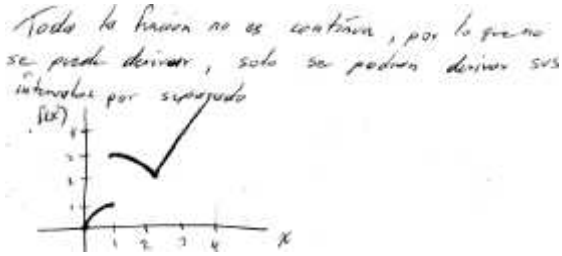
El análisis de las trayectorias de solución de los profesores nos permitió descubrir que algunos aplicaban las reglas de derivación mecánicamente, sin reflexión, a cada una de las expresiones que integraban la función.



Otros profesores, recordando algunos conceptos de cálculo de manera encapsulada, aisladas, establecían relaciones y conclusiones no coherentes



Otros más, haciendo uso de los registros gráficos llegaron, en base a la percepción visual, a conclusiones falsas



Estos hechos, nos revelaron el estado de encapsulación en que se encuentran los significados e interpretaciones de la derivada en el profesor mencionado, lo cual evidentemente tiene relación con su nivel de comprensión del concepto y, el proceso de comprensión que construyen en sus estudiantes.

La derivada es un concepto de gran riqueza por su aplicación en una amplia gama de fenómenos relacionados con el cambio. El cambio es un concepto cuya construcción formal se encuentra en el currículo de la educación básica y, es un concepto que se extiende en todo el currículum, desde la escuela elemental hasta el universitario (Lamon, 2007). Esto es evidente en conceptos como: número racional, razón, proporción, fracción, entre otros.

Dada la importancia que tiene el concepto de razón de cambio, la genética de su construcción en la educación básica, así como el bajo desempeño obtenido por los estudiantes mexicanos en distintas evaluaciones nacionales e internacionales en relación a matemáticas (Tabla 1); consideramos pertinente explorar y documentar el nivel de comprensión de los conceptos matemáticos, específicamente sobre la razón de cambio, en el profesor de educación básica; quien por cierto no cuenta con una formación en la disciplina.

Tabla 1
Resultados de México en la Prueba PISA del 2000 a 2012

AÑO DE APLICACIÓN		2000	2003	2006	2009	2012
Media obtenida por México en Matemáticas		387	385	406	419	413
Media de los países de la OCDE en Matemáticas		500	496	498	496	494
Por niveles de desempeño de los estudiantes	Debajo del nivel 1 al primer nivel		66%	56%	51%	55%
	Niveles 2 y 3		31%	38%	44%	41%
	Niveles 4 a 6		3%	5%	5%	4%

Fuente: OCDE, Base de datos PISA

Revisando la literatura encontramos algunas investigaciones relacionadas con nuestro objeto de estudio, no así del sujeto; ya que, la mayoría explora la cognición de los estudiantes (Lamon, 2007; Singh, 2000; Teuscher & Reys, 2010), otras discuten los significados y la construcción de propuestas (Behr, et al., 1992) y solo un artículo da cuenta de la exploración de la razón de cambio en los profesores, pero en el nivel superior (Ellis, 2007).

Marco teórico: Comprensión y sus niveles

El interés por estudiar la comprensión en matemáticas ha sido compartida por diversos sectores de la comunidad científica desde mediados del siglo pasado, investigadores como: Brownell (1947), Skemp (1976), Hiebert & Carpenter (1992), Sierpinska (1994), así como Carpenter & Lehrer (1999) se han dedicado a esa tarea.

En relación a la exploración de la comprensión de la razón de cambio consideramos en principio la clasificación dual que hace el profesor Skemp (1976): comprensión instrumental y comprensión relacional; así como el papel de las representaciones y las relaciones que establecen entre las mismas los sujetos como indicadores para determinar el tipo y nivel de la comprensión, enfatizado por Hiebert & Carpenter (1992). De estos últimos tomamos en cuenta cuatro elementos para analizar las representaciones y evaluar la comprensión:

1. Los errores de los sujetos.
2. Las conexiones realizadas entre los símbolos, los procedimientos simbólicos y los referentes correspondientes.
3. Las conexiones entre los procedimientos simbólicos y las situaciones de solución en problemas informales.
4. Las conexiones realizadas entre diferentes sistemas simbólicos.

Estos han sido resaltadas en escritos afines al tema (Barmby, Harries, Higgins & Suggate, 2007).

Metodología

La investigación la realizamos en el contexto de un taller de actualización de profesores sobre el eje: sentido numérico y pensamiento algebraico, con una duración de veinte horas. El taller tuvo lugar en cuatro regiones del Estado de México, con la participación total de 36 profesores de preescolar, 79 de primaria y 36 de secundaria. Para la investigación consideramos el perfil de cada profesor, el cual se identifica por la siguiente nomenclatura: Año de nacimiento, género, experiencia, licenciatura, número de cursos tomados sobre la enseñanza de la matemática en los dos años anteriores y, el grado máximo de estudios. Así por ejemplo: 77**F**13 Preescolar0M , identifica a una profesora de treinta y siete años de edad, con trece años de experiencia, no ha tomado cursos en los últimos dos años y cuenta con estudios de maestría.

Tabla 2
Perfil de los participantes en la Región Sur del Estado de México (Tejupilco)

PREESCOLAR	PRIMARIA	SECUNDARIA
	FOFN69F22 Admn. Esc0	NIJF69M18Primaria1
JAPT77F13 Preescolar0M	LOBJ60M25 No contestó0M	FIBN79M15Primaria0
PEMJ77M12Primaria0M	DOBO86M03 Sec. TV0	SACG70M19Primaria1M
RODA74F18 Primaria0	ESRD77M13 Primaria1	PAEE78F15 Preescolar0
MAUD74F16Preescolar0	AUMS86F03Preescolar0	JAAA85M0 Matemáticaeduc1
RERM76F17 Preescolar0	AASM72M20 Primaria0	GOCA73M20Primaria0
MAML68F23 Preescolar0M	PERM68M20Primaria0	CABM78F12Primaria0
LOBF81M09 Primaria0M	BEUM59F38Normal0	MAPR75M19C.Naturales0M
AIAG74F16 Preescolar0M	GOZN77M14 Primaria0	SAGM73M17Primaria0M
	POVM77F13 Primaria0M	AAJP70M19Preescolar0M
	LEAA73F16 Preescolar0	
	LOPM76M12 No contestó0	

Para explorar la comprensión diseñamos un taller y un cuestionario dividido en dos secciones. En la primera solicitamos datos relacionados con su perfil profesional. En esta misma sección se pidió a los profesores describir, varios conceptos, entre ellos el de razón de cambio. La segunda sección del cuestionario consistió de dos problemas, uno de los cuales es una adaptación del incluido en el examen PISA (2000) que titulamos: “Manzanos y coníferas”, éste es:

Un agricultor siembra árboles de manzanas. Para proteger el huerto del viento, siembra coníferas, utilizando un modelo como el que muestra el dibujo.

X=conífera; = manzana

X X X X X X X X	X X X X X X X X X X X X X X X X	X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X	X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X

a) ¿En algún momento el número de coníferas es igual al número de árboles de manzana? Escribe tus argumentos.
b) Supóngase que este agricultor quiere hacer más grande el huerto con más filas de árboles. ¿Qué aumentará más rápidamente, el número de árboles de manzana o el de coníferas? Argumenta tu respuesta.
c) ¿Cuántos árboles de coníferas se requerirán para rodear k árboles de manzana? Escribe tus argumentos.

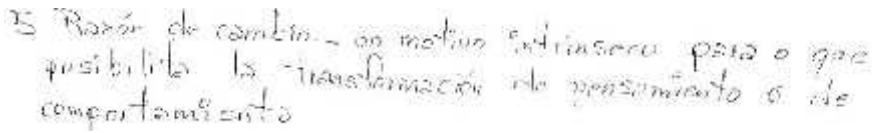
El problema en su versión original plantea tres preguntas semejantes a las nuestras con los siguientes puntajes 557, 664 y 732, respectivamente (PISA, 2002), que señalan el grado de dificultad. Para su solución se requiere de una buena comprensión del concepto de función, particularmente de la función lineal y la cuadrática, de la comprensión de la variación y, de la razón de cambio asociada a la primera derivada.

Discusión de los resultados

En lo que sigue mostramos lo más significativo de nuestros descubrimientos obtenidos sobre el nivel de comprensión de los profesores, consecuencia del análisis que realizamos de sus respuestas. El análisis lo hacemos primero considerando las descripciones y luego las trayectorias de solución al problema de manzanos y coníferas.

Lo que comunican sobre el concepto. Las descripciones.

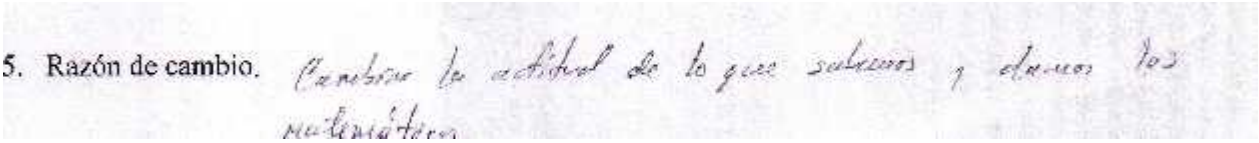
Resultado del análisis de las descripciones de los profesores participantes, encontramos que en general convergen a un significado del concepto muy distante del matemático, lo cual desafortunadamente exhibe, en términos de lo que comunican, un nivel de comprensión casi nulo del concepto; las descripciones, por ejemplo de los profesores de preescolar son de este estilo:



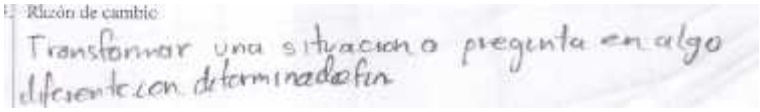
Descripciones como la anterior asocian a la *razón de cambio* el significado de la valoración psicológica o social; sin embargo es preciso reflexionar acerca del contacto que estos profesores tienen con el concepto en el proceso de construcción del pensamiento matemático en preescolar, donde al menos, el concepto de cambio está presente, no se puede soslayar su presencia en conceptos fundamentales como el de sucesión, seriación, los cuales convergen a la construcción

del concepto de número. La realidad entonces nos lleva a pensar en la formación que, de manera deficiente tiene lugar en este subnivel educativo. Las descripciones además, revelan, por un lado, que estos profesores no son conscientes de la relación que guarda el concepto de cambio con el pensamiento matemático y, por otro lado, que estos conceptos: *razón* y *cambio*, aún encapsulados, son conceptos que los niños, en edad preescolar conocen, comprenden y utilizan en una amplia gama de sus actividades.

Las descripciones no varían mucho en el caso de los profesores que laboran en la escuela primaria, el nivel de comprensión es muy semejante al que exhiben los profesores de preescolar, basta mirar la siguiente descripción dada por: **68M20primaria0**


5. Razón de cambio. Cambiar la actitud de lo que sabemos y damos las matemáticas

O la que proporciona: **77M20primaria**


Razón de cambio
Transformar una situacion o pregunta en algo diferente con determinado fin

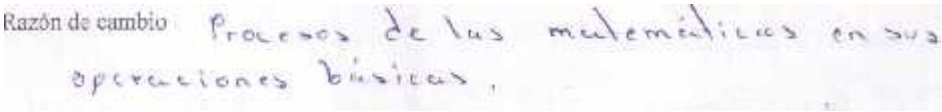
Otros unicamente atinan a comenzar un enunciado, tal es el caso de: **59F38 Normal0.**

Razón de cambio: Para

Incluso algunos profesores como: **69F22admonesc0**, de los de mayor edad y experiencia, probablemente por temor a exhibirse prefirieron no escribir nada.

Este nivel de comprensión también choca con el hecho de que a este profesor le corresponde comenzar la construcción formal del concepto de razón de cambio en el pensamiento del estudiante; ya que, como lo hemos mencionado, temas relacionados con este concepto como las fracciones y su significado como razón, se encuentran precisamente en los primeros años de la educación primaria en México como se puede ver en los programas de matemáticas que rigen este nivel educativo (SEP, 2012).

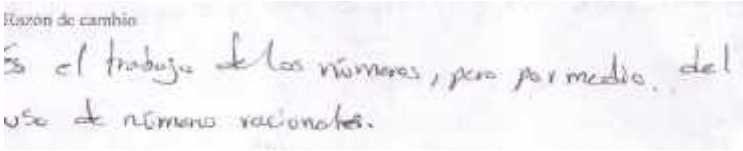
El nivel de comprensión casi no se modifica en los profesores de educación secundaria, la excepción son dos profesores: **73M20Primaria0** y **85M0 Matemáticaeduc1**. El primero describe la razón de cambio como:


Razón de cambio Procesos de las matemáticas en sus operaciones básicas.

En esta se percibe primero ya una elaboración en el contexto de las matemáticas y, además con el concepto de razón, el cual sin embargo, sigue estando en un bajo nivel de comprensión del concepto dado que no muestran relaciones entre conceptos y, mucho menos, una apropiación del mismo.

La descripción del segundo es un poco menos alejada que las anteriores, pero, a pesar de que en esta última se encuentran algunos elementos como: número y números racionales, que se

relacionan con el concepto de razón de cambio, no dejan de ser ideas encapsuladas, inconexas y sin significado coherente.



En resumen: Todas las descripciones, incluyendo la última dejan de lado la relación entre razón y cambio y, en el mejor de los casos exhiben una encapsulación de términos relacionados con el primero. Por esta razón podemos afirmar que, a nivel de comunicación, estos profesores poseen un nivel casi nulo del concepto.

Los niveles de comprensión del concepto en las trayectorias de solución del problema.

El bajo nivel de comprensión mostrado en las descripciones por la generalidad de los profesores participantes, contrasta sorprendentemente con el nivel de comprensión, implícita o explícita y, probablemente inconsciente, presente en las trayectorias de solución diseñadas para el problema de "manzanos y coníferas". El análisis de éstas, considerando la clasificación del profesor Skemp (1976) y las ideas de Hiebert & Carpenter (1992) nos permitió descubrir que en todas está presente la idea de cambio y en la mayoría su comprensión se encuentra en un nivel instrumental, pocos son los profesores cuya comprensión se encuentran en la ruta de un nivel relacional.

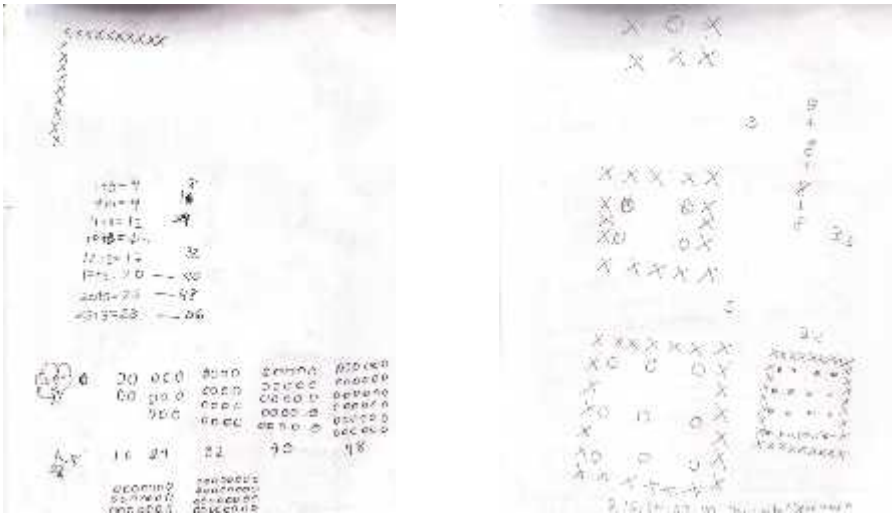


Figura 1. Nivel de comprensión instrumental pictórico

Por ejemplo en el caso de los profesores de preescolar, la mayoría manifiesta una clara tendencia a utilizar como recurso inicial el uso de la representación de formas y figuras (Figura 1), lo cual es evidente en los dibujos adicionales que hacen con la intencionalidad de descubrir su comportamiento y, apoyándose de la percepción visual intentan responder a las preguntas.

Otros profesores transitan al registro aritmético, representando las variables con dibujos y asociando sus correspondientes valores con números. Esto les permite identificar y comprender, hasta cierto punto, el cambio que experimentan los valores de las variables, pero no la razón con la que cambian. Todo lo anterior es evidente en la Figura 2. Vale la pena señalar que este es el nivel elemental de la comprensión de la razón de cambio que descubrimos, y se caracteriza por ir

de la percepción a la aritmetización; éste, a pesar de su estatus les permitió descubrir, posteriormente, la relación: dibujo-adición de impares-cuadrado de un número, como se puede ver en la figura 2.

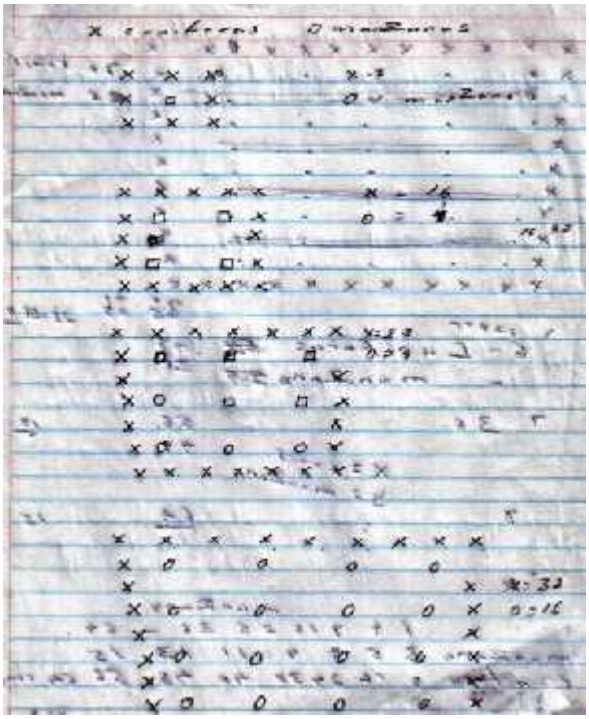


Figura 2. Nivel de comprensión instrumental pictórico-aritmético

El análisis de las trayectorias nos permitió descubrir que otros profesores tanto de preescolar como de educación primaria, ante lo complicado de continuar dibujando el modelo, se ven obligados a hacer uso de otros registros aritméticos de la situación. Estos profesores además de utilizar la representación pictórica hicieron una gran cantidad de cálculos y los concentraron en tablas, en este caso horizontal, como se puede ver en la Figura 3. En esta Figura además, son evidentes las correcciones que va realizando en sus cálculos, lo cual probablemente fue consecuencia del descubrimiento del patrón de cambio. En este caso se pueden identificar las relaciones que establece, de manera simbólica, entre varias variables: el número de filas, el número de manzanos, el número de coníferas, los números impares que va sumando obteniendo los cuadrados de los números enteros. Al final las preguntas que plantea sobre el número de coníferas que corresponde, para cantidades grandes de manzanos resultan curiosas, ya que muestran que, a pesar de que ha hecho muchos cálculos, no ha sido suficiente para comprender el comportamiento de la sucesión de las cantidades; aun con este hecho, creemos que muestra un nivel superior de comprensión del concepto, el cual sin embargo no deja de ser instrumental.

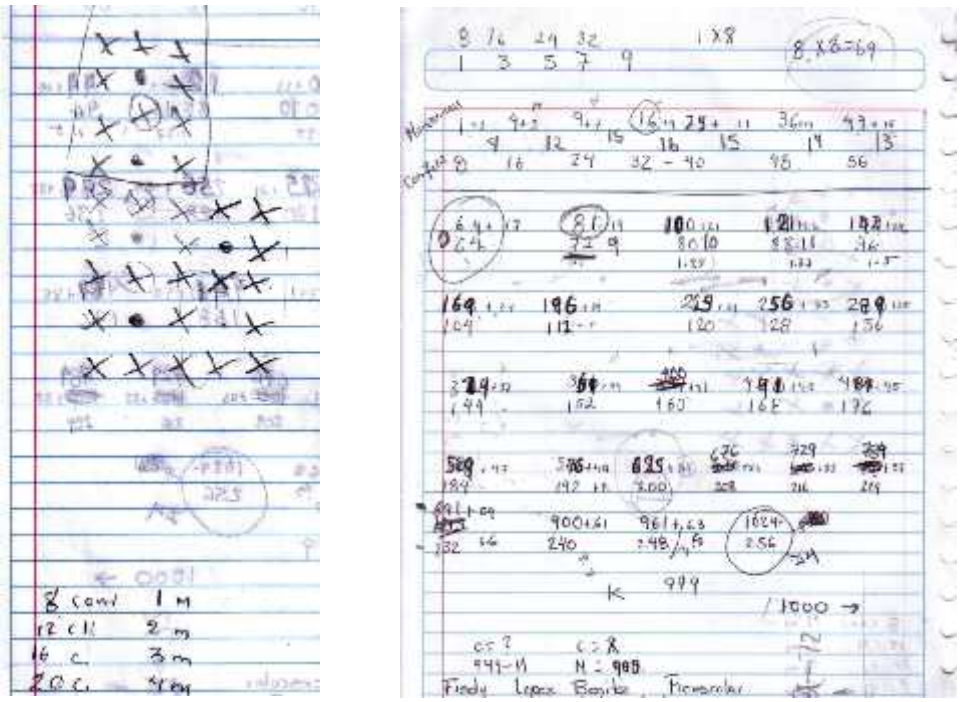
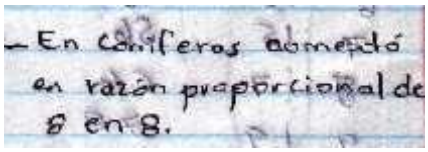


Figura 3. Nivel de comprensión instrumental aritmético del concepto

Un nivel superior, aún instrumental, se presenta en la trayectoria seguida por profesores de secundaria (Figura 3). Ahí es visible la identificación de las variables: manzanos y coníferas, con los símbolos presentes en los dibujos. Ellos, a los dibujos proporcionados agregan uno más. A partir de eso relacionan otra variable adicional, el número de diagrama, y entonces descubren la razón de cambio de la variable conífera, lo cual comunica en los siguientes términos:



En la Figura 4 se puede mirar un nivel más avanzado de la comprensión atendiendo a los cuatro rubros sugeridos por Hiebert & Carpenter (1992). En esta trayectoria se puede percibir la identificación de las variables, las cuales representan con las imágenes presentes en los dibujos, para los manzanos y **X** para las coníferas. Una vez hecho esto a cada esquema, le asocian otra variable a la cantidad de manzanos y coníferas correspondiente hasta llegar al séptimo.

En el último dibujo podemos ver la estrategia que siguen para contar los manzanos, un conteo siguiendo esta forma , una especie de letra "ele" invertida, que, como ya mencionamos, permite obtener la cantidad de puntos y corresponde a la suma de los números impares; relación que sin embargo no pueden descubrir. Esta manera de contar les posibilita construir una tabla horizontal con cantidades de manzanos y coníferas, pero sin ninguna relación entre ellas. No obstante construyen representaciones algebraicas y funcionales entre estas variables, aunque con una deficiente sintaxis, ya que denotan con el mismo símbolo, **X**, las cantidades de coníferas y manzanos: $8n$ y n^2 respectivamente.

Una nueva tabla construyen considerando tres variables: figura (f), manzanos (M) y Coníferas (C). En esta no corresponde a la relación funcional entre f y M descrita en el párrafo

anterior, pero si corresponde a esta relación: los valores en la columna *M* corresponden a la última "ele" del dibujo, que, de acuerdo al número de figura, corresponde a la fórmula: $4n+1$, para $n \geq 0$.

A lo anterior añade la representación gráfica de la relación entre las variables coníferas y manzanos, esta representación si bien es cierto es novedosa entre todas las trayectorias de solución, no se potencializa hacia la comprensión de la razón de cambio debido a las variables que hace intervenir. Cierto, existe una variación directamente proporcional, pero no entre manzanos y coníferas, sino entre el número de figura y la cantidad de manzanos; es decir, una relación de la forma: $x = 8n$ como lo ha escrito.

Figura 4. Nivel de comprensión instrumental aritmético-algebraico

Finalmente en la figura 5 mostramos una trayectoria en la que se aprecia, al nivel del profesor de educación básica un nivel de comprensión superior a las anteriores, aunque no deja de ser instrumental. En esta se puede mirar, además de lo que se observó en los casos anteriores, como el nivel de comprensión ha evolucionado de lo instrumental hacia lo relacional. Ahí se observa el tránsito de la aritmética al algebra con una sintaxis aceptable: De los arreglos numéricos a la traducción a las expresiones algebraicas y con ello arribar a generalizaciones importantes. A esto se suma su capacidad de comunicar en palabras y símbolos aquellas ideas que muestran lo que comprende; sin embargo no podemos, aún en este caso afirmar que estos profesores están en un estadio de comprensión relacional, lo que si podemos afirmar es que están en la trayectoria que los puede conducir con menos dificultades a ello.

Figura 5. Hacia un nivel de comprensión relacional

Conclusiones

El análisis de las descripciones de los profesores coloco al descubierto la poca comprensión que tienen en general del concepto de razón de cambio, esto contrasta de manera sorprendente con el manejo que, en la resolución del problema, generan y utilizan de algunas de sus representaciones: pictóricas, aritméticas, gráficas y algebraicas (fórmulas y funciones). Este manejo, en la mayoría de los casos es encapsulado, por lo cual podemos decir que predomina la comprensión al nivel instrumental; sin embargo, esta experiencia nos ha permitido identificar al menos tres niveles de comprensión que se encuentran entre este nivel y el relacional, que hemos denominado provisionalmente: pictórico, pictórico-aritmético y aritmético-algebraico. La investigación además, aunque no es cuantitativa, nos permite afirmar que los casos estudiados reflejan el nivel de comprensión que posiblemente predomina en los profesores del nivel básico en México sobre el concepto de razón de cambio y, muy probablemente en muchos de los conceptos que el profesor debe de construir con el estudiante, lo cual es una tarea pendiente que permitirá diseñar proyectos de intervención orientados a la promoción de la comprensión en matemáticas del profesor de este nivel educativo en México sobre los mismos.

Referencias

Barmby, P., Harries, T., Higgins, S. & Suggate, J. (2007). How can we assess mathematical understanding? In Woo, J.H., Lew, H.C., Park, K.S. & Seo, D.Y. (Eds.). *Proceedings of the 31st Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Vol. 2, 41-48. Seoul: PME.

Behr, M., Guershon, H., Post, T. & Lesh, R. (1992). Rational Number, Ratio and Proportion. En Grouws, D. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Toronto. Macmillan Publishing Co. 296-333.

Boas, R. (1981). Can We Make Mathematics Intelligible? *The American Mathematical Monthly*. 88(10), 727-731.

Brownell, W. A. (1947). The Place of Meaning in the Teaching of Arithmetic. *Elementary School Journal*. 47(5). 256-265.

Carpenter, T. & Lehrer, R. (1999). Teaching and Learning Mathematics with Understanding. In Fennema, E. & Romberg, T. (Eds.), *Mathematics Classrooms that Promote Understanding*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum. 19-32.

Díaz, M. (1992). *El Curso de Cálculo en la Cultura del Profesor de Matemáticas*. Tesis de Maestría. Departamento de Matemática Educativa. CINVESTAV. México.

Díaz, M. & Rivera, A. (2012). Understanding of the derivative and its meanings. the case of calculus professors. En *Proceedings of The 12th International Congress on Mathematical Education (ICME 12)*. Seoul. Korea. 2862-2870.

Ellis, E. (2007). *Modelling teachers' ways of thinking about rate of change*. Doctoral Thesis. Arizona State University. USA.

Hiebert, J. & Carpenter, T. (1992). Learning and Teaching with Understanding. En Grows, A.D. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing Co. 65-97.

Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: toward a theoretical framework. En Lester, F. (Ed.). *Second Handbook of Research on Mathematics, Teaching and Learning*. NCTM. 629-668.

NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics. USA: National Council of Teachers of Mathematics.

OECD. (2002). *Sample Tasks from the PISA 2000 Assessment: Reading, Mathematical and Scientific Literacy*. Paris. Organisation for Economic Co-operation and Development.

Secretaría de Educación Pública (SEP). (2012). *Programas de Estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Primaria. Segundo grado*. México

Sierpinska, A. (1994). *Understanding in mathematics*. London: Falmer Press.

Singh, P. (2000). Understanding the concepts of proportion and ratio constructed by two grade six students. *Educational Studies in Mathematics*. 43(3). 271-292.

Skemp, R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*. 77. 20-26.

Teuscher, D. & Reys, R. (2010). Slope, rate of change and steepness: Do students understand these concepts? *Mathematics Teacher*. 103(7). NCTM. 529-524.

La importancia de las estrategias de solución de profesores de secundaria para resolver problemas

Fernando **Mejía** Rodríguez
Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México
México
fernandomejia@isceem.com.mx

Resumen

La rendición de cuentas ha permeado el ámbito educativo, México ha participado en programas internacionales como PISA donde nuestro sistema educativo ha ocupado uno de los últimos lugares en matemáticas. Dichos resultados han provocado preocupación en profesores que desean cambiar la situación, para ello necesitan tener algo denominado conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK); uno de los aspectos de este tipo de conocimiento es el conjunto de estrategias de solución que deben tener. El objetivo de este estudio es resaltar la importancia de dichas estrategias cuando resuelven problemas un grupo de profesores que trabajan en el nivel educativo de secundaria. Una conclusión del estudio es que existen problemas que se pueden resolver prácticamente siguiendo el mismo camino, con las mismas estrategias de solución; pero también hay problemas que pueden ser resueltos por diferentes vías, y a su vez con diferentes estrategias de solución.

Palabras clave: matemáticas, profesores, secundaria, estrategias, solución, problemas, conocimiento, MTSK

Planteamiento del problema

La postura de lo que el profesor debe hacer con sus alumnos se ha ido modificando a lo largo de los años, Ander-Egg y Aguilar (2001, p. 79) comentan que "[…] hay profesores que creen que enseñar a pensar es entrenar a sus alumnos para que piensen como ellos […]", similar a lo anterior, Pozo y Gómez (2009, p. 26) señalan que "[…] enseñar no es enviar un fax a la mente del alumno para que ésta emita una copia, que el día del examen el profesor compara con el original"; pero para nuestra actualidad, la forma de enseñar debe ser diferente, se deben formar estudiantes con un espíritu crítico que generen su propio conocimiento. Para la Asociación Americana para el Avance de las Ciencias (AAAS, 1990), las matemáticas son el lenguaje de las ciencias, además agrega que son indispensables para la formación de cualquier científico.

Para que un país se considere desarrollado, además de una calidad de vida excelente y otros factores, necesita tener avances científicos y tecnológicos. México, con aspiraciones a ser uno de ellos, requiere de un impulso por tener más hombres y mujeres dedicados a la investigación, personal especializado en la ciencia y la tecnología, que tenga como soporte teórico las matemáticas; entonces, es importante poner atención a este aspecto de la educación nacional, donde existen especialistas que han dado su punto de vista, de cómo está el país y cómo revertir la situación con respecto a la educación de las matemáticas que se da en México.

La cultura de la rendición de cuentas se está dando cada vez más en muchos países, México ha participado en estudios internacionales que evalúan el desempeño de nuestros estudiantes en: lectura, matemáticas y ciencias. También ha creado localmente institutos que evalúan los conocimientos de las asignaturas de español y matemáticas, principalmente. El TIMSS[1] realiza evaluaciones internacionales en matemáticas y ciencias, México participó en 1995 y de acuerdo a Ornelas (2004), el gobierno mexicano se negó a divulgar los resultados.

Al parecer, los resultados fueron desastrosos y por eso no se permitió su publicación. Pero la realidad del sistema educativo mexicano, no se podía seguir escondiendo. Fue hasta 1997 en que los países miembros de la OCDE[2], se organizan para formar un programa para evaluar el sistema educativo de diferentes países, llamado PISA[3]. México participó desde el primer estudio hecho en el 2000, así como en 2003, 2006, 2009 y 2012. El grado de desempeño de PISA en matemáticas está clasificado en seis niveles de complejidad[4]. Los más recientes resultados los publicó la OCDE (2013a, p. 62) y se puede apreciar en la *Tabla 1* donde existen alumnos que incluso están por debajo del nivel que se esperaba sería el más bajo, el uno.

Tabla 1
Porcentaje de alumnos en cada nivel de desempeño en matemáticas. PISA 2012.

	Inferior al 1	**Nivel 1**	**Nivel 2**	**Nivel 3**	**Nivel 4**	**Nivel 5**	**Nivel 6**
México	22.8	31.9	27.8	13.1	3.7	0.6	0.0
Estado de México[5]	18.0	34.0	32.0	13.0	3.0	0.0	0.0

Fuente: OCDE (2013a) e INEE(2013).

Se puede observar que la mayoría de los alumnos mexicanos y particularmente del Estado de México, están en el nivel 2, nivel 1 y su inferior. Un alumno mexicano de 15 años de edad está atrasado académicamente dos años escolares con respecto de los alumnos promedios de la OCDE (OCDE, 2013b). Lo anterior muestra un claro distanciamiento con la calidad que se esperaba tuviera el sistema educativo mexicano, por parte de las autoridades educativas, de los profesores, y en general de la población nacional. Si México continúa con los resultados hasta ahora mostrados, tardaría más de 25 años en alcanzar los niveles promedios de los demás países de la OCDE (OCDE, 2013b).

Se tomó el nivel educativo de secundaria para ser analizado en esta investigación, porque según Kline (1977) es donde todavía tiene mayor impacto el profesor en sus alumnos y como queremos estudiar las estrategias de solución por parte de los profesores, se considera que el papel del profesor de matemáticas es importante para la formación de sus estudiantes.

Para el presente estudio, el objetivo general es: *resaltar la importancia de las estrategias de solución de profesores de secundaria para resolver problemas matemáticos*.

Cuando se resuelven problemas, básicamente hay dos formas de hacerlo. Lim (2008, p. 49) define a la disposición impulsiva como "proceder espontáneamente con una acción que viene a la mente sin analizar la situación problema y sin considerar la relevancia de la acción anticipada a la situación problema"; existen muchas investigaciones donde los alumnos resuelven un

[1] Estudio de las Tendencias Internacionales en Matemáticas y Ciencias
[2] Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico.
[3] Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes.
[4] El más alto es el seis y el menor el uno, sin embargo, hay alumnos que están por debajo del nivel uno.
[5] INEE (2013, 44)

problema matemático, aplicando una de las cuatro[6] operaciones aritméticas básicas, o una combinación de ellas con los datos del problema, sin comprender la situación problemática (Nesher, 1980; Kilpatrick, 1987; Reusser, 1988; Davis, 1989; Freudenthal, 1991; Schoenfeld, 1991; Greer, 1997; y Verschaffel y de Corte, 1997). Otras investigaciones similares a las anteriores, evidencian que los alumnos prefieren usar técnicas para resolver problemas matemáticos de *adivinar y revisar* o de *aproximaciones sucesivas*, en lugar de técnicas algebraicas (Stacey y MacGregor, 2000; Nathan y Koedinger, 2000; Johanning, 2004; y Johanning, 2007). Para algunos alumnos "hay sólo una forma correcta para resolver cualquier problema matemático" (Schoenfeld, 1992, 359), y están predispuestos a resolver un problema matemático, "haciendo lo que primero venga a la mente" (Watson y Mason, 2007, 207).

Para el segundo caso, el de la disposición analítica, también hay investigaciones que estudian los intentos de los alumnos por hacer un ejercicio de abstracción y llevar el problema a un lenguaje matemático. La desventaja de transitar de un lenguaje a otro, lo argumenta Bloedy-Vinner (1996), cuando dice que la diferencia entre el lenguaje algebraico y el natural, es que el primero es más pobre en tipos de sustantivos y enunciados, por lo tanto no siempre se puede hacer traducciones entre estos lenguajes, ya que no hay equivalencia inmediata. La consecuencia de hacer una mala traducción, en los alumnos es una *ansiedad*, que la denominan Clement, Narode y Rosnick (1981) como a la confusión de lo que los estudiantes piensan que están contestando bien y el maestro señala que es incorrecto.

El estudio de la resolución de problemas se puede clasificar en tres grupos. En primer lugar, el estudio de la las relaciones entre las enseñanzas heurísticas con la habilidad para resolver problemas (Kantowski, 1977; Schoenfeld, 1979). En segundo lugar, el estudio del proceso cognitivo que se produce cuando los estudiantes o los profesores están resolviendo problemas (Kantowski, 1977; Owens, 1987; Silver, 1979). En tercer lugar, el estudio de las actitudes, percepciones, concepciones y conductas de los estudiantes y profesores, mientras resuelven problemas (Bush, 1986; Cooney, 1985; Thompson, 1992). En esta investigación se busca aportar en el segundo caso, cuando los profesores resuelven problemas.

Existen investigaciones donde se muestran problemas matemáticos resueltos por profesores (Contreras, 2002; Herrera, 2007; González, 2008; Reyes, 2008; Mejía, 2010; Bautista, 2011; Saleh, 2011). Algunas se enfocan a las creencias, concepciones y conocimiento del profesor; pero no indagan cómo resolvieron los problemas, aunque llegan a una conclusión general de que los profesores poseen un conocimiento matemático limitado.

Dentro de las investigaciones sobre el empleo de las estrategias en la resolución de problemas, existen aportaciones donde a partir de una lista de estrategias, se verifica su uso en la práctica (Avcu y Avcu, 2010; Galicia, 2001; Jiand y Chua, 2010; Kaur, 1995; Lesh y Zawojewski, 2007; Peñas, 2002; Sulak , 2010).

Fundamentación teórica

Shulman (1987) enuncia siete categorías de conocimiento que hacen posible la enseñanza y son: conocimiento del contenido; conocimiento pedagógico general; conocimiento del currículo; conocimiento pedagógico del contenido; conocimiento de los estudiantes y sus características; conocimiento de los contextos educativos; y conocimiento de los fines, propósitos y valores de la educación. Esta propuesta ha servido para formar por años a profesores de matemáticas.

[6] Suma, resta, multiplicación y división.

No es la única mirada sobre el conocimiento del profesor de matemáticas, también existe el MKT[7] que es el Conocimiento Matemático para la Enseñanza y es definido como "el conocimiento matemático que utiliza un profesor en su aula para enseñar y producir crecimiento en sus alumnos" (Hill, Ball y Schilling, 2008, p. 374). Ball, Thames y Phelps (2008) presentan su modelo (*Tabla 2*) con dos componentes principales y cada uno con otros tres subdominios.

Tabla 2
Modelo del conocimiento matemática para la enseñanza (MKT)

Conocimiento matemático para la enseñanza (MKT)			
Conocimiento del contenido	Conocimiento común del contenido (CCK)	Conocimiento del contenido y los estudiantes (KCS)	Conocimiento pedagógico del contenido
	Conocimiento en el horizonte matemático	Conocimiento del contenido y la enseñanza (KCT)	
	Conocimiento especializado del contenido (SCK)	Conocimiento del currículo	

Fuente: Ball, Thames y Phelps (2008)

La diferencia entre el CCK y el SCK es que el primero sirve para resolver problemas matemáticos por un matemático, un profesor o un adulto en general, pero el segundo consiste en realizar en orden una serie de actividades encaminadas a desarrollar diferentes aspectos de un contenido en específico; es decir, este último conocimiento aporta perspectiva del trabajo de un profesor de matemáticas.

Otro modelo (*Figura 1*) sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK[8]) es expuesto por Aguilar et al. (2013), donde el dominio del conocimiento matemático (MK) está dividido en tres subdominios, al igual el dominio del conocimiento pedagógico del contenido (PCK) en otros tres subdominios.

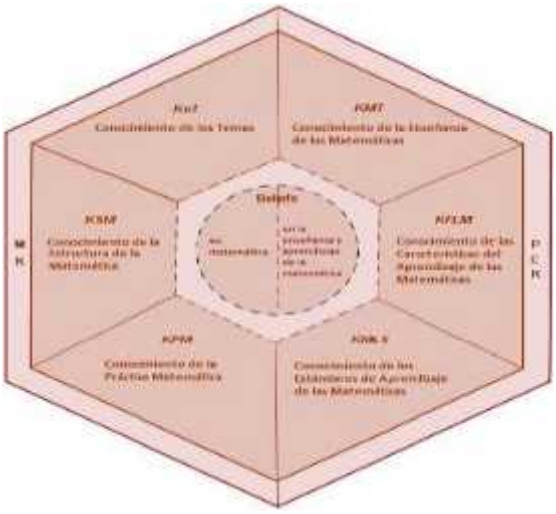


Figura 1. Modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK)

[7] Mathematical Knowledge for Teaching
[8] Mathematics Teachers' Specialized Knowledge

Quedando definidos los seis subdominios por Aguilar, et al. (2013, p. 5066) de la siguiente manera:

> Los subdominios del MK son:
>
> Conocimiento de los Temas (KoT): aspectos fenomenológicos, significados, definiciones, ejemplos, que caractericen aspectos del tema abordado, además de referirse al contenido disciplinar de las matemáticas que figura en manuales y textos matemáticos.
>
> Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM): sistema integrado de conexiones que le permita comprender y desarrollar conceptos avanzados desde una perspectiva elemental y conceptos elementales mediante el tratamiento a través de una visión avanzada.
>
> Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM): conocimiento de las formas de conocer, crear o producir en matemáticas, conocimiento de aspectos de la comunicación matemática, del razonamiento y la prueba. Saber, por ejemplo, qué es definir y cómo usar definiciones.
>
> Dentro del PCK consideramos los subdominios siguientes:
>
> Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT): distintas estrategias que permitan al profesor fomentar un desarrollo de las capacidades matemáticas procedimentales o conceptuales. Conocer la potencialidad de recursos, ejemplos o modos de representación para hacer comprensible un contenido determinado.
>
> Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM): características del proceso de comprensión de los estudiantes sobre los distintos contenidos, del lenguaje asociado a cada concepto, así como de errores, dificultades u obstáculos posibles.
>
> Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS): conocimiento acerca de lo que el estudiante debe/puede alcanzar en un curso escolar determinado; conocimiento de las capacidades conceptuales, procedimentales y de razonamiento matemático que se promueve en determinados momentos educativos. Consideramos, además de lo prescrito en el currículo institucional, lo que proviene de las investigaciones y de las opiniones de profesores expertos acerca de logros de aprendizaje.

Por otro lado, el uso de estrategias en la resolución de problemas lo plantea la NCTM (2000, p. 54):

> Cuando los alumnos llegan a los niveles medios, deberían ser diestros en reconocer cuándo es apropiado usar diversas estrategias y ser capaces de decidir cuándo y cómo usarlas. En la escuela secundaria, deberían tener acceso a una gama amplia de estrategias, saber decidir cuál usar y ser capaces de adaptar e inventar otras.

Una estrategia se genera de antemano a cualquier acción (planeación) o mientras se busca conseguir la meta. Las estrategias son para resolver un problema específico, determinado tanto en el tiempo como por el contexto, y el proceso de solución de problemas se refiere a otro nivel de análisis, a un nivel superior que no se refiere, necesariamente a problemas determinados y que requieren ser descritos entre otras cosas en términos de estrategias (Simon, 1999). Marván (2001, p. 63) dice que "Para resolver un mismo problema, siempre hay varias estrategias válidas y, en muchos casos, no hay una que pueda considerarse mejor que las demás". Para el presente estudio, las *estrategias de solución* son aquellas secuencias flexibles de actividades que tienen el objetivo de resolver problemas matemáticos, que las estrategias se mejoran con el tiempo, que no son excluyentes y cada persona tiene sus propias estrategias. Cada persona va mejorando sus

propias estrategias, con la ejercitación, con la repetición, y con la confianza que da el volver a ejecutar una estrategia, una vez que se obtuvo resultados correctos en el pasado.

Fan y Zhu (2007) enlistan 17 estrategias para resolver problemas:

Actúalo, usa personas u objetos para físicamente mostrar lo que está descrito exactamente en el problema.
Cambia tu punto de vista, enfoca un problema desde otro ángulo cuando un enfoque previo no es efectivo.
Dibuja un diagrama, haz un esbozo basado en la información disponible para representar visualmente el problema.
Adivina y revisa, haz una sugerencia razonable de la respuesta y entonces revisa el resultado para ver si funciona. De ser necesario, repite el procedimiento hasta encontrar la respuesta, o al menos una aproximación cercana.
Razonamiento lógico, demuestra que si una declaración es aceptada como verdadera, entonces otras declaraciones podrían ser mostradas como verdaderas basadas en la primera.
Busca un patrón, identifica patrones dados, basados en la observación cuidadosa de características comunes, variación, o diferencias entre números, formas, etc. en el problema.
Elabora suposiciones, haz una hipótesis, y entonces basado en los datos y la hipótesis, encuentra la relación entre lo conocido y lo desconocido, y finalmente resuelve el problema.
Elabora una lista, construye una lista organizada que contenga todas las posibilidades para una situación dada y finalmente encuentra la respuesta.
Elabora una tabla, organiza los datos en una tabla y entonces usa los registros de la tabla para resolver el problema.
Replantea el problema, reescribe el problema original de tal manera que el enunciado del problema se haga más familiar y entonces más accesible.
Simplifica el problema, cambia las situaciones o números complicados del problema en unos más simples sin modificar la matemáticas del problema.
Resuelve parte del problema, divide el problema en sub-problemas, resuélvelos, y finalmente resuelve el problema original.
Piensa en un problema relacionado, usa resultados/métodos de un problema relacionado, o recuerda un problema relacionado, o considera un problema similar resuelto antes para poder resolver el problema.
Usa un modelo, crea representaciones visuales (por ejemplo, usar puntos, líneas, u otros símbolos fáciles de comprender) para modelar la información en cantidades o relaciones de cambio que están involucradas en el problema.
Usa una ecuación, usa letras como variables para representar cantidades desconocidas en un problema, y establece y resuelve ecuaciones o desigualdades para obtener la respuesta.
Usa concepto antes-después, estudia la información dada antes y después de una acción, y observa el cambio entre las dos situaciones (de antes y después) para encontrar la solución.
Trabaja de reversa, aproxima un problema desde sus resultados o soluciones hacia atrás para encontrar las condiciones que eventualmente necesita satisfacer.

Cabe señalar que no es una lista terminada, no son las únicas estrategias que existan para resolver problemas en la secundaria. Existen otras investigaciones donde los nombres cambian, donde se agrupen otras y se reduce el número. Otra idea que puede surgir al conocer esta lista de estrategias, es pensar que hay 17 formas de resolver un problema; y no es así, existen 17 estrategias que se pueden mezclar para encontrar una vía para resolver un problema, pero que además se puede crear otro conjunto de estrategias diferentes o iguales a las anteriores -tal vez en otro orden- pero que también resuelvan el problema matemático.

Diseño

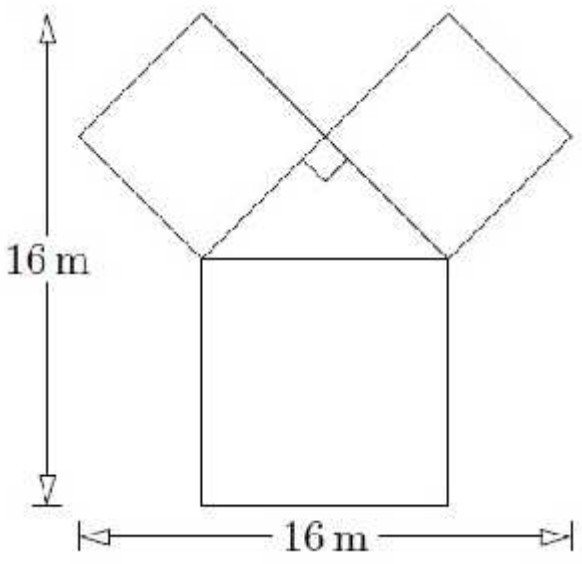
El estudio es de corte descriptivo, donde se trabajó con tres estudiantes de posgrado que al mismo tiempo trabajaban como profesores de matemáticas en secundaria. Dentro de sus estudios de maestría en investigación educativa, tomaron algunos talleres para resolver problemas matemáticos en su Instituto y en congresos de matemática educativa. Se resolvieron más de 200 problemas, que se pueden agrupar en problemas monocamino (62) y problemas multicaminos (138). Los primeros, son aquellos que al resolverlos, la mayoría de los estudiantes que lo hace correctamente, elabora prácticamente el mismo procedimiento que los demás; es decir, siguen el mismo camino; y los segundos, son aquellos que se pueden resolver por diferentes vías y para cada vía se emplean diferentes estrategias de solución, cada alumno elabora un camino diferente, y los que lo hacen correctamente, llegan al mismo resultado.

Un ejemplo de problema monocamino, es el siguiente:

> Aída le dispara a un tiro al blanco y le atina únicamente a las regiones que valen 5, 8 y 10 puntos. Si sabemos que acertó a la región del 8 tantas veces como a la región del 10, falló en el 25% de los tiros y en total obtuvo 99 puntos, ¿cuántos disparos hizo Aída en total?[9]

Ahora un ejemplo de problema multicaminos, se muestra a continuación:

> ¿Cuál es el área de la región formada por el triángulo y los tres cuadrados de la figura?[10]



Resultados

A continuación se muestran las soluciones de los tres profesores de secundaria para el problema monocamino, donde los tres llegan al mismo resultado de 20, siguiendo prácticamente el mismo camino, que es a 99 le restan un múltiplo de (10+8) que sea divisible entre 5, para después por regla de tres encontrar el 20.

El profesor 1 lo resuelve (*Figura 2*) con las estrategias de solución: resuelve parte del problema, elabora suposiciones, piensa en un problema relacionado, y usa un modelo.

---

[9] Examen Canguro Matemático Mexicano 2011. Nivel Estudiante.
[10] Examen Canguro Matemático Mexicano 2012. Nivel Estudiante.

Figura 2. Solución del profesor 1 del problema monocamino

El profesor 2 lo resuelve (*Figura 3*) con las estrategias de solución: resuelve parte del problema, adivina y revisa, piensa en un problema relacionado, y usa un modelo.

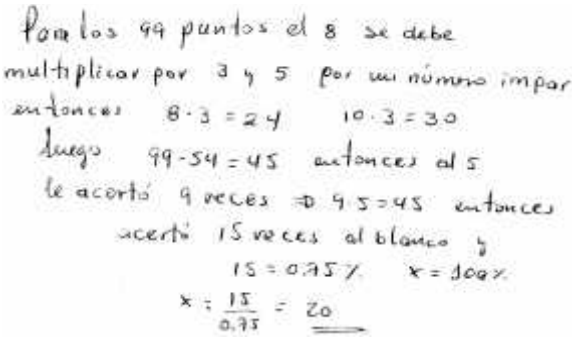


Figura 3. Solución del profesor 2 del problema monocamino

El profesor 3 lo resuelve (*Figura 4*) con las estrategias de solución: resuelve parte del problema, elabora suposiciones, razonamiento lógico, piensa en un problema relacionado, simplifica el problema y usa un modelo.

Figura 4. Solución del profesor 3 del problema monocamino

Ahora se muestran las tres soluciones de los profesores para el problema multicaminos, los tres llegan a 144 m^2 desde distintas maneras, por su puesto empleando diferentes estrategias de solución: el primer camino, es trazar la diagonal del cuadrado pequeño, calcular el área de dicho cuadrado y después encontrar que hay cuatro veces y media la medida de esa área en el total de la figura; el segundo camino, encontrar el área del cuadrado grande, el área de los cuadrados pequeños, el área del triángulo y sumar las áreas para encontrar el área total de la figura; el tercer camino, es dividir la figura en 18 triángulos congruentes, calcular el área de tal triángulo y multiplicarla por 18.

El profesor 1 lo resuelve (*Figura 5*) con las estrategias de solución: replantea el problema, dibuja un diagrama, simplifica el problema, piensa en un problema relacionado, y usa una ecuación.

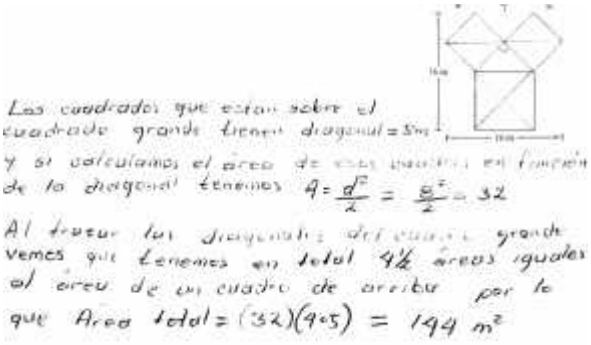


Figura 5. Solución del profesor 1 del problema multicaminos

El profesor 2 lo resuelve (*Figura 6*) con las estrategias de solución: replantea el problema, usa una ecuación, resuelve parte del problema, y usa un modelo.

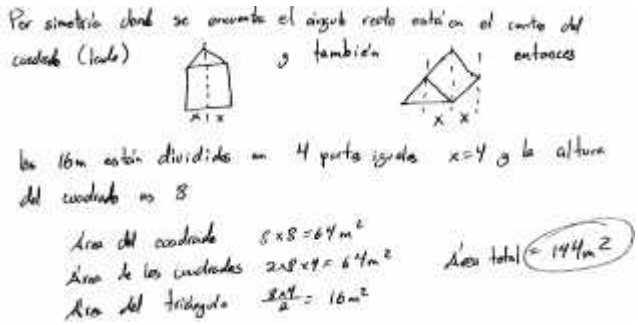


Figura 6. Solución del profesor 2 del problema multicaminos

El profesor 3 lo resuelve (*Figura 7*) con las estrategias de solución: piensa en un problema relacionado, simplifica el problema, dibuja un diagrama, y razonamiento lógico.

Figura 7. Solución del profesor 3 del problema multicaminos

Discusión de resultados

Las estrategias de solución son parte del MTSK, en específico del KPM. Es necesario contar con ellas, pero no se pueden enseñar por sí solas; es decir, el estilo para resolver problemas es diferente para cada persona, mientras que a algunos les gusta usar más la aritmética y el razonamiento lógico, a otros más les gusta lo abstracto y ocupar más el álgebra, hay quienes con diagramas o trazos geométricos están cómodos. Entonces los profesores deben estar conscientes de este hecho, que todos los alumnos aprenden de distintas formas, algunos son más

de estilos visuales que tendrían cierta tendencia por algunas estrategias de solución, otros son más de reflexionar lo que están haciendo y les gusta trabajar solos, otros en equipo, en fin, hay un sinnúmero de formas en que cada persona va construyendo su conocimiento, y las estrategias de solución son unas herramientas que debemos ejercitar, tanto como alumnos, como profesores, ya que de esta manera, al dar las clases empleando diferentes estrategias, resolviendo por diferentes caminos, abarcaremos a una mayor audiencia de nuestras lecciones, el número de estudiantes que comprendan que la matemática es flexible y bella será mayor, reconociendo que se pueden resolver problemas adivinando o escribiendo una sofisticada ecuación, y que ambas son dos formas válidas de hacer matemáticas, no hay una mejor a la hora de enseñar o aprender.

Conclusiones

Cada profesor tiene su propio estilo para resolver problemas matemáticos, aunque dos de ellos tuvieron la misma formación como profesores de secundaria con especialidad en matemáticas, la experiencia que cada uno va adquiriendo es diferente, por lo que al final, para poder resolver problemas, uno hace mano de lo que aprendió en la escuela como estudiante, y fuera de ella como alumno y también como profesor.

Es importante considerar el uso de una variedad de estrategias de solución cuando se resuelven problemas matemáticos, tanto como profesor cuando se enseña, como para los alumnos cuando aprenden. Si uno toma en cuenta, similar a las *inteligencias múltiples*, que existen alumnos que aprenden de distinta manera, que entre mayor sea nuestro abanico de estrategias, mayor será el número de alumnos que construyan su propio conocimiento.

Cada profesor tiene sus estrategias preferidas para resolver problemas, depende de su formación, de su experiencia en la docencia de matemáticas, del gusto por las matemáticas, y de la confianza que le dan debido a la resolución de problemas previos.

No se puedan enseñar las estrategias de solución, más bien, cada persona las va construyendo. Lo que sí se puede, es fomentar el resolver problemas desde diversas maneras, ser flexible en el uso del conocimiento como una herramienta para construir nuevos conocimientos.

Este énfasis en el uso de diversas estrategias para resolver problemas, no necesita de una reforma educativa para operar, desde cada profesor en cada aula, es posible realizarlo sin tanto presupuesto, ni con tanta fuerza para convencer a los profesores, ya que ellos están de acuerdo con esta idea en general.

Los materiales, como libros de texto gratuitos, debieran tomar en cuenta el uso de diferentes estrategias para resolver problemas, a través de preguntas que pudieran permitir resolver problemas de distintas maneras, con el empleo consciente de las estrategias, aunque no sea parte de la formación de los profesores.

En México, los programas de estudio en secundaria limitan el uso de las estrategias de solución a una sola, tampoco menciona cuántas existen y cuáles son. Nuestras autoridades educativas debieran voltear a lo que están haciendo otros países, y no copiar, pero sí evaluar cuáles propuestas serían fáciles y factibles de aplicar aquí.

Finalmente, un aspecto a rescatar muy importante a la hora de enseñar matemáticas, y que en lo personal no había meditado hasta antes de esta investigación, es que existen ejercicios que pueden llegar a ser problemas matemáticos que nos ayudarían más en el salón de clases, ya que existen problemas monocamino y lo que promueven es la repetición y mecanización de los algoritmos, generando en los alumnos la idea de que “sólo hay un camino correcto”; por otro

lado, con los problemas multicaminos podemos explotar todo nuestro conocimiento y el de nuestros alumnos, así como nuestras estrategias de solución, provocando un pensamiento crítico acerca de lo flexible que puede resultar la matemática, y que esto les daría más confianza a los alumnos y así mejoraría su habilidad para resolver problemas.

Por lo tanto, si los profesores desean mejorar su MTSK, además de los aspectos señalados por Aguilar, et al. (2013), deberán usar más estrategias de solución, y elegir problemas multicaminos para trabajarlos con sus alumnos, para que entre todos, podamos encontrar la belleza de la matemática y darle un mejor sentido a nuestras vidas, ya que la resolución de problemas matemáticos será cada vez más fácil.

Limitaciones del estudio

Se trabajó con pocos profesores, para estudios posteriores se pudiera considerar un número mayor. Se está trabajando en un modelo que pueda rescatar las aportaciones de Shulman, Ball, Aguilar, Fan y Zhu de tal manera que no se vea parchado, sino armonizado el uso de los teóricos. Para eso se requiere de mayor lectura y más diálogo con expertos en la resolución de problemas y el conocimiento especializado del profesor de matemáticas.

Referencias y bibliografía

AAAS. (1990). *Science for all Americans online*. EU: AAAS.

Aguilar, A., Carreño, E., Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L., Escudero, D., Flores, E., Flores, P., Montes, M., y Rojas, N. (2013). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas: MTSK. *Actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 5063-5069). Uruguay: Sociedad de Educación Matemática Uruguaya.

Ander-Egg, E. y Aguilar, M. (2001). *Métodos y técnicas de investigación social. Vol. I. Acerca del conocimiento y del pensar científico*, Argentina, Lumen.

Avcu, S. y Avcu, R. (2010). Pre-service elementary mathematics teachers' use of strategies in mathematical problema solving. *Procedia Social and Behavioral Sciences, 9*, doi: 10.1016/j.sbspro.2010.12.321, pp. 1282-1286.

Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Bautista, E. (2011). *Creencias del docente sobre algunos aspectos manejados en la enseñanza de la trigonometría y su importancia en el nivel medio superior*. Tesis de Maestría aún no publicada. México: ISCEEM.

Bloedy-Vinner, H. (1996). The analgebraic mode of thinking and other errors in word problem solving. En Puig, L. (Ed.), *Proceedings of the 20th international Conference for the Psychology of Mathematics Education*. España: International Commission on Mathematics Instruction, 105-112.

Bush, S. W. (1986). Preservice teachers´ sources of decisions in teaching secondary mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education. 17*, 21-30.

Clement, J., Narode, R. y Rosnick, P. (1981). Intuitive misconceptions in algebra as a source of math anxiety. *Focus on Learning Problems in Mathematics. 3*(4), 36-45.

Contreras, J. (2002). Preservice secondary mathematics teachers' modeling strategies to solve problematic subtraction and addition word problems involving ordinal numbers and their interpretations of solutions. En Mewborn, D. (Ed.). *Proceedings of the Twenty-Fourth Annual Meeting PME-NA XXIV. vol.3*, pp. 1363-1374.

Cooney, T. (1985). A beginning teacher's view of problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*. *16*, 324-336.

Davis, R. (1989). The culture of mathematics and the culture of schools. *Journal of Mathematical Behavior*. *8,* 143-160.

Fan, L. y Zhu, Y. (2007). Representation of problem-solving procedures: A comparative look at China, Singapore, and US mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics*. 66, 61-75.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.

Galicia, M. (2001*). Estrategias para la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria*. Tesis de maestría. México: Cinvestav-DIE.

González, C. (2008). *Creencias y conocimientos del profesor de bachillerato acerca del cálculo diferencial y su enseñanza*. Tesis doctoral. México: ISCEEM.

Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*. *7,* 293-307.

Herrera, A. (2007). *La educación matemática y los fenómenos didácticos en la telesecundaria*. *El caso de las escuelas federales de la región Lerma*. Tesis de maestría. México: ISCEEM.

Hill, H., Ball, D., y Schilling, S. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*. *39*, 372-400.

INEE (2013). *México en PISA 2012*. México: INEE.

Jiang, C. y Chua, B. (2010). Strategies for solving three fraction-related word problems on speed: a comparative study between Chinese and Singaporean students. *International Journal of Science and Mathematics Education*. 8, 73-96.

Johanning, D. (2004). Supporting the development of algebraic thinking in middle school: A closer look at students' informal strategies. *Journal of Mathematical Behavior*. *23,* 371-388.

Johanning, D. (2007). Is there something to be gained from guessing? Middle school students' use of systematic guess and check. *School Science and Mathematics*. *107*(4), 123-133.

Kantowski, M. (1977). Possesses involved in mathematical problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education, 8*, 163-180.

Kaur, B. (1995). *An investigation of children's knowledge and strategies in mathematical problem solving*. Tesis doctoral. Australia: Monash University.

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: where do good problems come from? En Schoenfeld, A. (Ed.). *Cognitive science and mathematics education*. NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 123-147.

Kline, M. (1977). *Why the professor can't teach*. *Mathematics and the Dilemma of University Education*. New York: St. Martin's Press.

Lesh, R. y Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. En F. Lester (Ed.). *The second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 763-804). Charlotte: Information Age Publishing.

Lim, K. (2008). *Students' mental acts of anticipating: Foreseeing and predicting while solving problems involving algebraic inequalities and equations*. Alemania: VDM Verlag.

Marván, L. (2001). *Hacer matemáticas*. México: Santillana.

Mejía, F. (2010). Evolución en la solución de word problems, desde alumnos de secundaria hasta profesores de educación básica. Ponencia en la sección: Enseñanza de las Matemáticas a través de la Solución de Problemas. *Segundo congreso internacional sobre la enseñanza de las matemáticas*. México: UNAM, FES Cuautitlán.

Nathan, M. y Koedinger, K. (2000). Teachers' and researchers' beliefs about the development of algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(2), 168-190.

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. E.U.A.: NCTM.

Nesher, P. (1980). The stereotyped nature of school word problems. *For the learning of Mathematics, 1*(1), 41-48.

OCDE (2013a). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do. Student Performance in Mathematics, Reading and Science. Volume I*. París: OCDE.

OCDE (2013b). *México -Nota País- Resultados de PISA 2012*. París: OCDE.

Ornelas, C. (2004). El instituto de evaluación educativa: promesas y escepticismo. En P. García; L. Gutiérrez y G. Torres (comp.), *El nuevo milenio mexicano. Tomo 4: los retos sociales*. México: Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco, Ediciones y gráficos Eón.

Owens, J. (1987). A study of four preservice teachers' construct of mathematics and mathematics teaching. *Tesis doctoral*, The University of Georgia.

Peñas, M. (2002). Análisis de las estrategias a utilizar en la resolución del "problema de los apretones de manos". En: Departamento de Didáctica de la Matemática (Ed.). *Investigación en el aula de matemáticas. Resolución de problemas. Conferencias, Talleres, Comunicaciones*. España: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada SAEM THALES, pp. 189-196.

Pozo, J. y Gómez M. (2009). *Aprender y enseñar ciencia*. Madrid: Morata.

Reusser, K. (1988). Problem solving beyond the logic of things: Contextual effects on understanding and solving word problems. *Instructional Science, 17*, 309-338.

Reyes, A. (2008). *Conocimientos y creencias sobre precálculo en el profesor de Bachillerato de la zona escolar no. 1*. Tesis de maestría. México: ISCEEM.

Saleh, F. (2011). *Problem solving schemes of secondary school mathematics teachers*. Tesis doctoral. Malasia: University of Malaya, 116-123.

Schoenfeld, A. (1979). Explicit heuristic training as a variable in problem solving performance. *Journal for Research in Mathematics Education, 10*, 173-187.

Schoenfeld, A. (1991). On mathematics as sense-making: An informal attack on the unfortunate divorce of formal and informal mathematics. En Voss, Perkins y Segal (eds.) *Informal reasoning and education*. NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 311-343.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. En Grouws, D. (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: MacMillan, 334-370.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1-22.

Silver, E. (1979). Student perceptions of relatedness among mathematical verbal problems. *Journal for Research in Mathematics Education. 10,* 195-210.

Simon, H. (1999). Problem solving. En: R. Wilson y F. Keil (eds.). *The MIT encyclopedia of cognitive sciences*. Cambridge, MA: The MIT press.

Stacey, K. y MacGregor, M. (2000). Learning the algebriac method of solving problems, *Journal of Mathematical Behavior*. *18*(2), 149-167.

Sulak, S. (2010). Effect of problem solving strategies on problem solving achievement in primary school mathematics. *Procedia Social and Behavioral Sciences, 9*, doi: 10.1016/j.sbspro.2010.12.182, pp. 468-472.

Thompson, A. (1992). Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of the research. En D. Grouws (Ed.), *Handbook on mathematics teaching and learning*. (pp. 127-146). New York: Macmillan.

Verschaffel, L. y de Corte, E. (1997). Word problems. A vehicle for authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school? En Nunes, T. y Bryant, P. (eds.). *Learning and teaching mathematics: An international perspective*. Inglaterra, Psychology Press, 69-98.

Watson, A. y Mason, J. (2007). Taken-as-shared: A review of common assumptions about mathematical tasks in teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*. *10*, 205-215.

Matemática a enseñar o para enseñar: el caso de las Fracciones

Gabriel Rubén **Soto**
Universidad Nacional de la Patagonia
Argentina
gsoto@ing.unp.edu.ar

Resumen

La enseñanza de la matemática siempre ha estado en el centro de atención debido a que los resultados respecto a la adquisición de habilidades y competencias matemáticas de los estudiantes que transitan el sistema educativo no son los esperados. Las investigaciones sobre esta problemática han comenzado a focalizarse en la construcción de un conocimiento matemático profesional necesario para buenas prácticas docentes. En este trabajo presentamos un estudio sobre el concepto de fracción estableciendo relaciones directas con las estructuras matemáticas fundamentales explicitando la constante tensión que existe entre la matemática a enseñar (matemática escolar) y la matemática para enseñar (matemática profesional) a modo de aporte para la discusión sobre la construcción de saberes profesionales en la formación docente.

*Palabras claves: M*atemática para enseñar, Matemática a enseñar, fracciones, saberes profesionales.

Abstract

Mathematics education has been always at the center of attention due to the fact that results of the acquisition of abilities and competences of students during their schooling have not been what they have expected. Research on this problem has begun to focus on the construction of professional mathematical knowledge necessary for good teaching practices. In this paper we present a study of the concept of fractions and its relation with fundamental mathematical structures uncovering existing tensions between the mathematics to teach (elementary mathematics) and the mathematics for teaching (deep mathematics) as a tool for constructing professional knowledge for pre- and in-service teachers.

Key words: Mathematics to teach, Mathematics for teaching, fractions, professional knowledge.

Introducción

La atención a la problemática de la enseñanza de la matemática desde la segunda mitad del Siglo XX se ha centrado en los problemas asociados al aprendizaje de los alumnos (Ernest, 2010; Godino, 2010). Sin embargo, los resultados de los cambios introducidos en los sistemas educativos guiados por dichos constructos teóricos no han sido los esperados (C. Bosch, Álvarez Díaz, Correa, Druck, & McEachin, 2010, pp. 19-28). Una de las razones es que las prácticas docentes no han sido consecuentes con los cambios socio-culturales que la escuela está transitando (Artigue, 2012, p. 21).

Las prácticas docentes involucran no sólo saberes específicos a la matemática sino además saberes históricos, sociológicos, culturales, epistemológicos, pedagógicos, didácticos, metodológicos y éticos, que sumado a los problemas propios de la adquisición de saberes, convierte a la formación de docentes en matemática en un problema altamente complejo. Especial atención se ha puesto en los últimos años en Argentina (CUCEN, 2011; INFOD, 2007) sobre los *saberes profesionales* que debe adquirir un docente en formación, a través de la elaboración de estándares de calidad para las carreras de formación de docentes en matemática. De estas políticas públicas surge la necesidad de generar espacios de reflexión y producción de dispositivos de desarrollo profesional para los docentes en matemática que tengan en cuenta los aspectos disciplinares, metodológicos y éticos subyacentes en la toma de decisiones que a diario deben hacer en sus prácticas, permitiendo además el estudio de las condiciones de viabilidad y evolución de los mismos en los distintos ámbitos en los que el profesor debe desarrollar su práctica profesional en lo que refiere a la evolución de la matemática como disciplina científica. La tarea docente se caracteriza por la constante toma de decisiones acerca de qué enseñar, cómo hacerlo y para qué (Bishop, 1976, p. 30). Estas decisiones deben considerar la especificidad de los objetos de conocimiento a ser enseñados, los contextos en los que tiene lugar la enseñanza y las características de los sujetos de aprendizaje. El análisis de las prácticas docentes requiere entonces, la consideración, reflexión y comprensión de las dimensiones disciplinar, metodológica y ética que la caracterizan. Definir qué significa ser un buen docente es una tarea compleja puesto que está definida por conceptos orientadores carentes de aspectos delimitadores (Elliot, 1991, pp. 27-38), los cuales están en constante tensión entre la experiencia y el dominio de la disciplina a enseñar (Litwin, 2009, p. 32).

Esta tensión se ve reflejada en la cada vez más evidente distinción entre *la matemática para enseñar y la matemática a enseñar* (Ball, Hill, and Bass (2005, pp.45-46), M. Bosch & Gascón (2009, p. 95), C. Bosch et al. (2010, pp. 41-43), Artigue (2012, pp. 25-28)).

En este trabajo presentamos una instancia de reflexión sobre dicha tensión surgida a partir de acciones de intervención tanto en la formación inicial de profesores en Matemática que se ofre- ce en el Departamento de Matemática de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco (U.N.P.S.J.B.), como así también en acciones de formación continua para docentes en ejercicio de instituciones de la región de influencia de la U.N.P.S.J.B. En ellas se ha trabajado sobre saberes matemáticos elementales adquiridos en el ámbito escolar con el objeto de explicitar las relaciones entre éstos y los que se van construyendo durante la formación docente y así promover la expansión del *paquete de conocimientos* (Ma, 2010, pag. 97) o *equipamiento praxeológico* (M. Bosch & Gascón, 2009, p. 93) que los docentes van construyendo a lo largo de su vida profesional.

El concepto de fracción, a lo largo de las diversas intervenciones que hemos desarrollado con docentes en formación y/o en ejercicio, surge sistemáticamente como una actividad práctico-técnica, rígida y aislada (Chevallard, 1999); esto es, las fracciones forman un paquete de saberes desconexo que sólo consiste en fórmulas y algoritmos sin sentido: esto se pone de manifiesto cuando se les pregunta *¿por qué se multiplica cruzado en la división de fracciones?* y los estudiantes no pueden elaborar argumentos matemáticamente precisos. El motor de este trabajo entonces, ha sido el análisis de la *práctica matemática* (D'Amore & J. Godino, 2007, p. 208) alrededor del concepto de fracción teniendo en cuenta las formas comunicacionales, verbales o escritas, que se utilizan durante la resolución de problema haciendo una comparación con los problemas que a lo largo del desarrollo histórico de la matemática dieron lugar al concepto de

fracción. Esto es, hemos recreado *la cultura matemática* alrededor de la creación de un objeto matemático, compuesta por el conjunto de valores y comportamientos que conduce a los matemáticos a experimentar la evolución de la matemática como ciencia social por excelencia, omnipresente en el mundo actual, dinámica y activa guiada por la necesidad de resolver problemas de interés comunitario (Burton, 2009, p. 159). Ésto debe formar parte de los saberes profesionales que el docente tiene a su disposición para poder generar las condiciones necesarias para poder recrear la práctica matemática en el aula (Ball et al., 2005, p. 45).

Desarrollo de las actividades

Las fracciones son introducidas generalmente a partir de la noción de *parte/todo*; esto es, el concepto de fracción surge como necesidad de subdividir en partes iguales a la unidad de medida (Courant & Robbins, 1996, pp. 52-53). Sin embargo, la evidencia de la matemática egipcia muestra que los problemas relacionados con el concepto de fracción surgieron a partir del problema de reparticiones equitativas (Boyer & Merzbach, 2011, p. 11): en términos modernos las fracciones resultan ser el *cociente exacto* entre dos números enteros. Esta dualidad que existe en la definición de los números racionales generada por las diferencias en los problemas que les dieron lugar, pone en evidencia aspectos fundamentales de la actividad matemática que muy a menudo están ausentes tanto en la enseñanza de la matemática como así también en la formación docente (Saiz, Gorostegui, & Vilotta, 2011, p. 127). Y es esta dualidad la que hemos explotado para desarrollar este dispositivo de desarrollo profesional.

Para dividir hay que sumar

La fracción *a/b*, según la interpretación egipcia, representa el problema de dividir equitativamente *a* panes entre *b* comensales sin que sobre nada. Por ejemplo, la fracción *2/4* representa lo que recibe cada uno de cuatro comensales al dividir equitativamente dos panes, como lo muestra el panel izquierdo de la Figura 1. De manera análoga, el panel derecho de la Figura 1 muestra la descomposición de *2/3* como lo que le corresponde a cada uno de los tres comensales cuando se desea repartir dos panes de manera equitativa. En símbolos

$$2/4 = 1/2 \text{ y } 2/3 = 1/2 + 1/6$$

El problema de reparticiones equitativas, según los egipcios, se reduce entonces a expresar cada fracción como suma de fracciones de numerador 1 (Boyer & Merzbach, 2011, p. 11).

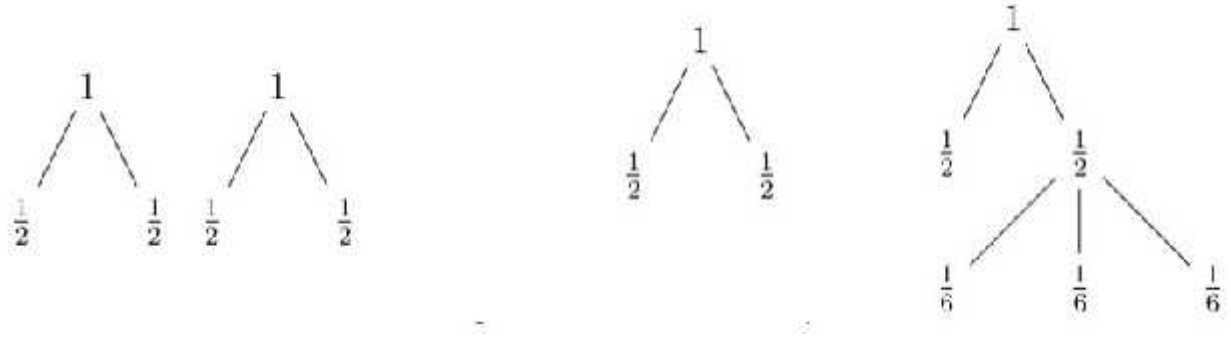


Figura 1. Panel izquierdo: la fracción *2/4* resulta *equivalente a 1/2* pues es lo que recibe cada uno de los cuatro comensales al repartir equitativamente 2 panes. Panel derecho: la fracción *2/3= 1/2+1/6*.

Esta descomposición induce de manera natural una clasificación de las fracciones, o en términos matemáticos, una *relación de equivalencia* en el conjunto de las fracciones al cual denotamos por $\boldsymbol{F}/\sim$ como

$a/b \sim c/d$ *si y sólo si* tienen una misma descomposición en fracciones de denominador 1 (1)

Esta relación determina *clases de equivalencias* que definen una partición en $\boldsymbol{F}$; esto es, la unión de dichas clases de equivalencia es disjunta y resulta $\boldsymbol{F}$ (Gentile, 1988): al conjunto de clases, llamado *conjunto cociente* lo denotamos por $\boldsymbol{F}/\sim$. Llamamos entonces *fracción equivalente* a cada una de las clases de equivalencias en $\boldsymbol{F}$. A modo de ejemplo

$$\overline{1/2} = \{1/2, 2/4, 3/6, 4/8, \ldots\} \quad \overline{2/3} = \{2/3, 4/6, 3/9, 4/12, \ldots\}$$

La notación $\overline{1/2}$ se refiere a la clase de equivalencia a la cual pertenece la fracción $1/2$. En particular, $1/2$ pertenece a F pero $\overline{1/2}$ pertenece $\boldsymbol{F}/\sim$. Estas clases están formadas por todas las fracciones que se escriben distinto pero representan el mismo problema.

Las *fracciones irreducibles*, aquellas fracciones cuyo numerador y denominador no tienen factores en común, aparecen de manera ubicua en los textos escolares pero descontextualizadas: cuando hemos preguntado a los docentes o alumnos por qué las utilizan obtenemos la misma respuesta: *porque es más simple*, a lo cual replicamos *¿más simple para quién?*. Claramente la definición egipcia de fracciones no permite definir las fracciones irreducibles pues no son necesarias para resolver el problema. Si bien la matemática se ha desarrollado a partir de problemas concretos que ayudan a construir lo que Freudenthal denomina *el sentido común* (Freudenthal, 1973, p. 4), una de las características fundamentales de la actividad matemática es interpelar las premisas en las que se basa, lo que permite la generalización e identificación de estructuras subyacentes (Freudenthal, 1973, pp. 20-30). La relación

$$a/b = c/d \text{ si y sólo si } a \times d = b \times d \quad (2)$$

resulta ser una relación de equivalencia en $\boldsymbol{F}$ (Klein, 1945, p. 29), de característica enteramente aritmética. Es fácil convencerse o demostrar que las relaciones (1) y (2) definen las mismas clases de equivalencia. De esta definición se puede deducir fácilmente la noción de fracción equivalente y más aún, se puede concluir que cada clase de equivalencia puede ser *representada* por una fracción irreducible.

Esta interpretación de la fracción como resultado de una división exacta entre números enteros ha sido utilizada por Streefland para analizar una secuencia de actividad aúlica alrededor de la enseñanza del concepto de fracción (Streefland, 1997, p. 350). Más aún, la división exacta entre números enteros permite establecer que $a/1 = a$ para cualquier a en $\boldsymbol{Z}$, el conjunto de números enteros. Esta identificación de los números enteros como fracciones de denominador 1 se basa enteramente en el sentido común generado por el problema de repartos equitativos (Freudenthal, 1973) y es complementario a las identificaciones más algebraicas como la presentada por Centeno Pérez (1997, p. 64).

Con esta definición de fracción, tanto el numerador como denominador tienen significados diferentes a los que usualmente se les asignan cuando se considera a las fracciones a partir de la subdivisión de la unidad: el denominador indica en cuántas partes se divide el entero y el numerador indica cuántas de esas partes se toman (Dallura, 2008, p. 86).

A partir de esta definición de fracción equivalente se puede introducir el orden en F/~, por ejemplo

$$2/3<3/4$$

pues existen representantes *8/12* de *2/3* y *9/12* de 3/4 que satisfacen la misma desigualdad:

$$8/12 <9/12$$

permitiendo introducir otra clase de problemas relacionados. Por ejemplo:

> En el supermercado *A* tienen esta semana la promo *Lleve 4 pague 3* para gaseosas de 2,25 litros. Al mismo tiempo, el supermercado *B*, al enterarse de tamaño desafío, ofrecieron la promo *Lleve 3 pague 2* para las mismas gaseosas. Si tenés que comprar gaseosas para tu fiesta de cumpleaños, ¿dónde te conviene comprarlas? (Tener en cuenta que el precio de venta de las gaseosas está fijado por la compañía que las fabrica y no por los supermercados.)

Más aún, la noción de orden definida anteriormente permite establecer la densidad como propiedad distintiva de los números racionales respecto de los números enteros (Soto, Etcheverrito, Etcheverrito, & Mellado, 2013, p. 7).

Aritmética en *F/~*

La suma de números enteros surge a partir de *agrupar* magnitudes del mismo tipo: *tres manzanas más seis manzanas equivalen a nueve manzanas*. Esta idea permite definir la suma de fracciones de igual *denominación*: tres *cuartos* más cinco *cuartos* sean ocho *cuartos*. En símbolos,

$$3/4+5/4=8/4.$$

Elegimos éste nombre en lugar de fracciones de igual denominador ya que estamos utilizando el carácter fonético del problema como una de las características fundamentales de la construcción de la matemática pues cualquier resultado debe ser validado socialmente y para ello hay que comunicarlo; esto es, el lenguaje es la parte ostensiva de una serie de conceptos, proposiciones y procedimientos que intervienen en la elaboración de argumentos para decidir si las acciones que componen la práctica son satisfactorias (J.D. Godino, Batanero, & Font, 2007, p. 130).

Ahora bien, ¿cómo se resuelve *3/4+5/7*? Para dar sentido a esta operación entre fracciones que tienen diferente denominación tenemos necesariamente que volver al concepto de fracción equivalente para poder transformar este problema en otro que sabemos resolver, activando herramientas o dispositivos inherentes a la actividad matemática:

$$3/4+5/7=21/28+20/28=41/28 \quad (3)$$

La suma de fracciones se reduce entonces a la elección apropiada de fracciones equivalentes. Esta libre elección de fracciones de igual denominador se basa en el hecho que la suma en ***F*** define una suma en el cociente ***F/~*** ; esto es la suma *pasa al conjunto cociente* a través de un homomorfismo de grupo (Hungerford, 1974). Este paso al cociente también está implícito en los criterios de divisibilidad por 3 y 9.

El uso de fracciones equivalentes y la posibilidad de utilizar el representante más conveniente respecto al problema que se está resolviendo, también forma parte de actividad matemática y es de gran utilidad al momento de hacer aritmética con las fracciones. Más aún, la noción de fracción equivalente es importante para la construcción el significado algebraico del signo = (Sessa, 2005, cap. 2), del cual no nos ocuparemos en este trabajo. A

partir de esta libre elección de representantes de una misma clase de equivalencia podemos definir la suma de fracciones con el mismo significado que la suma de números enteros; en particular el sentido común sigue siendo válido. Resulta importante observar que (3) se puede escribir

$$3/4+5/7= 21\ 1/28+20\ 1/28 = 41\ 1/28$$

y ahora la suma de fracciones de igual denominación no sólo suena igual sino que también se *ve* igual a la suma de magnitudes enteras de igual tipo introduciendo otra forma de comunicación de resultados para la validación de la solución del problema: la comunicación escrita.

