

PRESENTACION

En 1976 el Dr. Luis Antonio Santaló cumplió 65 años de edad y también 42 años de actividad matemática desarrollada, en su casi totalidad, en la Argentina. La Unión Matemática Argentina ha considerado que este aniversario era una buena oportunidad para dedicar un volumen de homenaje al insigne matemático.

La vinculación de Santaló con la Argentina tiene una prehistoria que comienza hacia 1931; en aquellos años era estudiante en Madrid, un estudiante de cuyas dotes ya se hacían lenguas los que eran sus compañeros, y todos estos jóvenes tenían contactos con Rey Pastor cuando éste, en su incesante viajar, llegaba a Madrid. Don Julio en largas y sabrosas charlas hablaba de la Argentina con cariño y gracejo. Cuan lejos estaba Santaló de pensar que aquel lejano país sería el suyo para el resto de su vida. Su porvenir parecía ya trazado, brillantísimo egresado, autor, antes de los 25 años, de importantes trabajos de investigación, su incorporación como catedrático a la universidad española parecía inminente. ¡Pero vino la guerra civil!. A su término, como tantos otros españoles, miró hacia la América Hispana. Don Julio Rey Pastor gravitó en forma decisiva para que la meta fuese la Argentina.

La primera mención de Santaló en esta Revista es a finales de 1939. En el último fascículo de ese año se anuncia la "grata noticia" de la llegada a Argentina de dos "destacados universitarios": los profesores Alejandro Terracini y Luis A. Santaló. En el primer fascículo del siguiente volumen se hace la presentación de Santaló y se puede observar que, pese a su juventud, tiene ya publicados doce trabajos, ocho en España, tres en Alemania y uno en Francia.

La colaboración de Santaló con la U.M.A. comienza de inmediato. En el mismo volumen en que se hizo la presentación publicó dos trabajos de investigación, dos resúmenes de comunicaciones a Sesiones Científicas y dos artículos de divulgación. En este primer contacto ya están puestas en evidencia las características básicas de su personalidad como hombre de ciencia: en primer lugar la labor de investigación, pero también hay mucho interés en el fomento de las vocaciones matemáticas.

Pretendemos en esta presentación mostrar el desarrollo, durante varios decenios, de estas dos facetas de su vida: el investigador por una parte y el maestro y expositor por otra.

En primer lugar su obra de investigación. El homenaje que le rinde la U.M.A. es, ante todo, pero no exclusivamente, por su obra de creación que a continuación trataremos de esbozar.

La lista que aparece en este volumen de los trabajos de Santaló tiene 135 títulos publicados en revistas científicas de veinte países:

Alemania, Argentina, Bélgica, Brasil, Canadá, España, E.E.U.U., Francia, Holanda, Hungría, India, Italia, Japón, Perú, Portugal, Rumania, Suiza, Turquía, U.R.S.S., y Uruguay. Estas contribuciones se pueden agrupar en seis distintos dominios del saber matemático.

1. GEOMETRIA INTEGRAL.

Es acaso, el campo en que ha hecho contribuciones de mayor importancia y también el que ha cultivado toda su vida.

Santaló llega a Hamburgo en 1934 cuando Blaschke y sus discípulos están por dar a luz las primeras publicaciones de una nueva disciplina geométrica: la geometría integral. Rápidamente con sus primeros trabajos pasa Santaló a ocupar un lugar destacado como investigador en aquel dominio para llegar a ser, andando el tiempo: "for many years the undisputed leader in the field of Integral Geometry". Esta frase de Marc Kac figura en la presentación del libro de Santaló (libro (10)) "Integral Geometry and Geometric Probability", volumen I de la reciente "Encyclopedia of Mathematics and its Applications", en la cual Kac es el editor general de la sección de probabilidades. Este libro es un excelente tratado y la fuente más indicada para conocer a fondo la obra de Santaló en geometría integral y probabilidades geométricas así como los muchos otros trabajos originados en dicha obra.

La idea original de Santaló en sus primeros trabajos ((7), (8), (9) y (11))* fue la de extender y aplicar la llamada "medida cinemática" introducida accidentalmente por Poincaré en su Cálculo de Probabilidades y que, en manos de Santaló, resultó extraordinariamente fructífera. Estos trabajos corresponden a la época alemana de Santaló (1934 a 1936). Tras el paréntesis de la guerra civil y ya en Argentina, Santaló va extendiendo sus resultados a otros dominios: figuras ilimitadas (22), curvas situadas en la superficie esférica (28) y (30), figuras del plano hiperbólico (33) y (36) y figuras hiperconvexas (60). Esta línea de investigación culmina con los trabajos (80), (84) y (90) en los que Santaló obtiene y aplica la denominada fórmula fundamental cinemática para espacios de cualquier dimensión con curvatura constante.