Podemos definir, *pensando en voz alta nuevamente*, la división de fracciones como una división entera siempre y cuando tengan la misma denominación:

$$5/3 \div 5/6=10/6\div 5/6=10/5=2 \quad (4)$$

el significado de esta operación es el de preguntarse cuántos grupos de *cinco sextos* se pueden formar con *diez sextos*. Esto es, la división de fracciones de igual denominación tiene la misma interpretación que la división exacta de números enteros. Una de las consecuencias de trabajar con fracciones equivalentes para resolver divisiones entre fracciones es que surge naturalmente la regla de *multiplicar cruzado* como se muestra en el ejemplo siguiente.

$$3/5 \div 1/2=6/10\div 5/10 =6/5, \text{ pero } 6/5=(3\times 2)/(5\times 1) \quad (5)$$

Es importante observar que, cuando analizamos el resultado de división, éste entra en conflicto con él: *la división siempre achica* y observamos que en la división (4) ¡el resultado es más grande! Esta aparente contradicción con el sentido común alrededor del concepto de la división surge como un *obstáculo epistemológico* (Brousseau, 2002, pp. 79-84), herramienta que ofrece la matemática para permitir la objetivación de las fracciones y sus operaciones aritméticas que permite, a posteriori, comprender las estructuras matemáticas subyacentes, que en este caso son algebraicas.

Hasta el momento hemos definido las operaciones de suma y división de fracciones haciendo uso de la analogía con las respectivas operaciones en el conjunto de los números enteros. Lo que resta discutir es cómo definir la multiplicación de fracciones, teniendo definidas las operaciones presentadas anteriormente. Por ejemplo ¿cómo se resuelve o qué significa $2/3\times 1/4$?

Si utilizamos el mismo método que antes; esto es fracciones equivalentes, obtenemos

$$2/3\times 1/4=8/12\times 3/12. \quad (6)$$

Cuando leemos en voz alta (6) lo primero que surge es preguntarnos qué significa multiplicar dos magnitudes del mismo tipo; esto es, dos números con la misma denominación. En este punto no tenemos un significado similar en la multiplicación de números enteros, por tanto necesariamente tenemos que buscar una interpretación alternativa de la multiplicación de números enteros: el modelo de sumas repetidas para representar la multiplicación de números enteros pierde todo sentido aquí. Recurriendo nuevamente al carácter fonético del este problema nos preguntamos ¿a qué suena la multiplicación *ocho doceavos por tres doceavos*? El modelo rectangular para la multiplicación aparece como adecuado pues multiplicar dos números con la misma denominación tienen sentido si pensamos en el cálculo del área de un rectángulo (Centeno Pérez, 1997, pp. 199-201). Por tanto, *ocho doceavos por 3 doceavos*, suena igual que

ocho cm por 3 cm que resulta igual a *24 cm*^{2}, por tanto *ocho doceavos por 3 doceavos debe ser igual a 24 doceavos al cuadrado*. En símbolos

$$2/3\times1/4=8/12\times3/12=24/12^2=24/144.$$

El sentido de la multiplicación como cálculo del área de un rectángulo presupone las nociones de perímetro y área, que aparecieron al mismo tiempo que las fracciones en la línea histórica de la matemática. También podemos prescindir de esta representación y proponer la multiplicación como un problema enteramente aritmético basándonos en la noción de división exacta. Esto es, la multiplicación (6) resultará en un número x tal que al dividirlo por alguno de los factores obtenemos el restante. En símbolos

$$2/3\times1/4=x \text{ de modo que } x\div2/3=1/4 \quad (7)$$

Primero ¿qué clase de número debe ser x? Esta pregunta está directamente relacionada con la definición de operación en una estructura algebraica (Hungerford, 1974). Dado que la división de fracciones, como fue definida anteriormente es cerrada en $\boldsymbol{F}$; esto es, si dividimos dos fracciones el resultado es una fracción, es natural suponer que x también sea una fracción. Así

$$2/3\times1/4=a/b$$

y en vista de la regla de multiplicar cruzado para la división de fracciones (5)

$$a\times3=1 \text{ y } b\times2=4 \quad (8)$$

Sin embargo, la ecuación para a no tiene solución en $\boldsymbol{Z}$. Nuevamente aparece una situación que desafía el sentido común en las prácticas aúlicas: ¡en matemática hay problemas que no tienen solución! dado que las fracciones son en realidad representantes de una clase de equivalencia, podemos cambiar el representante de la clase que contiene a $1/4$ para que ambas ecuaciones (8) tengan solución en $\boldsymbol{Z}$; esto siempre se puede hacer debido a la existencia de los múltiplos comunes en $\boldsymbol{Z}$ (Gentile, 1988). Por ejemplo si en lugar de $1/4$ tomamos por ejemplo $3/12$ entonces la solución de (8) es $a = 1$ y $b = 6$ de donde $x = 1/6$. Para poder obtener la regla de *multiplicar derecho* es necesario elegir el representante correcto. En nuestro caso $2/12=1/6$ y si volvemos a (6) tenemos que

$$2/3\times1/4=2/12=(2\times1)/(3\times4)$$

Es importante notar que la regla de *multiplicar derecho* no siempre surge de manera natural a partir de los problemas analizados anteriormente, a diferencia de la multiplicación cruzada para la división de fracciones lo que explica en parte que el producto de fracciones generalmente se introduzca en un contexto aritmético.

Como última observación es importante aclarar que la elección de $\boldsymbol{F}$ para denotar el conjunto de fracciones en lugar de la notación usual $\boldsymbol{Q}$ pues el objetivo de este trabajo ha sido el de resaltar la definición de la multiplicación de fracciones. Hay que notar que F forma un grupo conmutativo respecto a la multiplicación. Con respecto a la suma, $\boldsymbol{F}$ es tan sólo un semigrupo conmutativo pues no hemos definido las fracciones negativas (Saiz et al., 2011, pp.127-128) pues el excede al alcance del objetivo de este trabajo.

Discusión

La tarea docente se caracteriza por la constante toma de decisiones acerca de qué enseñar, cómo hacerlo y para qué, y como tal es un proceso estocástico desde el punto de vista del docente pues no es posible controlar a priori *todos* los tipos de dificultades que surgen en el

proceso de aprendizaje. Es necesario entonces, considerar la toma de decisiones como parte del equipamiento praxeológico del docente y por tanto generar dispositivos que permitan solidificar este proceso en los programas de formación docente, incial y continua.

En este trabajo hemos presentado un análisis del concepto de fracciones y su aritmética en función del momento histórico en que aparecieron y las estructuras matemáticas subyacentes (Hungerford, 1974), proponiendo de esta manera un marco de discusión para el diseño de posibles dispositivos de formación que permite la construcción de habilidades relacionadas con la toma de decisiones y así fortalecer los saberes profesionales docentes. El concepto de fracción y su aritmética, como saber escolar elemental generalmente consiste de fórmulas y algoritmos sin sentido; para reconectarlos y resignificarlos nos hemos concentrado en explicitar las relaciones entre estos saberes elementales (la matemática a enseñar) y las estructuras subyacentes (la matemática para enseñar) y que consideramos fundamentales como dispositivos de construcción de saberes profesionales. Una de las características de este análisis es la validación social de los problemas o situaciones que dieron origen a las fracciones y en particular el uso del lenguaje hablado como disparador de nuevas ideas sobre las cuales se construyen nuevos saberes matemáticos (Keitel & Kilpatrick, 2005, p. 114).

Este trabajo es parte de un programa más amplio que hemos inaugurado hace un tiempo atrás, en el cual a partir de saberes escolares adquiridos por parte de los futuros docentes se explicitan conexiones con los saberes matemáticos que se construyen durante la formación inicial (e.g. Soto, 2011, 2012, 2013); esto es, no hemos buscado la innovación o novedad en las propuestas de enseñanza sino la reflexión y búsqueda de relaciones entre el conjunto de creencias de tipo disciplinar, emocional y metodológico que ponen en juego la tensión entre la matemática a enseñar y la matemática para enseñar. Estos dispositivos permiten estudiar además el alcance de la formación matemática disciplinar de un profesor pues su práctica profesional es diferente a la del matemático y por tanto es necesario seguir reflexionando sobre la matemática para enseñar como fundacional para el desarrollo de buenas prácticas docentes que sean dinámicas con tasas de evolución comparables con las de los cambios que la sociedad experimenta diariamente.

Agradecimientos

Un agradecimiento especial para Mónica González, Llanet Da Luz Pereira y a María de Gracia Mendonça cuyas observaciones y críticas contribuyen a mejorar mi trabajo como matemático y como formador de formadores.

Subsidios

Las actividades que se presentan a continuación fueron desarrolladas en el marco del proyecto de investigación *Aplicación de la teoría de redes al desarrollo de dispositivos de formación para docentes en matemática* (Res 8217/2014), financiado por la Secretaría de Ciencia y Técnica de la Universidad Nacional de la Patagonia san Juan Bosco.

Referencias y Bibliografía

Artigue, M. (2012). *Challenges in basic mathematics education*. UNESCO.

Ball, D. L., Hill, H., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching. Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator.*

Bishop, A. (1976). Decision-making, the intervening variable. *Educational Studies in Mathematics*, *7*, 41–47.

Bosch, C., Álvarez Díaz, L., Correa, R., Druck, S., & McEachin, R. (2010). *Mathematics education in Latin America and the Caribbean: a reality to be transformed*. ICSU-LAC.

Bosch, M. & Gascón, J. (2009). Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria. En M. González, M. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en educación matemática XIII*. Santander: SEIEM.

Boyer, C. & Merzbach, U. (2011). *A history of mathematics* (Third Edition). John Wiley & Sons, Inc.

Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics*. Kluwer Academic Publishers.

Burton, L. (2009). The culture of mathematics and the mathematical culture. En O. Skovsmose, P. Balero, & O. Christensen (Eds.), *University science and mathematics education in transition*. Springer.

Centeno Pérez, J. (1997). *Números decimales. ¿por qué?, ¿para qué?* Editorial Síntesis. Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *19*, 221–266. Courant, R. & Robbins, H. (1996). *What is mathematics?* Oxford University Press.

CUCEN. (2011). Anteproyecto estándares para la acreditación de la carrera de profesorado universitario en matemática. Retrieved from http://www.cucen.org.ar/profesorados/matematica/verProfMatematica.action

Dallura, L. (2008). *La matemática y su didáctica en el primero y segundo ciclo de la E.G.B. Un enfoque constructivista*. Aique.

D'Amore, B. & Godino, J. [J.]. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *10*, 191–218.

Elliot, J. (1991). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Morata.

Ernest, P. (2010) In B. Sriraman & L. English (Eds.), Reflections on theories of learning. En *Theories of mathematics education. Advances in mathematics education,* pp. 39– 47, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht. Gentile, E. (1988). *Álgreba*. Eudeba.

Godino, J. [J.]. (2010). *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como una disciplina científica*. Disponible en www.ugr.es/jgodino/.

Godino, J. [J.D.], Batanero, C., & Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, *39*, 127–135.

Hungerford, T. (1974). *Algebra*. Springer.

INFOD. (2007). Lineamientos curriculares nacionales para la formación docente inicial. Retrieved from

http://repositorio.educacion.gov.ar:8080/dspace/bitstream/handle/123456789/53990/12924.pdf?sequence=1

Keitel, C. & Kilpatrick, J. (2005). Mathematics education and common sense. En *Meaning in Mathematics Education,* Vol. 37. Mathematics Education Library. Springer.

Klein, F. (1945). *Elementary mathematics from an advanced point of view. arithmetic, algebra and analysis*. Dover.

Litwin, E. (2009). *El oficio de enseñar. condiciones y contextos*. Paidos.

Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics. Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Taylor & Francis.

Saiz, I., Gorostegui, E., & Vilotta, D. (2011). Problematizar los conjuntos numéricos para repensar su enseñanza: entre las expresiones decimales y los números decimales.

Educación Matemática, *23*, 123–151.

Sessa, C. (2005). *Iniciación al estudio didáctico del álgebra*. Libros del Zorzal. Soto, G. (2011). El teorema de bayes. *Revista de Educación Matemática*, *26* (3).

Soto, G. (2012). Secciones cónicas: ¿y esto... ¿qué me sirve? En J. Adrover & G. García (Eds.), *Trabajos de matemática - Serie B*.

Soto, G. (2013). *(Des)-haciendo matemática: desde Pitágoras y Thales a descartes*. Editorial Patagónica Universitaria.

Soto, G., Etcheverrito, M., Etcheverrito, M., & Mellado, M. (2013). El laboratorio de geometría: un lugar para recuperar la motivación por aprender. En U. M. Argentina (Ed.), *XXXVI reunión de educación matemática*. Universidad Nacional de Rosario.

Streefland, L. (1997). Charming fractions of fractions being charmed? En T. Nunes & P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics. an international perspective* (Cap. 14, pp. 347–372). Phycology Press.

Matemática científica e escolar: saberes, crenças e concepções de professores na construção coletiva de um livro didático

Lucas Medeiros e **Melo**
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Brasil
lukas.mat03@gmail.com
Rodrigo **Rosistolato**
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Brasil
rosistolato@hotmail.com
Victor **Giraldo**
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Brasil
victor.giraldo@ufrj.br

Resumo

O objetivo deste artigo é descrever e analisar os processos de negociação de conhecimento (Shulman, 1986), as crenças e concepções (Thompson, 1992; Ponte, 1992), sobre matemática científica e escolar entre os participantes da equipe de desenvolvimento de uma coleção de livros didáticos digitais para o Ensino Fundamental (Projeto *MatDigital*). A coleção de livros inclui quatro volumes em formato digital interativo, integrando uma série de recursos multimídia. A equipe do projeto inclui membros com formações acadêmicas e profissionais complementares, que reúne professores da educação básica e da universidade. A metodologia de pesquisa se baseia em participação observante (Wacquant, 2002) e na análise de registros escritos e entrevistas semiestruturadas. Os resultados revelam concepções já identificadas na literatura de pesquisa em Educação Matemática e permitem discutir as diferentes contribuições de professores da educação básica e do ensino superior no trabalho coletivo de construção de livros didáticos digitais.

Palavras chave: matemática escolar, matemática científica, livro didático, concepções, saber pedagógico de conteúdo.

Introdução: O diálogo entre matemática escolar e matemática científica

Diálogos e relações entre Matemática Científica e Matemática Escolar estão presentes na literatura de pesquisas em Educação Matemática. A importância de se pesquisar a Matemática nessas duas instâncias – Científica e Escolar – reside no fato de ainda existir um distanciamento considerável entre elas, observada a falta de relação entre os cursos de formação inicial e a efetiva prática dos professores em sala de aula. Esta preocupação não é recente ou geograficamente situada. No início do século XX, o matemático alemão Felix Klein (Klein, 2009) aponta a existência de uma ruptura entre a matemática escolar e universitária – que ele identifica como uma *dupla descontinuidade* na formação dos futuros professores: a matemática

com que os futuros professores têm contato durante os cursos de graduação tem pouca conexão com o que aprenderam anteriormente como alunos da escola, por um lado, e com o que irão lidar na prática docente, por outro lado. Nesse sentido, quando um estudante egresso da educação básica inicia um curso universitário de formação de professores de matemática, perde contato com a matemática escolar, e só volta a lidar com ela quando, após formado, inicia seu trabalho como professor. Não há duas matemáticas – uma da educação básica e outra da universidade – mas a forma como esses saberes estão organizados tende a criar essa oposição artificial.

Klein atribui à escola um papel central no desenvolvimento da ciência: em vez de simplesmente disseminar o conhecimento que é produzido na universidade, a escola é responsável por avaliar de forma independente as necessidades de educação e estabelecer categorias próprias que determinarão a produção de novos conhecimentos (Schubring, 2014). A perspectiva de Klein é oposta às concepções hierárquicas que consideram a universidade como fonte privilegiada de conhecimento, reduzindo a matemática escolar a uma simples vulgarização do conhecimento científico, que é "didatizado" a fim de ser entendido (Chervell, 1990).

Tais preocupações também estão presentes no panorama de pesquisas mais recente. Desde a década de 1980, a formação e os saberes dos professores de matemática vem ganhando destaque na literatura de pesquisa. Por exemplo, Ball (1988) identifica pressupostos que sustentam tacitamente a estrutura dos cursos de formação de professores nos EUA (e que tornam esses cursos praticamente inócuos para a prática de sala de aula). Em particular, a autora conclui que o domínio sobre temas matemáticos avançados é considerado suficiente para equipar completamente os professores com o conhecimento necessário para o ensino. A literatura tem discutido amplamente o conhecimento de conteúdo necessário para a prática docente, a sua construção, como e em que medida este está relacionado com os chamados conteúdos matemáticos avançados (e.g. Even & Ball, 2009).

O livro didático é um importante componente da prática, uma vez que influencia em grande escala os aspectos dos conteúdos que serão tratados e a forma como estes são abordados em sala de aula (e.g., Eisenmann & Even, 2011). Portanto, a investigação sobre as formas de atuação dos professores quando envolvidos na produção de um livro didático pode ajudar a compreender as suas concepções sobre matemática escolar e científica e as conexões do conhecimento matemático com a prática docente.

Neste trabalho, apresentamos os resultados de uma pesquisa sobre o processo de troca e negociação de saberes e concepções, de matemática escolar e científica, entre os participantes da equipe de desenvolvimento de uma coleção de livros didáticos digitais (Projeto *MatDigital*, Sociedade Brasileira de Matemática) para o segundo segmento do Ensino Fundamental. A equipe reúne professores da educação básica e professores universitários, com formações acadêmicas e trajetórias profissionais diversificadas. Concentrar-nos-emos nos processos de negociação de concepções e saberes entre estes dois grupos durante a produção do livro didático. Descreveremos e analisaremos os aspectos da matemática escolar e da matemática científica que são privilegiados e que saberes são acionados durante o desenvolvimento do livro didático.

Entendemos as noções de matemática escolar e matemática científica como formuladas por Moreira e David (2003). Assim, a matemática científica compreende toda a produção acadêmica sobre o campo, que tem seus próprios padrões de rigor e garantias de verdade, aceitos pela comunidade acadêmica em geral. Matemática escolar diz respeito não apenas à inserção de estratégias pedagógicas no ensino, como também todo o contexto da disciplina na educação

básica, com seus processos próprios de produção e critérios de validação do conhecimento, bem como as escolhas sobre o que ensinar e o que não ensinar na escola.

Revisão de literatura e referencial teórico

Uma referência central para a pesquisa em saberes docentes é o trabalho de Shulman (1986), que identifica conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK) como um tipo de conhecimento que "vai além de conhecimento da matéria por si só para a dimensão de conhecimento sobre a matéria para o ensino [...] a forma particular de conhecimento de conteúdo que incorpora os aspectos do conteúdo mais pertinentes para sua teachability[1]." (Shulman, 1986, p.9, tradução nossa). Devido à sua natureza, esta dimensão do conhecimento não pode ser esgotada na formação inicial de professores. Sua construção se prolonga de forma permanente ao longo da atuação do professor em sala de aula, por meio da observação e reflexão da própria ação docente, a partir da prática e para a prática.

Embora o trabalho de Shulman não se refira especificamente à matemática, influenciou vários pesquisadores em educação matemática. Em particular, Ball e seus colaboradores (e.g. Ball et al., 2009) propõem o modelo de *conhecimento matemático para o ensino* (MKT), baseado em duas dimensões principais: *conhecimento de conteúdo* e *conhecimento pedagógico de conteúdo*. Essas dimensões são compostas por diversas formas de conhecimentos que se articulam: sobre os alunos e sobre maneiras de ensinar tópicos específicos de matemática.

De acordo com Shulman, o professor deve assumir o papel de protagonista na construção e no desenvolvimento desse saber. Nessa perspectiva, as relações entre os saberes envolvidos na formação e os saberes ativados na prática docente podem ajudar a compreender a constituição da matemática escolar (Moreira e David, 2003, p.59). Quando esses saberes são ativados simultaneamente, como é o caso de um projeto de produção de um livro didático, é possível mapear e analisar conflitos e consensos inerentes a esse processo, assim como acompanhar as formas de negociação que são desenvolvidas com o objetivo de resolver ou mediar os conflitos.

Com base na pesquisa sobre saberes de matemática para o ensino, vários autores criticam as estruturas dos cursos de formação inicial de professores que privilegiam a matemática cientifica e levam pouco em consideração as demandas da prática profissional. Por exemplo, Moreira e Ferreira (2013) observam que "se defende uma formação sólida em matemática para o futuro professor sem que, na maioria das vezes, se explicite o que efetivamente constituiria essa tal solidez e, menos ainda, se elabore sobre o impacto efetivo de tal formação sólida na prática profissional do professor." Como afirmam Davis e Simmt (2006), o conhecimento de matemática necessário para o ensino não é uma versão diluída da matemática formal.

Além das dimensões do conhecimento propostas por Shulman, vários outros aspectos que influenciam a prática dos professores são identificadas na literatura de pesquisa. Thompson (1992) destaca que as crenças e significados pessoais atribuídos à matemática e ao seu ensino, que podem ser diferentes a partir do entendimento consensual da matemática científica, tem uma grande influência sobre a prática. Para Ponte:

> Enquanto que as "crenças" são normalmente entendidas como aquilo em que as pessoas acreditam (por vezes duma forma completamente injustificada), as concepções tendem a ser

[1] Optamos neste caso por manter o termo "teachability" original do autor.

> encaradas como as ideias gerais que servem de substracto ao seu pensamento e acção, sendo muito mais do domínio do implícito do que do explícito. (1993, p.2, aspas do autor)

Para nós, a importância de se investigar crenças e concepções de professores está no fato de considerarmos que essas particularidades e preferências influenciam tanto as ações sociais do indivíduo quanto sua prática docente.

Contexto da pesquisa

A educação básica e uso do livro didático no Brasil

No Brasil, o ensino obrigatório está organizado em três segmentos: ensino fundamental I (anos 1 a 5, com idades entre 6 e 10), ensino fundamental II (anos 6 a 9, com idades entre 11 e 14) e do ensino médio (anos 1 a 3, idades entre 15 e 17). Os livros didáticos utilizados nas escolas públicas são distribuídos gratuitamente e são escolhidos por cada escola com base em uma lista de títulos previamente aprovados pelo Ministério da Educação, por meio de um processo de avaliação que se baseia principalmente em avaliações de especialistas.

O Projeto MatDigital

O Projeto Klein foi lançado pela ICMI em 2008, com o objetivo de produzir materiais para a formação de professores, simultaneamente em várias línguas e em diversas mídias. Com inspiração nas ideias de Felix Klein, o princípio norteador do Projeto é estabelecer ligações entre uma visão abrangente da matemática acadêmica, os conteúdos e as abordagens da matemática escolar e os currículos dos cursos de graduação de formação de professores (Barton, 2008).

O MatDigital é um subprojeto do ramo brasileiro do Projeto Klein, conduzido pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). Seu objetivo é desenvolver uma coleção de livros didáticos digitais para o ensino fundamental (anos 6 a 9). Em acordo com as proposições do Projeto Klein, o desenho metodológico do Projeto MatDigital é baseado no trabalho colaborativo de uma equipe de cerca de 60 membros, reunindo professores da educação básica e professores universitários, de diferentes partes do país. A equipe foram organizados em comitês (de 4 ou 5 membros), cujos trabalhos são coordenados por um comitê editorial central. Cada capítulo dos livros foi designado a um grupo, formando os comitês de redação. Cada um dos comitês, bem como o comitê editorial, incluiu professores da educação básica e professores universitários. Segundo o documento *Apresentação MatDigital*[2] (2013), o projeto busca, em consonância com as ideias de Klein, desconstruir as concepções de hierarquia entre a matemática acadêmica e a matemática escolar, colocando a interação entre professores universitários e da educação básica como elemento fundamental para a produção dos livros didáticos. Durante o desenvolvimento do projeto, a comunicação entre os comitês foi amplamente feita através de um fórum de discussão *online* (plataforma *Moodle*). Além disso, os comitês de redação foram instruídos a produzir relatórios semanais de seu trabalho, e compartilhá-los através da plataforma.

Questões de pesquisa

O objetivo desta pesquisa é investigar como ocorre o processo de negociação entre os membros da equipe do Projeto MatDigital, para chegar a um resultado consensual para o conteúdo dos livros. Acreditamos que os conhecimentos, concepções e crenças sobre matemática científica e matemática escolar dos participantes têm relação direta com suas ações efetivas para a construção do livro. Analisaremos em particular as relações entre professores universitários e

[2] Documento não publicado, utilizado em reunião com os participantes do projeto, em 2013.

da educação básica em cada comitê. Nosso objetivo é identificar se essas relações são complementares ou hierárquicas, e como os conhecimentos, concepções e crenças dos participantes são ativados durante o processo para apresentar e/ou defender argumentos relacionados aos conteúdos dos livros.

Mais especificamente, visamos responder às questões: (1) Quais são os principais conflitos e consensos sobre a matemática escolar que emergem das discussões sobre o conteúdo dos livros? (2) Como ocorre a relação entre professores da educação básica e do ensino superior? (3) Como os diferentes tipos de conhecimento – o conhecimento proporcionado pela prática docente e o conhecimento proporcionado pela pesquisa acadêmica – são ativados na produção do livro?

Método

A coleta e análise de dados

Os dados foram mapeados a partir de fontes escritas, entrevistas semiestruturadas com membros de dois comitês de redação e participação observante (Wacquant, 2002) durante as atividades. As fontes escritas incluem: anotações feitas durante as reuniões dos comitês; fóruns de discussão *online*; relatórios semanais dos comitês de redação (atas); e relatórios do comitê editorial sobre a produção dos comitês de redação. As entrevistas individuais semiestruturadas foram realizadas com cinco participantes voluntários, selecionados de modo a contemplar as visões dos professores da educação básica e dos professores universitários. Assim, as perguntas feitas nessas entrevistas tinham foco no processo de produção do livro, nas discussões ocorridas dentro do grupo e entre os comitês de redação e o conselho editorial, e nas escolhas de temas e abordagens para compor o livro. As entrevistas foram gravadas e transcritas na íntegra.

A partir dos dados coletados, foram identificadas quatro categorias de análise: (1) por que ensinar matemática? (2) relações entre matemática escolar e matemática científica; (3) saberes e a reflexões da prática; (4) o livro digital e a construção coletiva.

Resultados

Matemática escolar em questão

Os dados da pesquisa contribuem para a reflexão sobre a matemática como disciplina escolar e os objetivos de seu ensino na Educação Básica. A partir das percepções dos professores sobre o ensino de matemática, analisamos os processos de escolha de abordagens para o conteúdo matemático e o efeito dos possíveis usos de ferramentas multimídia no ensino. Também analisamos a determinação de partes elementares desses conteúdos com foco na abordagem sobre o processo de elementarização, a partir da ideia de translação histórica proposta por Klein (2009).

Por que ensinar matemática?

Um dos objetivos das entrevistas era mapear as visões dos integrantes do projeto sobre o ensino de matemática na educação básica. Tantos os professores da educação básica quanto os do ensino superior utilizaram três tipos de justificativa para a importância da matemática na educação básica: aplicações no cotidiano dos estudantes; desenvolvimento de habilidades específicas (como o raciocínio lógico, senso de organização e tomadas de decisões); preparação para seguir estudos de graduação. O quadro a seguir resume essas justificativas.

Objetivos do ensino de matemática na Educação Básica. Justificativas de professores.

Professor(a)	Justificativas
Bruno	*"Mostrar pro aluno o quanto a matemática é importante na vida dele e que tudo que ele faz depende da matemática."*
Marcos	*"[...] a matemática na escola... é essencial pros meninos lidarem com os probleminhas do dia a dia."*
Miguel	*"Eu sempre penso que na educação básica o cara deve ver coisas do dia a dia, coisas da vida mesmo."* *"[...] além de formar a pessoa pra toda matemática que ela precisa, que é comum às pessoas, à maior parte das pessoas, acho que o mínimo né, dão alguma capacidade de abstração, de raciocínio lógico."*
Estela	*"Bom, eu considero que a disciplina, 'né', ensinar a matemática na educação básica, seja importante principalmente pelo cotidiano do aluno."* *"Eu acho que a matemática desenvolve o raciocínio e a gente precisa pensar todos os dias, pensar em todas as nossas atitudes. [...] Você precisa saber decidir, saber fazer as melhores escolhas e saber fazer os cálculos, senão você é passado pra trás."*
Viviane	*"[...] vai além do conteúdo especificamente. [...] eu acho que contribui mais com a formação mesmo, com o dia a dia."* *"[...] a matemática contribui muito pro raciocínio lógico dos alunos, pro senso crítico deles. Eu acho que toda a questão da resolução de problemas, da interpretação também... não é uma questão só de decorar fórmula e aplicar."*

Identificamos essas justificativas com duas das concepções sobre a matemática relatadas por Ernest: uma visão utilitarista/instrumentalista, segundo a qual a matemática é um conjunto de fatos e regras (ferramentas), que são úteis a fins externos; e uma visão orientada por problemas (problem-driven view), que considera a matemática um campo dinâmico, em contínua expansão, impulsionado por criações e invenções humanas (Ernest apud Thompson, 1992, p.132). É importante diferenciar a visão orientada por problemas (também referida como visão da resolução de problemas por Ernest), como uma concepção sobre a natureza da matemática, e a resolução de problemas como estratégia de ensino, que consiste em utilizar problemas para motivar a aprendizagem dos alunos. Ambas as interpretações aparecem nos dados de nossa investigação. Um exemplo da dupla utilização (e interpretação) do termo "problema" pode ser identificado no trecho da entrevista com a professora Estela (nome fictício):

> *[...] se a gente olhar a história da matemática... então se a gente voltasse o tempo e visse que as pessoas que desenvolveram a matemática, que realmente pensaram sobre matemática, estavam envolvidas em grandes problemas. E hoje a gente não trabalha com os alunos em sala de aula pensando em problemas. A gente já dá o conteúdo, a definição, o teorema e fala assim: "usa essa fórmula aqui em tal exercício, tenta fazer dessa forma.". Então a forma como a gente ensina no Ensino Superior é a mesma forma que a gente ensina na Educação Básica. Talvez a forma de trabalhar na matemática tenha que ser repensada. Talvez através de resolução de problemas... usando alguma outra metodologia de ensino diferente da tradicional.*

Inicialmente, a professora manifesta um ponto de vista que pode ser associado à visão orientada por problemas, ao comentar o desenvolvimento da matemática a partir dos "grandes

problemas" com que os cientistas estavam envolvidos ao longo da história. Já no fim desse trecho, ela sugere a "resolução de problemas" como alternativa metodológica para se "trabalhar na matemática", o que tem a ver com a estratégia de ensino a partir de problemas motivadores.

Além das concepções utilitarista/instrumentalista e orientada por problemas, Ernest também identifica a visão platônica da matemática, que a considera como um corpo estático, imutável e unificado de conhecimento, composto por verdades e estruturas conectadas por meio de lógica e de significações. Desta forma, essa vertente trata a matemática como um produto que é descoberto, e não criado (ibid, p.132). Em nossa pesquisa não encontramos nenhum ponto de vista ou abordagem que pudesse ser identificada como essa concepção platônica da matemática.

A Translação Histórica e a Constituição da Matemática Elementar

Em nosso entendimento, a translação histórica é um processo contínuo determinado pelo diálogo e pela importância dada, tanto no ensino superior quanto na educação básica, a um tema ou conteúdo específico. Por ser histórico, acreditamos que as concepções dos professores sobre a matemática e seu ensino têm influência nesse processo de translação. Ponte (1992) considera que as concepções atuam como uma espécie de filtro, participando do processo de significação das coisas e também podendo agir como bloqueio a novas realidades (PONTE, 1992, p.1). Consideramos que as concepções têm papel importante no processo de compreensão e atuação, e que estão relacionadas com o processo de translação histórica, já que este acontece na medida em que a compreensão de determinado assunto consolida-se progressivamente. Além disso, a escola tem o papel de determinar condições para que novos conhecimentos sejam produzidos. A forma como essas condições forem estabelecidas influenciará a forma como novos conhecimentos serão produzidos, isto é, influenciará nos rumos da ciência.

No Projeto MatDigital, a partir dos debates na construção do livro, as negociações entre os professores, dos conflitos e consensos de percepções, saberes e concepções, identificamos três conteúdos matemáticos cuja abordagem proposta se mostra relevante ao ser analisada com base na ideia de translação histórica: "função" ou "relação entre variáveis"; estatística e tratamento da informação; "cortes" ou "seções planas".

O conteúdo de "função" ou "relação entre variáveis" no Projeto MatDigital tem a inserção de abordagens de Estatística e de Tratamento da Informação, que são áreas de indiscutível relevância atualmente, pela utilidade na organização e interpretação de dados e na tomada de decisões a partir das informações disponíveis. A abordagem de "funções" se diferencia das usuais por tratar também de modelos não determinísticos (aleatórios) e relações não funcionais.

Já o conteúdo de "cortes" ou "seções planas" é um assunto atípico na educação básica e não encontrado nos livros didáticos atuais. Entre os integrantes da equipe responsável pela redação do capítulo que contempla o tema, percebemos o consenso em relação à abordagem deste conteúdo. Esse consenso é sustentado nas possibilidades tecnológicas oferecidas por um livro no formato digital e na integração com ferramentas multimídia, principalmente por tratar-se de um assunto da área de Geometria, com suporte visual através dos *softwares* de geometria dinâmica. No entanto, os entrevistados manifestam preocupações com a utilização desse material em sala de aula. por julgarem a preparação dos professores da educação básica insuficiente.

Os debates e as reflexões sobre os três conteúdos mencionados problematizam o currículo da educação básica e abrem possibilidades para novas abordagens. Assim, sob influência das concepções dos professores, os debates sobre os conteúdos matemáticos contribuem à melhor

compreensão dos mesmos, que por sua vez influencia no processo de translação histórica e de determinação de novos conhecimentos a serem produzidos na escola.

Matemática Científica e Escolar: divergências ou complementaridades?

Nas entrevistas realizadas, a terceira pergunta do roteiro dizia: Como você identifica a relação entre a matemática do Ensino Superior e a da Educação Básica? Para ensinar matemática na Educação Básica, os tópicos de matemática superior precisam sofrer adaptações? Se sim, como essas adaptações devem ser feitas? Ao responder a essa pergunta, o professor Bruno (Educação Básica) considera que há uma diferença muito grande, do ensino fundamental para o ensino superior, no grau de aprofundamento aos conteúdos de matemática. Para ele, o ensino fundamental é muito básico e, sobre a formação do professor de matemática, Bruno diz:

> Acho que o que deve acontecer na universidade é ter mais aula de didática, pra ensinar ao professor a como ensinar a matemática na escola. Na universidade se aprende a matemática, mas acho que tem que ter mais didática.

Este posicionamento sugere que Bruno entende que o problema na formação do professor é de cunho pedagógico, que o conteúdo matemático é aprendido, mas faltam aulas de didática para ensinar o professor a transmitir esse conhecimento. Não há referência ao tratamento pedagógico sobre o conteúdo, como na categoria do conhecimento pedagógico do conteúdo segundo Shulman (1986), reduzindo o saber do professor ao domínio do conteúdo matemático e ao conhecimento das estratégias pedagógicas, independentemente um do outro. Essa ausência de foco no conteúdo disciplinar é identificada por Shulman (1986) como um paradigma perdido.

O professor Miguel (Ensino Superior) disse:

> Eu acho que o professor de matemática deve saber, qualquer professor né, ele tem que saber o que o estudante vai aprender, o que ele precisa ensinar pro estudante e entender aquela coisa de um ponto de vista superior né, de um ponto de vista um pouco mais aprofundado.

Um posicionamento similar ao do professor Miguel pode ser identificado na fala da professora Estela (Ensino Superior) quando diz:

> [...] essa matemática do Ensino Superior que a gente tenta passar pros alunos é a mesma matemática que a gente ensina na Educação Básica. O que a gente tem que ter é esse outro olhar pra matemática. É a forma de trabalhar o raciocínio, é a forma de se organizar, é a forma de realmente ajudar a organizar o pensamento pra que ajude realmente nas decisões da vida.

O professor Marcos (Ensino Superior), ao comentar sobre sua atuação como professor do programa PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática), diz:

> [...] no mestrado profissional essa "galera" em geral já são professores do ensino médio, básico, fundamental, e eles vêm pra aprender algumas coisas, pra formalizar os conceitos que eles lidam no dia a dia lá do ensino médio.

O ponto de vista do professor Marcos reflete a crença de que a universidade ainda é a fonte primeira de conhecimento, onde os professores devem buscar a compatibilidade com a sociedade, como sugere a transposição didática (Moreira e David, 2003, p.61).

A professora Viviane (Educação Básica) considera que:

> [...] a matemática da Educação Básica deveria estar te preparando pro Ensino Superior. Agora se olhar como professora do curso de formação de professor de matemática do Ensino Superior, voltando pra Educação Básica, essa ponte aí tá bem estreitinha.

Ao comentar sobre a formação continuada dos professores, Viviane diz:

> [...] o professor vai lá pra tentar curar suas deficiências que existem da graduação, que existem em todas elas, não tem jeito. E aí ele chega lá e é tratado como se ele já soubesse tudo aquilo que tá sendo visto e que essas deficiências não são levadas em conta.

Em nossa interpretação, o ponto de vista de Viviane sobre as relações entre a matemática do Ensino Superior e da Educação Básica está em acordo com as ideias de dupla descontinuidade trazidas por Klein (2009), indicando a falta de conexão entre a formação e prática docente.

Três dentre os cinco entrevistados em nossa pesquisa eram do Comitê de Redação RJ03, a saber, os professores do ensino superior, Marcos e Miguel, e a professora da educação básica, Viviane. Observe como esses três integrantes percebem a construção coletiva e as contribuições para a produção do material.

Sobre a sua maneira de contribuir na construção do livro, a professora Viviane (Educação Básica) diz:

> Eu acho que no jeito de falar e de escrever sabe. [...] acho que foi muito com a linguagem também. Às vezes, eles como professores universitários, a experiência deles é outra... é bem direta, bem focada, mais rígida. De repente a gente tem que colocar um freio, um ritmo mais lento pro aluno acompanhar o que você tá fazendo. Eu não sei, é difícil dizer, mas eu me senti muito ouvida, muito prestigiada nesse sentido... pelo projeto inteiro e pelo meu grupo.

Quanto à importância do conhecimento teórico e da experiência da prática docente, Viviane considera que:

> É claro que os professores do Ensino Superior estão contribuindo muito mais com a parte teórica e a gente um pouco mais com a parte prática. É claro que eles não deixam de ser também da parte prática, eles são professores, afinal de contas... e a gente não deixa de ser também da parte teórica. Mas eu acho que assim... o meu papel mesmo é contribuir mais com a parte prática, trazer a realidade da sala de aula pra eles.

Apesar de considerar tanto professores universitários como da escola básica, são "da parte" teórica e prática, Viviane faz uma divisão bem clara quanto à contribuição de cada um, atribuindo aos professores universitários a tarefa de fornecer o conhecimento teórico matemático (conteúdo), e aos da escola a de cuidar de sua adequação (pedagógica) ao contexto escolar.

Ainda com relação à importância do conhecimento teórico e prático, o professor Miguel (Ensino Superior) considera que:

> eu acho que... a parte teórica é fundamental, ela contribui bem mais do que a experiência em sala de aula. Eu acho que no sentido que a redação de um texto matemático exige alguma experiência em escrita, alguma experiência com esse formalismo lógico né, que de alguma maneira isso tem que estar embutido no livro. Mas eu acho também que a figura do professor, da experiência de sala de aula, ela é indispensável também pra qualquer material de qualidade que se vá fazer para aquele nível. Justamente porque, no nosso comitê a gente vê claramente isso, se não fosse pela Viviane que é a professora do ensino fundamental, o texto estaria totalmente diferente, num nível inacessível aos estudantes.

Esse fragmento da entrevista com o professor Miguel deixa evidencia sua percepção sobre sua forma de contribuir no projeto e sobre o papel da professora da educação básica de sua equipe, considerando que sua experiência com o "formalismo lógico" e o domínio da parte teórica "contribui bem mais" do que sua experiência em sala de aula. Apesar de também ser

professor (do ensino superior), Miguel associa a experiência de sala de aula exclusivamente à professora Viviane, considerando sua presença indispensável na adequação do texto à escola.

Quanto à contribuição da professora da educação básica da equipe, a professora Viviane, os professores Miguel e Marcos (ensino superior) tem pontos de vista similares e que se relacionam diretamente com o que expusemos no parágrafo acima. Miguel diz:

> A professora está sempre mediando né, mostrando o quê que o aluno faz, o quê que se consegue fazer na sala de aula, o que não se consegue, quais são as dificuldades de se trabalhar determinadas... ou de se usar determinadas ferramentas na sala de aula.

Já o professor Marcos argumenta:

> A gente é bem polido pela Viviane que tem essa coisa do ensino médio no sangue, então ela ajuda bastante nessa coisa... Então as atividades a gente discute no grupo o que deve ser feito e depois a gente divide as atividades com as especialidades do que é mais fácil pra cada um. [...] a Viviane ajuda bastante nas críticas do que levar e do que não levar pra sala de aula devido à experiência que ela já tem.

Os professores universitários e os professores da educação básica concordam no que diz respeito às formas de cada grupo contribuir para a produção dos livros: a principal contribuição dos professores universitários consistiria em fornecer uma base teórica adequada e garantir a correção e a exatidão matemática dos conceitos; enquanto os professores da escola teriam o papel de adaptar os conteúdos ao que eles chamam de "realidade escolar", assegurando linguagem e abordagem adequadas à escola básica. Além disso, ambos os grupos associam os seus respectivos papéis com seus próprios objetivos e experiências como professores.

Essa unilateralidade na forma de contribuir por cada um desses grupos – professores da educação básica e do ensino superior – reforça que o problema da falta de conexão entre as instâncias científica e escolar identificada por Klein há mais de um século, ainda se faz presente. Atribuímos essa falta de conexão à forma como estão estruturados os cursos de formação inicial de professores no país, cujos currículos são "mutilações" do currículo do bacharelado, ao invés de basear-se em questões pertinentes ao contexto da educação básica.

Discussão

Nossa análise revela mais consensos do que conflitos nas discussões sobre os conteúdos do livro. Tanto os professores do ensino básico quanto os do ensino superior concordam sobre a importância do ensino de matemática na educação básica (principalmente com a justificativa que associa a matemática ao cotidiano dos estudantes), sobre os papéis bem definidos de cada grupo, sobre a importância do desenvolvimento de um livro com ferramentas digitais e sobre os desafios envolvidos. Em particular, os participantes parecem concordar que o papel dos professores universitários refere-se ao domínio e precisão dos conteúdos matemáticos, enquanto que o papel dos professores do ensino básico está mais relacionado à pedagogia e à adequação ao contexto escolar. A tarefa de criticar ou interferir no conteúdo matemático não foi atribuída aos professores da educação básica no discurso dos participantes (de nenhum dos dois grupos). Isso indica uma visão da relação entre a matemática escolar e matemática científica, segundo a qual: (1) a universidade é a principal fonte de conhecimento matemático, que deve ser didaticamente adaptado para ser ensinado na escola básica; (2) a tarefa dos professores do ensino básico é fazer essas adaptações – ou "didatizações" – do conteúdo matemático. Essa visão é reforçada pelo fato de os professores reconhecerem a universidade como fonte privilegiada para melhorar o conhecimento necessário para ensinar, mesmo admitindo que seus cursos de licenciatura pouco

contribuíram para a construção de suas competências como docentes. Uma interpretação possível para isso é a de que os professores associam o conhecimento necessário para ensinar *apenas* com o conhecimento matemático, e atribuem suas próprias dificuldades em ensinar à falta deste.

Nossa análise indica ainda uma relação hierárquica, segundo a qual a matemática científica é a fonte privilegiada de conhecimento, que deve ser adaptado para constituir a matemática escolar. Essa concepção se opõe à visão de Klein, que considera a matemática superior e a matemática elementar como facetas igualmente importantes, que determinam a produção de novos conhecimentos, contribuindo para o desenvolvimento da matemática como ciência. Isso aponta para a necessidade do estreitamento de diálogos entre universidade e escola, que reconheçam a existência de um saber de conteúdo matemático que é específico da escola (em consonância com Shulman, 1986; Ball et al., 2009; Davis e Simmt, 2006) – e, sobretudo, que se reflitam na estrutura de cursos de formação inicial orientados pelas necessidades da prática e pela articulação de saberes científicos e escolares (como defendem Moreira e Ferreira, 2013).

Os resultados ilustram como o processo de elementarização é determinado por negociações coletivas envolvendo diversos atores (cada qual com suas crenças, concepções, preferências e particularidades). Essas negociações são permeadas por conflitos, consensos e relações de hierarquia entre os participantes.

As fronteiras simbólicas entre professores universitários e docentes da educação básica são bem delimitadas e tendem a ser legitimadas por ambos os grupos. Durante o trabalho de campo e as análises dos documentos produzidos foi possível perceber que os comitês responsáveis pela produção do livro dialogavam tendo por base o lugar social estabelecido para sua função. Ambos os grupos respeitam-se mutuamente e tendem a não criticar nem relativizar os pontos de vista manifestados nas interações estabelecidas durante o projeto. Parece haver certo consenso sobre os assuntos que seriam exclusivos da educação básica, sobre os quais são os docentes da educação básica que têm voz, e aqueles que dizem respeito ao ensino superior, sobre os quais somente os professores universitários devem opinar. Por um lado, esse acordo tácito facilita o trabalho individual de cada professor na construção do livro, uma vez que cada professor – da educação básica e do ensino superior – se "põe em seu lugar" e restringe sua forma de contribuir ao que está habituado em sua prática docente. Por outro lado, reduz potenciais inovações no ensino, que poderiam ser alcançadas com um debate que problematizasse ou rompesse essas fronteiras, abrindo caminhos para novas formas de conceber e abordar a matemática escolar.

Referências

Barton, B. (2008). *The Klein Project: A Living & Connected View of Mathematics for Teachers – An IMU/ICMI Collaboration: A Short Description*. MSOR Connections, Vol. 8 (4), pp.16-17.

Ball, D.L. (1988). *The subject matter preparation of prospective mathematics teachers: Challenging the myths*. National Center for Research on Teacher Education, College of Education, Michigan State University.

Ball, D.L., Thames, M. H., Bass, H., Sleep, L., Lewis, J., & Phelps, G. (2009). Mathematical Knowledge for teaching: Focusing on the work teaching and its demands. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds), *Proc. 33rd Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Vol. 1, pp.133–139. Thessaloniki, GR: PME.

Davis, B., & Simmt, E. (2006). Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*, 61(3), 293-319.

Chervell, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, n.2, p.177-229, Porto Alegre.

Eisenmann, T., & Even, R. (2011). Enacted types of algebraic activity in different classes taught by the same teacher. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9, pp.867-891.

Even, R. & Ball, D.L. (Eds.). (2009). The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics – *The 15th ICMI Study*. New York, NY: Springer.

Klein, Felix. (2009). *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint: Arithmetic, Algebra, Analysis*. USA: Breinigsville.

Moreira, P. C., & David, M. M. M. S. (2003). Matemática escolar, matemática científica, saber docente e formação de professores. *Zetetiké* (UNICAMP), Campinas, SP, v.11, n. 19, p. 57–80.

Moreira, P. C.; Ferreira, A. C. (2013). O Lugar da Matemática na Licenciatura em Matemática. *Boletim de Educação Matemática,* Diciembre, 27(47) 985-1005.

Ponte, J. P. (1992). Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. *Educação Matemática: Temas de Investigação*, pp.185–239. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Ponte, J. P. (1993). Professores de Matemática: Das concepções aos saberes profissionais (conferência plenária). In *Actas do IV Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Ponta Delgada, Açores, pp.59–80. Lisboa: APM.

Schubring, G. (2014). A Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior: Felix Klein e a sua Atualidade. In T. Roque, & V. Giraldo (eds.), *O Saber do Professor de Matemática: Ultrapassando a Dicotomia entre Didática e Conteúdo*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, Vol.15, pp.4-14.

Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, pp.127-146. New York, NY: Macmillan.

Wacquant, L. (2002). *Corpo e alma: notas etnográficas de um aprendiz de boxe*. Rio de Janeiro: Relume Dumará.

Matematica elementar e conhecimento de Matemática para o ensino: um estudo colaborativo sobre números racionais

Leticia **Rangel**
Colégio de Aplicação da UFRJ, Universidade Federal do Rio de Janeiro
Brasil
leticiarangel@ufrj.br
Victor Augusto **Giraldo**
Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro
Brasil
victor.giraldo@ufrj.br
Nelson **Maculan**
Programa de Engenharia de Sistemas e Computação, Universidade Federal do Rio de Janeiro
Brasil
maculan@cos.ufrj.br

Resumo

O objetivo deste trabalho é contribuir para a reflexão acerca da formação do professor de matemática da escola básica com especial atenção ao desenvolvimento do conhecimento de matemática para o ensino. Assim, investiga-se a identificação de partes elementares da Matemática, no sentido de Klein (Klein, 2010, Schubring, 2014). e o metassaber do professor do ensino básico, visando à observação de suas possíveis implicações para a o desenvolvimento do saber pedagógico de conteúdo (Shulman, 1986). A investigação apresentada teve como orientação metodológica o desenvolvimento de um estudo colaborativo nos moldes de *Concept Study* (Davis, 2010), que envolveu professores de matemática do ensino básico. Números Racionais foi o tema que orientou esse estudo coletivo.

Palavras clave: formação inicial do professor de matemática, desenvolvimento profissional do professor de matemática; saber pedagógico de conteúdo; conhecimento de de matemática para o ensino; elementarização; *Concept Study*; ensino de matemática.

Introdução

A formação profissional dos professores é um elemento crucial no esforço para se constituir um sistema eficaz de educação matemática. No entanto, essa formação muitas vezes ainda parece estar distante e desconectada do trabalho de ensinar matemática, ou seja, da prática dos professores. O foco deste trabalho é fundado no desafio que marca a profissão docente e a formação do professor: *aprender para e a partir da prática* (Even & Ball, 2009). Dentre todos os conhecimentos necessários para a prática docente, focamos a atenção no *saber pedagógico de conteúdo* (Shulman, 1986), um conhecimento especial do professor que se constitui a partir do vínculo entre conteúdo e pedagogia. Esse saber, por sua própria natureza, não se esgota na formação inicial do professor, ainda que não prescinda de conhecimentos que o professor deve

adquirir nesta etapa, e se amplia de forma constante e permanente ao longo da prática profissional. Entender como os saberes necessários para o ensino se desenvolvem e determinar estratégias para que este seja apropriado pelos professores tem mobilizado a pesquisa em Educação Matemática (Even & Ball, 2009, Ball et al., 2009, Fiorentini & Lorenzato 2009; Moreira, 2004, Tardif, 2012).

É certo que os professores iniciam a sua formação profissional trazendo ideias sobre o ensino da matemática formadas a partir de sua experiência como alunos do ensino básico. Essa experiência pessoal de aprendizagem da matemática também molda poderosamente seu entendimento de como a matemática deve ser ensinada e aprendida. Por outro lado, as pesquisas apontam que a formação inicial dos professores parece ainda estar distante e desconectada do trabalho de ensinar matemática na escola básica. (Ball, 1988; Even&Ball, 2009).

> Temos mais a compreender sobre como a formação do professor pode ter uma intervenção efetiva no complexo processo de aprender a ensinar matemática, que muito frequentemente, é mais influenciado pelas experiências anteriores dos professores como aprendizes ou por contextos de seu trabalho profissional1" (Even & Ball, 2009, p.2, tradução nossa).

A observação do distanciamento entre a formação do professor e a prática letiva no ensino básico não é um episódio recente. Há cerca de um século, o matemático Felix Klein, em sua obra, hoje clássica, *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint* (Klein, 2010), já apontava uma ruptura entre a matemática escolar, aquela ensinada nos sistemas de ensino básico, e a matemática acadêmica universitária. Klein identifica essa ruptura como uma dupla descontinuidade, que se estabelece na falta de conexão entre a matemática aprendida na escola básica e a matemática que determina os cursos de formação de professores.

Neste artigo, nos propomos a contribuir para a reflexão acerca da formação do professor de matemática do ensino básico apresentando uma investigação com foco no desenvolvimento dos saberes necessários para o ensino. Mais especificamente, investigando em que medida o reconhecimento de aspectos elementares, no sentido de Klein (2010), e o desenvolvimento de metassaberes pode ter implicações para a construção do saber pedagógico de conteúdo (Shulman, 1986). O estudo é desenvolvido tendo como referencial metodológico a noção de *Concept Study* (DAVIS, 2010). em um estudo colaborativo realizado a partir de uma série de sessões coletivas com um grupo de professores de ensino básico. Números racionais foi o tema disparador e condutor do estudo coletivo em tela.

Os saberes necessários para o ensino

Discutindo a complexidade do conhecimento necessário ao ensino, Shulman (1986, 1987). distingue o *saber de conteúdo*, que diz respeito exclusivamente à matéria, sem compromissos com o ensino, do *saber pedagógico de conteúdo*, que extrapola o conhecimento do conteúdo disciplinar *per se*, contemplando a dimensão do saber *sobre* o conteúdo *para* o ensino. A noção de *saber pedagógico de conteúdo*, introduzida por Shulman, tem sido referência central para a pesquisa em Educação Matemática (e.g. Ball & Bass, 2003; Ball, 1988; Ball, Thames & Phelps, 2008; Krauss et al., 2008; Sztajn, 2007, Moreira, 2004).

---

[1] "We have more to understand about how teacher education can be an effective intervention in the complex process of learning to teach mathematics, which is all too often most influenced by teachers' prior experiences as learners or by the contexts of their professional work." (Even & Ball, 2009, p.3).

Sob esta perspectiva, por exemplo, para um professor, não basta saber efetuar uma divisão, descrever detalhadamente e justificar formalmente cada etapa que compõe o algoritmo tradicional da operação. Embora o conhecimento do conceito matemático de divisão e o conhecimento do procedimento de cálculo da operação sejam certamente indispensáveis para o professor, estes, por si só, não o fazem habilitado para o ensino da operação. É necessário, além disso, identificar situações resolvidas por meio da operação de divisão a partir de ideias de repartição, de comparação ou de medida; reconhecer a relação intrínseca dessa operação com as demais operações básicas; distinguir, dentre as operações básicas, que a divisão certamente é a mais complexa e a que determina maiores desafios para o ensino, e, sobretudo, reconhecer a relevância de cada um desses aspectos para a aprendizagem e ser capaz de articulá-los para estabelecer estratégias de ensino.

A concepção saber de matemática para o ensino tem forte influência da prática do professor. Para Moreira (2004), "o conhecimento pedagógico de conteúdo [...], trata-se de uma construção elaborada no interior das práticas pedagógicas escolares, cuja fonte e destino são essas mesmas práticas" (Moreira, 2004, p.40). A discussão sobre a composição dos saberes necessários para o ensino e os consequentes desdobramentos dessa composição para a formação profissional do professor apresentam-se em plena ebulição para a Educação Matemática e para a comunidade matemática em geral. Essa discussão é fortemente amparada no reconhecimento de que a aprendizagem e o desenvolvimento da Matemática estão intrinsicamente relacionados prática do professor. (Even & Ball, 2009, Fiorentini et al., 2002, Moreira, 2004). O conhecimento do conteúdo matemático e os conhecimentos de pedagogia são certamente necessários ao professor. No entanto, a prática profissional do professor exige um conhecimento particular de matemática, que, de certa forma, é diferente do conhecimento de matemática do matemático e de outros profissionais.

Concept Study

Brent Davis apresenta ***Concept Study*** como uma metodologia de estudo coletivo apropriada para a investigação acerca do conhecimento de conteúdo do professor, sem perder de vista a sua dimensão pedagógica. Essa metodologia se funda na concepção do conhecimento de matemática para o ensino sob uma perspectiva dinâmica e fluente e se caracteriza a partir de um estudo coletivo, em que professores compartilham de forma colaborativa sua experiência e seu conhecimento com o objetivo de questionar e elaborar seus próprios conhecimentos de matemática com vistas ao ensino. (Davis, 2008, 2010, 2012; Davis & Renert, 2009).

O entendimento de *Concept Study* se estabelece a partir da combinação de duas noções importantes na pesquisa em educação matemática: (i). *Concept Analysis* (Usiskin et al.,2003). – com foco na explicação de estruturas lógicas e associações que são inerentes a conceitos matemáticos e (ii). *Lesson Study* (Fernandez & Yoshida, 2004). – estrutura colaborativa em que professores se empenham em melhorar a qualidade de sua prática. Segundo Davis (2010, 2012), um *Concept Study* permite uma (*re*).construção conceitual estabelecida a partir de um conhecimento já formado. Esse processo é identificado pelo autor como "*substruct*".

> Substructing é derivado do latim sub-, "debaixo, abaixo" e struere ", pilha, montagem" (e a raiz de espargir e interpretar, além de estrutura e construção). Substruct se refere a construir debaixo de alguma coisa. Na indústria, substruct refere-se a reconstrução de um prédio sem demoli-lo – e, de preferência, sem interromper o seu uso. Da mesma forma, em concept studies, professores reelaboram conceitos matemáticos, às vezes radicalmente, enquanto

> continuam a utilizá-los, quase que sem interrupção, no ensino.2 (Davis, 2012, p.6, itálico como no original, tradução nossa).

Para Davis e seus colaboradores, um *Concept Study* destaca e permite o acesso à profundidade e à amplitude do conhecimento dos professores sobre os conceitos matemáticos. Um *concept study* se estrutura a partir de um tópico específico do currículo de matemática. O tópico escolhido determina, durante o desenrolar das sessões, a variação de assuntos e de questões que caracterizam o estudo coletivo por meio da própria contribuição dos participantes, que se dá à medida que compartilham interpretações e desdobramentos para as questões que emergem do processo.

A análise de um *Concept Study* tem caráter interpretativo e prevê a identificação de estágios para o desenvolvimento da análise. Esses estágios contemplam, de forma gradativa e encadeada a reflexão realizada pelo grupo. Segundo Davis & Renert, "apenas o primeiro estágio pode ser descrito como intencional, os demais são emergentes, imprevisíveis, não planejados, decorrentes de interesses comuns, conhecimentos divergentes e encontros acidentais"[3] (DAVIS & RENERT, 2009b, p.38, tradução nossa). O primeiro estágio, *percepções,* fica distinguido pela elaboração de uma lista que reúne as diversas imagens, metáforas, impressões que emergem da reflexão coletiva determinada a partir de uma questão disparadora. Os estágios subsequentes se desenvolvem a partir da observação de relações e de conexões entre as *percepções* listadas no primeiro estágio do estudo. Por exemplo, no estudo apresentado em Davis & Renert (2009), o segundo estágio, tem sua motivação a partir da identificação de situações modeladas pelas operações de multiplicação e de divisão e alcança a composição de um quadro que estabelece um panorama da abordagem do conceito de multiplicação ao longo da escola básica. Dentre os resultados observados no *Concept Study* descrito em Davis (2010), o autor destaca a transformação na percepção da Matemática por partes dos professores envolvidos. Segundo o autor, é possível identificar o desenvolvimento das habilidades coletivas desses professores de investigar e de reestruturar seus conhecimentos.

O estudo

O estudo coletivo se deu com o grupo de professores que cursou a disciplina Tópicos em Ensino de Matemática do curso de Especialização em Ensino de Matemática do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, lecionada pela primeira autora no segundo semestre de 2011. Trata-se de uma disciplina eletiva, de ementa variável, o que permitia o desenvolvimento do estudo pretendido. O curso ocorreu em sessões semanais com 4 horas de duração, ao longo de 19 semanas. A turma participantes do estudo era composta por 15 professores com experiência profissional que variava de 1 (um). a 20 (vinte). anos de atuação em sala de aula. Na ocasião do desenvolvimento do estudo, todos atuavam em escolas de ensino

---

[2] No original: *Substructing* is derived from the Latin *sub-*, "under, from below" and *struere*, "pile, assemble" (and the root of *strew* and *construe*, in addition to *structure* and *construct*).. To substruct is to build beneath something. In industry, *substruct* refers to reconstructing a building without demolishing it – and, ideally, without interrupting its use. Likewise, in concept studies, teachers rework mathematical concepts, sometimes radically, while using them almost without interruption in their teaching. (Davis, 2012, p.6, itálico como no original).

[3] No original: Only the first layer could be described as intentional in any structural sense. The others were emergent – unanticipated, unplanned, arising from shared interests, divergent knowing, and accidental encounters. (Davis & Renert, 2009b, p.38).

básico na rede de ensino público do Rio de Janeiro. Os dados do estudo foram coletados por meio de gravações em áudio das sessões, anotações sobre o desenvolvimento das sessões por parte da pesquisadora e registros documentais de atividades diversas estabelecidas a partir da discussão, pelo grupo ou pela pesquisadora. Segundo a metodologia de análise de um *concept study*, foram distinguidos 4 estágios ao longo do estudo realizado: Realizations, Landscapes e Entailments e inference. O primeiro estágio, o único intencional, se estabeleceu a partir da elaboração de uma lista que reuniu as diversas imagens, metáforas, impressões, emergentes da reflexão coletiva determinada a partir da questão disparadora: ***O que é fundamental no que ensinamos sobre números racionais na escola básica?*** (Figura 1). Neste estudo, outros três estágios foram identificados a partir da complexidade das articulações estabelecidas entre o tema central que amparou a discussão (números racionais). e outros assuntos e ramos da Matemática.

Percepções

A composição da lista de *percepções*, que marca de forma intencional o início do estudo, foi estabelecida a partir de uma longa discussão do grupo, que teve como forte referência a experiência da sala de aula. Ficou evidente que para compor a lista, os professores se pautaram mais no contexto da sala de aula, em sua prática, do que na identificação da relevância do tema para a Matemática. Por exemplo, a discussão que determinou a inclusão do item "compreender a *ideia de unidade*" foi pautada no reconhecimento do grupo da dificuldade dos estudantes para resolver problemas em que a unidade corresponde a um conjunto com mais do que um elemento. Como ilustração, considera-se a situação em que duas pizzas são divididas em quatro partes cada uma e que sejam consumidas seis dessas partes. A quantidade consumida de pizza pode ser interpretada como 6/4 de *uma* pizza ou como 6/8 ou ¾ da quantidade total, ou seja, de duas pizzas, como ilustrado na figura 1. Assim, a partir da identificação da "unidade", a fração correspondente à parte consumida varia, indicando dois números diferentes, ainda que a quantidade correspondente seja a mesma.

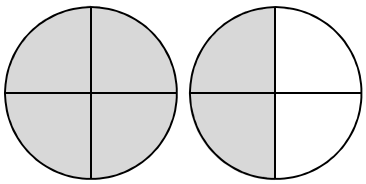


Figura 1: Representação da quantidade de pizza consumida.

Nesta discussão, não foi indicado qualquer reconhecimento da importância da unidade sob a perspectiva da Matemática em contextos mais formais, por exemplo, para a própria concepção de número racional ou para a definição de inverso multiplicativo. O único item cujo reconhecimento do valor para a Matemática ficou explicito, e foi preponderante na indicação para a composição da lista, foi o que observa a densidade do conjunto dos números racionais. Ainda que alguns professores não associassem a propriedade à definição de conjunto denso, todos concordavam que observar que "*dados dois números racionais sempre é possível determinar um outro entre eles*" era essencial para aprendizagem sobre números racionais. Já no estágio *percepções*, foram evidenciados e abordados temas que determinariam os demais estágios do estudo, por exemplo, a noção de infinito, a incomensurabilidade, o zero como ente matemático e a exponenciação.

O que é fundamental no que ensinamos sobre números racionais na escola básica?
▪ Relacionar parte e todo em situações diversas. ▪ Compreender a ideia de unidade ▪ Operações com frações ▪ Igualdade x equivalência ▪ Representação da reta numerada ▪ Diversos *significados* de frações – fração como número, como relação parte/todo, como razão e como divisão. ▪ Mostrar ao aluno que um mesmo número racional tem diversas representações – *representação* ▪ *Comparação* de números racionais na forma decimal ▪ *Comparação* de números racionais na forma fracionária ▪ Dar *significado* aos números racionais ▪ Reconhecer os números racionais na *forma percentual* ▪ Reconhecer os números inteiros como racionais ▪ Aproximações ▪ *Dízimas* – Em particular o caso do "0,999..." ▪ "Saber que dados dois números racionais sempre é possível determinar um outro entre eles." – Densidade dos racionais.

Figura 2: Quadro percepções

Panorama

Por exemplo, no estágio *panorama*, caracterizado neste estudo pela articulação de aspectos matemáticos do conceito de número racional que têm característica estruturante na compreensão do assunto, destaca-se o questionamento sobre equivalência e igualdade no âmbito das frações. Nessa etapa, a partir da indagação "Qual é o certo, ½ é igual ou é equivalente a 2/4?", o grupo revisitou as definições de relação de equivalência e de número racional. Essa questão surgiu como uma dúvida importante que atingia a prática dos professores envolvidos e, cuja resposta, não era evidente nem segura para a grande maioria. Neste momento do estudo, foi verificada uma inflexão significativa nos processos e critérios de buscas por respostas adotados pelos professores participantes. Até então, eles vinham usando como principais referências teóricas sobre matemática os próprios livros didáticos da escola básica. A busca por respostas para as dúvidas sobre equivalência de frações exigiu dos professores a consulta a livros acadêmicos ou dirigidos a professores. Ficava claro que, ainda que a formalização desses conceitos não seja apropriada para o ensino básico, o seu conhecimento é fundamental para capacitar o professor para o ensino de frações, números racionais e, particularmente, para responder corretamente à pergunta que mobilizou o grupo. Essa etapa evidenciou ao grupo que, para ensinar, o conhecimento de matemática do professor precisa ir além do que está nos textos didáticos da escola básica e que, por outro lado, não pode estar desprendido dessa realidade.

Outra discussão característica deste estágio envolveu a operação de divisão no contexto dos números racionais. Essa discussão foi motivada por um problema trazido por uma das

professoras do grupo: *Uma biblioteca tinha todos os seus livros acomodados em 6 estantes completamente cheias. Essas estantes foram substituídos por novas. A capacidade de cada estante nova era igual a ¾ da capacidade de uma das estantes antigas. Quantas estantes novas serão necessárias para acomodar todos os livros da biblioteca?* Não é raro que a solução para este problema seja apresentada a partir de uma estratégia que evita o cálculo com frações: supõe-se que a capacidade de uma das estantes originais seja, por exemplo, 100 livros. Assim em uma estante nova caberiam 75 livros e a solução seria alcançada pelo resultado de 600 ÷ 75. É claro que é essa solução é matematicamente correta e emprega a divisão. No entanto, evita que seja experimentada a divisão envolvendo frações, pois o único cálculo com frações é para determinar ¾ de 100. A abordagem da solução desse problema a partir de uma representação gráfica (Figura 3), proposta por um dos professores. Os professores participantes avaliaram que esta representação explicita a identificação da interpretação da divisão como medida e a compreensão da operação de divisão no contexto dos números racionais. A discussão sobre esse problema articulou tópicos elementares sobre o ensino do tema: o papel da unidade, a interpretação da divisão como medida e a possibilidade de representação gráfica da divisão – o que para muitos dos participantes se apresentou como uma novidade.

Figura 3: Representação gráfica para a divisão de 6 por 3/4.

Outras discussões que marcaram esse estágio envolveram, por exemplo, a atenção aos conceitos de razão e de fração, a definição de relação de equivalência e a definição formal de número racional.

Vínculos

O terceiro estágio identificado neste estudo, vínculos, se caracteriza especialmente a partir das conexões matemáticas estabelecidas, ampliadas em alcance e complexidade, não se limitaram ao contexto de números racionais. Por exemplo, a discussão alcançou grandezas incomensuráveis e a construção dos números reais. Em particular, a partir desse momento, as referências para a discussão passaram a ser exclusivamente textos acadêmicos, evidenciando o reconhecimento de que esses resultados, ainda que admitissem uma abordagem própria para o ensino básico, exigiam e se estabeleciam sob o rigor da formalização Matemática.

Inferências

Esse estágio é marcado pela mudança de atitude dos professores. Um aspecto relevante desta etapa foi o fato de os professores passarem a questionar suas certezas. Por exemplo, a certeza de que todo número racional admite duas representações, na forma de fração e na forma de expansão decimal. Os professores do grupo reconheceram que se tratava de uma certeza constituída durante seus próprios estudos no ensino básico e não na formação universitária. Segundo nossa análise dos resultados do estudo, essa constatação foi associada à indicação da dupla descontinuidade identificada por Klein (2010). No entanto, os professores foram além da constatação e indagaram: O que garante esse resultado? Como ele deve ser tratado na sala de aula? Ficava assim evidenciada uma nova forma de percepção do conteúdo: não basta saber, é necessário compreender como esse saber se constitui, qual sua natureza e sua origem, bem como compreender em que sentido e em que medida esse saber é relevante para a sala de aula. Em

nossa análise identificamos esta perspectiva como um processo de construção de meta-saberes pelos professores participantes. Para investigar as questões propostas (estabelecendo matematicamente a equivalência entre representações fracionárias e decimais para números racionais, bem como as limitações dos algoritmos usuais das operações para números com representação decimal infinita). foi necessário mobilizar conhecimentos de álgebra e de análise, bem como observar e recorrer ao rigor e à consistência formal da Matemática. Em particular, a partir desse momento, os professores participantes passaram a buscar espontaneamente como referência para a discussão textos acadêmicos, evidenciando o reconhecimento de que esses resultados, ainda que admitissem uma abordagem própria para o ensino básico, exigiam e se estabeleciam sob o rigor da formalização Matemática. Assim se destacam, no contexto da álgebra, a construção dos números racionais por classes de equivalência; e no contexto da análise, os resultados que garantem que um número é racional se e somente se sua representação nos sistema de numeração posicional decimal é finita ou periódica.

Outro destaque desta etapa ase apresenta na observação critica dos professores. Em um dos encontros, um dos professores participantes trouxe para a pauta de discussão a questão apresentada na figura 4, por ter identificado uma "falha" em sua formulação.

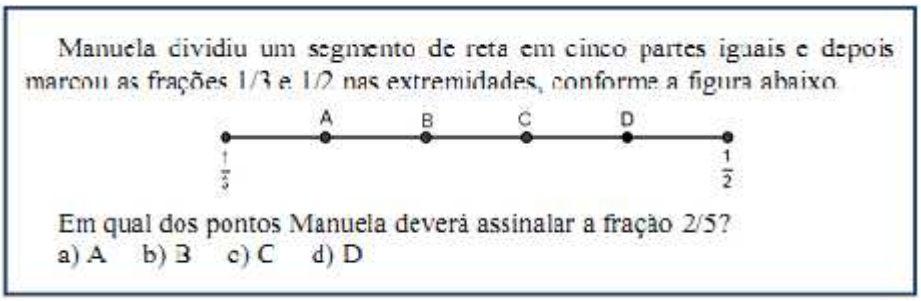


Figura 4: Questão motivadora da reflexão na etapa inicial do estudo piloto.

O grupo observou que do ponto de vista do conteúdo matemático, a escolha das extremidades é irrelevante, podendo o procedimento de solução ser estabelecido de forma genérica. Por exemplo, determinar a distância entre as extremidades do segmento em destaque, no caso 1/3 e ½, dividir o valor encontrado pela quantidade de seções, no caso 5, determinar o comprimento de cada seção e finalmente, por adição, identificar os números associados ao pontos que limitam as seções. No entanto, os professores participantes, também observaram que, com os dados propostos, a resposta correta poderia ser alcançada por meio de uma resolução errada, que acreditavam ser bastante provável de ser feita pelos estudantes. O grupo avaliou que era bem possível que um estudante identificasse o ponto B como a solução da questão porque o segmento em destaque está dividido em 5 partes e B corresponde, sob a orientação crescente, à extremidade final do segundo segmento. Assim, para os professores participantes, do ponto de vista do saber para o ensino, a escolha dos dados numéricos não está adequada.

Resultados

Como resultados do estudo ficou destacado o potencial da metodologia concept study para investigar o conhecimento de matemática dos professores de forma articulada com a sua prática, deixando em evidência aspectos implícitos e explícitos do saber pedagógico de conteúdo e do saber de conteúdo dos professores. Ao longo do estudo, também ficou evidenciada uma mudança de atitude dos participantes, que revelaram uma postura mais investigativa, manifestando, inclusive, a intenção de estender a vivência de uma prática investigativa para suas

salas de aula. Mais ainda, acreditamos que essa metodologia se revelou potencialmente promissora para a formação continuada do professor, oportunizando, de fato, a reconstrução conceitual de forma articulada com a prática. Essa constatação fica evidenciada no depoimento de um dos professores do grupo, que estava entre aqueles com maior tempo de experiência em sala de aula:

> Realmente, professora, gosto muito dos nossos encontros! O tempo passa tão depressa! Acrescento vários conhecimentos aos meus e refaço outros! Saio pensando em tantos assuntos, que demoro um tempão para querer ligar o rádio do carro, prefiro ficar refletindo sobre tudo que foi conversado em sala de aula!

O estudo sugere que, de fato, os exercícios de questionar, observar e investigar coletivamente o conteúdo de matemática do ensino básico, visando identificar aspectos elementares desses conteúdos (no sentido de Klein, Schubring, 2014). relacionando-os às estruturas fundamentais da Matemática, determinou um processo de reconstrução do saber pedagógico de conteúdo dos participantes. Essa reconstrução determina um meta-saber, alcançando uma perspectiva prática conceitual e uma perspectiva subjetiva. Por um lado, amplia o conhecimento do professor sobre o conteúdo sem perder e vista a dimensão da sua prática e, por outro, fortalece a autoestima do professor, que reconhece a especificidade e a importância do seu saber.

Finalmente, destacamos que, ainda que o estudo tenha sido gratificante em relação à observação de resultados positivamente potenciais para a formação do professor em relação ao desenvolvimento dos saberes docentes, ele não oferece oportunidade de acompanhamento do impacto desses resultados na sala de aula e na aprendizagem dos alunos acompanhados pelos professores envolvidos. Este pode ser um tema para futuras pesquisas em continuidade a esta.

Referências e bibliografia

Ball, D.L. (1988). The subject matter preparation of prospective mathematics teachers: Challenging the myths. National Center for Research on Teacher Education, College of Education, Michigan State University, 1988.

Ball, D. L.; & Bass, H. (2003). Toward a Practice-Based Theory of Mathematical Knowledge for Teaching. In B. Davis & E. Simmt (Ed.), Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group, (pp. 3-14). Edmonton, AB: CMESG/GCEDM.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? Journal of Teacher Education, 59 (5), 389-407.

Ball, D. L. et al. (2009). Mathematical Knowledge for teaching: Focusing on the work teaching and its demands. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds), Proceedings of 33rd Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education (vol. 1, pp. 133–139). Thessaloniki, GR: PME.

Davis, B. (2008). Is 1 a prime number? Developing teacher knowledge through concept study. Mathematics Teaching in the Middle School (NCTM), 14(2), 86-91.

Davis, B. (2010). Concept Studies: Designing settings for teacher's disciplinary knowledge. Proceedings of the 34th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Minas Gerais, Brasil, 1, pp.63-78.

Davis, B. (2012). Subtlety and Complexity of Mathematics Teacher's Disciplinary Knowledge. 12th International Congress on Mathematical Education. Seoul, Korea.

Davis, B., & Renert, M. (2009). Mathematics for teaching as shared, dynamic participation. For the Learning of Mathematics, 29(3), 37-43 (Special Issue, guest edited by J. Adler & D. Ball).

Even, R. & Ball, D. L. (Eds.). (2009). The professional education and development of teachers of mathematics – the 15th ICMI Study. New York, NY: Springer.

Fernandez, C. & Yoshida, M. (2004). Lesson study: a Japanese approach to improving mathematics teaching and learning. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Fiorentini, D.; Nacarato, A. M.; Ferreira, A. C.; Lopes, C. S.; Freitas, M.T. M; Miskulin, R. G. S. (2002). Formação de professores que ensinam Matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. Dossiê: Educação Matemática. Educação em Revista, Belo Horizonte, v. 17, n. 36, p. 137-160.

Fiorentini, D. & Lorenzato, S. (2009). Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. 3a ed. Rev. Campinas, SP. Autores Associados. (Coleção Formação de Professores).

Kilpatrick, Jeremy. (2008). A Higher Standpoint. Proceedings ICME 11, no prelo.

Klein, Felix. (2010). Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint: Arithmetic, Algebra, Analysis. USA: Breinigsville.

Moreira, P C. (2004). O conhecimento matemático do professor: formação na licenciatura e prática docente na escola básica. Minas Gerais. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação Conhecimento e Inclusão Social, Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais.

Schubring, Gert. (2014). A Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior: Felix Klein e a sua Atualidade. In Roque, T, & Giraldo, V. (Eds.), O Saber do Professor de Matemática: Ultrapassando a Dicotomia entre Didática e Conteúdo. Cap.2 – pp. 39–54. Rio de Janeiro: Ciência Moderna.Tardif, M. (2012). Saberes Docentes e Formação Profissional. 13ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes.

Matemática para Todos, en el nivel primario

Adriana Laura **Díaz**
Dirección de Nivel Primario
Ministerio de Educación de la República Argentina
diazadrianal@yahoo.com.ar
María Graciela **Chemello**
Dirección Áreas Curriculares
Ministerio de Educación de la República Argentina
gchemello@me.gob.ar
Mónica **Agrasar**
Dirección Áreas Curriculares
Ministerio de Educación de la República Argentina
magrasar@me.gob.ar

Resumen

El Plan *Matemática para todos* (2012 – 2016) se enmarca en la consolidación de políticas de enseñanza llevadas adelante por el Estado Nacional de la Argentina, teniendo como propósito promover un mejoramiento de la enseñanza de la matemática en la escuela primaria, a partir de fortalecer acuerdos colectivos y sostener un proyecto formativo en el área, que promueva trayectorias escolares exitosas para todos los alumnos. Contempla generar en las escuelas un espacio de acompañamiento a la tarea de enseñanza dando lugar a la especialización en cada provincia de maestros, acompañantes didácticos y capacitadores, cuyo eje es la implementación de secuencias de actividades en las aulas; estas han sido elaboradas sobre saberes considerados centrales para 4to, 5to y 6to grado. Actualmente participan aproximadamente 15000 docentes, y se encuentra en proceso de evaluación, tanto de los dispositivos de ejecución como de los que monitorean lo aprendido por los niños en las aulas.

Palabras clave: enseñanza de la matemática, escuela primaria, formación continua, propuestas situadas.

Enseñanza de la Matemática en el segundo ciclo de la escuela primaria 2011-2014

Consideraciones preliminares

El enfoque de la enseñanza de la Matemática hoy [1]

La concepción que cada persona se va formando de la Matemática depende del modo en que va conociendo y usando los conocimientos matemáticos. En este proceso, la escuela tiene un rol fundamental, ya que es allí donde se enseña y se aprende de un modo sistemático. El tipo de

[1] En este apartado se transcribe lo ya explicitado por las mismas autoras en Cuadernos para el Aula 4to. (2007), *Reconsiderar el sentido de la enseñanza de la matemática en la escuela*, Ministerio de Educación, Argentina.

trabajo que se realice en la escuela influirá fuertemente en la relación que cada persona construya con esta ciencia, lo que incluye el hecho de sentirse o no capaz de aprenderla.

Cuando la enseñanza de la Matemática, en lugar de plantearse como la introducción a la cultura de una disciplina científica, se presenta sólo como el dominio de una técnica, la actividad en el aula se limita a reconocer, luego de las correspondientes explicaciones del maestro, qué definición usar, qué regla hay que aplicar o qué operación "hay que hacer" en cada tipo de problema. Se aprende qué hacer, pero no para qué hacerlo ni en qué circunstancia hacer cada cosa. Esta enseñanza ha derivado en dificultades que ya conocemos: por una parte, aunque permite que algunos alumnos logren cierto nivel de "éxito", cuando el aprendizaje se evalúa en términos de respuestas correctas para problemas tipo, deja afuera a muchos alumnos que no se sienten capaces de aprender Matemática de este modo. Por otra parte, lo así aprendido se demuestra claramente insuficiente en el momento en que se trata de usar los conocimientos para resolver situaciones diferentes de aquellas en las que se aprendieron.

Otras veces, la actividad en el aula incluye la resolución de problemas diversos, y se pasa de uno a otro y a otro sin un trabajo reflexivo que vuelva sobre lo realizado. Trabajar sólo resolviendo problemas, sin explicar o fundamentar "matemáticamente", también es insuficiente. El trabajo que implica volver sobre lo realizado, por uno mismo o por los compañeros, exige siempre una explicitación, un reconocimiento y una sistematización del conocimiento que se pone en juego en la resolución de los problemas, en las formas de obtenerlo y de validarlo. Sin este proceso, los conocimientos matemáticos aprendidos en la escuela (las nociones y las formas de trabajar en Matemática) no tendrán, a futuro, las mismas posibilidades de reutilización, ya que quedarían asociados a su uso en algunos casos particulares.

En síntesis, "cómo" se hace Matemática en el aula define, al mismo tiempo, "qué" Matemática se hace, y "para qué" y "para quiénes" se la enseña, lo que plantea una disyuntiva central en relación con la construcción de las condiciones que posibilitan el acceso a la Matemática de unos pocos o de todos[2].

Mejorar la enseñanza

El planteo de base es que los alumnos dispongan de los conocimientos matemáticos que estudian con creciente autonomía. Es decir, se trata de desarrollar un tipo de trabajo matemático que, en principio, requiere de ciertas condiciones que este plan apunta a fortalecer. Una es que en cada escuela se realicen acuerdos pedagógico - didácticos propios del área que incluyan una adecuación de los Núcleos de Aprendizaje Prioritarios a su contexto, en pos de un proyecto formativo que atienda las trayectorias escolares[3] de todos los chicos y chicas. Para ello los docentes deben contar con espacios institucionales para revisar sus concepciones y reflexionar sobre logros y dificultades de los alumnos derivados de la implementación de propuestas de enseñanza enmarcadas en dichos acuerdos. Se considera que en estos espacios resulta productivo el acompañamiento experto que permita, a futuro, contar con algunos maestros que se especialicen en el abordaje de las problemáticas de enseñanza del área, lo que ubica el rol a jugar de los profesionales que asumen como acompañantes didácticos.

---

[2] En este apartado se retoman las ideas vertidas por Roland Charnay (1997) en su artículo *Aprender por medio de la resolución de problemas*, en Didáctica de la Matemática, Paidos, Argentina.
[3] La noción de trayectoria escolar, surge a partir de los trabajos de Flavia Terigi (2002).

En la Argentina, los resultados aportados por distintas evaluaciones de los aprendizajes[4] muestran que la escasa articulación del trabajo de los maestros de los distintos grados y las dificultades que suelen generarse en la interpretación de las propuestas curriculares, afectan significativamente la enseñanza. En particular, en el segundo ciclo se agrega otra problemática ligada a la complejidad de los contenidos que se deben transmitir. Esta falta de un proyecto continuo de 4º a 6º grado, se expresa en dificultades recurrentes para el logro de una progresión en los aprendizajes, que permita avanzar en complejidad, sosteniendo la articulación entre grados sucesivos y las propuestas áulicas. Al mismo tiempo, es necesario profundizar con los maestros la formación acerca de los objetos de enseñanza y la discusión político-pedagógica sobre su sentido formativo.

El Plan "Matemática para todos" en el segundo ciclo de la escuela primaria

Antecedentes

Durante el año 2009 se diseñó e implementó el Proyecto Piloto "Matemática para todos" que se desarrolló en las provincias de Tucumán y Buenos Aires, afectando los cuartos grados de 36 escuelas de cada jurisdicción. En esa ocasión, estuvo conducido por el equipo de Matemática de Áreas Curriculares del Ministerio de Educación.

La implementación del Proyecto Piloto tuvo como propósito evaluar la marcha de un tipo de trabajo matemático en las aulas que diera lugar, a largo plazo, al desarrollo de competencias necesarias para un trabajo autónomo con el dominio de ciertos contenidos por parte de los alumnos.

Por ello, se trató de indagar como afecta en los procesos tanto de enseñanza como de aprendizaje, cuando se proporciona a los docentes un acompañamiento que promueve el diseño y reflexión sobre sus prácticas de enseñanza en la puesta en aula de secuencias innovadoras. Además, el dispositivo incluyo el apoyo a los docentes y directivos mediante la visita de asistentes didácticos a las escuelas y el desarrollo de capacitaciones conjuntas para los maestros de todas las escuelas.

La implementación contempló el abordaje de tres secuencias de trabajo en el aula que contaron con materiales impresos, tomando como base el Cuaderno para el aula de 4to. grado, y otros textos para formar a los acompañantes didácticos de las escuelas involucradas en el piloto. También se propusieron juegos, como recursos didácticos integrados en las secuencias, material que fue utilizado por los alumnos.

El impacto de dicho piloto fue evaluado en forma externa[5] tanto en relación con los aprendizajes logrados por los alumnos como en relación con los cambios en las formas de enseñar de los docentes. La evaluación mostró un impacto positivo en ambos aspectos y recomendó la continuidad del proyecto, cuestión que se retoma con el presente plan[6].

---

[44] Entre ellos se destaca el Operativo Nacional de Evaluación (ONE – 2007), DINIECE, Ministerio de Educación de la República Argentina

[5] Se hace referencia al trabajo a cargo de IIPE – Unesco, Buenos Aires (2010) *Costo-efectividad de los Programas de enseñanza de Ciencias Naturales y Matemática en la Argentina*

[6] El *Plan Matemática para Todos*, cuenta con financiamiento del BID, en el marco del Programa de Apoyo a la política de Mejoramiento de la Equidad Educativa II, para el Nivel Primario y Secundario. (PROMEDU II)

Etapas de trabajo

Como y se mencionó, este Plan se enmarca en la consolidación de políticas de enseñanza llevadas adelante por el Estado Nacional, teniendo como propósito general, promover un mejoramiento de la enseñanza vinculada a los contenidos de matemática considerados centrales en 4to, 5to y 6to grado de la escuela primaria. Se trata de un plan plurianual que tiene como objetivo afectar a un universo de 1700 escuelas, ampliándose a 1000 escuelas más durante 2014-2015 y otras 1000 más en el periodo 2015 - 2016.

Para el cumplimiento del plan, se planificó un trabajo de metas a mediano plazo que contempla, en principio, la organización de etapas diferenciadas:

2011: Búsqueda, organización y formación de capacitadores y acompañantes didácticos

2012: Primera etapa de implementación y seguimiento en las escuelas (850 escuelas en 14 jurisdicciones)

2013: Segunda etapa de implementación y seguimiento en las escuelas (1400 escuelas en las 24 jurisdicciones que conforman el país)

2014: Ampliación del universo de escuelas y evaluación del plan para su proyección.

2015: Segunda etapa de ampliación, toma de decisión respecto a su continuidad como programa nacional.

Propósitos del plan

- La construcción y explicitación de **acuerdos colectivos** para la enseñanza en el segundo ciclo orientados a la **protección de las trayectorias escolares de todos los niños y las niñas.**
- El sosteniendo un **proyecto formativo en el área** de matemática que, en el marco de los NAP, se responsabilice de una **mejora en los resultados de los aprendizajes de los alumnos.**
- La consolidación de un **espacio institucional de intercambio entre colegas** a propósito de las decisiones de enseñanza.
- El fortalecimiento de la **formación de equipos** provinciales y locales para el acompañamiento a la tarea de enseñanza.

Líneas de acción

Para el cumplimiento de los propósitos recién enunciados, se llevan a cabo distintas líneas de acción, que se realizan de manera simultánea:

(i) Formación de los acompañantes didácticos y capacitadores;

Esta línea de acción articula la experiencia compartida por capacitadores y acompañantes didácticos en la implementación del Plan en las escuelas, con su participación en el Ciclo Formativo virtual organizado por el Ministerio de Educación de la Nación.

En el Apéndice I se presenta el Ciclo formativo, a través del índice, detallando cada módulo y sus clases.

(ii) Acompañamiento a la tarea de enseñanza en las escuelas:

Esta línea, busca proporcionar a los maestros de 4°, 5° y 6° de las escuelas participantes, un espacio para el análisis de propuestas de enseñanza y un acompañamiento que promueva la reflexión sobre sus prácticas, a través de la puesta en aula de las secuencias previstas.

En el Apéndice II se explicitan los ejes y contenidos abordados en las secuencias.

(iii) Promoción de una red de maestros orientadores

Esta línea promueve la recopilación y análisis de producciones escolares realizadas en el marco de la implementación de las secuencias. De este modo, como espacio horizontal, la red se constituye en un lugar adecuado para transformar y enriquecer los saberes construidos sobre las prácticas, a partir de la propia experiencia y el intercambio con distintos colegas.

A fines del 2013 se realizó la primera jornada de intercambio entre maestros donde presentaron distintas experiencias de aula y producciones de los alumnos en la implementación de las secuencias; participaron 240 maestros de 10 provincias.

Durante el segundo semestre de 2014, se realizaron los acuerdos necesarios para avanzar en la implementación de un Postítulo de especialización en la enseñanza de la matemática para maestros que recupera la experiencia del plan en las escuelas.

(iv) Actualización en gestión curricular para directivos y supervisores.

El Plan contempla como unidad de trabajo la escuela, en pos de fortalecer los acuerdos colectivos para la enseñanza y el sostenimiento de un proyecto formativo en el área de matemática. Por ello, se realizarán encuentros de trabajo con los equipos de conducción y los supervisores de las escuelas participantes, focalizando en los aspectos vinculados a la gestión de proyectos formativos en el área de matemática.

Se han desarrollado encuentros con equipos de conducción de todas las escuelas participantes.

Características del Plan

Abordaje institucional

Como ya se mencionó, se considera como unidad de trabajo la escuela, en pos de fortalecer los acuerdos colectivos para la enseñanza y el sostenimiento de un proyecto formativo en el área de matemática.

Participan todos los docentes de 4to a 6to grado de cada una de las escuelas así como parte de su equipo de conducción. Las escuelas se puedan agrupar en un mismo distrito/región de la provincia dado que los maestros deben asistir a 5 encuentros de capacitación durante el año, uno por cada secuencia más uno de cierre/evaluación de lo realizado.

En el Apéndice III se adjunta la grilla con la cantidad de escuelas, grados/secciones, docentes y alumnos participantes, según datos recolectados a diciembre del 2013.

Aspectos organizativos

El Plan “Matemática para todos” en las escuelas está organizado en cuatro ciclos (uno por secuencia) cada uno con una duración aproximada de 6 ó 7 semanas, a lo que debe agregarse un periodo preparatorio/inicial de 4 semanas.

Las escuelas se agrupan en núcleos de aproximadamente 8 establecimientos de un mismo distrito/zona de la provincia. Cada núcleo está a cargo de un acompañante didáctico que realiza las visitas a las escuelas y coordina los encuentros de capacitación para los maestros. Estos encuentros se realizan de modo rotativo en las escuelas del núcleo. Cada grupo de maestros de un mismo grado asiste a 4 encuentros de capacitación durante el año, uno por cada secuencia. Los maestros orientadores, además de asistir a esos encuentros, tienen otras actividades propias de su formación como tales.

Dependiendo de la cantidad y localización de las escuelas en cada provincia se cuenta con 1, 2 o más capacitadores provinciales, responsables de la formación y el seguimiento de los acompañantes didácticos. Cada capacitador coordina, como máximo, un grupo de 5 acompañantes didácticos, monitoreando la tarea en aproximadamente 40 escuelas.

Además de realizar encuentros provinciales con los acompañantes didácticos, el capacitador tiene encuentros de trabajo con los directores y supervisores de esas escuelas y con los maestros orientadores.

Actualmente el equipo de perfiles del Plan, está conformado por:

1	Coordinador Nacional
2	Consultores del equipo de Áreas Curriculares
6	Tutores regionales, a cargo del Ciclo de Formación virtual
30	Referentes y asistentes jurisdiccionales
68	Capacitadores
278	Acompañantes didácticos

Organización de los Grupos de trabajo en el Plan

<u>Núcleo de escuelas:</u> Coordinado por un Acompañante Didáctico.

- Encuentros presenciales para Maestros de 4to, de 5to y de 6to;
- Visitas a cada escuela para reunirse con el equipo directivo y los maestros cada 15 días aproximadamente.

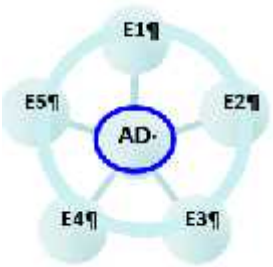


Figura 1 Acompañantes didácticos

<u>Zona</u> Coordinada por un Capacitador Provincial
Encuentros Zonales:

- Para directores y supervisores: 2 o 3 en el año
- Para Acompañantes Didácticos: uno por secuencia

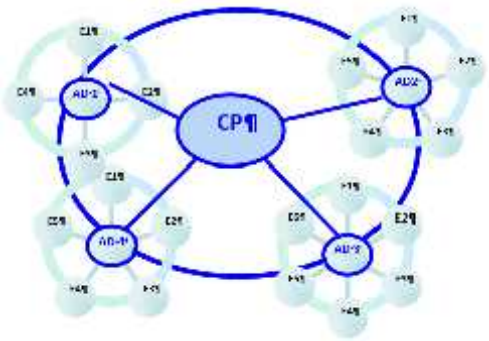


Figura 2. Capacitadores

Provincia Coordinada por el Referente

Encuentros Provinciales con capacitadores y acompañantes didácticos: uno al inicio del ciclo lectivo, uno por secuencia y al cierre del año.

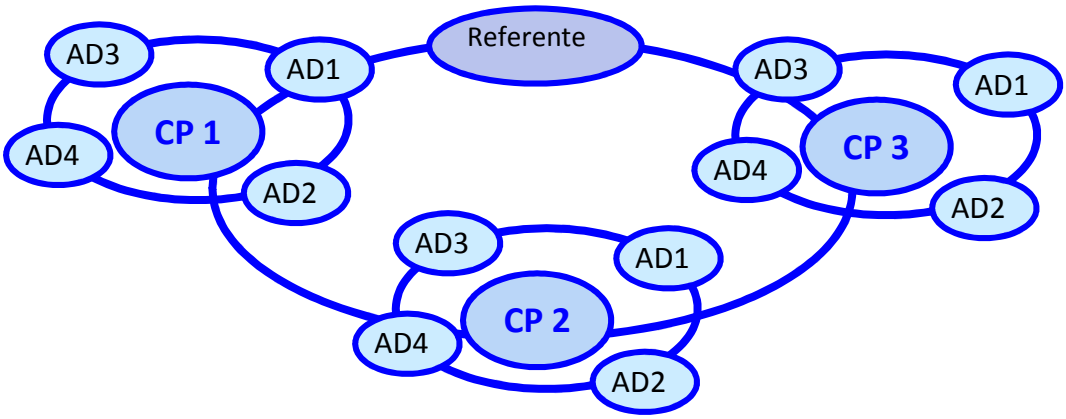


Figura 3. Referente Provincial

Secuencias

A modo de ejemplo, se presenta a continuación la estructura de una de las secuencias, correspondiente al eje de *Fracciones y números decimales* para 5to grado.

Retomar lo de 4to. grado	Actividad 1: En una fiesta Actividad 2: Los números en los problemas
Comparación de fracciones	Actividad 3: El juego de la Guerra de fracciones Actividad 4: Después de jugar
Repartos / división	Actividad 5: Repartos entre amigos Actividad 6: Formas de repartir Actividad 7: Nuevos repartos entre amigos
Comparación de expresiones fraccionarias y representación gráfica	Actividad 8: Comparando números y partes
Secciones estables en todas las secuencias	Actividad 9: ¿Vale o no vale? Actividad 10: Mirar lo que aprendimos Actividad 0/11 ¿Qué sabemos? - Distintos repartos - Partes del entero - Para explicar - Para registrar lo que aprendiste

A modo de cierre

La complejidad de la implementación del presente Plan, dada su masividad y las coyunturas políticas que atraviesan las distintas jurisdicciones, se evidencia en las características que asumió cada línea de acción, las que se encuentran en proceso de evaluación.

Desarrollo profesional docente, primera conclusión

Un apartado especial lo merece la constitución de los equipos técnicos jurisdiccionales. En tanto las acciones de desarrollo profesional docente son políticas de estado, los modos de llevarlas adelante explicitan cómo se construye en este ámbito el espacio público. Entendemos que estas políticas han de pensarse en un estrecho vínculo con la sociedad y en un diálogo permanente con las experiencias y las inquietudes de los docentes, con el fin de potenciar su posición.

Potenciar la posición docente significa ir a contracorriente de los discursos que colocan la carencia en el centro, se trata de explorar y poner en acto todas las posibilidades que en ella laten. Implica recorrer juntos todas las riquezas que encierra la educación hasta traducirlas en hechos, y así aportar a la construcción de una autoridad pedagógica para la escuela en estos tiempos. Supone, entonces, ofrecer ocasiones que hagan legible y visible otra manera de hacer matemática en la escuela.

El desarrollo profesional entendido de esta forma ubica a los docentes como constructores de lazo social, en un territorio, el de la cultura y la sociedad argentina, que fue arrasado en la última década. No se trata ésta de una tarea exterior o ajena a la experiencia de los docentes y las escuelas, al contrario, esa potencialidad política se construye en la escuela y en el acto mismo de educar.

En este sentido, se realizó un estudio cualitativo a partir de trabajar en un Encuentro Nacional con la siguiente consigna,

Hoy, después de haber transitado una primera etapa en las escuelas, nos preguntamos en qué medida hemos avanzado en el sentido propuesto y qué es necesario ajustar. Para ello le proponemos que, basándose en su experiencia, prepare una nota breve, un mail, para una/un colega que recibió los materiales del Plan en su escuela y que va a incorporarse al Plan. Es más puede pensar en alguna maestra o maestro que conozca para escribirle.
A modo de ejemplo, planteamos algunos disparadores/orientaciones, pero puede organizar su texto como lo desee en el reverso de esta hoja.
Se que llegaron los materiales de Matemática para Todos a tu escuela y que van a empezar con los encuentros de Núcleo. Yo usé los materiales el año pasado y te puedo comentar que ….
En particular, con respecto a la Secuencia ……..
de … grado, te sugiero que …..
En los encuentros de Núcleo, ……
La visita del Acompañante Didáctico a la escuela ……
En síntesis, te recomiendo que …… …
porque …..

Al leer todas las producciones de los maestros aparecen tres cuestiones que tienen cierta recurrencia y permiten identificar criterios, apoyados en algunas nociones didácticas, que orientan las decisiones de enseñanza.

i) Los procesos de comunicación, argumentación y las conclusiones matemáticas
ii) Los juegos y su uso como recurso de enseñanza
iii) La elección de los problemas y los saberes de los alumnos.

Este material, su procesamiento y posterior análisis, permitió realizar modificaciones al dispositivo y marcar los ejes de trabajo para los encuentros de Núcleo y Zonales.

Pendientes y en proceso 2014

Como ya se mencionó, se está en pleno proceso de evaluación, por lo que se está procesando la información que surge de distintos insumos, a saber:

- informes cuantitativos y cualitativos de referentes, capacitadores y acompañantes didácticos;
- grillas de seguimiento de todos los maestros sobre las dos primeras secuencias implementadas en el presente año;
- producciones de alumnos sobre un instrumento de seguimiento para recuperar lo aprendido.

Esto ubica las acciones en proceso o pendientes, como ser:

- Realizar los ajustes necesarios del dispositivo para el acompañamiento en la tarea de enseñanza, de acuerdo a las dificultades / características de las distintas jurisdicciones.
- Incorporar paulatinamente las 1000 escuelas fijadas como siguiente meta, comenzando por las 9 jurisdicciones ya mencionadas.
- Elaborar un Postítulo de Especialización en la enseñanza de la matemática para maestros del Segundo Ciclo del Nivel Primario.
- Procesar los productos y registros que surgen de la implementación del Plan, para su publicación como insumo de trabajo y evaluación de lo actuado.

Bibliografía citada

Chranay, Roland (1997) *Aprender por medio de la resolución de problemas*, en Didáctica de la Matemática, Paidos Educador, Argentina.

DINIECE (2007), *Informe sobre evaluaciones ONE,* Ministerio de Educación, Argentina.

Terigi, Flavia (2002) *Bases pedagógicas de los grados de aceleración,* Programa de reorganización de las Trayectorias escolares de los alumnos con sobreedad en el Nivel Primario de la Ciudad de Buenos Aires, Argentina.

Apéndice I
Ciclo Formatico de Capacitadores y Acompañantes didácticos

MÓDULO 1: Los desafíos de la capacitación en el nivel primario
Clase 1: El trabajo del capacitador y el cuidado de las trayectorias escolares
De niños y niñas a alumnos y alumnas
Trayectoria escolar teórica y trayectoria escolar real. Trayectoria educativa
Indicadores y construcción del problema
Clase 2: Curriculum y enseñanza en la escuela primaria
El trabajo con el currículo. Currículum escrito y currículum real. Justicia curricular
El ámbito de planeamiento de las políticas curriculares. El ámbito institucional. El ámbito áulico
El formato escolar: Tiempos, espacios, agrupamientos. Diversidad en la organización escolar.
La dimensión colectiva de la enseñanza, los colectivos institucionales
Algunos apuntes sobre el conocimiento escolar. Libros de texto y currículum
Clase 3: El acompañamiento didáctico en el Plan Matemática Para Todos
Revisar el relato, construir la agenda. Capacitar, asesorar, acompañar

MÓDULO 2: Los desafíos de la capacitación acerca de la enseñanza de las fracciones y decimales
Clase 4: Aportes de la Didáctica de la Matemática (DM) para pensar la enseñanza
El trabajo matemático en la escuela
La selección de problemas. Los problemas y la gestión de la clase
Con relación a los contextos; al carácter de instrumento o de objeto; a los tipos de tareas
Clase 5: Transformaciones de las prácticas de enseñanza: el caso de los decimales y las fracciones
Acerca de la enseñanza de las expresiones decimales y de las fracciones
Las primeras huellas. Los aportes de la modernidad. Las propuestas en los últimos veinte años
Clase 6: Concepciones sobre los números racionales: sus implicaciones en la enseñanza
Sobre las nociones de concepción y significado.
Sobre los objetos matemáticas, sus representaciones y vínculos
Fracción, número decimal y número racional. Razón y número racional
Los aportes de la historia para pensar los significados de los números racionales

MÓDULO 3: Los desafíos de la capacitación acerca de la enseñanza de las operaciones con fracciones y decimales
Clase 7: La clase de matemática en la enseñanza de las operaciones con fracciones y decimales
Operaciones con fracciones y decimales:
Contextos verosímiles y significados de las cuatro operaciones básicas
La clase de matemática y las intervenciones del docente
El debate sobre las producciones y las conclusiones matemáticas
El desarrollo de la situación en el aula
Clase 8: Planificación de la enseñanza en la escuela primaria. El caso de fracciones y decimales.
Criterios de organización de la enseñanza. La relación con los conocimientos tratados en años anteriores
Los problemas en los que intervienen: *los diversos significados de las fracciones y sus operaciones; el repertorio de fracciones involucrado; las tareas y los modos de funcionamiento de los conocimientos; y las representaciones que permiten manipularlos en articulación con los contextos de uso.*
Las herramientas, propiedades, relaciones y formas de "hacer" que permiten trabajar con estos números.
Clase 9: La evaluación de los aprendizajes de los alumnos
Enseñar a estudiar: un desafío para los docentes.
La elaboración y revisión de la carpeta o cuaderno: El repaso. La evocación:
Tiempos y propósitos de la evaluación: ¿cuándo y para qué se evalúa?
Evaluación diagnóstica, formativa y sumativa
Las producciones de los alumnos: ¿qué información nos brindan?

MÓDULO 4: Los desafíos de la capacitación acerca de la enseñanza de las operaciones con números naturales

Clase 10: La enseñanza de las operaciones con naturales: tradiciones y nuevos lineamientos

Enseñanza de la matemática y formación del ciudadano. Tradiciones de enseñanza

La nueva perspectiva y la matemática escolar

El campo multiplicativo y los significados de la multiplicación y división

Clase 11: El cambio de sentido en la enseñanza del cálculo

Mirar la historia y pensar la enseñanza

Un recorrido de producción y transformación de representaciones y formas de calcular

Pensar las cuentas, establecer relaciones. Puentes entre el algoritmo tradicional y el de restas sucesivas

Hacer avanzar a los alumnos desde procedimientos que ellos inventan a otros más económicos

Ideas centrales para analizar con los maestros en la capacitación

Clase 12: El cálculo en la escuela.

El cálculo exacto y aproximado y la construcción de un repertorio de cálculos memorizados.

Las transformaciones que hacen los cálculos más fáciles, las propiedades y la elaboración de reglas.

La calculadora como parte de las condiciones de una situación de enseñanza.

Algunas ideas básicas sobre el cálculo y su enseñanza para trabajar con los maestros.

MÓDULO 5: Los desafíos de la capacitación en la enseñanza de la geometría.

Clase 13: Los aportes de la historia y las tradiciones en la enseñanza de la geometría

¿Qué conocemos del modo de producción y validación de estos conocimientos?

Los modos de producción y los objetos geométricos. Las formas de validación

¿Qué geometría promover en la escuela primaria?

Sobre el tipo de trabajo geométrico; sobre la definición de los objetos geométricos

¿Qué recorrido hizo la enseñanza de la geometría en la escuela primaria?

Mostrar y definir, ejemplificar y aplicar. Definir con rigor:

Construir conocimientos espaciales y geométricos

Clase 14 La enseñanza de la medida y los desafíos de la capacitación.

Sobre los problemas de medida y el análisis de la enseñanza habitual

Sobre el perímetro y el área. *Su enseñanza. Su tratamiento en la capacitación*

Diseño y análisis de secuencias de actividades.

Clase 15: Pensar en la enseñanza de las propiedades de las figuras y los cuerpos geométricos en la capacitación.

Algunas razones para enseñar las propiedades de las figuras. Su tratamiento en la capacitación

Sobre los objetos geométricos, sus representaciones y la validación de afirmaciones; los tipos de pruebas y el lenguaje en que se expresan; las actividades geométricas para la clase y su discusión en capacitación

Comparar, describir, reconocer, clasificar. Copiar y construir. Formar figuras a partir de otras

Analizar afirmaciones y clasificar

MÓDULO 6: Los desafíos de capacitar en enseñanza de la matemática en el nivel primario.

Clase 16: Tres dimensiones centrales en el diseño de una capacitación.

Puntos de partida

¿Qué matemática debe aprender un maestro en la capacitación y cómo la aprende?

¿Cómo abordar los conocimientos didácticos con los maestros en la capacitación?

Clase Nro. 17: El desafío de la evaluación en los espacios de capacitación

La evaluación en el Plan. Los escritos en la formación docente continua en Matemáticas

Los aprendizajes de los docentes en la capacitación

La profesión docente y sus conocimientos

La evolución de los aprendizajes de los docentes, algunos ejemplos de actividades.

Recapitulación

Apéndice II

Secuencias de contenidos – Núcleos de Aprendizajes prioritarios

Secuencia I: Operaciones con Números naturales

El reconocimiento y uso de las operaciones entre números naturales y la explicitación de sus propiedades en situaciones problemáticas que requieran:

4° grado:

- multiplicar con distintos significados, utilizando distintos procedimientos y evaluando la razonabilidad del resultado obtenido.
- elaborar y comparar distintos procedimientos de cálculo-, mental, escrito - de multiplicaciones por una cifra o más, analizando su pertinencia y economía en función de los números involucrados.
- analizar relaciones numéricas para formular reglas de cálculo, producir enunciados sobre las propiedades de las operaciones y argumentar sobre su validez.

5° grado:

- dividir con significado de partición evaluando la razonabilidad del resultado obtenido.
- elaborar y comparar procedimientos de cálculo - exacto, mental, escrito y con calculadora- de multiplicaciones y divisiones por una o dos cifras, analizando su pertinencia y economía en función de los números involucrados.
- argumentar sobre la validez de un procedimiento o el resultado de un cálculo usando relaciones entre números naturales y propiedades de las operaciones.
- explicitar relaciones numéricas vinculadas a la división y la multiplicación (múltiplo, divisor, D=d xc+r)

6° grado:

- argumentar sobre la validez de un procedimiento o el resultado de un cálculo usando propiedades de las operaciones con números naturales.
- producir y analizar afirmaciones sobre relaciones numéricas vinculadas a la división y argumentar sobre su validez.
- sistematizar resultados y estrategias de cálculo mental para operar con números naturales.

Secuencia II: Números racionales

El reconocimiento y uso de fracciones y expresiones decimales, en situaciones problemáticas que requieran:

4° grado:

- Interpretar, registrar o comparar el resultado de una partición a través de distintas escrituras con fracciones.
- Interpretar la equivalencia entre expresiones fraccionarias de uso frecuente para una misma cantidad.
- Comparar, entre sí y con números naturales, fracciones de uso frecuente a través de distintos procedimientos.

5° grado:

- Interpretar, registrar, comunicar y comparar resultados de distintos repartos usando fracciones usuales ampliando el repertorio para establecer nuevas relaciones.
- Interpretar la equivalencia entre expresiones fraccionarias para una misma cantidad.
- Comparar fracciones entre sí y con el entero a través de distintos procedimientos (relaciones numéricas, expresiones equivalentes, representaciones gráficas) ampliando el repertorio para establecer nuevas relaciones.

6° grado

El reconocimiento y uso de los números naturales, de expresiones decimales y fraccionarias, de la organización del sistema decimal de numeración, y la explicitación de sus características, en situaciones problemáticas que requieran:

- Argumentar sobre la equivalencia de distintas representaciones y descomposiciones de un número.
- Comparar fracciones y/o expresiones decimales a través de distintos procedimientos, incluyendo la representación en la recta numérica e intercalando fracciones y decimales entre otros números.

- Analizar afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que diferencian a los números naturales de las fracciones y las expresiones decimales.

Secuencia III: Propiedades de las figuras geométricas

El reconocimiento de figuras y la producción y el análisis de construcciones geométricas considerando las propiedades involucradas en situaciones problemáticas que requieran:

4° grado:

- describir, reconocer y comparar triángulos, cuadriláteros y otras figuras teniendo en cuenta el número de lados o vértices, la longitud de los lados, el tipo de ángulos,...
- componer y descomponer figuras estableciendo relaciones entre las propiedades de sus elementos.
- analizar afirmaciones acerca de propiedades de figuras dadas y argumentar sobre su validez

5° grado:

- describir, reconocer y comparar cuadriláteros teniendo en cuenta la longitud y posición relativa de sus lados, la amplitud de sus ángulos,...
- clasificar figuras de diferentes formas explicitando los criterios utilizados
- construir cuadriláteros a partir de distintas informaciones mediante el uso de regla, escuadra y compás evaluando la adecuación de la figura obtenida a la información dada.
- componer y descomponer figuras utilizando propiedades conocidas de las figuras iniciales para argumentar sobre las de las figuras obtenidas.
- analizar afirmaciones acerca de propiedades de las figuras y argumentar sobre su validez.

6° grado:

- describir, comparar y clasificar triángulos y cuadriláteros en base a las propiedades conocidas.
- copiar y construir figuras a partir de diferentes informaciones sobre propiedades y medidas utilizando compás, regla y escuadra, evaluando la adecuación de la figura obtenida.
- analizar afirmaciones acerca de propiedades de las figuras y argumentar sobre su validez.

Secuencia IV: Operaciones con números racionales

El reconocimiento y uso de las operaciones entre números naturales, fracciones y expresiones decimales, y la explicitación de sus propiedades en situaciones problemáticas que requieran:

4° grado:

- sumar y restar cantidades expresadas con fracciones y decimales, utilizando distintos procedimientos y representaciones y evaluando la razonabilidad del resultado obtenido.
- elaborar estrategias de cálculo utilizando progresivamente resultados memorizados relativos a fracciones y expresiones decimales de uso corriente (½ + ½; ¼ +1 ½ ; ½ + ¾ ; 0,25 + 0,25; 0,50 + 1,50 ;dobles; etc.)

5° grado:

- elaborar y comparar distintos procedimientos (multiplicar, dividir, sumar o restar cantidades correspondientes) para calcular valores que se corresponden proporcionalmente, evaluando la pertinencia del procedimiento en relación con los datos disponibles
- explicitar procedimientos de cálculo mental que puedan utilizarse para facilitar otros cálculos (la mitad de la mitad es la cuarta parte, 0,25 x 3 = 0,75 = 3/4,...) y para argumentar sobre la validez de los resultados obtenidos.

6° grado:

- elaborar y comparar distintos procedimientos –incluyendo el uso de la constante de proporcionalidad- para calcular valores de cantidades que se corresponden o no proporcionalmente evaluando la pertinencia del procedimiento en relación con los datos disponibles.
- explicitar las características de las relaciones de proporcionalidad directa .

Apéndice III

PROVINCIA	CANTIDAD DE ESCUELAS		CANTIDAD DE DOCENTES					CANTIDAD DE ALUMNOS
	Atendidas	TOTAL	4º	5º	6º	REAL	TOTAL	
BUENOS AIRES	364	509	313	273	251	837	5.411	25110
CATAMARCA	24	34	90	89	84	263	306	6608
CHACO	96	96	244	270	236	750	900	11500
CHUBUT	16	16	31	23	20	74	74	3032
CIUDAD DE BS AS	64	64	154	131	112	397	397	11209
CORRIENTES	48	48	127	124	192	443	443	11937
CORDOBA	107	120	207	204	196	521	607	15163
ENTRE RIOS	16	56	163	160	152	475	475	9698
FORMOSA	56	64	68	67	66	201	201	4262
JUJUY	47	48	101	93	93	287	489	10.506
LA PAMPA	32	32	82	86	82	250	250	4630
LA RIOJA	33	33	65	61	54	180	197	1761
MENDOZA	64	64	137	142	160	439	439	8690
MISIONES	90	120	s/d	s/d	s/d	s/d	1.181	s/d
NEUQUEN	24	24	60	57	58	175	175	3210
RIO NEGRO	12	18	42	26	28	72	96	1442
SALTA	78	78	205	205	200	610	610	20200
SAN JUAN	24	24	60	65	60	185	185	4625
SAN LUIS	17	17	47	41	42	96	93	3.126
SANTA CRUZ	12	18	26	20	21	104	171	4960
SANTA FE	96	96	186	179	170	535	535	13511
SANTIAGO DEL ESTERO	35	40	113	116	111	340	470	8500
TIERRA DEL FUEGO	11	11	30	28	26	84	94	2635
TUCUMAN	70	70	131	128	126	385	773	19.392
TOTALES	**1436**	**1700**	**2682**	**2588**	**2540**	**7810**	**14.572**	**205.707**

Esta información surge de los informes cuantitativos realizados por los referentes de cada jurisdicción, como uno de los productos del proceso de seguimiento del Plan, en el marco del Programa de Apoyo a la Política de Mejoramiento de la Equidad Educativa (PROMEDU II).

O ensino de Matemática na educação de jovens e adultos numa perspectiva freireana

Neomar Lacerda da **Silva**
Universidade Estadual de Santa Cruz
Brasil
nlsmat@hotmail.com
Maria Elizabete Souza **Couto**
Universidade Estadual de Santa Cruz
Brasil
melizabetesc@gmail.com

Resumo

Este trabalho faz parte da pesquisa de Mestrado que analisou e descreveu como e em quais situações os pressupostos freireanos, presentes na Proposta Pedagógica da Educação de Jovens e Adultos (2007), da rede municipal de Vitória da Conquista – BAHIA - BRASIL influenciam a prática pedagógica de professores que lecionam Matemática. Para elaboração dos dados foi analisada a proposta pedagógica e realizamos o grupo focal com professores que lecionam Matemática na Educação de Jovens e Adultos. Consiste numa investigação com abordagem qualitativa, cujos participantes foram quatro professores que lecionam Matemática nessa modalidade. A análise da proposta revelou que os pressupostos freireanos estão compreendidos como: dialogicidade, problematização, temáticas significativas e leitura de mundo. Nos encontros do grupo focal, ficou evidente que tal proposta está fundamentada nos pressupostos freireanos, reiterando a importância da construção cotidiana e coletiva da ação pedagógica, tendo os pressupostos destacados como elementos propulsores na construção do conhecimento matemático.

Palavras chave: pressupostos freireanos, práticas pedagógicas, ensino de matemática, proposta pedagógica, educação de jovens e adultos.

Introdução

Apresentamos, neste trabalho, alguns resultados de uma pesquisa de Mestrado (Silva, 2014) que teve como objetivo analisar e descrever como e em quais situações os pressupostos freireanos, presentes na Proposta Pedagógica da Educação de Jovens e Adultos (Vitória da Conquista, 2007), da rede municipal de Vitória da Conquista – BA – Brasil influenciam a prática pedagógica de professores que lecionam Matemática. Desse modo, posicionamo-nos ao lado de uma abordagem qualitativa, como opção teórica e epistemológica a fundamentar a realização da pesquisa.

O estudo foi desenvolvido com 04 (quatro) professores que lecionavam Matemática para o segmento II da Educação de Jovens e Adultos em escolas da rede municipal da cidade de Vitória da Conquista – BA – Brasil. Para preservar o anonimato dos professores investigados, utilizamos nomes fictícios: Helena, Cláudio, Iza e Milton.

Inicialmente foi realizada a análise documental da Proposta Pedagógica da Educação de Jovens e Adultos (Vitória da Conquista, 2007), desenvolvida pela Secretaria de Educação do

referido município, com o objetivo de identificarmos quais os pressupostos freireanos estão presentes no documento.

Para ampliar o nosso conhecimento e a compreensão sobre o objeto de estudo, realizamos o grupo focal com os referidos professores. Neste momento, traremos a análise da referida proposta pedagógica, explicitando quais pressupostos freireanos estão nela

compreendidos, bem como a compreensão e o sentido, no discurso dos professores, quanto aos pressupostos vislumbrados, e a influência na prática pedagógica dos professores na Educação de Jovens e Adultos.

Para realizarmos a análise, recorremos ao arcabouço teórico colhido no pensamento freireano, como também nas contribuições dos estudos de Skovsmose (2008), por manifestarem preocupações acerca do caráter sócio-político-cultural no ensino da Matemática. Para as discussões acerca das especificidades da Educação Matemática na Educação de Jovens e Adultos, utilizamos os estudos de Fonseca (2007).

Os Pressupostos Freireanos e a Educação de Jovens e Adultos

Nos trabalhos de Paulo Freire, na forma como percebia a realidade e fazia a leitura de mundo, mostrava-se preocupado com a relação pedagógica desenvolvida no sistema educacional. Tal preocupação possui seu cerne na relação estabelecida entre educador e educando. Para Freire (1991), o ato de ensinar inexiste sem aprender, pois foi a partir da condição humana de que todos são capazes de aprender que ao longo dos tempos, homens e mulheres foram desenvolvendo maneiras e métodos de educar. É o ato de aprender que justifica a relação estabelecida entre educador e educando.

Desse modo, quando o educador se vê como sujeito formador do processo educativo e seus educandos como "objetos" a serem formados, recebendo passivamente o conhecimento pertencente ao sujeito que sabe, e que são a eles transferidos, ocorre um esvaziamento da relação dialética de aprendizagem entre educador e educandos, fato que caracteriza a concepção bancária de educação, no sentido de que:

> Em lugar de comunicar-se, o educador faz "comunicados" e depósitos que os educandos, meras incidências, recebem pacientemente, memorizam e repetem. Eis aí a concepção "bancária" da educação, em que a única margem de ação que se oferece aos educandos é a de receberem os depósitos, guardá-los e arquivá-los. (Freire, 2005, p. 66, grifos do autor).

Na concepção bancária da educação, o saber torna-se uma doação dos que se julgam sábios aos que julgam nada saber. A educação libertadora privilegia o exercício da compreensão crítica da realidade e possibilita não só a leitura da palavra, a leitura do texto, mas também a leitura do contexto, a leitura do mundo.

Em oposição a essa concepção, eis a concepção libertadora freireana, em que o educador, comprometido com a mudança, não pode apenas falar aos educandos sobre sua visão de mundo, tentando impô-la. É preciso dialogar. É no diálogo que ambos podem realizar uma leitura crítica e desvendar a realidade. Dessa maneira, Freire afirma que:

> [...] o educador já não é mais aquele que apenas educa, mas o que, enquanto educa, é educado, em diálogo com o educando que, ao ser educado, também educa. Ambos, assim, se tornam sujeitos do processo em que crescem juntos e em que os "argumentos de autoridade" já não valem (Freire, 2005, p.79, grifos do autor).

Reconhecendo no diálogo a superação da condição educador-educandos, a situação pedagógica inicia-se, antes do encontro deles, quando o educador se questiona do que vai dialogar, ou seja, existe uma inquietação em busca dos conteúdos programáticos, que não serão impostos ou doados, mas uma revolução organizada, sistematizada e acrescentada.

Deve-se, pois, no diálogo, ao contrário do que Freire (2005) chama de educação bancária, existir a preocupação em considerar o contexto social-político-econômico-cultural do educando. Assim, numa relação horizontal, a educação terá sentido, pois prolongará o projeto de cada um, encharcando-os com suas vivências.

Conforme Gadotti (1996), a investigação do pensamento freireano possibilita identificar categorias epistemológicas que podem se constituir em princípios orientadores das ações pedagógicas. Para a construção desta pesquisa, e para compreendermos como os pressupostos freireanos presentes na Proposta Pedagógica da Educação de Jovens e Adultos (Vitória da Conquista, 2007) influenciam a prática pedagógica dos professores de Matemática dessa modalidade de ensino, elegemos quatro pressupostos: (a) *Dialogicidade*: como expressão da relação horizontal entre educadores e educandos, como mecanismo de problematização dos temas e ressignificação da realidade. (b) *Temáticas Significativas*: como forma de valorização do conhecimento social e de estratégias de superação da realidade. (c) *Problematização*: como forma de superação da memorização e da repetição mecânica dos conhecimentos revelando nos questionamentos acerca de como fazer, instigando a reflexão/ação coletiva como possibilidade de partilha e ampliação de saberes e (d) *Leitura de mundo*: como possibilidade de conhecimento e inserção na realidade local dos sujeitos de maneira crítica.

A Educação de Jovens e Adultos, como uma modalidade de ensino que atende uma demanda de sujeitos com características específicas, necessita de posicionamentos bem definidos no conjunto das políticas públicas oficiais. Os debates acerca da configuração para essa modalidade como um campo específico de responsabilidade pública do Estado (Arroyo, 2007) têm proporcionado uma crescente ampliação dos direitos constitucionais, muito embora não bastem somente as lutas pelo reconhecimento serem traduzidas em termos normativos constitucionais, mas, também, em termos de ações políticas no campo institucional mediante a realização de políticas públicas que busquem garantias de acesso à escola e/ou a construção e adequação das propostas pedagógicas utilizando estratégias que contemplem componentes linguísticos, sociais, econômicos, educativos, entre outros.

De acordo a resolução CNE/CEB Nº 1, de 05 de julho de 2000, que estabelece as Diretrizes Curriculares para a Educação de Jovens e Adultos no Brasil (Brasil, 2000), o ensino para essa modalidade deve pautar-se pelos princípios de equidade, diferença e proporção, propondo um modelo pedagógico próprio, de modo a assegurar a distribuição específica dos componentes curriculares, a identificação e o reconhecimento da alteridade, própria e inseparável, dos jovens e dos adultos em seu processo formativo e, a proporcionalidade, com disposição e alocação adequadas dos componentes curriculares às necessidades próprias dos sujeitos da Educação de Jovens e Adultos.

Acreditamos que os pressupostos educacionais freireanos (Gadotti, 1996), como a dialogicidade, a problematização, as temáticas significativas e a leitura de mundo podem circundar a construção de uma possibilidade educacional para o ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos que vislumbre uma educação pautada na ação-reflexão-ação.

Dimensões socioculturais no ensino de Matemática

Os processos educativos podem favorecer o desenvolvimento sociopolítico e econômico de uma nação, possibilitando aos cidadãos se posicionarem diante de tais realidades. Assim, pensar numa educação capaz de possibilitar às pessoas serem conscientes de suas ações, pensamentos e desejos, significa assumir a educação como meio de facilitar a elas condições de avaliar criticamente seus próprios pensamentos, ideias e ações.

Nesse contexto, a Matemática não pode ser considerada como uma área politicamente neutra, mantendo-se distante, e não se posicionando, acerca de temas relacionados à vida em sociedade, como os ligados às dimensões sociopolíticas e culturais (Gerdes, 1996). Nesse entendimento, a Matemática possui um papel social importante na inclusão das pessoas na sociedade e, seu ensino, deve fornecer instrumentos para que elas atuem no mundo de modo mais eficaz, como cidadãos comprometidos e participativos.

A concepção hegemônica global que tem a Matemática como uma ciência exata, de conhecimento pronto, apresentando-se, portanto, como um todo harmônico, no qual diferentes conteúdos estão encadeados logicamente e, por isso, devem ser desenvolvidos progressiva e ordenadamente, torna extremamente difícil introduzir uma Educação Matemática com preocupações genuínas acerca dos aspectos sociais (Pais et al., 2003).

A preocupação com aspectos socioculturais da Matemática reflete nos currículos de Matemática das escolas, onde há a necessidade de romper com as amarras institucionalmente estabelecidas por formulações de currículos que desconsideram a cultura, as expectativas, os sonhos e desejos dos indivíduos e colocam a Matemática como algo essencialmente abstrato que não faz parte da vida cotidiana das pessoas.

Dessa forma, acreditamos que certas posturas do professor de Matemática podem contribuir para a formação de um indivíduo reflexivo, crítico e consciente de suas ações, sendo, assim, possível buscar nos princípios da "Educação Libertadora", assim como em Freire (2005, p. 71) ao insistir na busca da libertação e humanização dos homens em oposição a sua alienação.

Na concepção de Educação Libertadora de Freire, o homem está em constante interação com outros indivíduos mediatizados pelo mundo. Conforme o autor, "ninguém educa ninguém, ninguém educa a si mesmo, os homens se educam entre si, mediatizados pelo mundo" (Freire, 2005, p. 78).

Numa crítica à "educação bancária" e à responsabilidade da Matemática frente aos problemas sociais, os trabalhos desenvolvidos por Ole Skovsmose merecem destaque por concentrarem-se em questões de democracia e poder. Desse modo, Ole Skovsmose, um dos idealizadores da Educação Matemática Crítica, é o principal disseminador dessa concepção de Educação Matemática em nível mundial.

Em termos de ação pedagógica, ao propor desenvolver nos educandos a competência de interagir e agir em situações sociais e políticas estruturadas pela Matemática, Skovsmose (2008, p. 16) recomenda o trabalho com projetos educacionais e atividades investigativas na forma de "Cenários para investigação". Tal abordagem, segundo o autor, representa um contraponto às aulas de Matemática organizadas de acordo o "paradigma do exercício", segundo o qual para cada exercício proposto, existe uma, e somente uma, resposta correta.

Uma discussão sobre os principais conceitos abordados pela Educação Matemática Crítica perpassa pelas reflexões discutidas anteriormente e, busca o movimento de superação, tendo a

consciência de que as crises existem, da relação entre as crises e a postura crítica, e assumindo a característica crítica da Educação Matemática. Assim, a Educação Matemática poderá contribuir para o desenvolvimento de uma postura crítica nos cidadãos frente aos problemas sociais, ao passo que o conscientiza dos papeis desempenhados pelos conhecimentos matemáticos na sociedade.

A proposta pedagógica da Educação de Jovens e Adultos do município de Vitória da Conquista – Bahia – Brasil nas vozes dos professores

Junto à análise da proposta pedagógica, apresentamos aqui a compreensão e o sentido, no discurso dos professores, quanto aos pressupostos freireanos vislumbrados: dialogicidade, problematização, temáticas significativas e leitura de mundo, na fundamentação teórico-metodológica, assim como da influência de tais pressupostos na prática pedagógica da Educação de Jovens e Adultos desses professores.

A proposta pedagógica da Educação de Jovens e Adultos na rede municipal de Vitória da Conquista entrou em vigor em 2007 e está subsidiada pela concepção freireana de educação. Segundo a proposta,

> [...] o teórico que embasa a nossa ação-reflexão-ação é o educador Paulo Freire, que vê no aluno aquele sujeito que se apropria da capacidade de desvelar as contradições da realidade, de se colocar numa postura crítica e de se engajar na sua realidade, de formular hipóteses, superando conflitos cognitivos e avançando na apreensão de novos conhecimentos. (Vitória da Conquista, 2007, p.33).

Assim, a opção é pela educação problematizadora, dialógica, contrária à educação bancária, que compreende o aluno como um mero depósito de conhecimentos. Tal opção pela educação libertadora, ainda, é percebida em um dos seus objetivos, a saber: "Contribuir para a valorização da identidade, construção da cidadania, formação integral, consciência crítica e noções de liberdade e democracia" (Vitória da Conquista, 2007, p.18), o que está em consonância com as Diretrizes Curriculares Nacionais para a EJA estabelecidas pela resolução CNE/CEB Nº 1, de 05 de julho de 2000. Para tanto, a proposta pedagógica apresenta alguns elementos que deverão nortear a postura do professor:

> Acreditamos que a postura de todo educador deve ser reflexiva e dialética, partindo da prática para o conhecimento teórico; e retornando a prática de maneira mais competente, com conceitos mais elaborados, surgem novas indagações que requerem novos processos de teorização, abrindo-nos sempre ao movimento da contínua busca do conhecimento. (Vitória da Conquista, 2007, p. 33).

Dessa maneira, a proposta enfatiza que o educador esteja em constante estudo e formação, de forma que, ao construir um diálogo constante com os referenciais teóricos, que contribuam para a ampliação de seu desenvolvimento profissional, suas leituras acerca da realidade, compreenderá o contexto e os desafios em que a educação encontra-se inserida.

Quanto à prática pedagógica, sobre a experiência em lecionar na modalidade da Educação de Jovens e Adultos, Milton e Cláudio, disseram que se sentem à vontade nas turmas e que gostam, principalmente, dos vínculos afetivos que permeia a relação professor-aluno nessa modalidade.

> Eles nos recebem muito bem porque se sentem valorizados quando damos atenção aos seus problemas e paramos pra conversar sobre isso. Apesar de tantos problemas que enfrentam,

> mantêm uma vontade em querer aprender e isso me motiva muito a continuar trabalhando nas turmas do noturno (Milton, I encontro do Grupo Focal, 25/09/13).

Cláudio comenta que lecionar nessa modalidade exige do professor uma vontade de contribuir com o aprendizado de pessoas jovens e adultas que não tiveram, enquanto crianças e adolescentes, oportunidade de concluírem seus estudos, sendo que um grande desafio para a Educação de Jovens e Adultos é promover um ambiente escolar no qual os alunos se sintam motivados, já que chegam cansados de uma jornada diária de trabalho.

> A maioria não teve oportunidade de estudar quando mais jovens. O professor que se dedica a trabalhar com a EJA precisa ter essa consciência, de que tem em sua sala alunos com muitos problemas sociais e, que isso vai influenciar diretamente no planejamento de suas aulas (Cláudio, I encontro do Grupo Focal, 25/09/13).

Há, portanto, no discurso dos professores, um "querer bem aos educandos" (Freire, 2013, p. 138), que se manifesta no cuidado, no se sentir bem acolhido nas turmas de jovens e adultos e, no fato, de estarem dispostos a "selar um compromisso com os educandos, numa prática específica de ser humano" (Freire, 2013, p. 138).

A concepção freireana de educação é dialógica, problematizadora, proponente de uma prática educativa libertadora, com o rompimento da relação de dominação do educador sobre o educando. Tal prática educativa rompe com a concepção bancária (Freire, 2005) e conduz a uma aprendizagem abrangente, integradora, balizada na horizontalidade da relação educador-educandos, na valorização de sua cultura e de sua oralidade, com forte teor ideológico. Sobre isso, a proposta esclarece que:

> Esta proposta político-pedagógica estabelece uma articulação entre a realidade sociocultural, a escola, o professor e o aluno, fortalecendo o papel da escola, a participação da comunidade, o compromisso do professor e a capacidade do aluno, que são sujeitos de todo o processo de elaboração e apropriação do saber. (Vitória da Conquista, 2007, p.12).

Com relação à Proposta Pedagógica da Educação de Jovens e Adultos (2007) de Vitória da Conquista, os professores não demonstram um conhecimento mais aprofundado do seu conteúdo. Iza comenta que sabe que há uma proposta, mas não a leu e, mesmo nas reuniões pedagógicas das escolas e nos encontros de formação continuada, ainda que a proposta seja citada, nunca oportunizaram a sua leitura.

> Eu sei que existe uma proposta pedagógica para a EJA, mas nunca li o documento. Sei que estou errada, porque se tem uma proposta é preciso a gente conhecer até para poder criticar. Também, se eu não leio como posso saber se estou trabalhando conforme está escrito na proposta? (Iza, I encontro do Grupo Focal, 25/09/13).

Helena comenta que logo após a efetivação da proposta na rede municipal, no ano de 2007, participou de reuniões pedagógicas para o estudo da proposta, mas após aquele período não se discutiu mais.

> Nas reuniões discutíamos como deveria ser a proposta e os coordenadores escreviam (Helena, I encontro do Grupo Focal, 25/09/13).

O fato de os professores não conhecerem/discutirem a proposta pedagógica, reduz a reflexão somente à prática educativa e, "embora seja importante saber o que deve fazer e como, também é importante saber por que devo fazê-lo" (Imbernón, 2011, p. 40). Nesse sentido, retomamos aos estudos de Freire (2013, p. 24), quando nos diz que "a reflexão crítica sobre a

prática se torna uma exigência da relação Teoria/Prática sem a qual a teoria pode ir virando blá-blá-blá e a prática ativismo". Assim, os participantes compreendem que a leitura teórica e a reflexão sobre a prática devem ser constantes.

Quanto à fundamentação teórica da proposta, os professores disseram conhecer pouco sobre Paulo Freire (1991, 2005, 2013). De acordo com Cláudio, em sua formação inicial, em magistério, teve oportunidade de discussões e leituras da obra de Paulo Freire, contudo acerca da Educação de Jovens e Adultos não lhe foi oportunizadas discussões.

> O trabalho que realizo nas turmas da Educação de Jovens e Adultos é fruto de minha experiência e das leituras que fazemos nos encontros das atividades complementares (Cláudio, I encontro do Grupo Focal, 25/09/13).

A proposta pedagógica enfoca, ainda, o trabalho interdisciplinar entre as diversas áreas do conhecimento e, em específico, no ensino de Matemática, esclarece que o seu papel "é o de estimular à curiosidade, o espírito investigativo, à capacidade de generalizar, prever e abstrair, contribuindo de forma efetiva para o desenvolvimento do cidadão." (Vitória da Conquista, 2007, p. 28). Ademais, traz os princípios orientadores da Educação de Jovens e Adultos (Vitória da Conquista, 2007, p. 19). São eles: (1) Processo educativo com práticas sociais voltadas para o trabalho, a cultura, o confronto dos problemas coletivos, a construção da cidadania; (2) Acesso aos meios de produção cultural, ao trabalho, à arte, ao lazer, à comunicação, ao esporte e (3) Valorização das expressões culturais, reconhecimento de valores que fortalecem a confiança e a autoestima dos alunos, contribuindo para o exercício pleno da cidadania, assumindo-se como agentes ativos na construção da sociedade e transformação do mundo.

Quanto aos pressupostos educacionais freireanos (Gadotti, 1996), estão compreendidos na referida proposta como a leitura de mundo, a dialogicidade, a problematização e as temáticas significativas. Tais pressupostos estão articulados na organização teórico-metodológica da proposta, perpassando por sua orientação curricular e pedagógica e em sua caracterização para o ensino de Matemática.

A proposta orienta que a leitura de mundo do educando deve servir como início da problematização em sala de aula, daí a ser respeitada e desenvolvida em busca da conscientização pela apreensão dos conteúdos matemáticos. A proposta enfatiza que o educando "deve ser o sujeito da ação, enfocando a visão da realidade em busca da libertação da situação opressora, ou seja, o educando deve tomar consciência da situação real em que está inserido, agindo sobre esta, transformando-a" (Vitória da Conquista, 2007, p. 20). Ainda,

> O trabalho com a Matemática é, antes de tudo, o resultado de uma construção mental que se realiza, gradativamente, nas diversas situações do cotidiano. [...] deve aproveitar os conhecimentos prévios do aluno; propor investigação e exposição de conceitos [...] e estimular o aluno a produzir seus próprios registros e buscar caminhos para solucionar problemas exigidos pela sociedade (Vitória da Conquista, 2007, p. 28).

Na busca pela leitura de mundo dos educandos, oportunizar o diálogo nas vozes dos alunos é uma característica necessária ao educador democrático, que tem o compromisso de motivar os educandos, desafiando-os a expressarem seus saberes matemáticos acerca de sua realidade existencial. A esse educador, não cabe, pois, ser o "proprietário da verdade", se comportando como um educador autoritário que se apossa do tempo para discorrer sobre uma leitura de mundo somente sua (Freire, 2013).

Com isso, os educandos jovens e adultos têm muitos saberes a serem socializados, suas experiências de vida, no trabalho e nas relações familiares constituem leituras de mundo que podem ser apreciadas pelo processo educativo. Uma reflexão sobre o lugar da Matemática na Educação de Jovens e Adultos considera que situações da vida pessoal, social ou profissional demandam conhecimentos acerca de análises quantitativas e questões lógicas ou interpretativas de um instrumental matemático e, por isso, podem ser utilizadas como forma de organização do trabalho pedagógico nas aulas de Matemática (Fonseca, 2007).

Compreendemos assim, que a ênfase, dada pela proposta, no trabalho com a Matemática com situações oriundas da realidade existencial dos alunos, também, é um anseio manifestado pelos jovens e adultos em dominar conceitos e procedimentos da Matemática e aplicá-los nas suas atividades cotidianas, de modo a otimizá-las.

Na proposta, o diálogo é o elemento mediador entre os sujeitos e as situações do cotidiano que são possibilidades de leitura de mundo, de modo que, "na busca do conhecimento, não há ignorantes absolutos, há sim pessoas que, em coletividade, almejam saber mais. Deve-se confiar no outro, acreditar no seu potencial, é essa crença que propicia o diálogo" (Vitória da Conquista, 2007, p. 20). Ainda, "uma proposta educativa baseada na realidade cultural do sujeito é essencialmente problematizadora, mediada pelo diálogo entre seus atores. A essência da palavra é a ação fomentada pela reflexão" (Vitória da Conquista, 2007, p. 20).

Quanto à dialogicidade no ensino da Matemática, pela proposta "o ensino baseado na resolução de problemas, oferece oportunidade para o professor trabalhar as formas de raciocinar, problematizar, indagar e questionar" (Vitória da Conquista, 2007, p. 29).

Na busca pela dialogicidade na relação pedagógica educador-educando, Freire e Shor (2006) o compreendem como uma ação indispensável num processo educativo libertador, em que o diálogo é uma postura necessária para a compreensão da realidade tal como é feita e refeita pela ação humana e, por isso, é preciso refletir criticamente para a sua transformação.

Estabelecer momentos dialógicos em sala de aula de Matemática exige uma postura do educador em permitir que os educandos falem e, para tanto, ele não tem respostas prontas, ele problematiza junto aos educandos, tem curiosidade em saber quais as perspectivas dos mesmos e reconsidera continuamente seu conhecimento e prática (Alrø & Skovsmose, 2010).

Uma proposta educativa baseada na realidade cultural é essencialmente problematizadora visando à conscientização. Pela proposta, a metodologia deve ser conscientizadora possibilitando a imersão no universo temático de forma crítica, mediante "discussão, problematização, diálogo, relação com o outro, sempre num processo de construção contínuo e global do saber" (Vitória da Conquista, 2007, p. 24).

Portanto, uma metodologia com pretensão à criticidade exige uma postura consciente do educador, em termos da qual, como um educador problematizador, ele refaz constantemente seu "ato cognoscente", junto à "cognoscibilidade dos educandos", que não são recipientes vazios a espera dos depósitos de conhecimentos, mas investigadores críticos, em constante diálogo com o educador que, também, é investigador crítico (Freire, 2005).

Segundo a proposta, o educador precisa respeitar a visão de mundo do educando como ponto de partida para organizar o conteúdo programático a ser estudado. Esclarece que:

> Na construção do conteúdo programático, o educador recorre ao diálogo com os educandos para obter o objeto a conhecer, a ser problematizado e codificado/descodificado pelo grupo.

> É um processo articulado com todo o grupo, mediatizado pela visão de mundo, visando à compreensão dos temas geradores que vão ser levantados, considerando a priori a visão de cada um, sem deixar de lado a existência concreta do homem. (Vitória da Conquista, 2007, p. 20).

Na educação libertadora, o pensar crítico visa à transformação permanente da realidade, buscando a constante humanização das pessoas; são elas que transformam o espaço por sua ação. É o aluno e o professor na Educação de Jovens e Adultos que, na organização curricular via temática significativa, se percebe enquanto sujeito da ação educativa e, por isso, responsável e capaz por sua ação de transformar a realidade em que está inserido.

No trabalho com as temáticas significativas, a proposta esclarece que a organização das aulas deve considerar o conteúdo matemático problematizado com vistas à ação consciente sobre a realidade, como uma forma de tornar a Matemática mais humanizadora. Assim,

> As temáticas orientadoras do planejamento devem ser desenvolvidas em âmbito intelectual (conteúdo formal) e no âmbito da ação (visão crítica, política), desvelando a situação concreta dos homens a quem o trabalho educativo está sendo voltado (Vitória da Conquista, 2007, p. 20).

Nesse sentido, Freire critica a educação que não valoriza os saberes locais da realidade existencial dos alunos e questiona:

> Por que não discutir com os alunos a realidade concreta a que se deva associar a disciplina cujo conteúdo se ensina, a realidade agressiva em que a violência é a constante e a convivência das pessoas é muito maior com a morte do que coma vida? Por que não estabelecer uma "intimidade" entre os saberes curriculares fundamentais aos alunos e a experiência social que eles têm como indivíduos? (2013, p. 32, grifo do autor).

Desse modo, Freire (2013) não nega a necessidade dos conteúdos curriculares, pelo contrário, questiona o trabalho descontextualizado da realidade a qual se pretende transformar pela ação. É na problematização dos conteúdos matemáticos em meio ao contexto social, no qual os educandos estão imersos, que a efetiva ação-reflexão pode se concretizar.

Segundo a proposta, "A palavra é um direito de todos, assim todos estão comprometidos a mudar o mundo por sua ação. [...] É preciso cada um se ver como sujeito, sendo autor e ator da história" (Vitória da Conquista, 2007, p. 20). Ainda, "[...] o educando deve apropriar-se dos mecanismos de ensino aprendizagem de forma sistematizada, de modo crítico e construtivo, ampliando sua visão de mundo, refletindo sobre a realidade e buscando meios de ação para transformá-la" (Vitória da Conquista, 2007, p. 12).

Sobre como os pressupostos freireanos podem contribuir na aprendizagem dos conteúdos matemáticos, Helena destacou que os alunos jovens e adultos necessitam de situações de trocas, em que a dialogicidade esteja sempre presente (Freire, 2005) e a problematização, feita a partir de uma temática significativa, torna o conteúdo matemático mais acessível.

> No início, trabalhava na Educação de Jovens e Adultos como fazia no ensino regular. Os alunos não aprendiam e muitos eram reprovados. Com as temáticas significativas, percebo o quanto mudou. A motivação e a aprendizagem dos alunos melhoraram muito. Não há como planejar uma aula para jovens e adultos em que não se privilegie o diálogo e situações de problematização (Helena, II encontro do Grupo Focal, 23/10/13).

Para Milton, não adianta impor um conteúdo tal qual está no livro didático para os alunos jovens e adultos, sendo necessário que eles façam sua leitura de mundo e percebam o conteúdo matemático presente nas situações de seu cotidiano.

> Eles discutiam formas para resolver uma situação real. E se a caixa d'água é redonda? E se a caixa é quadrada? As questões iam surgindo e eles iam se envolvendo e encontrando formas de solucionar (Milton, II encontro do Grupo Focal, 23/10/13).

Para Iza, um ambiente de sala de aula onde coexista o diálogo e a problematização, é um ambiente propício à aprendizagem, porque os jovens e adultos já trazem para a escola uma bagagem de conhecimentos que precisa ser considerada e, é através da dialogicidade e problematização de temáticas significativas, que é possível o resgate e o respeito à leitura de mundo feita por eles (Freire, 2005).

> Aí nós trabalhamos com panfletos de preços de supermercados, boletos de água e energia elétrica, tabelas de preços de estacionamento, panfletos de empréstimos de bancos, reportagens de revistas e jornais e outros que surgem. São materiais ricos para o trabalho com vários conteúdos matemáticos, e é o professor que precisa ser criativo e sensível às necessidades dos alunos (Iza, II encontro do Grupo Focal, 23/10/13).

Nas falas, há, portanto, conforme orientação da Proposta Pedagógica da Educação de Jovens e Adultos (2007) do município de Vitória da Conquista – BA, um reconhecimento da necessidade do trabalho com situações significativas no ensino da Matemática para a Educação de Jovens e Adultos. Entretanto, os professores admitem não trabalhar com temáticas significativas em todas as suas aulas, alegando dificuldades como o tempo para o planejamento e conhecimento técnico.

Cláudio reitera que o conteúdo matemático precisa ser abordado e a forma que o trabalho é conduzido é de responsabilidade do professor. Dessa maneira, segundo ele, de nada adiantará uma aula ser organizada a partir de uma temática significativa se o professor não estiver atento aos anseios e expectativas dos alunos, recorrendo a situações dialógicas e problematizadoras na apresentação da atividade.

> Os temas envolvem experiências que os alunos trazem sobre o trabalho no comércio, na agricultura, nas atividades domésticas e até mesmo de suas relações familiares, e o conteúdo matemático presente nessas situações será trabalhado de forma que os alunos possam solucionar as situações-problemas existentes ou, pelo menos, compreendê-las melhor (Cláudio, III encontro do Grupo Focal, 27/11/13).

Analisamos, em função das falas dos professores, que é necessário a autonomia para organizar sua prática pedagógica, de acordo às temáticas significativas, da forma como está prevista na proposta pedagógica. Pareceu-nos um trabalho democrático e pedagogicamente organizado, sendo discutido pelo coletivo dos professores nas reuniões pedagógicas da escola e estruturado com a preocupação no desvelamento da realidade existencial pela problematização dos conteúdos matemáticos, que se configuram enquanto "objetos cognoscíveis" (Freire, 2005, p. 39), numa compreensão de que "O ensino dos conteúdos implica o testemunho ético do professor" (Freire, 2013, p. 92).

A proposta orienta o ensino de Matemática baseado na resolução de problemas que envolvem reflexão, análise e o questionamento, além de enfatizar que:

> [...] se os problemas formulados partirem da realidade do aluno, poderão possibilitar a percepção da utilidade da Matemática, que se desenvolve, a partir de diferentes

> interpretações e caminhos, cabendo ao aluno buscá-la para a resolução de problemas e desafios que lhe sejam propostos (Vitória da Conquista, 2007, p. 29).

Foi consensual entre os professores que a organização das aulas de Matemática baseadas na metodologia da resolução de problemas possibilita que se trabalhe tal como é preconizado pela proposta pedagógica. Entretanto, conforme os professores, os problemas devem fazer sentido para os alunos jovens e adultos, precisam levar em conta sua realidade local, seus conhecimentos, como, por exemplo, no comércio, na lavoura, na economia doméstica e nas situações em família.

Na organização curricular, a proposta enfatiza que o desafio que se coloca para a Educação de Jovens e Adultos é fornecer uma educação voltada para o exercício da cidadania, que possibilite "o educando não apenas ler, escrever e compreender a língua nacional, o domínio dos símbolos, das operações matemáticas básicas, [...], mas também, garantir o acesso aos meios de produção cultural, ao trabalho, a arte, ao lazer" (Vitória da Conquista, 2007, p. 24).

Nesse sentido, propõe uma organização metodológica curricular na qual não estão definidos conteúdos fechados. Segundo o texto, "é uma proposta de posturas e caminhos com o objetivo de contribuir para a construção de um currículo escolar vivo, flexível e dinâmico." (Vitória da Conquista, 2007, p. 24). Tal organização metodológica vai ao encontro dos princípios de equidade, diferença e proporção, quando propõe um modelo pedagógico próprio, assim como é defendido pelas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos (Brasil, 2000).

A disciplina de Matemática para o segmento II dessa modalidade de ensino, que corresponde ao ensino fundamental do 6º ao 9º ano, integra o bloco das Ciências Químicas, Físicas e Biológicas, possui uma carga horária de 5 horas/aula semanal.

Ao caracterizar as áreas do saber, a proposta enfatiza que:

> [...] cada uma delas não deve ser enfocada e trabalhada de forma isolada e auto-suficiente. [...] todo esforço deve ser feito para que o aluno apreenda a realidade do mundo natural e social como uma realidade, cujas diversas partes mantêm entre si relações complexas e dinâmicas (Vitória da Conquista, 2007, p. 27).

No ensino da Matemática, a proposta enfoca o trabalho interdisciplinar entre as áreas do conhecimento, esclarecendo que o seu papel "é o de estimular à curiosidade, o espírito investigativo, à capacidade de generalizar, prever e abstrair, contribuindo de forma efetiva para o desenvolvimento do cidadão" (Vitória da Conquista, 2007, p. 28). Prioriza que "deve fazer uma relação com as outras áreas do conhecimento" (Vitória da Conquista, 2007, p. 29), o que para Freire (2005) é um processo metodológico de construção do conhecimento pelo sujeito com base em sua relação com o contexto, com a realidade, com sua cultura.

A interdisciplinaridade seria caracterizada por dois movimentos dialéticos: "a problematização da situação, pela qual se desvela a realidade e a sistematização dos conhecimentos de forma integrada e contextualizada" (Silva & Couto, 2013, p. 07).

Quanto aos princípios pedagógicos, tais como o currículo, a metodologia e a avaliação, a proposta esclarece que a proposta curricular e metodológica da Educação de Jovens e Adultos deve considerar a faixa etária e o perfil socioeconômico-cultural dos educandos, alertando que "não deve ser voltada para práticas educativas compensatórias; o conhecimento deve ser tecido com base nas experiências vividas, do modo como os educandos se sentem, se percebem e se

inserem no mundo[...].” (Vitória da Conquista, 2007, p. 35), estando, também, em correlação com as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos (Brasil, 2000) e com os princípios da educação libertadora.

Ainda, pela proposta, a organização do trabalho deve considerar a avaliação como um aspecto essencial no seu desenvolvimento, uma vez que permite a redefinição de metas e processos sempre em busca da construção/reconstrução. Prevê que na “metodologia dialética a avaliação é considerada como mais um momento de aprendizagem e não como um momento de promoção” (Vitória da Conquista, 2007, p. 38).

Quanto à forma de avaliação, Cláudio esclarece que na Educação de Jovens e Adultos precisa ser processual e contínua, não se restringindo a um momento único e estanque.

> A gente não pode, depois de um trabalho com essas temáticas, querer aplicar uma prova com questões soltas e sem ligação alguma com os problemas reais da vida do aluno. Vamos avaliando a cada aula (Cláudio, III encontro do Grupo Focal, 27/11/13).

Assim, a compreensão que os professores fazem do processo avaliativo em Matemática, na Educação de Jovens e Adultos, refere-se à busca por tentar “indicar em que medida o trabalho desenvolvido foi capaz de contribuir para a ampliação, a diversificação e a eficiência das habilidades de leitura (e escrita) dos educandos” (Fonseca, 2007, p. 71), de modo a permitir interpretar a influência da atividade educativa e redefinir metas e processos, no sentido de como prevê a proposta pedagógica (Vitória da Conquista, 2007, p. 37).

Entendemos, assim, que a compreensão que os professores dão aos pressupostos freireanos na fundamentação teórico-metodológica da Proposta Pedagógica para a Educação de Jovens e Adultos (2007), refere-se: (1) à dialogicidade como expressão da relação horizontal entre educadores e educandos; (2) à problematização como diálogo questionador da leitura de mundo dos educandos e dos conhecimentos matemáticos envolvidos nas temáticas significativas; (3) às temáticas significativas enquanto situações existenciais dos educandos e (4) à leitura de mundo como percepção da realidade mediatizada para aprender os conteúdos matemáticos.

Considerações

A análise da Proposta Pedagógica da Educação de Jovens e Adultos (2007) do município de Vitória da Conquista – BA revelou que nela estão compreendidos os pressupostos freireanos referidos. O pensamento pedagógico freireano perpassa desde os princípios elencados pelas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos (Brasil, 2000), pelos objetivos da proposta analisada, pela organização curricular e pelos princípios pedagógicos como currículo, metodologia e avaliação (Silva & Couto, 2013).

Quanto à abordagem ao ensino de Matemática, encontramos a opção pelo diálogo enquanto elemento problematizador da realidade, a reflexão acerca das estruturas matemáticas e da realidade no trabalho com a resolução de problemas focados em temáticas significativas, a leitura de mundo com o trabalho voltado à construção mental nas diversas situações cotidianas, a problematização ao favorecer a estruturação do pensamento e do raciocínio lógico visando uma maior criticidade nos diversos campos, evidenciando, assim, a articulação entre os pressupostos freireanos e os estudos da Educação Matemática Crítica.

Na sistematização das discussões, os professores concordam que a organização das aulas de Matemática baseadas em temáticas significativas valoriza as experiências de vida dos alunos, o diálogo em sala e a problematização. São conscientes das demandas, em termos de tempo e

estudo do professor para esse tipo de trabalho e, apesar das dificuldades encontradas ao longo do processo, acreditam ser uma metodologia eficaz para o ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos.

Acreditamos que os pressupostos freireanos indicam caminhos para ajudar o professor a encontrar equilíbrios entre seu modo de ver e perceber a ação educativa, a fim de melhor coordenar sua prática. As implicações culturais e políticas do ensino e aprendizagem da Matemática na Educação de Jovens e Adultos precisam se constituir como uma reflexão permanente pela equipe docente e pela coordenação pedagógica municipal, porque, independentemente daquilo em que acredita, a Matemática constitui um elemento de cultura.

Referências e bibliografia

Alro, H. & Skovsmose, O. (2010). *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.

Arroyo, M. G. (2007). Educação de jovens-adultos: um campo de direitos e de responsabilidade pública. In: SOARES, Leôncio; GIOVANETTI, Maria Amélia; GOMES, Nilma Lino. (Org.) *Diálogos na Educação de Jovens e Adultos*. (2th ed.). Belo Horizonte: Autêntica.

Brasil. (2000). Parecer CNE/CEB nº. 11/2000 - *Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação e Jovens e Adultos*. Brasília: MEC.

Fonseca, M. C. F. R. (2007). *Educação matemática de jovens e adultos: especificidades, desafios e contribuições*. Belo Horizonte: Autêntica.

Freire, P. & Shor, I. (2006). *Medo e ousadia: o cotidiano do professor*. (11th ed.). Rio de Janeiro: Paz e Terra.

Freire, P. (1991). *A educação na cidade*. São Paulo: Cortez.

Freire, P. (2005). *Pedagogia do oprimido*. (43th ed.). Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra.

Freire, P**.** (2013). *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática docente*. (44th ed.). Rio de Janeiro: Paz e Terra.

Gadotti, M. (1996). *Paulo Freire: Uma biobibliografia*. São Paulo: Cortez: Instituto Paulo Freire; Brasília, DF: UNESCO.

Gerdes, P. (1996). Etnomatemática e Educação Matemática: Uma panorâmica geral. *Quadrante, Revista Teórica e de Investigação*, Lisboa, v. 5, n. 2.

Imbernón, F. (2011). *Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza*. São Paulo: Cortez Editora.

Pais, A. et al. (2003). Educação matemática crítica e etnomatemática: conflitos e convergências. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2003. *Anais*... Blumenau: Universidade Regional de Blumenau e Comitê Interamericano de Educação Matemática, CD-Card.

Silva, N. L. & Couto, M. E. S. (2013). Ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos/EJA: Contribuições dos Estudos de Paulo Freire, da Etnomatemática e da Educação Matemática Crítica. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 07, 2013, Montevideo, Uruguay. *Anais*... Montevideo: Actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. 1 Pendrive.

Silva, N. L. (2014). *Pressupostos freireanos nas práticas pedagógicas de professores que lecionam Matemática na Educação de Jovens e Adultos*. 221f. Dissertação de Mestrado. (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática). Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus – BA.

Skovsmose, O. (2008). *Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica*. Campinas: Papirus. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

Vitória da Conquista. (2007). Prefeitura Municipal de Vitória da Conquista. *Proposta Pedagógica da Educação de Jovens e Adultos*. Vitória da Conquista: Secretaria Municipal de Educação.

O tempo e suas Medições: o que pensam os professores?

Conceição Aparecida Cruz **Longo**
Universidade Federal de São Carlos - Sorocaba
Brasil
cac.longo2@gmail.com

Resumo

Esta comunicação apresenta o que pensam alguns professores sobre o tempo e suas medições, quando "reviveram" quatro momentos do trabalho de campo desenvolvido por ocasião da minha pesquisa de mestrado. Os professores do GEPRAEM, responderam a duas questões: o que é tempo e qual a importância de medi-lo. Produziram desenhos motivados pela palavra "tempo". Os desenhos foram socializados com o intuito de despertar e aguçar a curiosidade. Em seguida, os professores anotaram seus questionamentos, curiosidades, comentários ou dúvidas, possibilitando um momento de interação entre "o que eu sei, o que ele sabe e o que nós sabemos". Finalizamos refletindo sobre: Já que o tempo e suas medições estão

tão presentes no cotidiano de todos, eles não deveriam também merecer um tratamento mais amplo nas escolas? Ou coo reduzir a aritmetização e enfatizar o estudo das questões que os alunos manifestam interesse? Ou ainda, será que nossas escolas não merecem "Novos Tempos"?

Palavras chave: educação matemática, ensino, medidas de tempo, professores, grupo de estudos.

Considerações iniciais

Tempo para algumas pessoas significa "relógio", "horas", "passagem", "clima", "idade", "momento", para outras o tempo é "passado", é "presente" ou é "futuro". E para um grupo de pesquisadores da área de Educação, professores que trabalham matemática na Educação Básica e também mestrandos ou graduando que fazem parte do Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Práticas Formativas e Educativas em Matemática – GEPRAEM, o que o tempo significa?

Essa história sobre "O tempo e suas medições" começou há algum tempo atrás, quando o estudo das possíveis relações existentes entre os conhecimentos mobilizados pelos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental e as propostas de ensino sobre o tempo e - consequentemente - suas medições, foi o principal objeto de estudo da minha dissertação de mestrado defendida no ano de 2013, na Faculdade de Educação da Unicamp, sob a orientação do Prof. Dr. Sergio Lorenzato.

Por ocasião da pesquisa, durante o trabalho de campo, em um primeiro momento os alunos, sujeitos da investigação que estava em andamento, foram convidados a responder duas questões: "O que é tempo?" e "Qual é a importância de medir o tempo?". No segundo momento eles foram instigados a produzir desenhos inspirados apenas pela palavra "TEMPO", escrita no quadro de giz.

A socialização dos desenhos foi feita por meio de vídeo produzido com as imagens, com o intuito de despertar nos alunos curiosidades ou dúvidas e levá-los a refletir sobre o tema em questão: o tempo e suas medições.

Ao final da exibição desse vídeo iniciamos um *Brainstorming* acerca do tema. Os alunos foram orientados a anotar em uma folha de papel suas dúvidas, questionamentos, curiosidades. Ao final do *Brainstorming* os estudantes produziram questões, incluindo dúvidas, breves relatos, afirmações, curiosidades, fatos e perguntas. Algumas se repetiram e outras foram muito parecidas, mas o fato que mais chamou a atenção foi que pude perceber que a característica principal da fala e dos escritos desses alunos estava em suas histórias de vida, ou seja, daquilo que viveram e aprenderam até então.

Os registros e as discussões

Foram esses quatro momentos do meu trabalho de campo que propus "reviver" com meus colegas do grupo GEPRAEM, em junho de 2014.

Iniciamos o encontro deste dia, comigo fazendo um breve relato de como organizei minha dissertação. No momento em que apresentei os sujeitos da minha pesquisa de mestrado apresentei também a proposta para o encontro daquele dia: hoje os sujeitos serão vocês.

A primeira proposta foi responder as duas questões: "O que é tempo?" e "Qual é a importância de se medir o tempo?". Eis algumas das respostas:

"É aquilo que esperamos, mas está o tempo todo acontecendo."

"É cada momento vivido. É a unidade de medida que nos consome, também o mais desejado nos dias atuais, talvez por desejarmos tê-lo um pouco mais."

"Tempo é vida, dinheiro, relógio e História."

"É o espaço que temos para fazer alguma coisa ou o tempo de viver."

"Tempo é uma divisão humana dada através do movimento de rotação e translação da Terra."

"Tempo é uma medição para marcar períodos ou momentos, podendo ser ou não quantificado."

"É um intervalo de um determinado período ou acontecimento. Algo que ocorre e pode ser medido em horas, minutos e segundos."

"O tempo é uma medida que nos localiza em nossas atividades, que nos remete à memórias.

- É o que determina os momentos. (Arquivo da pesquisadora, julho/2014)

Os presentes puderam socializar suas respostas e dizer o quanto foi difícil conceituar o que é tempo.

Segundo o Dicionário Aurélio (1988, p. 629) do lat *tempus* significa a sucessão de anos, dos dias, das horas, etc. que envolve, para o homem, a noção de presente,passado e futuro. Em Física, tempo é uma grandeza física diretamente ligada ao sequenciamento, mediante ordem de ocorrência, de eventos coincidentes – eventos estes sempre observados a partir da origem do referencial para o qual se define o tempo.

Para Cherman e Vieira (2008, p. 25) "Tempo é movimento. O vai-e-vem de um pêndulo, o escorrer de grãos de areia, o derreter de uma vela."

Whitrow (2005, p. 121-122) escreveu que Bertrand Russel, filósofo e matemático britânico, dizia que o tempo é uma característica da realidade sem importância, e que é mais fácil de ser sentido do que ser definido.

Na verdade, o tempo é algo que sentimos intuitivamente desde a mais tenra idade e o compreendemos perfeitamente. É o nosso companheiro inseparável de todos os nossos dias, mas dificilmente conseguimos explicá-lo. E isso Santo Agostinho já dizia, questionando: "que é, pois, o tempo? Se ninguém me pergunta, eu sei; se quero explicá-lo a quem me pede, não sei (Agostinho, 1999, p. 322).

Sobre a importância de se medir o tempo, as respostas e ponderações foram mais objetivas, pois foi unânime que o tempo é importante para muitas atividades. As respostas a esta pergunta foram:

"É importante para nos organizar."

"Para a organização humana e poder dividir os afazeres diários."

"Para saber quanto tempo falta para ficar rico, ficar velho. Quanto tempo falta para um compromisso marcado e para saber o quanto já evoluiu a humanidade."

"O tempo só é importante quando precisamos completar uma tarefa, marcar um espaço para fazer um determinado trabalho."

"A importância se dá ao estabelecer limites para realizar tarefas, desde o plantio usado pelos nossos antepassados até o cartão de horas nos dias de hoje."

"É importante para criar um padrão que permita todos utilizarem a mesma unidade de medida."

'É importante para nos organizarmos."

"É importante para organizar nossas vidas e aproveitarmos melhor o tempo."

(Arquivo da pesquisadora, julho/2014)

Como pudemos perceber, a medição do tempo está relacionada a muitas atividades ligadas ao nosso cotidiano. Dentre outras, também podemos citar a presença das medições de tempo na Física e na Matemática, como **grandeza** e na Geografia quando separamos o **tempo histórico** do **tempo geológico**.

Na História, o historiador Marc Bloch afirma: "A História é a Ciência de todos os tempos" e a Mitologia Grega diz que **Cronos** é o deus do tempo (Schwartz, 2008). A ficção científica afirma que é possível viajar no tempo e quem defende esta teoria é o cientista, físico teórico e cosmólogo britânico Stephen Hawking.

O tempo também é tratado em belas obras de arte como "A persistência da Memória" de 1931, em que Salvador Dali representa o tempo retratando três relógios flexíveis e maleáveis, como a nos dizer que o tempo se esvai, se derrete, diante das nossas atribuições quotidianas. O tempo também está presente em poemas, músicas, livros, histórias infantis, charges, trava-línguas que abordam essa problemática, ou seja, são muitas as situações em que a medição do tempo está presente.

Em nosso trabalho específico, a proposta seguinte foi para que meus colegas-sujeitos da pesquisa desenhassem em uma folha o que a palavra TEMPO representava para elas. Os

desenhos foram socializados e cada um deles foi explicado pelo seu autor, representado pelas letras A_1, A_2, A_3, ...

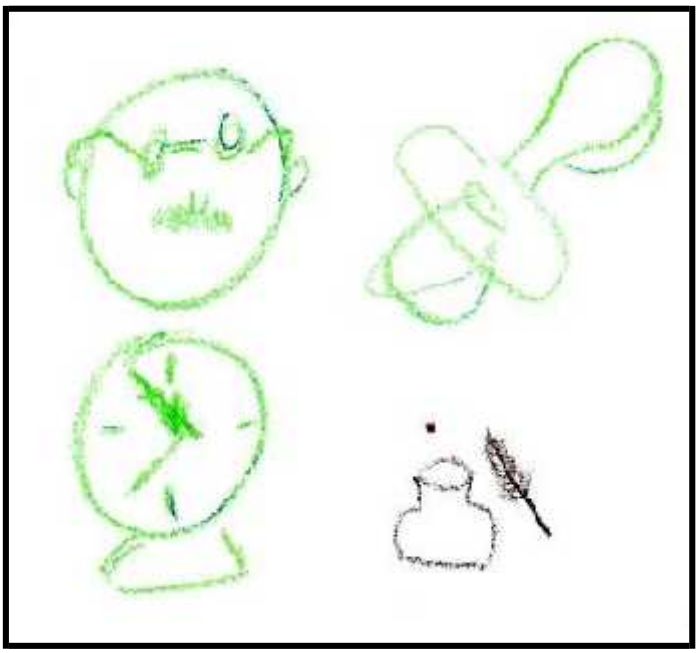


Figura 1. Desenho do sujeito A1.
Fonte: Arquivo da pesquisadora, julho/2014.

(A_1) "O tempo para mim representa o velho e novo. O idoso e jovem. O ontem e o hoje".

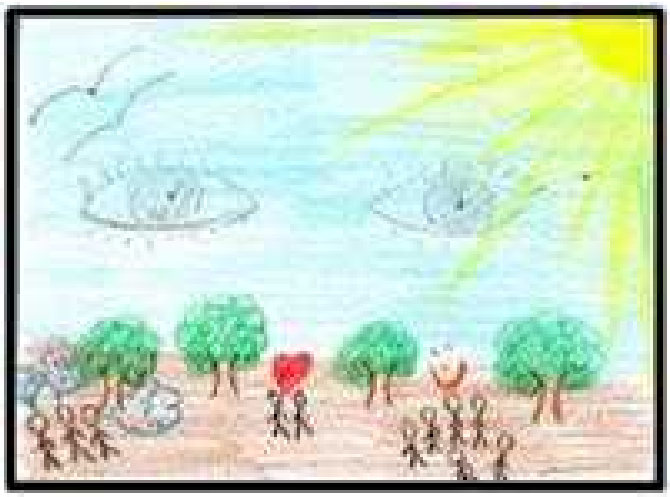


Figura 2. Desenho do sujeito A2.
Fonte: Arquivo da pesquisadora, julho/2014.

(A_2) "Eu pensei em momentos: um grupo de pessoas conversando, discutindo, trocando ideias, questionando... outro grupo, em outro momento vivendo o tempo de amar, o outro vivendo o tempo de sorrir. O cenário é de uma natureza bucólica e tem o observador, que observa esse tempo, esse momento, que interage nesse momento e que faz parte do cenário. Tem as gaivotas lá adiante, voando com o tempo passando, tudo coexistindo".