Las directivas fundamentales de la teoría desarrollada en los trabajos

(*) ver la lista de publicaciones: trabajos de investigación.

anteriores son las siguientes: Sea E un espacio en el que actúa transitivamente un grupo G de transformaciones. Dada una figura o conjunto de puntos F contenido en E , consideremos un conjunto de posiciones de F , o sea un conjunto de figuras, transformadas de F por operaciones de G . Se trata entonces de "medir" este conjunto de figuras congruentes con F , respecto de G . Esta "medida" no es otra cosa que la medida de Haar del grupo G , que existe siempre si G es localmente compacto y puede calcularse explícitamente si G es un grupo de Lie. El desarrollo de la teoría lleva a calcular explícitamente la medida de conjuntos particulares para grupos también particulares y de estos cálculos Santaló dedujo muchas e importantes consecuencias geométricas; en particular obtuvo bellas desigualdades isoperimétricas y fórmulas integrales que generalizaban en mucho las primitivas fórmulas de Crofton de las probabilidades geométricas (ver los trabajos (13), (23), (52), (53) y (72)).

Una nueva línea de investigaciones es abierta por Santaló en su famosa memoria (66) de los "Annals of Mathematics". En esta memoria y en las (77) y (91) Santaló vincula la medida cinemática con la medida en espacios homogéneos, cuyo ejemplo más importante, desde el punto de vista geométrico, es el de la medida de conjuntos de subespacios lineales del espacio euclidiano, afín o proyectivo de n dimensiones. No siempre esta medida existe y del análisis de los casos de existencia o de no existencia Santaló obtuvo en los trabajos (106), (112) y (116) resultados muy interesantes. En estos trabajos se dieron criterios para la existencia de una medida invariante para subconjuntos de espacios lineales. También estudió Santaló la geometría integral en espacios complejos y obtuvo (78) una generalización de la clásica fórmula de Bezout para curvas algebraicas.

Santaló siempre se interesó en las aplicaciones de los resultados que él obtenía; entre las diversas aplicaciones obtenidas se destacan: una nueva manera de definir la longitud de curvas (17), el área de subvariedades (69) y la medida de conjuntos de geodésicas (83); nuevas demostraciones de la propiedad isoperimétrica del círculo (23) y (33) y otras aplicaciones a las probabilidades geométricas y a la teoría de números que mencionaremos más adelante.

Además de las investigaciones en geometría integral Santaló se preocupó de hacer exposiciones de conjunto de los métodos y resultados obtenidos. Hace más de un cuarto de siglo publicó dos libros (Libros (2) y (3)) de los cuales el segundo, escrito en inglés alcanzó amplia difusión y fue traducido al ruso. Recientemente el cuerpo de doctrina tomó forma definitiva con la publicación del libro "Integral Geometry and Geometric Probability" que mencionamos anteriormente.

2. GEOMETRÍA DIFERENCIAL MÉTRICA, AFÍN Y PROYECTIVA.

Los trabajos (3), (10), (27), (39), (41), (55), (59), (62), (71), (108) y (110) se refieren a temas de geometría diferencial clásica, a esta disciplina pertenece también el estudio hecho en (25) y (94) de las curvas de Darboux que Santaló probó que coinciden con las extremales de la torsión total. Es también importante el trabajo (109) sobre propiedades características de la esfera; los resultados de Santaló, que engloban los parciales obtenidos previamente por varios autores, dejan terminado este importante problema.

Pasando al campo de la geometría diferencial afín y proyectiva, en (47) se estudian las superficies desarrollables vinculadas de manera proyectivamente invariante con una curva del espacio; en (50) se obtienen resultados sobre la caracterización geométrica de invariantes afines de las curvas del espacio; en (98) se aplican por primera vez, simultáneamente con Favard, los métodos del "repère mobile" para el estudio de la geometría diferencial afín. Estos trabajos y resultados pasaron posteriormente a diversos tratados de geometría diferencial, hecho que se reitera en todos los dominios de la matemática a los que Santaló ha hecho contribuciones.