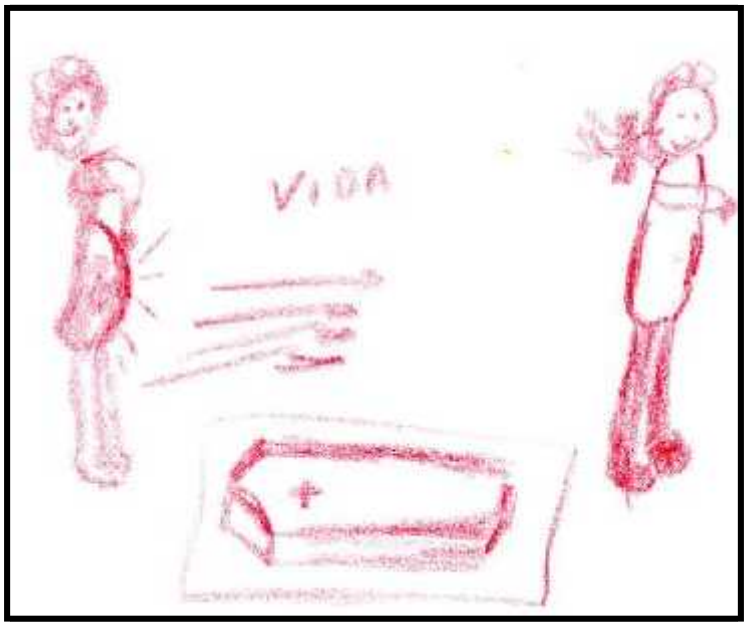


Figura 3. Desenho do sujeito A3.
Fonte: Arquivo da pesquisadora, julho/2014.

(A_3) – " O tempo para mim é o tempo de nascer, viver e a certeza da morte".

Figura 4. Desenho do sujeito A4.
Fonte: Arquivo da pesquisadora, julho/2014.

(A_4) - "Eu fiz um calendário representando o mês de março de 1994, porque para mim o tempo representa a memória e, no meu caso, a memória da infância que eu vive em 1994, brincando de amarelinha."

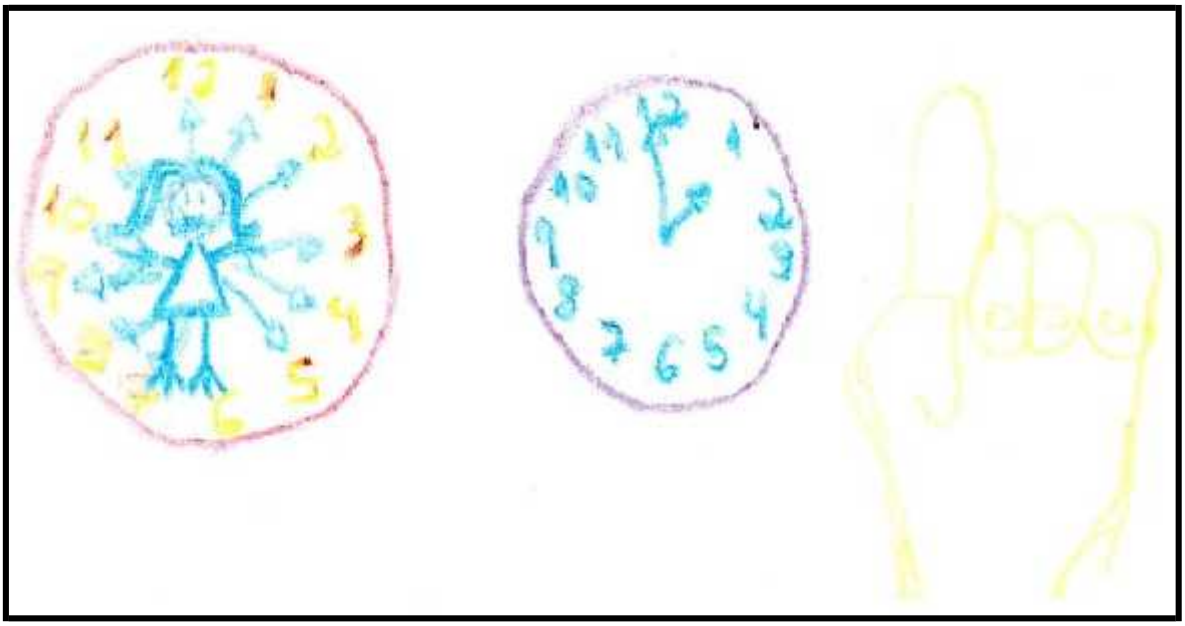


Figura 5. Desenho do sujeito A5.
Fonte: Arquivo da pesquisadora, julho/2014.

(A_5) – "Eu desenhei dois relógios e um dedo. Dentro do primeiro, sou eu, cujo tempo eu passo correndo para que as coisas aconteçam logo e o outro relógio acompanhado de um dedo dizendo: uma coisa de cada vez".

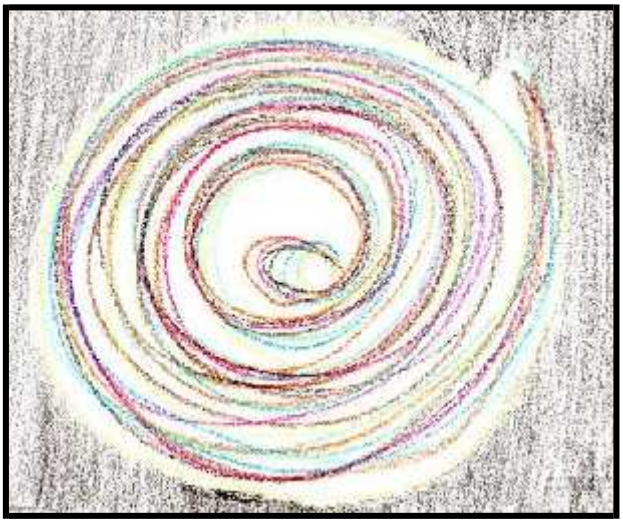


Figura 6. Desenho da pessoa A6.
Fonte: Arquivo da pesquisadora, julho/2014.

(A_6) – "Primeiro eu coloquei um relógio tic tac, com o vento levando como se fosse o tempo passando e embaixo eu fiz um calendário representando os meses e o ano e por fim, o sol e a lua representando o dia e a noite."

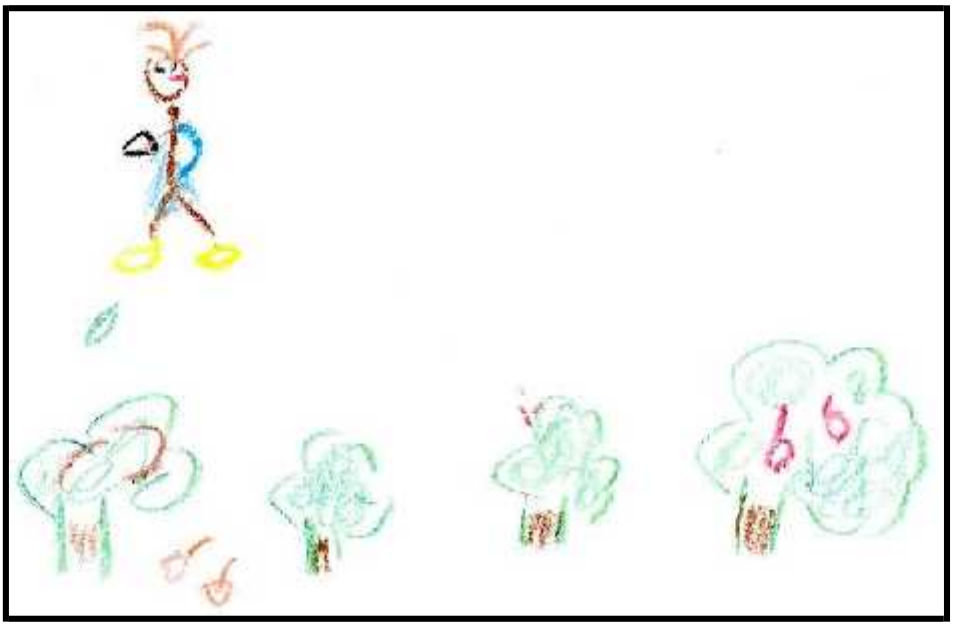


Figura 7. Desenho do sujeito A7.
Fonte: Arquivo da pesquisadora, julho/2014.

(A_7) – "Uma mulher grávida esperando o nascimento da criança e depois a plantação: primeiro a semente, depois a árvore cresce, floresce e tem a estação que ela começa a dar frutos"

Figura 8. Dsenho do sujeito A8.
Fonte: Arquivo da pesquisadora, julho/2014.

(A_8) "Desenhei o tempo como passagem, uma pessoa crescendo, uma planta crescendo, o céu mudando de sol para chuva e depois o arco íris, ou seja: passagem".Ao final deste processo de socialização, exibi para os presentes o filme que foi produzido por ocasião da minha pesquisa de mestrado e, tal como fiz com meus alunos, propus um *Brainstorming* sobre o tempo e suas medições.

O resultado deste *Brainstorming* foram 51 participações, incluindo dúvidas, experiências, breves relatos, afirmações, curiosidades, fatos, questionamentos e perguntas. Apareceram vários "por quês", como por exemplo, por que o dia tem 24 horas? Ou ainda, por que a semana tem sete dias? Algumas perguntas referiram-se à etimologia das palavras, como por exemplo, o que significa a palavra calendário? Outras perguntas eram de ordem filosófica, como: o tempo existe? Se existe como podemos tocá-lo?

Considerações finais

Encerramos nosso encontro certos de que o tempo e suas medições estão presentes no cotidiano de todos nós e do quanto é relevante a reflexão sobre a importância dessa presença e que um tratamento mais amplo e profícuo deve ser dado também nas escolas com os estudantes. E mais: reduzir o ensino do tempo e suas medições a uma mera aritmetização, esconde e ofusca a beleza, a história, os mistérios e os desafios que assunto pode proporcionar ao estudante. Sendo assim, será que as nossas escolas não merecem novos tempos?

Referências e bibliografia

Agostinho, S. (1999). *Confissões*, tradução de J. Oliveira Santos, S.J.; e A. Ambrósio de Pina. S.J., São Paulo: Nova Cultural Ltda.

Cherman, A. e Vieira, F. (2008). *O tempo que o tempo tem*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed.

Holanda, A. B. (1998). *Dicionário Aurélio Escolar da Língua Portuguesa*, 1 ed., Editora Nova Fronteira, Rio de Janeiro.

Schwartz, S. (2008). Aprendizagem: questão de ritmo? EM: Abrahão, M. H. M. B. (org.) *Professores e alunos: aprendizagens em comunidades de prática educativa*. Porto Alegre: EDIPUCRS.

Whitrow, G.J. (1993). *O Tempo na História: Concepções do tempo da pré-história aos nossos dias*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed.

Whitrow, G. J. (2005). *O que é Tempo?* Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed.

Observatório da Educação: possibilidades para a formação continuada de professores

Ieda Maria **Giongo**
Centro Universitário Univates
Brasil
igiongo@univates.br
Marli Teresinha **Quartieri**
Centro Universitário Univates
Brasil
mtquartieri@univates.br
Marcia Jussara Hepp **Rehfeldt**
Centro Universitário Univates
Brasil
mrehfeld@univates.br
Fernanda Eloisa **Schmitt**
Centro Universitário Univates
Brasil
fschmitt@universo.univates.br

Resumo

Este relato apresenta resultados de um projeto de pesquisa intervenção em desenvolvimento numa Instituição de Ensino Superior Brasileira e tem como um dos objetivos apontar possibilidades para a formação continuada de docentes de Matemática da Escola Básica. Os estudos são focados em referenciais teóricos vinculados à investigação matemática, Etnomatemática e modelagem matemática. As ações efetivadas pelo grupo composto de pesquisadores, bolsistas de iniciação científica, discentes do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da Instituição de Ensino Superior e professores de Matemática das referidas escolas estão pautadas pela interação constante entre os participantes. Em particular, a inserção dos mestrandos nas escolas parceiras – tendo em vista que estas se constituem em campo empírico de suas investigações - tem apontado, dentre outros, para a produtividade de movimentos de formação continuada de professores da Escola Básica em longo prazo e alicerçados em tendências no ensino de Matemática.

Palavras chave: educação matemática, formação continuada, observatório da educação, etnomatemática, modelagem matemática, investigação matemática.

Contextualizando a temática

Este relato apresenta resultados de um projeto de pesquisa intervenção em desenvolvimento numa instituição de ensino superior brasileira e que conta com auxílio financeiro do programa governamental Observatório da Educação (INEP/CAPES, edital 049/2012). Em particular, tal projeto tem como um dos objetivos apontar possibilidades para a formação continuada de docentes de Matemática da Escola Básica. De fato, no cenário

educacional, muitas são as discussões referentes à formação continuada de professores, tendo em vista que as novas configurações sociais, políticas e econômicas exigem que esses profissionais, a partir de estudos teórico-metodológicos, continuamente, (re)pensem suas práticas pedagógicas. Em efeito, estudos como os de Verdum (2010, p. 17) expressam a necessidade de que os educandos "desenvolvam uma postura crítica e ativa frente às informações, à realidade, buscando sua formação permanente". Nóvoa (2009, p.27) pontua que "o trabalho do professor consiste na construção de práticas docentes que conduzam os alunos à aprendizagem" e, nessa ótica, a formação continuada coletiva depende da experiência e da reflexão como instrumentos contínuos de análise. Ainda com relação à temática, Ferreira (2009, p. 23) alude que formação continuada pode proporcionar aos educadores

> [...] a criação de grupos de estudos, onde determinado número dos docentes, com problemas comuns, geralmente relacionados ao desinteresse do alunado em estudar/aprender determinada disciplina, resolve compartilhar suas angústias, elaborar novas experiências, novas metodologias e refletir sobre a sua própria prática.

Neste sentido, o compartilhamento de experiências de que fala o autor pode ocorrer por meio da participação em cursos de formação, momentos de reflexão ou palestras, grupos de estudo na escola ou fora dela, oficinas, dentre outros. Aliado a isso, Silva (2007) expressa que o educador que busca a formação continuada tende a ampliar o seu campo de trabalho e, dessa forma, promover alterações em relação à sua prática, crenças, concepções, além de desenvolver-se pessoal, cultural e profissionalmente. Entretanto, como bem apontam Boavida e Ponte (2002, p. 5), os professores precisam de "abertura no modo como se relacionam uns com os outros, dispondo-se a um contínuo dar e receber, assumindo uma responsabilização conjunta pela orientação do trabalho e sendo capazes de construir soluções para os problemas no respeito pelas diferenças e particularidades individuais".

Especificamente em relação à Matemática, Curi (2008, p. 432) afirma que ocorre melhoria nos conhecimentos matemáticos, didáticos e curriculares quando os docentes se dispõem a participar de "processos de formação que possibilitam reflexões, relações entre teoria, prática e pesquisa e proporcionam análises e planejamento de atividades em que esses conhecimentos são utilizados em sua prática no ensino". Ainda, para a autora, a formação do professor implica uma complexa rede de conhecimentos que devem ser levados em conta ao se conceber o currículo de formação sustentado no desenvolvimento de competências profissionais. Nesta visão, o educador, além de conhecer os conteúdos específicos, deve ter sólida formação pedagógica, considerando, sobretudo, as necessidades, motivações e nível de desenvolvimento dos discentes dos Ensinos Fundamental e Médio.

Se, por um lado, como bem mostram os excertos acima explicitados, há consenso da necessidade da formação contínua dos docentes; por outro, cabe questionar como esta efetivamente se dará na medida em que esses profissionais, usualmente, encontram-se sobrecarregados de tarefas e distantes das discussões teórico-metodológicas que ocorrem nas universidades e em programas de pós-graduação. Ademais, cursos de qualificação de curta duração – com ênfase em palestras e oficinas - e sem distinção de área de conhecimento efetivamente qualificam as práticas pedagógicas dos docentes?

Tais questões podem ser produtivas para que se repensem ações vinculadas à formação continuada de professores da Escola Básica. Na perspectiva aqui explicitada, "refletir sobre o conceito de formação de professores exige que se recorra à pesquisa, à prática de formação e ao próprio significado do papel do professor na sociedade" (Cunha, s/d, p.1). Por conta dessas

premissas, desenvolvemos, numa Instituição de Ensino Superior localizada ao Sul do Brasil, um projeto de pesquisa intervenção intitulado "Estratégias metodológicas visando à inovação e reorganização curricular no campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental", que conta com apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), órgão de fomento governamental. Com duração prevista de quatro anos, a metodologia de trabalho está pautada pela interação constante entre quatro pesquisadoras, seis bolsistas de Iniciação Científica, três mestrandos oriundos do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da Instituição de Ensino Superior e seis docentes de Matemática da Escola Básica – que recebem bolsa auxílio do órgão de fomento -, cada um deles lotado em uma escola pública da Região.

Assim, objetivamos, sobretudo, promover momentos de estudos teóricos e, a partir destes, elaborar e problematizar práticas pedagógicas que promovam rupturas nos currículos escolares das escolas parceiras, inicialmente na disciplina de Matemática.

A seguir, explicitamos o referencial teórico que tem sustentado as ações do projeto nos primeiros dezoito meses de sua duração.

Referencial teórico

O projeto está alicerçado teoricamente em três tendências vinculadas ao ensino de Matemática: investigação matemática, modelagem matemática e etnomatemática. Inicialmente, cabe destacar os motivos que foram centrais para a escolha desses referenciais teóricos. O grupo de pesquisadoras da Instituição de Ensino Superior ministrava, há cerca de uma década, cursos de formação continuada para professores de Matemática da Escola Básica com ênfase em conteúdos matemáticos. Com duração de quarenta horas, tais cursos, usualmente, configuravam-se por discussões teórico-metodológicas acerca de determinados conteúdos vinculados à citada disciplina. Os docentes participantes disponibilizavam, em suas turmas, as atividades problematizadas nos encontros e discutiam, nos subsequentes, com os colegas e investigadores, os resultados de suas práticas pedagógicas. Em especial, num dos cursos de formação, as ações discutidas estavam alicerçadas em algumas tendências do ensino da Matemática: jogos, etnomatemática, modelagem matemática e investigação matemática. Ao término do curso, os resultados apontaram que, dentre as atividades discutidas, aquelas vinculadas a jogos matemáticos foram desenvolvidas em maior número em detrimento das demais. Em efeito, nenhum participante optou por problematizar as relacionadas à Etnomatemática; apenas um, à modelagem matemática e dois, à investigação matemática.

Os motivos alegados para tais escolhas – expressos nos depoimentos dos docentes participantes – diziam respeito ao desconhecimento das demais tendências e pouco tempo para estudos de aprofundamento teórico. Os pesquisadores concluíram que o término do curso e o consequente afastamento das discussões gestadas na Universidade acabariam por desmotivar os professores a seguirem estudando e efetivando práticas pedagógicas alicerçadas nesses referenciais teóricos. Ademais, há que se considerar que, embora muitas investigações sejam efetivadas nessas perspectivas teóricas, usualmente, estas ficam restritas à Academia, Congressos da Área ou Periódicos que, geralmente, não circulam nas escolas de Educação Básica.

Nesse sentido, o grupo de pesquisadores compreendeu a produtividade de efetivar pesquisas intervenções junto a turmas de estudantes da Escola Básica, tendo como premissas a participação conjunta de docentes da Universidade e da Escola Básica e o estudo de teorizações que permitissem pensar outras formas de ensinar e aprender Matemática.

Em efeito, Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 9) aludem que fazer investigação matemática em sala de aula pressupõe formular questões que nos interessam e "para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso". Os autores ainda comentam que, nessa perspectiva, não é necessário trabalhar com problemas considerados difíceis, mas apenas evidenciar "questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado" (Ibidem, p. 9). Assim, o aluno é desafiado a formular questões e conjecturas (hipóteses) na realização das tarefas utilizando conceitos matemáticos. Ademais, ele é convidado a apresentar os argumentos e resultados para os colegas e professor.

Para Palhares (2004), as investigações matemáticas são atividades que têm um caráter mais aberto do que os problemas comumente trabalhados em sala de aula, ou seja, poderão ter mais de uma resposta e necessitam de criatividade e interesse do aluno para resolvê-las. Ponte *et al*. (2009) definem essas atividades como a formulação de questões de interesse próprio para as quais não existem respostas prontas e, portanto, precisam ser investigadas, utilizando processos fundamentados e rigorosos para que as mesmas sejam válidas e aceitáveis. Os autores afirmam que a realização de uma investigação matemática pressupõe quatro momentos. No primeiro, é preciso reconhecer a situação, explorando o problema e formulando questões para resolvê-lo. O segundo diz respeito ao processo de formular conjecturas; o terceiro, à realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. Já o último se refere à argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado pelos grupos. Destacamos a importância do trabalho em grupo,uma vez que existe a necessidade de os estudantes discutirem suas conjecturas com os colegas, argumentando a veracidade ou não de tais hipóteses.

Em relação à modelagem matemática, Barbosa (2004, p. 2) alude que as ações desta contribuem para "colocar lentes críticas sobre as aplicações da matemática" e que tal tendência "pode potencializar a intervenção das pessoas nos debates e tomadas de decisões sociais que envolvem a aplicação da matemática, o que me parece ser uma contribuição para alargar as possibilidades de construção e consolidação de sociedades democráticas" (Ibidem, p.2). Ainda, de acordo com o autor, a modelagem matemática possibilita ao aluno compreender o papel social e cultural da Matemática.

Para Biembengut e Hein (2011), o uso da modelagem matemática segue uma série de procedimentos agrupados em três etapas identificadas, como: interação, matematização e modelo matemático. O primeiro consiste em uma exploração do tema a ser trabalhado. Este é realizado após uma listagem de questões que podem ser relacionadas ao assunto estudado. Na fase da matematização, são elaborados e resolvidos os problemas que tratam do tema em questão, assim como o desenvolvimento de saberes necessários para determinar o modelo matemático que melhor representa o problema. Salientam que o modelo é apenas uma representação da realidade em que algumas variáveis são desconsideradas. Assim, "um modelo matemático é uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam. Sua formulação, todavia, não tem um fim em si só, mas visa fomentar a solução de algum problema" (Almeida, Silva & Vertuan, 2013, p. 13).

Ao utilizar a modelagem matemática em práticas pedagógicas, é possível aguçar a curiosidade do aluno, pois este investigará uma problemática de seu interesse. Ou seja, um tema que lhe despertou a curiosidade de saber e a vontade de pesquisar. Assim:

> Em muitas situações, ao se envolver com atividades de modelagem, os alunos se deparam diante de um obstáculo para o qual não possuem, provisoriamente, conhecimentos suficientes para superá-lo, emergindo assim a necessidade de construir esse conhecimento por meio dessa atividade. Logo, em atividades de modelagem, os alunos tanto podem ressignificar conceitos já construídos quanto construírem outros diante da necessidade de seu uso (Almeida & Vertuan, p. 17, 2014).

A terceira tendência que alicerça o projeto é a etnomatemática, que, segundo D´Ambrósio, (2002, p. 9)

> [...] é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos. Além desse caráter antropológico, a etnomatemática tem um indiscutível foco político. A etnomatemática é embebida de ética, focalizada na recuperação da dignidade cultural do ser humano.

Ainda, segundo o autor, a etnomatemática pode apresentar implicações pedagógicas, possibilitando a valorização do conhecimento que o aluno traz sobre sua cultura, tendo em vista que a "busca natural de uma explicação para a realidade na qual o indivíduo está inserido leva-o a essa compulsão para saber [...]" (D'Ambrósio, 1998, p. 39). Knijnik, Wanderer e Giongo (2012, p. 18) destacam que o pensamento etnomatemático "está centralmente interessado em examinar as práticas fora da escola, associadas a racionalidades que não são idênticas à racionalidade que impera na Matemática Escolar [...]". Entretanto, há que se considerar que:

> Para a Etnomatemática, a cultura passa a ser compreendida não como algo pronto, fixo e homogêneo, mas como uma produção, tensa e instável. As práticas matemáticas são entendidas não como um conjunto de conhecimentos que seria transmitido como uma "bagagem", mas que estão constantemente reatualizando-se e adquirindo novos significados, ou seja, são produtos e produtores da cultura (Knijnik et al, 2012, p. 26).

Munido desses referenciais teóricos, o grupo à frente do projeto tem realizado várias ações, que estão descritas a seguir.

Atividades desenvolvidas e análise de alguns resultados emergentes

A metodologia de trabalho do grupo está pautada pela interação constante entre os participantes. Destaca-se como extremamente relevante a inserção dos mestrandos nas seis escolas parceiras – locais de trabalho dos professores participantes da Escola Básica -, tendo em vista que estas têm se constituído em campo empírico de suas investigações. As reuniões com os docentes são semanais, proporcionando intercâmbio entre a Universidade e as escolas. Além disso, algumas ações previstas são modificadas e outras acrescentadas em função dos estudos efetivados, das discussões e trocas de ideias que ocorrem nesses momentos.

As atividades iniciaram em abril de 2013 e a primeira ação realizada pelo grupo foi a análise de questões que compõem a assim chamada Prova Brasil – avaliação em larga escala efetivada a cada dois anos para alunos de 5º e 9º anos de escolas públicas -, pois a nota é um dos componentes da do IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) (http://portal.inep.gov.br/web/portal-ideb/o-que-e-o-ideb). Nessa ótica

> O Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) foi criado pelo Inep em 2007 e representa a iniciativa pioneira de reunir em um só indicador dois conceitos igualmente importantes para a qualidade da educação: fluxo escolar e médias de desempenho nas

> avaliações. Ele agrega ao enfoque pedagógico dos resultados das avaliações em larga escala do Inep a possibilidade de resultados sintéticos, facilmente assimiláveis, e que permitem traçar metas de qualidade educacional para os sistemas. O indicador é calculado a partir dos dados sobre aprovação escolar, obtidos no Censo Escolar, e médias de desempenho nas avaliações do Inep, o Saeb – para as unidades da federação e para o país, e a Prova Brasil – para os municípios.

A ação acima descrita foi pensada pelos pesquisadores, tendo em vista que uma das características comuns às escolas parceiras residia no fato de que estas possuíam considerável distância entre os índices do 5º e 9º anos, ou seja, o índice para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental era alto e o relativo aos Anos Finais figurava como baixo. Paralelamente, foram estudados os temas e descritores que são os norteadores da elaboração da respectiva avaliação. Os temas atuais são: I) Espaço e Forma; II) Grandezas e Medidas; III) Números e Operações/Álgebra e Funções; IV) Tratamento da Informação. Essa análise possibilitou aos professores subsídios para conhecer os temas que são solicitados nas avaliações externas. Segundo Nacarato *et al* (2005, p. 63),

> [...] dos professores tem-se exigido a organização de seus projetos e planejamentos na forma de competências e habilidades, como se esses conceitos fossem claros o suficiente para nortear a ação pedagógica. No entanto, o professor sente-se coagido a cumprir as orientações nesse sentido, visto que o controle do trabalho docente vem sendo realizado na forma de avaliações externas – em larga escala.

Após a análise dos temas e seus respectivos descritores, os professores da Educação Básica questionaram se os livros didáticos abordam questões em consonância com aquelas exigidas nas avaliações externas. Em particular, mostraram interesse em analisar se tais materiais adotados em suas escolas continham atividades de múltipla escolha conforme aquelas apresentadas na Prova Brasil. Os mesmos docentes também desejavam verificar se as referidas questões abordavam os temas I, II, III e IV.

Assim, os bolsistas de iniciação científica, em conjunto com os mestrandos, analisaram as atividades presentes nesse material de Matemática do 5° e 9° anos do Ensino Fundamental, utilizado pelas escolas participantes do Projeto. Como resultados da investigação, verificamos que os temas utilizados para elaboração da Prova Brasil estão presentes nos livros analisados, sendo que aquelas relacionadas aos temas I e II (referentes à Geometria) em menor número. No entanto, as questões objetivas ainda são minoria em relação às dissertativas. Nesse sentido:

> A investigação efetivada permitiu verificar que existe diferença em relação ao tipo de questões desenvolvidas. Todas as da Prova Brasil apresentam opções de respostas (múltipla escolha), enquanto que naquelas dos livros analisados são poucas. Os alunos quando se deparam com essas questões acabam se sentindo despreparados, pois pouco é o contato que com elas possuem em suas atividades em sala de aula que, na maioria das vezes, são baseadas nos livros didáticos (Schmitt, Maccali, Quartieri, Giongo & Rehfeldt, 2013, p. 13)

Posteriormente a essas análises (da Prova Brasil e dos livros didáticos), os integrantes da pesquisa elaboraram três questionários, os quais foram destinados a professores, alunos que haviam participado da última Prova Brasil e equipe diretiva das escolas participantes do projeto. A intenção era investigar o conhecimento dos discentes e docentes das escolas parceiras sobre a Prova Brasil e a importância dessa avaliação no conjunto de itens examinado pelo Ministério da Educação (MEC) para a composição da nota do IDEB. As respostas foram analisadas nos encontros do grupo e, como resultado, percebemos um número significativo de estudantes

respondendo que não sabiam da relevância dessa avaliação para sua escola. Os docentes entrevistados destacaram que desconheciam todos os itens que compõem a nota do IDEB. Tais resultados levaram o grupo de docentes das escolas parceiras participantes do projeto a elaborar uma pauta, a ser desenvolvida em suas reuniões pedagógicas, com informações referentes à composição da nota do IDEB e às avaliações em larga escala.

Destaca-se que, durante os encontros, um dos mestrandos ou bolsista de iniciação científica faz anotações em um diário de campo sobre os principais pontos das discussões efetivadas bem como todos as temáticas problematizadas. Ademais, ao final de cada semestre, é realizada uma avaliação, gravada e, posteriormente transcrita, das atividades desenvolvidas, ocasião em que todos os envolvidos podem se manifestar, destacando os pontos positivos e a melhorar da metodologia desenvolvida. Também foi realizada uma entrevista individual com cada professor participante da Escola Básica.

Os encontros seguintes foram dedicados ao estudo das tendências focos da pesquisa (investigação matemática, modelagem matemática e etnomatemática). Os referenciais teóricos pertinentes a cada uma foram inicialmente apresentados pelos mestrandos. A seguir, os professores das escolas estudaram atividades, oriundas de dissertações de Mestrado e que tinham como aporte teórico a modelagem matemática em consonância com as ideias de Barbosa (2004, p. 75), para quem

> [...] o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo.

A análise dos diários de campo, dos grupos de discussão e das entrevistas permitiu inferir que os professores tinham uma ideia muito superficial do que era Modelagem Matemática e alguns salientaram que até poderiam utilizar mais o caso apontado por Barbosa (2004) como sendo aquele em que o professor apresenta aos alunos uma situação-problema com todos os dados necessários, cabendo a eles apenas resolverem o que é solicitado.

Em relação à investigação matemática, inicialmente, desenvolvemos junto ao grupo de professores da Escola Básica atividades de cunho investigativo e, após, discutimos a sua viabilidade na prática pedagógica. A atividade inicial consistiu em analisar uma situação problema explicitada em Ponte *et al*. (2009) para quem, nessa tendência, "o professor continua a ser um elemento-chave mesmo nestas aulas, cabendo-lhe ajudar o aluno a compreender o que significa investigar e aprender a fazê-lo" (Ibidem, p. 2). Ao serem questionados, via grupo de discussão e entrevista individual sobre o conhecimento em relação à investigação matemática, os docentes foram unânimes em expressar que não o possuíam.

A tendência denominada etnomatemática foi problematizada a partir do texto de Giongo *et al* (2005), o qual relata uma prática pedagógica realizada com estudantes da zona rural de uma cidade localizada ao Sul do Brasil por uma professora dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, centrada na cultura dos estudantes. Os docentes relataram, no grupo de discussão e nas entrevistas individuais, que os referenciais teóricos vinculados a essa tendência, além de serem desconhecidos, certamente, demandariam considerável tempo de estudo para sua compreensão. É importante também destacar que, durante o estudo das atividades alicerçadas nas três tendências,

foi recorrente a problematização de textos complementares, tais como aqueles expressos nas obras de Knijnik et al (2012), Biembengut e Hein (2011) e Ponte, Brocardo e Oliveira (2009).

Após o estudo teórico e a apresentação de práticas pedagógicas envolvendo as três tendências, os professores participantes foram instigados a elaborarem suas próprias propostas. Dessa forma, nos encontros com o grupo, os docentes da Escola Básica, em duplas, iniciaram a composição de práticas pedagógicas, tendo o auxílio dos mestrandos e pesquisadores da Instituição de Ensino Superior. Nessa etapa, também foram recorrentes releituras dos textos anteriormente problematizados e discussões acerca das possibilidades e limitações da implementação de tais atividades nas turmas em que atuavam. Durante a elaboração, os professores tiveram auxílio constante dos mestrandos e, além disso, a oportunidade de sanar dúvidas em relação a como usar as tendências e trocar experiências entre si.

Assim, obtivemos como resultado um conjunto de práticas pedagógicas abordando conteúdos usualmente presentes na matemática escolar. Os conteúdos referentes à matemática financeira e construção de gráficos, a partir da modelagem matemática, emergiram da problematização, junto a turmas dos Anos Finais do Ensino Fundamental, de questões relativas a impostos embutidos nos preços das mercadorias. Na segunda prática – que envolveu o estudo circunferência e soma dos ângulos internos de um triângulo noutra turma de Anos Finais do Ensino Fundamental –, os aportes teóricos diziam respeito à investigação matemática. Nessas atividades, os alunos foram instigados a levantar hipóteses e conjecturas para encontrar soluções às questões propostas.

Por fim, uma pesquisa realizada junto a turmas de Ensino Fundamental e de Educação de Jovens e Adultos, com aporte teórico no campo da etnomatemática, mostrou distintos modos de operar matematicamente presentes nas profissões exercidas por eles ou por seus pais e/ou responsáveis. Em particular, os estudantes que frequentavam a Educação de Jovens e Adultos evidenciaram que, em suas atividades laborais, faziam uso de conteúdos matemáticos vinculados à estimativa, razão e proporção e frações.

Ademais, observou-se que, em relação às práticas efetivadas, os professores que elaboraram práticas pedagógicas fundamentadas na investigação matemática demonstraram maior facilidade no planejamento das atividades. Quanto à intervenção, evidenciaram que os alunos desenvolveram interesse pela Matemática. Os que optaram pela modelagem matemática aludiram que tiveram algumas dúvidas sobre a elaboração das atividades, pois em cada aula surgia uma surpresa, ou seja, os interesses dos discentes se modificavam. Os docentes que desenvolveram a sua prática no campo da etnomatemática pontuaram, em especial nas entrevistas individuais, a necessidade de mais estudo, principalmente no que tange à condução das atividades e o modo de operar com conteúdos matemáticos vinculados às culturas dos estudantes.

A partir desses relatos, os professores foram incentivados a participar de eventos para socializar suas experiências e oportunizar contato com demais profissionais da área. Nesses momentos, enfatizaram dificuldades na escrita de artigos em formatos acadêmicos, necessitando do auxílio dos mestrandos. Este tem se dado por meio de auxílio na escolha de textos relativos às tendências problematizadas e em questões relativas à formatação.

Em 2014, os professores foram novamente incentivados a realizarem práticas pedagógicas envolvendo os focos de estudo. Entretanto, solicitamos que as fundamentassem em uma tendência diferente daquela experenciada no ano anterior. Em particular, relacionados ao campo

da etnomatemática, foram problematizadas, em duas turmas, formas distintas de operar o cálculo oral e a matemática praticada por profissionais ligados à construção civil. Os que utilizaram a modelagem matemática tiveram por temas obesidade e gasto de energia elétrica e os que optaram pela investigação matemática realizaram atividades enfocando conceitos geométricos. Novamente, observamos que os docentes que enveredaram pelo campo da etnomatemática alegaram necessidade de aprofundamento teórico. É importante destacar que as práticas desenvolvidas pelos professores das escolas foram filmadas e, posteriormente, socializadas nas reuniões semanais do grupo de professores.

Na última seção deste trabalho, são enfocadas algumas discussões acerca dos resultados até agora obtidos, bem como algumas propostas de continuidade.

Discussão dos resultados e algumas propostas de continuidade

Os resultados do projeto em questão têm apontado para a produtividade de movimentos de formação continuada de professores da Escola Básica em longo prazo e alicerçados em tendências no ensino de Matemática. Optamos pela expressão "em longo prazo" por entendermos que há necessidade de (re)pensarmos a formação continuada desses profissionais da Escola Básica, em especial no que tange ao tempo a ela destinado. Em efeito, os docentes, usualmente sobrecarregados de trabalho e com pouco tempo para se dedicarem aos estudos, não conseguem se aprofundar teoricamente em questões centrais para a composição de práticas pedagógicas pautadas nas demandas da contemporaneidade tampouco para

> [...] conscientizar-se de que não pode absorver todo o universo de informações e passar essas informações para seus alunos. Um dos maiores impasses sofridos pelos docentes é justamente a dificuldade de ultrapassar a visão de que posa ensinar tudo aos estudantes. O universo de informação ampliou-se de maneira assustadora nestas últimas décadas, portanto, o eixo de ação docente precisa passar do ensinar para enfocar o aprender e, principalmente, o aprender a aprender (Behrens, 2013, p. 76).

Neste sentido, o estudo focado nas três tendências foco da pesquisa, até então pouco conhecidas pelos docentes, tem proporcionado que estes explorem, paulatinamente, novos modos de ensinar e aprender matemática. É importante aqui mencionar que, embora as práticas gestadas estejam vinculadas à disciplina Matemática, os estudos teóricos vinculados às três tendências acabam por problematizar questões mais amplas, como as influências culturais nos processos de ensino e de aprendizagem, interesse dos alunos e a importância de desenvolver, nos discentes, a capacidade de argumentação. Nessa caminhada, a vinculação desses professores com os pesquisadores, mestrandos e bolsistas de iniciação científica da Instituição de Ensino Superior tem se mostrado muito produtiva, tendo em vista que a perspectiva da investigação aponta para a ideia de pesquisar com a escola em detrimento das pautadas sobre ela. Nessa ótica, os docentes desses educandários não são meros reprodutores de conhecimentos repassados pelos pesquisadores. Afastando-se dessa ideia, concordamos com Esteban e Zaccur (2002, p.12) quando questionam:

> [...] E a professora da Escola Básica? Seria ela apenas uma consumidora passiva do conhecimento produzido pelos pesquisadores acadêmicos? Não lhe deveria caber a parceria na construção da mudança que desejamos ver implantada no interior da escola? E se defendemos que ao seu aluno seja garantida a condição de produtor do conhecimento, não seria uma incoerência não garantir o mesmo estatuto à professora?

A continuidade do projeto prevê que os professores participantes do projeto formarão, em suas escolas, pequenos grupos de estudos com o intuito de fomentar nos colegas a cultura da investigação sobre a própria prática docente. Essa ação também objetiva difundir e socializar as discussões gestadas nas reuniões semanais, bem como problematizar as práticas pedagógicas por eles efetivadas.

Certamente, as ações aqui descritas podem ser pensadas como um conjunto muito particular numa variada gama de projetos que incluem formação continuada de docentes. Entretanto, elas podem fomentar discussões e movimentos de ruptura no currículo escolar usualmente vigente nas escolas de Educação Básica num cenário em que, como bem apontam Knijnik et al (2012, p. 85), os professores "se sentem pressionados por 'cumprir o programa'", resistindo, assim, ao "'novo', não porque avaliem que seu trabalho docente atual esteja produzindo tão bons resultados, mas porque temem se aventurar por caminhos outros que não aqueles nos quais realizaram seus estudos e sua formação profissional" (Ibidem p.85). Ademais, as mesmas autoras ainda inferem que "cientes de nossas responsabilidades [referindo-se aos docentes], ficamos temerosos em 'arriscar', sem nos sentirmos convenientemente preparados" (Ibidem, p. 85). Com este projeto, espera-se que esses profissionais da Escola Básica se sintam preparados para, paulatinamente, "ousar" em suas práticas pedagógicas, fazendo com que se produzam "algumas fissuras no tecido curricular hoje dominante [...] e, assim, alimentar a possibilidade de trilhar outros caminhos no âmbito da Educação Matemática" (Knijnik et al, 2012, p.85).

Referências e bibliografia

Almeida, L. M. W. de & Vertuan, R. E. (2014). Modelagem Matemática na Educação Matemática. In L. M. W. de Almeida & K. A. P. da Silva (Orgs.). *Modelagem Matemática em Foco*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda.

Almeida, L. W. de, Silva, K. P. da & Vertuan, R. E. (2013). *Modelagem matemática na educação básica*. 1. Ed. São Paulo: Contexto.

Barbosa, J. C. (2004). Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? *Veritati*, (4), pp. 73- 80.

Behrens, M.A. (2013). Projetos de aprendizagem colaborativa num paradigma emergente. In J.M. Moran, M.T. Masseto & M. A. Behrens (Orgs). *Novas tecnologias e mediação pedagógica* (pp. 73-140) São Paulo: Papirus.

Biembengut, M. S. & Hein, N. (2011). *Modelagem matemática no ensino***.** 5ª. ed. São Paulo: Contexto.

Boavida, A M. & Ponte, J. P. (2002). Investigação colaborativa: potencialidades e problemas. In GTI (Org.). *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM. Recuperado de <http://www.educ. fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Boavida-Ponte(GTI).pdf>.

Curi, E. (2008). *A formação matemática dos professores das séries iniciais*. Anais do Fórum Baiano das Licenciaturas em Matemática, Barreiras, BA. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Regional Bahia, 2.

Cunha, M.I. Educação superior e formação de docentes. Recuperado em setembro de 2014 de http://www.pucrs.br/edipucrs/cplp/arquivos/cunha.pdf.

D' Ambrosio, U. (1998). *Etnomatematica: arte ou técnica de explicar e conhecer*. 5. ed. São Paulo: Ática.

D' Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática*: elo entre as tradições e a modernidade. 2. ed. Belo Horizonte: Ática Autentica.

Esteban, M.T. & Zaccur, E. (2002). A pesquisa como eixo de formação docente. In M. T. Esteban & E. Zaccur (Orgs). *Professora-pesquisadora uma práxis em construção*. Rio de Janeiro: DP&A.

Ferreira, J.W.S. (2009). Grupo de estudos na formação continuada dos professores. In L. N. Diniz & M. C. Borba *Grupo EMFoco*: diferentes olhares, múltiplos focos e autoformação continuada de educadores matemáticos. Natal: Flecha do tempo. São Paulo: Editora Livraria da Física.

Giongo, I. M., Lust, J. P., Paula, C. G., Saul, P. F. A., Machado, V., Hennemann, J. & Garrido, S. M. L. (2005). Atividades produtivas do meio rural, educação matemática e educação em ciências. In MEC; NUPE-UNISINOS (Org.). *Práticas pedagógicas em matemática e ciências nos anos iniciais: caderno do professor*. (pp. 33-41). São Leopoldo, RS: UNISINOS.

Knijnik, G., Wanderer, F., Giongo, I.M.& Duarte, C.G (2012). *Etnomatemática em movimento*. Belo Horizonte: Autêntica.

Nacarato, A. M., Passos, C. L. B., Fiorentini, D., Brum, E. D., Megid, M. A., Freita, M. T.M., Malo M. V., Grando, R. G. & Miskulin, R. G. S. (2005). Saberes docentes em matemática: uma análise da prova do concurso paulista de 2003. *Revista de Educação Matemática,* 9 (9-10), 61-70. Recuperado em 13 março, 2014, de http://sbempaulista.org.br/RevEdMatVol9.pdf.

Nóvoa, A. (2009). *Professores imagens do futuro presente*. Lisboa, pp. 27-28.

Palhares, P. (2004). *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico*. Lisboa: LIDEL, 2004.

Ponte, J. P., Brocardo, J. & Oliveira, H.(2009). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica.

Silva, A. F. G. (2007). *O desafio do desenvolvimento profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações*. Tese de doutorado, PUCSP, São Paulo, SP, Brasil.

Schmitt, F. E., Maccali, L., Quartieri, M. T., Giongo, I. M. & Rehfeldt, M. J. H. (2013). Livros didáticos do 5º ano do Ensino Fundamental: análise a partir de temas geradores da prova Brasil. *Anais do Congresso Internacional de Ensino de Matemática,* ULBRA, Canoas, RS, Brasil, 6.

Verdum, P. de L. (2010). *Formação continuada de professores da Educação Básica: políticas e práticas*. Dissertação de mestrado, Faculdade de Educação da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil.

Patrones de interacción discursivos en la clase de Geometría.

Hermes **Nolasco** Hesiquio
Facultad de matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero
México
nolascohh@hotmail.com
José María **Sigarreta** Almira
Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero
México
josemariasigarretaalmira@yahoo.es

Resumen

En este reporte de investigación nos situamos en una perspectiva interaccionista para identificar patrones de interacción que se manifiestan en el discurso matemático cuando se pretende enseñar conceptos y procesos matemáticos ligados a la noción de semejanza en la clase de geometría. En particular nos planteamos si es posible identificar los patrones de interacción que regulan las formas de actuación que han de ser válidas para la construcción de consensos en el aula. Los participantes fueron 30 estudiantes de edades comprendidas entre 16 y 17 años que pertenecían a una escuela pública de Educación Media Superior. Consideramos un modelo de investigación cualitativa, basado en el método etnográfico, en donde los episodios que en este reporte se presentan forman parte del trabajo interpretativo en general.

Palabras clave: patrones de interacción, análisis del discurso, interaccionismo, semejanza.

Introducción

En los últimos años, se ha incrementado notablemente el número de investigaciones que se han ocupado de comprender la práctica del profesor de matemáticas. Algunos trabajos están orientados a identificar la influencia de los diferentes dominios del conocimiento del profesor en relación con la práctica (Godino, 2009; Escudero y Sánchez, 1999). Otros trabajos adoptan un carácter más sociocultural, partiendo de una perspectiva de la enseñanza que implica comprender y negociar significado a través de la comunicación (Herbst, 2011). Estas investigaciones han tratado de describir e interpretar la actividad de los profesores, buscando regularidades en las interacciones que desarrollan profesores y alumnos en la práctica cotidiana. También desde la teoría de situaciones didácticas algunos investigadores (Hersant & Perrin-Glorian, 2005) analizan las prácticas del profesor en clases ordinarias. Diversos estudios desde la perspectiva interaccionista y la etnografía (Bauersfeld, 1995; Krummheuer, 1995) han definido formatos o patrones de interacción del profesor y sus estudiantes, en el que por medio del discurso los significados matemáticos son construidos interactivamente en el salón de clases.

Planteamiento del problema

En este ámbito, algunos autores con distintas orientaciones teóricas coinciden al reconocer que el discurso que se produce en el aula y los patrones de interacción que se presentan en ese espacio pueden influir en las oportunidades que tengan los alumnos para aprender (Mercer, 2001; Lemke, 1997, Escudero, Gavilán y Sánchez-Matamoros, 2014). Se podría decir que éstas se

presentan en función de actos de apertura o de cierre respecto a la participación significativa del alumno durante el proceso de construcción en el aula. Si los alumnos no participan como interlocutores, como compañeros en el diálogo, si no confrontan puntos de vista y emiten juicios sobre la validez de lo propuesto en clase, no podrán hacer suyos los argumentos a los que se enfrentan. Es plausible de destacarse que en diferentes países se han hecho investigaciones sobre la interacción que existe entre maestros y alumnos en clases de matemáticas en situaciones cotidianas (Pimm, 1999; Voigt, 1995; Yackel y Cobb, 1996; Cobb y Bauersfeld, 1995, Planas, 2011).

Uno de los problemas que enfrentan día a día los maestros es la diversidad de actividades que se ponen en marcha para trabajar los contenidos escolares. La literatura revisada indica que el estudio de las formas discursivas, como se ha mencionado, ofrece algunas respuestas sobre cómo el discurso revela turnos de interacción que se encaminan a aportar información específica sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje en el contexto escolar.

En estado del arte nos permitió delimitar y centrar un aspecto particular del problema de investigación a través de la siguiente pregunta: ¿Cuáles son los patrones de interacción discursivos en la clase de geometría? En específico, nos planteamos si es posible identificar los patrones de interacción que regulan las formas de actuación que han de ser válidas para la construcción de consensos en el aula.

Fundamentación teórica

En este trabajo nos vamos a situar en una perspectiva interaccionista y, en particular, seguimos los estudios realizados por Voigt (1995) para identificar los patrones de interacción que se ponen en juego en las situaciones sin que sean pretendidos, ni reconocidos necesariamente por los participantes. En este sentido, algunos investigadores revelan que, para comprender los logros individuales de los alumnos y las regularidades sociales que se generan en determinadas culturas de aula, es necesario considerar puntos de vista psicológicos y sociológicos sin dar preferencia a ninguno de ellos (Bauersfeld, 1995;) Sierpinska y Lerman, 1996). De esta manera, sitúa la perspectiva interaccionista en una posición ecléctica entre las aproximaciones individualistas y socio-culturales. En particular, para Voigt (1995) los participantes constituyen una regularidad que el observador describe como un patrón de interacción, dicha regularidad está estabilizando un proceso frágil de negociación de significados. “Los patrones de interacción se consideran como regularidades que son interactivamente constituidos por el profesor y los estudiantes” (Voigt, 1995, p. 178). Son una consecuencia de la tendencia natural a hacer las interacciones humanas más predecibles, menos arriesgadas en su organización y evolución. Dichas regularidades nos permitirá la identificación de patrones de interacción al desarrollar una clase de geometría, en este caso la noción de semejanza.

De acuerdo con la síntesis que realizan Sierpinska y Lerman (1996) del programa interaccionista, aplicado a la Matemática Educativa, el interaccionismo es una de las aproximaciones a la investigación sobre el desarrollo intelectual que promueve una visión sociocultural sobre las fuentes y el crecimiento del conocimiento. Se enfatiza como objeto de estudio las interacciones entre individuos dentro de una cultura en lugar sobre el individuo. Una noción clave en el interaccionismo es la negociación de significados, que en síntesis consiste en la construcción interactiva de la intersubjetividad. Por tanto, los participantes tienen que negociar el significado con el fin de llegar a un significado compartido; este es, comprendido por todos los miembros de la cultura de la clase. Por medio de la negociación del significado, las concepciones

individuales se han hecho compatibles de modo que los individuos interactúan, como si adscribieran el mismo significado a los objetos.

La perspectiva interaccionista postula el carácter discursivo del conocimiento. En particular, las Matemáticas son vistas como un tipo particular de discurso. En este sentido, Sfard (2008) considera que las matemáticas son un tipo especial de discurso y aprender matemáticas significa cambiar el discurso matemático.

El discurso está ligado al hecho de compartir significados y a los modos posibles de interpretar un comportamiento en función del contexto en que surge; de manera más precisa, a relaciones sociales, tales como: quién se dirige a quién en qué circunstancias, por medio de qué registro lingüístico lo hace, con qué propósitos, en medio de qué posibles malentendidos y con qué consecuencias. Comprender el uso del habla implica comprender el proceso del discurso a través del cual las personas resuelven el contenido y la forma de lo que enuncian en su interacción.

En el caso del aula de matemáticas, el discurso modela lo que significa hacer matemáticas, además de la identidad de los alumnos en tanto aprendices de ella (Klein, 2002). Los estudiantes se posicionan en función de roles sociales y académicos particulares como reacción a formas en que el profesor y sus compañeros los ubican. Al hacer públicos sus significados, los alumnos muestran sus conocimientos y sistema de valores. En el discurso del aula, el profesor es el principal mediador de los procesos de participación y aprendizaje.

Metodología

La investigación está enmarcada en el paradigma cualitativo, basado en el método etnográfico (Erickson, 1986). El enfoque etnográfico, permite obtener información relevante del contexto de la clase, que es importante para nuestra interpretación. Esta metodología permite realizar un estudio secuencial de las situaciones de enseñanza. La perspectiva etnográfica que consiste en describir y reconstruir analíticamente los escenarios y grupos que protagonizan y participan en las prácticas educativas, poniéndolas en un registro lingüístico que permita a sus lectores representárselos tal como apareció ante la mirada del investigador.

Para ejemplificar, partimos de una transcripción de aula que se obtuvo a partir de los registros etnográficos. Los participantes formaban un grupo de 30 alumnos (con edades de 15 y 16 años) que pertenecían a una escuela pública de Educación Media Superior ubicada en la ciudad de Acapulco, Guerrero, México. Se grabaron sesiones de 50 minutos similares a las que cotidianamente se desarrollan en el aula.

Discusión de resultados

El profesor Bernardo cuenta con una experiencia docente de 20 años de servicio en Educación Media Superior. Es Maestro en Matemática Educativa por la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero.

Generalmente, las decisiones y elecciones curriculares del profesor se fundamentan en la importancia que tiene la presentación de la semejanza de figuras a partir de una comparación vinculada a lo que significaría mantener la proporción en tal comparación. El Maestro retoma algunas recomendaciones del programa de estudio de la Universidad Autónoma de Guerrero. A partir de ellas, aborda el contenido a través de los criterios de semejanza de triángulos.

A continuación en la tabla 1 se presentan los patrones de interacción identificados a partir de la transcripción del video. Los casos específicos de las acciones del profesor y los estudiantes serán ilustrados y discutidos más detalladamente en el análisis de los episodios.

Tabla 1
Identificación de patrones de interacción

Patrones de interacción
P1. El control de la estructura discursiva no implica necesariamente el control del contenido.
P2. Los contenidos primero se explican y después se aplican a ejercicios concretos.
P3. Para que los conocimientos sean válidos, deben demostrarse.
P4. La semejanza se introduce a través de los criterios de triángulos.
P5. La validación de la clase se apela al criterio del consenso.

P.1. El control de la estructura discursiva no implica necesariamente el control del contenido.

Este episodio de interacción se inicia con una presentación con la que se pretende que los alumnos comprendan de manera general lo qué es «semejanza». Para tal fin, el Profesor se apoya en tres láminas con figuras; un par de martillos, uno de árboles y uno de campanas, los cuales se diferencian entre sí por el tamaño.

Episodio 6.10. « ¿Si se dan cuenta?»

El maestro escribe en el centro del pizarrón la palabra
"semejanza" (*Murmullo de voces*).
Maestro: ¡Shhh! Silencio, por favor jóvenes. Utilizamos la
palabra "semejanza", cuando observamos que algunos objetos,
cosas o personas, tienen cierto parecido o comparten algunas
características, ¿si se dan cuenta?
Alumnos: ¡Sí! (*en coro*).
Maestro: A continuación, les voy a dar un contenido para que lo
tengan y podamos analizarlo. En su cuaderno anoten lo siguiente:
Alumno: ¡Espéreme!
Maestro: «*Con frecuencia utilizamos la palabra semejanza…*».
Alumno: ¡Espéreme!
Maestro: «… p*ara decir que dos figuras, cosas, objetos o*
personas, son parecidos en algunos aspectos…».
Alumno: ¿Objeto qué?
Maestro: Y bueno, ya que tenemos esa definición, les daré
algunos ejemplos que les ayudarán para comprender lo que de
manera general es la semejanza.
(*El profesor coloca en el pizarrón algunas figuras en láminas*).

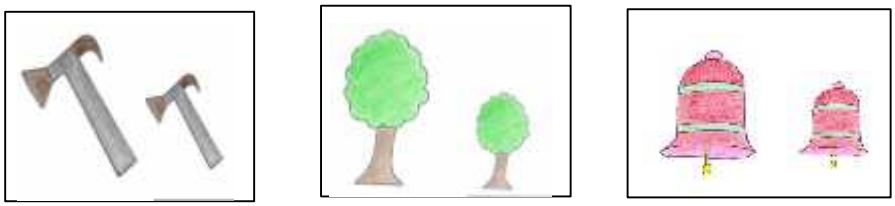


Figura 1

El maestro inicia la clase escribiendo en la parte central del pizarrón la palabra «semejanza», lo que provoca murmullos en el salón de clases, así es que los alumnos no están atendiendo a las acciones del profesor. Él intenta poner orden en la clase [03] "Shhh! Silencio, por favor jóvenes" y al no encontrar respuestas de los alumnos continúa hablando [03-06] "Utilizamos la palabra "semejanza", cuando observamos que...". Hasta este momento, el profesor no tiene el control de la clase, se observa un poco nervioso, se acomoda el pantalón, se yergue, dirige la mirada hacia los lados. La clase es interrumpida por alumnos que llegan tarde; entonces de nueva cuenta aparece el descontrol en el grupo, mientras que el profesor pregunta [05-06] "¿si se dan cuenta?" y los alumnos responden en coro [07] "¡sí!".

El profesor intenta mantener el control de la clase con la introducción del nuevo contenido temático [08-09] "A continuación, les voy a dar un contenido para que lo tengan y podamos analizarlo. En su cuaderno anoten lo siguiente…", los alumnos retoman el ritmo de la clase con interrupciones como: [10] "¡Espéreme!", [15] "¿Objeto qué?". Después de escribir la definición que les dio el profesor, continúan con sus respectivos diálogos; situación que provoca un ruido excesivo en tanto el profesor, auxiliado por un alumno, coloca tres láminas con figuras (ver Figura 31).

En este breve análisis del episodio ya se ha preparado el terreno para un análisis más puntual de cómo alumnos y profesores intentan controlar el comportamiento mutuo, además de la dirección de la clase. Alumnos y profesores tienen intereses diferentes y, a menudo, conflictivos en cuanto a lo que sucede en el aula. No es accidental que las invitaciones a iniciar casi siempre provienen de los profesores y que los alumnos ponen cierta resistencia a dar inicio (platican con sus compañeros, sacan útiles, arrastran sillas, llegan tarde a clase, interrumpen al profesor, etc.). Al final de la clase son los alumnos quienes invitan acabar con la actividad (señalan la hora de salida, cierran cuadernos, inician el dialogo con algún compañero, etc.); los profesores ratifican estas invitaciones o negocian la disolución de la clase atendiendo a un timbre o a la hora oficial que determina el fin de la sesión.

P.2. Los contenidos primero se explican y después se aplican a ejercicios concretos

En este episodio, el profesor Bernardo considera que los contenidos primero se explican y posteriormente se aplican a ejercicios concretos.

Episodio 6.16. « ¿Serían semejantes?»

387 **Maestro**: Bien, si ha quedado claro, vamos a desarrollar un
388 **e**jercicio, aplicando todo lo que hemos analizado, para poder
389 reafirmar lo que acabamos de analizar como semejanza de
390 triángulos. Vamos a empezar.
391 **Alumnos**: No.
392 **Maestro**: ¿Ya terminaron?
393 **Alumna**: No.
394 **Maestro**: Bueno, vamos a aplicar lo que hemos analizado con
395 respecto a la semejanza de triángulos. Los criterios, el uno, el dos
396 y el tres nos van a servir para dar respuestas al siguiente ejercicio.
397 Anoten por ahí "ejercicio".
398 **Alumno**: Espéreme.
399 **Maestro**: Escriban: "Número uno. Aplicando los criterios de
400 semejanza y tomando en cuenta que los ángulos son iguales y los

lados son proporcionales". Encuentra el valor de "*x*" en la siguiente figura. Ten presente que el trazo de la figura no necesariamente corresponde a las medidas (traza un triángulo-rectángulo en el pizarrón).

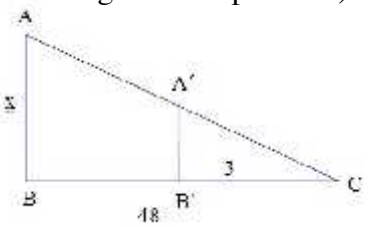


Figura 2

Ahí tenemos la figura, a la cual vamos a dar respuesta, encontrando el valor de la variable *"x"*, vamos a buscar el valor de "x", tomando en cuenta los criterios de semejanza que acabamos de analizar. Aquí se dice que el lado *AB* es paralelo al lado *A'B'* (señala en la figura) y además, dice que el lado *BC* es igual a 48 y que B'C es igual a 3. Ahora, vamos a encontrar cuánto vale *"x"*, considerando los criterios de semejanza. ¿Cómo se les ocurre pensar en una posible solución?, ¿cómo pudiéramos analizar? (No hay respuesta de parte de los alumnos). ¿Qué diríamos?, ¿podríamos considerar que estos ángulos son iguales? (marca los dos ángulos rectos *B* y *B'* del triángulo). Entonces diríamos: Si R *B* = R *B´* , también podríamos afirmar que el ángulo *C* es igual al ángulo *C'* porque corresponde a la misma figura, o sea, coinciden ¿verdad?, ¿si se dan cuenta?

En las clases del profesor Bernardo la introducción de un objeto a conocer viene siempreseguida de momentos destinados a la práctica. Es lo habitual en las clases en este nivel educativo. Sin embargo, aquí una cuestión la hace singular: se puede observar que la ejercitación es importante para reafirmar lo explicado en la clase: [387-390] "Bien, si ha quedado claro, vamos a desarrollar un ejercicio, aplicando todo lo que hemos analizado, para poder reafirmar lo que acabamos de analizar como semejanza de triángulos…". En este caso, son temas que supuestamente los alumnos ya saben, esto es ejercitar el contenido que ya se ha visto.

En las intenciones del profesor se aprecia que los alumnos deben involucrar la incógnita "x" y encontrar alguna relación entre el valor buscado y el criterio de semejanza. La importancia que para él tiene la visualización del dibujo significa la semejanza de figuras y en el paso a la expresión numérica se refleja la presentación del contenido matemático como se infiere en el siguiente segmento: [399-402] "Escriban: "Número uno. Aplicando los criterios de semejanza y tomando en cuenta que los ángulos son iguales y los lados son proporcionales'. Encuentra el valor de "*x*" en la siguiente figura…"

El profesor plantea una serie de preguntas retóricas [419-420] "¿Cómo se les ocurre pensar en una posible solución?, ¿cómo pudiéramos analizar?.." y, al no encontrar respuesta por parte de los alumnos, aporta información adicional al señalar la igualdad de los ángulos de los dos triángulos que se encuentran en el modo de configuraciones de Thales y la idea de transformar una figura en otra está ausente [423-426] "Entonces diríamos: Si =R R *B* *B* ´, también podríamos afirmar que el ángulo *C* es igual al ángulo *C'* porque corresponde a la misma

figura…". Podemos dar cuenta en este episodio, que la parte procedimental juega un papel importante que lo conceptual, el docente supone que el dominio de los procedimientos se logra a través de la práctica y con ello se asegura la comprensión de los principios que sustentan lo conceptual.

Conclusiones

En este trabajo, a través de las perspectivas teóricas adoptadas, hemos podido identificar algunos patrones de interacción en el discurso matemático del profesor y sus estudiantes. Los patrones se han podido caracterizar por la constitución de regularidades que se estabilizan en el proceso de negociación de significados matemáticos (Tabla 1).

La asimetría en los roles de maestros y alumnos parece estar definida por la misma naturaleza de la tarea educativa y por el hecho de que el maestro es quien hace la mayoría de preguntas (de las que generalmente sabe las respuestas) para probar o extender el conocimiento de los alumnos. Sin embargo, los análisis realizados muestran una importante presencia de las intervenciones de los alumnos, además de su influencia en la dinámica en el discurso que se genera en el aula. Los alumnos no sólo se limitan a responder, sino que también formulan preguntas, lo que traduce como modificación del contenido y de la dirección del discurso, puesto que con sus preguntas y sus respuestas, en ocasiones, ponen en duda las aseveraciones de los maestros. De esta manera, hemos identificado una serie de acciones en el discurso matemático, que son indicios que se ha producido un patrón de interacción:

P1. El control de la estructura discursiva no implica necesariamente el control del contenido.

- Las actividades están ancladas en la ostensión, es decir, en la presentación de los objetos que coadyuvarán a la enseñanza de tal forma que se proporcionen de un golpe todos los elementos y relaciones constitutivas de la acción prevista, por ello se recurre, en este caso, a los apoyos gráficos.
- El profesor otorga demasiada importancia a la visualización de dibujos con la intención de que los alumnos identifiquen la semejanza de figuras para después abordar la definición del concepto. Así, en estos dos niveles, pretende formar la idea de semejanza al mencionar que se trata de figuras con una misma «forma» y con las mismas proporciones.
- Es responsabilidad del docente indicar y controlar que las indicaciones se cumplan a cierto ritmo.

P2. Los contenidos primero se explican y después se aplican a ejercicios concretos.

- La introducción de un objeto a conocer viene siempre seguida de momentos destinados a la ejercitación.
- El profesor plantea una serie de preguntas retóricas.
- El profesor contribuye a la solución del problema mediante preguntas adicionales, observaciones, reformulaciones o juicios, de manera que los alumnos pongan en juego una actividad intelectual mínimamente significativa.

Finalizamos nuestro artículo con reflexiones en torno a que el discurso en el aula, nos ha permitido identificar los patrones de interacción que regulan las formas de actuación de los profesores de matemáticas en el contexto del aula. Podemos afirmar que el discurso del aula es un espacio de contacto y confrontación de significados, en donde se redefinen las

interpretaciones de las normas que deberán regular las actuaciones en el aula, así como las formas de conocimiento que habrán de ser válidas.

En los episodios estudiados, los alumnos también asumen un papel directamente evaluador de las intervenciones tanto de sus compañeros como de los docentes. Así, con sus preguntas influyen sobre la dinámica de la interacción y en algunos momentos hasta controlan la actividad. Todo este bagaje puede visualizarse como un posible punto de partida para otros estudios que intenten involucrarse en el discurso matemático escolar y en su relación con la actividad docente. Esta relación permitirá comprender, con profundidad, los diversos procesos existentes en la enseñanza de las matemáticas, mismos que se construyen y reconstruyen día a día en las escuelas de este nivel educativo.

Referencias y bibliografía

Bauersfeld, H. (1995). Language games in mathematics classroom: Their function and their effects. In P. Cobb, & H. Bauersfeld (Eds.), *Emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 271-292). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobb, P., & Bauersfeld, H. (1995). Introduction: The coordination of psychological and sociological perspectives in mathematics education. In P. Cobb, & H. Bauersfeld (Eds.), *Emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 1-16). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Erickson, F. (1986). Métodos cualitativos en investigación sobre la enseñanza. En M. Wittrock (Ed.), La investigación de la enseñanza II (pp. 195-301). Barcelona: Paidós.

Escudero, I., & Sánchez, V. (1999). Una aproximación al conocimiento profesional del profesor de matemáticas en la práctica. La semejanza como objeto de enseñanza aprendizaje. *Quadrante: Revista Teorica e de Investigaçao,* 8, 85-110.

Escudero, I. M, Gavilán, J. M., & Sánchez-Matamoros, G. (2014). Una aproximación a los cambios en el discurso matemático generados en el proceso de definir. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(1), 7-32. DOI:10.12802/relime.13.1711

Godino, J. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.

Herbst, P, Nachlieli, T. , & Chazan, D. (2011). Studying the Practical Rationality of Mathematics Teaching: What Goes Into "Installing" a Theorem in Geometry? *Cognition and Instruction*, 29(2), 218-255.

Hersan M., & Perrin-Glorian, M. (2005). Characterization of an ordinary teaching practice with the help of the theory of didactic situations. *Educational Studies in Mathematics,* 59, 113-151.

Klein, M. (2002). Teaching mathematics in/for new times. A poststructuralist analysis of the productive quality of the pedagogic process. *Educational Studies in Mathematics*, 50(1), 63-78.

Krummheuer (1995). The ethnography of argumentation. In P. Cobb, & H. Bauersfeld (Eds.), *Emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229-269). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lemke, J. (1997). *Aprender a hablar ciencia. Lenguaje, aprendizaje y valores*. España: Temas de Educación, Paidós.

Mercer, N. (2001). *Palabras y mentes. Cómo usamos el lenguaje para pensar juntos*. España: Paidós. Pimm, D. (1999). *El lenguaje matemático en el aula*. España: Ediciones Morata.

Planas, N. (2004). Análisis del discurso de interacciones sociales en un aula de matemáticas multiétnica. *Revista de educación*, 334, 59-74.

Planas, N. (2011). Language identities in students' writings about group work in their mathematics classroom. *Language and Education, 25*(2), 129-146.

Sierpinska, A., & Lerman, S. (1996). Epistemologies of mathematics and of mathematics education. In A. Bishop et al. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 827-876). Dordrecht, HL: Kluwer Academic Publisher.

Voigt, J. (1995). Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics,* 26, 275-298.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 458-477.

Práticas investigativas em estágio supervisionado em curso de Licenciatura em Matemática: bases epistemológicas

Gerson Ribeiro **Bacury**
Universidade Federal do Amazonas
Brasil
gersonbacury@gmail.com
Carlos Aldemir **Farias**
Universidade Federal do Pará
Brasil
carlosfarias1@gmail.com
Tadeu Oliver **Gonçalves**
Universidade Federal do Pará
Brasil
tadeuoliver@yahoo.com.br
Terezinha Valim Oliver **Gonçalves**
Universidade Federal do Pará
Brasil
tevalim@yahoo.com.br

Resumo

Temos como objetivo, neste artigo, investigar as bases epistemológicas que balizam a ideia de práticas investigativas, no decorrer do Estágio Supervisionado em cursos de Licenciatura em Matemática. O texto é composto de três seções, de modo a propiciar reflexão, para que o professor em formação inicial aprimore habilidades específicas da sua ação docente, construindo novos saberes necessários à prática investigativa. Nessa perspectiva, nos remetemos à nossa questão de pesquisa: Que bases epistemológicas estão presentes em publicações dos periódicos *Bolema* e *Zetetiké*, especializados na área de Educação Matemática, no período de 2000 a 2013, acerca das práticas investigativas vivenciadas no Estágio Supervisionado em Cursos de Licenciatura em Matemática? Embora os artigos científicos analisados não exprimirem o uso das práticas investigativas no Estágio Supervisionado e, tão pouco a ideia de "prática investigativa", apresentam indícios!

Palavras chave: formação de professores de matemática; estágio supervisionado; práticas investigativas.

Introdução

Neste artigo, discutimos, a partir de uma investigação bibliográfica, em que bases epistemológicas se ancoram as *práticas investigativas* no Estágio Supervisionado em cursos de Licenciatura em Matemática. Tratando o Estágio Supervisionado numa perspectiva de promover reflexões de modo a produzir novos conhecimentos, novas práticas e reflexões, na constituição da identidade docente e como instrumentalizadora para a *práxis* profissional em uma atividade

na qual a realidade está adequada a uma prática, e esta, é refletida sob um olhar teórico de Stenhouse (1975), Schön (1992), Imbernón (2009) e Pimenta e Lima (2011).

Todavia, no intuito de clarificar o entendimento desse trabalho, primeiramente, apresentamos, nesta seção, nossa ponderação acerca do que é epistemologia. Tomamos como base os estudos de Chauí (1997), ao sinalizar que a epistemologia estuda os mecanismos que contribuem para o entendimento dos conhecimentos de determinada ciência, isto é, o "*conhecimento do conhecimento científico*".

Neste sentido, adentramos para a investigação do nosso objeto de estudo – as práticas investigativas – de modo cuidadoso em todo o processo de investigação em uma vigilância epistemológica, como sinaliza Bourdieu (1996) que, ao ter uma postura vigilante, o pesquisador cria condições para fazer uma pesquisa séria e de qualidade.

No intuito de investigar as bases epistemológicas na formação inicial de professores de Matemática a partir das práticas investigativas no decorrer da realização do Estágio Supervisionado, eis que surge a questão geradora da nossa discussão a saber: *Que bases epistemológicas estão presentes nas publicações das Revistas Bolema* e *Zetetiké, especializadas na área da Educação Matemática, no período de 2000 a 2013, acerca das práticas investigativas vivenciadas no Estágio Supervisionado em Cursos de Licenciatura em Matemática?*

Assim sendo, o artigo é constituído de três seções: *Estágio supervisionado: cenário de conhecimento*, evidenciando as interfaces entre teoria e prática e, universidade e escola. A seção *O Estágio Supervisionado como cenário de investigação*, traz uma reflexão sobre a construção da identidade de futuros professores com base em teorias que versam sobre o aprimoramento da formação desses indivíduos. Na seção *Alguns aspectos epistemológicos das práticas investigativas no Estágio Supervisionado na Licenciatura em Matemática: uma análise das publicações*, tratamos sobre a apresentação e análise das temáticas suscitadas na questão norteadora desse artigo, a partir das publicações selecionadas nos periódicos mencionados.

Estágio Supervisionado: cenário de conhecimento

O Estágio Supervisionado tem por finalidade integrar os acadêmicos ao mundo do trabalho, aperfeiçoando a qualificação profissional por meio de sua efetivação. Assim, eles atuam, dentre outros, como um elo entre as instituições de ensino e o seu futuro campo de trabalho, no caso específico da formação de professores, a Escola Básica.

É imprescindível na formação do professor, a oportunidade de estabelecer nexos entre os conhecimentos teóricos adquiridos durante o processo de formação acadêmica e a realidade nas quais o ensino ocorre. Espera-se que, desse modo, consolidem-se as relações presentes no fazer docente e na relação teoria-prática, num processo onde ambas se articulam e se complementam. E é exatamente no momento da realização do Estágio Supervisionado que o futuro profissional toma o campo de atuação como objeto de estudo, de investigação, de análise e de interpretação crítica.

De acordo com Libâneo e Pimenta (1999), dada a natureza do trabalho docente, que é ensinar como contribuição ao processo de humanização dos alunos historicamente situados, espera-se que os cursos de formação de professores possibilitem o desenvolvimento de habilidades, conhecimentos, competências, atitudes e valores. Nessa perspectiva, temos a

expectativa que oportunizem a construção de seus saberes-fazeres docentes, aflorados pelas necessidades, desafios e provocações que o ensino como prática social lhes coloca no cotidiano.

Deseja-se, portanto, que os saberes da teoria da educação, das áreas do conhecimento essenciais à compreensão do ensino como realidade social sejam mobilizados, e que desenvolvam nos estagiários a capacidade de investigar a própria atividade (a experiência). Desse modo, a partir de uma análise apurada, os futuros profissionais poderão constituir e transformar os seus saberes-fazeres docentes, num processo contínuo de construção de suas identidades como profissionais do magistério. Assim:

> [...] a prática de ensino sob a forma de Estágio Supervisionado é, na verdade, um componente teórico-prático, isto é, possui uma dimensão ideal, teórica, subjetiva, articulada com diferentes posturas educacionais, e uma dimensão real, material, social e prática, própria do contexto da escola brasileira. (Piconez, 1991, p. 25).

É neste momento de inserção no campo da prática profissional que os saberes da ação docente são confrontados, constituídos, mobilizados, ressignificados e contextualizados. O Estágio Curricular Supervisionado constitui-se, portanto, em uma oportunidade para que o professor em formação aprimore as habilidades específicas da sua formação, construindo novos saberes necessários à ação docente.

Nesse aspecto, Tardif (2002) sugere que o saber docente é um saber plural e heterogêneo, posto que é constituído por um amálgama de saberes profissionais, disciplinares, curriculares e experienciais. Esses saberes são oriundos de diferentes fontes e, constantemente, mobilizados nas interações diárias em sala de aula, adquirindo significados em função do contexto em que se realiza a ação docente.

Os professores adquirem os saberes experienciais no decorrer de seu trabalho cotidiano e no conhecimento do seu meio, ou seja, os saberes práticos que vão se constituindo às margens do processo instrucional. Tais saberes nascem da experiência e são validados por ela, assim, o ato de ensinar está diretamente ligado ao ato de produzir conhecimentos.

Nesta perspectiva, a prática dos docentes é reconhecida como um "espaço de aplicação de saberes provenientes da teoria, mas também um espaço de produção de saberes específicos oriundos dessa mesma prática". (Tardif, 2002, p. 234). Logo, as experiências advindas do Estágio Supervisionado são possíveis de promoverem reflexões que possibilitam ao estagiário não somente a aplicação dos saberes teóricos adquiridos ao longo do curso, mas também a produção de novos conhecimentos, contribuindo com a formação e futura atuação dos futuros professores.

Enfim, as atividades realizadas durante o Estágio Supervisionado possibilitam a troca de conhecimentos entre um profissional em serviço com uma carga significativa de conhecimentos, fruto de sua experiência, e o profissional em formação. Embora o estagiário (ou professor em formação inicial) ainda não tenha construído um repertório de conhecimentos provenientes da experiência de sala de aula, ele possui conhecimentos novos e atualizados sobre a sua profissão, o que certamente acaba por capacitar o professor em serviço. Não se pode negar que um projeto consistente, articulado e comprometido de Estágio Supervisionado colabora não apenas com a formação inicial dos futuros docentes, mas também com a formação contínua de todos os educadores envolvidos nesse processo.

O Estágio Supervisionado como cenário de investigação

No Brasil, o Estágio Supervisionado como cenário de investigação tem origem na década de 1990. Segundo os estudos de Pimenta e Lima (2011), isso acontece devido aos questionamentos advindos do campo da Didática e da Formação de Professores. Essas discussões referem-se ao fato de o Estágio Supervisionado dever ter por finalidade também formar professores à luz da análise, da crítica e da proposição de novas maneiras em fazer educação e, nesse contexto, nos cursos de licenciatura, cabe principalmente às disciplinas de fundamentos e às didáticas possibilitar conhecimentos e métodos para esse processo, ou seja, a indissociabilidade entre teoria e prática. Nesse sentido, ao retomarmos o Estágio Supervisionado como uma ação teórica dotada dos meios necessários a uma *práxis,* tendo o professor em formação inicial como um:

> [...] intelectual em processo de formação e a educação como um processo dialético de desenvolvimento do homem historicamente situado, abriu espaço para um início de compreensão do estágio como uma investigação das práticas pedagógicas nas instituições educativas. (Pimenta; Lima, 2011, p. 47).

Nesse contexto, visualizamos que o papel do professor (ou professores em formação inicial) vai muito além da instrumentalização técnica da função docente, ou seja, de um profissional pensante, capaz de entrever o caráter social e coletivo de seu ofício. A partir dessa perspectiva se desenvolvem as contribuições de autores como Schön (1992) e Stenhouse (1975) acerca dos conceitos de professor reflexivo e professor pesquisador, respectivamente. Temos que considerar, contudo, que essas questões causam mudanças tanto nos professores em formação inicial, de tal modo a constituir sua identidade não somente como um ser crítico e reflexivo, mas também como profissional.

Portanto, cumpre-nos entender que a identidade do professor, em especial, de Matemática, é um estágio contínuo de mudanças na vida desse indivíduo que inicia na graduação, repercutindo em sua identidade pessoal e profissional de modo a estar em constante processos de mudanças. Imbernón (2009) ressalta que o (re)conhecimento da identidade permite interpretar melhor o trabalho docente mesmo porque, em sua concepção, as experiências de vida desses professores se relacionam com as tarefas profissionais, já que o ensino requer um envolvimento pessoal. Nesse sentido, o Estágio Supervisionado torna-se o *lócus* para que o professor em formação inicial possa construir e fortalecer sua identidade, visto que:

> Sendo o estágio, por excelência, um lugar de reflexão sobre a construção e o fortalecimento da identidade, a análise desse tema (...) poderá contribuir para alunos e professores que vivenciam o estágio compreenderem que nesse espaço poderão ser tecidos os fundamentos e as bases identitárias da profissão docente [...]. (Pimenta; Lima, 2011, p.62).

Outros estudos, fora do Brasil, como os trabalhos de Ponte e Oliveira (2002), apoiados na análise realizada acerca das vivências de uma licencianda de Matemática (da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa), no transcurso de seu Estágio Supervisionado, defendem a ideia de que pode haver desenvolvimento da identidade profissional durante a formação inicial do professor.

Para tanto, o caminho utilizado no Brasil é a pesquisa. Para Cyrino (2006) e Gonçalves (2006) ela se constitui como ponto fundamental, tendo em si o professor formador e o professor em formação inicial realizando uma investigação de colaboração e participação conjunta, promovendo um processo constante de ação e reflexão.

Nesta perspectiva o professor não deve somente valorizar essa experiência, mas, também, refletir sobre ela. A partir dos indícios comentados anteriormente, surge a expressão "*professor reflexivo*", Schön (1992). O criador dessa expressão propõe uma formação pautada na valorização da prática profissional como momento de construção de conhecimento por meio de reflexão, análise e problematização dessa prática presente nas soluções que esses professores encontram.

Neste sentido, o "*professor reflexivo*", tendo noção de que toda investigação começa a partir de uma pergunta, abrirá espaço às dúvidas das crianças e, sobretudo, de todos os alunos, mesmo porque, agindo assim, poderá contribuir para o resgate de uma dívida que a escola e a família contraíram com a criança – ignorar suas perguntas.

Assim, emergem novas perspectivas, com destaque à valorização das pesquisas na ação desses professores, ou seja, o "*professor pesquisador de sua prática*". Entre os autores que tratam das questões referentes à área de formação, destacamos os trabalhos de Elliot (1998) e Stenhouse (1975). Este último, citado por Fiorentini (2014), destaca experiências com professores escolares. A partir desses trabalhos, surge o conceito de professor como investigador de sua própria prática, alguém capaz de criar seu próprio currículo visando à melhoria da aprendizagem e do ensino. Nesta perspectiva, a sala de aula é um dos espaços de investigação, na qual sua ação reflexiva possibilitará que avalie permanentemente seu trabalho, participando das discussões e da produção e reprodução de novos saberes, não estando mais na condição de repassador de conhecimento que, outrora, fora produzido por outros. Assim:

> A pesquisa não é destinada (no caso da matemática) apenas àqueles que chamamos provenientes da matemática pura ou aplicada, mas a todos aqueles que apresentam uma insatisfação na área educacional que, a nosso ver, no ensino de matemática são vários, e que vai atrás de meios investigativos para resolverem satisfatoriamente essas insatisfações. Isto abre um leque imenso para a pesquisa em educação matemática, pois o professor ao assumir uma postura de professor pesquisador e reflexivo, deve assumir também o compromisso de investigar e refletir sobre/na sua prática diariamente. (GONÇALVES, 2008, p.30)

Nesse contexto, o professor passa a ter uma atuação efetiva, refletindo sobre os conteúdos que irá trabalhar na sala de aula como também o seu desenvolvimento, podendo identificar o perfil do estudante acerca do ensino e da aprendizagem. Esta análise possibilitará ao professor rever sua prática, dando-lhe caminhos para realmente *"fazer Matemática"* na sala de aula. Por fim, um ponto fundamental quanto ao Estágio Supervisionado como campo de pesquisa é:

> [...] pensar o estágio em propostas que concebem o percurso formativo alternando os momentos de formação dos estudantes na universidade no campo de estágio. Essas propostas consideram que teoria e prática estão presentes tanto na universidade quanto nas instituições-campo. O desafio é proceder ao intercâmbio, durante o processo formativo, entre o que se teoriza e o que se pratica em ambas. (Pimenta; Lima, 2011, p.57)

Portanto, é no Estágio Supervisionado que essas propostas, como as práticas investigativas, por exemplo, ganham força, favorecendo o intercâmbio entre a teoria e a prática, no âmbito desses espaços (universidade e escola), contribuindo para a constituição desse futuro professor reflexivo, pesquisador e também de sua identidade pessoal e profissional, sobretudo trabalhando em colaboração com seus estudantes de modo a considerar o Estágio Supervisionado como *lócus* dessas interações e cenário de investigação.

Alguns aspectos epistemológicos das Práticas Investigativas no Estágio Supervisionado na Licenciatura em Matemática: uma análise das publicações

Para obter as devidas informações acerca do objeto de estudo, ou seja, os aspectos epistemológicos presentes nas Práticas Investigativas vivenciadas pelos professores em formação inicial no decorrer do Estágio Supervisionado em cursos de Licenciatura em Matemática, tomamos como base as publicações presentes nos periódicos *Bolema* e *Zetetiké,* no período de 2000 a 2013. Esses são periódicos brasileiros, situados nos estratos superiores do *Qualis* CAPES, especializados nas diversas temáticas contidas na área da Educação Matemática.

Das pesquisas selecionadas nesses periódicos destacamos: *Cenários para investigação*[1], de Ole Skovsmose, publicado no ano de 2000, no periódico Bolema. Verificamos o indício de uma ideia para a expressão *práticas investigativas*, quando Skovsmose (2000) comenta que as práticas de sala de aula podem ser fundamentadas em um "cenário para investigação", que é de cunho próprio, afirmando ser "[...] um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação" (Skovsmose, 2000, p. 68). Neste caso, a sala de aula se configura como um cenário de investigação para que os alunos formulem questões e procurem explicações. Porém, ressalta que é preciso a aceitação do convite por parte do grupo de estudante, em questão, de modo a realizar práticas investigativas.

No artigo intitulado *Professores e formadores investigam a sua própria prática: o papel da colaboração*[2], de João Pedro da Ponte e Lurdes Serrazina, publicado em 2013, no periódico Zetetiké, identificamos que o centro de discussão é o professor como investigador de sua própria prática, sendo consequência do trabalho colaborativo decorrente de um grupo de pesquisa.

Esse tipo de pesquisa vem sendo abordado, no Brasil, desde a década de 1990, pelo professor Dario Fiorentini, da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, envolvendo dois grupos de pesquisas que trabalharam em colaboração: o Grupo de Pesquisa de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática[3] e o Grupo de Pesquisa da Prática Pedagógica em Matemática[4]. Esses grupos são constituídos por mestrandos, doutorandos e docentes participantes da educação básica e ensino superior.

Embora esse já tenha sido motivo de nossos comentários, ao abordamos o Estágio Supervisionado como cenário de investigação é importante conhecer também os aspectos epistemológicos presentes no artigo científico analisado. Nesses termos, no que tange à investigação, os autores afirmam que:

> Investigar é, sem dúvida, um processo fundamental de construção do conhecimento. Toda a investigação começa com a identificação de um problema relevante – teórico ou prático –

[1] A palavra "cenário" foi traduzida do inglês *landscape*.
[2] O presente artigo, segundo os autores, foi construído a partir das atividades do grupo de estudos "O professor como investigador", da Associação de Professores de Matemática de Portugal, entre os anos de 2000 e 2002.
[3] Grupo de Pesquisa da UNICAMP que tem como foco a formação docente e a busca pela compreensão dos saberes e práticas cotidianas dentro da complexidade da organização do trabalho docente.
[4] Grupo de Pesquisa da UNICAMP que investiga as práticas de ensinar e aprender matemáticas na escola básica, os saberes docentes, processos de informação e desenvolvimento profissional do professor em contextos exploratório-investigativos e colaborativos sob uma perspectiva sociocultural.

> para o qual se procura, de forma tanto quanto possível metódica, uma resposta convincente. (Ponte; Serrazina, 2003, p. 54)

Essa condição é necessária, mas não suficiente, visto que nos estudos de Beillerot (2001), Ponte e Serrazina (2003) afirmam que para uma atividade ser considerada investigação, ela deve também produzir conhecimentos novos, ter uma metodologia rigorosa e ser pública. Para elucidar esses aspectos, comentam que se temos uma questão já respondida, não temos uma investigação e sim uma verificação ou simplesmente uma comprovação, ou seja, nesse caso não há a produção do conhecimento.

No intuito de permitir que todos os interessados possam compreender algo investigado, é preciso seguir algum caminho metodológico conciso, ou seja, ter uma metodologia rigorosa. Por fim, para que essa investigação possa ser apreciada e avaliada precisa ser conhecida pela comunidade interessada, isto é, ser validada. Outro ponto importante destacado por Ponte e Serrazina (2003) é a relação entre as questões de investigação e a metodologia:

> A formulação de boas questões para investigação é um ponto de grande importância no trabalho investigativo. A existência de uma metodologia é uma condição necessária, mas não suficiente, para caracterizar uma atividade como sendo uma investigação e, em particular, uma investigação sobre a prática. (Ponte; Serrazina, 2003, p.55)

A partir dessa perspectiva, está claro que em uma investigação, é importante que se tenha uma questão norteadora que seja respaldada por uma metodologia rigorosa. Além disso, deve envolver uma atividade de divulgação e partilha; somente assim essa atividade poderá se configurar em uma prática.

As ideias de Skovsmose (2000) e Ponte; Serrazina (2003) nos direcionam ao entendimento de que as práticas investigativas têm como ambiente para a sua aplicação, a sala de aula, pois esse espaço se configura um cenário de investigação sugestivo para que os estudantes formulem questões e procurem explicações. Essa investigação deve ser proposta pelo professor, mesmo porque, ele assume o papel de mediador entre a teoria e a prática envolvidas nessa investigação, ao elaborar uma questão norteadora que engloba outras questões ou problemáticas oriundas das visões dos estudantes envolvidos em tal prática.

Ao formular a questão de investigação, é necessário tomar cuidado ao identificar uma problemática, seja ela de cunho teórico ou prático, de modo a encontrar uma resposta satisfatória. Porém, essa condição não é suficiente, pois é preciso ainda que essa(s) problemática(s) produza(m) novo(s) conhecimento(s), além de torná-lo(s) público(s), isto é, serem validados.

Essas condições se revelam em uma forma ideal para que o professor e/ou o professor em formação inicial (investigador) possa compreender e refletir, com propriedade, a investigação sobre sua própria prática.

Subjacente a esses fatores está a forma como o professor e/ou o professor em formação inicial conduzirá a relação entre uma ação proposta (prática) e o conteúdo a ser abordado (teoria). Essa característica é inerente ao Estágio Supervisionado, visto que, como abordado anteriormente, ele também se configura em um cenário de investigação suscetível às propostas, como as práticas investigativas que, entre outros aspectos, favoreçam integração entre teoria e prática, universidade e escola.

Considerações Finais

Após o trabalho de pesquisa nos repositórios *Bolema* e *Zetetiké*, temos a considerar que, nesse caso, embora os artigos científicos analisados, com base nas publicações desses periódicos, não apresentem o uso das práticas investigativas no Estágio Supervisionado e, tão pouco a ideia de "prática investigativa", sinalizam alguns caminhos, a saber:

i) as práticas de sala de aula formam uma base para um cenário de investigação que, por sua vez, é caracterizado por ser um ambiente a dar suporte ao trabalho de investigação. Nesse sentido, podemos conceber o Estágio Supervisionado como um cenário destinado à investigação, por meio de uma prática que se configure um convite aos estudantes e estes, por sua vez, o aceitem. A partir disso, pode ocorrer um trabalho investigativo, estabelecendo relação entre teoria e prática.

ii) está na questão de investigação não ser pautada somente na produção de um só conhecimento, mas, também, de vários e que para isso é importante que se tenha uma questão norteadora respaldada por uma metodologia rigorosa. Além disso, há que envolver uma atividade de divulgação e partilha, entre outras; a nosso ver, essa atividade se configura também uma prática em um cenário investigativo.

De modo geral, o conjunto que se dá por meio da questão norteadora e de uma metodologia com rigor, se configuram em condição necessária e suficiente para caracterizar uma atividade como sendo uma investigação e, em particular, uma investigação sobre a prática.

Logo, entendemos que nesse contexto é necessário que, ao lançar uma investigação por meio de uma prática, é preciso que o professor tenha bem definidos os objetivos dessa ação e, para isso, além de pesquisar, deve refletir bastante para que seu trabalho junto aos professores venha a desenvolver competência docente pautada em uma postura investigativa por meio do seu trabalho com práticas investigativas tendo como cenário de construção para novos conhecimentos o Estágio Supervisionado e, que esse, por conseguinte, favoreça ao professor em formação inicial uma contribuição para que se tornem futuros professores reflexivos e pesquisadores de sua própria prática.

Referências bibliográficas

Beillerot, J. A. (2001). "pesquisa": Esboço de uma análise. In M. André (Ed.). *O papel da pesquisa na formação e na prática dos professores*. (pp. 71-90). Campinas: Papirus.

Bourdieu, P. (1996). *Razões práticas:* sobre a teoria da ação. São Paulo: Papirus.

Chauí, M. (1995). *Convite à filosofia*. São Paulo: Ática.

Cyrino, M. C. de C. T. (2006). Preparação e emancipação profissional do professor de matemática. In: Nacarato, A. M.; Paiva, M. A. V. (Orgs). *A formação do professor que ensina matemática:* perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica.

Elliott, J. (1998). Recolocando a pesquisa-ação em seu local original e próprio. In: Geraldi, C. M. G; Fiorentini, D.; Pereira, E. M. de A. (Orgs.) *Cartografias do Trabalho Docente:* Professor(a)-Pesquisador(a). Campinas-SP, Mercado de Letras: Associação de Leitura do Brasil.

Fiorentini, D. (2014). *Palestra prof. dr. dario fiorentini - 30/05 - ppgem/uesc*. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=5J28yJbeCrY. Vídeo. 1h 57min. 20seg. Acessado em: 30/ 05/ 2014.

Fiorentini, D.; Lorenzato, S. (2006). *Investigação em Educação Matemática:* percursos teóricos e metodológicos. Campinas – SP: Autores Associados.

Gonçalves, T. O. et al. (2008). *Introdução à pesquisa no/do ensino de matemática*. Belém: Ed. UFPA.

_____. (2006). *A construção do formador de professores de matemática:* a prática formadora. Belém – Pará: CEJUP Ed.

Imbernón, F. (2009). *Formação permanente do professorado: novas tendências*. Tradução Sandra Trabucco Valenzuela. São Paulo: Cortez.

Libaneo, J. C.; Pimenta, S. G. (1999). Formação de profissionais da educação: visão crítica e perspectiva de mudança. *Revista Educação & Sociedade*, Campinas, v. 20, nº 68, P. 239-277, dez.

Piconez, S. C. B. (1991). A Prática de Ensino e o Estágio Supervisionado: A aproximação da realidade escolar e a prática da reflexão. In Piconez, S. C. B. (Org) *A Prática de Ensino e o Estágio Supervisionado*. 2. ed. Campinas, SP: Papirus.

Pimenta, S. G. ; Lima, M. S. L. (2011). *Estágio e Docência***.** São Paulo: Cortez.

Ponte, João Pedro da; Serrazzina, Lurdes. (2003). *Professores e Formadores investigam sua própria prática: o papel da colaboração*. *Revista Zetetiké*, UNICAMP, v. 11, nº 14, p. 51-84, jul/dez.

Ponte, João Pedro da; Oliveira, Hélia. (2002). Remar contra a maré: a construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. *Revista de Educação,* Portugal, v. 11, n. 2, p. 145-163.

Schön, D. (1992). Formar professores como profissionais reflexivos. In Nóvoa, A. (Org) O*s professores e sua formação*. Lisboa: Dom Quixote.

Skovsmose, O. (2000). Cenários para Investigação. Bolema, nº 14, p. 66-91.

Tardif, M. (2002). *Saberes docentes e formação profissional*. 4. ed. Rio de Janeiro: Vozes.

Princípios e práticas da organização do ensino de Matemática

Manoel Oriosvaldo de **Moura**
Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo
Brasil
modmoura@usp.br
Elaine Sampaio **Araujo**
Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo
Brasil
esaraujo@usp.br
Wellington Lima **Cedro**
Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás
Brasil
wellingtonlimacedro@gmail.com

Resumen

Com a preocupação voltada às relações entre o desempenho escolar dos alunos, representados pelas avaliações externas, e a organização curricular de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, estamos desenvolvendo um projeto de pesquisa no âmbito do programa Observatório da Educação financiado pela CAPES. A metodologia utilizada nesta investigação é chamada de pesquisa formativa e acontece em quatro universidades brasileiras. Neste contexto, este artigo tem por objetivo discutir sobre a organização do ensino de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir dos fundamentos e resultados do projeto. Como resultado, defendemos que o currículo deve ter em seu cerne o movimento lógico-histórico do conceito, de forma a possibilitar a apropriação, em conteúdo e forma, das experiências sociais da humanidade. Nesse sentido, os nexos conceituais configuram-se como fundamento para a organização das atividades de ensino que, em seu núcleo, possuem como problema desencadeador tais conceitos, para o desenvolvimento do pensamento teórico.

Palavras chave: pesquisa formativa, trabalho coletivo, organização do ensino, ensino de Matemática, atividade orientadora de ensino.

Introdução

Apesar de a alfabetização matemática, letramento matemático ou numeramento, ser considerado um processo essencial para o sucesso escolar, à inserção no mundo do trabalho e o pleno exercício da cidadania no complexo mundo em que vivemos, é notório o pouco investimento que tem recebido a Educação Matemática nos anos iniciais, no que se refere à formação docente, quer das políticas públicas, quer dos próprios educadores. Sabemos, também, a importância do combate a uma persistente visão de que o conhecimento matemático pertence a uma minoria, cujo acesso requer elaborados esquemas intelectuais. Associado a essa concepção tem-se a adoção de uma metodologia de ensino que desconsidera o movimento de produção cultural dos conceitos, focalizando o ensino apenas no aspecto operacional de determinados conteúdos matemáticos.

As consequências dessa compreensão do conhecimento matemático e de seu ensino, desprovidos da unidade lógico-histórica, se apresentam não apenas nos baixos índices de desempenho escolar nessa área de conhecimento (PISA, 2003, 2006), mas também, na manutenção de uma lógica de formação docente que, igualmente, se mostra deficitária e que pouco tem contribuído para o desenvolvimento profissional dos professores e, consequentemente, para a aprendizagem das crianças.

Os resultados publicados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP, 2004a, 2004b) nos mostram que o Brasil não tem problemas em relação ao acesso à escola, uma vez que a maior parte das crianças em idade escolar está matriculada, o problema reside na questão da aprendizagem. Embora os dados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) indiquem a melhoria, em alguns municípios, dos índices de desempenho escolar, ainda há um longo caminho a ser percorrido para que o Brasil atinja metas que revelem níveis de apropriação do conhecimento matemático considerado satisfatório. Alguns destes resultados nos mostram números que indicam os baixos níveis de proficiência dos estudantes nos conteúdos escolares básicos: "Matemática: 52% dos estudantes apresentaram desempenho considerado crítico ou muito crítico. Por outro lado, pouco mais de 6% dos estudantes apresentou o desempenho considerado adequado para a quarta série" (INEP, 2004, p.26, grifo no original).

Assim, poderíamos nos perguntar: o que há por trás dos números que indicam o baixo desempenho dos estudantes brasileiros em Matemática? Vamos mal em Matemática por que? O que ocorre no ensino de Matemática nessas escolas? E, talvez o mais importante: esses números podem subsidiar encaminhamentos para uma proposta de ensino que tenha a participação dos professores?

Estas questões nos remetem para uma determinada concepção de educação, de conhecimento, de Matemática, de organização do ensino e de formação docente que tem orientado o projeto interinstitucional denominado "Educação Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Princípios e práticas da organização do ensino" desenvolvido no âmbito do Observatório da Educação (OBEDUC), financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). É desenvolvido na perspectiva de pesquisa formativa em quatro núcleos, localizados em universidades brasileiras, quais sejam: Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Universidade de São Paulo (USP) campus de São Paulo e campus de Ribeirão Pretos (USP/ São Paulo) e Universidade Federal de Goiás. Envolve professores das redes públicas das quatro cidades onde estão localizados os núcleos; estudantes dos cursos de Licenciatura em Matemática e Pedagogia e professores das instituições envolvidas; além de pós-graduandos da área de Educação e Educação Matemática. O projeto tem como principal intuito investigar as relações entre o desempenho escolar dos alunos, representados pelos dados do INEP e a organização curricular de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Tomando por base o aqui exposto, este trabalho tem por objetivo discutir sobre a organização do ensino de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir dos fundamentos e alguns resultados do projeto citado. Assim, inicialmente explicitamos os princípios teóricos que amparam a pesquisa; posteriormente explicitamos, de forma breve, as ações desenvolvidas e, finalizando, trazemos algumas reflexões sobre o tema proposto.

O ensino de Matemática na perspectiva histórico-cultural

A formação docente tem se constituído em um domínio privilegiado de reflexão científica, organizado em torno do debate entre diferentes modelos. Em relação ao ensino de Matemática, muitas são as contribuições teóricas e metodológicas apresentadas nos mais importantes fóruns de discussões sobre pesquisa em educação (Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM; Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino - ENDIPE; e Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação - ANPED), evidenciando o ensino de Matemática como um "problema" ainda atual.

Diferentes autores (Fiorentini, 2005; Miguel, A. 2005; Nacarato, A. 2005; Santos, 2008, Lopes, 2008; entre outros) partem do pressuposto de que a formação dos profissionais da educação tem como objetivo desenvolver uma atitude reflexiva e crítica em relação à sua prática e ao seu papel como mediadores no processo de apropriação do conhecimento, bem como, desencadear mudanças significativas na sua atividade profissional. Com esse mesmo entendimento temos nos debruçado no estudo dos processos de aprendizagem no âmbito da organização do ensino, em particular na área da Matemática, a partir dos fundamentos da teoria histórico-cultural. É nesse espaço conceitual que se localiza nossa pesquisa.

Em pesquisas anteriores investigamos a questão da Matemática na Educação Básica (Moura, 2001, 2007; Moura et al., 2010; Araujo, 1998, 2003, 2007; Cedro, 2004, 2008 ;Cedro & Moura, 2007; Lopes, 2009; Silva, 2008), tendo um olhar voltado à organização do ensino de Matemática e à formação docente, apoiados na teoria histórico-cultural.

A teoria histórico-cultural tem em Vygotski seu mais conhecido expoente. A discussão sobre a relação entre aprendizagem e desenvolvimento, a formação das funções psicológicas superiores, a mediação cultural e a Zona do Próximo Desenvolvimento, são algumas das questões que mais se tem discutido em educação. Entretanto, autores como Luria, Leontiev, Elkonin, entre outros, também contribuíram para o desenvolvimento da chamada psicologia soviética, alicerçando a teoria histórico-cultural. A contribuição desses autores é bastante vasta, incluindo, entre outros aspectos, o estudo sobre a função da linguagem e as características dos processos nervosos, a teoria da atividade e a psicologia do jogo. Em termos educacionais, Davidov (1982), ao apresentar os tipos de generalização do pensamento, a partir de atividades de estudo, tem sido um autor de referência dessa teoria para compreendermos o fenômeno da aprendizagem e desenvolvimento em situações de ensino.

Nesse sentido, uma das principais questões discutidas por essa teoria refere-se à compreensão sobre o pensamento empírico e pensamento teórico e suas relações com a formação dos conceitos. Para tanto, os autores que se dedicaram a isso (Vygotski, Leontiev, Davidov, entre outros) vão buscar na lógica formal e na lógica dialética os fundamentos sobre a gênese e desenvolvimento dos conceitos. A compreensão proposta pela lógica tradicional de que a formação dos conceitos ocorre a partir de uma intensificação dos traços comuns a certo número de objetos e a soma desses traços define o conceito, é superada por Vygotski (1995) ao defender que o conceito só aparece quando os traços abstraídos são novamente sintetizados e essa síntese torna-se instrumento do pensar. Ou seja, tal processo demanda uma operação intelectual coordenada pela linguagem, que se constitui como o meio pelo qual produzimos as operações mentais, controlamos o seu curso e as canalizamos em direção à solução do problema. Esse processo é estruturador e revelador de um tipo particular de pensamento: o teórico.

Ao considerarmos que os conceitos são criações históricas, nas quais os conhecimentos estão objetivados no plano mental, a apropriação deles, ao mesmo tempo, estrutura e revela uma forma de pensamento, no caso o teórico.

No contexto pedagógico acreditamos que a atividade orientadora de ensino assume o papel como mediação entre um conceito já produzido e seu processo de apropriação. Nesse sentido, a atividade orientadora de ensino (AOE) é compreendida como:

> [...] aquela que se estrutura de modo a permitir que os sujeitos interajam, mediados por um conteúdo negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema [...] A **atividade orientadora de ensino** tem uma necessidade: ensinar; tem ações: define o modo ou procedimentos de como colocar os conhecimentos em jogo no espaço educativo; e elege instrumentos auxiliares de ensino: os recursos metodológicos adequados a cada objetivo e ação (livro, giz, computador, ábaco, etc.). E, por fim, os processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanente para quem ensina e aprende (Moura, 2001, p. 155, grifos no original).

Ao lidar com os conceitos nessa dimensão, a AOE configura-se como o campo de possibilidades para o desenvolvimento do pensamento teórico, para quem ensina e para quem aprende. Isto porque partimos da premissa de que o ensino configura-se como unidade formativa do professor e do aluno (Moura, 2001).

O desenvolvimento da pesquisa formativa

A compreensão do ensino como unidade formativa alimentou nosso interesse em desenvolver uma pesquisa que tem como objeto de investigação a organização do ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, orientados pela teoria histórico-cultural. O nosso objetivo central é o de investigar as relações entre o desempenho escolar dos alunos, representado pelos dados do INEP e a organização curricular de Matemática nos Anos Iniciais de Ensino Fundamental.

Nossas ações têm se pautado em:

- caracterizar as escolas públicas de abrangência das instituições envolvidas, no que diz respeito ao desempenho dos alunos dos anos iniciais em Matemática nas provas do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), em especial da chamada PROVA BRASIL (Avaliação Nacional do Rendimento Escolar – ANRESC)[1];

- investigar aspectos relativos ao ensino de Matemática nos anos iniciais do EF em escolas públicas de abrangência das instituições envolvidas visando identificar possíveis indicadores de qualidade bem como problemas e dificuldades relativos ao ensino e aprendizagem, a organização do ensino e ao trabalho docente;

- investigar quais são as implicações dos resultados das avaliações oficiais (SAEB/PROVA BRASIL) nas ações escolares por parte de gestores e professores;

[1] Lembramos que a PROVA BRASIL é uma avaliação censitária que envolve os alunos da 4ª série/5ºano e 8ªsérie/9ºano do Ensino Fundamental das escolas públicas das redes municipais, estaduais e federal, com o objetivo de avaliar a qualidade do ensino ministrado nas escolas públicas. Participam desta avaliação as escolas que possuem, no mínimo, 20 alunos matriculados nas séries/anos avaliados, sendo os resultados disponibilizados por escola e por ente federativo.

- contribuir para o aprofundamento teórico-metodológico sobre organização curricular para os anos iniciais do Ensino Fundamental, através do desenvolvimento de uma proposta curricular de educação Matemática na infância, assentada na teoria histórico-cultural;
- aproximar a pós-graduação e a graduação das escolas de educação básica através da criação de grupos colaborativos que envolvam professores supervisores e/ ou coordenadores pedagógicos de escolas públicas de diferentes desempenhos nas avaliações; alunos da graduação e da pós-graduação e professores universitários;
- oportunizar a socialização e troca de experiências sobre Educação Matemática entre professores e futuros professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental;
- fortalecer linhas de pesquisa da área de educação Matemática com enfoque nos anos iniciais do Ensino Fundamental, congregando pesquisadores de diferentes instituições e programas de pós-graduação;

Ao se adotar a pesquisa formativa como procedimento metodológico, como se defende neste trabalho, é necessário destacar pelo menos duas questões. A primeira delas é de que a preocupação central não é se os resultados são susceptíveis de generalização, mas sim a de que outros contextos e sujeitos a eles podem ser generalizados. A segunda diz respeito ao rigor conceitual da pesquisa no sentido de que se objetiva construir conhecimento e não dar opinião sobre determinado contexto.

A importância de congregar pesquisadores de diferentes instituições e programas de pós-graduação do Brasil, como forma de fortalecer e ampliar linhas de pesquisa da área de Educação Matemática com interesse voltado aos anos iniciais do Ensino Fundamental faz com que a presente pesquisa realize-se como **núcleo em rede**. Nesse sentido, conta com quatro núcleos: USP (São Paulo); USP (Ribeirão Preto), UFG e UFSM.

O desenvolvimento da pesquisa acontece em duas etapas encaminhadas de forma concomitante nos quatro núcleos.

1ª) Pesquisa sobre aspectos relacionados ao ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental nas seguintes cidades: São Paulo (Núcleo USP- São Paulo), Pirassununga (Núcleo USP-Ribeirão Preto), Goiânia (Núcleo UFG) e Santa Maria Núcleo UFSM).

Para isso estamos utilizando os bancos de dados do INEP (IDEB, Censo Escolar, SAEB e PROVA BRASIL) bem como aplicada uma pesquisa junto a professores, coordenadores e/ou supervisores e gestores de escolas públicas das cidades citadas anteriormente.

A coleta desses dados tem por finalidade investigar e analisar o desempenho dos alunos nas avaliações em Matemática, a estrutura das escolas nos seus mais diferentes aspectos; a organização do ensino, a proposta curricular de Matemática e o trabalho docente.

2ª) Pesquisa formativa

Esta etapa é desenvolvida em grupos colaborativos em escolas públicas envolvendo: professores, supervisores e/ ou coordenadores pedagógicos; alunos da graduação e da pós-graduação e professores universitários.

A definição das escolas onde são organizados esses grupos atende basicamente a dois critérios. O primeiro refere-se a importância do compartilhamento de conhecimentos e experiências entre professores com diferentes realidades escolares. Assim, esses grupos contam

com escolas que apresentam diferentes índices de desenvolvimento. O segundo refere-se à necessidade de interação entre as diversas ações de ensino, pesquisa e extensão de cada universidade. Portanto, é dada prioridade àquelas escolas públicas que se constituem como campo de estágio dos cursos de Licenciatura em Matemática e Pedagogia.

Os grupos organizados, a partir dos resultados obtidos na primeira etapa relativos aos aspectos atuais do ensino de Matemática, participam em encontros formativos, sendo responsáveis pelo desenvolvimento de uma proposta curricular de Educação Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental a partir do planejamento, desenvolvimento e avaliação de atividades orientadoras de ensino na perspectiva de uma pesquisa formativa.

Partindo do entendimento segundo o qual a pesquisa formativa envolve colaboração, reflexão, ação, (trans)formação e mediação, criou-se uma dinâmica de pesquisa em que são realizados encontros sistemáticos semanais nos quais a prática da sala de aula (registrada por meio da gravação em vídeo), nomeadamente a das atividades de ensino de Matemática, configura-se como o objeto principal de análise para a elaboração das atividades de ensino e para a organização de uma proposta curricular de alfabetização Matemática com o seguinte programa:

- estudo dos fundamentos teóricos e metodológicos dos modelos curriculares para os anos iniciais do Ensino Fundamental;
- estudo dos conteúdos matemáticos para os anos iniciais do Ensino Fundamental;
- organização de atividades orientadoras de ensino de forma colaborativa, tendo como base os - pressupostos da teoria histórico-cultural;
- desenvolvimento das atividades junto aos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental; análise de atividades.

De modo geral todos os núcleos mantêm encontros sistemáticos nos quais são desenvolvidas as ações previstas, o que incluiu estudos teóricos sobre: Avaliações Externas do Sistema Educacional Brasileiro; Teoria Histórico-Cultural; Atividade Orientadora de Ensino; conteúdos matemáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Também foram organizadas atividades orientadoras de ensino, bem como projetos de iniciação científica, de mestrado e de doutorado.

No desenvolvimento do projeto, a intencionalidade de aproximar a universidade (pós-graduação e graduação) das escolas de educação básica, através da criação de grupos colaborativos envolvendo professores e/ ou coordenadores pedagógicos de escolas públicas e alunos da graduação e da pós-graduação e professores universitários, foi alcançada.

Nesse sentido, as ações realizadas no projeto por meio da organização de grupos colaborativos com diferentes participantes – professores universitários, professores da rede pública de ensino, alunos de graduação e pós-graduação, articulando o ensino, a pesquisa e a extensão, vêm apresentando resultados positivos no que diz respeito, em especial à formação dos futuros professores. Podemos citar aqui alguns dos principais avanços obtidos com a pesquisa: valorização do trabalho colaborativo no ambiente escolar para a organização do ensino; apropriação do conteúdo matemático voltado à prática pedagógica; percepção de que está ocorrendo a substituição do currículo pelos descritores: influência da PROVA BRASIL na prática pedagógica; compreensão de que princípios e propostas sobre o conhecimento matemático nas avaliações externas indicam uma perspectiva empírica, utilitarista; constatação de que a prática docente normalmente resumiu-se a uma preparação para a PROVA BRASIL. Tais resultados mostram a importância que um determinado projeto assume na aproximação entre universidade e

escola de Educação Básica, proposta político-pedagógica que pode ser adotada como meta por cursos de licenciatura.

Outra ação desenvolvida pelos núcleos relaciona-se a caracterização das escolas públicas, no que diz respeito ao desempenho dos alunos dos anos iniciais em Matemática nas provas do SAEB e PROVA BRASIL. Nesse sentido, destacou-se a necessidade de aprofundar estudos sobre a relação entre as políticas públicas, os índices de avaliação externa e a qualidade do ensino. O objetivo de investigar aspectos relativos ao ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, visando identificar possíveis indicadores de qualidade bem como problemas e dificuldades relativos ao ensino e aprendizagem, a organização do ensino e ao trabalho docente, apontou para a necessidade de compreender o uso dos instrumentos de avaliações externas nas interfaces internacional, nacional e local.

As ações desenvolvidas têm permitido observar mudanças conceituais por parte dos participantes relacionadas à:

a) compreensão da constituição e funcionamento de um grupo de pesquisa de natureza coletiva (divisão das ações, papel de cada membro - alunos de iniciação científica, professor da Educação Básica, estudantes de pós-graduação, pesquisadores);

b) análise do ensino como processo e não apenas produto (produção das atividades de ensino, relatos do trabalho desenvolvido, análise dos dados do INEP);

c) produção de atividades de ensino considerando o seu movimento conceitual (estudos teóricos de conteúdos matemáticos, da perspectiva histórico-cultural, mapas conceituais, discussão de atividades de ensino);

d) visualização, junto à rede municipal e/ou estadual de Educação, do desenvolvimento do trabalho educativo na perspectiva histórico-cultural e explicitação, por meio de relatos, dos aspectos positivos de tal trabalho.

Olhar para os números das avaliações externas em consonância com a prática, por meio das atividades de ensino, tem resultado em uma compreensão das aproximações e distanciamentos entre as metas educacionais proclamadas pelas políticas públicas e as realmente alcançadas na realidade escolar. Pensar a Matemática como produção cultural, e a partir deste entendimento analisar a relação entre os instrumentos de avaliações externas e o currículo, sobretudo o impacto das políticas na organização do ensino, tem nos possibilitado, assim, começar a compreender "o que há por trás dos números".

Algumas considerações finais

A resposta à pergunta que tem norteado esta pesquisa: "o que há por trás dos números que indicam o baixo desempenho dos estudantes brasileiros em Matemática?", tem nos conduzido a identificar a organização do ensino como elemento determinante dos resultados obtidos pelos estudantes. Considerar a organização do ensino como elemento central implica, no nosso entendimento, sustentado pela perspectiva histórico-cultural, assumir a educação como *atividade*. Ou seja, o currículo deve constituir-se como *atividade*. A tese que assumimos é de que o currículo deve ter em seu cerne o movimento lógico-histórico do conceito, de forma a possibilitar a apropriação, em conteúdo e forma, das experiências sociais da humanidade. Nesse sentido, os nexos conceituais configuram-se como fundamento para a organização das atividades de ensino que, em seu núcleo, possuem como problema desencadeador tais conceitos, para o desenvolvimento do pensamento teórico. Então, temos uma questão: currículo para qual

sociedade? A formação de currículo que defendemos relaciona-se à perspectiva de uma sociedade na qual a igualdade é ponto de partida e de chegada. Na qual a escola se apresenta como mediadora cultural para o desenvolvimento, pelas novas gerações, das máximas possibilidades elaboradas pela humanidade. Quais as características essenciais para serem desenvolvidas a partir do currículo que estamos propondo? Uma delas relaciona-se com a compreensão do sujeito das ações que desenvolve e os motivos para tal (como planeja, como organiza as ações e como avalia de forma autônoma, tendo o coletivo como referência); a outra característica diz respeito à compreensão de que o conceito carrega a história do desenvolvimento humano, ou seja, o modo geral de ação (Vygotski, 1995). Portanto, o ensino deve criar as condições para que o sujeito se aproprie dos conceitos. E essa apropriação, certamente, incidirá no desempenho dos estudantes não somente nas avaliações externas, mas, sobretudo, no próprio processo de aprendizagem nas situações escolares. Com isto, concebemos um novo modelo de avaliação externa, que é externa à escola, mas não ao processo de ensino e aprendizagem.

Como forma de concretizar essa concepção, propomos o currículo como *atividade*, no qual se definem como princípios:

- os eixos articuladores do currículo são os nexos conceituais.
- a análise do processo histórico estabelece as bases para o desenvolvimento desses nexos conceituais, porque a História é a história das necessidades/problemas que a humanidade enfrentou e das soluções apresentadas, no qual se revela o processo humano de criação do conhecimento que, no movimento dialético de análise e síntese, tem sua validade conferida pela prática social, que é sintetizada no conceito.
- o problema desencadeador se faz presente, representando as possibilidades de desenvolvimento dos nexos conceituais na atividade de ensino.
- o currículo deve ser organizado em níveis de complexidade do conceito.
- Atividade Orientadora de Ensino se constitui como principio teórico-metodológico.
- currículo geral é organizado pelos objetos de ensino a partir dos quais as escolas organizam seus "currículos" (seleção de conteúdos, atividades de ensino específicas, etc.)

Finalizando, ressaltamos que o desenvolvimento do projeto acontece em consonância com a perspectiva teórica assumida, se dá de forma coletiva, na qual parceiros com diferentes experiências compartilham seus saberes, resultando em uma síntese coletiva objetivada em atividades de ensino de Matemática desenvolvidas com os estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental nas escolas participantes do projeto. Neste sentido, todas nossas ações voltadas a pensar no currículo de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental assumem a dimensão de pesquisa, uma vez que as perguntas sobre os processos de ensino e aprendizagem se apresentam como orientadoras à organização curricular. Ou seja, nessa lógica de organização do ensino se articulam a dimensão de extensão (formação de professores), de pesquisa (desenvolvimento dos conceitos) e de ensino (estudantes de Ensino Fundamental, graduação e pós-graduação).

Bibliografias e Referências

Araujo, E. S. (1998). *Matemática e formação em educação infantil*. Biografia de um projeto. (Dissertação de Mestrado). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, Brasil.

Araujo, E. S. (2003). *Da formação e do formar-se*. A atividade de aprendizagem docente em uma escola pública. (Tese de Doutorado). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, Brasil.

Araujo, E. S. (2007). O projecto de Matemática como (des)encadeador da formação docente. Em: Migueis, M. R. e Azevedo, M. G. (Orgs.) *Educação Matemática na infância: abordagens e desafios* (pp. 25-38). Vila Nova de Gaia: Gailivro.

Cedro, W. (2004). *O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino*: O Clube de Matemática. (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.

Cedro, W. (2008). *O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de Matemática***:** uma perspectiva histórico-cultural. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.

Cedro, W. L.; Moura, M. O. de. (2007). Uma perspectiva histórico-cultural para o ensino de álgebra: o clube de Matemática como espaço de aprendizagem. *Zetetike* (UNICAMP), v. 15, pp. 37-56.

Davidov, V. (1982). *Tipos de generalización en la enseñanza*. Havana: Editorial Pueblo y Educación.

Fiorentini, D. & Nacarato, A.M. (Org.) (2005). *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática*. São Paulo: Musa Editora.

INEP (2004a.). *O desafio de uma educação de qualidade para todos*: Educação no Brasil – 1990-2000. Brasília: INEP.

INEP (2004b). INFORMATIVO: informativo eletrônico do INEP. Brasília: INEP, Ano 2, n. 53, 24 de Agosto. Disponível em: <http://www.inep.gov.br>. Acesso em: 26/08/2004.

Lopes, A. R. L. V. (2009). *Aprendizagem da docência em Matemática: o Clube de Matemática como espaço de formação inicial de professores*- Passo Fundo (RS): Ed. Universidade de Passo Fundo.

Lopes, C. E. & Curi, E. (Orgs) (2008). *Pesquisas em Educação Matemática*. São Carlos: Pedro & João Editores.

Miguel, A. (2005). *História, Filosofia e Sociologia da Educação Matemática na Formação dos professores: um programa de pesquisa*. *Educação e Pesquisa*. (pp. 137-152) v. 31. nº 1, jan/abr, São Paulo.

Moura, M. O. (2001). A Atividade de Ensino como Ação Formadora. Em: Castro, A. D. & Carvalho, A.M P. *Ensinar a Ensinar*. São Paulo: Pioneira.

Moura, M. O. (2007). *Matemática na Infância* (pp. 39-64). Em: Migueis, M. R. & Azevedo, M. G.(Orgs.) *Educação Matemática na Infância*. *Abordagens e desafio***s**. 1 ed. Vila Nova de Gaia: Gailivro.

Moura, M. O. de ; Araujo, E. S. ; Moretti, V. D. ; Panossian, M.L & Ribeiro, F. D. (2010). Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. (pp. 205-229) . *Revista Diálogo Educacional* : PUCPR, v. 10.

Nacarato, A. M. (2005). A escola como *lócus* de formação e de aprendizagem: possibilidades e riscos da colaboração. (pp. 175-195). Em: Fiorentini, D. & Nacarato, A. M. (Orgs.*) Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática:* investigando e teorizando a partir de prática. São Paulo: Musa Editora.

PISA (2003). *Assessment framework – mathematics, reading and science and problem solving knowledge and skills"*. OECD. Disponível em: http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/46/14/33694881.pdf.

PISA (2009). *Assessment framework – key competencies in reading, mathematics and science"*. OECD. Disponível em: http://www.oecd.org/dataoecd/11/40/44455820.pdf.

Santos, V. M. *A* (2008*).Matemática escolar, o aluno e o professor: paradoxos aparentes e polarizações em discussão*. (pp. 25-38). *Cad. CEDES*, vol.28, nº.74, Campinas.

Silva, S. S. (2008). *Matemática na Infância: uma construção, diferentes olhares*. (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.

Sousa, M. (2004). *O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica*: um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental. Tese de Doutorado em Educação. Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas.

Vygotski, L.S. (1995). *Obras escogidas***.** *Tomo III*. Madrid: Aprendizaje/Visor.

Processo de formação de docentes com dimensões colaborativas: avanços e limites

Vera **Merlini**
Universidade Estadual de Santa Cruz
Brasil
vera.merlini@gmail.com
Aparecido dos **Santos**
Universidade Nove de Julho
Brasil
cido10@uol.com.br
Sandra **Magina**
Universidade Estadual de Santa Cruz
Brasil
sandramagina@gmail.com

Resumo

Esse estudo objetiva investigar avanços e limites de um processo formativo, com dimensões colaborativas, constituído por um grupo de 14 professoras do Ensino Fundamental, três do 2º ano, quatro do 3º, quatro do 4º, três do 5º ano e três pesquisadores/formadores, desenvolvido em uma escola pública de São Paulo e centrou-se em torno do Campo Conceitual Multiplicativo. A importância da reflexão na prática, mediada pela análise compartilhada das práticas em sala de aula pode ter contribuido para uma postura mais crítica e uma atitude mais reflexiva na ação, ocasionando um passo na direção dos conhecimentos didáticos. Contudo, é preciso admitir que ainda há alguns pontos a evoluir. De todo modo é possível entender que o encontro entre universidade e escola pode desencadear a construção de novos conhecimentos, que seriam a síntese dos conhecimentos sobrevindos da experiência (prática) e da investigação sistemática (teoria), sendo que um não é submisso ao outro.

Palavras chave: Professor. Processo formativo. Reflexão na prática. Campo Conceitual Multiplicativo. Ensino Fundamental.

Introdução

Na atualidade, é urgente repensar o papel da educação, da escola, e consequentemente da formação de professores em busca da efetivação de uma educação de qualidade, e que pondere o conhecimento do professor e do aluno como algo que pode ser revisto, analisado e modificado a todo o tempo.

Nessa perspectiva, a formação dos professores torna-se um desafio com implicações no futuro da educação e da própria sociedade brasileira. Essa formação precisa ser compreendida e

trabalhada numa perspectiva de constante reflexão sobre a natureza do ser professor e sobre a multiplicidade dos fatores que permeiam a pratica docente. Nesse sentido, cabe salientar a nossa filiação com as ideias defendidas por Freire (2000): "na formação permanente dos professores, o momento fundamental é o da reflexão crítica sobre a prática" (p. 43).

As ideias defendidas por Nóvoa (1992), também apontam para a necessidade de formação de um professor reflexivo, que repensa constantemente a sua prática, ressignificando sua formação inserida nos três processos de desenvolvimento: o pessoal, o profissional e o organizacional.

Pensar a formação continuada pautada no trabalho reflexivo sobre prática docente, nos termos propostos por Schön (2000), requer uma reconstrução permanente da identidade pessoal e profissional em interação mútua com a cultura escolar, com os sujeitos do processo e com os conhecimentos acumulados sobre a área educacional. Nessa direção, a escola como *lócus* de produção de conhecimentos passa a ser valorizada e os professores asseguram-se como sujeitos que constroem conhecimentos e saberes, refletindo sobre a prática e podendo assumir o papel de transformadores da realidade.

Sacristán & Pérez Gómez (1998), asseveram e justificam a razão de tomar a prática dos professores como ponto de partida na sua formação: é preciso "valorizar o profissional do ensino como sujeito que fundamenta sua prática numa opção clara de valores e em ideias que os auxiliem nos esclarecimentos de situações problemáticas, para além de reduzi-los como um técnico eficaz, responsável por cumprir planos e programas". Ressaltam que a prática não pode ser deduzida diretamente de conhecimentos científicos descontextualizados das ações realizadas em situações reais.

Esses aspectos têm sua importância reconhecida por Fiorentini et. al (1998, p. 322) ao escreverem que "o saber não é isolado, ele é partilhado e transforma-se, modifica-se a partir da troca de experiência e da reflexão coletiva com os outros." Além das parcerias, os momentos em grupo permitem a ressignificação de saberes e práticas.

Nesse contexto, o grupo se torna importante como espaço de questionamentos, apresentação de dúvidas, debates, reflexões e busca ou tentativas de construção de respostas, empreendendo maior segurança ao professor no desenvolvimento de suas práticas em sala de aula. Nessa direção, Nacarato (2000) comenta que quando ajudado pelo grupo, as reflexões do professor ganham sentido e se expandem, pois, "o saber experiencial e pedagógico possibilita a produção de saberes e o grupo possibilita a aquisição de uma multiplicidade de caminhos para o trabalho de sala de aula" (p. 285). Com relação à prática a autora entende que esta possui uma complexidade e se realiza entre o ideal e o possível.

Em que pesem todas as considerações feitas até aqui, temos consciência da complexidade que envolve a formação de professores na perspectiva da reflexão na e sobre a prática. Alguns cuidados devem ser tomados, pois, por um lado, corre-se o risco em colocar uma ênfase exagerada ao protagonismo do professor e reduzir a reflexão sobre a prática num "*praticismo"* que se esgota em si mesmo. Por outro lado, há um risco de supervalorizar a teoria, o que significaria admitir a supremacia da teoria sobre a prática.

À luz dessas reflexões, cabe-nos indagar: como esses pressupostos se articulam em um processo formativo com vistas a problematizar e contribuir com a formação matemática das professoras que atuam dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Sendo assim, o objetivo desse estudo é investigar os avanços e limites de um processo formativo, com dimensões colaborativas, desenvolvido com um grupo de professoras do 4º ano do Ensino Fundamental, quando a prática é tomada como objeto de análise e reflexão.

O processo de formação docente com dimensões colaborativas

Temos defendido a ideia de que um possível caminho para a formação de professores, com vistas a desencadear um processo reflexivo sobre a prática, passa por um trabalho com dimensões colaborativas (Nacarato, 2009). Adotar essa perspectiva, no âmbito da pesquisa educacional, interessada pela reflexão crítica do processo formativo (Pimenta, 2010), significa conceber que a reflexão sobre a prática envolve tanto um mergulho no conhecimento teórico quanto no mundo da experiência.

Entendido dessa forma, o processo investigativo sobre a prática, pautado pela colaboração, se configura como uma atividade de coprodução de saberes, de formação, reflexão sobre prática e desenvolvimento profissional. Cenário em que pesquisadores e professores agem interativamente, com o objetivo de compreender e transformar determinada realidade educativa. Nesse sentido, concordamos com Fiorentini (2006, p. 132), quando afirma: "[...] pesquisar colaborativamente exige o envolvimento de professores da escola e da universidade em projetos que enfrentam o desafio de mudar as práticas escolares e de contribuir para o desenvolvimento de seus participantes".

Ibiapina (2008, p. 21) argumenta que a investigação colaborativa reconcilia, no seu bojo, duas dimensões da pesquisa em educação: a construção de saberes e a formação continuada de professores. Em outras palavras, do ponto de vista da pesquisa educacional, a investigação colaborativa propicia ao pesquisador uma compreensão mais acurada e crítica a respeito do que pensam os professores e como eles refletem sobre a sua prática. Já do ponto de vista dos professores, significa que na medida em que eles se percebem como capazes de analisar, refletir e alterar suas práticas, eles se fortalecem como pessoas e como profissionais.

De todo modo, diversos pesquisadores Boavida & Ponte (2002); Fiorentini (2006); Ibiapina (2008), entre outros, têm concordado que um trabalho de colaboração existe, necessariamente, uma base comum entre os diversos participantes. Mas uma investigação colaborativa não se apoia apenas nesse aspecto. Ter um objetivo comum é condição necessária, mas não suficiente para sustentar o desenvolvimento de um trabalho colaborativo. Sobre esse aspecto concordamos com as reflexões de Boavida & Ponte (2002):

> Um trabalho colaborativo não depende só da existência de um objetivo geral comum. As formas de trabalho e de relacionamento entre os membros da equipe têm, igualmente, que ser propiciadoras do trabalho conjunto. Se os participantes não se entendem neste ponto, mesmo com objetivos comuns, o trabalho não poderá ir muito longe. Subjacente à ideia de colaboração está, também, certa mutualidade na relação: todos têm algo a dar e algo a receber do trabalho conjunto. Se a relação é muito desequilibrada, havendo uns que dão muito e recebem pouco e vice-versa, é problemático atribuir a essa atividade um carácter de colaboração. Mas, atenção, mutualidade e equilíbrio não significam igualdade absoluta. Significam, apenas, que todos os participantes têm um papel reconhecido no projeto e beneficiam, de modo inequívoco, com a sua realização. A igualdade como meta pode ser inviável – em especial nos projetos em que existem membros com diferentes papéis dados a sua formação específica – e procurar impô-la à força pode ser não só artificial como contraproducente (Boavida & Ponte, 2002, p. 6).

Contudo, há uma discussão recorrente entre os diversos pesquisadores sobre a colaboração em processos formativos, se é imprescindível ou não que existam objetivos comuns para que a colaboração seja bem sucedida. As posições não são consensuais, mas todos os tendem a concordar que um participante num projeto de formação colaborativa tem de assumir um mínimo de protagonismo, não se reduzindo, por exemplo, o seu papel ao de um mero fornecedor de dados a outros participantes.

O que não se pode perder de vista é a necessidade de engajamento dos professores no processo de reflexão sobre determinado aspecto da prática que os levará a explorar situações novas associadas à sua prática que, em última instância, a partir da reflexão, proporcionará a compreensão de teorias e a explicitação de hábitos não conscientes empregados nas suas práticas cotidianas.

Assim, o processo de formação de professores com o viés colaborativo além de congregar duas dimensões: a da pesquisa e da formação – se configura como uma boa estratégia para se pesquisar sobre a prática, que em última análise possibilitará a criação, no contexto escolar, de uma cultura de análise sistemática para se refletir sobre essa prática, a partir do encontro entre pesquisadores e professores.

Nessa perspectiva, o grupo se torna importante como espaço de questionamentos, apresentação de dúvidas, debates, reflexões e busca ou tentativas de construção de respostas, empreendendo maior segurança ao professor no desenvolvimento de suas práticas em sala de aula, principalmente quando se toma uma temática específica para análise e reflexão, que no caso desse estudo, trata-se de um campo especifico da matemática: o Campo conceitual das estruturas Multiplicativas.

O campo conceitual multiplicativo: reflexões didáticas sobre situações que requerem para a sua resolução a operação de divisão

A Teoria dos Campos Conceituais fornece elementos consistentes para a análise das dificuldades dos estudantes e se constitui numa ferramenta poderosa para o professor elaborar situações, pois se numa ponta está o estudante aprendiz, cujo desenvolvimento cognitivo está intimamente ligado à maturação e à experiência, com o maior número de situações possíveis; na outra ponta está o professor, o responsável pelo planejamento e elaboração de rotas didáticas que privilegiem o maior número possível de situações.

Nesse sentido, cabe ao professor organizar um conjunto de situações e realizar experimentações com elas, tanto dentro de objetivos de curto prazo, permitindo que os estudantes desenvolvam competências e concepções para uso imediato, quanto na perspectiva de longo prazo, oferecendo-lhes uma base para os conceitos que serão essenciais anos mais tarde. Vergnaud (1988) destaca pelo menos dois campos conceituais: o aditivo e o multiplicativo. É sobre o segundo que vamos que vamos deter a nossa reflexão.

Podemos nos referir ao Campo Conceitual Multiplicativo como sendo um conjunto de problemas ou situações, cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, os quais se encontram em estreita conexão uns com os outros. Assim, o Campo Conceitual Multiplicativo pode ser definido como um conjunto de situações, cujo domínio requer uma operação de divisão ou de multiplicação, ou ainda, a combinação entre elas.

O Campo Conceitual Multiplicativo é constituído da seguinte forma: (a) relação quaternária constituída por dois eixos: proporção simples e proporção múltipla; (b) relações ternárias constituídas por dois eixos: o da comparação multiplicativa e o do produto de medidas. Subdividimos cada eixo em duas partes perfazendo um total de oito classes com dois tipos de quantidades cada uma: as quantidades discretas e não discretas. Exceção feita apenas à combinatória, pois não encontramos nenhuma situação que contemplasse quantidades não discretas. Isso não significa que não existam situações com esse contexto.

Contudo, não temos a pretensão, nesse estudo, de esgotar e nem discutir todas as possibilidades de formulação de situações que envolvem esse campo, mas sim de discutir as situações que requerem a operação de divisão como estratégia mais adequada para a sua resolução.

Nesse sentido, Fischbein et al. (1985) sugerem dois modelos intuitivos de divisão. Um associado ao ato de repartir (situações que envolvem a ideia de partição) e outro relacionado com medida (situações que envolvem a ideia de divisão por quota). Organizamos, de forma de esquemática, os dois modelos propostos por Fischbein (1985).

Exemplo: *José tem 40* ***figurinhas*** *e quer distribui-las igualmente para seus 8* ***amigos****. Quantas figurinhas cada um dos seus amigos vai receber*?

Informação1 **(conhecida)**	Informação 2 **(conhecida)**	Resultado (**partição desconhecida**)
Variável 1 (V1) **Quantidade: 40 figurinhas**	Variável 2 (V2) **Quantidade: 8 amigos**	Relação entre V1 e V2 **Desconhecida (?)**

Figura 1. Esquema para divisão por partição.

Exemplo: *José quer distribuir 40 figurinhas para seus amigos. Ele dará 5 figurinhas para cada um deles. Quantos amigos de João ganharão figurinhas*?

Informação1 **(conhecida)**	Informação 2 **(desconhecida)**	Resultado **(quota conhecida)**
Variável 1 (V1) **Quantidade: 40 figurinhas**	Variável 2 (V2) **Quantidade: amigos (?)**	Relação entre V1 e V2 **Conhecida: 5**

Figura 2. Esquema para divisão por quota.

O primeiro modelo está relacionado ao ato de dividir quantidades de naturezas diferentes (ex. figurinhas por crianças) e o segundo modelo está associado ao ato de dividir o total de figurinhas (40 figurinhas) pela cota (oito figurinhas por amigo) o que resulta em cinco amigos.

De todo modo, na perspectiva do campo conceitual multiplicativo, existe uma gama considerável de situações que precisa ser trabalhada pelo professor e dominada pelo estudante, e que requer um maior investimento cognitivo com vistas à expansão desse campo conceitual. É na interação com um conjunto de situações que o estudante poderá mobilizar distintos raciocínios (esquemas de ação), com as situações que requerem a operação de divisão para a sua resolução, isso não é diferente.

Metodologia do estudo

Este artigo é parte de um processo formativo com dimensões colaborativas (Fiorentini, 2008), que se constituiu em um grupo composto por 14 professoras dos anos iniciais, sendo três lecionavam no 2º ano (G1), quatro no 3º ano (G2), quatro no 4º ano (G3) e três no 5º ano (G4),

como também por três pesquisadores/formadores. Esse processo formativo se deu em uma escola pública do Ensino Fundamental de São Paulo e o objetivo desse processo formativo centrou-se em torno das categorias de base do Campo Conceitual Multiplicativo (Vergnaud, 1994, 2009): eixo 1 proporção simples; eixo 3 comparação multiplicativa; eixo 4 produto de medidas subdivido em 4a configuração retangular e 4b combinatória.

Após terem respondido um questionário relacionado ao perfil, foi solicitado que as professoras elaborassem seis situações do Campo Conceitual Multiplicativo sem o auxílio de qualquer material. Apesar de termos acesso aos resultados globais das avaliações oficiais (SARESP, SAEB), precisaríamos partir de dados mais próximos da realidade daquela escola. Dessa forma, aplicamos um instrumento diagnóstico em todos os estudantes daquela escola, do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Contudo antes de aplicarmos, pedimos que as professoras fizessem um prognóstico de seus estudantes em relação a cada uma das questões do diagnóstico, indicando a porcentagem de acerto e sua justificativa. Uma vez feita a aplicação do questionário, fizemos a correção e tabulamos os dados para apresentarmos o desempenho dos estudantes, separados por ano escolar e eixo, para as professoras em cada eixo estudado na formação.

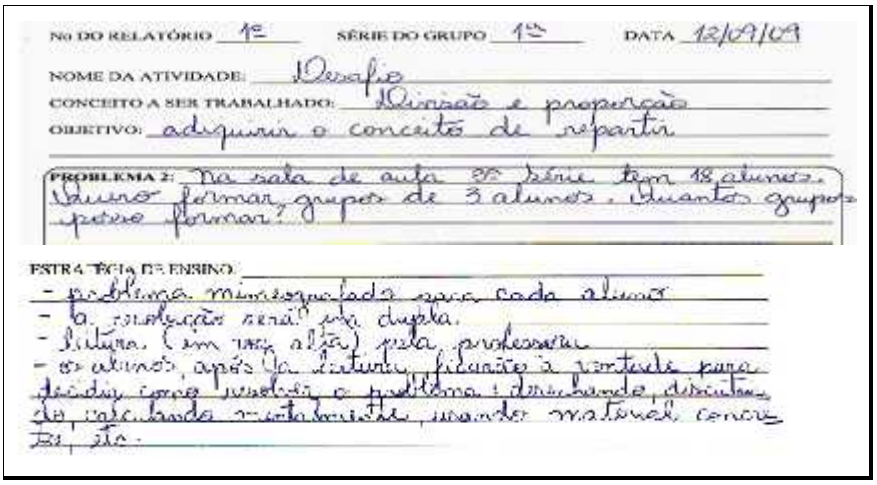
A estratégia de formação de cada eixo foi composta por três etapas: ação teórica, reflexão e ação prática. Na ação teórica havia discussão do eixo pertencente ao Campo Conceitual Multiplicativo e, em seguida, cada subgrupo planejava duas atividades a serem aplicadas com seus respectivos estudantes.

A ação prática consistiu na discussão das situações recém planejadas, na definição de estratégias de aplicação e na elaboração de um relatório. Para tanto, foi elaborado um painel com todas as situações criadas, e cada subgrupo lia em voz alta as situações criadas para o grupo maior. Na sequência abria uma discussão nos quesitos de pertinência das situações em relação ao eixo discutido; de sua pertinência; do seu grau de complexidade; da adequação da linguagem utilizadas e das estratégias para aplicação das atividades. Para o fechamento dessa ação, as professoras elaboravam um relatório *a priori* a respeito de suas expectativas no que se refere ao desempenho de seus estudantes e as estratégias de ensino que adotariam.

A última etapa, a reflexiva, acontecia no início do encontro seguinte, momento em que cada subgrupo apresentava, oralmente, aos outros a análise dos resultados das aplicações das atividades planejadas e discutidas na etapa anterior.

Apresentação e análise do resultado

Para efeito desse artigo apresentamos três protocolos elaborados pelos G1, G3 e G4, respectivamente, na ação prática os quais faremos uma análise comparativa Trata-se de situações elaboradas pelos grupos logo após a discussão teórica do eixo 1 (proporção simples), cuja operação mais adequada para sua resolução é a divisão. Traremos primeiramente a estratégia de ensino sinalizada pelo G1 no extrato do planejamento da prática para que possamos fazer algumas observações comparativas.


Nº DO RELATÓRIO 1º SÉRIE DO GRUPO 1ª DATA 12/09/09

NOME DA ATIVIDADE: Desafio

CONCEITO A SER TRABALHADO: Divisão e proporção

OBJETIVO: adquirir o conceito de repartir

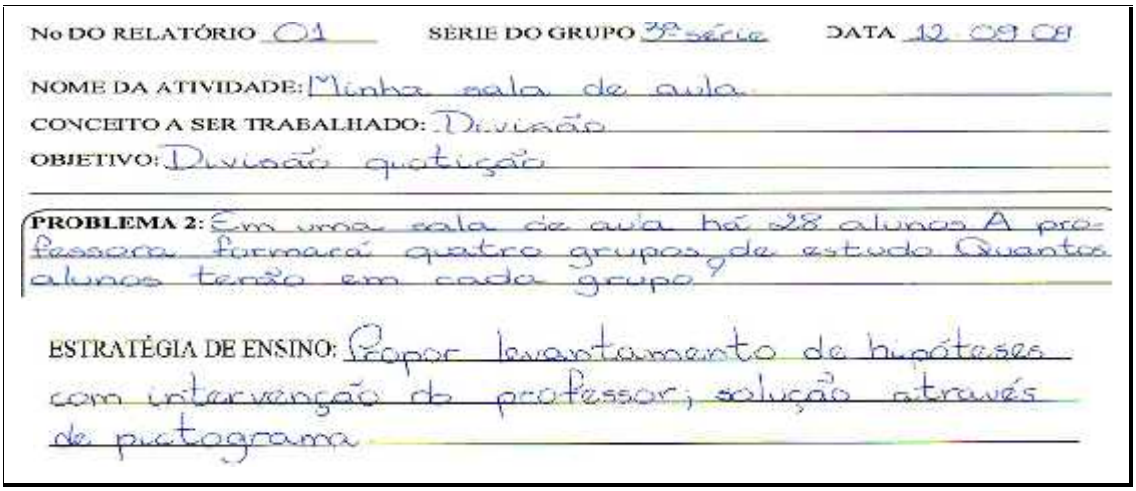
PROBLEMA 2: Na sala de aula 3ª série tem 18 alunos. Devem formar grupos de 3 alunos. Quantos grupos podem formar?

ESTRATÉGIA DE ENSINO:
- problema mimeografado para cada aluno
- a resolução será em dupla.
- leitura (em voz alta) pela professora
- os alunos, após a leitura, ficarão à vontade para decidir como resolver o problema: dramatizando, discutindo, calculando mentalmente, usando material concreto, etc.

Figura 3. Extrato do planejamento da prática – eixo 1: 2ª situação elaborada pelo G1.

Destacamos que, diferentemente, do que ocorreu em seus prognósticos, nos quais o G1 mencionava que os seus estudantes não seriam capazes de resolver situações do Campo Conceitual Multiplicativo, pelo fato de não terem aprendido formalmente tais situações, agora ousava ao elaborar uma situação de divisão quotitiva. Essa atitude evidencia que o G1, talvez impulsionado pelas discussões teóricas já iniciadas, passou a acreditar ser possível trabalhar esse tipo de situação com seus estudantes. Além disso, uma de suas estratégias de ensino nos permite constatar certa preocupação em garantir o entendimento da situação pelos seus estudantes, fazendo a "leitura em voz alta".

Apresentamos a seguir um extrato da situação elaborada pelo G3 nesse mesmo eixo.


Nº DO RELATÓRIO 01 SÉRIE DO GRUPO 3ª série DATA 12 09 09

NOME DA ATIVIDADE: Minha sala de aula

CONCEITO A SER TRABALHADO: Divisão

OBJETIVO: Divisão quotição

PROBLEMA 2: Em uma sala de aula há 28 alunos A professora formará quatro grupos de estudo Quantos alunos terão em cada grupo

ESTRATÉGIA DE ENSINO: Propor levantamento de hipóteses com intervenção do professor; solução através de pictograma

Figura 4. Extrato do planejamento da prática – eixo 1: 2ª situação elaborada pelo G3.

Ao compararmos os planejamentos da prática do G1 e G3, é possível notar que ambos consideram a possibilidade que seus estudantes utilizem outros esquemas de ação (Vergnaud, 1988), além do algoritmo. Podemos pensar nessa possibilidade de mudança, pois as justificativas dadas pelas professoras nos seus prognósticos foram que os estudantes não acertariam, por dois fatores: *eu ainda não ensinei* (G1) e *erro na tabuada* (G3). Estas justificativas dos prognósticos denotam que as professoras não admitiam outras estratégias de resolução além do algoritmo. Esta mudança de comportamento parece ser um dos efeitos positivos do processo formativo.

Quando os grupos se referem que a atividade *será em dupla,* e/ou propõe *levantamento de hipóteses com intervenção do professor,* parece quererem reproduzir o mesmo ambiente vivenciado no processo formativo (trabalho coletivo). Essa observação pode ser constatada na justificativa dada por uma das professoras, no momento da apresentação da atividade para as demais professoras do grupo. Após a leitura e explicitação do objetivo da atividade para o grupo, a professora 1P1, representando o G1 comenta:

1P1 – A ATIVIDADE SERÁ PROPOSTA EM DUPLA. ACREDITAMOS QUE OS ALUNOS PODERÃO COMPARAR AS SUAS ESTRATÉGIAS, DEBATER E CHEGAR À CONCLUSÃO QUE PODE TER DIFERENTES MANEIRAS PARA RESOLVER A SITUAÇÃO. NÃO É ASSIM QUE ESTAMOS APRENDENDO?

A professora representando o G3, corrobora a fala da professora 1P1:

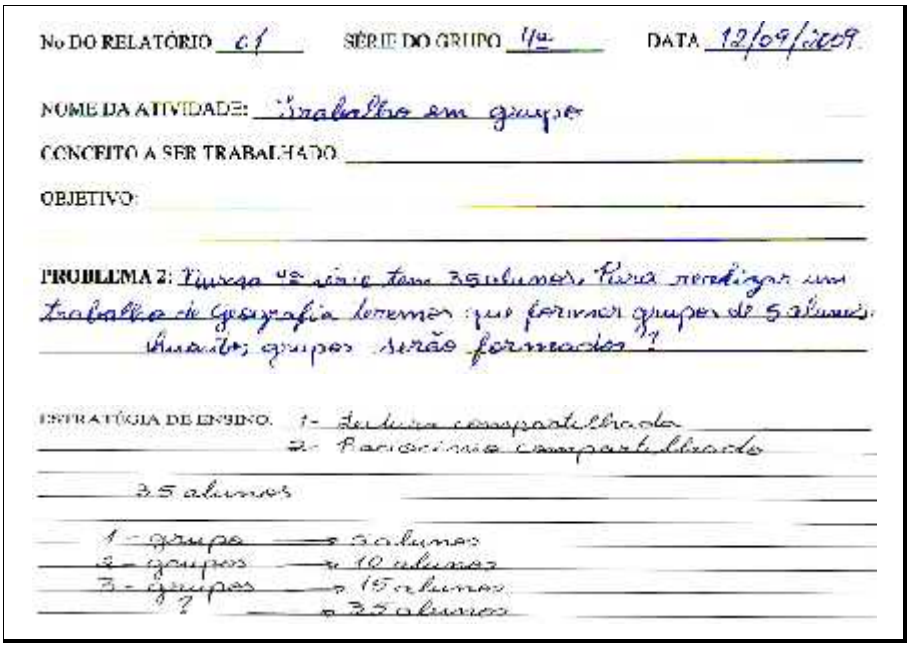
3P1 – DEPOIS DA LEITURA DO PROBLEMA VAMOS PROVOCAR ALGUMAS DISCUSSÕES COM OS ALUNOS, PARA QUE ELES POSSAM LEVANTAR HIPÓTESES DE RESOLUÇÃO. DEIXAR QUE CADA ALUNO COMENTE SEU PENSAMENTO PARA O RESTANTE DA CLASSE DE COMO ELE PRETENDE RESOLVER O PROBLEMA.

Ao compararmos as falas das duas professoras, notamos que denotam a mesma concepção de que a aprendizagem pode ser construída de forma compartilhada. É razoável inferir ainda que elas, possivelmente, estariam vivenciando o processo de simetria invertida. Isso significa que a atitude da professora reflete um processo de espelhamento ou de vários espelhamentos, processo pelo qual a partir da experiência do papel de estudante, vivenciada no processo formativo, apreende e ressignifica o papel de professor (PCN, 1997).

Podemos ainda observar a coerência existente entre a situação proposta e as possíveis estratégias de resolução que poderiam ser empregadas pelos estudantes. De fato, as quantidades apresentadas nas situações propostas (números relativamente *pequenos*) permitiriam aos estudantes empregar outros esquemas de ação, para além do algoritmo da divisão. Outra característica que pudemos notar nas situações propostas, foi a ausência de palavras, verbos (dividir, repartir e distribuir) que pudessem indicar a operação matemática a ser realizada (Magina et al. 2010), observadas com muita frequência nas situações elaboradas pelas professoras antes da formação.

Entretanto, queremos destacar dois aspectos a respeito da situação proposta pelo G3 que consideramos importantes. O primeiro deles é que, ao propor essa situação, o G3 explicitou de maneira equivocada que se tratava do modelo de divisão quotitiva quando, na verdade, o modelo proposto é de divisão partitiva (Fischbein et al., 1985). Quanto ao segundo aspecto, esse é relativo à semântica do enunciado: *Em uma sala de aula há 28 alunos. A professora formará quatro grupos de estudo. Quantos alunos terão em cada grupo?* A nosso ver o G3 estava admitindo, de forma implícita, que cada grupo teria, necessariamente, a mesma quantidade de alunos. Em outras palavras, entendemos que, nesta situação, a formação dos *quatro grupos de estudos* poderia conter ou não a mesma quantidade de alunos, pois o enunciado não especifica que os grupos deveriam ser iguais. Estamos considerando que esses dois aspectos apontados foram alguns dos limites do processo formativo, que deveria ter sido mais discutido.

Na sequência, apresentamos a atividade elaborada pelo G4.


Nº DO RELATÓRIO 01 SÉRIE DO GRUPO 4ª DATA 12/09/2009

NOME DA ATIVIDADE: Trabalho em grupo

CONCEITO A SER TRABALHADO:

OBJETIVO:

PROBLEMA 2: Turma 4ª série tem 35 alunos. Para realizar um trabalho de Geografia teremos que formar grupos de 5 alunos. Quantos grupos serão formados?

ESTRATÉGIA DE ENSINO: 1- Leitura compartilhada
2- Raciocínio compartilhado

35 alunos

1 - grupo → 5 alunos
2 - grupos → 10 alunos
3 - grupos → 15 alunos
7 → 35 alunos

Figura 5. Extrato do planejamento da prática – eixo 1: 2ª situação elaborada pelo G4.

Observe que a situação elaborada pelo G4 apresenta o mesmo contexto e mesma estrutura matemática, a divisão por quota, daquela elaborada pelo G1. Assim como no G1 e G3, é possível notar, na explicitação das estratégias de ensino, a preocupação em garantir aos estudantes o entendimento da situação, por meio da *leitura compartilhada*, assim como o *raciocínio compartilhado*. Entretanto, o G4 deu um salto qualitativo no que diz respeito à estratégia de ensino, ao propor a relação entre *grupos* e *alunos*, envolvendo, dessa forma, o raciocínio multiplicativo no qual está em jogo uma relação fixa (invariante) entre essas duas quantidades (cada grupo terá cinco alunos).

É importante destacar que essa preocupação referente à leitura da situação proposta, como uma estratégia de ensino foi recorrente no planejamento da prática em todos os grupos, variando apenas o momento em que ocorreu. Talvez agora possamos compreender melhor as justificativas apresentadas pelas professoras em seus prognósticos, no qual concernem as possíveis dificuldades dos estudantes relacionadas à leitura e à interpretação.

A comparação das situações propostas pelos três grupos (G1, G3 e G4) salienta, sobremaneira, as similaridades entre as situações propostas por G1 e G4, em que não há diferença na estrutura e no contexto. Estas três situações nos permitem considerar dois aspectos relacionados à ressignificação de saberes, os quais se farão presentes aos poucos nos demais grupos.

Como primeiro aspecto, destacamos a ressignificação do currículo, pois ao propor uma situação de divisão, admitindo que os seus estudantes fossem capazes de resolvê-la, utilizando diferentes esquemas de ação, as professoras do G1 e do G3 romperam com a ideia do desenvolvimento do currículo de forma linear (Pires, 1999). Por um lado é possível supor que o G1 rompeu com a ideia de que a divisão só poderá ser apreendida com êxito pelos estudantes se eles já dominarem as outras operações matemáticas. Nesse sentido, Nunes e Bryant (1997)

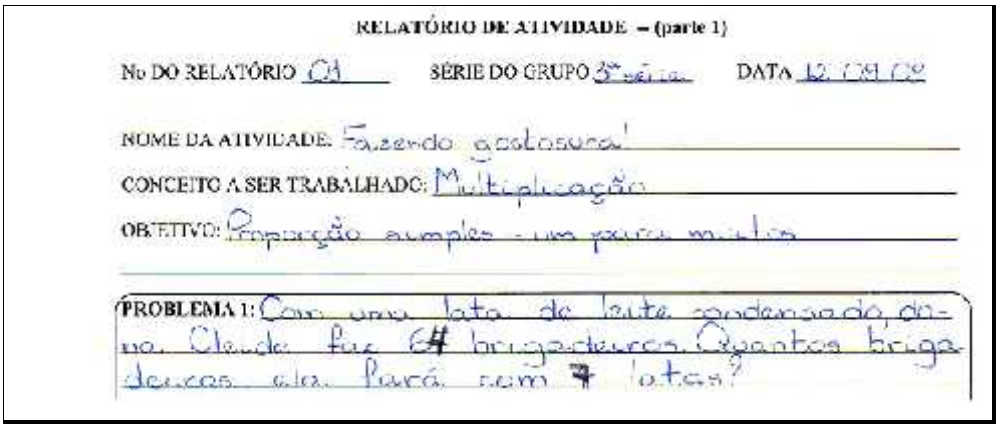
apresentam uma ampla discussão[1]. Por outro lado, o G3 admite que os estudantes utilizem outros esquemas de ação, permitindo *solução através de pictograma*, além do algoritmo já ensinado formalmente.

Como segundo aspecto, o que nos chamou a atenção foi a proposição das estratégias de ensino explicitadas pelo G4. Conforme já denominamos, anteriormente, de "salto qualitativo" esse se justifica porque a estratégia de ensino proposta revela nuances da teoria que, possivelmente, estavam sendo apropriados pelo grupo.

Ao sugerirem e exporem como estratégia de ensino a análise horizontal entre as quantidades envolvidas na situação, elas poderiam não só explorar a conexão existente entre o raciocínio multiplicativo e o conceito de proporção, como também poderiam potencializar o início da construção da estrutura do pensamento funcional ($f(x) = 5x$) (Vergnaud, 2009 e Magina et al. 2010). Tais conceitos matemáticos são importantes para a construção de estruturas superiores de pensamento nas séries mais avançadas do processo de escolarização.

É oportuno destacar ainda, com base na observação dos protocolos desses grupos, que alguns aspectos tão presentes na concepção das professoras, identificados na primeira fase da pesquisa começam a ser repensados. Esses aspectos seriam: o Campo Conceitual Multiplicativo só é possível de ser trabalhado a partir das 3as e 4as séries do Ensino Fundamental; os esquemas de ação mais apropriados para trabalhar tais situações se apoiam nas relações ternárias (Vergnaud, 2009) e centrado nessas ideias procedia-se a algoritmização precoce das operações (Magina et al. 2010). Há indícios de que tais concepções começaram a ser ressignificadas e pouco a pouco foram cedendo lugar para outras em que é possível trabalhar situações do Campo Conceitual Multiplicativo em todas as séries, desde que se levem em consideração as capacidades cognitivas dos estudantes e ainda a possibilidade de se explorar diferentes esquemas ação na resolução de tais situações.

Ainda com relação ao planejamento do G3 referente ao eixo 1, destacamos a seguir a outra situação elaborada pelo grupo:


RELATÓRIO DE ATIVIDADE – (parte 1)

Nº DO RELATÓRIO 03 SÉRIE DO GRUPO 3ª série DATA 12.09.09

NOME DA ATIVIDADE: Fazendo pastosuca!

CONCEITO A SER TRABALHADO: Multiplicação

OBJETIVO: Proporção simples - um para muitos

PROBLEMA 1: Com uma lata de leite condensado, dona Cleude fez 64 brigadeiros. Quantos brigadeiros ela fará com 7 latas?

Figura 6. Extrato do planejamento da prática – eixo 1: 1ª situação elaborada pelo G3.

Conforme já descrevemos, na ação prática, que ocorria na sequência da ação teórica, o G3, assim como os outros, elaborava duas situações pertinentes ao eixo discutido. Na ocasião da

[1] A esse respeito o leitor encontrará uma ampla discussão em Nunes e Bryant "Crianças Fazendo Matemática", obra publicada em 1997.

discussão do eixo 1 (proporção simples) não foi diferente. Conforme o combinado os quatro grupos expuseram as duas situações em um grande painel para serem lidas, debatidas e, caso necessitasse, modificadas pelos demais. Ao lerem a situação 1 do G3, as demais professoras argumentaram que se deixassem aquelas quantidades (67 brigadeiros e 4 latas), possivelmente, os estudantes resolveriam utilizando o esquema de ação da adição das quatro parcelas (67 + 67 + 67 + 67). Desse modo, algumas professoras sugeriram que o G3 alterasse para *64 brigadeiros* e *7 latas*, uma vez que o intuito era trabalhar com o Campo Conceitual Multiplicativo. Prontamente o G3 acatou a sugestão e alterou as quantidades, conforme podemos observar nas rasuras do relatório (figura 5). No nosso entendimento, essa atitude do G3 aponta para a importância que as professoras atribuíram às práticas compartilhadas durante o processo formativo.

Considerações finais

Identificamos na ação prática avanços e limites nos grupos e iniciaremos pelos avanços. Destacamos uma ideia recorrente entre os grupos relacionada ao ensino e aprendizagem do Campo Conceitual Multiplicativo, que poderia ser traduzido como: *o estudante não saberá resolver a situação proposta porque ela ainda não foi ensinada*, ou ainda, *ele terá êxito em resolvê-la porque já fora ensinada formalmente*. No decorrer das reflexões teóricas, nas falas, foi possível perceber mudanças de atitude em relação às dificuldades e ao desempenho dos estudantes. Essas mudanças apontavam para um avanço na direção da tomada de consciência em relação às capacidades cognitivas de seus estudantes.

Ressaltamos também a importância da reflexão na prática, mediada pela análise compartilhada das práticas em sala de aula que pode ter contribuído para uma postura mais crítica e uma atitude mais reflexiva na ação, ocasionando um passo na direção dos conhecimentos didáticos. Notamos que o G3 ao refletir sobre a ação, percebe a relação intrínseca entre o ponto de vista didático e o conceitual que, em outras palavras, o conhecimento didático pode proporcionar avanços do ponto de vista conceitual. Percebemos esse fato ao observamos situações que não fazem apelos para a congruência entre determinadas palavras e a operação matemática a ser realizada.

Contudo, precisamos admitir que ainda há alguns pontos a evoluir. Destacamos dois pontos sendo que o primeiro dele está relacionado a elaboração de uma situação que o G3 denomina como *Divisão Quotitiva*. De fato trata-se de uma situação de divisão, porém de divisão partitiva. O segundo ponto é com relação à semântica do enunciado do mesmo problema proposto. Esses dois pontos foram discutidos com o grupo de professoras, porém percebemos que, até aquele momento, ainda não tinha sido apreendido.

Mesmo assim, é possível supor que, a dicotomia entre a teoria e a prática tenha dado espaço para o encontro entre as duas, o que pode ter gerado uma síntese reflexiva, que caracterizamos como aprendizagem docente. Nesse contexto, acreditamos que é possível entender que o encontro entre a universidade e a escola, entre os saberes teóricos e os saberes práticos, entre os pesquisadores da universidade e os professores da escola possa desencadear a construção de novos conhecimentos. A nosso ver, isso significa que os novos conhecimentos seriam a síntese do conhecimento sobrevindo da experiência (prática) e do conhecimento sobrevindo da investigação sistemática (teoria), sendo que um não é submisso ao outro. Dessa forma, o trabalho teórico-prático-reflexivo com as categorias de base do Campo Conceitual Multiplicativo transcendeu e suscitou outras reflexões mais relacionadas com as estratégias didáticas empregadas para ensino e aprendizagem.

Referências

Brasil. (1997) *Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (Matemática)*. Brasília.

Boavida, Ana Maria & Ponte, João Pedro da (2002). Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In GTI (Org.)*Refletir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM p.43-55.

Freire. Paulo (2000). *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 16 ed. São Paulo: Paz e Terra.

Fiorentini, Dario, Souza Junior, Arlindo J.; Melo, Gilberto F. A. (1998) Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. In: Geraldi, C.M.G., Fiorentini, D., Pereira, E. M. A. (org.). *Cartografias do trabalho docente: professor(a)-pesquisador(a)*. Campinas: Mercado de Letras e Associação de Leitura do Brasil – ALB. p. 307-335.

Fiorentini, Dario e Lorenzato, Sérgio. (2006). Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, Autores Associados,

Fiorentini, Dario. (2008). A Pesquisa e as Práticas de Formação de Professores de Matemática em face às Políticas Públicas no Brasil. Rio Claro: Bolema. Ano 21, nº 29, p.43-70.

Fischbein, Efraim et.al. The role implicit models in solving problems in multiplication and division. *JRME* 16 (1), 1985. p. 3-17

Ibiapina, Ivana Maria Lopes de Melo (2008). *Pesquisa colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimentos*. Brasília, Líber Livro Editora.

Magina, Sandra; Santos, Aparecido dos; Merlini, Vera. (2010) Quando e como devemos introduzir a divisão nas séries iniciais do ensino fundamental? Contribuição para o debate. *Em teia – Revista de Educação Matemática e Tecnologia Iberoamericana*, v. 1, nº 1.

Nacarato, Adair Mendes. (2000) *Educação continuada sob a perspectiva da pesquisa-ação: currículo em ação de um grupo de professoras ao aprender ensinando geometria*. Tese (doutorado em Educação Matemática). UNICAMP.

Nacarato, Adair Mendes; Grando, Regina. (2009). Análise compartilhada de aulas: processo formativo na, da e sobre a docência. In: *Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. Brasília, Distrito Federal.

Nóvoa, Antonio (org.) (1992). *Profissão professor*. Porto: Porto Editora.

Nunes, Terezinha; Bryant, Peter. (1997).*Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre. Artmed Editora.

Pimenta, Selma Garrido e Ghedin, Evandro. *Professor reflexivo no Brasil. Gênese e crítica de um conceito*. 6ª ed. São Paulo: Cortez, 2010. p. 17-52.

Pires, Célia Maria Carolino. (1999) *Transformações no ensino da Matemática*. São Paulo: PROEM, v.1.

Sacristán, Gimeno; Pérez, Gómez, A. (1998) *Compreender e transformar o ensino*. 4. ed. Porto Alegre : Artmed, p. 353-379.

Schön, Donald. (2000) *Educando o Profissional Reflexivo: um novo design para o ensino e aprendizagem*. Trad. Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artes Médicas Sul.

Vergnaud, Gérard. (1988) Multiplicative Structures. In Hiebert, H. And Behr, M. (Ed.). *Research Agenda in Mathematics Education, Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Hillsdale, N.J: Lawrence Erlbaum.

Vergnaud, Gerard (1994). Multiplicative conceptual field: what and why? In: Guershon, H. e Confrey, J. (Eds.). *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. Albany, N.Y.: State University of New York Press.. p. 41-59.

Vergnaud, Gérard (2009). *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar*. trad. Maria Lucia Moro. Curitiba: UFPR press.

Profesionalización de la formación docente en Matemáticas

Adriana Laura **Díaz**
Universidad Tecnológica Nacional – Regional Avellaneda.
Argentina
diazadrianal@yahoo.com.ar

Resumen

La presente investigación busca avanzar en la identificación de las condiciones/restricciones de apropiación de nociones didácticas vinculadas a la enseñanza de la matemática en docentes que cursan una formación de grado, la Licenciatura en enseñanza de la Matemática en la UTN - Facultad Regional Avellaneda. Para ello, se ha tomado como objeto de estudio la producción en términos de "problemas de enseñanza" que los docentes/alumnos construyen para avanzar en su Plan de tesina, como instancia final de la carrera de grado. En el curso del trabajo -que se encuentra en su etapa inicial- se han realizado una serie de opciones teóricas, enfrentado algunas dificultades de implementación y elaborado primeras reflexiones, con el aporte de resultados de investigaciones en Didáctica de la formación docente. Estas opciones, dificultades y reflexiones son objeto de la presente comunicación.

Palabras clave: educación, profesionalización docente, enseñanza de la matemática.

Sobre las opciones teóricas

Formación docente, etapas

Tradicionalmente se ha considerado que la formación docente continua está constituida por las ofertas pedagógicas que se dirigen a docentes que ya han recibido su titulación como tales, es decir, a aquellos que ya transitaron la formación inicial. En la actualidad y ante los requerimientos de aprendizaje permanente, se puede concebir integralmente toda la oferta de formación del profesorado, cuyo inicio es, según algunos autores[1], aún antes al comienzo de la formación propiamente dicha.

Concebimos la formación continua como un proceso de formación profesional, y en tanto tal, se extiende a lo largo de toda la vida y se inicia en el momento en que cada sujeto se plantea elegir la profesión docente.

Desde esta perspectiva, la formación se puede dividir en distintos segmentos o etapas:

- La sensibilización inicial, donde se realiza el proceso de difusión de las propuestas institucionales, las cuales se complementan con la motivación personal, que lleva a un sujeto a elegir ser docente.
- La formación inicial, que tiene lugar en las Instituciones Formadoras, que en el caso de los docentes involucrados, se trata de Institutos de Formación docente de carácter terciario, no universitario.

[1] Tedesco, J.C. Fortalecimiento del rol de los docentes: balance de la 45ª. Sesión de la Conferencia Internacional de Educación, en Revista Latinoamericana de Innovaciones Educativas. Nro 29. 1998. Argentina.

- La socialización profesional inicial, que se desarrolla durante los primeros años, donde el egresado se inserta en distintas instituciones educativas prestando servicios.
- La actualización disciplinar y didáctica que requieren los docentes ya experimentados y en ejercicio, en función de los problemas que su profesión les plantea.
- La formación para el desempeño de nuevos roles dentro del Sistema Educativo, como es el caso de la Licenciatura en enseñanza de la matemática de la UTN - FRA.

Los sujetos que atraviesan cada una de estas diferentes etapas de formación, presentan necesidades e intereses particulares; la atención de las mismas requiere una intervención institucional y pedagógica a la medida de cada etapa. Sin embargo, se puede considerar que enfrentados a sus prácticas existen algunos problemas o preguntas que permiten organizar espacios de formación en común, más allá de las biografías escolares e institucionales de los participantes.