3. GEOMETRÍA DE CUERPOS CONVEXOS.

Los resultados obtenidos por Santaló en el campo de la geometría integral fueron de mucha utilidad en la teoría de cuerpos convexos; originaron nuevos problemas y permitieron resolver otros viejos; la naturaleza de los resultados es muy variada, los hay de tipo clásico como los de los trabajos (41), (44), (54), (79), (85), (87), (93) y (105), pero otros como (37), (40), (45), (49), (71), (115), (118), (123) se refieren a cuerpos convexos en espacios no euclidianos, teoría iniciada por Santaló. Merecen especial mención los trabajos (24), (31) y (70). El primero, que se ocupa de transversales de figuras convexas, tuvo mucha repercusión y ha tenido aplicación en problemas de optimización mencionándose los resultados en textos de dicha disciplina. El segundo, pese a su naturaleza más bien elemental, ha sido uno de los más citados e incluido en textos, y el tercero se ha revelado de interés para la teoría de ecuaciones diferenciales de segundo orden.

4. TEORÍA DE NÚMEROS.

En la teoría geométrica de números, fundada por Minkowski, la convexidad y la medida en grupos son de aplicación directa; no es entonces de extrañar que algunos de los trabajos de Santaló se vinculen a dicha

teoría. Los de mayor interés son: (66) donde se da una nueva demostración del teorema clásico de Minkowski-Hlawka; (70) en donde se demuestra por primera vez una desigualdad conjeturada por Mähler y utilizada posteriormente por Bambah; (89) en donde se generaliza un resultado de Tsuji, llegando a un teorema de geometría hiperbólica análogo al teorema fundamental de Minkowski y (22) en donde se generaliza un resultado clásico de Blichfeld.

5. PROBABILIDADES GEOMETRICAS.

El origen de la geometría integral son las probabilidades geométricas; por ello desde sus primeros trabajos (6), (12), (14), (15) y (16) Santaló hizo contribuciones a dicha teoría y no la volvió a abandonar; señalamos a continuación los principales trabajos: (19) en el que Santaló estudia problemas sobre redes que generalizan el clásico problema de la aguja de Buffon; (28) y (82) en los que se inició una nueva línea de investigación: probabilidades sobre la esfera que ha sido continuada posteriormente por otros matemáticos; (35) y (92) tienen importancia en tecnología (estereología) para analizar la composición de conglomerados; (43) y (61) se refieren a un problema derivado de la física, iniciado por Goudsmit para el plano, generalizado en (43) al espacio y en (113) al plano hiperbólico, donde presenta notables particularidades que fueron puestas de manifiesto en (126); el trabajo (56) tiene interés para la estadística.

6. TEORIA DEL CAMPO UNIFICADO.

Santaló se ha interesado también en la física matemática donde ha obtenido resultados de amplio interés. En (76) generaliza un resultado de Synge sobre campos vectoriales. En (95) dió una caracterización de los operadores vectoriales. Los trabajos (86), (100), (103), (111), (127) y (128) se vinculan con la teoría de Einstein del campo unificado en su aspecto geométrico y, con la idea de lograr una caracterización de las ecuaciones del campo, se hace el estudio de ecuaciones del campo muy generales de las que son casos particulares las de Einstein y de Schrödinger del campo unificado. Finalmente el trabajo (131) es de interés en los problemas cosmológicos.

Paralela a esta obra de creación matemática se desarrolla la acción de Santaló como maestro; lo ha sido y lo es en todos los sentidos de la palabra. Ha desarrollado prácticamente toda su actuación profesoral en la Argentina. En donde actúa o ha actuado (Universidades de Rosario, La Plata y Buenos Aires, Escuela Superior Técnica del Ejército y Comisión Nacional de Energía Atómica) ha dejado un recuerdo inolvidable. Uno de sus antiguos alumnos le dedicó la edición de un libro poniendo: "A Luis A. Santaló que me enseñó a enseñar".

Santaló ha sido maestro en varias formas. Como buen investigador ha dirigido y sigue dirigiendo tesis doctorales. Sus cursos universitarios son profundos, brillantes y claros. No sólo emplea la voz y la tiza para explicar sino que además usa con éxito sus manos, las que dibujan en el aire curvas y superficies y sugieren sus propiedades, y eso que a veces están en espacios de dimensión mayor que tres. Es rarísimo, por no decir imposible, encontrar un alumno que diga no haber entendido nada de la explicación de Santaló, lo cual no quiere decir que todos puedan captar en su totalidad la profundidad de su enseñanza; eso sí, el que lo consigue queda marcado para el resto de su existencia.