Se destaca que la presente investigación compromete a docentes en ejercicio, que se encuentran atravesando la última etapa de las recién mencionadas. Este colectivo ya ha atravesado las otras etapas de formación, tomando contacto de nociones didácticas en todas ellas; incluso en la licenciatura donde tienen dos espacios curriculares específicos: Didáctica I y Didáctica II y prácticas de enseñanza.

Prácticas docentes, dimensiones

Es pertinente precisar acerca de los *quehaceres* que conforman el amplio título de las prácticas docentes, a partir de diferenciar distintas dimensiones:

1) Práctica laboral sometida a controles pautados normativamente.
2) Práctica social hacia niños/as y jóvenes, sancionada socialmente pero escasamente controlada.
3) Práctica de enseñanza o académica sometida a sanciones sociales en términos de prestigio-desprestigio, y parcialmente controlada en su etapa de planificación.
4) Práctica institucional y comunitaria, profundamente enmarcada por la cultura propia de la escuela y de la comunidad.

La docencia como trabajo: en tanto práctica laboral, está sujeta a un contrato que establece deberes y derechos, condiciones materiales para el desempeño (remuneración, horario, lugar, etc.). Dentro de esta dimensión, es conveniente diferenciar la normativa que regula el contrato laboral con el estado-empleador, de otras normativas a través de las cuales el estado-educador crea la estructura organizativa e institucional, y define la estructura de roles y funciones en las escuelas.

La docencia como práctica socializadora: desde esta dimensión, las prácticas se orientan hacia la socialización secundaria de niños y adolescentes, a quienes contienen y acompañan en su proceso de aprendizaje. Se trata de una acción de socialización a través del conocimiento.

Esta dimensión pone en juego el contrato social entre escuela y comunidad, docentes y familias. Recibe sanciones sociales de aprobación o desaprobación; pero, desde el punto de vista normativo, se puede afirmar que casi no se controla.

La docencia como práctica enseñante: hace referencia a la tarea sustantiva, es decir, la tarea específica a partir de la cual se delinea la identidad de un docente.

Esta dimensión de las prácticas pone en juego, básicamente, dos tipos de conocimientos, que se vinculan en un todo dialéctico*:*

- Conocimiento académico acerca de la disciplina a enseñar, en nuestro caso, matemáticas;
- Conocimiento didáctico para el análisis y la toma de decisiones acerca de la enseñanza.

Estas prácticas requieren del docente que conozca las estructuras conceptuales del campo organizado, del saber matemático que enseña y las formas de producción y construcción del mismo. A su vez, necesita conocer acerca del sujeto del aprendizaje, es decir, acerca de los procesos cognitivos, afectivos y sociales que hacen posible aprender.

La elaboración conceptual, su toma de posición epistemológica y política acerca del dominio disciplinar-didáctico, permiten dar cuenta de las decisiones tomadas, es decir, poder fundamentar acerca de qué y cómo enseñar.

Es esta la dimensión prioritaria para la presente investigación.

La docencia como práctica institucional y comunitaria está modelada por mandatos culturales (algunos explícitos y otros implícitos), en parte contenidos en la denominada cultura institucional y, por las características de la comunidad en la que se inserta cada escuela. Es una dimensión de la práctica que tradicionalmente se adquiere a partir de la propia experiencia, y para la cual se ha brindado escasa formación sistemática. Requiere de conocimientos que faciliten la comprensión de los fenómenos institucionales, organizacionales y socio-comunitarios, y de saberes acerca de la gestión institucional como área de desempeño.

Diferenciar estas dimensiones de la práctica docente resulta importante tanto en la gestión institucional al organizar la oferta de formación, cuanto en la gestión curricular y didáctica de atención a cada una de las etapas de dicha formación.

Se considera que tanto el encuadre como el contrato didáctico en toda oferta de formación, debe tener en cuenta simultáneamente las relaciones entre estas dimensiones en la formulación de expectativas y/o necesidades; se deben explicitar qué aspectos serán incluidos o excluidos.

Sin lugar a dudas, la dimensión sustantiva a considerar es la de enseñante por ser la que da identidad a la profesión docente; no obstante, es importante destacar que esta priorización no puede desconocer el interjuego con las otras dimensiones, ya que ellas generan condiciones/restricciones al actuar y avanzar en la apropiación de las nociones didácticas que permiten la reflexión sobre las prácticas y la toma de decisiones en el aula.

Profesionalización, dispositivos.

Diferentes etapas en la formación y dimensiones de las prácticas, ubica en la necesidad de focalizar algunos criterios respecto de la formación continua o permanente de los docentes, así como su profesionalización.

En esta etapa se espera construir criterios para avanzar sobre la reflexión de las prácticas de enseñanza y la toma de decisiones en el ámbito de la clase. ¿Cómo se hace? ¿Se debe ir "de mostrando"? ¿Cómo se avanza en un proceso en el cual la propuesta es que los docentes construyan conocimiento sobre su propio hacer? ¿En cuales situaciones estas actividades cobran sentido?

Para empezar, se acordó con la posibilidad de transmitir resultados de diferentes investigaciones, en nuestro caso, en didáctica de la matemática, o de compartir aquellos trabajos

que surgen de las actualizaciones curriculares de las jurisdicciones, a modo de primeros insumos para esos espacios de formación. La enunciación de problemas, así como la explicación de fenómenos didácticos puestos en textos por teóricos reconocidos, habilitó las primeras producciones en términos de "problemas de la enseñanza", donde las nociones didácticas permitían avanzar con su delimitación.

Sin poner títulos, pero intentando avanzar en la idea de "transmisión", se hace mención de otro didacta francés que dedicó su tesis doctoral al análisis de las prácticas de formación profesional y a su evolución. Kuzniak (1993) distingue cuatro tipos principales de dispositivos:

- las estrategias culturales, que ponen la mirada sobre el contenido disciplinar y dejan lo pedagógico librado al trabajo del profesor;
- las estrategias basadas en la "mostración", que constituyen el modelo más viejo de formación profesional;
- las estrategias basadas en la homología, que trabajan sobre la analogía entre la formación del adulto y la del niño;
- las estrategias basadas en la transposición, que se paran en un saber teórico que organiza y estructura la práctica, centradas en la transposición de este saber.

Estos dispositivos, en forma pura o mixta, conforman a su vez, modos de intervención, donde el recorte o reformulación de los problemas son punto de partida de los espacios de formación.

Se destaca que no es interés de esta investigación, el análisis de los dispositivos. Si bien consideramos necesario conocer acerca de ellos, por ahora se intenta indagar acerca de la relación entre prácticas de enseñanza y nociones didácticas, en virtud del trabajo de elaboración del Plan de Tesina de cada docente/alumno.

Enseñanza de la matemática, puntos de partida

Dentro de las opciones teóricas, de manera sucinta, no se puede dejar de mencionar aquellas que nos acompañan desde la didáctica de las matemáticas.

Partimos de considerar que los conocimientos se producen a raíz de la búsqueda de soluciones a problemas específicos que los seres humanos se han planteado en un lugar y tiempo determinado. Se quiere subrayar que los problemas le han dado origen y sentido a las matemáticas producidas.

Desde esta perspectiva epistemológica –teoría del conocimiento, de su objeto y de su método-, la matemática es un producto cultural y social, una obra que permite abordar otras obras, que es construida por los sujetos al "hacer matemática".

Por otra parte, es necesario afirmar que todo proyecto de enseñanza se modela en función del tipo de aprendizaje que se quiere lograr. Por ello, en nuestro recorrido es necesario explicitar qué se entiende por aprender matemática, para luego poder referirnos a los requerimientos que tal enfoque supone hacia la enseñanza.

Aprender matemática es construir el sentido de los conocimientos, siendo la actividad esencial tanto la resolución de problemas como la reflexión alrededor de los mismos. Parafraseando a Brousseau, se puede afirmar que construir el sentido de un conocimiento es no sólo reconocer las situaciones para las cuáles es útil sino también conocer los límites de su utilización. El conjunto de prácticas que despliegue un sujeto a propósito de un concepto

matemático constituirá el sentido de ese concepto para ese sujeto. Es decir, bajo qué condiciones se cumplen ciertas propiedades, en qué casos es necesario apelar a otra técnica o a otro concepto, cómo se relacionan entre si, cuáles son las formas de representación más útiles para tratar y obtener información, cómo se puede controlar la adecuación de la respuesta, cómo recomenzar desde el error...

Se considera que en la medida en que los conocimientos aparezcan como el producto de la propia actividad de los alumnos ante problemas de los que han podido apropiarse, que los conocimientos tendrán significado para ellos. Se entiende por problema, no la ejercitación que afianza conceptos ya adquiridos, sino toda situación que lleve a los alumnos a poner en juego los conocimientos que poseen y que, ofreciéndoles algún tipo de dificultad que los torne insuficientes, les obligue a producir nuevos conocimientos modificando (enriqueciendo o rechazando) los que hasta el momento poseían.

Desde esta perspectiva, los objetos matemáticos nos imponen la búsqueda de situaciones que permitan la construcción de sentido por parte de los alumnos, por lo cual, en los espacios de formación de docentes, matemática y su didáctica, conforman un área de conocimiento dónde no se pueden abordar a modo de disciplinas separadas. Acerca de qué matemática, la selección de contenidos, la elección de situaciones y su secuenciación, las interacciones y tipo de tarea que se proponga, y las modalidades de intervención a lo largo del proceso de enseñanza, son las temáticas fundamentales en el trabajo con docentes en ejercicio, dónde qué y cómo enseñar forman una misma pregunta.

Este es el marco desde el cual se plantea la enunciación de los "problemas de enseñanza" en el Taller de Tesina. Esto forma parte de la normativa que rige la licenciatura, como primer paso para la investigación que luego de su defensa permite llegar al título de Licenciado.

Sobre las dificultades y primeras respuestas

Posición docente, construcción de sentido

En uno de sus textos, Douady[2] (1993) realiza una enunciación de triángulo didáctico donde expone la complejidad de las relaciones entre enseñanza – aprendizaje – capitalización del saber. Este último elemento es el que cobra un lugar diferente en las relaciones planteadas en el presente trabajo, donde el saber es el objeto de la formación docente. Se puede sostener que las producciones del mundo académico, sea éste proveniente del campo de las matemáticas como de de las ciencias de la educación, tienen sentido en cuanto son factibles de ser "capitalizadas".

Cabe entonces mencionar que, más que la mediatez o inmediatez en la presentación de las producciones del campo académico, cabe transmitir y/o ubicar las preguntas que estas producciones vienen a responder. Si estas preguntas no están presentes en los docentes-alumnos, si sólo responden a un plan establecido por el que enseña en determinado segmento de la formación, seguramente se está lejos de poder utilizar dichas producciones para hipotetizar sobre posibles respuestas a problemas de la enseñanza.

Al situarse dentro de este complejo sistema, intercambiando perspectivas e intentando componer una función docente, es necesario ubicar ciertos puntos de referencia que habiliten en las prácticas de formación la búsqueda de sentido.

[2] Douady, R (1993) Algunas reflexiones sobre la observación en clase de formación profesional iniciadle futuros docentes, traducción para el PTFD del texto publicado en COPIRELEM

> Buscar el sentido significa siempre una voluntad, la voluntad de la inteligibilidad y, precisamente por ello, la voluntad de explicar y comprender la elección de las enseñanzas.(...) La búsqueda del sentido puede permitir pensar la complejidad del sistema, pero también debe permitir actuar. De esta forma, la búsqueda puede ser el motor, el punto de partida para las problemáticas del profesorado.
>
> (...) La toma de sentido se encuentra ligada a la capacidad de cada uno de movilizar sus conocimientos y competencias para reaccionar ante una situación intelectual o material, aceptándola, rechazándola, modificándola o adaptándola a las limitaciones impuestas. Esto requiere de una cierta cultura. (Douady, 1993)

El equipo de docentes a cargo de las asignaturas de didáctica en la LEM y los alumnos de la licenciatura que están en el proceso de elaboración de sus tesinas, a modo de grupo de estudio / trabajo / investigación, posibilita el poner en términos de estrategias de formación algunas de las búsquedas mencionadas.

La problemática vinculada con el "objeto de conocimiento" en los segmentos de formación resultan complejas al intentar considerar las distintas dimensiones. Pero, aún centrándonos en la correspondiente al enseñante, son difíciles de identificar claramente, al momento de poner en diálogo lo abordado en las clases y las posteriores prácticas reales de los docentes-alumnos.

Entonces, para avanzar con la investigación, la dificultad que se plantea es ¿qué situaciones permiten construir el sentido de los saberes por parte de los docentes? ¿Cómo se traducen estos saberes en la enunciación de los problemas de la enseñanza que luego marquen su novel trabajo como investigador de su propia tesina?

Hasta ahora, las preguntas y el sentido de las diferentes actividades matemáticas propuestas para llevar a la clase, se abordan desde una variedad de puntos de vista, y parece que el interés del procedimiento y sobre todo su sentido, están de alguna manera garantizados por la experiencia compartida.

Sin embargo, frente a la formulación de las primeras preguntas acerca de los problemas que ha podido reconocer en su experiencia aúlica, aparecen expresiones vinculadas a alguna actividad puntual o la corroboración de ciertos errores sistemáticos por parte de los alumnos, frente a la resolución de algún problema. En esta etapa, de los 120 docentes participantes de las distintas cohortes del Taller de Tesina, la indagación no arroja la enunciación o formulación escrita de ningún problema específico, ni disciplinar ni didáctico. Entonces, ¿cuáles son los objetos de saber de estos espacios?

Objetos de saber, en la profesionalización

Nos abruma la necesidad de definir cuáles son los objetos de saber en la formación continua de docentes en ejercicio. Más aún, ¿se trata de saberes? De ser así, ¿quién o quienes los legitiman?

No es intención de esta comunicación dar respuesta a semejante pregunta, pero no podemos evadir realizarla. Se constituye como una dificultad al momento de avanzar con la investigación.

Se parte de considerar que la cuestión del reconocimiento del carácter erudito de un saber es un problema social, sobre todo teniendo en cuenta que se trata de saberes ligados a la

profesionalización docente. En este aspecto, la noosfera[3] cumple un papel importante, pero en este caso, las instituciones que la conforman tienen poca o nula visibilidad social o esta no es permanente.

Para avanzar, se puede considerar el trabajo de Arsac (1992), cuya presentación de la teoría de la transposición didáctica, ubica las relaciones entre el saber y las instituciones, dando lugar a la "ecología de los saberes".

> Este juego de los saberes en las instituciones de la sociedad lleva a distinguir varios tipos de prácticas relativas a los saberes:
> - producción (ejemplo típico, la comunidad científica),
> - utilización,
> - enseñanza,
> - transposición: manipulación del saber que permitirá hacer vivir en "nichos institucionales" ciertos aspectos del saber.
>
> El estudio global de estos fenómenos constituye la antropología de los saberes*".*[4]

Para el didacta, se trata de estudiar la enseñanza y, en general, el estudio sistemático de situaciones en las cuales un individuo busca modificar la relación de otro con el saber. En este sentido cabe destacar cierto juego dialéctico entre saber e instituciones:

- todo saber aparece en una institución, que define una relación institucional con él, generando juicios sobre el establecimiento de las relaciones individuales con ese mismo saber;
- en el establecimiento de la relación personal con el saber, influye las concepciones que tiene el sujeto sobre lo que es aprender, su historia.

Parece que trabajamos en círculo, sin llegar a destino. Esto nos obliga a la toma de posición respecto a la profesionalización. Se trata de acciones que se realizan en un tiempo y en un espacio determinado, orientada por una lógica específica. Lo que hace necesario la existencia de estas acciones no es "lo novedoso", no es "la moda pedagógica", tampoco son las reformas educativas, las crisis sociales o el desempleo. Es, en cambio y entre otras cosas, la complejidad del acto de enseñar y la necesidad de situar esa complejidad en contextos altamente cambiantes.

Es, al mismo tiempo, la necesidad de recuperar la historicidad de las prácticas de enseñanza, poner a disposición el saber socialmente construido y producir conocimiento sobre problemas específicos en torno al trabajo del docente.

A su vez, sabemos que estas acciones ligadas a la profesionalización de docentes, como todo acto de transmisión se da mediado y que la transmisión no ocurre en el vacío. En el análisis de las situaciones de formación resulta relevante el papel mediador fundamental que juegan los sujetos en la relación con el conocimiento. Quizás, el rasgo fundamental es la centralidad que allí adquiere la presencia de docentes y formadores, así como de las instituciones de las cuales son parte.

La construcción de una posición de esta profesionalización docente requiere plantearse los procesos de aprendizaje de los docentes como un fenómeno específico. El reconocimiento de sus

---

[3] Según Chevallard (1991), *"La noosfera es el centro operacional del proceso de transposición, que traducirá en los hechos la respuesta al desequilibrio creado y comprobado."*

[4] Arsac (1992) *La evolución de una teoría didáctica: el ejemplo de la Transposición didáctica*, traducción Lía Varela (1993) para el PTFD, Ministerio de Cultura y educación de la Nación, Argentina.

modos de aprender y la transformación de los mismos, eventualmente, inciden en la transformación de las prácticas docentes. Éste no es un problema sólo cognitivo, sino que también es cultural y social cruzado por las representaciones de los sujetos y por las expectativas y normas institucionales, es decir, por las culturas de cada institución.

Entendemos que es, centralmente, una práctica que opera en el vínculo del docente con el conocimiento. Práctica que alberga diferentes concepciones que, a su vez, expresan distintas formas de pensar esta relación. Las concepciones que prevalecen construyen relaciones que afectan el intercambio: estas relaciones forman parte de la enseñanza y proponen condiciones al aprendizaje.

El rescate en positivo de los saberes pedagógicos de los docentes, es decir, su legitimación como conocimiento válido y su posterior análisis crítico es uno de los ejes que dotan a las actividades en estos espacios de un "status teórico y práctico", capaz de apoyar de manera sustantiva la asunción de un rol docente de carácter profesional para la enseñanza.

Problemas de enseñanza

Son múltiples los trabajos vinculados a la enseñanza y al aprendizaje de la Matemática. Sin embargo, es en las últimas décadas, que estas cuestiones se han instalado con mayor fuerza.

En tal sentido, se privilegió abordar una aproximación a la problemática de la enseñanza de la matemática estudiando todos aquellos fenómenos que conviven en las aulas, de los distintos niveles de escolaridad.

Se trata entonces de poder definir y delimitar con los profesores, alumnos de la licenciatura, aquellos problemas que permiten realizar una indagación en un tiempo relativamente corto, realizando algún trabajo de campo, cuyos resultados puedan ser comunicados, explicitando los supuestos de los distintos marcos teóricos desde los cuales es posible estudiarlo.

Sobre la indagación

Diseño y momentos

El territorio de los actores involucrados se define por las últimas seis de las diez cohortes de profesores de matemática que son alumnos de la Licenciatura de enseñanza de la matemática, que llegaron a terminar de cursar las materias y participaron del Taller de Tesina que tiene como producto final un plan que es evaluado por el Consejo de Educación de la Facultad, para que puedan así comenzar con la tesina y graduarse como licenciados. A modo de explicación, se adjunta en el Apéndice I, la guía que se propone para escribir el plan.

Esta indagación privilegio no sólo confrontar algunos de nuestros puntos de partida sino, también, tomar contacto con un colectivo de actores que debe definir problemas de enseñanza, con libertad de seleccionar niveles de escolaridad y contenidos disciplinares.

La ambigüedad de los enunciados, las expresiones genéricas y las opiniones personales muestran, en primera instancia, que los docentes no vinculan los aspectos más teóricos, tanto disciplinares como didácticos, en la enunciación de los problemas para investigar.

Es así que la función de la teoría, la selección de los casos, los procedimientos y características del trabajo en terreno y la validación de los resultados a través del diseño de propuestas, cobran sentido en su consistencia –vigilancia epistemológica- con los supuestos básicos de ambas lógicas.

Se incorpora además una perspectiva crítica para la construcción de un tipo de objeto identificado como etnográfico, mediante la documentación directa y el registro de procesos que caracterizan formas particulares de abordar el trabajo, difíciles de conocer en su génesis mediante aproximaciones metodológicas objetivantes o exteriores.

Estado de nuestras preguntas

Buscamos indagar acerca de la apropiación de las nociones didácticas en relación con la enunciación de problemas de enseñanza en el marco de la experiencia de profesionalización, interrogarnos sobre nuestras propias convicciones, y sobre nuestros deseos y necesidades como formadores/investigadores para construir una posición que recupere los recorridos transitados.

Nos preocupa que circule, el contenido de estas discusiones, las producciones individuales y colectivas sobre los problemas de enseñanza. Al mismo tiempo, procuramos que la memoria y construcciones realizadas estén disponibles para conocimiento de nuevos formadores/investigadores que se vayan incorporando, teniendo en cuenta el dinamismo y el carácter provisorio de tales construcciones, en un campo que trasciende la matemática y su didáctica, pero que se relaciona en un juego dialéctico generando nuevas preguntas.

En el registro y discusiones de nuestras reuniones de trabajo, vamos hilvanando texto sobre los problemas de enseñanza de la matemática en las escuelas, sobre las prácticas de formación, su vínculo y su impacto posible en aquellas y en los propios actores, sobre la posición del docente y sobre la posición del formador y sus modos de intervenir en las prácticas del otro, sobre las identidades individuales y sociales, las trayectorias de cada sujeto y su relación con el contexto de trabajo. Por fin, sobre los modos de reconocer la transmisión como un acto de pasaje que se resuelve en lo didáctico pero que conlleva su necesaria imbricación con el contexto social y político.

Es el momento donde se expresan algunas preguntas y posiciones comunes que consideramos centrales y marcan la agenda del trabajo:

- ¿Cómo se construyen condiciones para promover, provocar, alentar procesos de legitimación del saber profesional docente? Entendiendo el "cómo" en el sentido de poder desplegar la complejidad de tales construcciones y no desde una perspectiva metodológica.
- ¿Qué indicios tenemos de lo que producimos en los otros, aquellos para quienes la profesionalización no resulta ni inocua ni fulminante? ¿Son identificables a corto plazo esos efectos (*sin ánimo de controlar sus acciones*)?
- ¿Qué indicios tenemos del impacto que produce en nosotros y en nuestras propuestas aquello que acontece en el trabajo con los docentes- alumnos? Entendiendo impacto como "choque, huella, señal, marca, impresión..."
- ¿Cuáles son las condiciones de las propuestas que nos permiten construir un vínculo (profesional, intelectual, afectivo…), que no borre la asimetría necesaria de todo acto de enseñanza y no coloque al docente en la posición de un ejecutante de la obra de otros *(bajo la ilusión de aplicación de soluciones expertas a problemas conocidos)?*
- ¿Cuáles son las condiciones de intervención en los vínculos entre docentes y conocimiento y entre formadores y conocimiento, de modo tal que se promueva la negociación de significados más que la prescripción?
- ¿Cómo hacer jugar la actualización sin dejar de revisar siempre lo que se hace, y sin que el acercamiento a "lo nuevo" implique, necesariamente, una expectativa de modificar inmediatamente "lo viejo"? *Entendiendo que la noción de* ***innovación*** *depende de los*

individuos que componen el sistema escolar, y que la innovación educativa puede ser definida, descrita e interpretada de múltiples formas por los diferentes elementos del sistema educativo. Así concebimos que lo nuevo, en la formación, ocupa un lugar relativo y que la actualización es sólo un aspecto.

Muchas veces, en el campo de la educación, lo que aparece como investigaciones se pueden traducir en conocimiento fáctico o evidencias empíricas, con escaso desarrollo sistemático, que llevan a afirmaciones normativo – prescriptivas, que ilustran lo que ya se sabe o se pretende saber.

Por otra parte, al igual que en otros campos de conocimiento, los resultados de las investigaciones se comunican velando los recorridos erróneos, las dificultades, con cierto desconocimiento de los datos que surgen del sistema estadístico sobre el sistema educativo.

Intentando salvar en parte estas dos cuestiones, se presenta este primer informe de investigación acerca de la profesionalización de la formación docente en matemáticas.

Referencias y bibliografía

Arsac, Gilbert (1993) en *La evolución de una teoría didáctica: el ejemplo de la Transposición didáctica*, traducción Lía Varela para el PTFD, Ministerio de Cultura y educación de la Nación, Argentina.

Artigue, M. (1990): "Epistemología y didáctica", traducción Bernardo Capdevielle, en *Recherches en Didactique des mathématiques,* traducción para el PTFD, Argentina, Ministerio de Educación.

Artigue, M. (2002) *Ingeniería didáctica: ¿Cuál es su papel en la investigación didáctica de hoy?,* título original: Ingénierie didactique: que rôle dans la recherche didactique aujourd´hui? En *Les dossiers des Sciences de l´Education. Didactique des disciplines scientifiques et technologiques: concepts et méthodes. Revue Internationale des Sciences de l´Education*. Presses Universitaires du Mirail. N ° 8. Traducción: Valeria Machiunas y María Emilia Quaranta, para ser usado como documento de circulación interna en el equipo de matemática de la Escuela de Capacitación Cepa.

Brouseau,G.(1991) *Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la Didáctica de las Matemáticas,* Revista Enseñanza de las Ciencias, vol 9 Nº 1, España.

Chevallard, Yves (1991): *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*, traducción Claudia Gilman, Aique Grupo editor, Buenos Aires, Argentina.

Charlot, Bernard (1997) *La relación con el saber. Elementos para una teoría*. Libros del Zorzal, Buenos Aires, Argentina.

Douady, R (1993) Algunas reflexiones sobre la observación en clase de formación profesional iniciadle futuros docentes, traducción para el PTFD del texto publicado en COPIRELEM (Commision permanente des I.R.E.M. pour l'enseignement élémentaire) Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques (impreso en Burdeos, Francia).

Douady, R. (1996): *Relación enseñanza-aprendizaje. Dialéctica Instrumento-objeto, juego de marcos,* en: Cuaderno de Didáctica de las Matemáticas Nº 3.

Pérez Gómez, Ángel (2010) *Aprender a educar. Nuevos desafíos para la formación d docentes*. En Revista Interuniversitaria e Formación el Profesorado Nº 68, Zaragoza, España.

Tedesco, J.C. (1998) Fortalecimiento del rol de los docentes: balance de la 45ª. Sesión de la Conferencia Internacional de Educación, en Revista Latinoamericana de Innovaciones Educativas. Nro 29. Argentina.

Wainerman, Catalina y otros (2010) *El quehacer de la investigación en educación*, Ediciones Manantial S.R.L. – Universidad de San Andrés, Buenos Aires, Argentina.

Apéndice I
PARA ESCRIBIR EL PLAN DE TESINA

- **Respecto de la normativa vigente**

La reglamentación de la tesina del Ciclo de Licenciaturas (FRA-UTN, 2007), determina:
"Al finalizar el último cuatrimestre de cursada, se presentará el Plan de Tesina.
Esta presentación será hecha del modo más conciso posible, informando sobre el campo de conocimiento y el problema a investigar; expresará también los marcos de la investigación teórica y metodológicamente; los recursos que dispone, especificando claramente la apoyatura informática, así como las tecnologías educativas a emplear en el caso que corresponda; las actividades que desarrollará y la bibliografía básica a utilizar. (…)
(…) Será una contribución personal en el campo del conocimiento escogido, consistente en un escrito en formato papel que se ajustaría a las siguientes normas de presentación:

- *hoja tamaño A4*
- *espaciado doble*
- *fuente Times New Roman, tamaño doce…"*

- **Respecto de la organización del documento**

El Plan de Tesina debe contemplar las secciones que se detallan a continuación, estando su ordenamiento y grado de importancia, en correspondencia con el trabajo que se presenta.

1. **Carátula**, con indicación del título, autor, director, fecha de presentación y el texto "Plan de Tesina de Licenciatura".
2. **Índice general** del trabajo.
3. **Título y subtítulo** (si lo hubiera); nombre del autor, nombre del director.

4. **Introducción**

- Es lo primero que se lee, por ello, juega un papel estratégico en el condicionamiento del lector hacia la propuesta. Debe interesar y dar pistas sobre el orden que seguirá la presentación.
- Constituye no sólo la presentación, sino que se trata de una descripción sintética de: el problema a investigar, su justificación (importancia o razones del estudio), los objetivos, la pregunta principal, la hipótesis y la metodología a seguir; todo en forma muy general.

5. **Definición y delimitación del problema de investigación**

Se debe presentar el tema en términos generales; se lo específica un poco, indicando cuál será el aspecto concreto que se abordará durante la investigación, delimitando el tema. Durante el desarrollo de la tesina, la definición del problema y su delimitación pueden sufrir ajustes o modificaciones.
Además, es necesario explicitar las fronteras espaciales, temporales y poblacionales del trabajo que se propone (por ejemplo: Durante el segundo trimestre del corriente año, se encuestará a los estudiantes de 8º de la Región IV de la Provincia de Buenos Aires).
También se pueden mencionar las áreas o cuestiones que no se indagarán o que, por razones múltiples, no serán abordadas.

6. **Antecedentes e importancia del problema de estudio**

Una vez definido el tema, se sugiere exponer los antecedentes en la investigación sobre dicho problema, y por qué y/o para qué, se considera que es importante realizarla.
En este apartado no es necesario exponer los elementos teóricos o metodológicos, sino realizar una referencia general para dar cuenta de cómo esos antecedentes se relacionan con el proyecto que se está presentando. Por ejemplo, si hay investigaciones ya hechas sobre la misma temática o sobre otros vinculados. Algunas preguntas que pueden servir de guía, son:

- ¿Por qué se justifica la investigación que se está proyectando?

- ¿Hubo errores en las investigaciones ya hechas?
- ¿Están desactualizados?
- ¿La población que abordaron no es idéntica a la que se propone investigar?
- ¿En esas investigaciones o ensayos, se discuten los conceptos centrales de nuestra investigación?
- ¿Esos trabajos, sugieren alguna rectificación u obligan a aclarar algo en la próxima investigación?
- ¿Se pueden utilizar algunas de las experiencias adquiridas en esas investigaciones para no cometer errores similares?

Al dar razones de la importancia del trabajo que se proyecta, debemos resaltar cuál es el resultado esperado o el beneficio que se espera lograr, especificando para qué o para quién será ese beneficio (¿para algún sector educativo en particular?, ¿para la población en general?, ¿para el desarrollo del pensamiento científico en determinada área?)

7. Marco teórico e hipótesis

- Ubica la investigación en un campo intelectual determinado y lo justifica.
- Desarrolla la conjetura que orientará el trabajo.

En esta sección, se explicitan los conceptos y las relaciones que conforman el modelo con el que se responde conjeturalmente a la pregunta de la investigación. Su organización sigue el orden de esos conceptos y relaciones principales, constituyendo, cada uno de ellos, un apartado de este capítulo. De tal manera que, al finalizar, se pueda hacer un esquema general que permita, desde el punto de vista del lector, comprender cuál es la conjetura desde la que se parte y desde el punto de vista de la planificación del trabajo, constituirse en la base a la que se hará referencia tanto en el plan de trabajo de campo, como en el análisis, que son los elementos que deben figurar en el marco metodológico, con el que debe guardar una estrecha relación este modelo conjetural.

8. Objetivos, en general, se formulan objetivos generales y específicos de la investigación.

9. Marco metodológico, debe contener la descripción de:

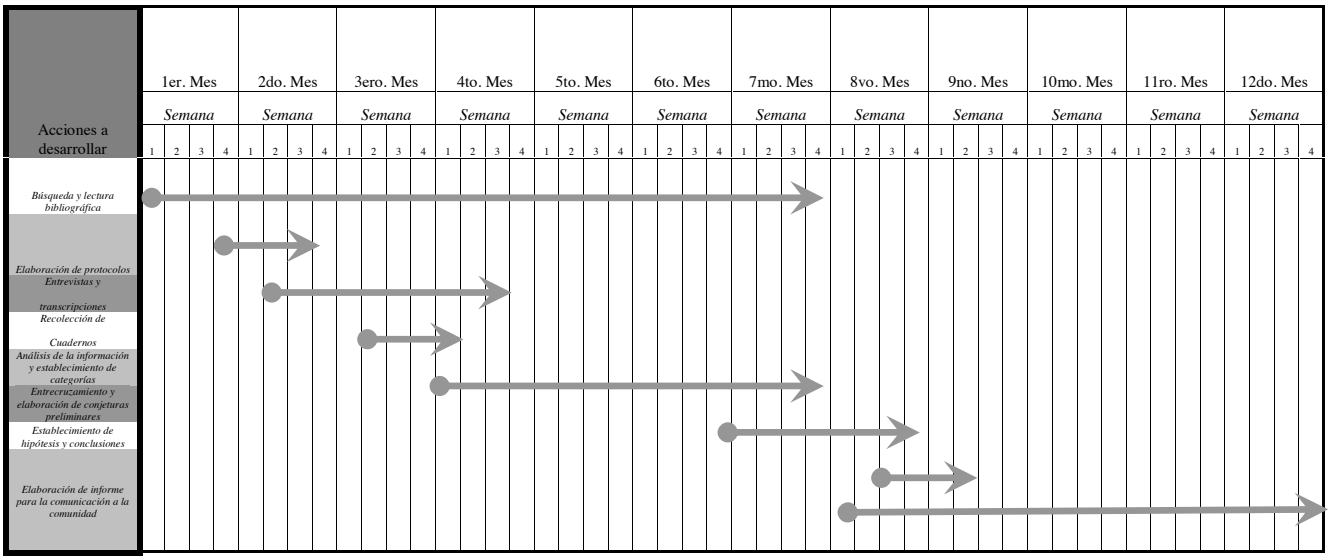
- El diseño de la investigación y sus supuestos;
- El colectivo/universo bajo estudio y su muestreo;
- Las técnicas de recolección de datos y su registro;
- La metodología acerca del procesamiento de los datos; y
- los posibles modos de análisis de los datos.

En ocasiones se incluyen comentarios sobre la metodología utilizada en investigaciones preexistentes y su relación con la que se pretende llevar a cabo.

10. Cronograma

Es la exposición de las actividades implicadas en el proyecto de investigación, calculando su duración y el momento en que cada una de ellas empieza y termina, teniendo en cuenta el modo en que se complementan unas con otras, indicando tiempos reales, dejando margen para problemas no predecibles.

En general, se presenta sobre una planilla, por ejemplo,



Es condición de las presentes tesinas, resolver el plan de trabajo en 180 días, a comenzar en el momento en que se da por aprobado su plan de trabajo.

11. Bibliografía

Sólo se presenta la bibliografía efectivamente citada en el plan. No toda la que luego se consultará o utilizará en el desarrollo de la investigación. Para citarla, se debe tener en cuenta que:
" (…) en el texto se hará referencia a la bibliografía mediante números correlativos entre paréntesis; (…) (…) en la sección correspondiente a la referencia bibliográfica citada, en el orden de los números indicados en el texto, citándose autor, título de la obra, editos, lugar, año y página. En caso de citarse artículos de revistas o periódicos, se detallará número, fecha, editor, lugar y página (…)".

De ser necesario, se puede discriminar en subsecciones: bibliografía de obras citadas, bibliografía de obras consultadas; bibliografía comentada; bibliografía complementaria, etc.

Professores dos anos iniciais: organização do ensino e formação

Anemari Roesler Luersen Vieira **Lopes**
Centro de Educação, Universidade Federal de Santa Maria
Brasil
anemari.lopes@gmail.com
Halana Garcez Borowsky **Vaz**
Centro de Educação, Universidade Federal de Santa Maria
Brasil halanagarcezborowsky@yahoo.com.br
Laura Pippi **Fraga**
Centro de Educação, Universidade Federal de Santa Maria
Brasil laurapippifraga@yahoo.com.br
Manoel Oriosvaldo de **Moura**
Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo
Brasil
modmoura@usp.br

Resumo

O presente trabalho tem como principal objetivo discutir sobre a compreensão de professoras dos anos iniciais quanto à organização do ensino de Matemática e as possíveis implicações no movimento de formação docente destas. A partir da organização de uma atividade de ensino sobre Geometria, desenvolvemos a pesquisa coletando os dados por meio de sessões reflexivas realizadas com as docentes envolvidas e usando isolados (Caraça, 1989) para a análise. Aqui, especificamente, trataremos do isolado "*recursos metodológicos*". Dentre os achados da pesquisa destacamos a contribuição da organização do ensino na formação das professoras envolvidas; a possibilidade de superação de um ensino tradicional de matemática. Além disto, foi possível verificar que espaços que oportunizam momentos de estudo, planejamento, desenvolvimento e avaliação de ações pedagógicas a partir de um encaminhamento teórico e metodológico bem definido, constituem-se como espaços de formação docente que podem oportunizar mudanças de qualidade no trabalho docente.

Palavras chave: formação de professores anos iniciais, educação matemática, atividade orientadora de ensino, clube de matemática.

Introdução

Refletir sobre a formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais têm sido uma das preocupações do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEMat) da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Assim, o presente trabalho apresenta alguns dos resultados de uma pesquisa realizada no âmbito do mestrado em educação, que buscou investigar o processo de formação de professoras em um grupo que organiza de forma compartilhada atividades de ensino de matemática para os anos iniciais do ensino fundamental.

A pesquisa foi realizada no contexto do Clube de Matemática (CluMat) – um projeto de ensino e extensão do referido grupo– que desenvolve em quatro escolas da Rede Pública Estadual de Santa Maria/RS atividades de ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tomando como base teórico-metodológica os princípios da Atividade Orientadora de Ensino (Moura, 1996). Neste artigo, temos como objetivo discutir sobre a compreensão de professoras dos anos iniciais – envolvidas no CluMat – quanto à organização do ensino a partir dos princípios da Atividade Orientadora de Ensino, e as possíveis implicações no movimento de formação docente destas.

Inicialmente apresentaremos brevemente os pressupostos teóricos que balizam as ações do Clube de Matemática, bem como os encaminhamentos metodológicos para a realização da pesquisa. Posteriormente apresentamos as discussões acerca dos dados obtidos na pesquisa e algumas considerações finais.

Alguns apontamentos iniciais

Sobre a Atividade orientadora de Ensino

Pautando-se nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural e, mais especificamente da Teoria da Atividade de Leontiev, Moura (1996) propõe a Atividade Orientadora de Ensino, a qual pode ser considerada como base teórico-metodológica para a organização do ensino. Para Nascimento (2010) a Atividade Orientadora de Ensino é base teórica, sobretudo, por apresentar subsídios na Teoria da Atividade, isto é, ao pensar a organização do ensino enquanto atividade; e base metodológica ao constituir-se como um instrumento lógico-histórico para a organização dos conhecimentos a serem ensinados e aprendidos.

Na perspectiva explicitada, a AOE orienta as ações do CluMat a partir da compreensão de que ao organizar suas aulas o professor pode tomá-la como princípio para guiar sua atividade docente. Segundo Moura et al (2010), a Atividade Orientadora de Ensino mantém a estrutura de atividade que é proposta na Teoria da Atividade, pois tem uma necessidade, a apropriação da cultura; um motivo gerador de sentido, a apropriação do conhecimento historicamente acumulado; objetivos, ensinar e aprender; e propor ações que considerem as condições objetivas da escola.

É importante que entendamos que a busca da organização do ensino, recorrendo à articulação entre a teoria e a prática visando à aprendizagem do aluno, é o que constitui a atividade do professor, sobretudo a atividade de ensino. Desse modo, para Moura et al (2010), o professor está gerando e promovendo a atividade do estudante, ao criar nele um motivo especial para a sua atividade: estudar e aprender teoricamente sobre a realidade. Neste movimento, o planejamento da atividade e de ações de planejamento, desenvolvimento e avaliação constituem a intencionalidade do professor.

Segundo Moraes (2008, p. 97), na organização do ensino, o professor "deverá ter claro que os conhecimentos a serem trabalhados são aqueles que potencializam o desenvolvimento das máximas capacidades dos sujeitos". E para que isso seja possível, Moura (1996) define a Atividade Orientadora de Ensino como sendo o conjunto articulado da intencionalidade do educador, profissional que irá dispor de instrumentos e de estratégias que possibilitarão uma maior aproximação entre sujeitos e o objeto de conhecimento. Portanto,

> a atividade é orientadora porque o professor parte do pressuposto de que o resultado final da aprendizagem é fruto das ações negociadas e tem consciência de que não domina o conjunto

> de fenômenos da classe. Por isso elege uma orientação geral que possibilita saber a direção a ser seguida para um ensino construtivo. (MOURA, 1996, p. 19).

Enquanto encaminhamento metodológico para o ensino de matemática, a Atividade Orientadora de Ensino compõe-se a partir de uma situação desencadeadora de aprendizagem, a qual tem como objetivo principal proporcionar a necessidade de apropriação do conceito por parte do estudante, de modo que suas ações sejam realizadas em busca da solução de um problema que o mobilize para a atividade de aprendizagem, ou seja, a apropriação de conhecimentos (Moura et al, 2010).

Entendemos, juntamente com Moraes (2008), que a AOE constitui-se, em um modo geral de organização do ensino, em que seu conteúdo principal é o conhecimento teórico e seu objeto é a transformação do sujeito no movimento de apropriação desses conhecimentos.

Moura (2000) assinala que

> a atividade é desse modo um elemento de formação do aluno e do professor. Um se modifica ao trocar significados; o outro, a partir da criação de novas ferramentas para favorecer a aprendizagem, revê objetivos educacionais, conteúdos e estratégias de ensino num processo contínuo de avaliação do seu trabalho. (Moura, 2000, p. 35).

Dessa forma, podemos considerar a atividade de ensino como o núcleo da ação educativa, tendo uma dimensão formadora para o professor e para o aluno, pois ambas recorrem a elementos comuns, apresentados por Moura (1996), a saber: a situação-problema, uma dinâmica de solução e uma possibilidade de avaliação, sendo a situação problema do professor o ensino e do aluno a aprendizagem.

A Atividade Orientadora de Ensino encontra-se, portanto, como a base para o ensinar e o aprender de professores e estudantes, ao manter as seguintes características elencadas por Lopes (2009):

- Manter uma dinâmica de interação dos conhecimentos individuais nas ações coletivas;
- Tornar coletivos os conhecimentos sociais específicos;
- Possibilitar ao aluno perceber o conhecimento como bem comum a ser assumido coletivamente;
- Exigir do professor a intencionalidade educativa;
- Trabalhar a história do conceito na dimensão lúdica;
- Promover as condições de autoria para o professor, coloca-o num movimento de ação e reflexão, tornando possível a formação contínua.

Para Moura (2000), a atividade de ensino tem de traduzir em conteúdos os objetivos de uma comunidade, além de considerar as diferenças individuais e as particularidades dos problemas, tendo como preocupação principal colocar em ação os vários conhecimentos presentes na sala de aula durante processo de apropriação de novas noções. Assim, a atividade de ensino que respeita as particularidades dos indivíduos e que define um objetivo de formação como problema, caracteriza-se como Atividade Orientadora de Ensino.

Nessa perspectiva, é importante que o professor possa proporcionar a seus alunos a possibilidade de assumir, enquanto necessidade de sua atividade, as características de aprendizagem e integração, além do acesso a novos conhecimentos. Segundo Moura (1996), para o professor alcançar tal objetivo é necessário colocar os estudantes em ação, partindo de situações-problemas que sejam significativas, o que constitui a intencionalidade do seu trabalho

docente. Tais situações podem ser materializadas por meio de diferentes recursos metodológicos, dentre os quais se encontram os jogos, as situações emergentes do cotidiano, e a história virtual do conceito. Os jogos se estruturam pela busca da apropriação do conceito, podendo ser extraídos do meio cultural e/ou adaptados de modo a suscitar respostas em que a matemática se faz presente. As situações emergentes do cotidiano, são questões que emergem das relações estabelecidas no cotidiano escolar. A história virtual se constitui a partir de situações problema colocadas por personagens de histórias infantis, lendas, ou da própria história da matemática como desencadeadoras do pensamento da criança, de forma a envolvê-la na construção da solução do problema que faz parte do contexto da história, suscitando em uma necessidade real.

As situações desencadeadoras de aprendizagem têm como objetivo principal envolver o estudante na solução de um problema, cuja finalidade é a satisfação de uma determinada necessidade, à semelhança do que pode ter acontecido em certo momento histórico da humanidade. Essa solução deve ser realizada na coletividade, e, segundo Moura et al (2010, p. 106), isso é possível quando "aos indivíduos são proporcionadas situações que exigem o compartilhamento das ações para a resolução de uma determinada solução que surgem em certo contexto", a qual denominamos *síntese coletiva*.

Diante das ações que compõe a Atividade Orientadora de Ensino, somos capazes de refletir sobre a atividade docente, especificamente sobre a organização do ensino. Nesse sentido, o CluMat - espaço em que desenvolvemos nossa pesquisa, busca oportunizar ao professor a oportunidade de avaliar sua prática, reelabora-la e planejar novas ações para o ensino de matemática nos anos iniciais.

Sobre os encaminhamentos metodológicos

No contexto do projeto "Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Princípios e Práticas da Organização do Ensino", financiado pelo Observatório Nacional da Educação (OBEDUC/CAPES), houve a possibilidade de que quatro professoras da rede pública participassem no desenvolvimento da pesquisa aqui apresentada, as quais constituem o grupo de sujeitos dessa investigação. O projeto citado é desenvolvido em parceria entre a Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Universidade de São Paulo (USP-São Paulo e USP-Ribeirão Preto) e Universidade Federal de Goiás (UFG), sendo que o Clube de Matemática é um dos subprojetos a ele vinculado. Salientamos que este artigo refere-se ao contexto do Clube de Matemática da UFSM.

Optamos por utilizar como instrumento de coleta dos dados, o que aqui denominamos de *sessão reflexiva*. Ibiapina (2008) propõe, enquanto método para a pesquisa qualitativa, as sessões reflexivas, baseadas nas ideias de Alexander Luria, o qual propõe um método de pesquisa que vai além da observação, pelo qual o pesquisador centra-se sua análise em longas conversas em pequenos grupos, a fim de haver trocas de opiniões sobre determinado problema.

Moura (2004, p. 260) defende que devemos identificar se a ação do professor está ou não mudando de qualidade. Para o autor, só é possível acompanhar essa mudança no sentido de fazer com que ele entenda o seu processo de aprendizagem e adquira certa autonomia para continuar a mudar, verificando se ele mobiliza-se para uma "contínua necessidade de aprimorar os seus meios de produzir o seu objeto: atividade de ensino, motivos para que os outros também se mobilizem para aprender".

No entanto, analisar tais mudanças em uma totalidade torna-se uma tarefa impraticável. Há um procedimento, que vem sendo adotado por alguns pesquisadores, como Moura (2004), Ribeiro (2007), Moraes (2008), Migueis (2010), entre outros, que se caracteriza por tomar como referencial teórico de análise de dados para a pesquisa em educação o conceito de *Isolado* de Bento de Jesus Caraça.

Antes de qualquer coisa, é preciso destacar que, como bem lembra Araújo (2003), o conceito de *isolado* não está condicionado ao seu significado primeiro, do dicionário, significando, dentro dessa abordagem o integrante do todo. Para Caraça (1989), a realidade apresenta duas características fundamentais, quais sejam: interdependência e fluência. A *interdependência* significa que todas as coisas estão relacionadas umas às outras, já a *fluência* diz respeito ao fato de que todas as coisas estão em transformação a todo momento, isto é, tudo flui.

Entretanto, se considerarmos tais características da realidade, como poderemos fixar nossa atenção num objeto particular de estudo? É novamente Caraça (1989, p. 112) que nos indica que "na impossibilidade de abraçar, num único golpe, a totalidade do Universo, o observador *recorta, destaca,* dessa totalidade um conjunto de seres e factos (...)", e a esse recorte da realidade denomina *isolado*.

Para Moraes (2008), a análise por meio dos isolados implica em um recorte do todo, na qual se respeitam as relações de interdependência e fluência, em que a parte está no todo e o todo está na parte, e assim desenvolve-se a análise das mudanças qualitativas do objeto de estudo. Porém, como podemos analisar, através dos *isolados*, se uma atividade é de melhor qualidade do que outra? Tal avaliação envolve uma valoração que é construída pelo próprio coletivo, no nosso caso, pelo grupo de professoras. Assim, segundo Moura (2011),

> o movimento de análise coletivo da atividade permite a reflexão que deverá levar a outro nível de compreensão da atividade pedagógica, tendo como referência a produção teórica sobre o ensino, a aprendizagem e a vivencia experienciada no grupo. (Moura, 2011, p.100).

No que concerne à pesquisa sobre a formação dos professores, como a apresentada em nosso estudo, Moura (2004) justifica a importância de se analisar os dados a partir do *isolado*. Assim,

> a busca pela compreensão do que vem a ser a formação do professor não pode se dar de forma isolada da busca de compreensão do modo como as sociedades humanas se constituem. No entanto, a impossibilidade de observar o fenômeno na sua totalidade impõe ao pesquisador a limitação do objeto a ser observado. Contudo, é preciso lembrar que esse objeto está sujeito à mudança, pois, a cada momento, o conjunto de saberes produzidos por novas necessidades, postas nessas interações, altera-se. Há que se apreender, no caso da formação do professor, o modo como o fenômeno se desenvolve, se movimenta de um ponto a outro na história de cada indivíduo-professor e como esse movimento cria a profissão professor como categoria de profissionalidade. (Moura, 2004, p. 264).

Em nossa investigação, tomamos como *isolados* os elementos que consideramos constitutivos da formação de professores que ensinam matemática no contexto do CluMat, a saber: o conhecimento matemático, o compartilhamento de ações e os recursos metodológicos. Tais elementos, no nosso entendimento, apresentam uma dinâmica relacional entre si, levando em consideração que a relação entre os isolados não se dá de forma hierárquica e sim dialética, tanto do ponto de vista temporal, quanto qualitativo (Araújo, 2003). Desse modo, neste trabalho,

por limitação de espaço, trataremos apenas do isolado "recursos metodológicos", no qual nos remeteremos diretamente a AOE.

A atividade de ensino e as professoras do Clube de Matemática

Para a realização de nossa pesquisa, optamos por desenvolver uma atividade de ensino tendo como base uma situação desencadeadora, a partir de uma História Virtual, que foi denominada *Chapeuzinho Lilás,* com o intuito de trabalhar o conhecimento geométrico. Essa atividade foi desenvolvida no Clube de Matemática nas escolas de quatro professoras, porém, cabe ressaltar que, devido às distintas realidades que as constituem, a atividade foi diferenciada em cada uma das instituições. Essa atividade exigiu diversos encontros para: estudos teóricos sobre os princípios que embasam a AOE; estudos sobre geometria, em especial sobre a constituição histórica do pensamento geométrico para a organização da situação desencadeadora de aprendizagem; planejamento das ações a serem desenvolvidas; organização do material; avaliação das ações. Acompanhamos esse movimento de planejamento, estudo e desenvolvimento das ações no segundo semestre de 2011 e, posteriormente, no final de 2011 e de 2012, realizamos duas sessões reflexivas que possibilitaram a coleta de dados.

O objetivo das sessões reflexivas foi de motivar as professoras a focalizarem a sua atenção na organização do ensino e, assim, possibilitar que pudessem avaliar sua participação na CluMat. Neste trabalho discutiremos sobre a segunda sessão reflexiva, que foi realizada após um ano letivo, ao longo do qual as professoras continuaram atuando no CluMat, desenvolvendo outras experiências de organização do ensino a partir dos princípios da Atividade Orientadora de Ensino, além das outras ações do projeto do OBEDUC/CAPES, que se pautam nos mesmos pressupostos.

Em termos gerais, as falas das professoras trazem indícios de que o desenvolvimento de suas ações a partir de uma proposta metodológica definida– qual seja: a Atividade Orientadora de Ensino – lhes permite organizar e refletir sobre o seu ensino e lhes oportuniza o desenvolvimento de um modo geral de ação, o que confere às professoras um *status* de segurança.

Segundo Moura (2000, p. 143), compreender o ensino como o objeto principal do professor, possibilita a organização de princípios norteadores de sua ação e assim, cada vez mais, faz com que esse profissional "organize o ensino como um fazer que se aprimora ao fazer". Desse modo, o que lhes confere a referida segurança é a possibilidade de se valer dos princípios norteadores da AOE.

O aprimoramento da organização do ensino no CluMat é dado no movimento de planejar, desenvolver e avaliar as atividades de ensino, refletindo sobre esse processo. Esse tipo de reflexão possibilitou à Professora Carol rever o desenvolvimento da atividade da *Chapeuzinho Lilás* em sua sala de aula. A professora cita que trabalhou um pouco da geometria antes do problema desencadeador: "*Eu já tinha trabalhado com eles a parte da geometria plana e espacial, então não foi um conhecimento novo... eu acho que eu me atropelei, que me antecipei"*.

No entanto, a própria professora analisa o motivo de tal antecipação.

> Eu me precipitei por falta do conhecimento teórico, agora eu sei sobre a atividade orientadora de ensino, quais são os passos que eu devo fazer e que eu não devo levar o conhecimento teórico antes de fazer aquela parte histórica, todo aquele processo, então hoje eu faria diferente..(Carol).

O processo de avaliação na AOE é dinâmico, ou seja, pode ocorrer em todos os momentos – desde o planejamento até a sistematização e reflexão dos resultados. Para Moura et al (2010), a avaliação constitui-se como parte inerente do planejamento e da realização da atividade, considerando que ela se concretiza no processo de análise e síntese da relação entre a atividade de ensino do professor e a atividade de aprendizagem do estudante. Vale lembrar, ademais, que as ações de aprendizagem realizadas pelo estudante se constituirão como foco da análise do professor, que assim, poderá refletir sobre a qualidade da AOE.

Nesse sentido, buscamos verificar com as professoras quais os elementos que elas priorizam nessa avaliação. A Professora Susi considera que a síntese coletiva é um dos elementos mais importantes, pois possibilita avaliar também se a gênese do conceito trabalhado da Atividade Orientadora de Ensino foi contemplada.

> Verificar se ficou clara a necessidade histórica do conceito, e como eu vou saber? Fica evidente na síntese coletiva, se a síntese coletiva deles contempla isso, se eles compreenderam qual era a necessidade e se encontraram uma solução para aquele problema eu acho que eu posso avaliar como satisfatória aquela atividade de ensino. Até agora, a ultima que nos realizamos, eu fiz sozinha a síntese coletiva com meus alunos, e foi possível verificar o quanto eles haviam compreendido a necessidade do conceito, da forma como eles chegaram às conclusões e escreveram a síntese da atividade. (Susi)

Ainda sobre a síntese coletiva, a Professora Carol a considera como o ponto mais importante para a avaliação da AOE.

> A síntese coletiva é o mais importante pra mim, pois vai ver se realmente aquele grupo, aquela atividade proporcionou o conhecimento do grupo, e não individualizado, se aquele grupo conseguiu entender pra que servia aquela atividade, qual realmente a finalidade dela, claro que sempre vão ter aquelas particularidades, aqueles que vão adquirir um conhecimento mais elevado, outros menos, mas assim, no grupo, a síntese que tu vê é a parte mais importante, as conclusões que o grupo chegou... (Carol).

A professora Carol, complementa essa reflexão assinalando que a avaliação da AOE possibilita ao professor refletir sobre a sua organização do ensino, suas concepções teóricas e por fim acerca da aprendizagem dos alunos. Acreditamos que esse movimento, descrito pela professora, possibilita aos docentes mudanças qualitativas em sua prática pedagógica, em especial no CluMat.

> No momento que a gente avalia uma atividade orientadora, a gente avalia toda uma teoria que está por trás dela, se eu realmente estou conseguindo colocar aquela teoria em prática, se eu estou conseguindo que as minhas aulas sigam a atividade orientadora de ensino... não é toda a atividade que eu desenvolvo em sala de aula que é uma atividade orientadora de ensino, esse questionamento a gente tem que estar sempre se fazendo... se a atividade serviu para aquele determinado propósito, se ela agregou conhecimento, essa é a avaliação que eu acredito ser... (Carol).

Conceber a AOE como princípio para a organização do ensino é poder considerá-la como um processo dinâmico. Moura et al (2010) a define como um processo voltado à apropriação dos conhecimentos teóricos que explicam a realidade em movimento e que constitui-se de forma dialética na relação entre o ideal e o real, a ação e a reflexão.

> A atividade é orientadora, no sentido de que é construída na interrelação professor e estudante e está relacionada à reflexão do professor que, durante todo o processo, sente a necessidade de reorganizar suas ações por meio da contínua avaliação que realiza sobre a

> coincidência ou não entre os resultados atingidos por suas ações e os objetivos propostos. (Moura et al, 2010, p. 101).

Nesse sentido, a reflexão está presente em todos os momentos da AOE no CluMat, ao buscar uma síntese histórica do conceito, ao planejar as ações, ao colocar em prática a atividade, ao conseguir que os alunos façam uma síntese coletiva, e, especialmente, na avaliação.

No entanto, a AOE tem características que a constituem como tal, e ao refletirem sobre isso, as professoras ressaltam que consideram mais desafiadora a organização do ensino nessa perspectiva. Para a Professora Gisela, é o elemento mais difícil é o problema desencadeador.

> É o problema desencadeador em si, conseguir um problema que faça surgir a necessidade dos alunos, acho que esta parte é a mais difícil, de despertar neles aquela necessidade no problema desencadeador. (Gisela)

A Professora Susi concorda com Gisela, e complementa dizendo que outro ponto desafiador é compor a situação desencadeadora que irá apresentar o problema.

> E também escolher qual é o instrumento que a gente vai usar nessa situação desencadeadora, será que só a história virtual ou outra situação é mais adequada? Então escolher essa situação desencadeadora também é bem complexo, primeiro encontrar qual vai ser o problema que a gente tem que propor para eles, mas também descobrir qual é o melhor instrumento para que eles possam compreender essa necessidade... por enquanto a história virtual tem sido um dos instrumentos que nós mais utilizamos, e que nós gostamos de organizar assim, mas tem outras maneiras e escolher qual é a melhor maneira, que fica mais clara é que é difícil. (Susi).

O que as professoras apontam como sendo o mais desafiador ao desenvolver atividades de ensino de matemática no CluMat é justamente o que diferencia a AOE de outras formas de organizar o ensino, ou seja, seu aspecto lúdico, sua organização a partir do movimento lógico-histórico do conceito matemático e a elaboração de uma síntese coletiva.

Nas palavras de Moura (1996), o elemento que a define é uma situação problema capaz de colocar o pensamento da criança em ação, a qual respeita a atividade principal do aluno ao propor um problema em que a matemática se faz presente, criando necessidades sem que se perca o lúdico.

Podemos considerar, portanto, que os desafios relatados pelas professoras não são enfrentados por elas como dificuldades, e sim como impulsionadores para que busquem novos conhecimentos e se insiram em um nível mais profundo nas discussões e estudos do CluMat.

Nesse âmbito, a Professora Carol aponta os estudos sobre a Teoria Histórico-Cultural como um elemento determinante nas mudanças qualitativas em sua prática pedagógica.

> Antes era tudo muito solto, tu pegava o plano de curso, tu ia trabalhando, mas tu não te preocupava com a fundamentação teórica, em que linha teu trabalho vai seguir... agora tu tem um caminho, eu vou trabalhar dentro da Teoria Histórico-Cultural... agora, inclusive, eu consigo entender a importância da teoria dentro do nosso trabalho, antes eu achava "ah, teoria é teoria, sempre as mesmas coisas", mas pra ti desenvolver uma prática bem fundamentada tu tem que ter uma teoria... as amarrações que tu faz, dentro do teu trabalho são através da teoria, todas as tuas escolhas, tuas opções, toda tua forma de trabalhar é amarrada naquela teoria. (Carol).

O que nos fica é que a Atividade Orientadora de Ensino configura-se, no âmbito do CluMat, como norteadora da organização do ensino de matemática nos anos iniciais, por apresentar-se como uma base metodológica amparada solidamente em uma teoria, característica que, para as professoras, proporciona segurança em relação às suas escolhas metodológicas.

Cabe ressaltar que nem todas as situações desencadeadoras de ensino planejadas se converteram, ou se convertem, em atividades orientadoras de ensino e que essa não se resume apenas ao planejamento das ações de ensino, podendo se constituir também como ponto de partida para a reflexão do trabalho docente, por ter como pressuposto a Teoria Histórico-Cultural e a Teoria da Atividade.

Considerações finais

Podemos entender que a organização do ensino do CluMat pode vir a contribuir para o processo de formação das professoras envolvidas, corroborando com que Moura (2011) assinala acerca da formação do professor, entendida como um movimento de compreensão das ações e modos de ação na atividade coletiva.

Assim, conforme o autor,

> o professor deverá tomar consciência de que a ação promove mudanças, perceber que as suas ações também promovem alterações e que a complementaridade, a cooperação e a coordenação das ações propiciarão o desenvolvimento da comunidade de aprendizagem. (MOURA, 2011, p. 96)

As mudanças mais evidenciadas pelas professoras, a partir da organização do ensino sob os princípios da AOE, centram-se na superação de um ensino tradicional de matemática em sala de aula, a partir de um princípio norteador que privilegia a aprendizagem do aluno e a apropriação do conhecimento matemático, por meio da síntese histórica do conceito.

Pensar no ensino de matemática a partir dos pressupostos teóricos da Atividade Orientadora de Ensino, entendendo-a como um encaminhamento metodológico – apoiado em uma teoria, a possibilidade de se embasarem nos pressupostos da AOE – conferiu às professoras um novo olhar para o modo convencional de organização do ensino.

Nessa perspectiva, podemos considerar que um espaço, assim como o CluMat, que oportuniza o estudo, planejamento, desenvolvimento e avaliação de ações pedagógicas a partir de um encaminhamento teórico e metodológico bem definido – no caso a AOE - constitui-se como um espaço privilegiado de formação docente, cujas interações puderam oportunizar mudanças de qualidade no trabalho docente.

Referencias e bibliografia

Araujo, E.S. (2003.) *Da formação e do formar-se*: A atividade de aprendizagem docente em uma escola pública. 173p. Tese (doutorado) - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo.

Caraca, B.J. (1989). *Conceitos Fundamentais da Matemática*. 9.ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora.

Ibiapina, I.M.L.M. (2008). *Pesquisa colaborativa:* investigação, formação e produção de conhecimentos. Brasília: Líber.

Lopes A. R.L.V. (2009). *Aprendizagem da docência em matemática: o Clube de Matemática como espaço de formação inicial de professores*. Passo Fundo: Editora UPF.

Migueis, M.R. (2010). *A formação como actividade de aprendizagem docente*. Tese (Doutorado em Ciências da Educação). Universidade de Aveiro.

Moraes, S.P.G. (2008). *Avaliação do processo e ensino e aprendizagem em matemática***:** contribuições da teoria histórico-cultural. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo.

Moura M. O. (coord). (1996). *Controle da variação de quantidade*. *Atividades de ensino***.** Textos para o ensino de Ciências nº 7. Oficina Pedagógica de Matemática. São Paulo: USP.

Moura M.O.; et.al. (2010). A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: Moura, M.O. (coord.). *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural*. Brasília: Líber, pp. 103-126 .

Moura, M.O.M e Cedro, W.L. (2011). A aprendizagem inicial do professor em atividade de ensino. In: Lopes, A.R.L.V.; Trevisol, M.T.C.; Pereira P.S. (orgs.). *Formação de professores em diferentes espaços e contextos*. Campo Grande: Editora UFMS, pp.143-162.

Moura M.O. (2000). *O educador matemático na coletividade de formação: uma* experiência com a escola pública. Tese (Livre-Docência em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo.

_____. (2004). Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. In: Barbosa, R.L.L. (org). *Trajetórias e perspectivas da formação de educadores***.** São Paulo: Editora Unesp.

Nascimento, C. P. (2010)0. *A organização do ensino e a formação do pensamento estético-artístico na teoria histórico-cultural***.** 250f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação – USP, São Paulo.

Ribeiro F. D. (2007). *A aprendizagem da docência na prática de ensino e no estágio: contribuições da Teoria da Atividade***.** Tese (Doutorado em Educação) Faculdade de Educação – USP, São Paulo.

Projeto SEEDUC/CECIERJ/UFF: formação continuada para professores de Matemática

Sandra Maria Nascimento de **Mattos**
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Brasil
smnmattos@gmail.com
Celso José da **Costa**
Universidade Federal Fluminense
Brasil
correiocelso@yahoo.com.br

Resumo

Este trabalho tem como ênfase a formação continuada de professores de matemática, em nível de especialização, oferecida pela Secretaria Estadual de Educação do Estado do Rio de Janeiro, Brasil, na modalidade a distancia. O objetivo do trabalho foi analisar os impactos deste curso para qualificação dos professores, como política pública do governo do Estado, visando melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem dos conteúdos matemáticos. A metodologia utilizada foi estudo de caso sobre a turma 2013, com aplicação de questionário, disponibilizado online. Os resultados demonstram que os professores sentem necessidade de buscar qualificação profissional, para refletir e modificar a prática docente, bem como, o processo de aprendizagem dos alunos. As análises dos dados apontam que o curso proporciona repensar a prática docente, tornando-a dinâmica e significativa, bem como, contextualizar conteúdos de matemática na cultura do aluno, enriquecendo e contribuindo para a melhoria da educação no Estado.

Palavras chave: projeto SEEDUC/CECIERJ/UFF, especialização a distancia, professores de matemática, formação continuada, recursos tecnológicos.

Introdução

Com a implantação do currículo mínimo pela Secretaria de Educação do Estado do Rio do Janeiro (SEEDUC), a Fundação Centro de Ciências e Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro (CECIERJ) em convênio com Universidades consorciadas, propuseram um projeto para preparar os professores de matemática para a utilização deste currículo no cotidiano da sala de aula, por meio de diferentes ações, que os tornem autônomos. Este projeto tem a intenção de melhorar a prática docente, na aplicação do currículo mínimo, com utilização de recursos das novas tecnologias.

A qualificação dos professores, em formação continuada, deve ser pensada de acordo com a prática em sala de aula. Somente desta forma vai haver melhoria da qualidade de ensino, modificação da aprendizagem e adequação as transformações que ocorrem no processo de trabalho e de produção. O objetivo para a implantação do projeto foi aliar a prática docente à efetiva condição de aprender, consagrando à pesquisa um lugar de destaque. Além disso, estimular o professor para, com a pesquisa e o uso da tecnologia, transformar o ensino e a aprendizagem.

A relação teoria e prática é um aspecto que compromete as mudanças e transformações que possam ocorrer na atuação do professor. Focar um destes eixos significa deixar de fora uma parte importante da formação profissional inicial ou continuada. Historicamente a formação docente foi construída privilegiando um ou outro eixo. Sendo a formação um processo que se constitui em estreita relação entre teoria e prática, esta dicotomia precisa ser revista e analisada, para que possa haver uma reflexão crítica por parte de todos os envolvidos neste processo. É necessário pensar que professor está sendo formado e se este professor está sendo preparado para reproduzir ou para transformar a realidade em que atua.

O objetivo deste trabalho foi analisar os impactos do projeto SEEDUC/CECIERJ/UFF para a melhoria da qualidade do ensino dos professores de matemática e, consequentemente, da melhoria da aprendizagem dos alunos. Tomamos como metodologia de pesquisa o estudo de caso, coletando os dados com a turma de 2013. Desse modo, como o curso é realizado a distância, foi desenvolvido um levantamento online com todos os alunos do curso de especialização Lato Sensu. Participaram da pesquisa 85 professores, que lecionam no ensino fundamental e médio no Estado do Rio de Janeiro e que participam do projeto da Secretaria de Educação do Estado. Os resultados encontrados apontam a necessidade de modificar a prática profissional dos professores de matemática e que, eles próprios estão buscando qualificação profissional, para conseguir alterá-la. Apontam, ainda, que o projeto está conseguindo realizar esta transformação no cotidiano de sala de aula, no qual os professores estão utilizando novas metodologias, novos recursos e, acima de tudo, refletindo sobre a própria prática.

O Projeto SEEDUC/CECIERJ/UFF

O projeto desenvolvido para professores de matemática da rede estadual de ensino da SEEDUC em convênio com a Fundação CECIERJ e a Universidade Federal Fluminense (UFF) tem como objetivo promover a formação continuada de professores de Matemática para a melhoria do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) no Estado do Rio de Janeiro, Brasil. O projeto incide sobre a formação em serviço dos professores que ensinam matemática para os anos finais do ensino fundamental e para o ensino médio. Portanto, é um projeto sobre o ensino, com ênfase na prática, que se baseia em um "diálogo fecundo com os professores, considerados não como objetos de pesquisa, mas como sujeitos competentes que detêm saberes específicos ao seu trabalho" (Tardif, 2002, p.230).

O Currículo Mínimo implantado pela SEEDUC descreve competências e habilidades por ano/bimestre, para organizar e facilitar a operacionalização do cotidiano escolar e preparar os alunos para as avaliações de larga escala No projeto de formação continuada de professores, o Currículo Mínimo, aprovado pelo Estado para Matemática, foi colocado como eixo central em um Curso de Aperfeiçoamento. Este curso teve o desafio de enfrentar as dificuldades encontradas por professores e alunos, na implantação do currículo mínimo. Assim sendo, entendemos como Lelis (2009, p.60) que "[...] só uma cultura de cooperação, de parceria entre as escolas, o Estado, as universidades e os organismos existentes no seio da sociedade civil, que respeite os instrumentos didáticos dos quais os docentes dispõem no espaço escolar, poderá contribuir para a gestão dos problemas [...] *no cotidiano escolar*" (Grifo nosso).

Como descrevemos acima, a proposta do projeto foi desenvolvida, inicialmente, em um curso de aperfeiçoamento, que coube à Fundação CECIERJ a realização de disciplinas, com carga horária total de 180 horas, obedecendo rigorosamente à sequência dos conteúdos do Currículo Mínimo da rede estadual de ensino. Foram oferecidos quatro módulos denominados de

Tópicos em Docência na Educação Básica 1, 2, 3 e 4 de 40 horas cada, na modalidade semipresencial, além de uma disciplina sobre Questões Curriculares em Matemática, de 20 horas. Estes módulos foram desenvolvidos sob o diagnóstico de lacunas do conhecimento, seguido de capacitação em conteúdo e de oferta de um plano de trabalho com um conjunto de elementos para dinamizar o processo cotidiano da sala de aula. O professor foi acompanhado por uma rede de discussão, debatendo os desafios do ensino e da aprendizagem do módulo trabalhado bem como o plano de trabalho sugerido.

A etapa seguinte, complementar para o curso de especialização Lato Sensu, ficou a cargo da UFF, que após a defesa da monografia, versando sobre o processo de ensino e de aprendizagem vivenciado pelo professor e seus alunos, certifica os professores com o título de Especialista em Ensino de Matemática. Esta etapa, denominada Novas Tecnologias no Ensino da Matemática (NTEM) é desenvolvida em parceria com a Universidade Aberta do Brasil (UAB), através do Laboratório de Novas Tecnologias de Ensino (Lante), na modalidade a distancia. O curso utiliza o ambiente virtual de aprendizagem Moodle, permitindo aos professores participantes acesso a materiais disponibilizados, discussões e debates em fóruns sobre temas diversos e troca de experiência com professores de diferentes regiões do Estado do Rio de Janeiro. Além disso, todas as atividades foram desenvolvidas assincronicamente, facilitando ao professor fazer seu próprio horário. O curso tem carga horária complementar de 255 horas, com um núcleo obrigatório de disciplinas, desenvolvido em cinco módulos. As disciplinas obrigatórias oferecidas são Informática Educativa 1, História da Matemática através de problemas e Trabalho final de curso de 60 horas, Informática no ensino da matemática 1 de 45 horas e Metodologia do Trabalho Científico de 30 horas.

A possibilidade da entrada das Tecnologias da Informação e da Comunicação (TIC) no curso de especialização vem legitimar Lessard e Tardif (2009, p.268) quando afirmam que "as TIC parecem completamente inevitáveis e os docentes devem aprender a utilizá-las para fins pedagógicos" e ainda quando afirmam que as TIC "podem ser aliadas quando tornam acessíveis a todos informações de qualidade, permitem a pesquisa, a criação e a interação". Essa abertura às novas tecnologias pode transformar a prática docente, tornando-a mais adequada com o desenvolvimento de atividades mais autônomas, possibilitando a assimilação e a incorporação dos conteúdos pelos alunos de forma prazerosa e significativa.

Formação e prática dos professores de matemática

De acordo com Tardif (2002) é um desafio para os professores de matemática refletir sobre sua formação e sua prática como forma de gerar a autonomia dos alunos. Esta reflexão deve ser crítica e fazer uma análise criteriosa - ratificando saberes e competências e, ao mesmo tempo, retificando outros - é exigência de um modelo educativo centrado na qualificação profissional do professor e na melhoria da aprendizagem dos alunos. Ele também afirma que "um professor de profissão não é somente alguém que aplica conhecimentos produzidos por outros", mas, é antes, "um sujeito que assume sua prática a partir dos significados que ele mesmo lhe dá" (Tardif, 2002, p.230).

Ensinar é um processo implícito ao processo de aprender e ambos são inseparáveis da pesquisa. Freire (2003, p.29) anunciava essa premissa: "Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino". Para isso, não é necessário que o professor se torne um pesquisador, ou seja, aquele que se consagra a pesquisa científica, mas que adquira competências para fazer do ato de ensinar um ato de aprender. O professor conquista sua autonomia, adquirindo o que está sendo

produzido. Além disso, ele passa a compartilhar seus saberes e suas experiências com os demais professores. Desse modo, o professor consegue transformar e desenhar sua própria prática.

Para Fiorentini e Costa o professor assumindo esta postura passa a se constituir:

> [...] um *professor interativo* que procura acompanhar (recebe, contribui e troca) o desenvolvimento de seu campo profissional e científico (no caso, a Educação Matemática); que procura participar do debate público sobre as inovações curriculares; que participa coletivamente de grupos ou projetos de estudo dentro ou fora da escola; é a aquele que tenta buscar, no outro e com o outro, novas experiências e saberes da profissão. (Fiorentini e Costa, 2002, p.319-320).

Consequentemente, não basta socializar o conhecimento, nem trata-se de construir um conhecimento novo, trata-se de reconstruir o conhecimento, partindo do que já existe, com o compromisso de fazer o aluno aprender. O importante é propiciar ao aluno saber pensar e como afirmava Paulo Freire (2003) levar o aluno a pensar certo, pois permite que ele aprenda a fazer certo. E para pensar certo é necessário que haja uma prática docente que aceite o novo preservando o velho, que valida o novo.

Tanto Freire (2003) como Tardif (2002) concordam que existem saberes que proporcionam um agir com seres humanos e que estes saberes são produzidos socialmente, incorporando a própria prática como um saber individual. Portanto, os saberes do professor estão servindo-lhe para que constitua-se modelado no e pelo trabalho. Há, portanto, que refletir criticamente sobre a prática em um movimento dinâmico, dialético e dialógico entre o saber fazer e o pensar sobre o fazer, pois, saber implica assumir a condição de ensinar.

O professor precisa reconhecer que sua tarefa não é simplesmente transmitir o saber sistematizado, mas, implica estabelecer diferentes maneiras de difundir o conhecimento, entendendo a prática pedagógica como um processo, que vai construindo-se na e pela ação perpassada pela relação entre teoria e prática. Assim, de acordo com André et al:

> [...] o trabalho docente é entendido como a práxis que constitui a atividade profissional. O professor, ao mesmo tempo em que desenvolve a sua atividade profissional, contribui para que mudanças ocorram ao seu redor e, simultaneamente, reconstrói-se pelas experiências. Nesse processo, ele não só constitui a sua identidade, mas também colabora com ações, valores e práticas para a constituição identitária dos estudantes que o circundam. (André et al, 2010, p.126)

E de acordo com Dominicé:

> Devolver à experiência o lugar que merece na aprendizagem dos conhecimentos necessários à existência (pessoal, social e profissional) passa pela constatação de que o sujeito constrói o seu saber ativamente ao longo do seu percurso de vida. Ninguém se contenta em receber o saber, como se ele fosse trazido do exterior pelos que detêm os seus segredos formais. A noção de experiência mobiliza uma pedagogia interativa e dialógica. (Dominicé, 1990, pp. 149-150).

A teoria sistematizada, produzida por diferentes estudiosos, embasa e dá suporte à prática do professor. Entretanto, há uma teoria reconstruída pelo próprio professor, que traz consigo as experiências vividas pessoal e durante sua trajetória acadêmica e profissional. Assim, ao entrar em contato com a teoria, o professor precisa ressignificá-la para o contexto em que vai atuar.

Ao ressignificar a teoria, o professor permite que esta teoria tenha relevância para os alunos. Consequentemente, a prática é a ação do professor, com a finalidade de modificar o

conhecimento para transformar a realidade que atua. Exercer a docência exige preparo, comprometimento com a melhoria constante do ensino para torná-lo eficaz. A aquisição do aluno é influenciada pela forma que o docente organiza e gerencia sua aula, incluindo planejamento das tarefas, clareza das explicações subsidiadas por base teórica consolidada e ressignificada. A aquisição eficaz passa pela oportunidade de práticas compartilhadas entre as teorias e um processo reflexivo do docente sobre sua ação.

O que não se pode fazer é isolar a prática da teoria e nem a teoria da prática. Ambas caminham de mãos dadas. A separação entre teoria e prática impregna a ação pedagógica do professor, impedindo-o de compreender a complexidade que é o ato de ensinar e de aprender. Se o professor der prioridade à teoria, toma o conhecimento sistematizado como algo imutável, definido e consolidado, incapacitando-se da compreensão dos fenômenos humanos, que transcorrem em um contexto social e que são produzidos historicamente. Se o professor der prioridade à prática, enfatiza a ação, tornando-a espontânea e sem refletir na e sobre esta prática, consolida-a como reprodutora da realidade existente. Esta prática torna-se vazia e sem compromisso com as mudanças que ocorreriam se houvesse interrelação entre a teoria e a prática.

O discurso do prático a respeito de sua prática faz com que ele fique sempre contestando o que é escrito sobre a prática, como se só ele soubesse ou tivesse as condições de falar sobre a prática. A prática é um meio de o pesquisador procurar resolver alguns problemas, só assim, poderá ocorrer mudanças na sala de aula. O professor só se sente recompensado quando o aluno obtém resultados satisfatórios, que lhe traz reconhecimento. Assim, ele reconhece que seu trabalho, realizado na prática e pela prática é algo que somente ele pode discutir e achar saída.

O professor deve passar da função solitária a de acompanhante do aluno. Não é tanto passar os conhecimentos, mas ajudar o aluno a encontrá-los, organizá-los e manejá-los, tornando a prática aliada da teoria. Pérez Gómez afirma que:

> O profissional competente atua refletindo na ação, criando uma nova realidade, experimentando, corrigindo e inventando através do diálogo que estabelece com essa mesma realidade. Por isso, o conhecimento que o novo professor deve adquirir vai mais longe do que as regras, fatos, procedimentos e teorias estabelecidas pela investigação científica. (Pérez Gómez, 1997, p.110).

Assim, o professor precisa assumir a função de ser o dinamizador e o mediador da incorporação dos conhecimentos pelo aluno.

Resultados

Como já salientamos, foi realizado um levantamento online com a população existente em um curso de especialização a distância para professores de matemática, realizado pelo Lante, da Universidade Federal Fluminense (UFF) em convênio com o CECIERJ e a SEEDUC, Brasil. O Objetivo deste levantamento foi verificar a aceitação do curso por estes professores e analisar o desenvolvimento da formação em serviço. Dos 105 professores que participavam do curso em 2013, 85 responderam ao questionário, sendo 69 professores do ensino médio e 16 professores dos anos finais do ensino fundamental. Todos trabalham em escolas da rede estadual de educação do Estado do Rio de Janeiro. A título de identificação desses professores foi utilizado referências de P1 a P85. Cabe ressaltar que os professores tinham a possibilidade de dar mais de uma resposta às perguntas propostas.

Na análise dos dados percebemos que o tempo de serviço é significativo para a entrada no curso de especialização. Assim, o tempo de serviço dos professores participantes da pesquisa mostra que 35% estão no início da carreira. É a primeira fase em que Gonçalves (como citado em Nóvoa, 2000, p.164) afirma que "oscila entre uma luta pela sobrevivência, determinada pelo choque do real, e o entusiasmo da descoberta de um mundo novo". Huberman (como citado em Nóvoa, 2000) afirma que é a fase da entrada na carreira, em que a sobrevivência traduz o tatear constante, que é a confrontação inicial com a complexidade da situação profissional.

Na segunda fase (estabilidade) Huberman (como citado em Nóvoa, 2000, pp.39-40) designa pelo "estádio do comprometimento definitivo", acompanhado pela pertença ao grupo profissional e de competência pedagógica crescente. Fase também proposta por Gonçalves (como citado em Nóvoa, 2000), que vai dos 5 anos aos 7 anos, podendo chegar aos 10 anos de profissão, estão 48% dos professores, que já adquiriram certa confiança na atividade docente. Por esta margem de experiência profissional fica constatado que a formação continuada é uma necessidade, da qual esses professores se constituirão e terão um repertório pedagógico seguro. Com esse entendimento e observando o gráfico vemos que 83% dos professores se encontram nestas duas fases.

Figura 1. Tempo de serviço. Imagem Glooge Drive.

Vários são os motivos que levam professores a buscarem esta especialização, dentre eles estão ser da área de atuação (7 professores); o tema ser novas tecnologias (12 professores); trocar experiências com os colegas (6 professores); crescimento profissional (9 professores); melhorar a prática docente (34 professores) e qualificação profissional (45 professores). Salientamos que no item crescimento profissional foi computado as opções aumento salarial e ingresso no mestrado. De acordo com a análise obtida, 45 professores colocaram a qualificação profissional como primeira opção. Além da qualificação profissional, 34 professores responderam que melhorar a prática é um aspecto relevante quando se busca um curso de especialização. Podemos observar estes percentuais no gráfico a seguir.

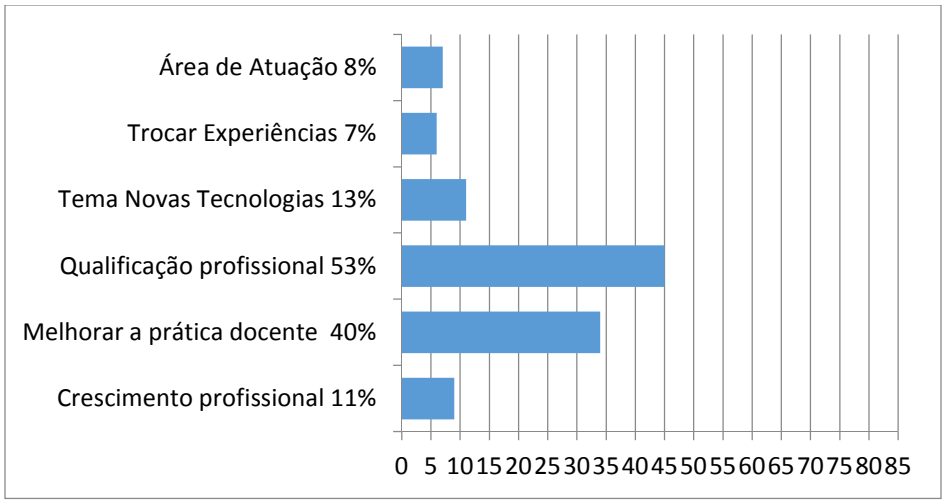


Figura 2. Motivos para fazer a especialização. Imagem criada pelos autores.

Constatamos como Tardif (2002, p.234) que "o trabalho dos professores de profissão deve ser considerado como um espaço específico de produção, de transformação e de mobilização de saberes e, portanto, de teorias, de conhecimento e de saber-fazer específicos ao ofício de professor." Assim, este curso de especialização está possibilitando aos professores introduzirem temas atuais, terem mais confiança naquilo que faz, além de favorecer a transformação da prática docente, renovando-a e enriquecendo-a. Podemos verificar em algumas respostas dadas:

P85: Atualização na minha prática de ensino frente às novas tecnologias de informação e comunicação.

P18: Qualificação e aperfeiçoamento profissional.