Los libros y monografías (son diez los primeros y seis las segundas) escritos por Santaló han pesado mucho en el desarrollo de la matemática en los países de habla castellana. Ya hablamos antes de sus tres libros de geometría integral. Entre los restantes hay que señalar en primer lugar el titulado *Vectores y Tensores*, donde desarrolla una teoría matemática que tiene justificada fama de ser muy difícil de exponer con claridad. Santaló consigue esto plenamente, lo que explica que la obra haya sido un éxito editorial, con muchas ediciones y sirviendo de texto en numerosas universidades y escuelas de ingenieros en los países de habla castellana. De características análogas es el titulado *Geometría Proyectiva* que también ha servido como libro de texto y ha alcanzado varias ediciones, menos que la primera obra, lo que no es de extrañar ya que la geometría proyectiva tiene una menor área de interés y de aplicaciones que el cálculo tensorial. Una disciplina geométrica de la que faltaban textos accesibles a los no especialistas era la teoría de espinores. Uno de los últimos libros de Santaló, su *Geometría Espinorial*, fue concebido y realizado para llenar ese vacío, meta que sin duda alguna será alcanzada.

La publicación de monografías tiene como objetivo para Santaló el marcar las líneas generales de una o varias disciplinas sin entrar en los detalles necesarios en un libro de texto; todas las publicadas por él han alcanzado amplia difusión. Es posible que la más interesante sea la dedicada a las geometrías no euclidianas; pese a su carácter expositivo aparecen en ella varios puntos de vista originales y ha obtenido críticas muy elogiosas. La monografía sobre espacios vectoriales y geometría analítica así como la que trata sobre probabilidades e inferencia estadística, que han sido publicadas por la O.E.A., están es

critas con la claridad típica de las obras de Santaló y se han difundido en todo el continente.

La lista de publicaciones de Santaló termina con un acápito sobre: artículos de divulgación, conferencias publicadas y trabajos sobre educación matemática. Son en total 46 títulos que pueden agruparse así: 25 artículos de divulgación y conferencias de carácter general, 8 artículos sobre historia de la ciencia y 13 publicaciones sobre educación matemática.

No nos detendremos, pese al interés que revisten muchos de ellos; en el análisis de los primeros, pero no podemos dejar de señalar una de las características de la personalidad de Santaló: sus dotes de conferenciante. El número de conferencias que ha dado oralmente es muchas veces superior al de las publicadas; el lector de estas últimas podrá apreciar el tratamiento profundo del tema, la claridad y lo agudo de algunas expresiones, pero perderá algo importante: la amenidad de la exposición. Por árido que pueda ser el tema, Santaló sabe provocar con suma frecuencia sonrisas, francas risas y hasta en algunos casos reprimidas carcajadas, pero todo ello sin afectar en lo más mínimo la seriedad de la exposición. Solamente un dominio profundo del tema y un muy sutil manejo de la ironía hacen posible este "instruir deleitando". Corolario: el anuncio de una conferencia de Santaló llena cualquier local hasta los topes.

La historia de la matemática ha sido también cultivada por Santaló; sobre ella ha publicado varios artículos de interés, pero su obra básica es la publicación del tomo I de la colección Evolución de las Ciencias en la República Argentina, editada por la Sociedad Científica Argentina; el volumen está consagrado a la evolución de la matemática desde 1923 hasta 1972. Santaló fue el redactor, coordinó la labor de los otros colaboradores y escribió la parte crucial sobre la evolución en Buenos Aires y La Plata desde 1942.

Esta obra no debería faltar en la biblioteca de los que en Argentina se interesan por la matemática. Santaló hace un análisis cuidadoso del cambio acaecido en la Matemática argentina. En medio siglo se pasó de un país que no tenía, en 1922, ninguna biblioteca con revistas matemáticas a un país "exportador" de matemáticos. Los juicios de Santaló son fundados e imparciales; no duda en hacer la "integral" del actuar de los matemáticos más destacados, poniendo de manifiesto las partes positivas y negativas. Él creó la expresión "generación del 61" para designar al grupo de jóvenes que se licenciaron alrededor de dicha fecha. Santaló dice que esa generación, "por lo numerosa y capaz era y sigue siendo la destinada a mantener un nivel de primera línea para la matemática argentina y poner una valla definitiva a todo retroceso; ellos habrán de saber, llegado el caso, proteger la matemática y defenderla de toda infiltración espuria". En el estudio de esta evolución de la matemática hay una sola omisión tan importante como inevitable; falta el análisis de la influencia de Santaló en dicha evolu-

ción.

Un último aspecto de la obra de Santaló es su participación en la renovación general de la enseñanza de la matemática, preferentemente al nivel secundario. Esta renovación empieza a tomar cuerpo en 1960 y desde ese inicio hasta ahora Santaló ha tomado parte muy activa en su desarrollo. Dos monografías y 13 trabajos publicados sobre el tema, muchas más conferencias no publicadas, su participación en congresos y simposios nacionales e internacionales, y en varios casos la organización de los mismos, le han llevado a ocupar una posición muy destacada en todo ese movimiento de ideas tanto en Europa como en América. Consecuencia natural de su interés y de su autoridad fué su elección, primero como Vicepresidente (1966-72) y luego como Presidente (1972-1979) del Comité Interamericano de Educación Matemática.

Puede parecer extraño que un matemático de la talla de Santaló se haya dedicado tanto durante cuatro lustros a una actividad que en cierto aspecto está al margen de su obra de investigador. Aparte de que Santaló tiene tiempo para todo, creemos conocer las razones que ha tenido para encarar ese esfuerzo. Él está convencido de que la educación matemática es uno de los puntos más importantes para un desarrollo eficaz de los países y considera que es entonces su deber dedicar parte de su tiempo a mejorar dicha educación.

Este bosquejo de la obra de Santaló quedaría incompleto si no hablásemos un poco de su carácter y de sus prendas morales. Santaló es ejemplo de una vida consagrada enteramente a la ciencia sin prisas y sin pausas, sin exageraciones ni claudicaciones.

Santaló ha recibido muchos honores los que, como es costumbre en las presentaciones, vamos a enumerar. Doctor honoris causa de las Universidades de Barcelona y del Nordeste, Académico Titular de la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Buenos Aires, Académico Correspondiente de las Academias de Lima, Madrid, Córdoba y Barcelona; Primer Premio Nacional de Cultura, Premios: Sociedad Científica Argentina, Mibashan, Aguilar y Vaccaro, Profesor Emérito de la Universidad de Buenos Aires, son los principales. Todos vinieron a él por gravitación natural y sin que haya hecho, no digamos intrigas, sino ni siquiera empeñosas gestiones, para conseguirlos. En esto es también un ejemplo.

A Santaló nunca le ha interesado ocupar cargos de lustre ni tener posiciones de influencia, pero jamás rehuye las responsabilidades que se le ofrecen y cree que es su deber aceptarlas. Así fue su gestión en el CONICET como colaborador de Don Bernardo Houssay que lo tenía en el mayor aprecio. Aceptó en una sola ocasión la presidencia de la U.M.A., cuando, después de los sucesos de 1966, hizo falta alguien que la recompusiera. En Comisiones y Consejos Directivos su actuación tiene como características esenciales la eficacia y la imparcialidad.

Otra de sus prendas es la moderación. De Santaló podríamos decir que es apasionadamente moderado. Muchas veces en esas reuniones de los científicos, en las que los ánimos se encrespan y se llega hasta el encono, deja hablar, toma la palabra al final y su intervención lleva las aguas salidas de madre a su cauce natural; no lo consigue siempre, no puede hacer milagros, y en ocasiones tampoco busca la transacción; es inflexible en lo que se refiere a los principios básicos y jamás transigió con las supercherías en el dominio científico o con las falsificaciones de los juicios de valor.

Señalaremos como característica final la disponibilidad. En su despacho, en su casa está siempre trabajando y siempre dispuesto a atender cualquier pedido, desde una consulta sobre matemática o un consejo sobre política científica hasta el informe a un alumno sobre una equivalencia de asignaturas. De esta disponibilidad se abusa poniéndolo en demasiadas comisiones, jurados, etc.

Es posible que nos hayamos dejado en el tintero otros méritos y virtudes, pero creemos que los expuestos justifican (para los que le conozcan poco, pues para los otros no es necesario) el homenaje que le rinde la Unión Matemática Argentina.