P27: Aprender novas metodologias no ensino da matemática, adquirir conhecimentos e associar as aulas às novas tecnologias.

P46: Aperfeiçoar os conhecimentos na área educacional, especialmente em matemática.

A pergunta seguinte focou exatamente a prática docente. Na análise dos dados, o item mais respondido pelos professores foi a introdução e utilização de recursos tecnológicos (47 professores), possibilitando a prática mais dinâmica (22 professores), pois as aulas tornaram-se atrativas, estimulando a participação dos alunos (5 professores). Essa transformação motivou os professores à pesquisa (21 professores), a planejar as aulas (12 professores) e a repensar a própria prática (10 professores). Cabe ressaltar que o item tornar a prática mais dinâmica incluiu as categorias aulas mais motivadas, aulas mais contextualizadas e uso de exemplos. Assim, corroboramos com Imbernón (2006, p. 17) quando afirma que: "aprender para pôr em prática uma inovação supõe um processo complexo, mas essa complexidade é superada quando a formação se adapta à realidade educativa da pessoa que aprende". Desta forma, a formação desenvolvida por meio do curso de especialização tornou-se significativa e útil aos professores, pela maneira de adaptação à realidade e pela capacidade de transpô-la para a sala de aula com práticas habituais. Podemos observar os percentuais no gráfico abaixo.

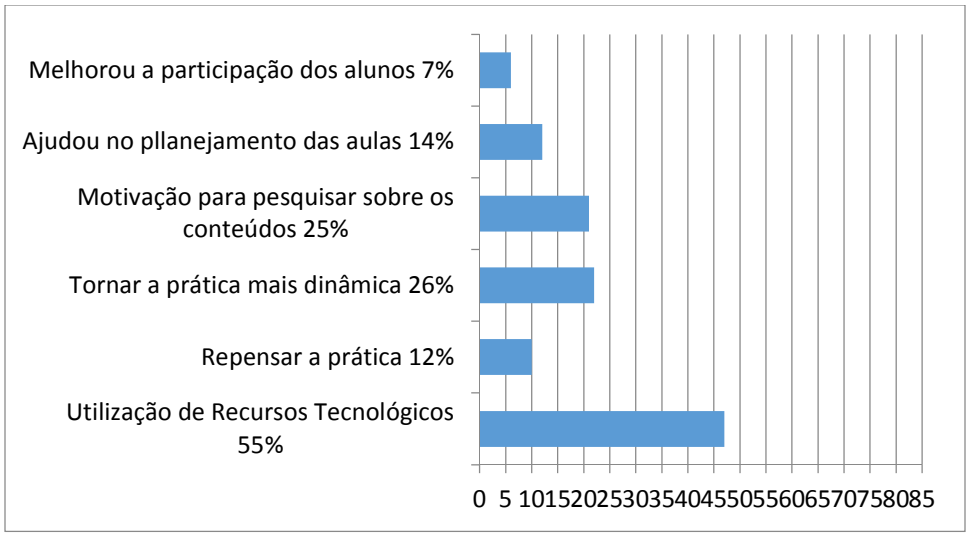


Figura 3. Mudanças na prática docente. Imagem criada pelos autores.

Ainda, de acordo com Imbernón:

> Em uma sociedade democrática é fundamental formar o professor na mudança e para a mudança por meio do desenvolvimento de capacidades reflexivas em grupo, e abrir caminho para uma verdadeira autonomia profissional compartilhada, já que a profissão docente precisa partilhar o conhecimento com o contexto. (Imbernón, 2006, p.18).

Isto significa maior comprometimento com a dinâmica do seu trabalho. Implica constituir-se de competências, habilidades e qualidades que se constroem e reconstroem cotidianamente em sala de aula. Isso fica evidente em algumas respostas:

P49: Trouxe novas ideias e despertou um novo interesse sobre assuntos e práticas, que antes não as utilizava.

P69: O tema abordado é interessante e agregarão novos recursos as minhas aulas, tornando-as mais criativas e eficientes.

P1: Tenho trabalhado de forma mais dinâmica e com aulas mais contextualizadas.

P18: Novas formas e novas maneiras de ver e abordar assuntos já conhecidos e aprendizado de novos conhecimentos.

P56: As metodologias utilizadas, hoje sinto-me mais a vontade para usar um software educacional, por exemplo, ou simplesmente utilizar recursos como data show, quadro interativo, entre outros.

Na análise dos dados a respeito da importância da iniciativa do projeto SEEDUC/RJ em convênio com a fundação CECIERJ e a UFF/UAB a grande maioria dos professores respondeu que foi a modificação da prática docente (51 professores). Constatamos que, a oportunidade de qualificação profissional (40 professores) também corroborou para a importância do curso. Além desses itens foi respondido por ser gratuito, a distancia e instituições renomadas (26 professores); tema novas tecnologias (15 professores) e a troca de experiências com os colegas (5 professores). Sublinhamos que no item modificação da prática docente foi computado as categorias melhorar o desempenho discente, refletir sobre a prática e melhorar a qualidade do ensino. Podemos constatar os percentuais no gráfico a seguir.

Figura 4. Importância do Projeto para a formação. Imagem criada pelos autores.

Em algumas respostas isso fica evidente:

P54: Preparar os docentes para enfrentar uma nova demanda de alunos que nasceram nesse mundo digital, fazendo com que os professores interajam com sabedoria e competência de modo a contribuir com seus conhecimentos já consagrados, junto as novas tecnologias, para um melhor aprendizado desse nosso corpo discente e para elevar o nosso nível de ensino tão marginalizado pela mídia.

P85: Acredito que se a adesão dos professores ao projeto está crescendo. A tendência é de inovar as aulas, principalmente no ensino de matemática, pois para alguns alunos seu aprendizado é complicado. Então, vale destacar o material que tive acesso quando participei do curso de formação continuada que é criativo e dinâmico, proporcionando aulas mais atraentes para meus alunos.

P3: Este projeto é muito importante, pois como participante do mesmo, obtive um saldo muito grande em minha qualidade de ensinar, proporcionando uma aprendizagem construtiva aos alunos. [...]. Tive a oportunidade de abordar sobre as iniciativas do governo através de projetos que visam a efetivação do uso de TIC em sala de aula, e percebi que aqueles que participam destes projetos mudam realmente sua prática, [...].

P24: Eu acho que essa parceria vem democratizar o acesso aos cursos de formação continuada aos professores do Estado, de forma gratuita e de qualidade, utilizando métodos de educação tanto a distancia quanto presencial.

Considerações Finais

A formação continuada é foco da atenção dos governantes e das políticas públicas. Implementar cursos de aperfeiçoamento e de especialização são propostas das mais diferentes instituições, o que requer um rigor na escolha desta formação, por parte dos professores. Entretanto, quando esta mobilização parte da Secretaria de Educação de um Estado, com respaldo de instituições renomadas e confiáveis esta escolha tem efeito catalisador, no sentido de produzir reação e aceitação, pela anuência da própria Secretaria do Estado, facilitando a entrada no curso de aperfeiçoamento e posterior entrada na especialização.

Nas análises realizadas sobre as respostas obtidas por meio da pesquisa com os professores cursistas ficou evidenciado que o curso possibilita a qualificação profissional, permitindo e possibilitando a utilização de novos recursos na prática docente, uma necessidade constatada pela grande maioria dos entrevistados. Essa mudança da prática implica comprometimento, não só com o ensino realizado em sala de aula, bem como, com a melhoria da qualidade da educação do Estado.

Dinamizar a prática docente torna essencial respeitar os saberes dos alunos que são construídos socialmente, bem como entender que estes alunos têm competências para aprender os conteúdos matemáticos de forma diferenciada e atrativamente construídos. A análise aponta para a necessidade de buscar novas formas de ensinar e de aprender, partindo inicialmente da proposta da SEEDUC e instituições conveniadas, para tornar o professor de matemática autônomo e seguro de suas atividades pedagógicas.

Alguns professores estimulados pela realização do curso modificaram sua prática e desenvolveram atividades das mais variadas formas, como por exemplo, a utilização de vídeos-aulas sobre a história da matemática, trazendo para sala alguns personagens, como Pitágoras e Tales de Mileto, para explicação de alguns conceitos. Além das vídeos-aulas, utilizaram diferentes softwares, tais como Geogebra, ReC, Poly, Winplot, entre outros.

O projeto de aperfeiçoamento, e posterior especialização, desenvolvidos pela SEEDUC e instituições conveniadas são de suma importância para a melhoria da qualidade da formação dos professores de matemática, o que pode ser verificado em pesquisa anterior realizada por Mattos, Mattos e Costa (2013). Bem como, para a melhoria da qualidade do ensino no Estado, conforme resultados divulgados, em 2014a e 2014b, pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) que anuncia o aumento do Ideb para os anos finais do ensino fundamental e para o ensino médio. Portanto, pensar em Educação requer iniciativas como esta, que necessitam serem expandidas e desenvolvidas nos diferentes Estados e cidades brasileiras.

Referências bibliográficas

André, M.E.D.A., Almeida, P.C.A., Hobold, M.S., Ambrosetti, N.B, Passos, L.F. & Manrique, A.L. (2010). O trabalho docente do professor formador no contexto atual das reformas e das mudanças no mundo contemporâneo. *RBEP*, 91(227), 122-143.

Brasil. Inep. (2014a). Notícias. Disponível em < http://portal.inep.gov.br/todas-noticias?p_p_auth=2SVej7uw&p_p_id=56_INSTANCE_d9Q0&p_p_lifecycle=0&p_p_state=normal&p_p_mode=view&p_p_col_id=column-2&p_p_col_pos=2&p_p_col_count=3&_56_INSTANCE_d9Q0_groupId=10157&p_r_p_564233524_articleId=99515&p_r_p_564233524_id=138015>. Acesso em 08/09/2014.

Brasil. Inep. (2014b). Notícias. Disponível em < http://portal.inep.gov.br/visualizar/-/asset_publisher/6AhJ/content/id/139140?p_r_p_564233524_urlTitle=ideb-indica-melhora-no-ensino-fundamental&redirect=http%3a%2f%2fportal.inep.gov.br%2f>. Acesso em 08/09/2014.

Dominicé, P. (1990). *L'histoire de vie comme processus de formation*. Paris: Édition L'Harmattan.

Fiorentini, D. & Costa, G.L.M. (2002). Enfoques da formação docente e imagens associadas ao professor de matemática. *Contrapontos*, 2(6), 309-324.

Freire, P. (2003). *Pedagogia da autonomia*: *saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra.

Gonçalves, J.A.M. (2000). A carreira das professoras do ensino primário. In Nóvoa, A. (org.), *Vidas de professores* (pp. 141-169). Porto: Porto.

Huberman, M. (2000). O ciclo de vida profissional dos professores. In Nóvoa, A. (org.), *Vidas de professores* (pp. 31-61). Porto: Porto.

Imbernón, F. (2006). *Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza*. São Paulo: Cortez.

Lelis, I. (2009). A construção social da profissão docente no Brasil: uma rede de histórias. In Tardif, M. & Lessard, C. (Org.), *O ofício de professor: história, perspectivas e desafios internacionais* (pp. 54-66). Rio de Janeiro: Vozes.

Lessard, C. & Tardif, M. (2009). As transformações atuais do ensino: três cenários possíveis na evolução da profissão do professor? In Tardif, M. & Lessard, C. (Org.), *O ofício de professor: história, perspectivas e desafios internacionais* (pp. 255-277). Rio de Janeiro: Vozes.

Mattos, S.M.N., Mattos, J.R.L. & Costa, C.J. (2013). Especialização a distancia para professores de matemática da rede pública do ensino do Estado do Rio de Janeiro. In Colóquio Luso-Brasileiro de Educação a Distância e Elearning, 3, Lisboa, 2013. *Colóquio Luso-Brasileiro...: atas*. Lisboa: Universidade Aberta. LEAD, 2014. ISBN 978-972-674-738-3. p. 1-18.

Pérez Gómez, A.I. (1997). O pensamento prático do professor: a formação do professor como profissional. In: NÓVOA, A. (org.), *Os professores e sua formação* (pp. 93-114). Lisboa: Dom Quixote.

Tardif, M. (2002). *Saberes docentes e formação profissional*. Rio de Janeiro: Vozes.

Tardif, M. & Lessard, C. (2005). *O trabalho docente: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas*. Petrópolis: Vozes.

Reflexión durante las prácticas de enseñanza de Matemáticas: un proceso de iniciación al desarrollo profesional

María Teresa **Castellanos** Sánchez
Universidad de los Llanos, Universidad de Granada
Colombia
castellanosmaria@correo.ugr.es
Pablo **Flores** Martínez
Universidad de Granada
España
pflores@ugr.es
Antonio **Moreno** Verdejo
Universidad de Granada
España
amorenoverdejo@gmail.com

Resumen

Con el propósito de estudiar el proceso de iniciación al desarrollo profesional de futuros profesores de matemáticas (FPM), esta investigación reconoce en las prácticas de enseñanza la oportunidad para que estudiantes para profesor se relacionen con el conocimiento profesional, analicen su práctica, aborden problemas que allí surjan y puedan actuar de manera racional frente a estos incorporando nuevo conocimiento, es decir actúen como profesores reflexivos; entonces ¿Cómo hacer que los FPM adquieran hábitos de reflexión que les preparen para su labor futura? Bajo este presupuesto y apoyados en el paradigma de la investigación de diseño se re- formula, diseña e implementa un experimento de enseñanza (curso de PPD) en un programa de formación, donde los participantes podrán atravesar por ciclos de reflexión sobre problemas de la enseñanza de las matemáticas derivados de su PPD. Los resultados permiten interpretar las características del desarrollo profesional y las relaciones con el conocimiento del FPM

Palabras clave: desarrollo profesional, reflexión, investigación de diseño, prácticas de enseñanza

El problema de investigación

Esta investigación surge con las dificultades que presentan los estudiantes para profesor de matemáticas (EPM) al iniciarse en el desarrollo profesional. Durante su formación inicial estos estudiantes se enfrentan a prácticas formativas y de enseñanza o docentes al final de la formación, momento en el cual es posible analizar su experiencia de enseñanza durante la acción o después de ella (Dewey, 1989). Al inicio de estas prácticas expresan dudas y temores, consideran complejo el proceso de enseñar matemáticas. Sin embargo, conceden importancia y confianza a este periodo de formación y manifiestan su expectativa al respecto del cómo y qué enseñar, Aunque los practicantes comparten su frustración por las dificultades en su desempeño reconocen tener fortalezas del conocimiento de carácter teórico y debilidades del conocimiento en y para la práctica, en palabras de Schôn (1992) carecen de “conocimiento en la acción”.

De esta manera, se considera la necesidad de crear un periodo formativo de tipo práctico que pueda ser aprovechado y le genere al estudiante situaciones para confrontar su formación teórica (didáctica y matemática), con su propia apreciación de lo que es la práctica profesional; una formación práctica versátil, apoyada en una actitud reflexiva, que les lleve más allá del papel de observador y reproductor, aprovechando toda ocasión para iniciarse en el desarrollo profesional. Se considera que la Práctica Profesional Docente (PPD) es para el futuro profesional un escenario para el inicio en los procesos de reflexión, que le facilitarán en un tiempo próximo actuar como un docente reflexivo que aprende de su propia práctica (Flores, 2007), que actúa de manera racional frente a problemas que en ella surgen y le permiten incorporar nuevo conocimiento. Se entiende la PPD como una oportunidad que facilita la relación con el conocimiento profesional otorgando sentido a la actuación.

El propósito de la investigación presentada es facilitar a los futuros profesores atravesar por ciclos de reflexión durante las prácticas de enseñanza, para que inicien su desarrollo profesional generando conocimiento práctico que les permita responder a diversas situaciones que enfrenta un profesor en su práctica, y crear hábitos de reflexión para analizar en futuro aspectos puntuales de su práctica profesional. La PPD, permite el inicio en la responsabilidad profesional y el desarrollo de un conocimiento práctico que conjugue una profundización teórica, siempre y cuando le conceda practicidad a esta profundización. Esta actitud de requerir nuevo conocimiento a partir de la acción, considerándolo útil para resolver problemas percibidos en la práctica, es lo que llamamos reflexión. A partir de la problemática evidenciada surgen las preguntas de esta primera fase de la investigación: ¿Cómo despertar reflexión en profesores en formación?, ¿Cómo apreciar esta reflexión?, ¿Cuáles son los hábitos de reflexión que manifiestan con más claridad dichos futuros profesores sobre problemas surgidos durante el desarrollo de las prácticas de la enseñanza de las matemáticas?

Para afrontar esta problemática se requiere diseñar una investigación que permita analizar en qué medida la reflexión puede desempeñar un papel importante en las prácticas de enseñanza, y cómo poder estudiarla en el contexto de un programa de formación práctica inicial, desarrollada en la Universidad de los Llanos. Este propósito incluye planificar un curso dentro de un programa de formación de profesores mediado por procesos de reflexión (curso de PPD) y estudiar cómo los estudiantes se inician en su desarrollo profesional cuando desarrollan sus prácticas de enseñanza; cómo se relacionan y acrecientan de manera profunda y personal el conocimiento profesional como profesores de matemáticas.

Los propósitos del estudio coincide con prioridades y directrices internacionales, que otorgan importancia a promover la reflexión durante la formación de profesores para que se inicien en su desarrollo profesional y sean críticos sobre su práctica (NCTM, 1991).

La investigación atiende propósitos normativos e institucionales para la formación inicial del educador Colombiano en relación con las nuevas disposiciones legales que demandan iniciar en el desarrollo profesional del profesor (Decreto 1295/2010); contribuye con bases de transformación de la formación de profesores y coincide con las principales finalidades del mejoramiento profesional.

En particular fortalece y aporta al desarrollo y conocimiento profesional del profesor de matemáticas en coherencia con investigaciones de autores colombianos que concluyen la necesidad de conocimientos profesionales en la formación inicial para entender la complejidad de la práctica docente en el ejercicio profesional; una consolidación de las necesidades

manifestadas anteriormente se expone en estudios preliminares (Castellanos, Flores& Moreno, 2014).

Estas son entre otras algunas facetas que evidencian la necesidad de fomentar la actitud reflexiva e interpretar los procesos de reflexión de los futuros profesores para poder ayudarlos a auto-regular la capacidad de construir nuevo conocimiento desde la práctica (Flores, 2007), con lo que esperamos aportar a la comunidad académica y a la línea de investigación en formación de profesores, en tanto que buscamos comprender mejor la formación de los futuros profesores de matemáticas durante las prácticas de enseñanza y su impacto en el desarrollo profesional.

Antecedentes

Las investigaciones en formación inicial de maestros han atendido a los aspectos profesionales de la enseñanza de las matemáticas y a los relacionados con los conocimientos de los profesores y sus prácticas (Gutiérrez & Boero, 2006). En algunos casos la reflexión es considerada un aspecto importante de la investigación y del desarrollo profesional, entendida como un equilibrio entre el conocimiento del oficio del maestro (local y particular) y el conocimiento teórico general o académico (Clements, 2013).

Algunos estudios que abordan el aprendizaje de profesores de matemáticas lo hacen desde los conocimientos y creencias, y entienden al profesor como un profesional en desarrollo (Wood & Tirosh, 2008); destacan las relaciones entre el conocimiento y el papel de los formadores, y las interacciones entre los procesos y las prácticas en formación de profesores; presentan diversos puntos de vista acerca de lo que significa la promoción de la práctica profesional y la formación docente.

Algunas investigaciones consideran el estudio de la reflexión vinculada con el cambio docente; los conocimientos profesionales para la enseñanza; la investigación y la práctica docente (Loughran, 2004); existen contribuciones que abordan la reflexión sobre la práctica profesional con profesores en ejercicio. Turner, Kwon y Orrill en el 32nd PME-2008, reportan evidencias del desarrollo de conocimientos matemáticos y pedagógicos; algunos vinculan ciclos de reflexión (Korthagen 2001; Flores, 2007) para abordar situaciones profesionales y otros plantean modelos para ayudar a los profesores a reflexionar sobre la actividad matemática (Parada, 2011).

Referentes Teóricos

Los principales referentes teóricos que orientan esta comunicación se soportan en los constructos: Desarrollo Profesional de los Profesores, Conocimiento Profesional del profesor de matemáticas, Reflexión y las diferentes ideas de Práctica. L*a reflexión* es un término que se remonta al contexto filosófico con las ideas de John Dewey (1989), que sustentan la utilización de reflexión en didáctica, al considerarla una capacidad para asumir seria y mentalmente un asunto y actuar de modo deliberado e intencional en busca de soluciones lógicas y racionales a los problemas de la práctica. Posteriormente se utiliza la reflexión como una característica que colabora al desarrollo profesional del maestro (Climent & Carrillo, 2007), ya que los procesos de desarrollo reflexivo desde la práctica que conducen a un mejor entendimiento y desarrollo de la teoría, ya que, de manera progresiva y continua posibilitan la reconstrucción del conocimiento y el desarrollo profesional del docente.

*El Conocimiento Profesional del Profesor de Matemática*s, es constructo que retomamos de Shulman (1986) sobre el conocimiento del contenido y pedagógico que necesita el profesor para enseñar matemáticas. Un modelo destacado en los últimos años lo plantea el MKT (Conocimiento matemático para la enseñanza), que es concretado en matemáticas, estableciendo seis subdominios de conocimiento (Ball, 2000). La búsqueda de atributos particulares del conocimiento que manifiestan los docentes a partir de las acciones en el aula requiere interpretar el trabajo docente, profundizar en su naturaleza y relacionar los conocimientos para la enseñanza, entre otros aspectos. En este orden de ideas comprendemos que el conocimiento profesional del profesor de matemáticas atraviesa por fases y formas, que vienen favorecidas por la reflexión practica (conocimiento) y la reconstrucción del conocimiento (mediación), eventos que posibilitan y sustentan el avance del conocimiento profesional.

L*a reflexión en la práctica profesional* se considera como uno de los principales conceptos asociados con la vida profesional del docente Jaworski (1993), incluye las etapas de: a) hacer frente a la gestión de clases, b) hacer expansión del repertorio de la enseñanza, c) dar profundidad y diversidad en relación con el desarrollo curricular; son los procesos de desarrollo reflexivo en la práctica y en la investigación los que conducen al profesor a un mejor entendimiento y desarrollo de la teoría.

El desarrollo profesional, es un proceso gradual y continuo que arranca desde la formación inicial, y mediante el cual cada profesor va creciendo y madurando en la medida que enfrenta diferentes problemas y logra confianza; se enriquece de nuevas perspectiva y métodos; incrementa su conocimiento profesional; descubre y asume nuevos retos. Entendemos que la vida profesional de un profesor requiere un *proceso de desarrollo profesional* en el que se movilizan múltiples situaciones que permiten hacer análisis de su actuación considerando cada vez más elementos y adaptándola de manera reflexiva.

Diseño metodológico

El enfoque de investigación es cualitativo de tipo interpretativo orientado a la comprensión de acciones y relaciones reveladas por los que futuros profesores participantes de un programa de formación durante la realización de su PPD. El estudio busca entender el modo en que cada individuo realiza su proceso de reflexión cuando se ve involucrado en una práctica de enseñanza de matemática en un centro escolar en el contexto de la Orinoquia Colombiana, supervisado adecuadamente.

El paradigma de investigación elegido es la investigación de diseño "design research" (Confrey, 2006). Este paradigma se ha empleado en diferentes investigaciones en Educación Matemática (Molina et. al, 2012) y ofrece ventajas metodológicas dada la naturaleza de nuestra investigación, la cual se concreta en el diseño de *un experimento de enseñanza*[1]*; en nuestro caso un curso de formación (curso de PPD)*; permite interpretar y comprender en contexto de manera sistemática la reflexión que los participantes manifiestan y cómo implementa dichas reflexiones en sus prácticas de enseñanza. La metodología prevé un experimento (de

[1] Forma de investigación utilizada en Europa "developmental research" (investigación de desarrollo); actualmente llamada design research (investigación de diseño), compatible con el diseño de la investigación consistente con un experimento de enseñanza.

enseñanza) que cubre tres etapas o momentos: preparar (planificar), experimentar (implementar) y analizar retrospectivamente (revisar cada ciclo antes de pasar al siguiente).

El contexto de la investigación se enmarca en el programa curricular de la Licenciatura en Matemáticas y Física de una universidad de los Llanos, Colombia; en la asignatura de Práctica Docente del último semestre (13 créditos), de carácter práctico (con prácticas de enseñanza en centros escolares de la región). El curso de formación (experimento PPD) posibilita la implementación de ciclos de reflexión como herramienta para el desarrollo profesional de los futuros profesores de matemáticas de dicho programa, de tal manera que les permita asumir las prácticas de enseñanza de matemáticas bajo una perspectiva dinámica, reflexiva y critica.

Los participantes en la investigación adoptan tres roles: a) Tutores, docentes de las IE, que reciben a FPM en las aulas y facilitan a los grupos de alumnos el desarrollo de las prácticas de enseñanza (experto). b) Asesor, que acompaña y visita las prácticas de enseñanza (Profesor Universitario), orienta al FPM en el desarrollo de las prácticas, brinda aportes teóricos-conceptuales, tiene la responsabilidad de la asignatura y diseña y promueve los ciclos de reflexión, coordinado con los tutores. c) Sujetos de la investigación son "FPM", quienes participaran en el curso (PPD) y asumen el reto de incorporar la reflexión dentro de su práctica.

Las fuentes de datos de la investigación son las producciones logradas en el contexto de las prácticas docentes, aportadas por los sujetos. Estas producciones analizadas constituyen los insumos y fuentes para percibir la reflexión de los futuros profesores (los participantes). Durante su actuación en la práctica se recogen los diseños de enseñanza y se registran la implementación que hacen cuando enseñan las matemáticas: Unidades Didácticas ajustadas, producciones escritas y grabaciones en audio-video de sesiones de trabajo.

Las variables de la investigación corresponden a las relacionadas con la idea de reflexión, como medida del desarrollo profesional de los estudiantes: conocimiento profesional que manifiestan, problemas prácticos que detectan, tareas de enseñanza que diseñan e implementan.

Resultados

La investigación, en coherencia con el paradigma elegido "investigación de diseño", supone un experimento de enseñanza que hemos llamado curso de formación PPD, cubriendo tres etapas 1) Preparar el experimento de enseñanza (planificar), 2) Experimentar (implementar) y 3) Analizar retrospectivamente (observar ciclos y fases diseñados e implementados antes de pasar al siguiente); a continuación se darán a conocer los aspectos más relevantes de cada una de las etapas.

Durante los meses de Junio- Diciembre de 2014 se implementa el experimento de enseñanza (curso PPD) cubriendo cuatro ciclos de reflexión previstos en la etapa de diseño y fijados en el prototipo del experimento

Etapa Uno: Preparar el experimento; se define y caracteriza la situación de experimentación a través del prototipo. La figura 1 representa la estructura general del prototipo del curso PPD . En esta etapa se atendió a la complejidad del experimento de enseñanza/aprendizaje (curso de PPD) basado en la reflexión.

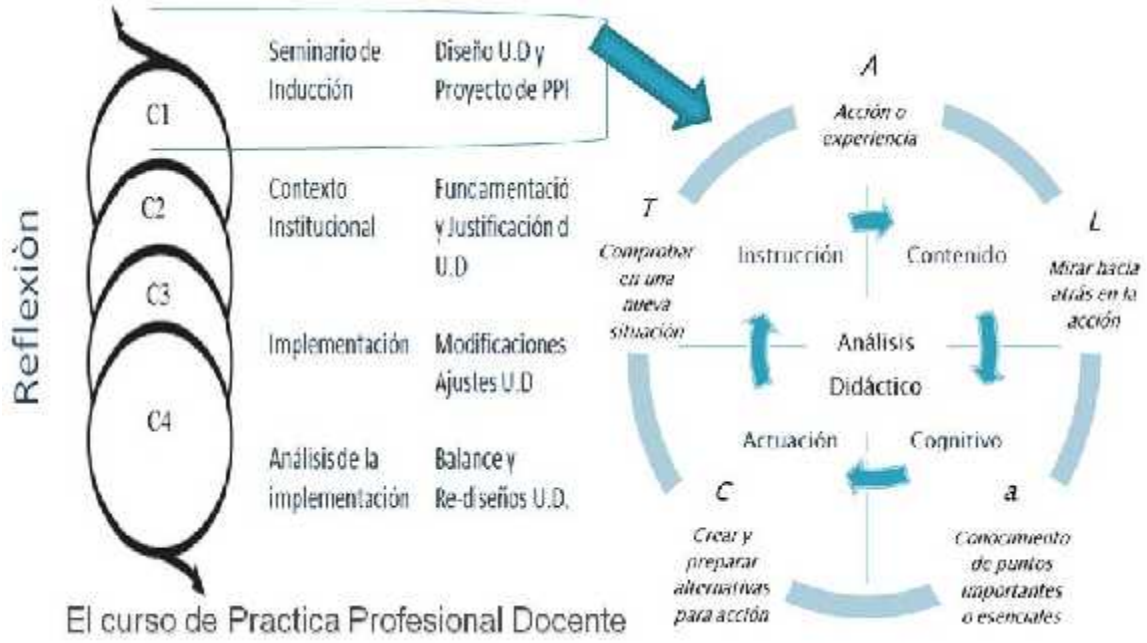


Figura 1. Prototipo de experimento de enseñanza "Curso de formación PPD"

El diseño del curso contó con cuatro ciclos y fue pensado para responder al interrogante de la problemática de estudio ¿Cómo hacer que futuros profesores al inicio de su desarrollo profesional, adquieran hábitos de reflexión que los preparen para su labor futura?; el referente que orientó el prototipo fue el modelo denominado ALACT (Action, Looking back onthe action, Awareness of essential aspects, Creating alternative methods of action y Trial), (Korthagen et., 2001). En esta etapa se delimitan variables, objetivos, problemas, trayectoria hipotética de aprendizaje, principios teóricos, instrucción, y resultados, la tabla 1 recoge algunas de las características del prototipo.

Tabla 1
Principales características del prototipo para el experimento de enseñanza "Curso PPD".

Ciclo de Reflexión	Denominación	Problemas o reactivos	Propósito del Ciclo
C1	Inducción	Proyecto PPD	Redactar problema o conflicto de E/A algebra
C2	Contexto	Diagnostico	Reconocer y definir errores y dificultades
C3	Implementar	Planeación	Diseñar e implementar Unidad Didáctica
C4	Balance	Re-diseño	Proponer alternativas a los conflictos de E/A

Etapa Dos: La experimentación; se desarrolla el experimento de enseñanza (en el curso de formación- PPD) durante 18 semanas, comprendiendo el segundo periodo académico del año 2014 en el contexto del programa de Licenciatura en Matemáticas y Fisca de la Universidad de los Llanos; tiene lugar a través de cuatro ciclos continuos de reflexión. Acorde con la Investigación de diseño incluyen puesta en práctica, análisis y rediseño, en tres escenarios: antes de cada intervención; en cada intervención y después de cada intervención. En la figura 2 se observa una representación de la trayectoria del curso.

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Ciclos	A_1 L_1	a_1 C_1	T_1 A_2	L_2 a_2	C_2	T_2	Socializa Proyecto PPD	T_1 C_2	A_3 T_2	L_3	a_3	C_3 T_2	T_3 A_4	L_4	a_4	C_4 T_4	Sustenta Experiencia PPD	
	Inducción							Implementación –Aula										
			Contexto										Balance					

Figura 2. Trayectoria del experimento de enseñanza por ciclos y semanas

Etapa Tres: Analizar retrospectivamente; observar ciclos y fases diseñados e implementados antes de pasar al siguiente. Durante su ejecución se contó con la vigilancia desde los referentes teóricos asumidos, los cuales permiten apreciar cambios viables a la vista de los datos obtenidos para asumir las posibles modificaciones al modelo ante observaciones inesperadas.

Discusión de resultados

Al igual que los resultados antes expresados las discusiones aquí presentadas son las primeras miradas dentro del proceso de implementación y diseño, esta investigación se encuentra aún en la etapa de consolidación de sus resultados.

Podemos anotar que durante el diseño del curso se acudió a la referencia de varios modelos de reflexión, al estudiar los modelos aplicados en educación se eligió el modelo reflexivo ALACT aplicado en otras investigaciones de educación matemática. Este modelo favorece escenarios donde los FPM observan de su experiencia una situación problema detectada (durante las prácticas de enseñanza). El proceso de reflexión se focaliza en los conocimientos del docente, sus acciones y sus fundamentaciones. Contempla cinco fases para la reflexión: acción o experiencia, mirar hacia atrás en la acción; aspectos importantes; Crear alternativas para acción; y comprobar en una nueva situación.

El trabajo con los FPM se lleva a cabo según el prototipo cubriendo cuatro ciclos de reflexión

(Tabla 1). El primer ciclo se ubica en el escenario denominado Seminario de Inducción a PPD (C1) se desarrolla en las instalaciones de la universidad de los Llanos durante tres semanas antes de ingreso a las IE; el segundo ciclo (C2) se realiza durante el reconocimiento y adaptación del FPM al contexto de la Institución Educativa, con escasos acercamientos e intervenciones en el aula de clase; el tercer (C3) y cuarto ciclo (C4) son experiencias de enseñanza que involucran el aula de matemáticas y los escolares en su totalidad.

Durante el seminario de inducción los participantes (12 en su inicio) atraviesan por el primer ciclo de reflexión (C1) con el propósito de redactar un problema de la enseñanza y el aprendizaje del algebra para ser abordado durante la práctica y les permita concretar su proyecto de práctica profesional docente. *Los conflictos iníciales surgen alrededor de preocupaciones de tipo administrativo, relacionadas con la gestión y la disciplina escolar, al respecto de la motivación de los escolares y algunos problemas que se relacionan de manera general con el campo de la pedagogía y la psicología*.

Aunque la mayoría cuentan con experiencias básicas de enseñanza no es fácil que detecten y formulen problemas que ha encontrado en su experiencia al enseñar este contenido. Observar y describir las experiencias de enseñanza (videos) favorece el escenario para que los participantes puedan ver desde otra perspectiva sus inquietudes y preocupaciones.

El seminario avanzo dando prioridad a las actividades que generan discusión y análisis por parte de los FPM a los problemas prácticos presentados; la recomendación de referentes y la apropiación de los componentes del análisis didáctico favorecieron que los FPM fueran incorporando elementos teóricos que le aportaron sustento y complemento a diferentes instancias de conversación y discusión; estas dinámicas son las que promoverán la reflexión, y ocupa diversos papeles en el programa de formación.

Durante el C1 los participantes no llegan a concretar claramente un tópico o problema de la enseñanza del algebra escolar o de las dificultades de aprendizaje de esta en los distintos niveles escolares. Cuando los participantes se enfrentan en la redacción de la alternativa de solución que constituyen el eje articulador en su proyecto de práctica logran un acercamiento a problemáticas más puntuales relacionadas con el contenido del algebra escolar y producen expresiones relacionadas con el análisis de las necesidades y expectativas que plantea el Ministerio de Educación para este tipo de pensamiento (variacional) que involucra el tratamiento de los sistemas algebraicos analíticos

En el C2 de reflexión, es necesario retomar los problemas que se dejaron del C1, este segundo enmarca el proceso reflexivo en el diagnóstico y reconocimiento de errores y dificultades de los escolares que cursan algebra en las IE de practica; este ciclo permiten crear y sustentar hipótesis sobre el aprendizaje del algebra. Los FPM parten de las expectativas de aprendizaje para el área de matemáticas (algebra) establecidas en el currículo colombiano; elaboran y aplican prueba diagnostico a partir de los supuestos del C, describir los hallazgos y redactar un informe desde un ángulo diferente les enfrentan a realidades no consideradas que les permite confrontar sus conocimientos profesionales (matemático y didáctico del contenido matemático).

Evaluar y destacar los aspectos relevantes en diferentes aportaciones y referentes de investigación al respecto de las dificultades del algebra les permite a FPM ajustar sus hipótesis de por qué la lección tuvo o no un buen efecto; hacer seguimiento a los errores de los alumnos requiere plantear una alternativa a la luz de las hipótesis. Estas habilidades también están estrechamente vinculadas con el conocimiento didáctico del contenido matemático que retan a FPM a profundizar en aspectos como: conocimiento sobre el curriculum, entender las concepciones de los alumnos, estrategias de instrucción y uso de materiales para apoyar la enseñanza

Conclusiones

En el estado que avanza la investigación es apresurado hablar de conclusión; no obstante, en adelante solo se presentan algunas apreciaciones que son producto de los caminos recorridos.

Entendemos acertado usar el paradigma de la investigación de diseño, dado que posibilita la implementación de ciclos de reflexión como herramienta para el desarrollo profesional de los futuros profesores de matemáticas del programa formativo diseñado en esta investigación, esta dinámica les permite asumir las prácticas de enseñanza de matemáticas bajo una perspectiva dinámica, reflexiva y critica.

Apreciamos de los resultados iníciales en los procesos de reflexión suscitados en este curso de formación favorecen las condiciones para entender: qué imagen del álgebra escolar pone de manifiesto los FPM; qué aspectos dominan sus expectativas de enseñanza/aprendizaje;

cómo confrontarlo para favorecer que afloren las creencias y concepciones sobre el álgebra que influyen en sus prácticas de enseñanza.

Destacamos que una ruta para lograr el proceso reflexivo en la práctica requiere partir de acontecimiento de la clase; afrontar "situaciones inesperadas", necesariamente para plantearse preguntas como ¿Qué? y ¿Cómo?, de esta forma se conduce al "distanciamiento" que es necesario para el análisis crítico de la actuación. Se presume que un análisis crítico por parte de los FPM les conduce a un conocimiento más abierto, lo que puede afectar las actuaciones y decisiones para el aula, implicando cambio en la práctica.

Observamos que situaciones provocadoras de reflexión encuentran su origen en los enfoques al respecto de la iniciación y enseñanza del algebra; de esta manera subyace la necesidad de referentes que facilita al futuro profesor comprender las principales concepciones y posturas en la enseñanza e iniciación del algebra escolar y que le aportan al entendimiento de las principales dificultades y errores que los alumnos enfrentan cuando aprenden algebra.

Prospectiva

El análisis retrospectivo de los datos persigue aportar al desarrollo y apropiación de un modelo teórico que involucre los constructos profesores reflexivos y desarrollo profesional; la contribución estará orientada a promover en FPM la *reflexión sobre su actuación como un hábito* a partir de problemáticas relacionadas con la enseñanza del álgebra escolar; es decir, a describir y comprender los elementos que aportan desde la formación inicial a los procesos reflexivos, que puedan además los FPM identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo desde la reconstrucción de su conocimiento profesional. Queda en adelante detallar los procesos reflexivos que se estimularon, como base para la comprensión de dicho proceso, identificando aspectos generales que lo sustentan y la forma cómo se puede describir rutas y aportes a la iniciación en el desarrollo profesional de futuros profesores de matemáticas.

Referencias y bibliografía

Ball, D.L. (2000). Bridging practices. Interwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. En *Journal of Teacher Education*, 51 (3), pp.241-247.

Castellanos, M. Flores, P. & Moreno, A (2014) *Reflexión de futuros profesores de matemáticas durante las prácticas de enseñanza*. En Memorias II Jornadas Doctorales Universidad de Granada.

Clements, M. (Eds.), (2013). *Third International Handbook of Mathematics Education*. Springer.

Climent, N. & Carrillo, J. (2003). El dominio compartido de la investigación y el desarrollo profesional. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(3), 387-404.

Confrey, J. (2006). The evolution of design studies as methodology, en Sawyer, R.K. (ed.). *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences*, pp. 135-152. Nueva York: Cambridge. University Press.

Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos*. Barcelona: Paidós.

Flores, P. (2007). Profesores de matemáticas reflexivos. *PNA*, 1(4), 139-158.

Gutiérrez, A., & Boero, P. (Eds.), (2006). *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*. Sense publishers.

Jaworski, B. (1993). The professional development of teachers: The potential of critical reflection. *British Journal of In-service Education,* 19, 37-42.

Korthagen, F. A., Kessels, J., Koster, B., Lagerwerf, B. & Wubbels, T. (2001). *Linking Practice and Theory. The Pedagogy of Realistic Teacher Education*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Loughran, J. (Eds). (2004). *International handbook of self-study of teaching and teacher education practices*. Boston: Dordrecht.

Molina, M., Castro, E., Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias*, 29 (1) 75-88

National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Autor.

Parada, S., Figueras, O. & Pluvinage, F. (2011) Un modelo para ayudar a los profesores a reflexionar sobre la actividad matemática que promueven en sus clases. *Revista de educación y pedagogía*.59, 85-102.

Rico, L. (1997). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid: Síntesis

Schön, D. A. (1992). *La formación de profesionales reflexivos*. Madrid: Paidós.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *American Educational Research Association*, 15(2), 4-14.

Wood, T. & Tirosh, D. (2008). The international handbook of mathematics teacher education. Volumen 2: Tools and Processes in Mathematics Teacher Education. *AMC*, 10, 12.

Resolução de problemas matemáticos: vivências de pós-graduandos entre epistemologías e práticas

Mônica Gonçalves de **Matos**
Universidade Federal do Pará
Brasil
monicagoncal@hotmail.com
Edileusa do Socorro Valente **Belo**
Universidade Federal do Pará
Brasil
Kikabelo2008@hotmail.com
José Ricardo e Souza **Mafra**
Universidade Federal do Oeste do Pará
Brasil
jose.mafra@ufopa.edu.br
Tadeu Oliver **Gonçalves**
Universidade Federal do Pará
Brasil
tadeuoliver@yahoo.com.br

Resumo

Nosso objetivo neste artigo é analisar experiências vivenciadas por nós, pós-graduandos, ao participarmos de formação doutoral. Formulamos a questão que norteia este estudo nos seguintes termos: Que (re)construções ou reorientações teóricas acerca da Resolução de Problemas matemáticos foram desencadeadas em nós docentes em formação? Optamos pela Pesquisa Narrativa, pois a partir das experiências vivenciadas, analisamos significados e possíveis mudanças conceituais desencadeadas ao refletirmos sobre a Resolução de Problemas na formação docente. Elencamos como significativa, a necessidade de, durante a formação inicial e continuada, vivenciarmos discussões sobre a Resolução de Problemas para o ensino da matemática. Portanto, em nosso processo formativo, novas concepções e reflexões emergiram durante as discussões realizadas no percurso, aliadas às nossas vivências como professores, tornaram-se um elemento de contribuição para futuros encaminhamentos, o que certamente se tornará um elemento de acréscimo no desenvolvimento profissional permanente.

Palavras chave: resolução de problemas, formação docente, matemática.

Introdução

Em meio à sociedade atual, as mudanças de paradigmas, as necessidades dos indivíduos, a Educação vem buscando caminhos para realizar uma aprendizagem significativa, que contribua com a formação de cidadãos nesse novo século marcado pelos avanços tecnológicos e pelos embates sociais. O ensino de matemática, essencial para a formação de um cidadão crítico, é diferenciada e que contribua para os novos anseios dos educandos e da sociedade em geral. Para atender a estas expectativas a formação do professor de matemática também deve estar em constante atualização.

Diversos movimentos se configuraram buscando reformas e melhorias para o ensino e aprendizagem da matemática, porém percebemos que ainda não alcançaram os objetivos de tornar esse aprendizado essencial à vida dos educandos, resumindo-se ainda nas tarefas escolares que se apresentam com pouca ligação com as vivencias dos educandos.

Mas o que seria essencial para o ensino e aprendizagem da matemática na sociedade atual? Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apresentam algumas abordagens desejáveis para o ensino de matemática dentre elas a Resolução de Problemas. O documento deixa explícito o quanto o uso dessa tendência matemática nas atividades letivas pode ser significativo para o desenvolvimento das aprendizagens dos alunos. De acordo com Echeverría (1998, p.42), "Se há uma área do currículo na qual parece desnecessário justificar a importância que possui a solução de problemas, ela é sem dúvida a área de matemática".

Entretanto, não há como alcançarmos os propósitos da Educação Matemática da sociedade atual sem discutir a formação de professores de matemática, pois são esses profissionais os principais responsáveis pela criação de ambientes de aprendizagem em que os alunos possam experimentar a matemática relacionada com a resolução de problemas que sejam significativos. Haja visto, emergem alguns questionamentos: a formação inicial de professores de matemática tem proporcionado aos licenciandos conhecimentos necessários para que o professor possa desenvolver em sala de aula o ensino via Resolução de problemas? O ambiente escolar atual é adequado para se trabalhar com tal metodologia? Como avaliar o processo de ensino-aprendizagem da matemática considerando a abordagem com a Resolução de Problemas?

Para discutir sobre as questões apresentadas acima tomamos como fonte nossas experiências de pós-graduandos em formação, analisamos neste estudo reorientações ou reconstruções teóricas que foram desencadeadas a partir de nossas reflexões no decorrer da participação em um ambiente formativo em que dialogávamos com teóricos que versavam sobre Resolução de Problemas. Os questionamentos acima mencionados ecoavam durante as discussões teóricas, e nos faziam refletir sobre nossas práticas docentes, nossas crenças sobre a matemática, seu ensino e aprendizagem, nosso desenvolvimento profissional, sobre o currículo, sobre a formação de professores de matemática, sobre a educação de maneira geral.

Percebemos que estávamos em um momento de nossa formação continuada no qual éramos conclamados a (re)pensar nossa formação, nossas práticas na Educação Básica e no ensino superior, qual a profundidade teórica que possuíamos acerca de Resolução de Problemas, nos apoiávamos em tal metodologia em nossas salas de aula? O quanto estávamos contribuindo com a formação de professores de matemática capazes de utilizar a resolução de problemas na Educação Básica? Este estudo é antes de tudo a consolidação de uma experiência significativa (Josso, 2004) pois nos levou a refletir e transformar nossas concepções.

Para organização deste texto, iniciamos apresentando o cenário deste estudo, os atores e a metodologia que adotamos, posteriormente discutimos alguns conceitos teóricos sobre a Resolução de Problemas matemáticos, suas características, perspectivas e objetivos. E finalmente trazemos as experiências ocorridas durante a disciplina de Resolução de Problemas, suas contribuições para a nossa formação e as implicações desta abordagem nos processos de ensino e aprendizagem da matemática. Para concluir apresentamos nossas considerações buscando responder aos nossos questionamentos.

O cenário e os atores deste estudo

O contexto deste estudo se constituiu no cenário de um Programa de Educação Matemática à nível de doutorado em que nós, autores deste texto, participamos das aulas em uma disciplina que se caracterizada pela abordagem de Resolução de Problemas.

Buscamos analisar e compreender "Que (re)construções e reorganizações teóricas acerca da Resolução de Problemas matemáticos foram desencadeadas em nós, pós-graduandos, contribuindo para o processo de reflexão sobre a formação e práticas docentes". Nossa escolha por cursar tal disciplina convergiu no sentido de esclarecermos que concepções teóricas e metodológicas dão suporte a esta abordagem em sala de aula. Consideramos importante conhecermos diversas metodologias de ensino, com o intuito de poder proporcionar aos educandos caminhos diversos de aprendizagem e formação. Assim, o objetivo central deste ensaio é analisar nossas experiências, as concepções sobre a Resolução de Problemas e vivências como sujeitos em formação, fornecendo indícios do que é significativo para nosso desenvolvimento profissional.

Adotamos o aporte teórico da Pesquisa Narrativa, tal como propõem Clandinin e Connelly (2011) por termos como objetivo apresentar reflexões críticas no que tange as nossas experiências de formação. Segundo os autores, a Pesquisa Narrativa baseia-se nos estudos das experiências que vivenciamos, pois é através delas que organizamos nossas aprendizagens. Entendemos que através das narrativas podemos compreender o quanto uma experiência foi significativa, e assim vislumbramos as mudanças que essas experiências podem desencadear em nós.

Resolução de problemas matemáticos: apresentando epistemologias

Nesta seção apresentamos alguns conceitos teóricos que julgamos pertinentes para nossa discussão acerca da Resolução de Problemas, o ensino-aprendizagem e a formação de professores de matemática.

De maneira geral, Polya (1995), Branca (1997), Kantowski (1997), Echeverría e Pozo (1998), González(2011), Nunes(2010), Onuchic e Allevato (2011) entre outros consideram a resolução de problemas como algo que está presente na vida, que é característico do ser humano, e que a educação deve desenvolver nos educandos capacidades de tornarem-se cada vez mais hábeis em resolver os problemas mais diversos. Entendemos que o ensino que tem como finalidade a aprendizagem não pode mais estar pautado na memorização de fórmulas dadas pelo professor para posteriormente serem utilizadas de forma mecânica pelos alunos, a memorização de algoritmos não se caracteriza como um fazer matemático que satisfaça as exigências de um sistema educacional que vislumbre atender as exigências de uma sociedade repleta de artefatos tecnológicos que exigem dos usuários habilidades para além da repetição mecânica. Como sugere González (2011) os dispositivos tecnológicos estão mudando a vida das pessoas.

Inúmeras situações do dia-a-dia se apresentam com problemas que necessitam ser resolvidos de forma a utilizar a reflexão, conjectura e argumentação. Como sugere Branca (1997), nós professores devemos compreender as diversas interpretações da resolução de problemas para podermos ajudar os educandos a utilizá-la nas mais variadas situações do dia-a-dia. O autor enumera três interpretações[1] mais comuns de resolução de problemas: como uma

[1] 1) Considerar a resolução de problemas como uma habilidade básica pode nos ajudar a organizar as especificações para o dia-a-dia de nosso ensino de habilidades, conceitos e resolução de problemas.

meta; como um processo e como uma habilidade básica. Consideramos que, traçarmos os objetivos que nos impulsionam a utilizarmos a resolução de problemas, em matemática ou outra disciplina qualquer, ajuda-nos a direcionar o quando, o como e o porquê dá ênfase a esta ou aquela faceta da resolução de problemas.

Encontramos na literatura diferenciação entre exercício e problema. Echeverría e Pozo (1998), por exemplo, mencionam que um exercício é uma situação na qual empregamos técnicas sobreaprendidas, rotineiras; e um problema é visto como uma situação nova ou diferente do que já foi aprendida, e da qual não conhecemos os meios para resolvê-lo. Isto leva-nos a retomar a perspectiva do que é um problema para uma determinada pessoa, o que nesse caso, se ela conhecer as técnicas empregadas para a sua resolução, isso se tornará um exercício e não um problema.

Para Lester (1983) problema é uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve a solução. Ou seja, o indivíduo precisa querer resolver a situação, precisa sentir-se motivado a buscar a solução, assim o que é um problema para nós pode não representar problema para outros. Onuchic e Allevato (2011, p.81) assumem que problema "é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer".

Nesse sentido, entendemos que é necessário construir ambientes de aprendizagem que possibilitem aos alunos o contato com problemas, com situações que realmente os desafiem, pois ao propormos somente exercício não nos distanciaremos muito de um treinamento. Mas para que possamos construir esses ambientes é necessário refletir sobre as concepções que sustentam nosso fazer pedagógico, pois entendemos que o ensino que desenvolvemos junto a nossos alunos e os parâmetros que definimos para nossas metodologias e para avaliação dos educandos estão fortemente impregnados da nossa história de formação, "o que as pessoas aprendem é influenciado por suas concepções sobre si mesmas, sobre a sociedade em que vivem e sobre a matéria em questão" (Nunes, 2010. p.64).

É salutar investigar os processos mentais que os alunos utilizam na resolução de problemas matemáticos, além disso, devemos proporcionar aos alunos diversas estratégias as quais eles possam inserir em seus repertórios de heurísticas (Schoenfeld,1997). Para que isso possa ocorrer julgamos que é fundamental que a formação do professor de matemática proporcione aos futuros professores conhecimentos variados de heurísticas para poder orientar suas futuras práticas. Onuchic e Allevato (2011, p.82) ao proporem uma metodologia que denominam Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas enfatizam que "o professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir".

Nesse sentido, o professor que pretende desenvolver sua prática pedagógica tendo como pilares as ideias que circundam a tendência em Educação Matemática de Resolução de

---

2) Considerar a resolução de problemas como um processo pode nos ajudar a perceber como lidamos com as habilidades e conceitos, como eles se relacionam entre si e que papel ocupam na resolução de vários problemas.

3) Finalmente, considerar a resolução de problemas como uma meta pode influenciar tudo o que fazemos no ensino da matemática, mostrando-nos outra proposta de ensino (Branca, 1997, p. 10)

problemas precisa ter clareza do novo papel que está assumindo em conjunto com seus alunos, pois deverá assumir a postura de alguém que também está em processo de aprendizagem.

Kantowski (1997) apresenta o papel do professor em decorrência do nível de desenvolvimento dos alunos no que se refere a resolução de problemas, analisando seus escritos percebemos que enfatiza a existência de uma continuidade no desenvolvimento dos alunos começando de forma incipiente até se sentirem à vontade com a resolução de problemas. Nosso questionamento em relação a esta "maturidade" a ser alcançada pelos alunos é o 'tempo' disponível para que o mesmo ocorra. É corrente entre nós, professores, o relato de que não conseguimos concluir a estrutura curricular que nos é proposta a ministrar. A autora menciona a questão do tempo quando tratamos da resolução de problemas: "A resolução de problemas não pode ser aprendida em um curso relâmpago. Para a maioria dos alunos, a habilidade para resolver problemas se desenvolve lentamente, em um período de longo tempo" (Kantowski,1997, p. 271).

Uma possibilidade que podemos vislumbrar para o acompanhamento desse desenvolvimento dos alunos seria que o professor pudesse acompanhar os alunos nas séries de forma contínua. Essa relação de "intimidade" entre professor e aluno pode facilitar ao professor o conhecimento e o desenvolvimento com aqueles alunos de estratégias diversas nas aulas de matemática.

Indagamos então no que tem se concentrado o ensino da matemática? Até onde entendemos a importância dos exercícios, entretanto não se detendo apenas neles? E a formação continuada com tem levantado a questão da resolução de problemas? Em nossas práticas docentes como temos entendido e possibilitado a construção de heurísticas para a resolução de problemas em matemática? Deixaremos estas discussões para a sessão de análise deste trabalho, a seguir.

Reflexões e (re)orientações teóricas para a formação docente: com a palavra os pós-graduandos.

Nós, sujeitos e autores deste estudo, temos a clareza que a compreensão das experiências vivenciadas se incorporam às nossas práticas de formação (Josso, 2004). Nesse sentido, apresentamos dois eixos: no primeiro enunciamos um balanço de nossas heranças de formação e no segundo, apresentamos as reconstruções e reorganizações teóricas suscitadas a partir do ambiente de formação que co-construímos.

Um balanço de nossas heranças de formação

A promoção de mudanças de concepções e atitudes em relação aos conhecimentos sobre o ensino, a aprendizagem e a avaliação em matemática e como esse processo influência no desenvolvimento dos alunos não acontece simplesmente por que o contexto social atual exige de nós, professores de matemática, que façamos modificações em nosso fazer pedagógico. Muitas teorias, em especial ao tratarmos com Educação Matemática se revelam como tendências promissoras para auxiliar-nos na/para mudança.

Em nosso entendimento as mudanças aclamadas no cenário educacional devem vir com o potencial de oferecer aos professores condições necessárias para o seu desenvolvimento pessoal e profissional, acesso a formação inicial e continuada. Tais condições precisam ter, como um dos seus princípios, valorizar o professor como sujeito ativo no processo de formação. Um profissional que tem como principal atributo ajudar outros seres humanos a caminhar em busca

do entendimento de si, não pode ser prisioneiro de um sistema de formação, que muitas vezes, leva-o a desenvolver o seu trabalho como mero seguidor de um currículo determinado por especialistas externos ao seu ambiente trabalho. Entendemos que:

> Os desafios que hoje lhes são colocados na área da educação, em geral, e na da educação matemática, em particular, exigem-lhes, não apenas uma aplicação correta de materiais e orientações emanadas de outras instâncias, mas sobretudo um trabalho livre e criativo de concepção pedagógica e inovação curricular (Boavida, 1993, p.266).

A tarefa docente se configura pela busca e exercício de autonomia profissional, que sabemos não ser fácil, pois a nós professores, são atribuídas funções de executar tarefas determinadas pelos dirigentes e seguir propostas curriculares que são, muitas vezes, alheias ao contexto social que desenvolvemos em nossas atividades docentes. Nesse sentido, precisamos (re)aprender a pensar o ensino, a aprendizagem e a avaliação como elementos indissociáveis, um conjunto (Nunes, 2010).

Percebemos que a educação centrada no ensino ainda se caracteriza como base para o trabalho de muitos docentes, a aprendizagem é uma consequência da forma como ensinam e o resultado da avaliação o ponto de culminância das ações em busca de validação das aprendizagens dos alunos e do seu desempenho. Mas, como no contexto educacional que vivenciamos, poderíamos exercer a autonomia e despertá-la nos aprendizes? Como colocar em prática um processo em que ensino, aprendizagem e avaliação em matemática estejam conectados de forma indissociável?

Refletindo sobre nossas experiências de formação e trajetória profissional, percebemos que a busca pela resposta correta se constituiu por muito tempo como a melhor forma de orientarmos nossos alunos a desenvolver o processo de aprendizagem matemática. Nossas concepções acerca da matemática se apresentavam com fortes bases no absolutismo, a matemática vista como a ciência do rigor e da ordem. A percepção que poderíamos vencer nossa herança de formação emergiu da reflexão crítica sobre as nossas práticas impulsionadas pelos desafios postos na realidade docente que vivenciávamos.

Como professoras de matemática percebemos que nem sempre o caminho da resposta correta era o percurso que proporcionava a aprendizagem dos alunos. Ao longo do tempo fomos percebendo que a matemática não poderia ser uma ciência de domínio de poucos iluminados, que poderíamos nos movimentar em prol de diminuir a distância que existe entre a matemática que muitas vezes é desenvolvida nas salas de aula e uma matemática que pode ser vista como resolução de problemas que emergem da vida cotidiana, uma aprendizagem matemática que tivesse significado para os sujeitos que aprendem, pois "os alunos que estão iniciando a vida escolar nesta década consumirão a maior parte de sua vida produtiva resolvendo problemas do século XXI" (Branca, 1997, p. 10)

Nessa perspectiva de reorganização de nossas ações pedagógicas decidimos buscar um ambiente de formação que nos proporcionasse a reconfiguração das nossas práticas e vivências. Assim, lançamo-nos em busca de desenvolvimento profissional ingressando em um curso em nível de doutorado que no nosso entendimento se caracteriza por oferecer um ambiente que instiga-nos a refletir sobre nosso processo de formação.

Foi esse processo de reflexão crítica que nos propomos a analisar na próxima seção ao participarmos de uma experiência de formação com Resolução de problemas matemáticos.

A experiência de formação com Resolução de Problemas matemáticos

Neste novo século, o professor de matemática deve dialogar com seus pares em busca de movimentar-se em prol de diminuir a distância que existe entre a matemática que muitas vezes é desenvolvida na escola e a que deveria acontecer, uma aprendizagem matemática que tivesse significado para os sujeitos que aprendem.

Esse diálogo entre pares ocorreu durante os encontros da disciplina de Resolução de problemas em que nós pós-graduandos participávamos. A experiência de dialogarmos e exercitarmos o processo de reflexão sobre nossas próprias práticas letivas nos levou a questionar nossas concepções sobre a resolução de problemas, nos fez perceber que é necessário buscarmos formas mais eficazes de aliarmos a teoria à prática. Observamos que ainda não conseguimos despertar nos nossos alunos a autonomia por buscar soluções de seus problemas de forma autônoma e colaborativa.

O comodismo nas práticas letivas em relação ao ensino de matemática foi tema de debate durante a experiência de formação que participamos. Falávamos em como uma parcela significativa dos professores de matemática que conhecemos se mantem em uma zona de conforto, repetindo muitas vezes um esquema em que o paradigma do exercício está presente. Mas como não repetir a forma como foi ensinado? Uma parcela significativa dos cursos de formação, a nível de licenciatura em matemática, propõe aos seus discentes uma prática baseada neste tipo de princípio. Nos livros didáticos a visão de memorização de exercícios também se faz presente, "basta examinar as seções de problemas da maioria dos livros didáticos para ver a "negligência". Elas sempre consistem em listas de exercícios algorítimicos, problemas não criativos, problemas "prove que" e assim por diante" (Schoenfeld, 1997, p.48).

Como romper com o paradigma da repetição e da memorização, como extrapolar para além dos limites da nossa herança de formação? Entendemos que a reflexão sobre a prática é uma das formas de nós professores rompermos essa barreira de nossa própria formação. Entender que fazer matemática é muito além de memorizar teoremas e repetir demonstrações já delineadas nos livros.

Observando o desenvolvimento das atividades propostas pelo professor-formador junto a turma de pós-graduandos da qual fazíamos parte, percebemos logo na primeira aula que a disciplina teria um desenvolvimento rico no sentido de propiciar não apenas a evocação de depoimentos espontâneos sobre os fazeres e práticas, mas também relativos aos nossos anseios e expectativas como pós-graduandos buscando sólidas bases epistemológicas em relação a Resolução Problemas e o seu significado para o momento de formação que vivenciávamos .

Assim, inicialmente o formador nos propôs uma lista de problemas, despertando nossa atenção e gerando uma determinada expectativa, enquanto alguns problemas pareceram mais inusitados e apesar de aparentemente fáceis, traziam implicitamente aquilo que Nunes (2010) trouxe-nos a partir das concepções errôneas apresentadas na publicação de Graeber e Johnson (1990): questões intimamente ligadas as concepções de erros de tradução, nesse caso a questão do "bilhete amoroso":

> Três sétimos do coração para seu olhar.
> Um sétimo é oferecido para a rosa de suas duas bochechas.
> Um sétimo e a metade de um sétimo e o quarto,
> Pela recusa de um desejo insatisfeito.
> Um sétimo e um sexto de um quarto são a parte dos seios bem redondos

Que se recusaram ao pecado do meu abraço e me empurraram
O resto, que está em cinco partes, e pelas palavras dela,
Que estancariam minha sede se tivessem sido escutadas.

Assim, nossa percepção em relação à matemática também sofreu algumas alterações. Nosso olhar sobre a matemática posto sob uma perspectiva diferente nos permitiu enxergar novas nuances, com a tonalidade não de novidade, mas como instigação, o contexto em que os problemas matemáticos são criados e propostos interferem substancialmente na sua resolução. Nos diálogos com os colegas, professor-formador e atentando aos escritos de Boavida (1993) que questionava: O que é afinal a Matemática? Percebemos inúmeras controvérsias quando por exemplo, se questionássemos: Qual a identidade dos objetos das teorias Matemáticas? Seria a Matemática o conhecimento de quê?

Emergiu, também durante esses diálogos o quanto é importante não rotular ou desmerecer a visão ou o entendimento dos alunos. Como sugerem, Onuchic e Allevato (2011) os alunos, devem entender e assumir a responsabilidade pelas aprendizagens que pretendem atingir, ou seja, a valorização dos conhecimentos do sujeito que aprende e sua autonomia é ponto central para a construção de ambientes de formação em que a resolução de problemas matemáticos seja levado em consideração como meta. Assim, como pós-graduandos e professores-formadores temos a compreensão de que podemos e devemos desenvolver ações no sentido de auxiliarmos na construção de cursos de formação que levem em consideração os saberes e fazeres dos sujeitos que estão em processo formativo.

Percebemos o quanto é necessário observar o processo de construção das estratégias que os alunos utilizam para aprender sem dar ênfase total ao resultado final, ao resultado considerado correto e muitas vezes único, percebemos o quanto é relevante buscarmos desenvolver uma prática que impulsione o aluno a se perceber como sujeito ativo na construção do seu próprio processo de formação. Estabelecer o diálogo com nossos alunos de tal forma que os faça perceber que a relação deles com o conhecimento depende muito mais de sua ação como protagonistas no cenário em que constroem as suas aprendizagens, partindo dos seus próprios roteiros.

Alunos que entendam que o significado de aprender não é para dar respostas desejadas pelo professor, mas ir além delas, transcender em busca de novos caminhos investigativos e que se percebam como seres humanos mais autônomos. Pensamos que é necessário termos como esteio um fazer educativo que ofereça possibilidades dos alunos se aventurarem por múltiplos caminhos, fugirmos dos discursos que busca a resposta certa e das práticas estruturadas e rígidas que ressoam em saberes que em princípio estariam prontos.

Resolver problemas matemáticos requer uma dinâmica de compartilhamento, uma atitude de pensar o conhecimento como fazendo parte de uma teia complexa, em que heurísticas não estão pré-definidas, mas em construção. A observação do mundo em que estamos inseridos, os elementos que constituem o contexto são importantes para um bom resolvedor e principalmente para um proponente de problemas matemáticos, em especial os professores. Assim, "cabe aos professores de matemática, em todos os níveis, ensinar a arte de resolver problemas" (Schoenfeld, 1997, p.48).

Porém, sabemos que mudar não é tarefa fácil, pois para que aceitemos algo novo este deve ter significado para nós. Ao assumirmos a responsabilidades de sermos professores formadores, no nível da formação inicial ou continuada devemos levar em consideração que sozinho o

professor ou o futuro professor não avançara facilmente em mudar a sua prática, ele precisa de parcerias para que uma mudança se constitua de forma mais consistente, e o espaço de formação seja um lugar privilegiado para que essa colaboração se estabeleça. Como afirma Nunes (2010. p. 254) "O curso de Licenciatura é o momento propício para se criar estratégias de formação que possam desconstruir os saberes que foram apropriados durante a trajetória estudantil na Escola Básica".

Considerações Finais

A experiência de formação que vivenciamos junto a turma de pós-graduandos e professor-formador nos fez refletir sobre nossa constituição como professores de matemática, nossos percursos formativos, sobre nossas concepções sobre a matemática e os processos de ensino, aprendizagem e avaliação. Vivenciamos a experiência de refletir sobre a problemática da escola, do professor, da organização do currículo e (re)vermos nossas teorias com outras lentes estabelecendo conexões com o questionamento do que é resolver e propor problemas.

Nós questionamos como a Educação Matemática que propõe trabalhar também com Resolução de Problemas pode ser usada em nossa prática pedagógica entrelaçando-a com as outras tendências desta área. Como propor problemas aos nossos alunos tornou-se ponto fundamental de nossas reflexões.

Através do diálogo sobre nossas expectativas e impressões, nossos saberes, nossas práticas e envoltos em teorias que versavam sobre a Resolução de Problemas desenvolvendo novas percepções, que acreditamos nos levarão a construir uma gama de possibilidade de trabalhar com problemas matemáticos para além dos procedimentos habituais que para a maioria de nós era utilizar os problemas como estratégia para avaliarmos se os alunos aprenderam os conceitos matemáticos anteriormente professados por nós.

Tais ponderações tornaram-se relevante em nosso processo formativo, pois novas concepções e reflexões emergiram durante as discussões realizadas no percurso da disciplina. Aliadas às nossas vivências como professores, tornaram-se um elemento de contribuição para futuros encaminhamentos, o que certamente se tornará um elemento de acréscimo no desenvolvimento profissional permanente, o qual estamos realizando.

Referências e bibliografia

Boavida, a. M. D.R.L. (1993). *Resolução de Problemas em Educação Matemátic*a: Contributo para uma análise epistemológica e educativa das representações pessoais dos professores. Dissertação (Mestrado)- Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Lisboa.

Branca, A Nicholas. (1997). Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. In: Krulik, S e Reys, R.E. A resolução de problemas na matemática escolas. São Paulo: Atual.

Brasil. (1997). Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais* (Matemática). Brasília: A Secretaria.

Butts, Thomas. (1997).Formulando problemas adequadamente. In: Krulik, S e Reys, R.E. *A resolução de problemas na matemática escolas*. São Paulo: Atual,.

Clandinin, d. Jean e Conelly, F. Michel. (2011). *Pesquisa narrativa*: experiências e histórias na pesquisa qualitativa. Trad. Grupo de pesquisa narrativa e educação de professores ILEEL/UFU. Uberlândia. EDUFU.

Echeverría, M.D.P.P. (1998). A solução de problemas em Matemática. In: Pozo, J.I. et al (Orgs *). A solução de problemas:* Aprender a resolver, resolver para aprender. Trad. Neves, B. A. Porto Alegre: Artmed,.

Echeverría, M.D.P.P e Pozo, J. I. (1998). Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: Pozo, J.I. et al (Orgs). *A solução de problemas*: Aprender a resolver, resolver para aprender. Trad. Neves, B. A. Porto Alegre: Artmed.

González, F. (2011). *Pesquisa em Matemática Resolução de Problemas:* Uma Visão da América Latina. Trabalho apresentado no II Seminário em Resolução de Problemas (II SERP); Universidade Estadual Paulista "Campus Rio Claro", SP, Brasil; 10 e 11 de Novembro.

Josso, Marie Christine.(2004). *Experiências de vida e formação*. São Paulo: Cortez.

Kantownki, Mary Grace. (1997) Algumas considerações sobre o ensino para a resolução de problemas. In: Krulik, S e Reys, R.E. *A resolução de problemas na matemática escolas*. São Paulo: Atual.

Levy, Pierre. (2009). *Cibercultura*. São Paulo.

Nunes, Célia Barros. *O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas:* Perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática. Tese (Doutorado)-Universidade Estadual Paulista - UNESP Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Campus de Rio Claro, 2010.

Onuchic, L. de la R.; Allevato, N. S. G. (2011).Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *BOLEMA*, Rio Claro: IGCE-UNESP, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez.

Polya, G.(1887). *A arte de resolver problemas*: um novo aspecto do método matemático. Trad.Heitor Lisboa de Araújo 2ª reimp. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio: Interciência,.

Pozo, J.I. et al.(Orgs). (1998). *A solução de problemas*: Aprender a resolver, resolver para aprender. Trad. Neves, B. A. Porto Alegre: Artmed.

Schoenfeld, Alan. H. (1997). Heurísticas na sala de aula. In: Krulik, S e Reys, R.E. *A resolução de problemas na matemática escola*s. São Paulo: Atual.

Resolução de Problemas na formação continuada de professores dos anos iniciais

Laynara dos Reis Santos **Zontini**
Instituto Federal do Paraná
Brasil
laynara.zontini@ifpr.edu.br
Luciane Ferreira **Mocrosky**
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Brasil
mocrosky@utfpr.edu.br

Resumo

Neste artigo, expomos considerações sobre a resolução de problemas na formação continuada para professores que ensinam matemática nos anos iniciais. Temos como foco dois programas de formação continuada de docentes que trabalham com a alfabetização de crianças: o Pró-letramento e o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC). Estes programas se colocam em evidência pelo seu alcance nacional e por refletirem o movimento atual das políticas públicas para a educação. Temos em nosso horizonte o olhar dos professores tutores ou orientadores de estudo que atuam nesses programas, no movimento de formação percebem a resolução de problemas enquanto metodologia de ensino da matemática nos aos iniciais. Pelo dito desses professores, tal metodologia se mostrou como um modo possível de se pensar aspectos formativos do ensino da matemática, tanto no que se refere à formação continuada do próprio professor dos anos iniciais, quanto à formação dos alunos desse nível de ensino.

Palavras chave: Educação Matemática, Formação continuada de professores, Anos iniciais, Resolução de problemas.

Introdução

Este artigo foi construído com as discussões ocorridas no "Grupo de Estudos e Pesquisa em Formação de Professores" (GEForProf-UTFPR) que atualmente tem por orientação o projeto "Ler-interpretar-comunicar: a alfabetização matemática e a forma-ação do professor". Aspectos pertinentes a esse projeto vêm sendo trabalhados na pesquisa de mestrado em desenvolvimento no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática, ofertado pela Universidade Federal do Paraná, intitulada: "O Pró-Letramento em Matemática: compreensões do professor-tutor sobre as ideias que sustentam o ensino da matemática nos anos iniciais".

Nosso interesse está na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais. Os estudos realizados têm mostrado a formação desse professor como um movimento que ora é coordenado pela forma de ser professor, ora pela ação que modela uma (essa) forma.

Nos anos iniciais do ensino fundamental, a matemática é ensinada por professores polivalentes, a maioria formada nos cursos de Pedagogia, Magistério ou Normal Superior (Orlovski, 2014). Esses professores são os responsáveis pela alfabetização matemática, ou seja,

são "responsáveis por promover a aprendizagem matemática visando à aquisição significativa das ideias básicas pertinentes à disciplina" (Souza, 2010, p.1).

Ao olhar a formação inicial de professores que ensinam matemática por meio do que os projetos de cursos de Pedagogia anunciam, temos que a carga horária dedicada a essas disciplinas variam "de 36 a 72 horas de curso, cerca de menos de 4% da carga horária total do curso de 2200 horas" (CURI e PIRES, 2004, p. 11).

Desse modo, podemos considerar que parte importante da formação matemática desses professores vem acontecendo após a formação inicial, ou seja, nos cursos de formação continuada. Por conta disso temos estudado prioritariamente dois Programas de formação continuada em âmbito nacional: o Pró-letramento e o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), ambos com pelo menos 120 horas dedicadas especificamente à matemática.

Esses dois programas são direcionados à formação continuada de professores dos anos iniciais: o Pró-Letramento matemática, que durante 9 anos ofertou a formação direcionada a professores de 1° a 5° ano do ensino fundamental; e o PNAIC que desde 2013 oferta formação aos professores atuantes nos níveis de ensino referentes ao ciclo do 1° ao 3° ano dos anos iniciais do ensino fundamental, o denominado ciclo de alfabetização.

Os programas possuem vários aspectos que os diferenciam (Zontini e Mocrosky, 2014), mas possuem uma estrutura organizacional bem semelhante[1]. Nessa estrutura há a presença de um agente que consideramos fundamental chamado de professor-tutor ou orientador de estudos. Esse professor faz parte da própria rede de ensino e é responsável pela importante articulação entre a universidade e os professores em direto exercício na sala de aula, que são denominados nos programas como professores-cursistas ou alfabetizadores. Por isso voltamos nosso olhar para esse agente, aqui chamado de orientador de estudo, seja ele participante do Pró-letramento ou do PNAIC.

Em nossos estudos percebemos que tanto entre os pesquisadores em educação matemática, quanto nas propostas governamentais para o ensino de matemática, existe um consenso sobre a importância de pensar na formação pelos aspectos formativos importantes às crianças de 6 a 8 anos como parte do trabalho docente. Neste movimento de pensar nos aspectos formativos da criança, sobressai-se a resolução de problemas que, no PNAIC, vai além de uma proposta metodológica, mas destaca-se como uma "espinha dorsal" do ensino de matemática. Essa opção é justificada, no material de formação, por um de seus pressupostos teóricos, pelo que sustenta o programa, a alfabetização matemática na perspectiva do letramento.

Essa perspectiva do alfabetizar letrando é também tratada no Pró-letramento e é vista pela necessidade de ampliar o conceito de alfabetização, que precisa contemplar as necessidades sociais e formativas dos conteúdos que devem ser ensinados na escola.

Danyluk (1998) nos ajuda a repensar a alfabetização matemática como o resultado de uma ação originalmente situada no modo de ser do ser humano, onde este tem a possibilidade de

[1] Na estrutura do Pró-letramento temos cinco agentes essenciais: Coordenador Geral, Formador, Coordenador Administrativo, Orientador de Estudos (professor-tutor) e Professor Cursista, que deve ser professor das séries ou anos iniciais do ensino fundamental (1ª a 4ª série ou 1º ao 5º ano) e estar atuando em sala de aula.
A estrutura do PNAIC é parecida, contando com: coordenadores estaduais, coordenadores municipais, coordenadores no âmbito das Instituições de Ensino Superior (IES), supervisores das IES, formadores ligados às IES, orientadores de estudos e professores alfabetizadores das redes estaduais e municipais de ensino.

desenvolver uma maneira de compreender e tomar para si o "sistema de representação das linguagens", no qual a linguagem é entendida como a expressão do sentido percebido e o "ser" como um questionar constante relacionado à produção do conhecimento.

Sendo assim, o ato de alfabetizar diz respeito à compreensão e à interpretação dos sinais, com significados, impressos em um texto, bem como a expressão escrita desses significados. "Ser alfabetizado, então, é entender o que se lê e escrever o que se entende a respeito das primeiras noções das ciências" (Danyluk, 1998, p. 14).

De maneira sucinta alguns autores (Soares, 2004, Lucio, 2010, Paula, 2011) definem a alfabetização como a ação relacionada à aprendizagem inicial do sistema alfabético e de suas convenções e o letramento como advindo da necessidade de desenvolver competências de leitura e de escrita para a participação em práticas sociais letradas. A partir disso, entendemos que esse alfabetizar letrando solicita ao aluno não só saber ler e escrever, mas também responder às demandas sociais advindas da leitura e da escrita.

Na formação dos professores, esse entendimento de alfabetização matemática na perspectiva do letramento vai além de metodologias, porque essa perspectiva perpassa tudo o que é tratado nos cursos, de conteúdos a metodologias. Essa perspectiva é o que dá o contexto, que situa, e promove o próprio conteúdo como um fenômeno, que em movimento coloca em destaque a construção do conhecimento matemático pela criança. Em contexto de letramento é preciso respeitar as vivências das crianças e dos professores em formação, que em condição de alunos, estão construindo conhecimento.

Desse modo, a matemática ensinada, desde os anos iniciais, tem o compromisso de preparar o aluno para agir socialmente, para se posicionar criticamente e consequentemente para resolver problemas, não apenas da própria matemática. Assim a resolução de problemas vem se destacando como uma das tendências para o ensino da matemática e também como uma habilidade a ser desenvolvida em todos os níveis escolares, sendo incentivada por documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997) e as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação (Brasil, 2013).

A interrogação e o caminho percorrido.

Nesse contexto, interessa-nos perceber como a resolução de problemas está presente na formação continuada dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais, nos fóruns de formação do Pró-letramento e do PNAIC. Para isso, fomos aos textos do material de formação de cada uma das propostas, e também aos professores orientadores/tutores desses programas, perseguindo a interrogação*: o que é isto, a resolução de problemas na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais?*

Essa interrogação apontou, inicialmente, para a necessidade de compreender o que é um problema, o que é resolver um problema, bem como o que é a resolução de problemas enquanto perspectiva metodológica e como ela está presente na formação continuada dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais. Desse modo as próximas três seções são destinadas às análises resultantes dessa busca.

Temos clareza que aquilo buscamos saber poderia aparecer em muitos fóruns de formação ou até mesmo no encontro com professores em seus ambientes de trabalho. Todavia, pelo interesse em ampliar as discussões ocorridas no Pró-letramento e no PNAIC, fomos ao que está presente nos materiais de formação e também no "como" o diálogo formativo nesses dois

programas de formação continuada tem revelado a compreensão da resolução de problemas na formação dos professores.

Este "como" solicitou ir à experiência vivida de quem, no movimento empreendido na ação de formar professores, encontra-se e assim se doa a compreender a resolução de problemas na formação do professor que ensina matemática nos anos iniciais, ou seja, a pesquisa foi se abrindo e caminhamos na direção de esclarecimentos sobre o interrogado, o que solicitou ir-a-coisa-mesma.

Para isso, tivemos contato com depoimentos dos professores que trabalham como orientadores de estudo na formação docente com esses materiais, em duas situações[2].

Em relação ao Pró-letramento, por conta da já citada pesquisa de mestrado, gravamos e transcrevemos a fala de 20 tutores desse programa em um encontro de formação ocorrido na cidade de Curitiba-PR em agosto de 2013, sob a coordenação da Universidade Federal do Paraná (UFPR). Nesse encontro os professores-tutores fizeram um relato final das formações, que aconteceram em seus respectivos municípios ao longo do ano, estas transcrições originaram dados que foram analisados fenomenologicamente[3] na ocasião da pesquisa.

Já no que se refere ao PNAIC, em 2014, tivemos acesso a 40 relatórios dos professores orientadores de estudo participantes da formação coordenada pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG). Estes relatórios foram exigidos aos professores como elemento de avaliação do programa, são mensais e devem conter a descrição do encontro ocorrido com a turma de professores alfabetizadores no município em que o orientador de estudo atua.

Em nenhum dos momentos descritos de produção de dados, perguntamos aos professores sobre a resolução de problemas, sendo que as falas destacadas nessa pesquisa apareceram livremente nos relatos e nas apresentações. Fomos a esses discursos nos perguntando sobre a resolução de problemas na formação docente, pelo modo como os professores dos anos iniciais compreendem e lidam com essa metodologia de ensino.

Foi dessa maneira que buscamos perceber a resolução de problemas na formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais, pelo como eles percebem esse modo de pensar o ensino da matemática, tal análise é apresentada na secção denominada: *A resolução de problemas na ótica dos professores dos anos iniciais*.

Não tomamos como ponto de partida definições prévias sobre a resolução de problemas, sobre o professor dos anos iniciais, sobre programas de formação, questões estas encontradas na literatura. O que não significa que tenhamos negado os conhecimentos já socializados, nem aqueles que o investigador tem sobre o assunto, mas apontamos para a necessidade de que para compreender-conhecer algo é preciso fazer o exercício de olhar com os "próprios olhos": mostrar-se sem os filtros do já tematizado no campo de pesquisa.

Esse entendimento nos conduziu a assumir os modos de proceder da pesquisa qualitativa na abordagem fenomenológica, haja vista que ela "não traz consigo a imposição de uma verdade teórica ou ideológica preestabelecida" (BICUDO, 1999, p. 13). Temos aqui um olhar reflexivo

---

[2] Estamos lidando com dois programas diferentes que aconteceram em momentos diferentes, não nos propomos a compara-los, mas sim dialogar com o que foi revelado nesses fóruns de formação

[3] Nesse artigo não apresentaremos a análise fenomenológica, traremos apenas os ditos sobre a pergunta orientadora para ajudar na reflexão sobre o nosso questionamento: *o que é isto, a resolução de problemas na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais?*

sobre o que se mostra, onde o que se mostra está ligado ao mundo físico e à subjetividade de quem atentamente se volta para ver[4]-conhecer-compreender isso que está em seu campo do interesse.

O que é um problema?

Para Dante (2005, p. 09) um problema é "qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la". O autor também define que um problema matemático é "qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la" (Dante, 2005, p. 10).

Na mesma direção, Charnay (1996) define o termo problema como uma tríade: situação-aluno-meio, pois para o autor só há problema se houver uma dificuldade para o aluno resolver determinada situação, havendo uma "ideia de obstáculo a ser superado" (Charnay, 1996, p.46 *apud* Medeiros e Carvalho, 2013, p.01).

Já para Vianna (2002, p. 401), "uma coisa que desconheço não é, para mim, um problema. Para que eu possa pensar em uma situação como problemática eu preciso ter consciência dela, preciso ter a *necessidade* de responder a questão... eu *preciso* saber! "

Vianna (2002, p. 402) ainda acrescenta que um problema é como a expressão por uma busca, assim "o problema é problema para cada indivíduo recortado contra aquilo que é o seu mundo e as suas preocupações". Para ilustrar sua fala ele traz a seguinte "historinha" contada a ele por uma professora:

> Em uma sala de aula de primeira série uma professora está elaborando problemas junto com a turma, contextualizando-os para que tenham significado junto aos alunos. Ela escolhe uma menina da turma, digamos a Rita, menciona um armazém do bairro e elabora o seguinte enunciado: "Ritinha foi ao armazém do Omar para comprar uma dúzia de ovos. Na volta encontrou-se com Júlia e ficaram brincando. Durante a brincadeira quebraram-se quatro ovos. Com quantos ovos inteiros Ritinha chegou em casa?". Lembro-me bem que a turma ficou em completo silêncio... Até que timidamente uma garotinha do fundo da sala perguntou: "Professora... a Ritinha apanhou quando chegou em casa?" (Vianna, 2002, p. 402)

Com o intuito também de responder o que é um problema, Vianna (2002) define algumas questões, salientando o caráter não rotineiro da questão:

> 1. Um sujeito está diante de um problema quando se confronta com uma questão à qual não sabe dar resposta ou quando está diante de uma situação que não sabe resolver usando os conhecimentos de que já dispõe.
>
> 2. Um sujeito está diante de um problema quando: a) tem uma questão para resolver; b) quer ter uma resposta para essa questão; c) não tem, previamente, uma resposta para essa questão.
>
> 3. Um problema é uma situação em que um sujeito é solicitado a realizar uma tarefa para a qual não possui um método de resolução determinado. Se a realização da tarefa não for desejada pelo sujeito a situação não pode ser considerada um problema.
>
> 4. É problema tudo o que, de uma maneira ou de outra, implica da parte do sujeito a construção de uma resposta ou de uma ação que produza um certo efeito. A noção de

[4] Ver, nesse caso, não se limita ao possível pelos órgãos da visão. Esse ver carrega consigo um compreender, um ver com clareza.

> problema não tem sentido se o sujeito puder aplicar um sistema de respostas inteiramente constituído (Vianna, 2002, p. 402 - 403).

É possível perceber pela leitura do proposto pelos autores aqui citados uma ideia que se sobressai: pensar sobre o que significa um problema, indubitavelmente passa pela elaboração ou construção de cada um. A compreensão sobre o que é um problema chama pelo envolvimento da ação de elaborar um problema. Pela elaboração entende-se o modo como cada um mantem-se no movimento de compreensão, de busca, de questionar-se, o que lhe exige mobilizar seus conhecimentos anteriores, vivenciados, compartilhados, em um esforço para reuni-los (colocar junto) e articulá-los (colocar em relação) de alguma forma. Essa forma pode ser escrita, por meio de desenhos, de expressões diversas ou ainda pelos símbolos matemáticos. O sujeito reconhece um problema quando está diante de um. Assim, na elaboração o professor se coloca no lugar do outro para que o que se propõe faça sentido ao outro.

O problema pode ser visto também como uma interrogação fenomenológica, como algo o que nos deixa perplexos e que nos move a buscar por compreensões, assim, "o movimento efetuado para dar conta dessa busca auxilia a focar o *o quê*, contribuindo para que pensemos reflexivamente no *como* proceder para responder o interrogado" (Bicudo, 2011, p.13).

O que é resolver um problema?

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolve por seus próprios meios, experimentará a tensão e vivenciará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade suscetível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter (Polya, 1978).

Se um problema e a sua resolução é a expressão dos entendimentos construídos diante de uma situação, passamos a nos interessar pelo que é resolver um problema e o que envolve a resolução de problemas hoje na Educação Matemática.

De acordo com Onuchic (1998, p. 201) "a primeira vez em que a resolução de problemas é tratada como um tema de interesse para professores e alunos, nos níveis superiores, foi a partir do livro How to solve it de Polya, cuja primeira edição data de 1945".

Para Polya (1978 *apud* Onuchic, 1998), resolver um problema consiste em encontrar um caminho onde a princípio não se conhecia, encontrar uma saída para uma situação difícil; vencer um obstáculo, alcançar um objetivo que não pode ser alcançando de imediato por meios conhecidos. Diante disso, Romanatto (2011, p. 02) ressalta "que a existência de dificuldade não é uma característica inerente de um problema, pois depende também dos conhecimentos e das experiências de quem vai resolvê-lo".

Muitos professores e pesquisadores trabalharam com a resolução de problemas, e o que foi inicialmente proposto como uma metodologia hoje nos guia a pensar em modos de ensinar matemática. Uma vez que, para resolver um problema é preciso aplicar conhecimentos prévios e por meio da resolução será possível construir novos conhecimentos matemáticos. Desse modo "solucionar problemas não é apenas buscar aprender matemática e sim fazê-la" (Romanatto, 2011, p.03).

Vianna (2002) reforça a ideia de que o aluno tem que querer resolver o problema, assim, "problemas difíceis e enigmáticos, em geral, são significativos para aqueles que já têm uma certa

atração pela matemática e pouco contribuem para despertar o interesse dos mais arredios ou daqueles que manifestam uma aversão prévia" (Vianna, 2002, p. 403).

É importante salientar que resolução de problemas não é conteúdo, mas uma prática que o matemático adota em seu dia-a-dia, que move o ser humano em novas descobertas, um modo de pensar matemático. Pela resolução de problemas aproximamos da sala de aula o exercício do próprio movimento de compreender do ser humano, mas especificamente de compreender essa coisa cultural, que é a matemática. Nesse movimento permitimos que o aluno se coloque na posição de alguém que faz, que produz matemática; formulando conjecturas e se esforçando para solucionar problemas. Entendendo como um modo de pensar, é importante que o estudante, e também o professor, não tenha regras prévias ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método especifico para chegar a solução correta.

Aliás, ao se trabalhar com resolução de problema, o principal não é a solução correta, mas sim o caminho, as descobertas ou construções matemáticas que são feitas no caminho da solução. Por isso, o professor que se propõe a trabalhar com resolução de problemas precisa ter em mente que isso implica em mudança de hábitos antigos no que diz respeito à realização de provas e ao modo de corrigi-las.

O desafio na utilização dessa metodologia é que o professor precisa estar preparado para "o aleatório, o imprevisto, o inesperado, o não-pensado, enfim situações que exijam iniciativa, criatividade assim como tomada de decisões para superá-las". (Romanatto, 2011, p.06)

A resolução de problemas nos materiais de formação de professores.

Resolver um problema se revela como um dos objetivos propostos para o ensino de matemática nos materiais analisados. No Pró-letramento é dedicado um fascículo especificamente para o trabalho com resolução de problemas, este fascículo é composto de dois módulos acerca dessa abordagem: no primeiro discute "Pensando o processo de resolução de problemas" e no segundo "Brincando e aprendendo a resolver problemas por meio de jogos" (Brasil, 2008).

Mas além do que é trabalhado nesse fascículo, é proposto no material que "num mundo cada vez mais complexo é preciso estimular e desenvolver habilidades que permitam resolver problemas (...)" (Brasil, 2008, p.06) e essa perspectiva pode ser percebida em todos os fascículos, por conta da ênfase em resolver problemas acerca de cada conteúdo matemático trabalhado.

Dentre os 10 cadernos de formação do PNAIC há também um direcionado ao trabalho especificamente com resolução de problemas, trata-se do caderno 4 – "Operações na resolução de problemas". Além disso, desde o caderno de apresentação até o caderno 8 a resolução de problemas comparece, às vezes de modo velado, às vezes explicitado. Isso porque o PNAIC vai além do que vinha sendo trabalho no Pró-letramento, e propõe a resolução de problemas como "espinha dorsal", como caminho/meio para a construção do conhecimento matemático.

De acordo com o material, "na perspectiva do letramento, o trabalho com as operações deve estar imerso desde o primeiro momento, em situações-problema" (Brasil 2014, p.05). Isso é justificado no material por conta de adotar como pressuposto "a necessidade de que haja um entendimento sobre os usos das operações em diferentes contextos e práticas sociais" (Brasil 2014, p.05).

Com foco nos anos iniciais, Dante (2005) enfatiza a importância de iniciar o quanto antes o trabalho com resolução de problemas, desde os anos iniciais do ensino fundamental, e trata de alguns objetivos desse trabalho, sendo eles:

- Fazer o aluno pensar produtivamente.
- Desenvolver o raciocínio do aluno.
- Ensinar o aluno a enfrentar situações novas.
- Dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da matemática.
- Tornar as aulas de matemática mais interessantes e desafiadoras.
- Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas.
- Dar uma boa base matemática às pessoas.

(Dante, 2005).

O autor coloca nesses objetivos, justificativas para que os professores se sintam estimulados a utilizar a resolução de problemas em sala de aula, reconhecendo a importância dessa metodologia para a formação do indivíduo.

Ensinar a resolver problemas ou por meio da resolução de problemas é mais difícil do que ensinar conceitos ou algoritmos matemáticos. A resolução de problemas não é algo que se ensine diretamente, "mas uma variedade de processos de pensamento que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno com apoio e incentivo do professor" (Dante, 2005, p.30).

Percebemos então, que a resolução de problemas está presente nos materiais de formação e por isso olhamos agora para como os professores estão compreendendo isso que foi trabalhado na formação continuada.

A resolução de problemas na ótica dos professores dos anos iniciais.

No intuito de perceber o olhar dos professores sobre a resolução de problemas nos voltamos aos discursos dos próprios professores em movimento de formação continuada. Conforme já explicitamos, trabalhamos com a fala dos professores-tutores do Pró-letramento e também com os relatórios dos orientadores de estudo do PNAIC. Como já foi dito, os professores não foram questionados diretamente sobre resolução de problemas, mas em algumas falas e relatórios a metodologia foi destacada, surgindo naturalmente no discurso.

Para preservar a identidade dos professores eles não serão tratados pelo nome, mas serão numerados P1, P2, e assim por diante. Ouvimos 20 professores do Pró-letramento e tivemos acesso a 40 relatórios do PNAIC, todavia nem todos trataram da resolução de problemas, por isso citamos aqui apenas os que trataram do tema de nosso interesse nesse momento.

Como o contexto de formação e prática docente são semelhantes, as falas serão compreendidas pelo conteúdo, sem uma distinção evidente em relação a qual programa de formação continuada o professor estava participando.

Percebemos pelas falas a importância que os professores tutores dão ao trabalho com os problemas nos diversos conteúdos.

P1: Também trabalharam com o quadro valor/lugar, material de contagem, o que mais, e sempre com uma situação problema né, nunca fugindo assim, nunca aleatório esse trabalho.

A situação problema é utilizada aqui como uma base para o trabalho com os materiais concretos, é o que fundamenta o uso desses materiais para que eles não sejam aleatórios ou meramente lúdicos. O uso dos materiais manipuláveis é fortemente indicado pelos professores

dos anos iniciais, mas é a problematização que torna esses materiais efetivamente pedagógicos, ou seja, que sustenta o uso de materiais concretos no ensino da matemática.

Ao tratar a resolução de problemas como uma metodologia de ensino os professores se veem na necessidade de compreender o que é efetivamente um problema. Os materiais de formação apresentam a parte teórica e estimulam o desenvolvimento da prática, além de possibilitar a discussão da teoria com a problematização da prática pedagógica.

P2: A resolução de problemas como eu disse pra vocês eu tive também o problema que os professores, assim eu sou uma curiosa, não sou formada em matemática, mas eu via que tinha professor que não sabia o que era problema padrão, problemas do cotidiano, [...]

P18: [...] a resolução de problemas, eu acho que o grande problema do professor é exatamente esse, a conceituação [...]

P19: Um outro ponto que eu acho assim, forte, teoricamente é a questão da resolução de problemas.

As professoras citam os tipos de problemas na ideia de destacar que os professores com os quais atuavam não sabiam aspectos teóricos da resolução de problemas, não sabiam diferenciar os tipos de problemas e nem utilizar os diferentes tipos de acordo com o objetivo pedagógico. No material do Pró-letramento há a conceituação dos problemas, apontando o momento de usar cada tipo e a diferença entre eles. A tutora acredita que a dificuldade do professor é essa conceituação e na sequência da fala comenta: "falta essa conceituação para o professor, ele saber o que é um problema padrão, o que é um problema do cotidiano, de lógica."

P19: Então assim, dos fascículos que a gente mais trabalhou, que eu mais tive trabalhando foi o fascículo das frações, o fascículo da resolução de problemas.

P21: Os professores relatam que na verdade tem mais dúvidas do que dificuldades para trabalhar os conteúdos propostos. Como manter a concentração dos alunos em algumas atividades, como criar condições apropriadas para descobertas e para as situações-problemas.

Essas dúvidas são em relação ao conteúdo matemático e à metodologia de ensino. A justificativa que os tutores aferem à dificuldades dos professores em trabalhar com resolução de problemas algumas vezes é a falta de formação em matemática:

P18: [...] então essa formação ainda faltava para os professores [...]

P18: Porque a maioria é formado em pedagogia, não é formado em matemática.

Quanto ao objetivo do uso dessa metodologia, os professores demonstram perceber a importância da resolução de problemas enquanto metodologia que possibilite o envolvimento do aluno na reflexão sobre os conteúdos matemáticos:

P18: [...] não usar problemas apenas para treinar as operações, mais para o aluno pensar um pouco.

P22: Já no que se refere ao tema "Operações na Resolução de Situações Problemas" as atividades propostas tiveram grandes êxito em sala.

Depois de dar conta da teoria relativa à resolução de problemas, os professores se veem no desafio de elaborar bons problemas, tal como ressalta uma tutora:

P23: A principal dificuldade dos professores foi identificar os diferentes campos conceituais e criar problemas que contemplem os diferentes campos.

P24: Neste caderno refletimos sobre os conceitos referentes à Resolução de problemas e as Operações desta forma podem perceber também a importância dos conhecimentos prévios dos alunos para que haja aprendizagem [...]

Os tutores do Pró-letramento e do PNAIC tiveram momentos de reflexão sobre resolução de problemas na sua formação e no momento de formar seus professores. O momento da formação continuada se mostrou importante para que eles pudessem rever sua prática docente pelo horizonte da resolução de problemas.

Considerações finais

A resolução de problemas pode ser compreendida como um modo de ver o ensino da matemática, importante nos anos iniciais e também em todas as etapas escolares. Trabalhar com resolução de problemas pode ser um meio de preparar os alunos para as diversas situações que ele irá enfrentar ao longo da vida; é uma forma de propor que ele se forme e permaneça se formando, pelo que diz dos aspectos formativos no que tange à matemática.

Diante do questionamento "o que é isto, a resolução de problemas na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais?" foi possível constatar, pelas análises realizadas, que há uma ênfase no estudo da resolução de problema por parte dos programas Pró-letramento e PNAIC, que direcionam a formação continuada de professores atualmente. Além disso, pelas vozes dos professores em formação, pudemos perceber que estes consideram importante à utilização da resolução de problemas em suas aulas e que estão se movimentando no sentido de inseri-la em sua prática pedagógica.

Percebemos pelos ditos a resolução de problemas em dois momentos, que não são necessariamente distintos, mas que evidenciam compreensões diferentes no que tange à formação de professores dos anos iniciais. No primeiro momento, temos professores que utilizavam a metodologia (do modo como lhes era possível), mas diziam não compreender a "teoria" de resolução de problemas, ou os tipos de problemas e como utilizá-los em sala de aula. Nesse ponto, mostrou-se latente a urgência denunciada em relação a uma suposta "teoria" que julgam faltar-lhes decorrente de não terem uma formação específica em matemática.

E num segundo momento, quando a resolução de problemas passa a ser trabalhada em formação, ela foi se mostrando a eles como um caminho possível e exitoso para ensinar matemática às crianças. Além disso, os discursos apontam agora para aspectos ligados à elaboração das atividades, ao modo como o professor vai levar para a sala de aula as reflexões possíveis na formação continuada.

Assim, a resolução de problemas se destacou na formação continuada dos professores de maneira forte, capaz de mostrar ao professor um modo de ensinar matemática que faça sentido às crianças e por outro lado mostrar que essa matemática também pode fazer sentido para ele mesmo. O professor dos anos iniciais reclama frequentemente que não sabe o conteúdo matemático, que não é formado na área e que não "dá conta" dessa disciplina, porém agora, está sendo solicitado a elaborar uma matemática a ser ensinada (por meio de questões, atividades, etc). Esse elaborar requer estudo, requer que o professor interrogue o conteúdo, explicitando o que lhe falta, indo em busca disso por meio da resolução de problemas. Ao trabalhar com os

problemas na formação continuada, o professor encontrou um meio de perguntar aquilo que não sabia, mas que muitas vezes achava que sabia.

A resolução de problemas traz a perspectiva do alfabetizar letrando, clamando pelo que faz sentido às pessoas, pela necessidade de desenvolver competências matemáticas, que não podem ser desvinculadas das competências de leitura e escrita; clamando por aquilo que é necessário para participar dessa sociedade.

Pelas análises realizadas, a resolução de problemas na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais mostrou-se como um modo possível de se pensar aspectos formativos do ensino da matemática, tanto no que se refere à formação continuada do próprio professor dos anos iniciais, quanto à formação dos alunos desse nível de ensino.

Referências

Bicudo, M. A. V. (org.) (2011). *Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica*. Cortez Editora. São Paulo.

Brasil. (1997). *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF.

Brasil, Ministério da Educação. (2008). *Pró-letramento: Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental: matemática*. Secretaria de Educação Básica – Brasília.

Brasil. (2013). *Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica*. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. Brasília: MEC, SEB, DICEI.

Brasil. Ministério da Educação. (2014*). Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Operações na resolução de problemas*. MEC-SEB, Brasília.

Dante, L. R. (2006). *Didática da resolução de problemas de matemática*. Série Educação. Editora Ática. São Paulo.

Danyluk, O. (1998). *Alfabetização Matemática: as primeiras manifestações da escrita infantil*. Porto Alegre - RS: Editora Sulina.

Heidegger, M. (2012). *Ser e tempo*. Tradução e organização: Fausto Castilho. Campina, SP: Editora Unicamp e Editora Vozes.

Lucio, E. O. (2001). *Tecendo os fios da rede: O programa Pró-letramento e a tutoria na formação continuada de professores alfabetizadores da educação básica*. 299 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Faculdade de Educação. Rio de Janeiro, 2010.

Maranhão, T. & Pais, L. C. (2012). *Resolução De Problemas Nos Anos Iniciais Do Ensino Fundamental: uma análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Dia a dia Educação. Paraná.

Medeiros, J. S. & Carvalho, M. (2013). *Professoras dos anos iniciais e a resolução de problemas matemáticos*. *Revista Eletrônica de Educação de Alagoas*. Volume 01. Nº 01. Alagoas.

Onuchic, L. R. (1998). *Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas*. UNESP. São Paulo.

Orlovski, N. (2014). *A forma-ação do professor que ensina matemática nos anos iniciais*. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Paraná. Curitiba.

Paula, M. K. B. (2010) *Programa Pró-Letramento Matemática: uma abordagem de Grandezas e Medidas com inserção dos Temas Transversais*. 170 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências. Bauru.

Romanatto, M. C. (2011) *Resolução de problemas na formação de professores e pesquisadores*. FCL/UNESP. São Paulo.

Soares, M. (2004) *Alfabetização e letramento: caminhos e descaminhos*. Revista Pátio n.29 fev/abr.

Souza, K. do N. V. de. (2010) *Alfabetização matemática: considerações sobre a teoria e a prática*. Revista de Iniciação Científica da FFC, Vol. 10, No 1, Marília.

Vianna, C. R.(2002) *Resolução de problemas*. Texto publicado no Livro Temas em Educação I, o livro das Jornadas de 2002. pp. 401-410 – Organizado por Futuro Congressos e Eventos.

Zontini, L.R.S. Mocrosky, L. F. (2014). *A formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais: do pró ao pacto*. XII EPREM – Encontro Paranaense de Educação Matemática Campo Mourão.

Ressignificando a prática: o diário reflexivo na formação de professores em Matemática

Elizabeth Carvalho **Pires**
Departamento de Formação da Secretaria Municipal de Educação de São Vicente
Brasil
belcapires@uol.com.br
Marina Pereira **Reis**
Departamento de Formação da Secretaria Municipal de Educação de São Vicente
Brasil
marina-reis@usp.br
Paula Massae **Ikedo** da Silva
Departamento de Formação da Secretaria Municipal de Educação de São Vicente
Brasil
paulamassae@hotmail.com

Resumo

Este documento descreve parte de uma formação em Matemática para professores do Ciclo de Alfabetização – 1º ao 3º anos do ensino fundamental – da rede municipal de educação de São Vicente/SP e tem por finalidade expor algumas experiências que, desde o início deste ano, vêm sendo desenvolvidas no âmbito do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), instituído pelo Ministério da Educação do governo brasileiro em 2012, envolvendo um grupo de noventa professores alfabetizadores. Os resultados preliminares da pesquisa retratam as ações desenvolvidas com esse grupo de alfabetizadores sob a perspectiva da ação-reflexão-ação (Schön, 1992), que implica em uma prática reflexiva sobre e na ação, que tem influenciado na atuação docente de modo qualitativo no momento em que os professores têm se permitido rever ou, ao menos, discutir as suas práticas no sentido de promover a aprendizagem dos seus alunos. A pesquisa ainda está em andamento.

Palavras chave: formação continuada de professores, alfabetização matemática e letramento, reflexão crítica, diário reflexivo, observação de aula, prática pedagógica.

Introdução

No ano de 2014 teve início a formação continuada em Matemática para professores do Ciclo de Alfabetização – 1º ao 3º anos do ensino fundamental – da rede municipal de educação de São Vicente/SP, sendo estruturada com base no programa Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), instituído pelo Ministério da Educação do governo brasileiro em 2012. O PNAIC/Matemática tem como objetivo principal ampliar as reflexões das práticas e experiências dos professores, auxiliando-os na tarefa de conquistar a Alfabetização Matemática, na perspectiva do letramento, de todas as crianças brasileiras. E, para isso, o programa instituiu quatro eixos de atuação: "[...] formação continuada presencial para os professores alfabetizadores e seus orientadores de estudo; materiais didáticos, obras literárias, obras de apoio pedagógico, jogos e tecnologias educacionais; avaliações sistemáticas; gestão, controle social e mobilização" (PNAIC, 2012, p.5).

As ações estabelecidas pelo programa têm como foco principal a formação continuada do professor formador (orientador de estudo) e do professor alfabetizador, visto que essa formação vem sendo amplamente discutida como uma das principais vias de acesso à melhoria da qualidade de ensino, como também dos índices verificados nos exames nacionais que têm revelado grandes defasagens nas competências matemáticas com ênfase na leitura, interpretação e resolução de problemas.

Nesta pesquisa, as ações que visam auxiliar na busca de possíveis respostas a essas questões são: dialogar com os professores quanto aos seus anseios relacionados ao ensino da Matemática; abordar o registro, através da escrita autobiográfica como forma de autoconhecimento em relação à sua aprendizagem e experiência com o ensino da Matemática; potencializar os processos reflexivos sobre a prática docente, através do estudo do diário reflexivo, permitindo a reconstrução de diferentes sentidos para a ação pedagógica.

Quando se trata de desenvolver capacidades matemáticas, as referências históricas e educacionais desse ensino retratam uma prática embasada em teorias e procedimentos mecânicos, o que demonstra a necessidade da reflexão sobre esses saberes enraizados nas salas de aulas dos alfabetizadores, visto que é no ciclo de alfabetização que se encontra a base para a aprendizagem das competências matemáticas para os demais níveis de ensino.

Nesse sentido, Curi (2000) afirma que em cursos de Pedagogia raramente são privilegiadas as disciplinas voltadas ao ensino da Matemática o que contribui para que muitos tenham aversão e/ou dificuldades com a mesma, contribuindo para que enfatizem em suas práticas educacionais o estudo da Língua Portuguesa, deixando e até mesmo, muitas vezes, privando os alunos de se apropriarem de um conhecimento adequado daquela disciplina.

Consequentemente se faz necessário um ir e vir na formação dos professores refletindo a prática com base na teoria. A formação continuada visa buscar esse equilíbrio. Segundo Imbernón (2010), deve acontecer um equilíbrio tanto na formação inicial como na continuada e "a solução está em potencializar uma nova cultura formadora, que gere novos processos na teoria e na prática de formação, introduzindo-nos em novas perspectivas e metodologias" (p.40).

Sendo assim, a pesquisa busca investigar e refletir sobre o contexto do ensino da disciplina, relatando os desafios dos professores ensinarem aquilo que nem sempre aprenderam e o que isso tem acarretado em sua prática escolar no sentido de transpor os conhecimentos recebidos na formação. Para essa pesquisa será utilizado como instrumento o "Diário Reflexivo" que tem por finalidade desencadear a reflexão dos docentes perante a sua prática e a dos demais pares e, consequentemente, o seu desenvolvimento profissional.

Revisão e Fundamentação Teórica

O conceito de diário para a referida pesquisa foi baseado em Zabalza (2004), Liberali (1999), Mendes (2009) e Alarcão (2011). Para definição do termo buscou-se o conceito do gênero segundo Schneuwly e Dolz (citado em Cereja, 2005), em que se caracteriza como um texto no qual temos a oportunidade de registrar ideias, opiniões acerca da realidade que nos cerca, expressar sentimentos de uma maneira geral, bem como registrar fatos ocorridos no cotidiano. Segundo Liberali (1999), o diário num âmbito geral pode ser considerado como documento que estimula elevados graus de pensamento e uma crescente conscientização sobre os valores pessoais e as teorias implícitas nas ações dos praticantes.

O professor, ao escrever sobre sua prática cria um procedimento excelente para se conscientizar sobre a rotina educacional. É uma forma de distanciamento reflexivo que permite ver em perspectiva o próprio modo de atuar.

Em conjunto com o diário reflexivo optamos em trabalhar a "observação de aula" que contribui para analisar as diferentes maneiras do oficio docente com vistas a colaborar para a sua prática, além de exibir outros aspectos relevantes e, sem dúvida, importantes para as pautas de formação. Para um enriquecimento nas ações de formação optamos incluir a observação das atividades realizadas pelos professores com as crianças, pois percebemos algumas dificuldades em transpor aquilo que é discutido e analisado durante os encontros de formação com os mesmos, além disso, é um recurso essencial para tematizar à prática dos docentes e trazer a discussão e reflexão em conjunto. Para Martins (2009) e Estrela (1994), por sua própria especificidade, essa estratégia é a que mais dados fornece para a intervenção junto ao docente, pois nela não se verifica o desenvolvimento do trabalho exclusivamente no plano do discurso falado ou escrito, mas essencialmente nas interações, atitudes, valores, objetivos e intervenções, tendo, por isso, um papel fundamental no processo de transformação das práticas.

A vivência desse processo de observação das diversas situações educativas oportuniza ao formador ter subsídios fundamentados para que possa intervir no real modo de atuação do professor, pois saberá observar e problematizar, ou seja, interrogar a realidade e construir hipóteses explicativas sobre ela. Essa estratégia demonstra que no processo educativo pode haver uma parte de imprevisto, mesmo que nas ações planejadas que de acordo com Martins (2009) são constituintes da relação de ensino e aprendizagem. A observação em sala tornou-se também um importante momento de avaliação do alcance do processo de formação, dado que possibilita fazer uma leitura das possíveis transformações já ocorridas, ou não, na prática até aquele momento e também conhecer a evolução individual sofrida nesse período. A problematização do real permite, tanto ao educador quanto ao formador, refletir criticamente sobre as suas ações, na qual Liberali (2008) destaca que a reflexão crítica em um sentido amplo é uma tomada de consciência, exame, análise dos fundamentos ou das razões de algo.

Ao observar a ação docente devemos rever a ação de uma maneira que permita descrever, informar, confrontar e reconstruir as práticas educativas. Essas ações ocorrem de forma completa e entrelaçada nos processos de reflexão, mas didaticamente, Liberali (2008) opta por tratá-las separadamente para que possamos entender melhor seu papel no processo reflexivo e suas características específicas. Saber observar o que passa no cotidiano escolar é fundamental para as relações interpessoais e estabelecimento de uma reflexão crítica a respeito da prática pedagógica desenvolvida. Para além, ou melhor, em complementaridade com a nossa pesquisa escolhemos como estratégias observar as práticas em salas de aula, o narrar individual e coletivo de todos os professores e o registro nos diários reflexivos como propostas metodológicas para que possamos em conjunto, formadores e professores, refletir criticamente sobre a própria prática dentro de um processo de formação. Segundo Alarcão (2011), para que a dimensão formadora atinja um alto grau formativo e um valor epistêmico, resultando em aquisição de conhecimentos a disponibilizar em situações futuras, importa que esse processo seja acompanhado por uma metarreflexão sistematizadora das aprendizagens ocorridas. Além disso, Mendes (2009) reafirma em seus estudos que é mediante um processo reflexivo e investigativo, mediado por aportes teóricos, que o professor se forma e se constitui profissional, sendo esse um processo sempre inacabado.

Natureza do estudo e fundamentos metodológicos

Com o propósito de alcançarmos os objetivos do programa de formação, planejamos os encontros com os professores alfabetizadores inscritos no PNAIC[1] durante o ano letivo de 2014, que se tornaram, desde então, bolsistas junto ao Ministério da Educação. A carga horária para o desenvolvimento dos conteúdos e atividades previstos é de 160 horas-aula no contraturno de trabalho dos alfabetizadores. Como nem todos os professores desse segmento de ensino conseguem comparecer aos encontros, o total de inscrições recebidas não corresponde ao total de professores alfabetizadores da rede municipal, ou seja, temos noventa inscritos no programa para cerca de quatrocentos e cinquenta em exercício na função. Sendo assim, como citado anteriormente, essa pesquisa, apesar de representativa, está se baseando num recorte desse grupo maior de alfabetizadores, como forma de facilitar o estudo e apresentar um parâmetro sobre a pesquisa que está sendo realizada.

A proposta de formação continuada tem como linhas gerais os critérios orientadores do PNAIC, porém, dadas as peculiaridades da nossa rede de ensino, o planejamento contemplou essas características e, por isso, passou por complementações a fim de atender de forma satisfatória aos nossos professores. Além das estratégias de trabalho sugeridas pelo programa, consideramos significativa a elaboração por cada um dos professores alfabetizadores do seu diário reflexivo. O diário, enquanto gênero literário, tem permitido que os professores narrem seu cotidiano de trabalho com suas dificuldades e progressos e teve início com um resgate da sua "memória matemática", que permitiu que o mesmo recordasse como foi alfabetizado em matemática e de que forma essa aprendizagem marcou a sua vida acadêmica e profissional.

Inicialmente, da análise dessas narrativas foram percebidas questões singulares aos nossos professores que demandavam ajustes nos procedimentos metodológicos adotados até então. Vem dessa necessidade apontada por eles a adoção do uso de diários reflexivos como forma de auxiliá-los a "enxergarem", através das suas narrativas, sua atuação na sala de aula e refletir sobre essa ação. Dessa reavaliação de procedimentos, os professores puderam também oferecer às formadoras um precioso material para o seu trabalho de ajustes e planejamento mais significativo dos encontros. O diário serviu como um instrumento de apoio e reflexão da prática escolar dos professores alfabetizadores no momento em que este era analisado através da leitura coletiva nos encontros e na abordagem pelas formadoras das defasagens citadas de maneira a não expor os professores ao grupo. Essa estratégia permitiu que muitos se identificassem e refletissem sobre suas ações, conforme afirma o professor F "A cada sugestão nova de como abordar alguns conteúdos é evidente a reflexão e a comparação do que você já estava fazendo. Muitas dessas sugestões nos facilita a forma de explicar de várias maneiras. E dentre essas, acaba-se percebendo que os alunos entendem melhor[...]".

A leitura reflexiva desses diários e sua criteriosa análise nos conduziram, mais uma vez, à necessidade de complementar as nossas ações formativas como forma de atender aos "apelos" dos professores declaradamente (ou não) presentes nas narrativas dos seus diários. Dessa forma, consideramos imprescindível a organização de visitas de observação das aulas dos nossos professores alfabetizadores. Nessas observações de aulas consentidas seguimos um roteiro pré-estabelecido que tem nos permitido descrever de maneira informada (Liberali, 1999) o momento observado para, numa segunda etapa, mantermos um diálogo com o professor que lhe permitirá refletir sobre a sua atuação para reconstruir a sua prática. Essas ações da reflexão crítica

[1] Fonte: http://pacto.mec.gov.br/index.php.

(descrever, informar, confrontar e reconstruir) e as conclusões as quais elas nos conduzem nos têm permitido condutas refletidas e permanentes de ajustes e complementações no planejamento dos encontros. Algo que aconteceu e vem acontecendo de maneira a fazer os professores refletirem suas práticas a partir do coletivo, da troca entre os pares, como vemos na afirmação do professor B "[...] estes mesmos profissionais devem compartilhar com seus pares suas experiências, frustrações e medos. Isto faz com que juntos busquemos não só para nossos alunos, mas para um grupo inteiro que está em formação [...]". Portanto, a abordagem nos encontros formativos sempre ocorre de maneira a levar o professor a dialogar e participar das atividades refletindo em sua ação escolar.

A observação das práticas em sala de aula e a comparação do que é descrito no diário reflexivo servem para evidenciar as discussões nos encontros formativos sobre as ações executadas e o que precisa ser repensado para aprimorar e/ou modificar essas ações.

Os dados da pesquisa

A pesquisa é um recorte sobre como os alfabetizadores estão correlacionando a formação continuada como professores de Matemática com a sua prática escolar. E para termos uma visão dessa situação optou-se por uma análise qualitativa sobre as suas falas através do registro no instrumento utilizado (Diário Reflexivo) e na observação das aulas. Estudos que utilizam diários podem ser considerados como "exemplos de observação participante em um grande número de pesquisas orientadas para questões envolvendo os processos de ensino e aprendizagem em sala de aula" (Bailey, 1990, p.215), na qual se pode traçar um parâmetro sobre a visão de cada professor sobre o ensino da Matemática até o momento. A pesquisa qualitativa se torna uma fonte de dados muito relevante. Como cita Moraes:

> [...] a pesquisa qualitativa pretende aprofundar a compreensão dos fenômenos que investiga a partir de uma análise rigorosa e criteriosa desse tipo de informação, isto é, não pretende testar hipóteses para comprová-las ou refutá-las ao final da pesquisa; a intenção é a compreensão (2003, p.191).

Nesse sentido, para a pesquisa selecionamos, dentre os professores que estão participando da formação continuada, uma representativa amostra de seis professores. Para isso, foram estipulados alguns critérios, os quais serviram de base para a análise dos dados coletados no Diário Reflexivo e na observação das aulas.

O primeiro critério utilizado foi a entrega do diário no prazo e, dentre os noventa professores participantes da formação continuada, quarenta e dois entregaram o instrumento no período solicitado, sendo treze professores atuando no primeiro ano de escolarização, treze professores atuando no segundo ano e dezesseis atuando no terceiro ano de escolarização. A partir dessa primeira seleção, o segundo critério foi separá-los por ano de escolaridade, selecionando dois diários de cada ano, totalizando 6 alunos-professores. Essa escolha foi feita por se tratar de um grupo heterogêneo formado por alunos-professores com diferentes contextos educacionais para aprendizagem de matemática e distintas experiências no ensino de matemática, assim, suas percepções sobre o processo de ensino e aprendizagem seriam representativas e confiáveis.

Por meio dos diários, os alfabetizadores deveriam fazer uma autoavaliação de desempenho com relação ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática, nas quais puderam falar sobre suas dúvidas, seus anseios, suas dificuldades etc. Posteriormente, esses dados foram contrastados com as opiniões apresentadas no registro sobre a prática em sala de aula e pela observação da aula feita pelas professoras formadoras.

Como no diário reflexivo cada professor teve e tem a liberdade de se expressar e narrar os acontecimentos mais relevantes sobre as premissas solicitadas, a análise desses dados segue a descrição das ideias individuais da amostra de professores selecionados:

Tabela 1
Descrição das ideias do professor A

Perfil Pessoal	Perfil Profissional do Educador	Dados da Atuação Docente
Idade: 56 anos Sexo: feminino Estado civil: casada Cidade de Residência: São Vicente	Formação Docente Inicial: Licenciatura em Pedagogia Ano da Formação Inicial: 2005 Tipo de Estabelecimento de Formação: Particular Tempo de Atuação como Professor: 18 anos Tempo de Atuação no município: 18 anos	Período /Ano de Escolaridade em que atua: 3º ano de escolaridade no período matutino Quantidade de alunos na turma: 31 alunos

A professora relata em seu perfil que é apaixonada pela profissão e que está sempre buscando conhecimentos novos e por isso participa dessa formação continuada. Sua prática pedagógica é voltada para a aplicação de projetos e sequências didáticas como forma de ampliar os conhecimentos dos alunos, por entender que esses procedimentos "oportunizam uma aprendizagem significativa potencializando o desenvolvimento da leitura e escrita e possibilitando a ampliação e aquisição do campo numérico e procedimentos operatórios".

Em relação à Matemática entende que "faz parte do cotidiano das pessoas e que nas coisas mais simples se faz uso dela". Sua memória matemática, a princípio, revela uma empatia com a disciplina, mas com o tempo começou a achar dificuldade no entendimento da mesma, por achá-la abstrata. Apesar dessas dificuldades tem procurado, nos anos que vem atuando na profissão, realizar cursos de formação para melhorar sua prática em sala de aula a partir do momento que traz reflexões sobre possibilidades de trabalho com a disciplina através do uso de sequências didáticas, jogos e resolução de problemas e além de refletir sobre a importância da oralidade e de observar mais atentamente o modo de pensar do aluno nos diferentes modos de resolver uma situação-problema.

Tabela 2
Descrição das ideias do professor B

Perfil Pessoal	Perfil Profissional do Educador	Dados da Atuação Docente
Idade: 41 anos Sexo: feminino Estado civil: casada Cidade de Residência: Cubatão	Formação Docente Inicial: Licenciatura em Pedagogia Ano da Formação Inicial: 2001 Tipo de Estabelecimento de Formação: Particular Tempo de Atuação como Professor: 18 anos Tempo de Atuação no município: 4 anos	Período /Ano de Escolaridade em que atua: 1º ano de escolaridade no período vespertino Quantidade de alunos na turma: 32 alunos

Em seu perfil a professora relata que adora a profissão e o que considera mais "mágico" do que ensinar seus alunos é aprender com eles. E que apesar de ter tido uma educação rígida não a fez desanimar e nem de oportunizar aos seus alunos atividades significativas com a Matemática.

Na atividade de resgate da memória cita que teve muitas situações ruins com a disciplina como decorar a tabuada e quem não respondesse corretamente ficava com um chapéu de "burro" atrás da porta ou o uso da régua para punir quem não acertasse. E a formação continuada vem contribuindo com essa prática diferenciada a partir do momento que oportuniza a reflexão a partir do aprimoramento de conceitos.

Tabela 3
Descrição das ideias do professor C

Perfil Pessoal	Perfil Profissional do Educador	Dados da Atuação Docente
Idade: 40 anos Sexo: feminino Estado civil: solteira Cidade de Residência: Guarujá	Formação Docente Inicial: Licenciatura em Pedagogia Ano da Formação Inicial: 2008 Tipo de Estabelecimento de Formação: Particular Tempo de Atuação como Professor: 7 anos Tempo de Atuação no município: 5 anos	Período /Ano de Escolaridade em que atua: 3º ano de escolaridade no período matutino Quantidade de alunos na turma: 32 alunos

A professora relata em seu diário que vivenciou os dois lados da Matemática, ou seja, passou por momentos positivos no início da escolarização quando aprendeu os conceitos sobre a divisão, mas que também não entendia conceitos como expressões numéricas. Por vivenciar a matemática somente com conceitos e teorias cita que, com a formação continuada, vem refletindo sobre o modo diferenciado de ensinar a disciplina com o uso do lúdico nas atividades, mas que ainda tem dificuldade em aplicar essas novas estratégias com seus alunos e que sempre planejou suas aulas em conteúdos (conceitos teóricos) de modo estanque e que, atualmente, procura elaborar atividades diversificadas com o uso de jogos.

Tabela 4
Descrição das ideias do professor D

Perfil Pessoal	Perfil Profissional do Educador	Dados da Atuação Docente
Idade: 48 anos Sexo: feminino Estado civil: divorciada Cidade de Residência: Santos	Formação Docente Inicial: Magistério Ano da Formação Inicial: 1988 Tipo de Estabelecimento de Formação: Particular Tempo de Atuação como Professor: 22 anos Tempo de Atuação no município: 15 anos	Período /Ano de Escolaridade em que atua: 2º ano de escolaridade no período matutino Quantidade de alunos na turma: 26 alunos

A professora declara em seu perfil ser filha de professora e que "desde os sete anos de idade queria ser professora... Brincava de escolinha com as bonecas". Além disso, enfatiza não possuir traumas com o ensino da Matemática durante seu tempo escolar. Segundo o seu depoimento, oito dos seus alunos possuem muitas dificuldades e, para saná-las, tem trabalhado com atividades diversificadas, inclusive nas tarefas para casa. Afirma também estar trabalhando com sequência didática envolvendo interdisciplinaridade, situações lúdicas e jogos.

Tabela 5
Descrição das ideias do professor E

Perfil Pessoal	Perfil Profissional do Educador	Dados da Atuação Docente
Idade: 40 anos Sexo: feminino Estado civil: casada Cidade de Residência: Santos	Formação Docente Inicial: Licenciatura em Pedagogia Ano da Formação Inicial: 1991 Tipo de Estabelecimento de Formação: Particular Tempo de Atuação como Professor: 4 anos Tempo de Atuação no município: 3 anos	Período /Ano de Escolaridade em que atua: 1º ano de escolaridade no período intermediário Quantidade de alunos na turma: 30 alunos

A professora considera um desafio atuar numa turma de 1º ano, mas apesar disso, deseja continuar com esse trabalho no próximo ano letivo, ainda admite possuir dificuldades em virtude de ter recebido uma formação tradicional, sendo assim, sente-se limitada em usar jogos ou demais estratégias de aprendizagem. Os seus alunos solucionam problemas oralmente para, em seguida, representá-los por desenhos e sequências numéricas.

No resgate da sua 'memória matemática', a professora relembrou do ensino mecânico que recebeu e que até hoje não entende as regras que decorou e confessa que: "tenho dificuldade em apreendê-las, pois o que aprendi foi mecânico e decorado [...] agora que estou dando aula tenho dificuldades porque não quero fazer igual, mas estou meio atrapalhada". Assim, considera importante aprender antes de ensinar para os seus alunos e afirma que o programa a está ajudando, visto que está aprendendo diversas possibilidades de ensinar a matemática de maneira significativa para o aluno.

Tabela 6
Descrição das ideias do professor F

Perfil Pessoal	Perfil Profissional do Educador	Dados da Atuação Docente
Idade: 50 anos Sexo: feminino Estado civil: casada Cidade de Residência: Santos	Formação Docente Inicial: Magistério Ano da Formação Inicial: 2001 Tipo de Estabelecimento de Formação: Particular Tempo de Atuação como Professor: 13 anos Tempo de Atuação no município: 2 anos	Período /Ano de Escolaridade em que atua: 2º ano de escolaridade no período matutino Quantidade de alunos na turma: 26 alunos

A professora descreve seu interesse pela alfabetização e os cuidados que tem em motivar as crianças na produção de textos curtos, apesar de reconhecer as dificuldades que algumas delas ainda apresentam. Em Matemática, declara que tenta levá-los a gostar da disciplina trabalhando com "materiais concretos, dedos e registros em folhas". Além disso, relata que sua aprendizagem baseou-se na memorização e cita o ensino da tabuada através de competições na sala com os demais colegas. Confessa que: "Meu trauma era não compreender os problemas e sentia dificuldades em reconhecer qual era a operação para resolvê-los".

As categorias das convergências observadas nas práticas escolares

Para fazermos a análise das narrativas feitas pelos professores alfabetizadores optou-se pela estratégia da observação de aula, na qual se pode verificar como as práticas relatadas no Diário Reflexivo estão acontecendo, ou seja, se há uma transposição didática. Para tanto, foram observados alguns itens que estão descritos na tabela abaixo:

Tabela 7
As categorias das convergências observadas nas práticas escolares

Categoria	Professor	Observação em sala de aula
Contexto físico da sala de aula: disposição do mobiliário	A	Mesas e cadeiras de duas em duas para formar duplas.
	B	Mesas e cadeiras de duas em duas para formar duplas.
	C	Mesas e cadeiras em fila, uma atrás da outra.
	D	Mesas e cadeiras em fila, uma atrás da outra.
	E	Mesas e cadeiras em fila, uma atrás da outra.
	F	Mesas e cadeiras em grupos de quatro.
Ambiente Alfabetizador em Matemática	A	Quadro numérico, gráfico de alturas e alfabeto.
	B	Quadro numérico, gráfico de medida, sequência numérica de 0 a 10, cantinho de leitura.
	C	Cantinho de leitura, silabário, quadro numérico, gráfico de aniversariantes, mural com banco de rimas.
	D	Alfabeto, silabário, quadro numérico, calendário móvel, sequência numérica de 0 a 9.
	E	Quadro numérico atrás da porta.
	F	Alfabeto, silabário, quadro numérico, cantinho de leitura.
Organização do trabalho Pedagógico: rotina	A	Na lousa tem a rotina que será desenvolvida no dia, bem como compartilha com os alunos as propostas de atividades.
	B	A professora compartilha e interage a todo momento com os alunos explicando como as atividades acontecerão.
	C	A rotina estabelecida é sempre iniciar a aula com uma oração e após, fazer um ditado de palavras. As demais atividades não são compartilhadas e são programadas de acordo com o momento.
	D	A professora não estipula a rotina com os alunos e deixa as atividades acontecerem de acordo com as necessidades da sala.
	E	A professora não utiliza uma sequência de atividades determinadas e não esclarece o que vai acontecer para os alunos.
	F	A rotina das atividades fica exposta na lousa, de modo que, separa a sala em turmas (grupo para jogos, duplas para reforço e atendimento individual para aluno incluso).
Atividade observada	A	Aula de Matemática. A sala foi dividida em dois grupos. Um grupo fazia uma revisão de algumas questões aplicadas na avaliação e que não ficaram claras (conceitos), como forma de suprir as lacunas desses conceitos. E o outro grupo efetuava a avaliação de História e Geografia que não fizeram devido às faltas.

	A professora circulou pela sala o tempo todo, fazendo intervenções e compartilhando as dúvidas individuais com todos do grupo.
B	Momento inicial da aula. A professora estabelece a rotina do dia e abre um espaço para os alunos contarem um pouco do dia a dia vivido em casa (desabafos ou situações interessantes que queiram compartilhar). Em todos os momentos circula pela sala e faz intervenções nas falas dos alunos, solicitando que falem mais.
C	Momento inicial da aula. A professora inicia fazendo a oração e em seguida solicita que escrevam no caderno o ditado de 10 palavras. Não circula pela sala e não faz intervenções.
D	A professora estava sentada na mesa e os alunos realizavam exercícios no caderno (arme e efetue). Quando tinham dúvidas levantavam e iam olhar no caderno dos colegas. Em alguns momentos, a professora circulou pela sala para corrigir os cadernos.
E	Os alunos faziam a avaliação integrada de Língua Portuguesa e Matemática. A professora ficou sentada à sua mesa e quando os alunos tinham dúvida faziam uma fila para falar com ela, sendo que quando respondia a um aluno, os demais ficavam andando pela sala e copiavam as respostas uns dos outros.
F	A professora dividiu a sala em três grupos: um grupo jogava dominó como forma lúdica (brincar pelo brincar), outro grupo fazia exercícios no caderno para sistematizar o conhecimento aprendido e um grupo realizada uma avaliação que não foi feita no dia estipulado. A professora ficou sentada à mesa para atender um aluno com laudo de autismo e os demais grupos agiam sozinhos.

Considerações finais

Das observações realizadas até o momento e das narrativas efetuadas pelos professores tiramos algumas prévias conclusões que estão descritas a seguir.

A disposição física do mobiliário e a pouca ou má utilização dos materiais que poderiam tornar o ambiente alfabetizador em Matemática, bem como o agrupamento dos alunos (em filas), as tarefas solicitadas aos mesmos e as comandas descritas na lousa nos permitiu observar a opção metodológica dos professores. Muitas atividades solicitavam dos alunos respostas convencionais e de memorização.

Considerando os elementos presentes no instante da observação, como a situação atípica da baixa frequência dos alunos, o fato de ser a primeira visita das formadoras e a organização do espaço físico da sala; aquela fração de aula nos permitiu uma análise preliminar que será confirmada ou refutada no decorrer das futuras visitas de observação e na continuidade dos encontros de formação. A ação didática realizada nas salas de aula centrou-se em algumas professoras e aos alunos cabia a solução dos exercícios que a eles foram apresentados e, em Matemática, não notamos situações-problema que os desafiassem a procurar soluções. O desenvolvimento de sequências didáticas, como pontuado pelos professores nos seus diários reflexivos, também não foram observados nas suas práticas. A transposição didática do que é aprendido e vivenciado na formação continuada, bem como aquilo que é narrado nos diários dos

professores, evidenciam a necessidade de retomadas e intervenções nas formações e no cotidiano docente.

As observações de aula realizadas e as descrições das práticas nos diários serviram para oportunizar diversos momentos nos encontros de formação para discutir, analisar e vivenciar situações matemáticas, algo que visa favorecer um repensar da prática docente através do diálogo sobre a ação dos professores. A partir da observação das aulas e do que os próprios professores escreveram em seus diários, os encontros foram sendo criados de maneira a proporcionar uma reflexão coletiva sobre o que acontecia na sala de aula em relação à rotina escolar, ao ambiente alfabetizador, às intervenções feitas nas ações dos alunos e à metodologia utilizada pelo professor. A discussão entre os pares mostrou que a reflexão sobre a ação é um longo caminho a ser percorrido.

No entanto, ressaltamos que até esse momento, o trabalho desenvolvido na formação não nos permite ainda, uma ampla ilação sobre o fazer-docente do professor. Como citado anteriormente, a pesquisa e o curso de formação estão em andamento, porém consideramos que a opção por esse caminho de ação-reflexão-ação nos conduzirá ao alcance dos objetivos pretendidos.

Referências e bibliografia

Alarcão, Isabel (2011). *Professores reflexivos em uma escola reflexiva*. 8ª ed. São Paulo: Cortez. Coleção questões da nossa época, v. 8.

Brasil. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. (2012). Pacto Nacional pela alfabetização na idade certa: formação de professores no pacto nacional pela alfabetização na idade certa / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB.

Cereja, William R. (2005). *Texto e interpretação: uma proposta de produção textual a partir de gêneros e projetos*. São Paulo: Atual.

Curi, Edda.(2000). *Formação de professores de Matemática: realidade presente e perspectivas futuras*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC.

Estrela, Albano (1994). *Teoria e Prática de Observação de Classes: uma estratégia de formação de professores*. 4. ed. Portugal: Porto Editora. 479p.

Imbernón, Francisco. (2010). *Formação continuada de professores*. Porto Alegre: Artmed.

Liberali, Fernanda C. (1999). *O diário como ferramenta para a reflexão crítica*. Tese de Doutorado. São Paulo: PUC. Disponível em http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/LinguaPortuguesa/Fernanda.pdf.

_____. (2008). *Formação Crítica de educadores: questões fundamentais*. Taubaté-SP: Cabral Editora e Livraria Universitária.

Martins, L. G. A. (2009). Observação como instrumento de trabalho. *Revista Avisa Lá,* nº 37. Disponível em http://www.avisala.org.br/index.php/conteudo-por-edicoes/revista-avisala-37/observacao-como-instrumento-de-trabalho/.

Mendes, A. Nacarato, A. M. Passos, C. M. L. (2009). *A matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender*. Belo Horizonte: Editora Autentica.

Moraes, R. (2003). *Uma Tempestade de luz: A Compreensão possibilitada pela análise textual discursiva*. Revista Ciência & Educação, v. 9, n. 2, p. 191-211.

Schön, Donald A. (1992). *Formar professores como profissionais reflexivos*. In: NÓVOA, Antônio (Coord.). *Os professores e sua formação*. Lisboa: Dom Quixote.

Silva, M. A (2013). *Escrita de diários reflexivos e avaliação formativa nas aulas de Língua Inglesa na Educação Básica: Um estudo de caso*. Universidade Federal de Uberlândia Anais do SILEL. Volume 3, Número 1. Uberlândia: EDUFU.

Zabalza, Miguel A (2004). *Diários de aula: um instrumento de pesquisa e desenvolvimento profissional*. Tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 160p.

Trabalho colaborativo na formação continuada de professoras que ensinam Matemática: diálogos e contextos

Alex Andrade **Alves**
Universidade Estadual de Santa Cruz
Brasil
alex.andrade.alves@gmail.com
Eurivalda **Santana**
Universidade Estadual de Santa Cruz
Brasil
eurivalda@hotmail.com
Célia Barros **Nunes**
Universidade do Estado da Bahia
Brasil
celiabns@gmail.com

Resumo

Este estudo tem como objetivo principal compreender como o trabalho colaborativo pode influenciar a formação continuada de professores da Educação Básica envolvidos numa atividade formativa com professores pesquisadores da Educação Superior. Para isso, foram envolvidos quatro professores que lecionavam nos anos iniciais do Ensino Fundamental e que participaram, durante oito mês, de uma formação colaborativa que envolvia 18 professores e pesquisadores. O instrumento utilizado nesta pesquisa foi um Relatório final composto de duas partes: uma sobre o perfil profissional do professor e outra composta de sete questões objetivando que fossem feitas reflexões a respeito do processo formativo realizado. Os resultados indicam que o trabalho colaborativo influenciou a formação continuada de professoes de maneira positiva, proporcionando momentos de reflexão na ação e reflexões coletivas que conduzem a mudanças de postura em relação ao trabalho docente, bem como a produção de saberes docentes, apontando benefícios para a aprendizagem dos estudantes.

Palavras chave: formação colaborativa, formação continuada, reflexão, educação básica, estruturas aditivas, desenvolvimento profissional.

Situando a problemática de estudo rumo ao trabalho colaborativo, à formação continuada e ao desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática

Apesar da gama de estudos em formação de professores que vem sendo produzidos no Brasil, haja vista a seriedade com que os pesquisadores brasileiros dão à produção do conhecimento nesse cenário, seus efeitos pouco têm avançado e se refletido no interior da Educação Básica, especificamente no interior das escolas públicas brasileiras.

Dessa forma, propor o trabalho colaborativo como eixo central da formação do professor que ensina matemática pode causar certo estranhamento, fruto da cisão criada nos cursos de

licenciatura entre teoria e prática, pensar e fazer, que leva à impressão de que a docência se caracteriza única e exclusivamente pela aplicação imediata de metodologias formuladas na educação superior e executadas no interior da sala de aula da escola básica, como se o agir se desobrigasse do pensar.

Neste sentido, Fiorentini e Miorin (2010, p. 23), expressam conceitualmente que "o trabalho [de um grupo] colaborativo é uma oportunidade para indivíduos aprenderem e crescerem juntos, pois ao colaborar, o professor se abre a novas perspectivas e ideias do como, do porquê e do que ensinar". Assim, o conhecimento é compartilhado e o desenvolvimento profissional conquistado de forma constante através das interações que se materializam em conjunto, com professores da Educação Básica e pesquisadores, retroalimentando suas práticas pedagógicas, de forma cíclica, comprometida, ética e dialeticamente constituída. (Fiorentini & Miorin, 2010; Freitas, 1995).

Diante desse cenário, buscamos respostas para a seguinte questão de pesquisa:

> Como o trabalho colaborativo pode influenciar a formação continuada de professores da Educação Básica envolvidos numa atividade formativa com professores pesquisadores da Educação Superior?

Assim posto, cabe demarcar conceitualmente a perspectiva de formação continuada de professores aqui defendida, haja vista a polissemia de conceitos de quem trata o tema, com vistas à construção de uma concepção de formação que envolva o professor como um produtor de conhecimento e de saberes construídos e incorporados durante a sua trajetória de vida pessoal e profissional.

Desta forma, como nos sugere Veiga (2009), na etimologia, formação vem do latim formare; como verbo transitivo significa dar forma; como verbo intransitivo significa colocar-se em formação e como verbo pronominal, ir-se desenvolvendo uma pessoa. Por essa ótica, a formação de professores é constituída pelo ato de formar o sujeito, educar o profissional para o exercício das funções, inerentes ao magistério, assumindo assim posição de "inacabamento", que tem começo, mas que não tem fim, vinculada à história de vida dos mesmos, em permanente processo de formação, que proporciona preparação profissional, porque "contínuo é o homem e não o curso" (Fusari, 1984, p. 54).

Assim, a formação continuada é um processo, por isso inacabado, que não avança no isolamento e no individualismo, embora valorize plenamente questões da subjetividade dos envolvidos. Nestes aspectos, o processo formativo deve apontar para mudanças de paradigmas, com vistas à transformação dos sujeitos envolvidos e, desse modo, é incabível que os professores de um curso de formação continuem deslocados e completamente afastados do "chão da escola", pois é importante que as práticas formativas nesses espaços incorporem mudanças de posturas e posturas reflexivas diante dos novos desafios da escola contemporânea.

Neste processo, o compartilhar é imprescindível, para que haja crescimento pessoal e coletivo. Consequentemente, essa proposta também encontra respaldo numa visão formativa definida por Nóvoa (1995), quando ele estabelece três dimensões importantes, no processo de formação dos profissionais da educação, a saber: (a) a dimensão pessoal, vinculada às condições de vida do professor; (b) a dimensão profissional, no que se refere à profissionalização desse agente da ação educativa; e (c) a dimensão institucional, no que se refere ao investimento realizado pelas instituições para obtenção de seus objetivos educacionais.

Então, assumimos como pressuposto que esta relação equilibrada trará contribuições ao desenvolvimento profissional dos envolvidos e, em relação às contribuições conceituais sobre o desenvolvimento profissional docente, visto também a diversidade de conceitos presentes na literatura, é sempre interessante sustentar a visão de um autor e, para tanto, as contribuições expressas por Cruz (2000) que sintetiza o conceito de desenvolvimento profissional docente como a articulação equilibrada entre a dimensão científica e a dimensão pedagógica no exercício da docência, em seus respectivos níveis, em se tratando da educação na realidade da escola pública brasileira, preferencialmente.

Nesse contexto, o desenvolvimento profissional docente pode ser considerado, como expressa o autor, a partir da "[...] evolução progressiva da função docente face aos modos e situações de maior profissionalismo que se caracterizam pela profundidade do juízo crítico e sua aplicação na análise global dos processos implicados nas situações de ensino para atuar de maneira inteligente". (idem, p. 20). É inconcebível um tratamento formativo dissociado das relações de trabalho docente. Pensar na formação continuada de professores sem fazer emergir suas contribuições para o seu próprio desenvolvimento profissional é negar práticas na construção da identidade docente.

Consideramos que outras características, também, de cunho subjetivo precisam ser abordadas numa formação continuada, tais como: as implicações das condições objetivas de trabalho, salário, carreira e organização da categoria para a prática docente, que irão se constituindo no exercício da profissão. Tal dissociação ratifica o tradicional modelo de formação de professores, centrado na racionalidade técnica, que marca a relação dicotomizada entre pensar e fazer, planejar e executar, entre outros aspectos.

Por fim, é na associação de formação com o desenvolvimento profissional que estaremos efetivamente contribuindo com os aspectos considerados para a melhoria da qualidade da Educação Básica, preferencialmente no contexto da escola pública brasileira. Não numa situação construída na polaridade ou na dicotomia, mas a partir de um ciclo indissociável, onde a formação seja conduzida pelas discussões do desenvolvimento profissional docente e que as políticas de desenvolvimento profissional, no âmbito das instituições de ensino incluam, em seu cerne atividades de formação, como um conjunto de experiências vividas no trabalho do professor a fim de permitirem que a identidade seja reconstruída dentro de seu cotidiano.

Neste contexto, este estudo tem como objetivo principal compreender como o trabalho colaborativo pode influenciar a formação continuada de professores da Educação Básica envolvidos numa atividade formativa com professores pesquisadores da Educação Superior. Para atingir este objetivo apresentamos este estudo a partir de uma sistematização, na qual: a) inicialmente colocamos a seguir o caminho metodológico percorrido para o desenvolvimento do estudo ora proposto, situando o mesmo numa epistemologia qualitativa, de natureza da pesquisa-ação; b) a seguir descrevemos o trabalho de produção de dados e sua articulação epistemo-metodológica.

Trilha metodológica: o caminhar do trabalho de pesquisa realizado

Este estudo tem uma abordagem qualitativa, pois a pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. Ela trabalha com um universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, e isso se refere a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos. (Minayo, 1994).

Nesse ínterim, destacamos a perspetiva da pesquisa-ação que, conforme Fiorentini e Lorenzato (2006, p.112) "é um tipo especial de pesquisa participante, em que o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado, não só para observá-lo e compreendê-lo, mas sobretudo para mudá-lo em direções que permitam a melhoria das práticas [...] centrada na reflexão-ação".

Este estudo é um recorte de uma pesquisa mais ampla financiada pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB) e desenvolvida em uma rede colaborativa entre pesquisadores de Universidades públicas do Estado da Bahia e de grupos de estudos de professores da Educação Básica que sediam Núcleos de Pesquisa da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Regional Bahia (SBEM/BA).

A pesquisa intitulou-se "Um estudo sobre o domínio das Estruturas Aditivas nas séries[1] iniciais do Ensino Fundamental no Estado da Bahia", a qual denominamos "Pesquisa das Estruturas Aditivas" (PEA), realizada em 2009 e 2010.

Em linhas gerais, a Rede era formada por sete Núcleos de Pesquisa da SBEM/BA e teve como finalidade principal desenvolver uma formação colaborativa com professores da Escola Básica e pesquisadores de Universidades baianas, visando à construção de propostas, com possibilidade de serem implementadas na sala de aula, que buscam minimizar dificuldades no ensino e nas aprendizagens da adição e da subtração nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

No primeiro ano da pesquisa, em 2009, foi feito um diagnóstico, com levantamento do desempenho de 5.807 estudantes do 2º ao 5° ano de 70 escolas, distribuídas em 47 municípios baianos. O teste, composto por 18 situações-problema de adição e subtração, revelou baixos índices de acerto. Em média, os estudantes tiveram 36,45% de acerto. Tal resultado norteou o trabalho colaborativo, desenvolvido no ano de 2010, com 26 pesquisadores, 01 diretora de escola, 08 coordenadoras pedagógicas e 73 professores.

Para este estudo, consideramos os resultados do processo formativo do Núcleo Sede da Rede, que era responsável pela coordenação geral do projeto, situado num município da Região Sul do Estado da Bahia que envolveu 18 professores, três pesquisadores e cinco escolas de sete municípios de regiões circunvizinhas ao Núcleo Sede.

A formação colaborativa foi desenvolvida com a realização de, no mínimo, um encontro mensal na sede de cada Núcleo de Pesquisa. Esses encontros tiveram como objetivos principais: reunir os professores e pesquisadores para fomentar discussões em relação a aprendizagem e o ensino de conceitos do Campo Conceitual das Estruturas Aditivas; levantar as principais dificuldades encontradas no ensino do referido Campo Conceitual; desenvolver estratégias de

[1] A partir desse ponto o leitor irá se deparar com duas denominações, intituladas séries e anos iniciais do Ensino Fundamental. Justificamos as duas nomenclaturas aqui no artigo em função das alterações que vem sendo implantadas na Educação Básica brasileira, a partir da Lei de nº 11.274/2006, responsável pela alteração da redação dos artigos 29, 30, 32 e 87 da Lei nº 9.394/1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, dispondo sobre a duração de 9 anos para o Ensino Fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 anos de idade. Isto porque o projeto de pesquisa foi idealizado antes da mudança legislacional e o desenvolvimento do mesmo se deu após a mudança na legislação, na sua fase de implementação nas escolas brasileiras, quando as mesmas tinham até 2010 para se adequar às mudanças sugeridas pela Lei 11.274/2006. No seu artigo 2º tal legislação explicita que a organização do Ensino Fundamental de 9 (nove) anos adotará a seguinte nomenclatura: Ensino Fundamental de nove anos - até 14 anos de idade, sendo os Anos iniciais - Faixa etária de 6 a 10 anos de idade (duração 5 anos) e os Anos finais - Faixa etária de 11 a 14 anos de idade (duração 4 anos).

ensino que contribuíssem para o ensino desse Campo Conceitual; e propiciar a troca de experiências entre os participantes do grupo colaborativo.

Tal formação ocorreu de forma espiralar, promovendo o ciclo de Reflexão inicial- Planejamento em grupo - Planejamento em plenária - Reflexão em grupo - Reflexão em coletivo. Este ciclo foi repetido sete vezes durante o ano letivo e complementado com um encontro de encerramento. Desse modo, foram trabalhadas em cada encontro uma categoria das situações-problema aditivas intituladas: composição, transformação, comparação, composição de duas transformações, transformação de uma relação e composição de duas relações, segundo Vergnaud (1982, 1996), com a releitura, feita por Santana (2010, 2012), a saber: composição, transformação, composição de várias transformações, transformação de uma relação e composição de relações estáticas.

A **Reflexão Inicial** ocorria a partir do resultado do instrumento diagnóstico, aplicado em 2009, onde era apresentado aos professores o resultado do desempenho dos estudantes na categoria de situações-problema, isso com os dados das escolas que eles atuavam, bem como o quadro comparativo desses resultados com as outras seis regiões da Bahia, envolvidas no projeto. Em seguida, os pesquisadores apresentavam os conceitos e a estrutura das situações da categoria de situações-problema elencada para o encontro.

Depois de compreendido os conceitos, os professores eram divididos em quatro grupos conforme o ano escolar que atuavam em sua escola. E, com a mediação dos pesquisadores, era realizado o que denominamos de **Planejamento em Grupo**, onde os professores elaboravam estratégias de ensino para trabalhar com seus alunos. Desse modo, os mesmos preenchiam um relatório de atividade planejada com as situações-problema elaboradas, os conceitos matemáticos a serem abordados, o desenvolvimento da atividade e as expectativas de aprendizagem. Ao encerrar o Planejamento em Grupo, era feito o **Planejamento em Plenária** onde todos os grupos apresentavam, discutiam, davam sugestões, faziam mudanças e finalizavam, no coletivo, a estratégia a ser aplicada em cada ano escolar.

A **Reflexão em Grupo** se dava a partir dos resultados advindos das aplicações feitas pelos professores, com o objetivo do professor refletir sobre os resultados da aplicação da estratégia planejada anteriormente, sendo preenchido um relatório de atividade, no qual era relatado a quantidade de estudantes envolvidos na aplicação, se houve ou não mudanças no que foi planejado e no que foi aplicado, o desempenho e esquemas de resolução dos estudantes e a avaliação da estrátegia de ensino.

Na sequência era feita a **Reflexão em Coletivo**, na qual, cada grupo apresentava para a plenária os resultados de sua aplicação e, além disso, fazia-se uma reflexão coletiva sobre o que poderia ser mantido ou alterado para próximos planejamentos e ações. Depois de ampla reflexão sobre os resultados apresentados pelos grupos, os pesquisadores promoviam novamente uma **Reflexão Inicial**, com os resultados da categoria de situações-problema elencada para aquele encontro, seguido das demais fases do ciclo listadas anteriormente.

No período de oito meses foram realizados sete encontros com esta dinâmica . O oitavo encontro objetivou refletir e avaliar o processo formativo, para isso, os professores responderam a um Relatório final composto de duas partes: uma composta de dez questões sobre o perfil profissional atual e outra composta de sete questões objetivando que fossem feitas reflexões a respeito do processo formativo realizado.

A análise qualitativa deste estudo foi feita tomando como base as sete questões reflexivas do Relatório final e será discutida, no eixo a seguir, a partir da perspectiva de análise do conteúdo, definida como

> [...] um conjunto de técnicas de análise das comunicações que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens […]. A intenção da análise de conteúdo é a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção e de recepção das mensagens, inferência esta que recorre a indicadores (quantitativos ou não) (Bardin, 2006, p. 38).

É, portanto, nas palavras do autor, com base na explicitação do conteúdo manifesto que se inicia o processo de análise, com vistas a refletirmos sobre os objetivos da pesquisa aqui delineada e tendo como apoio os indícios manifestos no âmbito das comunicações estabelecidas entre pesquisadores e interlocutoras. Assim, acreditamos obter informações necessárias para a construção de uma formação continuada de qualidade, e poderemos, a partir dessa análise, refletir sobre a importância do trabalho colaborativo na formação continuada do professor que ensina Matemática.

A tessitura entre as discussões teóricas e os achados da pesquisa: o trabalho colaborativo na formação continuada rumo ao desenvolvimento profissional docente

Para relatarmos as reflexões originárias desse processo, traremos à baila o olhar de quatro professoras, agentes dessa pesquisa e participantes desse processo formativo, selecionadas a partir dos critérios assim definidos: a) possuírem formação inicial em Pedagogia, por se tratar de um estudo sobre formação continuada do professor que ensina Matemática; b) situação funcional: professoras efetivas das escolas pesquisadas, três com mais de 20 anos de serviço e uma com três anos de serviço apenas, tentando enfocar a relação entre professoras experientes e uma jovem professora; e, c) o campo de atuação no exercício dos anos iniciais do Ensino Fundamental da Educação Básica brasileira.

Por questões éticas da pesquisa científica, os nomes que aparecem neste texto são fictícios, no sentido de preservarmos as identidades das participantes. A professora Andréia tem 53 anos de idade, graduação em Pedagogia, concluída no ano de 2006, leciona há 28 anos e há dois anos trabalha na escola objeto deste estudo. Trabalha nos turnos matutino e vespertino, totalizando um regime de trabalho de 40h semanais.

A professora Marli tem 43 anos de idade, possui graduação em Pedagogia e Pós-Graduação Lato Sensu em nível de Especialização em Psicopedagogia Institucional, leciona há 25 anos e há dois anos trabalha na escola em que foi desenvolvida a formação e a referida pesquisa. Trabalha nos turnos matutino e vespertino, totalizando um regime de trabalho de 40h semanais.

A professora Sueli tem 26 anos de idade, possui graduação em Pedagogia e Pós-Graduação Lato Sensu em nível de Especialização em Coordenação Pedagógica, leciona há três anos e há dois anos trabalha na escola em que foi desenvolvida a pesquisa. Trabalha no turno vespertino, totalizando um regime de trabalho de 20h semanais.

E por fim, a professora Verônica tem 38 anos de idade, possui graduação em Pedagogia, leciona há 21 anos e há 20 anos trabalha na escola em que foi desenvolvida esta pesquisa. Trabalha nos turnos matutino e vespertino, totalizando uma carga horária de 40h semanais.

Buscando compreender como um trabalho colaborativo pode influenciar na formação continuada de professores da Educação Básica brasileira, produzida no seio desta atividade formativa, trazemos algumas questões reflexivas que nos deram subsídio para avaliação da realização do projeto. Aqui enfatizamos as discussões a cerca das Estruturas Aditivas, conforme situadas anteriormente.

Com base nas categorias de Vergnaud (1982, 1996) foi perguntado às professoras se a organização dos encontros, segundo o nível de complexidade das extensões e das categorias das Estruturas Aditivas, facilitou o entendimento teórico durante a formação, que se pode verificar em suas falas:

> Sim, porque nos deu um suporte em relação às atividades matemáticas a serem aplicadas com os alunos e pudemos avaliar processualmente o aprendizado dos mesmos dentro de cada operação trabalhada. (Professora Marli, 2010).

A fala da Professora Marli explicita que a formação realizada perpassa pelo processo de planejamento, aplicação das atividades matemáticas na sala de aula, bem como no processo avaliativo. Este ideário formativo ganha ressonância também a partir das palavras da Professoras Andréia e Sueli que destacam as contribuições deste processo de formação no ensino e, consequentemente, na aprendizagem dos alunos envolvidos, pois tal construção:

> [...] facilitou muito, [porque] antes fazia as atividades sem entender o mecanismo e a dinâmica contida. (Professora Andréia, 2010).

> Essa organização contribuiu ricamente com a forma de transmitir os conteúdos para que os alunos tivessem [um] bom rendimento. (Professora Sueli, 2010).

Deste modo, todas foram unânimes em afirmar que sim e perceberam a importância de se trabalhar nessa perspectiva formativo-teórico-metodológica, vendo nela uma possibilidade de concretizar a sua prática docente nos anos iniciais de forma mais segura e efetiva, fundamentada no descortinar de uma orientação conceitual.

A fala da Professora Verônica traz mais inovações à esta questão, destacando uma mudança de postura, como ela mesma descreve no trecho a seguir:

> Sim, porque apesar de aplicar situações-problema nos anos anteriores, [eu] não tinha conhecimentos dessas categorias e sua aplicação [na minha prática] era de forma inadequada, com o uso daquelas velhas perguntas (é de mais? ou é de menos?). [Percebia que isso] não facilitava o aprendizado do aluno, pois ele não era provocado a interpretar os mesmos. (Professora Verônica, 2010).

Sua reflexão demonstra a mudança de postura em relação ao trabalho docente, decorrente dessa ação formativa. Fica evidente em sua fala que, mesmo ela trabalhando as situações-problema, nos anos anteriores à realização dessa formação, através dos aspectos formais e costumeiros que muitos professores praticam, tentando caracterizar essas situações a partir de uma busca restritiva (se a situação-problema é de mais, caracterizando para a operação de adição, ou de menos caracterizando a operação de subtração), como ela mesma exemplifica em sua fala, a formação pôde contribuir para que ela refletisse que, dessa forma, os alunos não buscam interpretar as situações e, muitas vezes faz-se a busca por palavras-dica (se a situação-problema envolve ganhar, aumentar caracteriza uma adição, ou perder, dar, diminuir caracteriza uma subtração), que conduzam à operação a ser realizada.

Para além das respostas dadas pelas professoras é possível relatar o comportamento e reflexões feitos ao longo da formação. Todos os participantes relatavam a dificuldade e os benefícios na mudança de postura no momento de trabalhar com o aluno, conduzindo-o a interpretação e não mais a busca pelas palavras-dica que caracterizariam a operação a ser realizada.

Além do mais, o relato das professoras permitiu-nos depreender que as estratégias formativas (neste caso, as estruturas aditivas) escolhidas favoreceram à produção de saberes docentes, proporcionando avanços no conhecimento das professoras, tanto de natureza específica quanto metodológica.

Em relação ao fato da formação ser pautada na metodologia da pesquisa colaborativa, valorizando a participação de todos, com a criação das estratégias de ensino, das situações-problema e a socialização dos resultados da aplicação, perguntamos às nossas professoras se essa metodologia foi satisfatória para elas, como destacamos a seguir:

> Era um pouco difícil, pois era tudo muito novo e gerava algumas dúvidas, que [durante] às exposições eram sanadas. O importante [foi] a participação de todos, para que ninguém se sinta inúltil. Essa foi uma estratégia muito interessante (referindo-se à dinâmica do grupo de trabalho colaborativo) e que é pouco utilizada nos cursos [de formação]. (Professora Sueli, 2010).

Sueli reconhece a importância desse tipo de pesquisa, pois vê nela uma possibilidade de reflexão compartilhada, onde todos se colocam, socializam e discutem questões de sua prática, das experiências vividas, favorecendo, dessa forma, a construção de novos saberes e de novos conhecimentos e, simultaneamente, possibilitando-lhes uma reflexão-ação. Cabe ressaltar também a valorização dada por Sueli para a participação de cada integrante do processo e, o que é mais interessante, no coletivo. Estas colocações se alinham com as palavras da professora Marli, que também manifesta satisfação com a metodologia desenvolvida.

> Sim, principalmente no que diz respeito à socialização dos resultados, onde todos [os envolvidos] compartilharam suas experiências em sala de aula, [nos ajudando] a construir as situações de uma forma mais contextualizada, provocando o exercício da leitura e à interpretação dos dados apresentados. (Professora Marli, 2010).

Um ponto forte que merece ser destacado na fala de Marli é a socialização dos resultados com a troca de experiências, em prol da elaboração de situações-problema, buscando a contextualização. Este processo fortalece a autonomia do professor, dando-lhe mais segurança para o planejamento das suas atividades de sala de aula, o que se reverbera na fala da professora Andréia, pois:

> Ao elaborar as situações-problema com os conhecimentos que adquiri no PEA me sinto mais segura, [já que] sendo essa atividade discutida e elaborada na sala, com a participação do grupo, tornou-se mais especial e entendida por todos. (Professora Andréia, 2010).

Esta afirmativa indica que a formação colaborativa trouxe influências positivas para o grupo de trabalho. As professoras evidenciam o protagonismo do grupo no processo de (auto)formação e um repensar da prática enraizada através do trabalho docente centralizado unicamente no livro didático, que pode ser exemplificado a partir das palavras da professora Verônica.

> Sim, a partir desse processo pude perceber a importância do próprio professor pautar seu planejamento em situações-problema voltado para a realidade [de sua] classe e não ficar

> [restrito apenas ao] livro didático, [mas] sim criar situações que lhes apresente, através de pesquisa, como nesse projeto, uma nova forma de pensar e agir [em sala de aula]. (Professora Verônica, 2010).

É importante ressaltar o reconhecimento dado à situações-problema pela professora Verônica, quando ela destaca que uma situação-problema deve começar onde os alunos estão. De fato, uma atividade matemática deve levar em consideração a compreensão atual dos alunos e que lhes faça sentido (Van de Walle, 2009).

Esta ação demarca a essência do que buscamos no seio da atividade formativa: uma reflexão do professor, agente do processo, rumo à modificação de sua prática, que não se realiza a partir de uma forma mecanizada e automática, mas situada com base no fundamento téorico-prático, desenvolvido durante seu processo formativo.

Por fim, foi pedido as professoras que relatassem as contribuições que a formação do PEA trouxe para sua prática pedagógica, no que se refere ao significado pessoal, sentimentos, dificuldades e aprendizagens realizadas. Neste sentido, a professora Andréia abre tais reflexões, situando que a formação realizada lhe trouxe condições de sanar as dificuldades vivenciadas no ensino de Matemática, conforme destacado a seguir:

> Hoje me sinto mais segura em relação à situação problema, pois quando a levo para meu aluno já refleti e sanei minhas dificuldades (Professora Andreia, 2010).

Neste mesmo caminhar, a Professora Marli sinaliza novos sentimentos em relação à Matemática, desvelando as possibilidades de um trabalho em sala de aula mais acessível e dinâmico às aprendizagens dos alunos, com vistas a promover outras concepções em relação ao ensino da Matemática.

> Nos despertou para o ensino de uma matemática mais prática, acessível e dinâmica, fazendo com que a turma [os seus alunos] deixasse de ver a disciplina de uma forma negativa (Professora Marli, 2010).

Tal reflexão nos possibilita compreender que nascem novos olhares e sentimentos para com a Matemática, o que passa a refletir em outros aprendizados profissionais e, sensibilidade para serem trabalhadas as dificuldades dos alunos, o que se complementa com as palavras da Professora Sueli que sinaliza a necessidade de valorização das questões teóricas trabalhadas durante a formação, com vistas a trazer outros significados ao ensino das Estruturas Aditivas.

> A formação contribuiu para refletir sobre a necessidade que têm os alunos de interpretar [problemas] (Professora Sueli, 2010).

Esta afirmativa destaca um outro olhar sobre a maneira de conduzir a ação pedagógica na resolução de situações aditivas. Vale destacar que durante o processo formativo as professoras relatavam a dificuldade de trabalhar com o aluno a interpretação do problema, porque era comum um trabalho desenvolvido em torno da busca de palavras-dica que justificassem a escolha da operação a ser realizada. Já as palavras trazidas pela Professora Verônica enfatizam as reflexões decorrentes da formação realizada, destacando suas contribuições à sua prática pedagógica na Educação Básica.

> De continuar buscando inovações positivas que venham facilitar a aplicação da matemática para o aprendizado e a compreensão do aluno, levando-o a buscar e descobrir suas próprias respostas, novas experiências e aplicar a matemática no seu cotidiano (Professora Verônica, 2010).

Possível perceber diferentes contribuições elencadas pelas professoras. Essas perpassam desde sentimentos até novas aprendizagens e, percebe-se na fala das mesmas uma mudança de atitude: a preocupação em mudar sua prática com vistas a aprendizagem dos alunos. E a formação lhes proporcionou essa mudança: o refletir sobre o seu ensino, contribuindo para o seu crescimento e desenvolvimento profissional.

Reportando-nos a Nóvoa (1995), como foi sinalizado anteriormente, para evidenciar um trabalho colaborativo, vivenciado na formação do PEA, na perspectiva da formação crítico-reflexiva de professores, foi possível caminhar na direção da produção da vida das professoras mencionadas, proporcionando seu desenvolvimento pessoal, na produção da profissão docente por meio do desenvolvimento profissional e, de forma mais abrangente, foi possível aspirar pela produção da escola e de seu desenvolvimento organizacional.

Considerações

As reflexões aqui pontuadas destacam a formação de professores como um campo de estudos, um local que contém processos, pessoas, eventos, problemas, instituições e fenômenos que por si só constituem a matéria-prima de investigações de diferentes tipos. Assim, o processo de construção de um ideário pedagógico rumo ao trabalho colaborativo na formação de professores que ensinam Matemática na realidade da Educação Básica brasileira, tanto individual quanto coletivo, é sempre dinâmico e dialeticamente constituído, tomando-se como princípio uma orientação conceitual preexistente que conduza à melhorias da prática docente.

De fato, os dados produzidos mostram que quando as professores refletem sobre sua prática pedagógica, no âmbito de um trabalho de pesquisa colaborativa, discutindo com seus pares, pesquisando e buscando novas teorias e novas formas de atuação em sala de aula, então é de se esperar que seu ideário esteja em constante mutação, seja na mudança de atitudes, de concepções e até mesmo de suas práticas.

Dessa forma, afirmamos que as teorias representam sistemas conceituais essenciais à formação e ao desenvolvimento profissional do docente que leciona Matemática, mantendo em sua essência a sua completude, para sua operacionalização, e, ao mesmo tempo, o seu contrário, a incompletude, ou seja, uma face aberta à renovação.

Por fim, as concepções aqui apresentadas se incumbiram de evidenciar discussões pertinentes à formação do professor que ensina Matemática, presentes nos fundamentos da Educação Matemática, campo de estudos com muitas intencionalidades, dentre elas a da transformação social.

Eleger tal perspectiva formativa para o seio do trabalho colaborativo entre professores da Educação Básica e da Educação Superior é assumir que existem práticas pedagógicas condizentes com a formação crítica dos sujeitos envolvidos nesse processo, ressignificando o trabalho docente, que passa a se constituir não pela transmissão de conhecimentos, numa via de mão única através dos pensadores da Universidade rumo à Educação Básica, mas do professor como mediador dos processos de aprendizagens, como sujeito ativo e com autonomia intelectual.

Referências e bibliografia

Bardin, L. (2006). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70. (Tradução de L. de A. Rego e A. Pinheiro, Obra original publicada em 1977).

Cruz, M. F. (2000). *Desarollo Profesional Docente*. Granada: Grupo Editorial Universitário.

Fiorentini, D. & Lorenzato, S.(2006). Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos. São Paulo: Autores Associados.

Fiorentini, D; Miorin, M. Â. (2010). Pesquisar & escrever também é preciso: a trajetória de um grupo de professores de matemática. In: Fiorentini, D; Miorin, M. Â. *Por trás da porta, que matemática acontece?* Campinas: Ílion.17-48.

Freitas, L. C. de. (1995). *Crítica da Organização do Trabalho Pedagógico e da Didática*. (9ª ed) Campinas: Papirus. (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico).

Fusari, J. C.(1984). O Planejamento Educacional e a Prática de Educadores. *Revista Ande*, São Paulo, n. 8.

Minayo, M. C. de S. (1994). Ciência, técnica e arte: o desafio da pesquisa social. In: _____. (Org.). *Pesquisa Social: teoria, método e criatividade*. 24. ed. Rio de Janeiro: Vozes. 9-30. (Coleção Temas Sociais).

Nóvoa, A. (Org.). (1995). *Vidas de Professores*. 2. ed. Lisboa: Porto Editora.

Santana, E. R. dos S. (2012). Adição e Subtração: O suporte didático influencia a aprendizagem do estudante? Ilhéus: Editus.

Santana, E.R.S. (2010). *Estruturas Aditivas: O suporte didático influencia a aprendizagem dos estudantes?* Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Católica de são Paulo. 344F

Vergnaud, G. (1982). A Classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems. In. *Addition and Subtraction: a cognitive Perspective*. New Jerssey: Lawrense Erlbaun, 39-59.

Vergnaud, G. (1996).. A Teoria dos Campos conceituais. In. BRUN, J. *Didáctica das matemáticas*. Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget. 155-191.

Veiga, I. P. A. (2009). *A Aventura de Formar Professores*. Campinas: Papirus. (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico).

Van de Walle, J. A.(2009). *Matemática no ensino fundamental*: formação de professores e aplicação em sala de aula. Trad. Colonesse, P. H. Porto Alegre: Artmed, (6ª ed).